

Узбекское агентство связи и информатизации
Ташкентский университет информационных технологий

Кафедра АФУ

Методические указания и задания по практическим занятиям
дисциплины «Электромагнитные поля и волны»

ТАШКЕНТ – 2005

Предисловие

Сборник содержит комплект задач по ключевым темам дисциплины «Электромагнитные поля и волны» и предназначен для использования в процессе самостоятельной работы студентов и на аудиторно - групповых занятиях. Каждая тема сопровождается установкой занятия, краткими методическими указаниями, контрольными вопросами и текстом самой задачи. Методические указания по изучению каждой темы содержат краткие теоретические сведения и рекомендации по самостоятельной проработке соответствующих параграфов в доступных учебниках.

Контрольные вопросы в заданиях помогают ориентироваться в учебной литературе при подготовке к решению задач и защите.

Содержание задач охватывает базовые вопросы, усвоение которых необходимо для дальнейшего успешного обучения дисциплины.

По результатам расчётов каждого задания студенту необходимо провести их анализ и сформулировать выводы.

І индивидуальное задание

Тема: Уравнения Максвелла

Цель занятия:

В результате работы по теме данного занятия студент должен знать вектора $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$, математические операторы, используемые в теории электромагнитных полей и волн, граничные условия на поверхности раздела двух сред.

Методические указания

При подготовке к выполнению практического занятия необходимо изучить: [I-§§ 1.2.1, 1.2.2, 1.3.3, 1.2.8, 1.7.1], [II-§§ 1.2, 2.3, 3.1], [III-§§ 2.2, 2.3, 2.8], [IV-§§ 2.3, 2.4, 2.6, 2.7, 2.8, 3.9]

Электромагнитное поле обнаруживает 2 проявления электрического поля, оказывает силовые воздействия на неподвижные заряды и магнитные поля, действующие на движущиеся заряженные частицы и тела. Так как силовое поле обладает направленным действием, то для описания используют векторную величину. Для исследования векторных полей применяют методы наложения и теорию векторного анализа.

Электромагнитное поле в каждый момент времени, в любой точке пространства характеризуется четырьмя векторами:

\vec{E} - вектор напряженности электрического поля, [В/м]

\vec{D} - вектор электрического смещения, [Кл/м²]

\vec{H} - вектор напряженности магнитного поля, [А/м]

\vec{B} - вектор магнитной индукции, [Тл]

Для аналитического описания графического представления применяются системы координат. Каждой системе ортогональных координат соответствует тройка единичных векторов ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t}$) – декартова система координат; ($\mathbf{r}, \theta, \varphi, \mathbf{t}$) – сферическая система координат, ($\mathbf{r}, \varphi, \mathbf{z}, \mathbf{t}$) – цилиндрическая система координат.

Электромагнитное поле наблюдаемое в природе и применяемое в технике подчиняется уравнениям Максвелла. Дифференциальная форма систем уравнений Максвелла имеет вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = J_{np} + J_{cm} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Система уравнений Максвелла описывает основные свойства электромагнитного поля:

- электрический ток любого вида сопровождается возникновением вихревого магнитного поля;
- переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле;
- источником электрического поля являются также заряды;
- магнитное поле всегда имеет вихревой характер;
- электрическое поле может быть вихревым и потенциальным;
- силовые линии вихревого поля непрерывны, а потенциального поля имеют исток и сток.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме справедливы в случае линейных сред, параметры ϵ_a , μ_a , σ , которые либо не зависят от координат, либо являются непрерывной функцией координат. На практике, однако, часто встречаются случаи, когда рассматриваемая область состоит из двух (или более) разнородных сред.

В операции дифференцирования в точках, принадлежащих границе раздела незаконченно и уравнения Максвелла в дифференциальной форме в этих точках теряют смысл. Поэтому для изучения поведения векторов электромагнитного поля при переходе из одной среды в другую, нужно исходить из уравнений Максвелла в интегральной форме, которые становятся справедливыми в этих случаях. Соотношения, показывающие связь между значениями векторов ЭМП в разных средах у поверхности раздела сред называются граничными условиями.

Задача № I.1

Тема: III – е уравнение Максвелла

Определить электрическое поле в форме функции $\vec{E} = f(r)$ и $\vec{D} = f(r)$ заряженного шара с радиусом R (рис. 1.1), в котором электрический заряд распределен неравномерно. Плотность зарядов возрастает линейно от центра шара ($r=0$) к поверхности ($r=R$), т.е. $\rho = k \cdot r$, где k – вещественное число.

Относительная диэлектрическая проницаемость материала шара ϵ_2 . Окружающая шар среда однородна и изотропна, обладает параметром ϵ_1 .

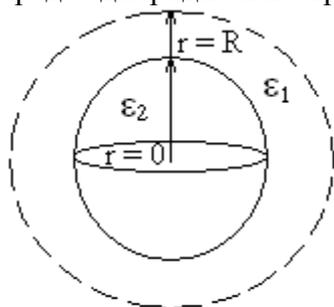


Рис. 1.1. Заряженный шар

Рассчитать значения векторов для ряда точек внутри и вне шара, построить графики функций и указать ориентацию векторов в произвольной точке.

Указание: Задачу решить с помощью теоремы Гаусса (III-е уравнение Максвелла) либо в интегральной, либо в дифференциальной формах.

Уравнения решить отдельно для внутреннего и окружающего пространства, проверить выполнение граничных условий на поверхности шара.

Варианты приведены в Приложении 1.

Задача № I.2

Тема: I – е уравнение Максвелла

Вдоль бесконечной линии передачи коаксиального вида (рис. 1.2) протекает постоянный ток силой I . Линии расположены в воздушной среде. Проводники коаксиальной

линии выполнены из меди. Внутренняя область в трубах заполнена изолирующим материалом с абсолютной магнитной проницаемостью $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

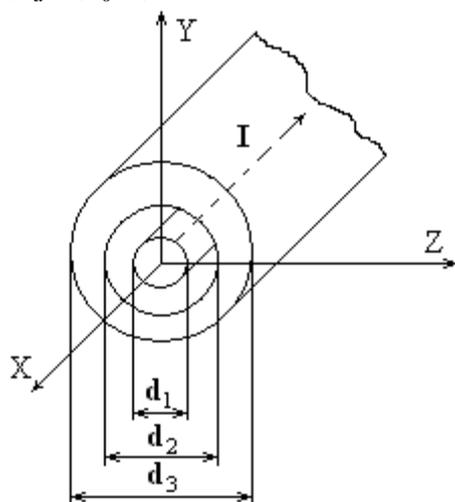


Рис 1.2. Коаксиальная линия

Варианты приведены в Приложении 2.

Определить функции изменения напряженности и индукции магнитного поля ($\vec{H} = f(r)$ и $\vec{B} = f(r)$) в поперечном сечении линий передач и рассчитать их значения в ряде точек. Построить графики функций и указать ориентацию векторов в произвольной точке на поперечной плоскости.

Указание: Задачу о коаксиальной линии решить, используя интегральную форму закона полного тока (I – в уравнение Максвелла). Уравнения решаются отдельно для каждой однородной среды, т.е. для областей 1, 2, 3, 4:

1. $0 \leq r \leq r_1$
2. $r_1 \leq r \leq r_2$
3. $r_2 \leq r \leq r_3$
4. $r_3 \leq r \leq \infty$

II индивидуальное задание

Тема: Плоская электромагнитная волна

Цель занятия:

В результате работы по теме данного занятия студент должен знать, что такое плоская однородная волна, поляризация ЭМВ в свободном пространстве и параметры плоской волны в диэлектрике, полупроводнике и проводнике.

Уметь рассчитывать $\operatorname{tg} \delta$ и с помощью этого параметра определить, какая среда (диэлектрик, полупроводник или проводник); определить параметры плоской волны, рассчитать и графически изобразить вид поляризации (линейная, круглая или эллипсоидная) и движение вектора E .

Методические указания

При подготовке к практическому занятию следует изучить: [I-§§ 1.62, 6.1-6.16, 6.2], [II-§§ 4.4, 9.1-9.3], [III-§§ 3.2, 3.5-3.8], [IV-§§ 11.1-12.2]

$\operatorname{tg} \delta$ называется тангенсом угла диэлектрических потерь:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \cdot \varepsilon_a} \quad (2.1)$$

Значение этого угла соответствует уровню потери энергии электромагнитного поля (ЭМП) данного материала на движение свободных зарядов и поляризации вещества. Чем больше σ , тем больше $\operatorname{tg} \delta$, тем больше потери. ω увеличивается, $\operatorname{tg} \delta$ уменьшается, потерь меньше, среда близка к диэлектрику. Частота (ω) уменьшается, $\operatorname{tg} \delta$ увеличивается, потери увеличиваются, среда близка к проводнику. Из формулы (II.1) видно, что уровни потерь зависят от частоты колебания поля, что одна и та же среда на разных частотах может быть диэлектриком или проводником.

Понятие волны или волнового процесса включает в себя определение ЭМП, в результате которого происходит передача энергии в пространстве. Волна называется однородной, если амплитуда векторов \vec{E} и \vec{H} не зависит от поперечной координаты.

Гармоническое поле, перемещающееся в пространстве со скоростью c (c – скорость света, равная $c=3 \cdot 10^8$ м/с), называемая бегущей волной. Признаком бегущей волны являются линейные изменения фазы вдоль оси распространения.

$$\psi = \omega t - kz \quad (2.2)$$

где $k = \omega \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число или постоянная распространения волны в безграничной среде;

$\omega = 2\pi f$ – циклическая частота.

Разновидностью волновых процессов является стоячая волна, возникающая при наложении двух волн, распространяющихся на встречу друг другу.

Сложение поля волн:

$$E = E_1 + E_2 = E_{01} \cos(\omega t + kz - \psi_1) + E_{02} \cos(\omega t + kz + \psi_2) \quad (2.3)$$

Если

$$E_{01} = E_{02} = E_0 \text{ и } \psi_1 = \psi_2 = \psi, \text{ то}$$

$$E = E_0 \cos(kz) \cos(\omega t + \psi). \quad (2.4)$$

Поле, выраженное (2.4) характеризуется тем, что в каждый момент времени (пространства) синусоидальное распределение остаётся неизменным. Этот процесс называется стоячей волной, хотя по существу является установившейся волной.

Под поляризацией понимают характер изменения длины и направления вектора \vec{E} (\vec{H}) в данной точке пространства. Поляризация связана с понятием плоскость поляризации. Плоскость, проходящая через вектор \vec{E} и направление распространения волны называется плоскостью поляризации.

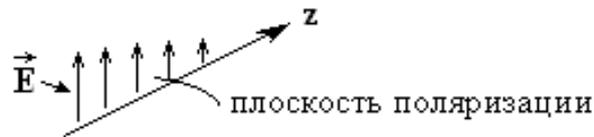


Рис. 2.1. Плоскость поляризации

Рассмотрим некоторые виды поляризации:

1. Линейно поляризованной называю волну, у которой направление колебаний вектора \vec{E} (\vec{H}) в любой точке пространства остаётся неизменным в течении времени

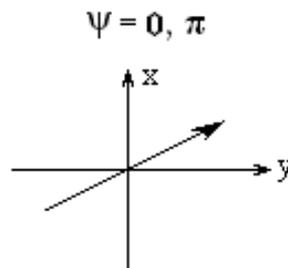


Рис. 2.2. Линейная поляризация

2. Поляризованной по кругу называют волну, у которой вектор \vec{E} (\vec{H}) в любой точке пространства равномерно вращается, описывает за время одного периода T своим концом окружность.

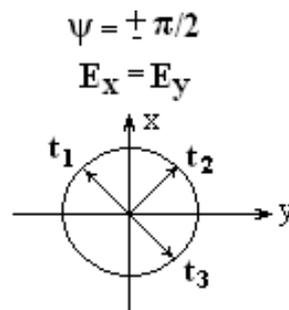


Рис. 2.3. Круговая поляризация

3. Эллиптически поляризованной называют волну, у которой вектор \vec{E} (\vec{H}) в любой точке пространства вращается, описывает за время одного периода T своим концом эллипс.

Ψ = все оставшиеся значения

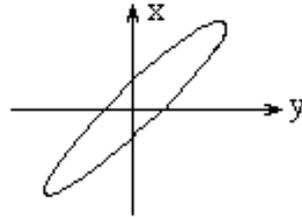


Рис. 2.4. Эллиптическая поляризация

Кроме этого, направление вращения вектора определяет вид поляризации: левая (LZ), правая (RZ). Направление вращения определяется по часовой стрелке при наблюдении движения поля от передающей антенны к приёмной.

Эллиптическая поляризация (ЭП) специально не создаётся, так как мощность приёма сигнала при ЭП меньше мощности приёма сигнала при круговой поляризации (КП). Следует помнить о том, что антенна (излучатель) с КП создаёт этот вид поляризации и поле в направлении оси излучения. В других направлениях это поле воспринимается эллиптически поляризованным. Надо помнить о том, что антенна одного вида поляризации в идеальном случае не должна принимать сигналы другого вида поляризации, в реальности они принимают, но в ослабленном виде.

Волны с КП широко применяются в радиотехнике и связи. Для возбуждения волн с КП следует учитывать, что такая волна является результатом сложения двух линейно поляризованных волн вектора \vec{E} (\vec{H}), которые ортогональны в пространстве, равны по амплитуде и сдвинуты по фазе на 90° .

В свою очередь, линейно поляризованную волну можно представить как суперпозицию двух волн с КП, с противоположным направлением движения и одинаковыми амплитудами вектора \vec{E} (\vec{H}).

Задача № 2.1

Плоская гармоническая электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве. Вид поля задан выражением:

$$\vec{E}_m = (1\vec{x}\vec{E}_{xm} + 1\vec{y}\vec{E}_{ym} \cdot e^{-\alpha \cdot \psi}) \cdot e^{-j \cdot k \cdot z}$$

Среда распространения однородна, имеет параметры ϵ , σ , μ_0 . Частота колебаний f .

Требуется:

1. Вычислить тангенс угла диэлектрических потерь в среде ($\text{tg } \delta$) и комплексный коэффициент распространения волны: $\gamma = j \cdot \tilde{k} = \alpha + j\beta$ (здесь α - коэффициент

- затухания, β - коэффициент фазы). Указать характер среды (проводник, диэлектрик или полупроводник).
2. Вычислить характеристическое сопротивление волны Z_c и комплексные амплитуды составляющих векторов $\vec{H}_{xm}, \vec{H}_{ym}$.
 3. Написать выражение для мгновенных значений векторов \vec{E} и \vec{H} с подстановкой численных значений параметров, вычисленных в пункте 1 и пункте 2.
 4. Рассчитать параметры волны $v_{ф.}, \lambda, v_{гр.}$ С учетом характера среды.
 5. Определить вид поляризации волны (линейная, круговая, эллиптическая). Рассчитать и построить график изменения модуля и направления вектора \vec{E} вдоль оси распространения в 8 – 10 точках с координатами $z_n \in \{0; \lambda/8; \lambda/4; \dots; \lambda\}$ для любого фиксированного момента времени $\{0; T/8; T/4; \dots; T\}$.

Указание: При выполнении пункта 3 пользоваться представлением мгновенного значения вектора поля в виде:

$$\vec{E}_{(t,z)} = \vec{E}_{xm} \cdot e^{-\alpha z} \cdot \cos(\omega \cdot t - \beta \cdot z) + \vec{E}_{ym} \cdot e^{-\alpha z} \cdot \cos(\omega \cdot t - \beta \cdot z - \psi)$$

считая начальные фазы колебаний составляющих равными нулю, а время равным периоду колебаний T ($t=T$).

Варианты приведены в Приложении 3.

III индивидуальное задание

Тема: Элементарный электрический излучатель

Цель занятия:

В результате работы по теме данного занятия студент должен знать, на какие зоны делится при распространении поле элементарного электрического излучателя (ЭЭИ), что такое ЭЭИ, что такое мощность излучения, характеристика направленности, диаграмма направленности ЭЭИ.

Уметь строить диаграмму направленности ЭЭИ от длины, приобрести навыки по расчёту характеристики направленности, мощности излучения ЭЭИ.

Методические указания

При подготовке к практическому занятию необходимо изучить: [I-§§ 5.1-5.5], [II-§§ 8.1-8.5], [III-§7.2], [IV-§§ 9.1-9.6]

Под излучением понимают перенос энергии электромагнитного поля (ЭМП) от источника в пространство. Способность ЭМП перемещаться в пространстве является одним из основных его свойств, следующим из закона сохранения энергии. Ответвление электромагнитной энергии от источника происходит благодаря току смещения, который может существовать в диэлектрике и вакууме. Поэтому любой сторонний источник, способный создавать в пространстве ток смещения является излучателем электромагнитной волны (ЭМВ).

Задача состоит в нахождении векторов излучения ЭМП по известному распределению сторонних токов.

ЭЭИ является идеализированной моделью, удобной для теоретического анализа.

Элементарным электрическим излучателем (ЭЭИ) называют малый по сравнению с длиной волны линейный элемент переменного тока, т.е. отрезок провода длиной l , вдоль которого течёт ток $I_{ct} = I_{ctm} \cos(\omega t)$ (амплитуда и фаза остаются неизменными вдоль него). Для анализа поля излучение ЭЭИ удобно использовать распределение в сферической системе координат, в центре которого находится излучатель. Векторы ЭМП ЭЭИ имеют три проекции:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{kI_m}{2\pi\omega\epsilon_a r^2} \left[\frac{1}{kr} \sin(\omega t - kr) + \cos(\omega t - kr) \right] \cos\theta \\ E_\theta &= \frac{k^2 I_m}{4\pi\omega\epsilon_a r} \left[\frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) + \left(\frac{1}{k^2 r^2} - 1 \right) \sin(\omega t - kr) \right] \sin\theta \\ H_\varphi &= \frac{kI_m}{4\pi r} \left[\frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) - \sin(\omega t - kr) \right] \sin\theta \\ E_\varphi &= H_r = H_\theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Формула (III.1) описывает поле гармонической ЭМВ, распространяющейся в радиальном направлении и имеет сложную пространственную структуру. Так как отдельные компоненты поля имеют различную зависимость от расстояния r , то для исследования поля всё пространство делится на три зоны:

1. ближняя зона - $kr \ll l$
2. промежуточная зона - $kr = l$
3. дальняя зона - $kr \gg l$

В ближней зоне поле описывается выражением:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{I_m}{2\pi\omega\epsilon_a r^3} \sin \omega t \cos \theta \\ E_\theta &= \frac{I_m}{4\pi\omega\epsilon_a r^3} \sin \omega t \sin \theta \\ H_\varphi &= \frac{I_m}{4\pi r^2} \cos \omega t \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Анализ формулы (III.2) приводит к выводу, что поле в ближней зоне не имеет волновой характер (фаза напряжения электрического и магнитного полей не зависит от поперечных координат). Вектора \vec{E} и \vec{H} сдвинуты по фазе на 90° , из этого следует, что плотность потока энергии имеет реактивный характер, а средний поток энергии отсутствует, т.к. $\vec{P}_{cp} = \text{Re } \vec{P} = 0$. Это означает, что поле в ближней зоне запасает энергию и преобладает над излучением поля. Ближняя зона так и называется – область реактивного ближнего поля.

В дальней зоне поле имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} E_\theta &= \frac{k^2 I_m}{4\pi\omega\epsilon_a r} \sin(\omega t - kr) \sin \theta \\ H_\varphi &= \frac{k I_m}{4\pi r} \sin(\omega t - kr) \sin \theta \\ E_r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Так как составляющая вектора \vec{E} в дальней зоне E_r на порядок меньше E_θ , поле в дальней зоне представляет собой сферическую волну, её фронтом является сфера ($r=\text{const}$).

Анализ формулы (III.3) позволяет определить свойства сферической волны в дальней зоне ЭЭИ:

- вектора \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны, т.к. $\vec{E} = \theta E_\theta$ и $\vec{H} = \varphi H_\varphi$;
- вектора \vec{E} и \vec{H} синфазны;
- вектора \vec{E} и \vec{H} ортогонально направлены к распространению волны, т.к. волна распространяется в радиальном направлении, а вектора не содержат радиальных составляющих $E_r = H_r = 0$.

Характеристикой направленности называют зависимость комплексных амплитуд вектора \vec{E} от угловых координат θ и φ . Графическое изображение характеристики направленности называется диаграммой направленности:

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta} &= j \frac{I_l}{2\lambda n} Z_c \sin \theta \\ f(\theta) &= \frac{I_l}{2\lambda n} Z_c \sin \theta \\ f(\theta)_{\max} &= \frac{I_l}{2\lambda n} Z_c \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.4})$$

Нормированная диаграмма направленности:

$$F(\theta) = \frac{f(\theta)}{f(\theta)_{\max}} = |\sin \theta| \quad (\text{III.5})$$

Амплитуда гармонического колебания имеет только положительное значение. Характеристика направленности изображается либо в полярной, либо в прямоугольной системе координат.

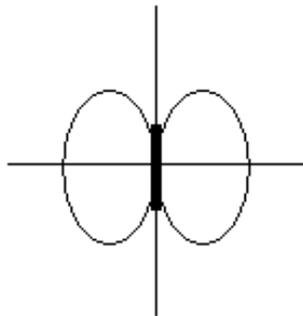


Рис. 3.1. Диаграмма направленности ЭЭИ в полярной (сферической) системе координат

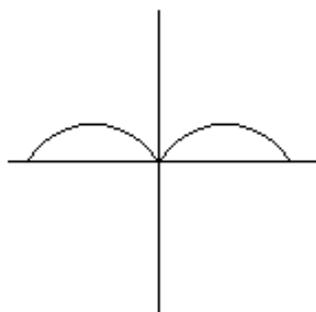


Рис. 3.2. Диаграмма направленности ЭЭИ в прямоугольной системе координат

Из формулы (III.5) следует, что азимутальная амплитуда не зависит от угла φ . Это означает что излучатель одинаково излучает по всем направлениям φ .

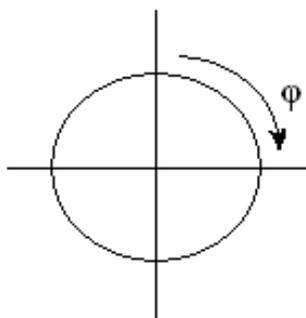


Рис. 3.3. Диаграмма направленности ЭЭИ в полярной (сферической) системе координат

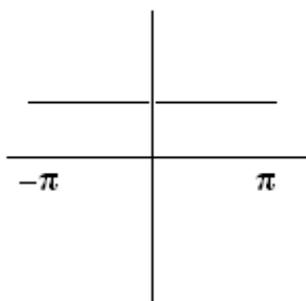


Рис. 3.4. Диаграмма направленности ЭЭИ в прямоугольной системе координат

Для гармонических токов мощность излучения определяется по следующей формуле:

$$\text{[Blank box for formula (3.6)]}$$

(Ш.6)

Таким образом, антенна окружена сферой, на поверхности которой находится распределенное среднее значение плотности потока мощности. Тогда мощность после преобразования будет иметь следующий вид:

$$\text{[Blank box for formula (3.7)]}$$

(Ш.7)

Следовательно, мощность излучения зависит от отношения длины излучателя к длине волны.

Задача № III.1

Элементарный электрический излучатель (ЭЭИ) находится в неограниченной однородной среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon_0$ и удельной проводимостью $\sigma = 0$. Амплитуда тока в излучателе равна I_0 . Длина вибратора l . ЭЭИ излучает электромагнитные волны с частотами f_1, f_2, f_3 .

Требуется:

- 1) Показать составляющие векторов и ЭЭИ в ближней и дальней зонах, а также их направление и объяснить полученную структуру поля;

- 2) Определить границы дальней (волновой) зоны для заданных частот и написать

выражение для векторов и ЭЭИ в дальней зоне;

- 3) Определить величины и на расстоянии r_0 на заданных частотах в экваториальной плоскости;

- 4) Определить сопротивление излучения и мощность излучения на средней частоте, а также КПД антенны;

- 5) Рассчитать ненормированные характеристики и на средней частоте и построить графики;

- 6) Сделать выводы о характере изменения найденных величин в зависимости от частоты.

Варианты приведены в Приложении 4.

IV индивидуальное задание

Тема: Полые волноводы

Цель занятия:

В результате работы по теме данного занятия студенты должны знать:

- что прямоугольный и круглый волноводы относятся к полым;
- как распространяются волны по этим волноводам;
- распространение электрических и магнитных полей внутри волновода, а также $\lambda_{кр}$ и γ_2 ;
- приобрести навыки расчета параметров основной волны в волноводах;
- научиться изображать с помощью силовых линий в поперечном и продольном сечении волновода значение индексов m и n ;

Методические указания

При подготовке к выполнению практического занятия необходимо изучить: [I-§§ 10.1-10.1.5; 10.2-10.2.3], [II-§§ 14.1-14.3], [III-§§ 9.1-9.2; 9.5], [IV-§§ 19.1-19.8; 19.10-19.17]

Устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток в зависимости от направления называется линией передачи. Эти линии используются для передачи энергии от источника к получателю, например от передатчика к излучателю антенн, от приёмной антенны к входу приёмника и т.д. Рассматривая, для простоты, в качестве направляющей идеально проводящую поверхность, процесс направления волн этой поверхностью можно объяснить связью токов и зарядов в проводнике с элементарными полями волны вне его.

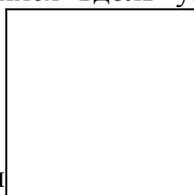
Целесообразно выделить две группы линий передач: открытые линии передач и волноводы. Волновод – это линия передач, имеющая одну или несколько проводящих поверхностей с поперечным сечением в виде замкнутого проводящего контура, охватывающего области распространения электромагнитного поля (ЭМП). Поле волновода экранируется внешней оболочкой.

Исследования волн в полых металлических волноводах выполняются при следующих предпосылках:

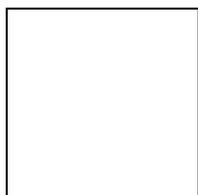
1. стенки волновода идеально проводящие ($\sigma = \infty$);
2. внутри волновода имеет место вакуум.

Эти ограничения существенно упрощают анализ поля, не нарушая общности задачи, т.к. реально волноводы выполняются из металлов с высокой удельной электропроводимостью, а воздух, заполняющий волновод по своим электрическим параметрам идентичен вакууму.

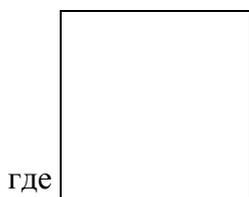
E и H – волны в прямоугольном волноводе обозначаются E_{mn} и H_{mn} , что структура поля в плоскости поперечного сечения волновода соответствует стоячим волнам, причем m – определяет число стоячих полуволн, укладываемых вдоль широкой стенки a , n – число стоячих полуволн, укладываемых вдоль узкой стенки b (рис.4.1). В зависимости от



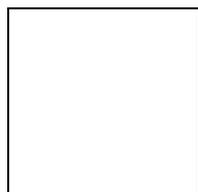
значения чисел m и n изменяются, $\lambda_{кр}$ и следовательно все параметры, поэтому числа m и n однозначно определяют тип волновода:



(IV.1)



где - поперечное волновое число.

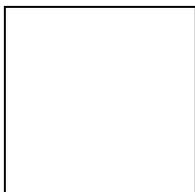


(IV.2)

где $\lambda_{кр}$ – критическая длина волны.

В прямоугольном волноводе может распространяться большое число типов волн, отличающихся структурой поля, критической длиной волны и другими параметрами.

Поскольку структура поля у разных типов волн различна, то в многоволновом режиме невозможно получить желаемый вид поляризации. В силу этих причин к волноводу предъявляются требования, обеспечивающие одноволновый режим. Одноволновый режим проще всего осуществить при использовании волны, обладающей максимальной критической длиной волны. Волна, имеющая наибольшую критическую длину, называется основной, а остальные типы волн – высшими. Основной волной прямоугольного волновода

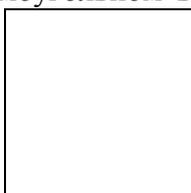


является H_{10} , у этой волны (здесь $m=1, n=0$).

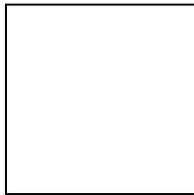
Волна H_{10} имеет наибольшую критическую длину волны, поэтому размеры поперечного сечения волновода, при которых возможна передача энергии на заданной частоте, будут наименьшими. Использование волны H_{10} позволяет уменьшить габарит и массу волновода, а следовательно и его стоимость.

Поляризация электрического поля волны H_{10} и строго дискретизированно, что обычно требуется для работы устройств и систем СВЧ тракта. Прямоугольный волновод с волной H_{10} широко используется в качестве фидерных линий в радиорелейных, радиолокационных и в других системах сантиметрового диапазона.

Круглый волновод изображен на рисунке 4.2. Волны в круглом волноводе обозначаются E_{mn} и H_{mn} . Их поля имеют более сложную зависимость от поперечных координат по сравнению с волнами в прямоугольном волноводе. Радиальная зависимость

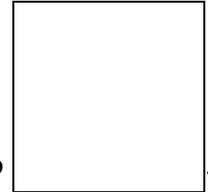


поля описывается функциями Бесселя и их первыми производными



Индексы m и n в обозначении волн имеют следующий смысл: m – число целых стоячих, укладываемых по окружности волновода, а также порядок функции Бесселя; n – характеризует распределение поля стоячей волны вдоль радиуса волновода.

Волны, имеющие одинаковое значение $\lambda_{кр}$, являются вырожденными. Это означает, что в круглом волноводе имеет место двухмерное вырождение.



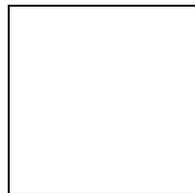
Основной волной в круглом волноводе является волна H_{11} , потому что

Причем круглых волноводов с волной H_{11} в качестве протяженных фидерных трактов ограничивается её поляризационное низкое качество. Эта особенность волн H_{11} состоит в появлении составляющих поля с паразитной ортогональной поляризацией, которая возникает из-за эллиптичности поперечного сечения, вызванного неточностью изготовления волновода. Но из коротких отрезков волноводов с волной H_{11} выполняются различные устройства СВЧ тракта: поляризаторы, фазовращатели, циркуляторы и др.

Отрезки круглых волноводов с волной E_{01}

Задача № IV.1

В полом металлическом волноводе прямоугольного (рис. 4.1) или круглого (рис. 4.2) сечения на частоте f распространяется электромагнитное поле. Вид и размеры поперечного сечения волновода заданы в таблице вариантов.



Требуется:

1. Указать тип основной волны для заданного волновода и нарисовать эпюры распределения амплитуд составляющих волны в поперечном сечении. Определить критическую длину основной волны.
2. Определить количество типов волн, которые могут существовать в волноводе на заданной частоте. Записать их условные обозначения.
3. Определить частотные границы одноволнового режима для заданного волновода и выбрать новые значения рабочей частоты колебаний, при которой будет распространяться только основной тип волны.
4. Рассчитать параметры основной волны в волноводе с воздушным заполнением для выбранной частоты: длину волны в волноводе (λ_w), фазовую скорость (v_ϕ), групповую скорость ($v_{гр}$), характеристическое сопротивление (Z_c), коэффициент фазы (β), коэффициент затухания (α). Рассчитать эти же параметры для случая, когда волновод заполнен твердым диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ . Сравнить результаты.

5. Привести формулы для комплексных амплитуд продольной и поперечной составляющих основной волны в волноводе с подстановкой рассчитанных величин.
6. Изобразить структуру основной волны в поперечном и продольном сечениях волновода с помощью силовых линий.

Указание: Четные варианты выполняют задание с прямоугольным волноводом, нечетные – задание с круглым волноводом.

Варианты приведены в Приложении 5.

V индивидуальное задание

Тема: Коаксиальный волновод

Цель занятия:

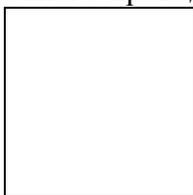
В результате работы по теме данного занятия студенты должны знать особенности распространения волн класса **T**, амплитуды волн **E** и **H**, уметь рассчитывать волновое сопротивление **Z_в**, предельную мощность и предельное затухание.

Методические указания

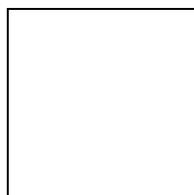
При подготовке к практическому занятию необходимо изучить: [I-§§ 10.4; 10.4.3], [II-§§ 14.4], [III-§§ 10.3], [IV-§§ 19.19-19.22]

Коаксиальный волновод изображен на рисунке 5.1. Волны в коаксиальном волноводе обозначаются **E_{mn}** и **H_{mn}**, причем смысл индекса **m** и **n** тот же, что и волны в круглом волноводе. Наличие внутреннего проводника приводит к существованию **T** – волн, которые

являются основными, т.к.

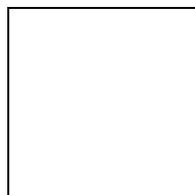


. Поле **T** – волны имеет только две компоненты **E_r** и **H_φ**. Амплитуда векторов **E** и **H** выражается через амплитуду тока **I_m** в проводниках коаксиального волновода и определяется по формуле:



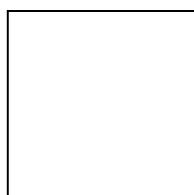
(V.1)

Одним из важнейших параметров коаксиального волновода является волновое сопротивление **Z_в**, определяемое как отношение амплитуды напряженности **U_m** и амплитуды тока **I_m**:



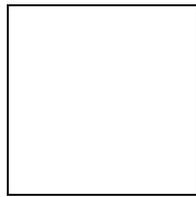
(V.2)

Волновое сопротивление зависит от размера волновода. В случае диэлектрического заполнения:



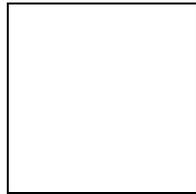
(V.3)

Для воздушного заполнения:

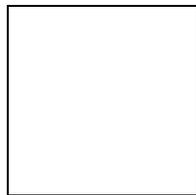


(V.4)

Остальные параметры определяются по следующим формулам:

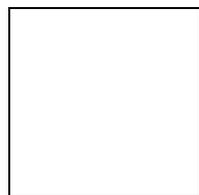


(V.5)



(V.6)

Выбор размеров R_1 и R_2 осуществляется из условия одноволновой передачи:



(V.7)

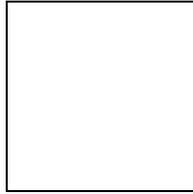
и требований к значению $P_{\text{пред}}$ и $\alpha_{\text{пред}}$. Максимальному значению $P_{\text{пред}}$ соответствует значение R_2/R_1 , а минимальному значению $\alpha_{\text{пред}} = R_2/R_1 \approx 3,59$. Обычно выбирают $R_2/R_1 \approx 3,59$. Уровень допустимой мощности при этом остается достаточно высоким.

При проектировании мощных передатчиков размеры кабелей выбирают в соответствии $R_2/R_1 = 1,65$.

Коаксиальный кабель в основном используют в диапазоне УКВ. При $\lambda < 10$ см значение потерь возрастает в проводниках и изоляции и превышает потери металла волновода. Поэтому в сантиметровом диапазоне длин волн применяют короткие отрезки коаксиального кабеля.

Задача № V.1

По металлическому волноводу (рис.5.1) передаётся электромагнитная энергия от генератора, работающего на частоте f . Размеры поперечного сечения заданы в таблице вариантов. Проводники волновода выполнены из меди ($\sigma_{\text{медь}} = 56,5$ МСм/мм).



Требуется:

1. Указать тип основной волны для заданного волновода и нарисовать структуру составляющих основной волны в поперечном и продольном сечениях волновода.
2. Определить частотные границы одноволнового режима и сделать заключение о режиме работы волновода на заданной частоте.
3. Рассчитать параметры основной волны в волноводе с воздушным заполнением для заданной частоты: длину волны, фазовую скорость, волновое сопротивление, коэффициент фазы.
4. Определить предельную и допустимые передаваемые мощности для данного волновода ($P_{\text{пред}}$), ($P_{\text{доп}}$) и напряжение пробоя ($U_{\text{проб}}$).
5. Определить погонную индуктивность коаксиальной линии передачи.
6. Определить затухание в металлических проводниках коаксиальной линии передачи и затухание в диэлектрике, заполняющем линию передачи.
7. Рассчитать задания пунктов 3, 4, 6 для случая, когда пространство заполнено твёрдым диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ . Результаты сравнить.

Варианты приведены в Приложении 6.

Задания для самоподготовки

Тема: Граничные условия

Задача № 1

Силловые линии электрического поля в среде с параметром ϵ_1 образуют угол θ_1 с направлением нормали к границе раздела со средой с параметром ϵ_2 . Найти ориентацию силовых линий (угол θ_2) во второй среде.

Задача № 2

Силловые линии равномерного поля в воздухе образуют угол α_1 с нормалью к плоской границе раздела сред. В диэлектрике задано E_2 . Над диэлектриком в воздушной среде задано D_1 . Найти параметр диэлектрика ϵ_2 .

Тема: Элементарный электрический излучатель

Задача № 1

Найти ток в элементарном электрическом излучателе длиной l , если в точке с координатами \mathbf{r} и θ напряженность электрического поля равна E_θ . Частота колебаний f .

Задача № 2

Найти сопротивление излучения элементарного электрического излучателя при длине излучателя l и длине волны излучателя λ . Определить мощность излучения, если амплитуда тока в излучателе равна I .

Тема: Прямоугольный волновод

Задача № 1

Прямоугольный волновод сечением $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ . Частота колебаний f . Определить величины v_ϕ (фазовая скорость) и λ_v (длина волны в волноводе).

Задача № 2

Определить $\lambda_{кр}$ (критическую длину волны), $f_{кр}$ (критическую частоту) и λ_v (длину волны) в прямоугольном волноводе для волны типа E_{11} . Размеры поперечного сечения $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. Частота колебаний f .

Приложение 1

№ вар.	R, см			k	ε ₂			ε ₁		
	a	б	в		a	б	в	a	б	в
1	11	12	10	3	2,3	2,2	2,5	1,6	1,2	1,5
2	10	13	12	2	4,2	4	3	4,9	1,4	1
3	13	14	14	4,5	2,4	2	1,5	1,3	1	2
4	15	16	12	2,2	2,6	2,5	2	2,9	1,6	1,6
5	17	18	16	5	2,5	2	2,5	1,3	4,3	4
6	18	16	14	6	4,4	4	3	6,3	2,5	2
7	22	20	18	1,8	3	3	2	1,3	4,5	4
8	24	26	24	2,2	4,1	4,4	4,2	6,2	2,2	2,6
9	26	25	20	5,3	4,7	4	3,5	3,2	1,8	2
10	10	12	16	4	2,3	2	2,8	4,7	1,4	2
11	18	22	26	3	5	4,4	4	3,1	2,5	3
12	24	26	21	3	3,6	3,5	2	6,3	5,4	5
13	32	30	28	6	6,2	6	3	3,6	4	6
14	26	28	24	8	4,4	4	2	2,7	7	1
15	34	32	30	6	2,6	2	3	7	4	8
16	36	34	32	9	3,8	5	4	1,5	2	6
17	38	36	34	2	3	3,5	2,5	5	6	5
18	34	35	30	10	2,7	3	1,5	3,9	4	6
19	40	37	33	1,4	2	1	3	5	3	8
20	22	21	20	10	5,2	4,2	6	3,1	2	2
21	26	25	24	11	1,9	1,3	2	4,2	5	7
22	28	26	20	12	3,2	3,8	3	1,6	1,5	5
23	36	38	32	17	5,3	4,5	2	2,9	1,3	4
24	34	30	30	16	4,7	4,2	8	3	2	3
25	44	36	16	9	3,3	2	4	6,5	7	2
26	41	39	17	15	4	6	5	8	2	4
27	44	35	19	21	7,3	5,6	4,2	6,8	2,1	1,1
28	48	23	33	12	5	3,7	1,5	2,7	3,6	4,7

Приложение 2

№ вар.	I, A			d ₁ , мм			d ₂ , мм			d ₃ , мм		
	a	б	в	a	б	в	a	б	в	a	б	в
1	2,5	1,5	2	8	3	6	10	10	12	28	20	24
2	2	1,6	2,5	6	4	8	14	12	16	36	38	42
3	1,4	1,6	1,2	10	11	14	20	21	25	70	60	64
4	2	1,2	1,8	18	10	15	26	20	25	57	80	75
5	2,4	1,8	2	12	6	10	23	15	19	48	40	44
6	2,5	1,9	1,6	16	9	6	26	18	14	54	58	52
7	2,2	2,7	2,2	14	9	10	28	20	22	56	62	60
8	2,9	1,1	1,8	12	10	7	29	22	20	68	65	53
9	1,9	1,5	1	10	15	12	24	26	23	58	58	50
10	2,7	2	1,8	16	14	18	32	20	24	64	52	54
11	2	4	3	18	16	20	30	26	30	60	66	70
12	4	6	5	22	20	16	44	38	34	82	78	72
13	3	7	6	14	16	20	26	25	27	84	84	80
14	6	10	4	26	20	16	54	28	24	90	65	60
15	2,3	1,7	1,2	6	3,5	4	16	10	15	34	28	33
16	2	1,8	1,6	8	6,8	7	28	15	19	54	29	31
17	1,8	1,6	1,2	10	5,2	5	20	12	14	43	50	44
18	4	7,2	3	9	5,4	4,8	18	14	19	36	76	62
19	1,6	8,4	7,3	12	5,8	6	24	18	16	50	80	78
20	3	1,6	2,4	13	10	11	28	22	24	74	76	72
21	2,3	1,5	1	17	15	19	22	25	20	66	60	64
22	4,1	2,9	2,2	14	12	10	26	27	30	76	72	70
23	2,7	1,1	1,6	10	6	5	22	13	18	54	58	55
24	7,2	10	8	6	2,5	3	12	9	11	50	48	46
25	3	1	5	10	13	11	22	28	25	78	86	73
26	1,2	1,8	1,1	11	14	15	22	24	32	46	34	65
27	4,3	1,2	2,7	2,7	4,5	6	5,6	9,8	10	13	18	22,5
28	1,5	2,6	3,7	3,2	4,3	5,9	6,8	8,8	17	13,3	17,4	36

Приложение 3

№ вар.	E _{хм} , В/м			E _{ym} , В/м			ε			f, МГц			σ, мСм/м			ψ
	а	б	в	а	б	в	а	б	в	а	б	в	а	б	в	
1	15	10	40	25	20	50	5	4	6	50	40	100	8	4	10	-π/2
2	20	15	20	25	30	40	4	6	3	90	60	90	5	6	4	π/2
3	25	20	35	30	35	20	6	8	7	60	80	100	3	8	6	3π/2
4	30	25	45	30	45	25	2	6	4	80	50	70	9	12	8	-3π/2
5	34	10	30	20	30	10	6	4,5	4	130	120	140	3	4	5	π/4
6	35	20	45	33	40	33	8	12	10	170	180	160	10	15	12	-π/4
7	5	25	10	20	10	25	12	15	8	170	200	180	6	10	8	3π/4
8	10	35	15	45	15	35	9	6	10	240	220	200	8	4	3	-3π/4
9	17	40	20	26	20	40	4	8	7	180	120	140	9	8	7	π/8
10	20	45	25	10	25	45	4	2	7	260	250	230	12	6	8	-π/8
11	23	35	20	32	20	35	13	8	3	160	100	120	15	20	17	π
12	29	20	10	44	10	20	7	3	11	190	150	130	20	30	26	-π
13	43	50	20	27	20	50	4	2	5	140	170	190	20	25	23	2π/3
14	37	20	50	23	50	20	10	20	15	100	130	150	38	35	31	-2π/3
15	20	35	15	30	15	35	2	8	9	135	160	180	7	20	18	7π/8
16	30	15	35	20	35	15	7	16	13	170	210	200	7	10	9	-7π/8
17	27	40	15	42	15	40	7	4	14	200	240	260	3	12	11	π/4
18	33	15	40	24	40	16	6	8	12	260	200	220	17	20	23	-π/4
19	12	10	30	27	30	10	9	5	3	200	180	190	11	18	16	π/2
20	19	15	8	33	8	15	20	10	14	130	80	115	12	6	5	-π/2
21	20	18	25	23	25	18	10	13	19	90	40	75	4	2	3	π
22	29	25	38	32	38	25	9	2	7	60	100	120	3	8	7	-π
23	31	38	20	30	20	36	13	11	14	100	140	130	19	10	12	3π/4
24	33	40	10	25	10	30	3	9	5	200	160	170	23	20	18	-3π/4
25	37	43	22	20	16	30	8	6	12	160	153	190	16	17	10	-π/2
26	30	23	46	21	30	10	5	3	9	180	200	240	9	8	12	π/2
27	20	25	10	18	10	25	7	4	14	110	190	150	10	6	14	-3π/2
28	29	35	20	35	30	40	3	5	10	240	220	280	11	12	9	π/2

Приложение 4

№ вар.	I ₀ , мА			l, м	r ₀ , км	f ₁ , кГц	f ₂ , МГц	f ₃ , ГГц			P ₀ , Вт
	а	б	в					а	б	в	
1	15	10	20	3	40	20	20	4	2	7	0,6
2	20	15	13	2	50	30	30	2	3	6	0,8
3	18	20	10	4	60	40	40	2	4	8	1,0
4	20	25	22	5	70	50	50	2	5	7	1,2
5	26	30	28	4	75	80	100	3	6	5	0,9
6	22	25	21	2	80	90	80	4	7	2	0,8
7	16	20	19	10	90	100	90	3	8	9	0,7
8	18	15	13	8	100	70	60	7	5	2	0,5
9	20	10	15	10	120	60	50	5	10	8	0,6
10	16	18	20	15	50	30	40	8	12	9	0,8
11	26	20	24	18	60	40	60	2	5	12	1,0
12	20	23	28	10	70	50	70	4	8	3	1,2
13	21	26	22	8	80	60	30	10	3	9	0,6
14	36	30	34	2	40	30	100	2	8	5	0,8
15	34	28	32	6	60	40	120	3	5	6	1,3
16	30	25	20	4	140	110	60	1	6	9	1,0
17	24	22	28	8	100	80	100	2	8	6	0,8
18	18	21	37	6	60	40	70	3	5	7	0,6
19	30	18	24	4	70	60	20	4	2	6	0,3
20	28	16	20	10	50	50	90	5	3	5	0,7
21	10	13	17	12	110	90	30	6	8	4	1,2
22	15	11	10	7	90	30	50	7	12	3	1,0
23	20	18	12	6	60	40	70	9	4	2	1,9
24	22	14	20	9	90	60	90	8	7	1	1,3
25	16	10	24	8	130	80	110	3	6	7	1,7
26	24	12	18	17	45	90	55	8	3	4	1,1
27	19	21	22	4	135	70	45	7	8	5	0,7
28	27	14	35	8	65	65	80	10	11	2	0,3

Приложение 5

№ вар.	$f_3, ГГЦ$						
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							