Министерство высшего и среднего специального образования
Республики Узбекистан

Наманганский инженерно-педагогический институт

Кафедра «Информатика и информационные технологии»

```
function F(x : real) : real;
begin
    F:=.....
end ;
begin
   L1: readln('a, b=' , a, b);
       if f(a)*f(b)>0 then goto L1;
       readln('eps=' ,eps);
   L2:C:=(a+b)/2;
       if F(a)*F(c)<0 then b:=c else a:=c;
       if  Abs(b-a)>eps then goto L2;
       c:=(a+b)/2;
       writeln ('тенглама ечими= ',c)
end.
```

Методические указания

для выполнения курсовых работ по дисциплине
«Численные методы и алгоритмы»

Наманган-2008

Данные методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению 5140900 - ПО (Информатика и информационные технологии), и содержат рекомендации по выполнению курсовых работ и варианты заданий по дисциплине «Численные методы и алгоритмы».

Методические указания могут быть использованы студентами, изучающими дисциплину «Численные методы и алгоритмы», магистрами и преподавателями.

Составители: доц. С. Ирискулов,
ст.пр. К. Исманова,
асс. Л. Зинина

Рецензенты: доцент кафедры прикладной математики и информатики НамГУ
А. Имамов

Редактор: доц. П. Каримов

Обработанные и отредактированные методические указания рассмотрены и одобрены на заседании №___ кафедры «Информатика и информационные технологии» от «___»____200__ г.

Методические указания рассмотрены и одобрены на совете факультета «Информатика и ЭЭ» (Протокол №___ от «___»____200__г.).

Рекомендовано к печати, получив положительный отзыв научно-методического совета Нам ИПИ (Протокол №___ от «___»____200__г.).

Введение

Исторический опыт показывает, что ни одно общество не может развиваться без идеологии. Наша страна с обретением независимости провозгласила своими основными целями свободу и процветание, изобильную жизнь, обретение места в числе развитых стран мира.

Таким образом, ясно определяя наше будущее, возникает потребность в укреплении социально-нравственной основы нашего общества. Итак, первоочередная, основная задача: воспитать в молодом поколении чувство патриотизма, потребность сделать Родину процветающей, мирной, изобильной страной, вооружившись мирными идеями. Необходимо воспитать кадры, соответствующие мировым стандартам, обладающие большим багажом знаний, стремящиеся к человеческим идеалам.

Как сказал И. Каримов: «Трудно способствовать развитию государства, не владея самыми современными знаниями». Достижение высоких результатов в экономической и социальной сферах зависит от того, насколько используются в деятельности человека современные информационные технологии, а также, какую роль играют эти технологии в повышении результативности общественного труда. Итак, целью является устранение дефицита кадров, владеющих навыками работы на компьютере.

В результате изучения специальных дисциплин и языков программирования, студенты должны достичь уровня программиста. Но при применении полученных знаний на практике большинство из них сталкивается с трудностями, потому что они владеют шаблонными способами решения численных задач из курса высшей математики. Поэтому очень важное значение имеет курс «Численные методы и алгоритмы» для понимания математических моделей реальных процессов и изучения их решения с помощью численно-приближенных и приближенно-аналитических методов.

Созданные с этой целью, данные методические указания основаны на соответствующих государственным образовательным стандартам типовой и рабочей программах и являются результатом научного анализа многолетних педагогических экспериментов, проводимых в Республике при изучении данной дисциплины. Они предназначены для выполнения курсовых работ по данной дисциплине.

Роль и значение курсовых работ в усвоении учащимися дисциплины «Численные методы и алгоритмы»

В Положении Республики Узбекистан «О высшем образовании» (№305, 1998) указаны основные задачи высшего образования:

- Организация высокоэффективного обучения на основе современного образования и профессиональных программ в соответствии с государственными образовательными стандартами и обеспечение подготовки квалифицированных кадров;
- Организация обучения кадров на основе современных научных, технических, экономических и культурных достижений, основанных на социальных потребностях, перспективах экономического и социального развития государства и усовершенствование методов обучения;
- Введение новых педагогических и информационных технологий, обеспечение дистанционного обучения;
- Развитие науки и техники посредством научных исследований и творческой деятельности учащихся.

Основная цель и конечный результат реализации нацональной программы подготовки кадров – воспитание всесторонне развитого поколения, свободомыслящих граждан XXI века.

Большое значение в образовании имеет применение способностей молодежи к учебе. Перед школами, профессиональными колледжами, системой высшего образования ставится наиважнейшая задача объединения системы образования с жизнбю, государственной политикой.

Таким образом, исходя из требований «Национальной программы подготовки кадров», сегодня каждый учащийся должен стать специалистом в своей сфере деятельности. И отдельное внимание в усвоении студентами различных дисциплин уделяется самостоятельной подготовке. Наиболее эффективным способом самостоятельной подготовки является написание курсовой работы.

Выполнение курсовых работ или курсовых проектов является ответственным периодом в самостоятельном образовании и служит для подготовки квалифицированного специалиста.

Курсовые работы можно проводить после усвоения в достаточной степени теоретических и практических сведений по изучаемой дисциплине, т.к. учащемуся необходимо научиться применять полученные теоретические знания на практике.

Во время выполнения курсовых работ учащиеся закрепляют полученные теоретические знания и учатся применять их в решении практических задач. Это в свою очередь служит также и толчком для получения новых знаний по данной дисциплине. Помимо того, выполнение курсовых работ помогает учащимся освоить этапы решения различных задач и развивает в них творческое мышление.

Одновременно с этим выполнение курсовых работ по дисциплинам одного направления играет существенную роль в выполнении будущей выпускной квалификационной работы, прививает навыки работы с научной литературой.

Этапы выполнения курсовой работы

Курсовые работы по данной дисциплине даются в качестве самостоятельного задания. В процессе выполнения курсовай работы студент должен найти решение поставленной задачи, обобщив все знания, полученные на лекционных, практических и лабораторных занятиях и при выполнении самостоятельной работы. Для этого учащийся должен изучить и проанализировать учебную и научную литературу и получить консультации у руководителя. После этого подготавливаются схемы решения задачи, алгоритмы и программы, поводится обсуждение работы вместе со специалистами и работа рекомендуется к защите.

Обеспечение получения знаний учащимся в течение короткого времени зависит от эффективной организации курсовых работ руководителем и соответствущей кафедрой.

В начале учебного года распределяются курсовые работы по дисциплине, и преподаватели должны дать учащимся подробные сведения об основной и дополнительной литературе по темам (название, автор, раздел, параграф, страницы), а также определить дату, время и аудиторию, когда и где он проведет консультацию по выполнению курсовых работ. График проведения консультаций вывешивается на доске объявлений кафедры.

Учащийся может организовать выполнение курсовой работы в следующем порядке:

- Активное участие на лекционных и практических занятиях по теме курсовой работы;
- Изучение и конспектирование соответствующей литературы;
- Создание алгоритма решения поставленной задачи;
- Выполнение вычислений и создание графиков, создание программного обеспечения по разработанному алгоритму;
- Проверка правильности выполненной курсовой работы преподавателем;
- Оформление курсовой работы;
- Защита курсовой работы.

Обычно в процессе написания курсовой работы учащийся составляет свой план по выбранной теме и получает постоянно консультации у руководителя.

Отличие курсовых работ от контрольных заключается в том, что здесь учащиеся, изучив соответствующую литературу по определенной теме, формируют собственное мнение по решению поставленной задачи и предлагают свое решение небольших проблем. При выполнении же контрольных работ даются готовые ответы на поставленные работы. Их объем меньше объема курсовых работ.

Итак, выполнение курсовых работ является одной из основных форм учебно-исследовательской работы и имеет научно-практический характер в организации научно-исследовательской деятельности учащихся.

Оценивание качества выполнения курсовой работы

При составлении критериев оценки знаний учащихся по определенной дисциплине необходимо указать количество баллов, которое может набрать учащийся по отдельным частям самостоятельной работы. Учитывая, что в Государственных образовательных стандартах на самостоятельную работу отводится до 20-25% относительно часов, отведенных на аудиторные занятия (лекции, практические занятия, лабораторные работы, семинары), баллы для оценивания знаний учащихся по самостоятельной работе можно отделить от текущих и промежуточных баллов. Например, можно отделить один балл из текущего оценивания и один балл из промежуточного оценивания (общий балл должен быть в пределах 20-25%).

Необходимо обратить внимание на объем части дисциплины, отведенной на самостоятельную работу, содержание заданий, сроки их выполнения и другие особенности дисциплины.

Организацию самостоятельной работы, развитие в научно-методическом отношении, новые критерии оценивания и другие возникающие задачи обсуждаются и решаются на заседаниях кафедры и научно-методических советах факультетах.

Рассмотрев вышесказанное, а также в результате анализа выделенных на дисциплины часов в учебном плане и требований рейтинговой системы, для оценивания курсовых работ выделено 30 баллов.

max балл	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
100%	0-54,9 %	55-69,9%	70-84,9%	85-100%
30	0-16,5	16,6-20,9	21-25,5	25,6-30

Выполнение курсовых работ по данной учебной дисциплине соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта, учебного плана, типовой и рабочей учебных программ.

Исходя из требований, возникающих в процессе усвоения дисциплины и из особенностей дисциплины «Численные методы и алгоритмы», рекомендуются следующие темы курсовых работ:

Темы курсовых работ по дисциплине «Численные методы и алгоритмы»

1. Создание пакета прикладных программ для реализации численных методов решения нелинейных уравнений.
2. Создание пакета прикладных программ для решения систем линейных алгебраических уравнений с помощью прямых численных методов.
3. Создание пакета прикладных программ для решения систем нелинейных алгебраических уравнений.
4. Создание пакета прикладных программ для решения систем линейных алгебраических уравнений итерационными методами
5. Создание пакета прикладных программ для интерполирования функций.
6. Создание пакета прикладных программ для аппроксимации функций методом наименьших квадратов

7. Создание пакета прикладных программ для вычисления определенных интегралов с помощью численных методов.
8. Создание пакета прикладных программ для решения специальных систем линейных алгебраических уравнений численными методами.
9. Создание пакета прикладных программ для решения дифференциальных уравнений с начальными условиями (задача Коши).
10. Создание пакета прикладных программ для решения дифференциальных уравнений второго порядка с граничными условиями (краевая задача).
11. Создание пакета прикладных программ для решения дифференциальных уравнений второго порядка с граничными условиями методом стрельбы.
12. Создание пакета прикладных программ для решения уравнений гиперболического типа
13. Создание пакета прикладных программ для решения уравнений эллиптического типа
14. Создание пакета прикладных программ для решения уравнений параболического типа

Темы курсовых работ даются учащимся в начале семестра повариантно. Дисциплина изучается в течение двух семестров. В этот период учащимися выполняются вышеописанные этапы подготовки. Руководитель курсовой работы, контролируя выполнение каждого этапа подготовки, оценивает его и дает соответсвующие консультации.

Выполненная курсовая работа по дисциплине «Численные методы и алгоритмы» должна отвечать следующим требованиям:

- Выполнение курсовой работы на основе плана, утвержденного на заседании кафедры, последовательное освещение в письменном отчете курсовой работы различных сведений по плану;
- Полное раскрытие требований, предъявляемых к численным требованиям и их применению;
- Усвоение теоретического материала по данной задаче в достаточной степени;
- Полная разработка использования численных методов для решения поставленной задачи и их анализ;
- Полная разработка рабочих методов алгоритмов и их реализация на каком-либо языке программирования;
- Ввод программы и получение результатов на ЭВМ;
- Анализ погрешностей методов;
- Создание пакета прикладных программ для указанных методов;
- Указание в заключении, в какой степени учащимся решены проблемы, возникшие при выполнении курсовой работы.

Курсовая работа оценивается в соответсвии с выполнением вышеуказанных требований.

Оценки выставляются в зачетной ведомости и зачетной книжке, выданных деканатом.

Приведенный ниже лист заданий заполняется во время получения темы курсовой работы и утверждается заведующим кафедры. Он содержит тему курсоврй работы, содержание самостоятельной работы, этапы выполнения курсовой работы на компьютере, содержание письменного отчета, основную рекомендуемую литературу и срок защиты.

Кафедра «Информатика и информационные технологии»

«УТВЕРЖДАЮ»
Зав. кафедрой:
доц. М. Олимов
____

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине____
Студента _____________ группы _________ Руководитель _____________

ЗАДАНИЕ

1. Тема:____
____
2.Исходные данные:____
____
____
3. Использованная литература:____________________________________
____
____
4. Содержание частей, выполненных на компьютере:
____
1)____
2)____
3)____
4)____
5. Содержание пояснительной части______________________________
____
____
6. Дополнительное задание:_______________________________________
7. Сроки выполнения курсовой работы:

1	2	3	4	Пояснительная часть	Защита

Руководитель: ___________________ ________________________
(подпись) (число)
Студент: ___________________ ________________________
(подпись) (число)

Далее приведен пример выполнения курсовой работы.

Министерство высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан

Наманганский инженерно-педагогический институт

Кафедра «Информатика и информационные технологии»

Курсовая работа

по дисциплине «Численные методы и алгоритмы»

Руководитель: ____________________

Студент: ____________________

Наманган-2008 г.

Тема: «Создание пакета прикладных программ для вычисления определенных интегралов с помощью численных методов».

Содержание

Введение

С приобретением независимости республики Узбекистан, уделяется большое внимание образованию современной молодежи. В связи с этим в системе образования произошли существенные изменения, возросли требования к повышению качества в процессе образования. Уровень владения знанием, или, более обобщенно, информацией начинает определять политический и хозяйственный статус нашего государства. А для успешной работы в таких условиях государству нужны люди - высококвалифицированные специалисты, отвечающие самым высоким требованиям современности. Поэтому образование превращается в один из источников самых ценных стратегических ресурсов – человеческого капитала и знаний, что, в конечном счете, определяет общий уровень развития общества. И главным ускорителем его развития становится информатизация. Информатизация общества, в свою очередь, практически невозможна без информационных технологий.

Для Узбекистана, утверждающей себя в качестве равноправной, независимой, наличие полноценной современной системы образования является жизненной необходимостью. Поэтому для достижения научно-технической и информационной независимости нашей страны, существования ее как равноправного партнера международного интеллектуального сообщества в Узбекистане были приняты ряд законов. Комплексная информатизация профессиональных колледжей и академических лицеев и вузов ориентируется теперь на формирование и развитие интеллектуального потенциала науки, совершенствование форм и содержания учебного процесса, внедрение компьютерных методов обучения, использование в педагогической работе современных информационных технологий.

23 мая 2001 г. было принято Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан №230 «О мерах по организации разработки Программы развития компьютерных и информационных технологий на 2001-2005 годы, обеспечения широкого доступа к международным информационным системам Интернет».
"Комплексная информатизация образования - говорится в Законе - должна рассматриваться как основное условие воспитания молодежи, способной ориентироваться при часто меняющихся обстоятельствах и адекватно действовать в современной среде. Молодое поколение необходимо научить анализировать проблемные ситуации, которые постоянно возникают, и самостоятельно находить рациональные способы ориентации в них". В общих чертах это и есть переход от дисциплинарной к системной модели содержания образования, которое научит ребенка как можно полнее понимать мир, общество, себя, свое дело. Процесс информатизации является закономерным и объективным процессом, характерным для всего мирового сообщества.

Применение услуг, предоставляемых созданию программ в педагогическом процессе, несомненно, можно назвать инновационной технологией.

Цель данной курсовой работы – изучение методов приближённого интегрирования. Для некоторых подынтегральных функций интеграл можно вычислить аналитически или найти в справочниках. Однако в общем случае первообразная может быть не определена: либо первообразные не выражаются через элементарные функции, либо сами подынтегральные функции не являются элементарными. Это приводит к необходимости разработки приближенных методов вычисления определенных интегралов. Наиболее общеупотребительными приближенными методами вычисления одномерных определенных интегралов являются, так называемые, "классические" методы численного интегрирования: метод прямоугольников, метод трапеций, метод парабол (основанные на суммировании элементарных площадей, на которые разбивается вся площадь под функцией). Хотя эти методы обычно предпочтительней в случае малых размерностей, они практически не годятся для вычисления многомерных интегралов, для их вычисления используются другие методы, однако в этой работе они рассмотрены не будут.

Моя курсовая работа состоит из разделов. В основной части указываться такие пункты как постановка задачи, общие сведения определенных интегралов, алгоритм метода вычисления определенных интегралов, программа расчета и анализ полученных результатов, пакет прикладных программ, технология создания Пакета Прикладных Программ, инструкция по использованию программного продукта. А так же есть пункт заключение, в котором я излагаю итоги проделанною мной работы и используемую литературу.

1.1.Постановка задачи

Задача вычисления интегралов возникает во многих областях. В большинстве случаев встречаются определённые интегралы от функций, первообразные которых не выражаются через элементарные функции. Кроме того, в приложениях приходится иметь дело с определёнными интегралами, сами подынтегральные функции не являются элементарными. Распространенными являются также случаи, когда подынтегральная функция задается графиком или таблицей экспериментально полученных значений. В таких ситуациях используют различные методы численного интегрирования, которые основаны на том, что интеграл представляется в виде предела интегральной суммы (суммы площадей), и позволяют определить эту сумму с приемлемой точностью.

Пусть требуется вычислить интеграл при условии, что a и b конечны и f(x) является непрерывной функцией на всем интервале (a, b). Значение интеграла I представляет собой площадь, ограниченную кривой f(x),осью x и прямыми x=a, x=b. Вычисление I проводится путем разбиения интервала от a до b на множество меньших интервалов, приближенным нахождением площади каждой полоски, получающейся при таком разбиении, и дальнейшем суммировании площадей этих полосок.

Заданием на курсовую работу является создание программы на языке программирования Delphi, которая должна осуществлять решение следующей задачи:

-Вычислить приближённое значение интеграла функции f(x) на интервале с точностью до 0.01 методами Симпсона и трапеции, прямоугольника.

-определить метод, который решает поставленную задачу за минимальное число повторений.

-построить график функции f(x) на заданном интервале. Решить поставленную задачу с использованием функций и процедур алгоритмического языка Delphi.

1.2.Общие сведения определенных интегралов

Понятие определенного интеграла

Пусть функция $f(x)$ задана на отрезке $[a,b]$. Разобьем отрезок $[a,b]$ на n произвольных частей точками

$a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_i < x_{i+1} < \ldots x_n = b$. (1)

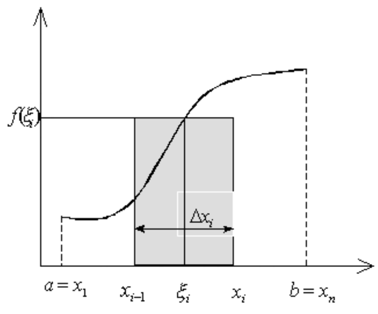


Рис. 1.

Точки x_i, разделяющие отрезок $[a,b]$ на *частичные отрезки* длиной $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ будем называть *точками разбиения*. Выберем в каждом из частичных отрезков произвольную точку ξ_i (см. Рис.1). Составим сумму произведений

$$\sigma = f(\xi_1)\Delta x_i + f(\xi_2)\Delta x_2 + \ldots + f(\xi_1)\Delta x_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \ . (2)$$

Сумму (2) будем называть *интегральной суммой* для функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$. Геометрический смысл величины σ показан на Рис. 1: это сумма прямоугольников с основаниями Δx_i и высотами $f(\xi_i)$, $i = 1,2,\ldots,n$. Введем еще одну величину: обозначим через λ длину максимального частичного отрезка данного разбиения, т.е.

$$\lambda = \max\{\Delta x_i\} \qquad (3)$$

Определение: Конечный предел *I* интегральной суммы σ при $\lambda \to 0$, если он существует, называется *определенным интегралом* от функции $f(x)$ по отрезку $[a,b]$:

$$I = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=0}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \ . \qquad (4)$$

Определенный интеграл обозначается символом $I = \int_a^b f(x)dx$.

Если определенный интеграл (4) существует, то функция $f(x)$ называется *интегрируемой* на отрезке $[a,b]$, числа a и b - соответственно *нижним* и *верхним пределом интегрирования*.

Вообще говоря, интегральная сумма (2) зависит от точек разбиения x_i и промежуточных точек ξ_i. Поскольку число тех и других стремится к бесконечности при $\lambda \to 0$, то определенный интеграл можно интерпретировать как бесконечную сумму бесконечно малых величин.

Теорема: (*необходимое условие интегрируемости функции*). Интегрируемая на отрезке $[a,b]$ функция *ограничена* на этом отрезке.

Заметим, что обратное утверждение не верно: ограниченная на отрезке функция может быть не интегрируемой на этом отрезке. Например, функция Дирихле

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \textit{если x рациональное число,} \\ 0, & \textit{если x иррациональное число.} \end{cases}$$

не интегрируема на отрезке $[0,1]$. Действительно, при любом разбиении этого отрезка можно выбрать ξ_i рациональными точками и тогда интегральная сумма (7.9.2) $\sigma = 1$; если же взять ξ_i иррациональными, то $\sigma = 0$. Следовательно, σ не имеет предела при $\lambda \to 0$.

Свойства определенного интеграла

Интеграл $\int_a^b f(x)dx$ был определен для случая, когда $a < b$. Обобщим понятие определенного интеграла на другие случаи.

По определению полагаем

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

как определенный интеграл от функции на отрезке нулевой длины.

1. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

Равенство (7.9.1) верно, поскольку при движении от b к a все длины частичных отрезков Δx_i имеют отрицательный знак в частичной сумме (7.9.2).

2. Для любых чисел a, b и c имеет место равенство

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^a f(x)dx$$

Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла

$$\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx.$$

Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме их определенных интегралов

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx.$$

3. $\int_a^b dx = b - a$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Приращение F(b)-F(a) любой из преобразованных функций F(x)+c при изменении аргумента от x=a до x=b называют определённым интегралом от a до b функции f.

Причём функция F является первообразной для функции f на некотором промежутке D, а числа a и b принадлежат этому промежутку по формуле Ньютона-Лейбница.

Простыми словами, определенный интеграл есть предел интегральной суммы, число членов которой неограниченно возрастает, а каждое слагаемое стремится к нулю.

Геометрический смысл

Всякая непрерывная на отрезке [a,b] функция f интегрируема на отрезке [a,b], функция f неотрицательна, но определённый интеграл численно равен S криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции f, осью абсцисс и прямыми x=a и x=b.

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, прилегающей к оси Ox и ограниченной кривой y=f(x)
и прямыми y=0; x=*a*; x=*b*.

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

Приближённые методы вычисления.

Если функция f непрерывна на промежутке, то на этом промежутке существует функция F такая, что F’=f, то есть существует первообразная для функции f, но не всякая элементарная функция f имеет элементарную первообразную F. Объясним понятие элементарной функции.

Функции: степенная, показательная, тригонометрическая, логарифмическая, обратные тригонометрическим называются основными элементарными функциями.

Элементарной функцией называется функция, которая может быть задана с помощью формулы, содержащей лишь конечное число арифметических операций и суперпозиций основных элементарных.

Например, некоторые интегралы существуют, но не выражаются в конечном виде через элементарные функции, то есть относятся к числу интегралов, «не берущихся» в элементарных функциях.

Бывает, что на практике сталкиваются с вычислением интегралов от функций, которые заданы табличными и графическими способами, или интегралы от функций, первообразные которых выражаются через элементарные функции очень сложно, что не удобно, долго и не рационально. В этих случаях вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница (1) сводит вычисление определённого интеграла от какой-либо функции к нахождению её первообразной. Значит, если первообразная не элементарна, надо вычислить определённый интеграл как-то по другому, поэтому прибегают к различным методам приближённого интегрирования.

В основе приближённых методов интегрирования лежит геометрический смысл определённого интеграла, который рассмотрен выше.

Формул приближённого интегрирования существует много. В данной курсовой работе будет рассмотрено три метода приближённого интегрирования: метод трапеций, метод прямоугольников и метод Симпсона.

1.3.Алгоритм метода вычисления определенных интегралов Алгоритм метода трапеции и прямоугольника

Известно, что определенный интеграл функции $f(x)$ типа $\int_a^b f(x)dx$ численно представляет собой площадь криволинейной трапеции ограниченной кривыми *x=0, y=a, y=b* и *y=*$f(x)$ (Рис. 1). Есть два метода вычисления этой площади или определенного интеграла — метод трапеций (Рис. 2) и метод средних прямоугольников (Рис. 3).

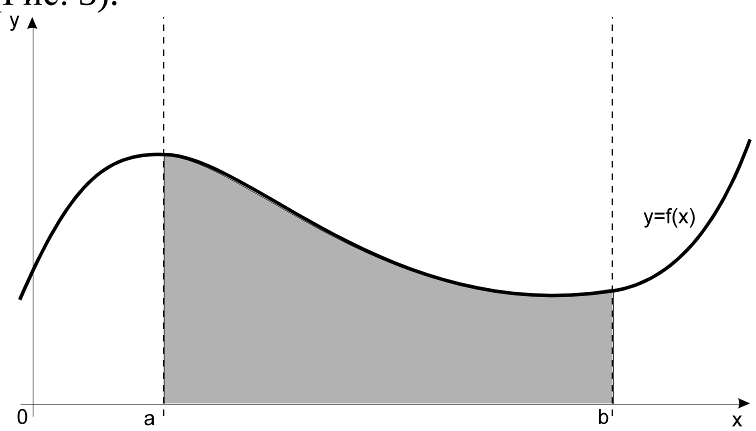


Рис. 1. Криволинейная трапеция.

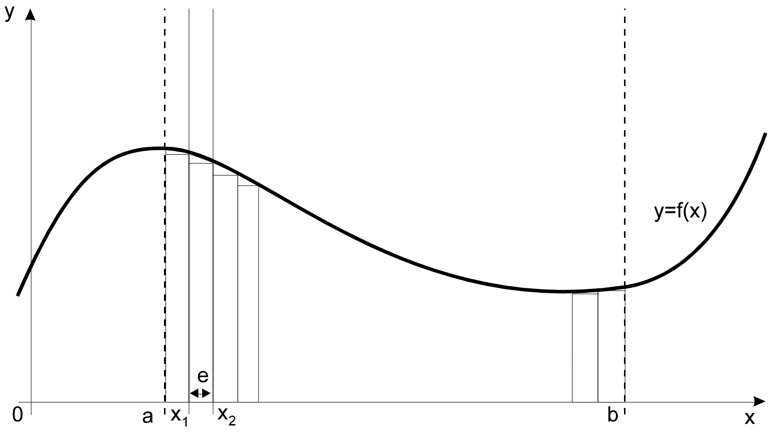


Рис. 2. Метод трапеций.

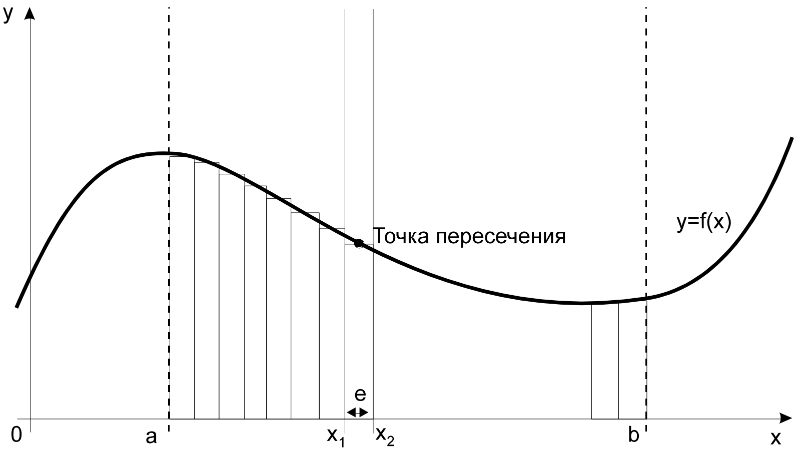


Рис. 3. Метод средних прямоугольников.

По методам трапеций и средних прямоугольников соответственно интеграл равен сумме площадей прямоугольных трапеций, где основание трапеции какая-либо малая величина (точность), и сумма площадей прямоугольников, где основание прямоугольника какая-либо малая величина (точность), а высота определяется по точке пересечения верхнего основания прямоугольника, которое график функции должен пересекать в середине. Соответственно получаем формулы площадей — для метода трапеций:

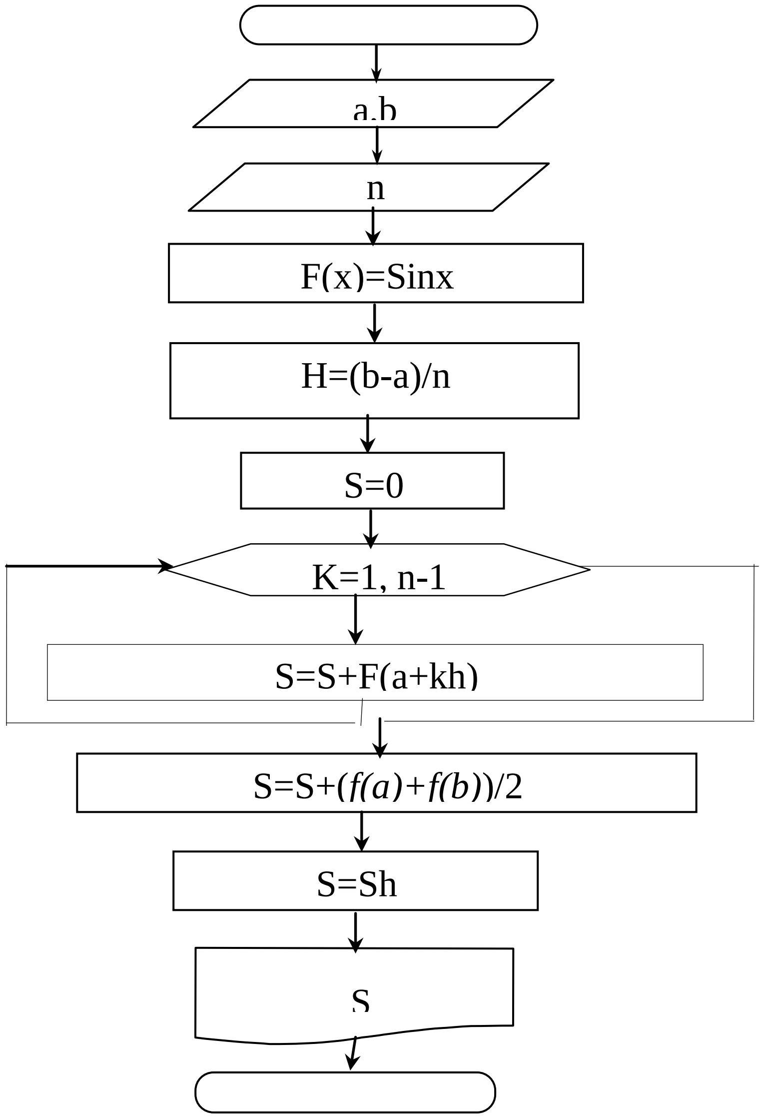
$$\boldsymbol{S=h}\left[f(a+f(b)/2+\sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) \right]$$

для метода средних прямоугольников:

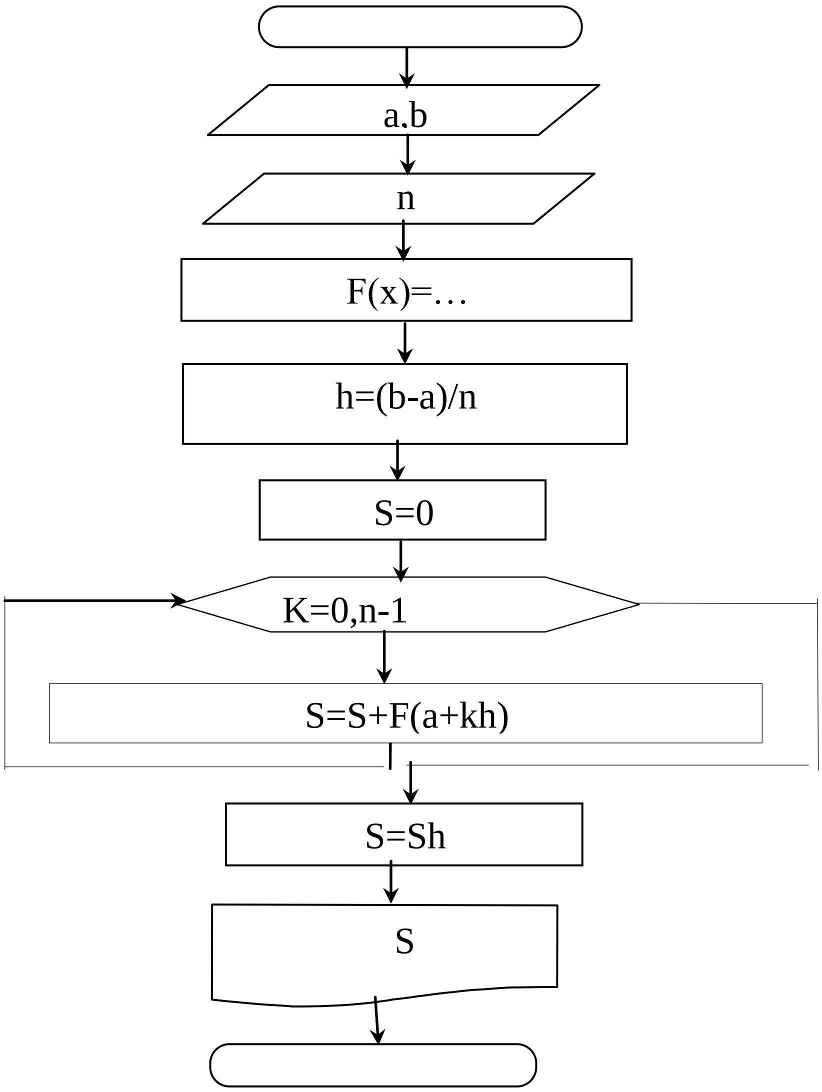
$$\boldsymbol{S=h}\sum_{1}^{n} f(a+ih)$$

Соответственно этим формулам составлю алгоритм.

Блок схема метода Трапеция



Блок схема метода прямоугольника



Алгоритм метода Симпсона

Формула Симпсона (парабол) (рис.1) :

$$\int_a^b y\,dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad (2)$$

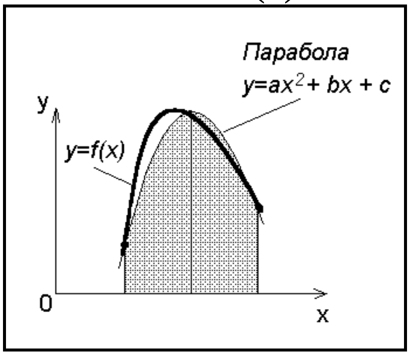


Рис.1

В моей курсовой работе рассматривается приближенное вычисление интеграла

$$I = \int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

При его аппроксимации заменим функцию f(x) параболой, проходящей через точки $(x_j, f(x_j)),\ j = i-1, i-0{,}5, i$ т.е представим приближенно f(x) в виде $f(x) \approx L_{2,i}(x),\ x \in [x_{i-1}, x_i]$

где $L_{2,i}(x)$ - интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени,

$$L_{2,i} = \frac{2}{h^2}\left\{(x - x_{i-1/2})(x - x_i)f_{i-1} - 2(x - x_{i-1})(x - x_i)f_{i-1/2} + (x - x_i)(x - x_{i-1/2})f_i\right\}. \quad (2)$$

Проводя интегрирование получим

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} L_{2,i}(x)dx = \frac{h}{6}(f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i),\ h = x_i - x_{i-1}$$

Таким образом приходим к приближенному равенству

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \approx \frac{h}{6}(f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i), \quad (3)$$

Котрое называется формулой Симпсона или формулой парабол На всем отрезке [a,b] формула Симпсона имеет вид

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} \frac{h}{6}(f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i) =$$

$$= \frac{h}{6}\left[f_0 + f_N + 2(f_1 + f_2 + \ldots + f_{N-1}) + 4\left(f_{1/2} + f_{3/2} + \ldots + f_{N-1/2}\right)\right]$$

Чтобы не использовать дробных индексов можно обозначить $x_i = a + 0{,}5hi$, $f_i = f(x_i)$, $i = 1, 2, \ldots, 2N$, $hN = b - a$

и записать формулу Симпсона в виде

$$\int_a^b f(x)dx \approx$$

$$\approx \frac{b-a}{6N}\left[f_0 + f_{2N} + 2(f_2 + f_4 + \ldots + f_{2N-2}) + 4(f_1 + f_2 + \ldots + f_{2N-1})\right] \quad (4)$$

Прежде чем переходить к оценке погрешности формулы (3) заметим, что она является точной для любого многочлена третьей степени, т.е. имеет место точное равенство

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx = \frac{h}{6}(f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i),$$

если $f(x)=a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$. Это утверждение нетрудно проверить непосредственно.

Для оценки погрешности формулы Симпсона воспользуемся интерполяционным многочленом Эрмита. Построим многочлен третьей степени $H_3(x)$ такой, что

$$H_3(x_{i-1}) = f(x_{i-1}),\ H_3(x_{i-1/2}) = f(x_{i-1/2}),$$

$$H_3'(x_{i-1/2}) = f'(x_{i-1/2}),\ H_3(x_i) = f(x_i)$$

Такой многочлен существует и единствен

Однако нам даже не потребуется явный вид многочлена $H_3(x)$. Вспоминая, что формула Симпсона точна для любого многочлена третьей степени, получим

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} H_3(x)dx = \frac{h}{6}(H_3(x_{i-1}) + 4H_3(x_{i-1/2}) + H_3(x_i)) =$$

$$= \frac{h}{6}(f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i). \qquad (5)$$

Представим теперь f(x) в виде

$f(x)=H_3(x)+r_i(x),\ x \in [x_{i-1}, x_i]$, (6)

где $r_i(x)$ – погрешность интерполирования многочленом Эрмита $H_3(x)$. Интегрируя (6) и учитывая (5), получим

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx - \frac{h}{3}(f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} r_i(x)dx. \qquad (7)$$

Далее имеем

$$r_i(x) = \frac{f^{IV}(\xi_i)}{24}(x - x_i)(x - x_{i-1/2})^2(x - x_{i-1}),$$

поэтому из (7) для погрешности ψ_i формулы (3) получаем оценку

$$|\psi_i| \le \frac{M_{4,i}}{24}\int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - x_i)(x - x_{i-1/2})^2(x - x_{i-1})dx,$$

где $M_{4,i} = \sup_{x \in [x_{i-1}, x_i]} |f^{IV}(x)|$.

Вычисляя интеграл приходим к окончательной оценке

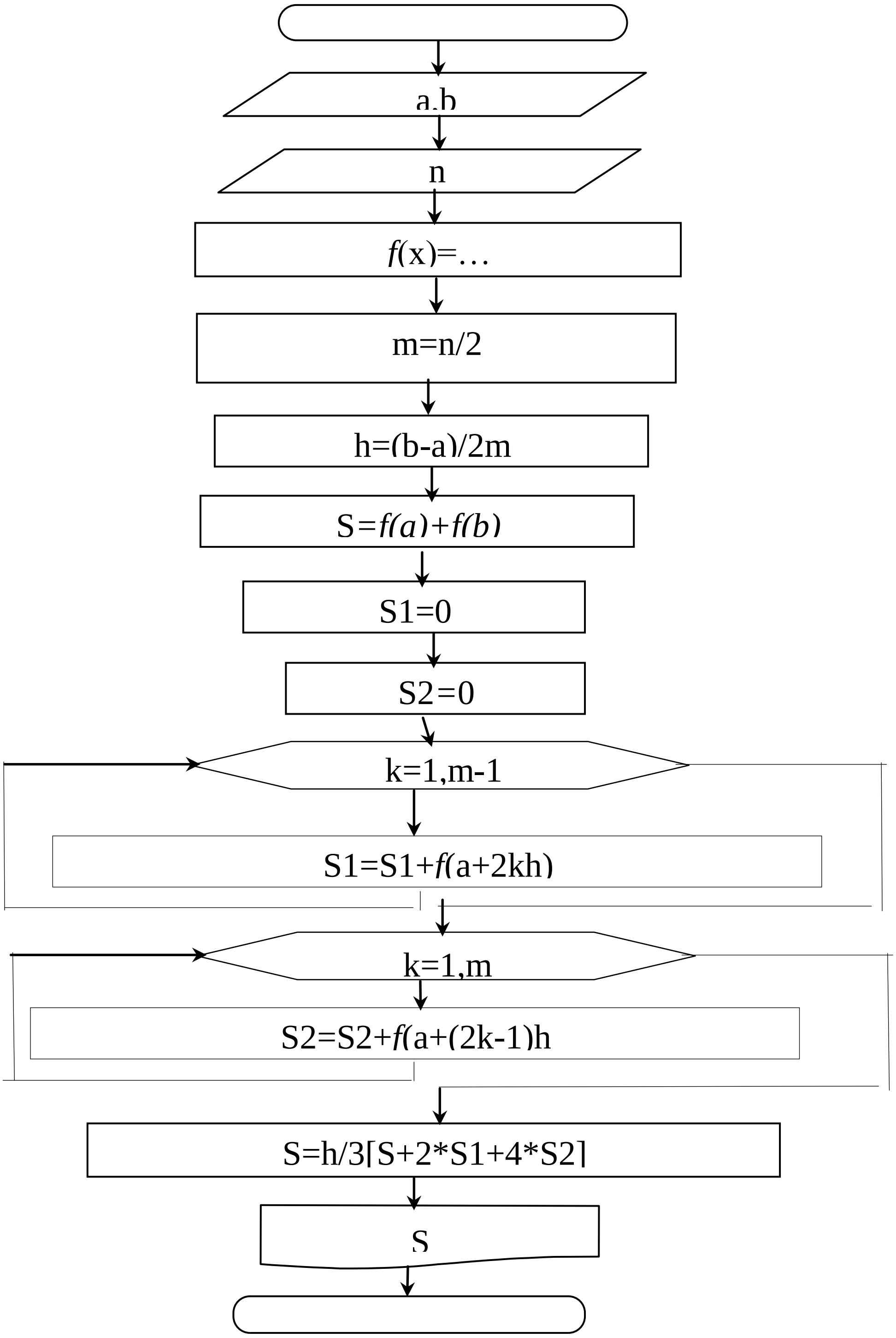
$$|\psi_i| \le \frac{h^5}{2880}M_{4,i} \qquad (8)$$

Погрешность составной формулы Симпсона оценивается так

$$|\psi| \le \frac{h^4}{2880}M_4,\ hN = b - a,\ M_4 = \sup_{x \in [a,b]}|f^{IV}(x)|. \qquad (9)$$

Отсюда видно, что формула Симпсона существенно точнее, чем формулы прямоугольников и трапеций. На частичном отрезке она имеет точность $O(h^5)$, а на всем отрезке – $O(h^4)$

Блок схема метода Симпсона (метод парабол)



1.4. Программа расчета и анализ полученных результатов

Вычислим по формуле трапеции интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ при n=10. Разобьем отрезок [0, 1] на 10 равных частей точками x_0=0, x_1=0,1, ..., x_9=0,9, x_{10}=1. Вычислим приближенно значения функции f(x)=$\frac{1}{1+x}$ в этих точках:

f(0)=1,0000, f(0,1)=0.9091, f(0,2)=0,8333, f(0,3)=0.7692, f(0,4)=0,7143, f(0,5)=0,6667, f(0,6)=0,6250, f(0,7)=0,5882, f(0,8)= 0,5556, f(0,9)=0,5263, f(1)=0,5000.

По формуле трапеций получаем

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} \approx \frac{1}{10}\frac{1{,}0000+0{,}5000}{2} + 0{,}9091 + 0{,}8333 + 0{,}7692 + 0{,}7143 + 0{,}6667 + 0{,}6250 + 0{,}5882 +$$
$$+ 0{,}5556 + 0{,}5263) = 0{,}69377 \approx 0{,}6938$$

Оценим погрешность полученного результата. Так как f(x)=1/(1+x), то $f'(x) = -1/(1+x)^2$, $f''(x) = 2/(1+x)^3$. На отрезке [0, 1] имеем $\left| f''(x) \le 2 \right|$. Поэтому погрешность полученного результата не превосходит величины

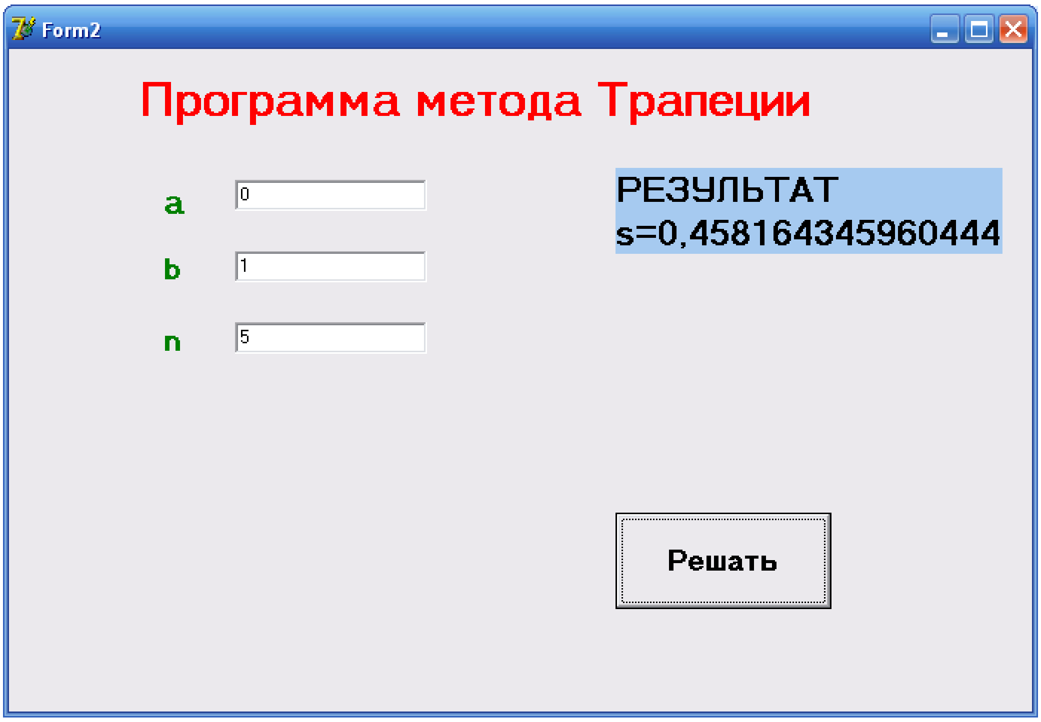
$$\frac{k(b-a)^3}{12n^2} = \frac{2}{12 \cdot 10^2} = \frac{1}{60} < 0{,}0017$$

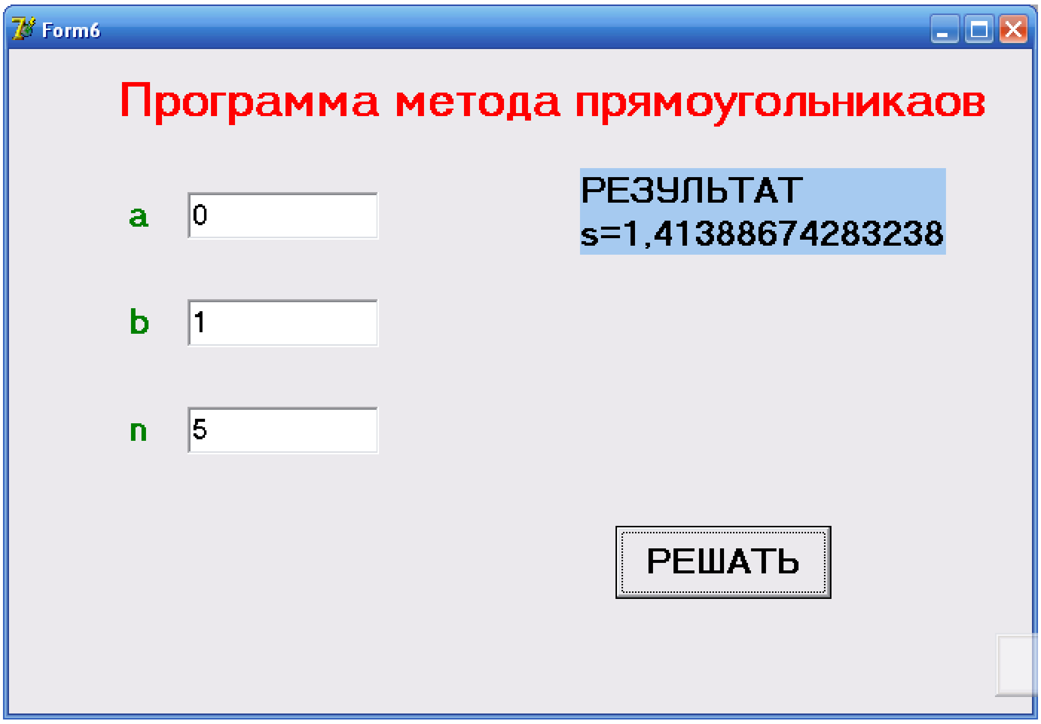
Вычислим точное значение данного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = \ln(1+x)\Big|_0^1 = \ln 2 \approx 0{,}69315$$

Абсолютная ошибка результата, полученного по формуле трапеций, меньше 0,0007. Это находится в соответствии с данной выше оценкой погрешности.

Идею, которая была использована при построении формулы трапеций, можно использовать для получения более точных приближенных формул для вычисления определенного интеграла.


Form2
Программа метода Трапеции
a
0
b
1
n
5
РЕЗУЛЬТАТ
s=0,458164345960444
Решать


Form6
Программа метода прямоугольникаов
a
0
b
1
n
5
РЕЗУЛЬТАТ
s=1,41388674283238
РЕШАТЬ

Так как n^4 растет быстрее, чем n^2, то погрешность формулы Симпсона с ростом n уменьшается значительно быстрее, чем погрешность формулы трапеций. Этим и объясняется, что формула Симпсона позволяет получить большую точность, чем формула трапеций.

Для сравнения точности приближенных формул вычислим еще раз интеграл

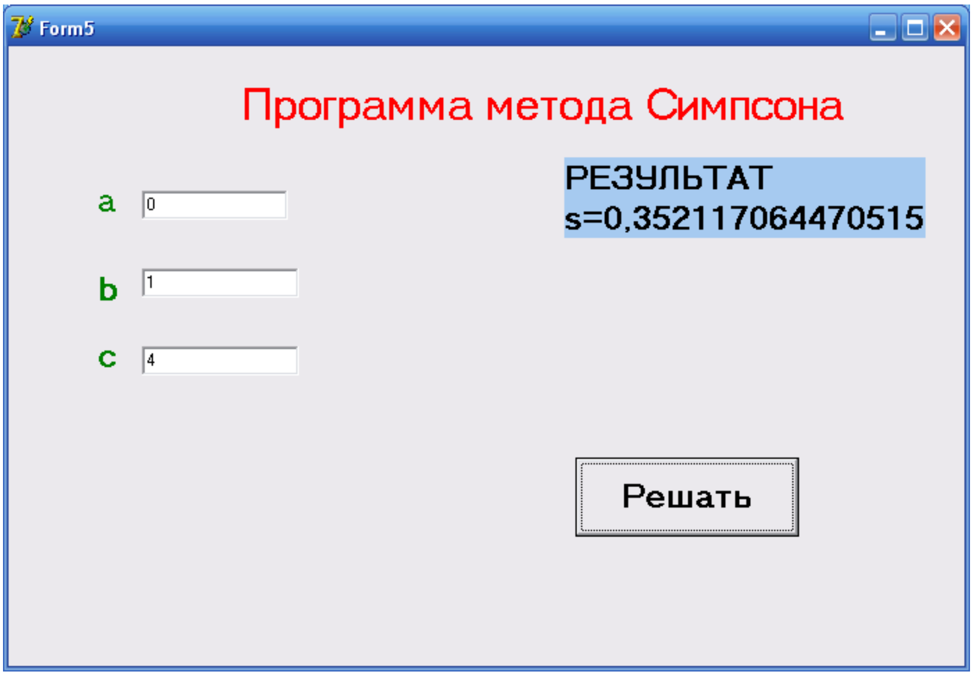
$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$, но теперь по формуле Симпсона при n=4. Разобьем отрезок [0, 1] на четыре равные части точками $x_0=0$, $x_1=1/4$, $x_2=1/2$, $x_3=3/4$, $x_4=1$ и вычислим приближенно значения функции f(x)=1/(1+x) в этих точках $y_0=1,0000$, $y_1=0,8000$, $y_2=0,6667$, $y_3=0,5714$, $y_4=0,5000$.

По формуле Симпсона получаем

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} \approx \frac{b-a}{6n}[y_0+y_4+2y_2+4(y_1+y_3)] =$$

$$= \frac{1-0}{12}[1{,}0000+0{,}5000+2\cdot 0{,}6667+4(0{,}8000+0{,}5714)] \approx 0{,}69325$$

Оценим погрешность полученного результата. Для подынтегральной функции f(x)=1/(1+x) имеем: $f^{(4)}(x)=24/(1+x)^5$, откуда следует, что на отрезке [0, 1] $\left|f^{(4)}(x)\right| \le 24$. Следовательно, можно взять M=24, и погрешность результата не превосходит величины $24/(2880\cdot 4^4)$,0б0004. Сравнивая приближенное значение с точным, заключаем, что абсолютная ошибка результата, полученного по формуле Симпсона, меньше 0,00011. Это находится в соответствии с данной выше оценкой погрешности и, кроме того, свидетельствует, что формула Симпсона значительно точнее формулы трапеций. Поэтому формулу Симпсона для приближенного вычисления определенных интегралов используют чаще, чем формулу трапеций.



1.5. О пакете прикладных программ

Программное обеспечение является очень широким понятием, включающим:
системное программное обеспечение компьютеров;
прикладное программное обеспечение, используемое для решения задач любой предметной области (в виде пакетов прикладных программ);
инструментарий технологии программирования (программное обеспечение сферы производства программ).

Пакеты прикладных программ (ППП) служат программным инструментарием решения функциональных задач и являются самым многочисленным классом программных продуктов. В данный класс входят программные продукты, выполняющие обработку информации различных предметных областей.

Пакет прикладных программ (application program package) – это комплекс взаимосвязанных программ для решения задач определенного класса конкретной предметной области.
ППП определяется и как совокупность программ для решения определенного класса задач, к которой обращаются при помощи простой символики (языка) и как совокупность программ, совместимых по структуре данных, способам управления, объединяемых общностью функционального назначениями представляющих собой средство решения класса задач определенным кругом пользователей. При этом под классом задач понимается множество прикладных проблем, обладающих общностью применяемых алгоритмов и информационных массивов, а также определение пакета как комплекса взаимосвязанных программ, обладающих специальной организацией, которая обеспечивает значительное повышение производительности труда программистов и пользователей пакета.

Пакеты прикладных программ совокупность программ, позволяющих выполнить весь комплекс этапов обработки информации. Все выполняемые ЭВМ операции производятся в соответствии с задаваемыми наборами команд - программами. Каждая программа реализует определенный набор правил ввода, вывода и преобразования информации, называемый алгоритмом. Обработка социологических данных на ЭВМ включает в себя несколько различных процедур (этапов) ввод информации в ЭВМ, контроль, корректировка и преобразование данных, анализ с использованием различных логико-математических методов. Из технологических соображений для выполнения различных этапов обработки данных на ЭВМ используются отдельные программы, каждая из которых решает одну, достаточно узкую задачу. Так, создаются программа ввода информации, программа контроля, программа корректировки и т.д., совокупность которых и образует П.п.п. П.п.п. создаются в расчете на использование их на ЭВМ определенного класса. Перенесение того или иного П.п.п. с ЭВМ одного класса на ЭВМ др. класса не всегда возможно и в любом случае требует затрат, сравнимых со стоимостью разработки нового П.п.п. Следует отметить, что разработка П.п.п. для обработки социологических информации, включающего программы, реализующие разнообразные методы анализа данных, задача, требующая многолетних усилий коллектива математиков, системных аналитиков, программистов, социологов.

Будем считать пакетом программ любой комплекс, ориентированный на решение некоторого класса задач. Формально такое определение не исключает из числа пакетов и библиотеки программ. Однако сложившееся на сегодняшний день представление о ППП как о самостоятельной форме программного обеспечения, позволяет указать на ряд характерных отличительных особенностей пакетов.

Одной из главных особенностей является ориентация ППП не на отдельную задачу, а на некоторый класс задач, включающий и специфические задачи предметной области. Отсюда следует необходимость, модульной организации ППП как основного технологического принципа его конструирования. Суть этого принципа состоит в оформлении общих фрагментов используемых алгоритмов в виде самостоятельных модулей. Решение сформулированной пользователем задачи осуществляется некоторой "цепочкой" таких модулей.

Еще одна особенность ППП состоит в наличии специальных системных средств, обеспечивавших принятую в предметной области дисциплину работы. К их числу относятся специализированные банки данных, средства информационного обеспечения, средства взаимодействия пакета с операционной системой и т. п.

Современный пакет прикладных программ представляет собой сложную систему, включающую в свой состав не только компоненты, собственно выполняющие расчеты, но и большой набор компонент, обеспечивающих эффективную эксплуатацию пакета. Фактически счетные компоненты пакета «погружены» в «управляющую среду», предоставляющую пользователю (прикладному специалисту) удобные сервисы для управления пакетом программ на всех этапах работы с задачей. Типичные сервисы, предоставляемые «управляющей средой», включают в себя

- подготовку исходных данных,
- подготовку и осуществление запуска задачи,
- хранение исходных, промежуточных и результирующих данных,
- контроль выполнения задачи,

- анализ результатов.

С нашей точки зрения оптимальным способом построения «управляющей среды» является создание набора инструментов, каждый из которых решает отдельную задачу управления и способен функционировать автономно, но в то же время в совокупности составляющих взаимосвязанную систему, обладающую всей необходимой функциональностью.

Такой подход обладает следующими преимуществами:

- возможность формировать управляющую среду, наиболее удобную конкретному пользователю;
- такую среду удобно проектировать и реализовывать, поскольку разработку каждого компонента можно поручать специалисту (специалистам), наиболее сведущему в данной области.

1.6. Технология создания Пакета Прикладных Программ

При создании пакета прикладных программ на тему «Создание пакета прикладных программ для вычисления определенных интегралов с помощью численных методов», я ознакомился с программным продуктом Delphi.

Изучив требования, состав и структуру пакета прикладных программ.я пришел к выводу что создаваемая мною работа должна состоять из нескольких вкладок, которые будут содержать такие пункты как:

- Теоретические сведения по заданным темам;
- Алгоритмическая блок – схема;
- Программа, для практической работы;
- Инструкция по использованию или справка;

1.7. Инструкция по использованию программного продукта

Пакет прикладных программ создан по теме «вычисления определенных интегралов» по предмету «Численные методы», является очень удобным для использования. Для запуска программы нужно запустить файл Project1.exe. В результате на экране образуется главный лист(Form1). (Рис.1.)

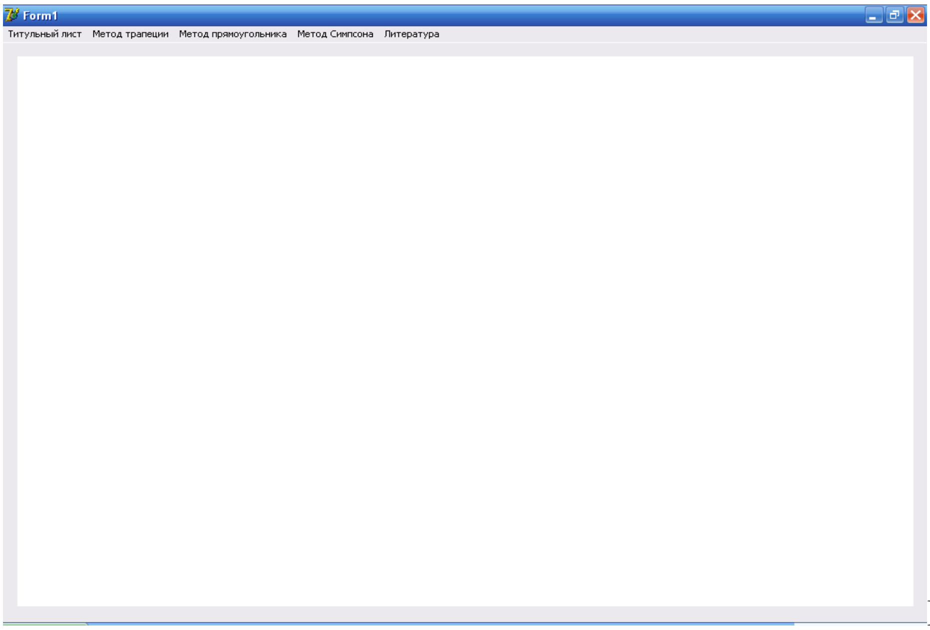


Рис.1.

В Form1 я вместила такие вкладки как: Титульный лист, Метод трапеции, Метод прямоугольников, Метод Симпсона, Литература. Если мы нажмем на вкладку «Титульный лист», то перед нами откроется лист, находящийся также в Form1, в котором указываться сведения обо мне. (Рис.2.).

Рис.2.

Для просмотра другой вкладки жмем на «Метод Трапеции». Перед нами открывается выпадающее меню, которая состоит из подменю: Теория, Алгоритмическая блок схема, Программа, Код программы. Жмем на «Теория», как вы видите выходит сведения о методе трапеции. (Рис.3.).

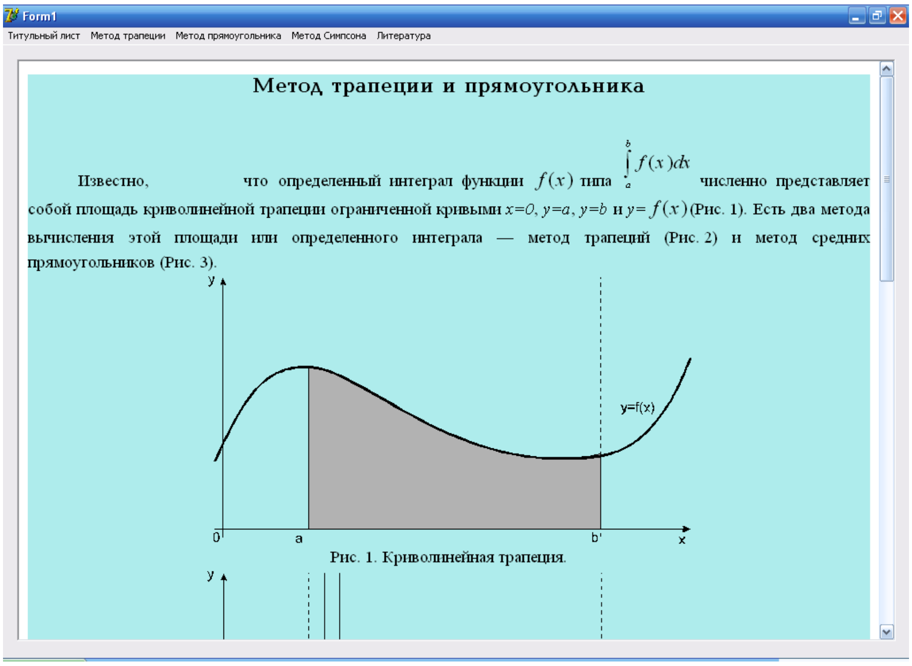


Рис.3.

Теперь жмем на алгоритмическую блок схему. На экране появится окно, в котором заложена информация о Блок схеме метода трапеции. (Рис.4.).

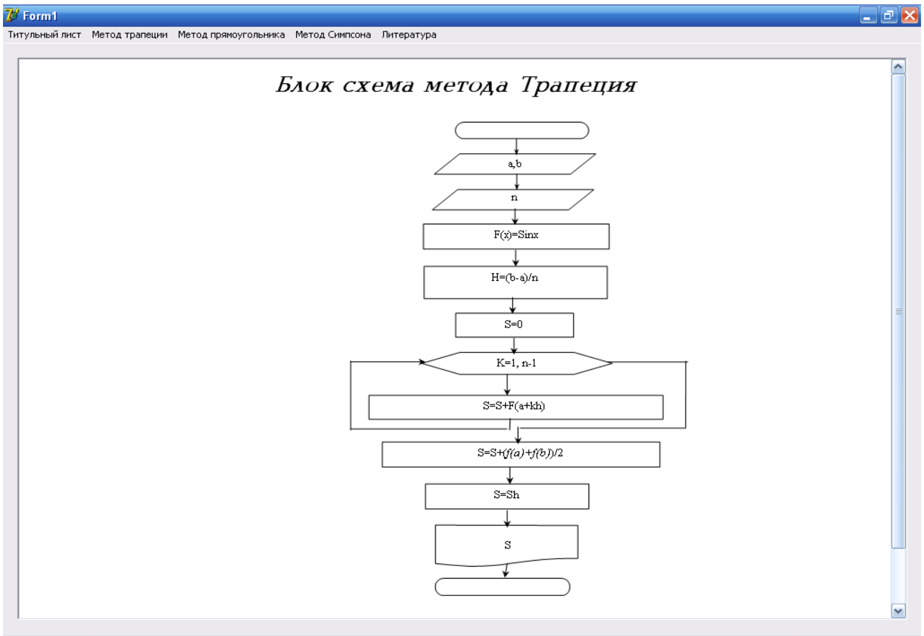


Рис.4.

Нажимаем на следующее подменю «Программа». Перед нами открывается Form2, который в свою очередь взаимосвязан с Form1. В нем помещена программа метода Трапеции. Здесь нужно ввести в окно ввода переменные a, b, n. Введя переменные нужно нажать на кнопку «Решать». И в этом же окне в меню «Результат» появятся соответствующие результаты вводимых переменных. (Рис.5.).

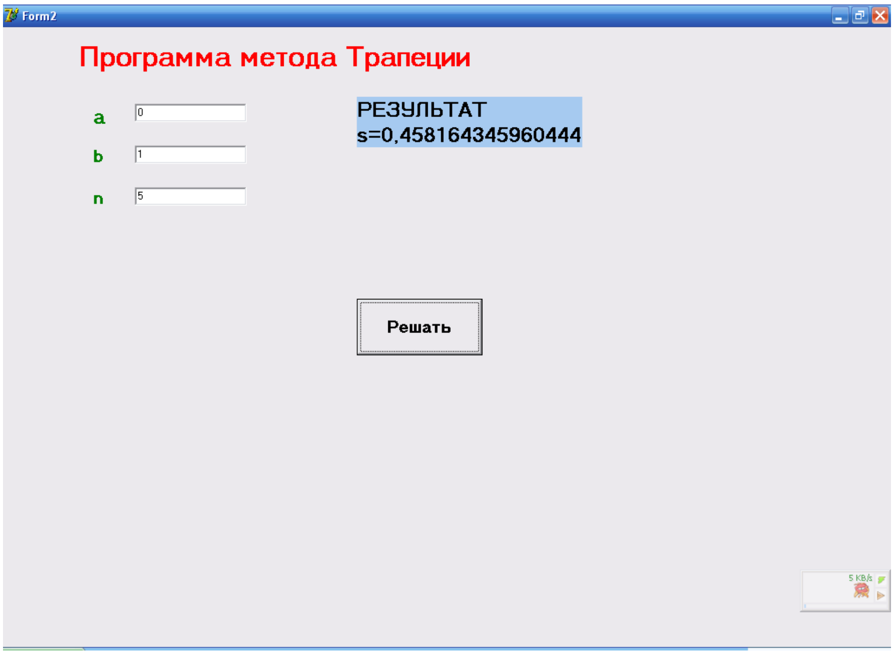


Рис.5

После того как вы нажмем на последний пункт данной вкладки - «Код», то перед нами откроется окно, в котором помещен код программы метода трапеции.

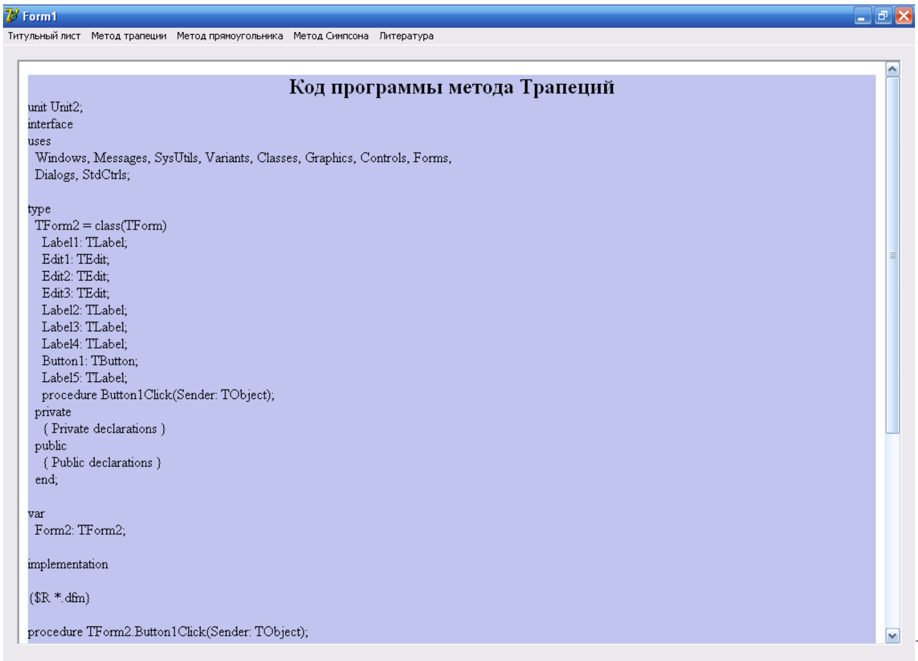


Рис.6

Теперь перейдем на следующую вкладку «Метод прямоугольника». Нажав на эту вкладку, выходит выпадающее меню аналогично выше описанной вкладки, в котором есть также четыре пункта: Теория, АБС, Программа, Код.Нажимаем на «Теория». Перед нами открывается окно. (Рис.7.).

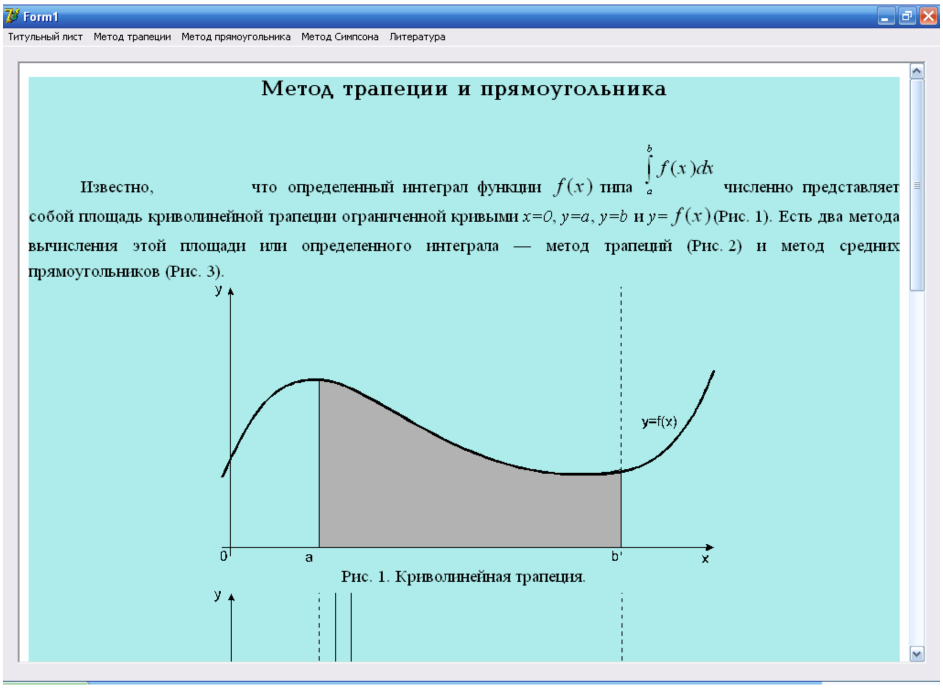


Рис.7.

Теперь жмем на алгоритмическую блок схему. Здесь открывается окно, в котором помещено АБС прямоугольника. (Рис.8.)

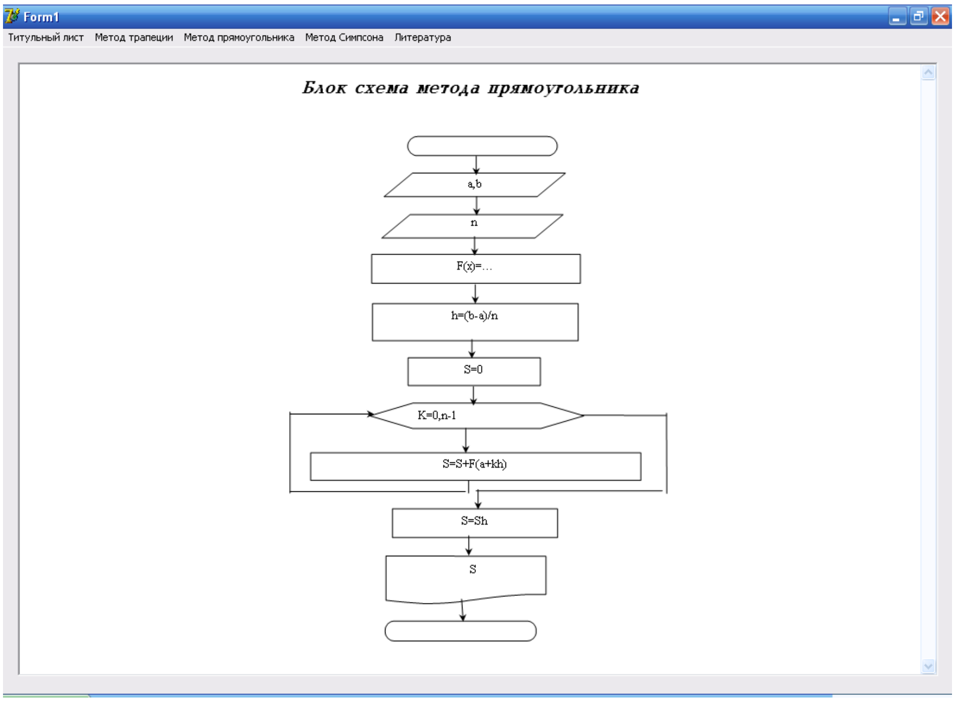


Рис.8.

Для того чтобы вычислить значение интеграла по методу прямоугольника, мы нажимаем на пункт «Программа». И перед нами выходит Form6. (Рис.9.). Тут вводим в строке ввода переменные и указываем n. Где n количество делений отрезка. Чтобы вывелся результат нам необходимо нажать на кнопку «Решать».

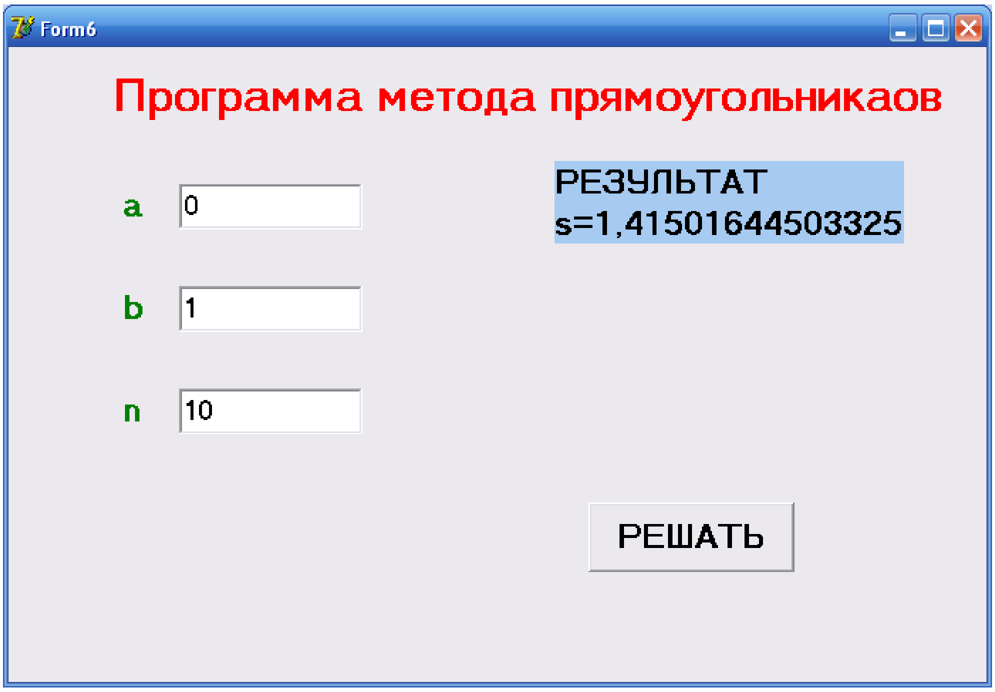


Рис.9.

Нажав на последнюю вкладку, мы откроем окно, в котором указан код данной программы методом прямоугольника. (Рис.10.)

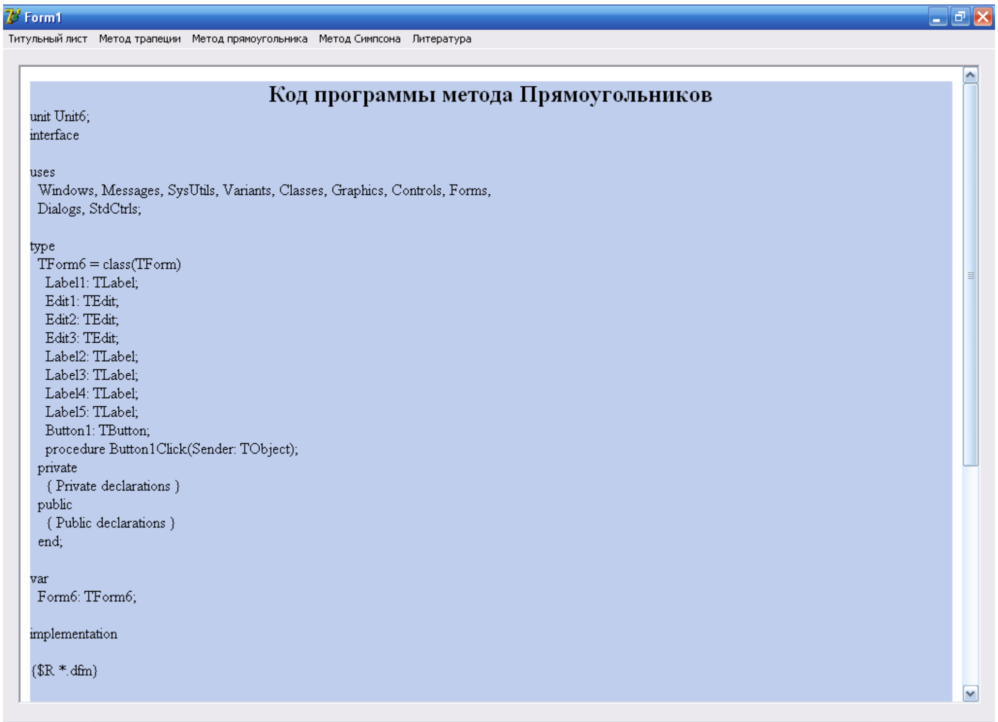


Рис.10.

Метод Симпсона можно просмотреть также как и метод прямоугольника, метод трапеции. Строго действуя выше указанной инструкцией.

А так же есть вкладка «Литература», в которой я использовала список использованной литературы.

Заключение

Степень квалифицированности населения играет важную роль в развитии государственной экономики, формировании демократического общества, духовного усовершенствования нации. Уровень знаний учащегося, стпень усвоения дисциплины, находят свое выражение в его самостоятельной работе.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что основная цель курсовой работы – это приобретение и закрепление теоретических знаний и практических навыков, применение полученных знаний в решении научных, тахнических, производственных, экономических, социальных, культурных задач.

Значение курсовых работ для учащихся заключается в следующем: предоставление возможности подготовки к самостоятельной деятельности в условиях современного производства, экономического технического и культурного развития, вырабатывание чувства отвественности за принятие решений в процессе решения задачи, начиная с постановки задачи вплоть до полного ее решения.

При выполнении курсовой работы учащийся создает пакет прикладных программ.

Список использованной литературы:

Основная литература:

1. Б.Х. Хужаёров "Қурилиш масалаларини сонли ечиш усуллари". Тошкент, Ўзбекистон, 1995.
2. А. Бойзоқов.”Ҳисоблаш усуллари”. Тошкент, 2000.
3. А. Холматов, Б. Тойлоқов. ”Амалий математика ва компьютернинг дастурий таъминоти“. Тошкент, 2000.
4. С. Ирисқулов “Сонли усуллар, алгоритмлар ва амалий дастурлар боғлами”. Маърузалар матни, 2001.
5. А.А.Абдуқодиров, Э.И.Кузнецов. "Ҳисоблаш математикаси ва программалашдан лаборатория ишлари". Тошкент, "Ўқитувчи", 1987.

Дополнительная литература:

6. Демидович Б.П. , Марон И. А "Основы вычислительной математики" М. Наука, 1990 г.
7. М. Исроилов, «Ҳисоблаш методлари», Ўзбекистон, 2003.

10. www.izcity.com
11. www.softcraft.ru