

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

ZAHIRIDDIN MUHAMMAD BOBUR NOMIDAGI

ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

MATEMATIKA KAFEDRASI

Qo'lyozma xuquqida

TURSUNOVA MUSFIRAXON

*“Akademik litsey vakasb-hunar kollejlari matematika kursida
parametrli masalalar va ularni o'rgatish usullari”*

**5400100- matematika yo'nalishi bakalavr akademik darajasini
olish uchun yozilgan**

BITIRUV MALAKAVIY ISH

ILMIY RAHBAR:

dotsent. A. Axlimirzayev

ANDIJON-2015

Kirish

O'zbekiston Respublikasi mustaqillikka erishgandan so'ng barcha sohalarda bo'lgani kabi ta'lim sohasida ham muhim islohotlar amalga oshirildi. Jumladan, bu davrda "Ta'lim to'g'risida"gi qonun va u asosida "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" qabul kilindi.

Bu qabul qilingan qonunga ko'ra uzluksiz ta'lim tizimining faoliyati davlat ta'lim standartlari asosida, o'z ichiga maktabgacha ta'lim, umumiy o'rta ta'lim, o'rta maxsus kasb-hunar ta'limi, oliy ta'lim, oliy o'quv yurtidan keyingi ta'lim, kadrlar malakasini oshirish va ularni kayta tayyorlash va maktabdan tashqari ta'lim turlarini oladi.

Respublikamizda jaxon andozalariga mos, raqobatbardosh mutaxassislarni tayyorlashni ko'zda tutuvchi uzluksiz ta'lim tizimining o'rta maxsus kasb-hunar ta'limi muxim turlardan biri xisoblanadi. O'rta maxsus kasb-hunar ta'limi turi akademik litsey va kasb-hunar kollejlaridan iborat bo'lib, o'quvchilar ularni ixtiyoriy ravishda tanlaydilar.

Akademik litsey davlat ta'lim standartlariga asosan o'rta maxsus ta'lim beradi. O'quvchilarni imkoniyatlari va qiziqishlarini hisobga olgan holda ularning jadal intellektual rivojlanishi chuqur, soxalashtirilgan, kasbga yo'naltirilgan, ta'lim olishini ta'minlaydi.

Kasb-hunar kolleji tegishli davlat ta'lim standartlari darajasida o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi beradi, bunda o'quvchilarning kasb-hunarga moyilligi, bilim va ko'nikmalarni chuqur rivojlantirish, tanlab olgan kasb-hunar bo'yicha bir yoki bir necha ixtisosni egallash imkonini beradi.

Akademik litseylar va kasb-hunar kollejlarida o'quvchilarga ta'lim tarbiya berishda matematika fanining o'rni ancha salmoqlidir. Shuning uchun ham ularda matematika va uni o'qitishga aloxida e'tibor qaratish lozim. Kasb-hunar kollejlari bitiruvchilari kollejda ma'lum kasb-hunar egallashlariga qaramasdan ularning aksariyati oliy o'quv yurtlarida o'qishni davom ettirish istagida oliy o'quv yurtlariga xujjat topshiradilar va test sinovlarida ishtirok etadilar.

Matematikadan o'tkaziladigan test sinovi topshiriqlari esa yildan-yilga takomillashib, mazmun jixatdan boyitib borilmokda. Agar biz oxirgi yillardagi test sinovi topshiriqlarini taxlil kilsak, unda parametr qatnashgan toshiriqlarning soni ortib borayotganligini ko'ramiz. Bu esa akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika o'qitish jarayonida parametr qatnashgan topshiriqlarni o'qitishga bo'lgan e'tiborni yanada kuchaytirishni takozo etadi. Chunki parametr tushunchasi kelgusida oliy o'quv yurtlarida o'qitiladigan bir qator fanlarda tez-tez uchrab turadi. Ya'ni, ko'plab fizik va mexanik jarayonlarni xamda geometrik konuniyatlarni o'rganish ko'pincha parametrga bog'liq masalalarni yechishga olib keladi. O'quvchilarda bunday masalalarni yechish malakalarini xosil qilish ularni kelgusida oliy o'quv yurtlarida o'qitiladigan texnika fanlarni o'zlashtirishlarida muhim o'rintutadi.

Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun mo'ljallangan o'quv dasturda parametrli topshiriqlarni o'rganish uchun alohida vaqt ajratilmagan bo'lsada ular uchun mo'ljallangan darslik va o'quv qo'llanmalarida parametrli topshiriqlarni o'rganish mumkin bo'lgan mavzular parametrli topshiriqlar bilan yakunlangan. Albatta bu hozirgi kun talabiga to'la javob bera olmaydi. Bu vazifani amalga oshirish uchun parametrli topshiriqlarni ko'rish mumkin bo'lgan mavzular uchun alohida mashqlar tizimini yaratish lozim. Ushbu bitiruv malakali ishda shunday mashqlar tizimi yaratishga harakat qilingan.

So'ngi yillarda parametrli masalalarga bag'ishlangan bir qator o'quv qo'llanmalar yaratildi. Ularga P.I.Gornshteyn, P.T.Dibov, A.N.Rurukin, G.A.Yastrebinskiy, B.S.Kramor, S.Alixonov va boshqalarni keltirish mumkin. Bundan tashqari A.Axlimirzaev, M.Ibragimov, N.Mamadaliyeva, N.Jo'rayev, E.M.Raximberdiyev va B.Baxritdinovlar parametrli masalalar turkumiga kiruvchi parametrli tenglamalarni o'rganishga bag'ishlangan bir necha maqolalar chop etdilar.

Parametrli masalalarni o'rganishga bag'ishlangan o'quv va uslubiy qo'llanmalar hamda ilmiy maqolalar yetarlicha chop etilgan bo'lsada, ularni

tizimli o'rganish hozirgi kun talabiga javob bera olmaydi. Shuning uchun ham akademik litsey va kasb-hunar kollejlari parametrli masalalarni o'rganish masalasi **dolzarb** masalalardan hisoblanadi.

Bitiruv malakaviy ishning predmeti umumiy o'rta ta'lim maktablari akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika kursining dolzarb mavzularidan hisoblangan parametrli masalalar va ularni o'quvchilarga o'rgatishdan iborat.

Bitiruv malakaviy ishning metodologik asosini O'zbekiston Respublikasi Prezidentining mamlakatimiz ta'lim tizimini rivojlantirishga qaratilgan farmonlari, Vazirlar Mahkamasining ta'lim tizimini yanada takomillashtirishga qaratilgan qarorlari, "Ta'lim to'g'risidagi" O'zbekiston Respublikasi qonuni, "Kadrlarni tayyorlash milliy dasturi" o'rta maxsus kasb- hunar ta'limi uchun matematikadan Davlat ta'lim standartlari tashkil etadi.

Bitiruv malakaviy ishini tayyorlashda akademik litsey va kasb-hunar kollejlariining matematika fani darsliklari va o'quv qo'llanmalari, internetdan olingan ma'lumotlar hamda akademik litsey va kasb-hunar kollejlariidagi matematika darslarini kuzatishdan olingan natija, ko'nikmalar va xulosalar e'tiborga olingan.

Bitiruv malakaviy ishdan olingan natijalardan akademik litsey va kasb-hunar kollejlariida matematikani o'qitish jarayonida, o'quvchilar bilan mustaqil ishlarni tashkil qilishda, matematikadan o'quv-uslubiy qo'llanmalarni tayyorlashda va iqdidorli o'quvchilar bilan ishlashda foydalanish mumkun.

Bitiruv malakaviy ishdan olingan natijalar malakaviy amaliyot va bitiruv oldi amaliyoti davrida to'plangan materiallardan iborat.

Bitiruv malakaviy ish kirish, ikki bob, 8 ta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

I.BOB. UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARI MATEMATIKA KURSIDA PARAMETR QATNASHGAN TENGLAMA VA TENGLAMALAR SISTEMASI.

§1. Parametr haqida tushuncha

Umum ta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika kursida parametr qatnashgan ifodalar, parametr qatnashgan tenglamalar, parametr qatnashgan tenglamalar sistemasi, parametr qatnashgan tengsizliklar va parametr qatnashgan funksiyalar o'rganiladi. O'quvchilar bu mavzularni o'rganishda ancha qiynaladilar. Buning asosiy sabablaridan biri ular parametr tushunchasini mohiyatini to'la tushunib yetmaganliklaridandir. Ko'plab o'quvchilar, xatto o'qituvchilar ham parametr tushunchasi bilan noma'lum miqdor tushunchasini chalkashtirib yuboradilar. Bu tushunchalarni mohiyatini ochib berish maqsadida quyidagi misolni qaraymiz:

Aytaylik, $2x - y - z = x + 1$ tenglik berilgan bo'lsin. Agar bizni oldimizga tenglikdagi x yoki o'zgaruvchilarni berilgan tenglikni to'g'ri tenglikka aylantiradigan qiymatlari sistemasini topish masalasi qo'yilgan bo'lsa, u holda bu tenglikni x yoki o'zgaruvchili tenglama, z o'zgaruvchini esa parametr deb ataladi. Bu holda berilgan tenglamani x va y o'zgaruvchililarning quyidagi qiymatlar sistemasi qanoatlantiradi:

1) $x = 1, y = z$; 2) $x = z, y = 1$; 3) $x = 2z, y = -z + 1$ va hokazo.

Bunda z parametrga shunday qiymatlar beriladiki, natijada berilgan tenglamaning chap va o'ng tomonlarida aniqlanish sohasi bo'sh bo'lmagan funksiyalar hosil bo'ladi.

Parametr bilan noma'lumlarni chalkashtirmaslik uchun, uni $a, b, c, d, \dots, m, n$ harflar bilan belgilanadi.

Berilgan ifodalarda, tenglamalarda va tengsizliklarda bir nechta parametr qatnashishi mumkin.

Umuman olganda o'quvchilar parametr tushunchasi bilan quyidagi mavzularni o'rganish jarayonida tanishadilar:

- $y = kx$ – to'g'ri proportsional bog'lanish (x va y o'zgaruvchilar, k -parametr va $k \neq 0$);
- $y = kx + b$ – chiziqli funksiya (x va y o'zgaruvchilar, k va b -parametr);
- $y = \frac{k}{x}$ – teskari proportsional bog'lanish (x va y o'zgaruvchilar, k parametr);
- $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ – kasr-ratsional funksiya (x va y o'zgaruvchilar, a, b, c va d -parametrlar);
- $y = ax^2 + bx + c$ – kvadrat uchhad (x va y o'zgaruvchilar, a, b va c lar parametrlar);
- $y = a^x$ – ko'rsatkichli funksiya (x va y o'zgaruvchilar, a -parametr, $a > 0, a \neq 1$);
- $y = x^r$ – darajali funksiya (x va y o'zgaruvchilar, r -parametr);
- $y = \log_a x$ – logarifmik funksiya (x va y o'zgaruvchilar, a – parametr, $a > 0, a \neq 1$);
- $ax = b$ – chiziqli tenglama (x –noma'lum miqdor, a, b – parametrlar);
- $ax^2 + bx + c = 0$ – kvadrat tenglama (x –noma'lum miqdor, a, b va c parametrlar);
- $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ – kasr – ratsional tenglama (x –noma'lum miqdor, a, b, c va d parametrlar);
- $ax^4 + bx^2 + c = 0$ – bikvadrat tenglama (x –noma'lum miqdor, a, b va c lar parametrlar);
- $\sin x = a, \cos x = a, \operatorname{tg} x = a$ va $\operatorname{ctg} x = a$ – trigonometrik tenglamalar (x –noma'lum miqdor, a – parametr) va hokazo.

Parametrli topshiriqlarni o'rganishda ko'pincha parametrning (parametrlarinig) mumkin bo'lgan qiymatlari tushunchasiga duch kelamiz.

Masalan, $y = a^x$ va $y = \log_a x$ funksiyalarda a parametrning mumkin bo'lgan qiymatlari $a > 0$ va $a \neq 1$ dan iborat. $\sin x = a$ va $\cos x = a$ da esa a parametrning mumkin bo'lgan qiymatlari $|a| \leq 1$ dan iborat. Ba'zi hollarda

parametr har qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Masalan, $y = kx$, $y = kx + b$, $y = \frac{k}{x}$ larda parametr har qanday qiymatlarni qabul qiladi. $\frac{1}{a-2} + \frac{1}{a-3}$ ifodadagi a parametr esa $a \neq 2$ va $a \neq 3$ qiymatlarni qabul qiladi.

§2. Parametr qatnashgan ifodalar

Umum ta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika kursida ko'pincha parametr qatnashgan ifodalarni taqqoslash, solishtirish va parametr (parametrlar) ning berilgan ifodani eng katta yoki eng kichik qiymatga ega qiladigan qiymatlarini topishga to'g'ri keladi. Quyida ularga doir bir nechta misollar ko'ramiz:

1. n raqamining qanday qiymatlarida $50 + n$ son eng kam tub ko'paytuvchilarga ajraladi?

Yechish: Ma'lumki, tub sonlar eng kam tub ko'paytuvchilarga ajraladi. n raqam bo'lganligi uchun u 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 qiymatlarni qabul qiladi. U holda $50 + n$ ifoda 51,52,53,54,55,56,57,58,59 qiymatlarni qabul qiladi. Bu sonlar ichida ikkitasi, ya'ni 53 va 59 lar tub sonlardir. 53 va 59 sonlari $n = 3$ va $n = 9$ da hosil bo'ladi. Demak, $n = 3$ yoki $n = 9$ bo'lsa, $50 + n$ ifoda eng kam tub ko'paytuvchilarga ajraladi.

Javob: 3 va 9.

2. n raqamining nechta qiymatida $25 + n$ tub son bo'ladi?

Yechish: n raqamining ketma-ket qiymatlarida $25 + n$ ning qiymatlarini hisoblaymiz va quyidagi jadvalni tuzamiz:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$25+n$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34

Jadvaldan $n = 4$ va $n = 6$ bo'lganda $25 + n$ ning qiymati tub son bo'lishini ko'ramiz.

Javob: 4 va 6.

3. n raqamining qanday qiymatlarida $6431n$ soni 3 ga qoldiqsiz bo'linadi?

Yechish: Berilgan son 3 ga qoldiqsiz bo'linishi uchun uning raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linishi zarur va yetarlidir. $6431n$ soniraqamlari yig'indisi $6 + 1 + 3 + 4 + n = 14 + n$ bo'ladi. $14 + n$ soni 3 ga bo'linishi uchun $n = 1, n = 4$ va $n = 7$ bo'lishi kerak.

Javob: 1,4,7.

4. $246n013579$ soni 9 ga bo'linishi uchun n o'rnida qanday raqam bo'lishi kerak?

Yechish: Berilgan son 9 ga bo'linishi uchun uning raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linishi zarur va yetarli. $246n013579$ soni raqamlari yig'indisi $2+4+6+n+0+1+3+5+7+9=37+n$ bo'ladi. Bu yig'indi 9 ga bo'linishi uchun $n = 8$ bo'lishi kerak.

Javob: 8.

5. $\frac{12-3n}{n}$ ifoda n ning nechta natural qiymatida natural son bo'ladi?

Yechish: Ushbu $\frac{12-3n}{n} = \frac{12}{n} - \frac{3n}{n} = \frac{12}{n} - 3$ tenglikka ega bo'lamiz. Bu ayirma natural son bo'lishi uchun $\frac{12}{n}$ bo'linma 3 dan katta bo'lishi kerak. Bulardan $n = 1, 2, 3$ ekanligini topamiz.

Javob: 3 ta.

6. $\frac{16n^2-128}{n^2}$ ifoda natural son bo'ladigan n ning natural qiymatlari nechta?

Yechish: $\frac{16n^2-128}{n^2} = \frac{16n^2}{n^2} - \frac{128}{n^2} = 16 - \frac{128}{n^2}$. Bu ayirma natural son bo'lishi uchun $\frac{128}{n^2}$ bo'linma 16 dan kichik va butun bo'lishi kerak. Bu esa $n = 4$ va $n = 8$ bo'lganda bajariladi.

Javob: 2 ta.

7. $\frac{3n-1}{n+2}$ ifoda n ning nechta butun qiymatida natural son bo'ladi?

Yechish: $\frac{3n-1}{n+2} = \frac{3n+6-7}{n+2} = \frac{3n+6}{n+2} - \frac{7}{n+2} = 3 - \frac{7}{n+2}$. Bu ayirma natural son bo'lishi uchun $\frac{7}{n+2} = \pm 1$ yoki $\frac{7}{n+2} = \pm 2$ bo'lishi kerak. $\frac{7}{n+2}$ ifoda $n = -9$, $n = -3$ va $n = 5$ da butun bo'ladi va shu qiymatlarda $\frac{3n-1}{n+2}$ ifoda natural son bo'ladi.

Javob: 3 ta.

8. a va b ning qanday qiymatlarida $\frac{1}{4x^2-1} = \frac{a}{2x-1} - \frac{b}{2x+1}$ munosabat ayniyat bo'ladi?

Yechish: $x \neq \pm \frac{1}{2}$ shartlarda berilgan munosabatdan

$a(2x+1) - b(2x-1)$ tenglikni yozamiz. Undan $2ax + a - 2bx + b = 1$ yoki $(2a - 2b)x + a + b = 1$ ni hosil qilamiz. Hosil bo'lgan tenglik ayniyat bo'lishi uchun $2a - 2b = 0$ va $a + b = 1$ bo'lishi kerak. Ularni sistema qilib yechamiz:

$$\begin{cases} 2a - 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}, \begin{cases} a - b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}, 2a = 1, a = \frac{1}{2}.$$

Buni sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yib, $b = \frac{1}{2}$ ni topamiz.

Javob: $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$.

9. $9x^2 + kx + kx^2 - 9x = x^2 - 17x$ ayniyat bo'lsa, k ning qiymati nechaga teng?

Yechish: Berilgan tenglik ayniyat bo'lganligi uchun uni

$$9x^2 + kx + kx^2 - 9x - x^2 + 17x = (8+k)x^2 + (k+8)x \equiv 0$$

ko'rinishida yozamiz. Bundan $8+k=0$ bo'lishi kelib chiqadi. Bu shartdan esa $k = -8$ ni topamiz.

Javob: -8.

10. k ning qanday qiymatida $x^2 + 2(k-9)x + k^2 + 3k + 4$ ifodani to'la kvadrat shaklida tasvirlab bo'ladi?

Yechish: $x^2 + 2(k-9)x + k^2 + 3k + 4 = [x - (k-9)]^2$ deylik. U holda $k^2 - 18k + 81 = k^2 + 3k + 4$ tenglik o'rinli bo'lishi kerak. Undan k ni topamiz: $-21k = -77, k = \frac{77}{21} = \frac{11}{3}$.

Javob: $\frac{11}{3}$.

11. $-a$ va $3a$ larni taqqoslang.

Yechish: Bunda uch hol bo'lishi mumkin:

agar $a < 0$ bo'lsa, u holda $-a > 3a$;

agar $a = 0$ bo'lsa, u holda $-a = 3a$;

agar $a > 0$ bo'lsa, u holda $-a < 3a$.

12. $A = 2a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2$ ifodaning eng kichik qiymatini toping.

Yechish: $A = 2a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2 = a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2a + 1 + 1 = (a - b)^2 + (a - 1)^2 + 1$.

Demak, $A = (a - b)^2 + (a - 1)^2 + 1$. Bu yerda $(a - b)^2 \geq 0$,
 $(a - 1)^2 \geq 0$ bo'lgani uchun A o'zining eng kichik qiymatiga

$$\begin{cases} (a - b)^2 = 0 \\ (a - 1)^2 = 0 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} a - b = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} a = b \\ a = 1 \end{cases}, a = b = 1 \text{ shartlarda}$$

erishadi. Ya'ni, $a = b = 1$ bolsa $A = 1$ bo'ladi.

Javob: $A = 1$.

13. $A = a^2 - 8a + 22$ ifoda a parametrning qanday qiymatida eng kichik qiymatga erishadi?

Yechish: $A = a^2 - 8a + 22 = (a - 4)^2 + 6 \geq 6$. Demak, berilgan ifoda $a = 4$ da 6 ga teng eng kichik qiymatga erishadi.

Javob: 4.

14. $B = -b^2 - 10b + 22$ ifoda b parametrning qanday qiymatida eng katta qiymatga erishadi?

Yechish: $B = -b^2 - 10b + 22 = -(b^2 + 10b - 22) =$
 $= -[(b + 5)^2 - 47] = -(b + 5)^2 + 47 \leq 47$. Demak, berilgan ifoda $b = -5$ da 47 ga teng eng katta qiymatga erishadi.

Javob: $b = -5$.

5. $\sqrt{(\log_a 21)^2 - \log_a 49 \cdot \log_a 9} \cdot \frac{1}{\log_a \frac{3}{7}} - 1$ ni soddalashtiring.

Yechish: Bu ifoda parametr qatnashgan ifodadir. Bunda a ning turlicha qiymatlarida turlicha ifodalar hosil bo'ladi. Shuning uchun a ning mumkin

bo'lgan qiymatlarida ifodani soddalashtiramiz. Bunda $a > 0$ va $a \neq 1$ bo'lishi kerak. Dastlab ildiz ostidagi ifodani soddalashtiramiz: $(\log_a 21)^2 - \log_a 49 \cdot \log_a 9 = (\log_a 3 + \log_a 7)^2 - \log_a 7^2 \cdot \log_a 3^2 =$
 $= (\log_a 3)^2 + 2 \log_a 3 \cdot \log_a 7 + (\log_a 7)^2 - 4 \log_a 7 \cdot \log_a 3 =$
 $= (\log_a 3)^2 - 2 \log_a 3 \cdot \log_a 7 + (\log_a 7)^2 = (\log_a 3 - \log_a 7)^2$. Buni o'rniga qo'yamiz:

$$\frac{\sqrt{(\log_a 3 - \log_a 7)^2}}{\log_a \frac{3}{7}} - 1 = \frac{|\log_a 3 - \log_a 7|}{\log_a 3 - \log_a 7} - 1 \quad (1)$$

Bunda $a > 1$ va $0 < a < 1$ hollarni qaraymiz.

– Agar $a > 1$ bo'lsa, $\log_a 3 < \log_a 7$ bo'lib, $\log_a 3 - \log_a 7 < 0$ bo'ladi va $|\log_a 3 - \log_a 7| = \log_a 7 - \log_a 3$. Buni e'tiborga olsak, (1) ifodaning qiymati -2 ga teng bo'ladi;

– Agar $0 < a < 1$ bo'lsa, $\log_a 3 > \log_a 7$ bo'lib, $\log_a 3 - \log_a 7 > 0$ bo'ladi va $|\log_a 3 - \log_a 7| = \log_a 3 - \log_a 7$. Buni e'tiborga olsak, (1) ifodaning qiymati 0 ga teng bo'ladi.

Javob: $a > 1$ bo'lsa, -2; $0 < a < 1$ bo'lsa, 0.

§3. Parametrli tenglamalar haqida tushuncha. Chiziqli tenglama

$f(a, b, c, \dots, k, x) = \varphi(a, b, c, \dots, k, x)$ (1) tenglamani qaraymiz. Bu yerda $a, b, c, \dots, k, x$ - o'zgaruvchi miqdorlar.

Berilgan tenglamani o'ng va chap tomonlarini haqiqiy qiymatlarga ega qiladigan o'zgaruvchilarning har qanday $a=a_0, b=b_0, c=c_0, \dots, k=k_0, x=x_0$ qiymatlar sistemasiga $a, b, c, \dots, k, x$ o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan qiymatlar sistemasi deyiladi.

Aytaylik, A -to'plam a ning olishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plami, B -to'plam b ning olishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plami va hokazo X to'plam esa x ning olishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plami, ya'ni $a \in A, b \in B, \dots, x \in X$, bo'lsin. Agar $a, b, c, \dots, k$ larning har biri uchun $A, B, C, \dots, K$ to'plamlardan bittadan qiymatlar tanlab (1) tenglamaga qo'ysak, u holda x ga

bog'liq bir noma'lumli tenglamaga ega bo'lamiz. Hosil bo'lgan tenglamaning yechimi $a, b, \dots, k$ lar uchun tanlangan qiymatlar sistemasiga bog'liq bo'ladi va har bir ajratilgan qiymatlar to'plami uchun tayin qiymatga erishadi. Bu esa berilgan tenglamani x ga nisbatan yechimi $a, b, c, \dots, k$ larning funksiyasi bo'lishini bildiradi. Agar biz bu yechimni $F(a, b, \dots, k)$ deb olsak, u holda $f[a, b, c, \dots, k, F(a, b, c, \dots, k)] = \varphi[a, b, c, \dots, k, F(a, b, c, \dots, k)]$ ga ega bo'lamiz.

(1) tenglamani yechishda o'zgarmaslar deb qaralgan $a, b, c, \dots, k$ o'zgaruvchilarni parametrlar, tenglamani o'zini esa parametrli tenglama deyiladi.

Bundan buyon biz parametrlarni lotin alfavitining dastlabki harflari: $a, b, c, d, \dots, k, l, m, n$ lar bilan noma'lumlarni esa x, y, z lar bilan belgilaymiz. Masalan, $\frac{2nx-5}{(m-3)nx} - \frac{3nx+5}{n+1} = \frac{n-1}{nx}$ tenglamada m va n lar parametrlar, x esa noma'lum miqdor. Bu yerda m, n va x larning mumkin bo'lgan qiymatlari $m \neq 3, n \neq -1, n \neq 0, x \neq 0$ sonlardan iborat.

Agar $m=4, n=1$ deb olsak, $\frac{2x-5}{x} - \frac{3x+5}{2} = 0$ tenglamaga, $m=5, n=3$ deb olsak, $\frac{6x-5}{6x} - \frac{9x+5}{4} = \frac{2}{3x}$ tenglamaga ega bo'lamiz.

(1) tenglamani yechish – parametrlarning qanday qiymatlarida berilgan tenglamani yechimi mavjud va u qanday ekanligini ko'rsatishdan iboratdir.

Parametrik tenglamalarni yechishda ham parametr qatnashmagan tenglamalarning teng kuchliligi haqidagi barcha tasdiqlar muximdir.

Ta'rif. Bir xil parametrli ikkita tenglamani teng kuchli deyiladi, agar:

1) ular parametrlarning bir xil qiymatlarida ma'noga ega bo'lsa,

2) birinchi tenglamani har bir yechimi ikkinchi tenglamaning ham yechimi va aksincha, ikkinchi tenglamaning har bir yechimi birinchi tenglamaning ham yechimi bo'lsa.

Bundan tashqari biz yuqorida ko'rib o'tgan tenglamalarning teng kuchliligi haqidagi barcha tasdiqlar parametrli tenglamalar uchun ham o'rinlidir. Umumiy o'rta ta'kim maktablari, kasb-hunar kollejlari va akademik litseylar matematika kursida ko'pincha bitta parametr qatnashgan tenglamalar qaraladi.

$F(x;a)=0$ (1) ko'rinishdagi tenglama eng sodda parametrik tenglamaga misol bo'la oladi.

(1) tenglamani qanoatlantiradigan barcha (x,a) juftliklarni topish talab qilingan bo'lsa, u holda (1) tenglamani a va x ga bog'liqbo'lgan ikki o'zgaruvchili tenglama deyiladi.

(1) tenglamaga nisbatan boshqacha masalani ham qo'yish mumkin. Ya'ni (1) tenglamani a ning biror tayin qiymatida qaralsa, u holda u faqat x o'zgaruvchiga bog'liq tenglamadan iborat bo'ladi. Bu holda tenglamani yechimi a ning tanlanishiga bog'liq bo'ladi.

Ta'rif. Agar a ning A to'plamdan olingan har bir qiymati uchun $F(a;x)=0$ tenglamani x ga nisbatan yechish talab qilingan bo'lsa, u holda (1) tenglamani a parametr ga bog'liq bo'lgan x o'zgaruvchili tenglama yoki parametr qatnashgan chiziqli tenglama deyiladi. A to'plam esa a parametrning o'zgarish sohasi deyiladi.

(1) tenglamadagi a ning turlicha tayin qiymatlarida turlicha tenglamalar hosil bo'ladi. Masalan, $2a(a-2)x=a-2$ tenglamadagi a parametrning o'zgarish sohasi $A=\{-1; 0; 1; 2; 3\}$ to'plamdan iborat bo'lsa, u holda berilgan tenglamadan quyidagi tenglamalar hosil bo'ladi:

$$a=-1 \text{ bo'lsa, } 6x=-3,$$

$$a=0 \text{ bo'lsa, } 0 \cdot x=-2,$$

$$a=1 \text{ bo'lsa, } -2x=-1,$$

$$a=2 \text{ bo'lsa, } 0 \cdot x=0,$$

$$a=3 \text{ bo'lsa, } 6x=1.$$

Parametrik tenglamalardagi parametrning o'zgarish sohasi bo'yicha maxsus eslatma bo'lmasa u holda biz parametrni o'zgarish sohasi sifatida barcha haqiqiy sonlar to'plamini qaraymiz.

Ta'rif. $F(x,a)=0$ tenglamani yechish—bu a parametrning barcha haqiqiy qiymatlarida hosil qilingan tenglamalarni haqiqiy sonlar to'plamida yechish demakdir.

$F(x,a)=0$ tenglamadagi a parametrning qabul qiladigan qiymatlari cheksiz ko'p bo'lgani uchun berilgan tenglamadan ham cheksiz ko'p tenglamalar hosil bo'ladi. Ammo biz hosil bo'lgan barcha tenglamalarni yechish imkoniyatiga ega emasmiz. Shuning uchun biz a parametrning qabul qiladigan qiymatlari to'plami A ni biror belgiga asosan uni hosil qiladigan to'plam ostilariga ajratamiz hamda ularda berilgan tenglamani yechamiz.

$F(x,a)=0$ tenglamadagi a parametrning qiymatlar to'plamini to'plam ostilarga bo'lishda a ning berilgan tenglamani sifat o'zgarishlarga olib keladigan qiymatlari tanlanadi. Parametrning bunday qiymatlari uning maxsusqiymatlari deyiladi.

Parametrning maxsus qiymatlari tushunchasiga qat'iy ta'rif bermaymiz va uni misollar yordamida tushuntiramiz.

Umumta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun mo'ljallangan darsliklar, o'quv qo'llanmalar hamda turli metodik adabiyotlarda chiziqli tenglama $ax = b$ yoki $ax + b = cx + d$ ko'rinishida berilgan.

$ax + b = cx + d$ tenglamadan $ax = b$ tenglamani osongina hosil qilish mumkin. Shuning uchun ham biz $ax = b$ tenglamani o'rganish bilan cheklanamiz. Bu yerda a va b parametrlar, x — noma'lum miqdor.

Bunda quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

1. Agar $a \neq 0$ bo'lsa, $ax = b$ tenglama $x = \frac{b}{a}$ ga teng yagona yechimga ega.

2. Agar $a = 0, b = 0$ bo'lsa, $ax = b$ tenglama $0 \cdot x = 0$ ko'rinishga keladi va bu holda tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

3. Agar $a = 0, b \neq 0$ bo'lsa, $ax = b$ tenglama $0 \cdot x = b(b \neq 0)$ ko'rinishga keladi va bu holda tenglama yechimga ega bo'lmaydi.

Parametr qatnashganchizikli tenglamani o'rganishda ko'pincha quyidagicha savolar qo'yilishi mumkin:

1. Tenglama yechilsin.
2. Parametrning qanday qiymatida tenglamaning ildizi nolga teng bo'ladi?
3. Parametrning qanday qiymatida tenglama yagona yechimga ega?
4. Parametrning qanday qiymatida tenglama cheksiz ko'p yechimga ega?
5. Parametrning qanday qiymatida tenglamaning ildizi musbat bo'ladi?
6. Parametrning qanday qiymatida tenglamaning ildizi manfiy bo'ladi?
7. Parametrning qanday qiymatida tenglamaning ildizi k_1 sonidan katta bo'ladi?
8. Parametrning qanday qiymatida tenglamaning ildizi k_1 sonidan kichik bo'ladi?
9. Parametrning qanday qiymatida tenglamaning ildizi (k_1, k_2) oraliqda bo'ladi?
10. Parametrning qanday qiymatida tenglama ildizga ega bo'lmaydi? va hokazo.

1.1. $2a(a-2)x=a-2$ tenglama yechilsin.

Yechish: x ning koeffitsientini nolga aylantiradigan a parametrning qiymatlari $a=0$ va $a=2$ dan iborat.

$a=0$ va $a=2$ bo'lganda berilgan tenglamani har ikkala qismini hadma-had x ning koeffitsientiga bo'lish mumkin emas.

$a \neq 0$ va $a \neq 2$ da esa berilgan tenglamani har ikkala qismini hadma-had x ning koeffitsientiga bo'lish mumkin. Shunday qilib a parametrning barcha haqiqiy qiymatlar to'plamini $A_1=\{0\}, A_2=\{2\}$ va $A_3=(-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (2; \infty)$ to'plamlarga ajratamiz va ularning har birida berilgan tenglamani yechamiz.

1) $a=0$ bo'lganda berilgan tenglama $0 \bullet x = -2$ ko'rinishga keladi va uyechimga ega bo'lmaydi.

2) $a=2$ bo'lganda tenglama $0 \bullet x = 0$ ko'rinishga keladi va uni barcha haqiqiy sonlar to'plami qanoatlantiradi. Ya'ni bu holda tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega.

$$3) a \neq 0 \text{ va } a \neq 2 \text{ bo'lganda esa } x = \frac{a-2}{2a(a-2)} \text{ yoki } x = \frac{1}{2a} \text{ bo'ladi.}$$

Javob: $a=0$ bo'lsa $x \notin \emptyset$; $a=2$ bo'lsa, $x \in (-\infty; +\infty)$;

$$a \in (-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty) \text{ bo'lsa, } x = \frac{1}{2a}.$$

1.2. $(a^2-1)x=(2a^2+a-3)$ tenglama yechilsin.

Yechish: $a=1$ va $a=-1$ bo'lganda, x ning koeffitsienti nolga teng bo'ladi.

Demak, a parametrning qiymatlar to'plamini $A_1=\{1\}$, $A_2=\{-1\}$ va $A_3=(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; \infty)$ to'plamlarga ajratamiz hamda ularni har birida berilgan tenglamani yechamiz. Dastlab tenglamani $(a-1)(a+1)x=(2a+3)(a-1)$ ko'rinishda yozamiz.

1) $a=1$ bo'lganda, tenglama $0 \bullet x = 0$ ko'rinishga keladi. Demak bu holda tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

2) $a=-1$ bo'lganda, tenglama $0 \bullet x = -2$ ko'rinishga keladi. Demak bu holda tenglama yechimga ega bo'lmaydi.

3) $a \neq \pm 1$ bo'lganda, tenglama $x = \frac{2a+3}{a+1}$ ga teng yagona yechimga ega bo'ladi.

Javob: $a=1$ bo'lsa, $x \in (-\infty; \infty)$; $a=-1$ bo'lsa, $x \in \emptyset$,

$$a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty) \text{ bo'lsa, } x = \frac{2a+3}{a+1}.$$

1.3. $\frac{3mx-5}{(m-1)(x+3)} + \frac{3m-11}{m-1} = \frac{2x+7}{x+3}$ tenglama yechilsin.

Yechish: Bu yerda m parametr, x noma'lum miqdor. Masalaning ma'nosiga ko'ra $(m-1)(x+3) \neq 0$ yoki $m \neq 1$ va $x \neq -3$ bo'lishi kerak. Tenglamani yechish uchun uning har ikkala qismini hadma-had $(m-1)(x+3)$ ga ko'paytiramiz va

$3mx-5+(3m-11)(x+3)=(2x+7)(m-1)$ yoki $(4m-9)x=31-2m$ tenglamani hosil qilamiz.

Bundan esa $x = \frac{31-2m}{4m-9}$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $m \neq 2,25$.

m ning 2,25 dan farqli qiymatlaridax ning qiymati 3 ga teng bo'ladiganlari bor yo'qligini aniqlaymiz. Buning uchun $\frac{31-2m}{4m-9} = -3$ ni m ga nisbatan

yechamiz. $31-2m=-12m+27; 10m=-4; m=-\frac{4}{10}=-0,4$.

Demak, berilgan tenglama $m \neq 1$, $m \neq 2,25$, va $m \neq -0,4$ bo'lganda $x = \frac{31-2m}{4m-9}$ dan iborat yagona yechimga ega bo'ladi.

Javob: $m \neq 1$, $m \neq 2,25$, $m \neq -0,4$ bo'lsa, $x = \frac{31-2m}{4m-9}$

2.1. m ning qanday qiymatida $\frac{6x-m}{2} = \frac{7mx+1}{3}$ tenglamani ildizi

nolga teng bo'ladi?

Yechish: $\frac{6x-m}{2} = \frac{7mx+1}{3}; 18x-3m=14mx+2; 18x-14mx=3m+2;$

$(18-14m)x=3m+2$.

$x=0$ bo'lishi uchun $3m+2=0$ va $18-14m \neq 0$ bo'lishi kerak.

Ulardan $m = -\frac{2}{3}$ va $18-14 \cdot (-\frac{2}{3}) = 18 + \frac{28}{3} = \frac{82}{3} \neq 0$ kelib chiqadi.

Javob: $-\frac{2}{3}$

2.2. a ning qanday qiymatida $\frac{6x-a}{6} = \frac{3ax-4}{5}$ tenglamaning ildizi

nolga teng bo'ladi?

Yechish: masalani shartidan foydalanamiz. Buning uchun berilgan tenglamadagi x ni o'rniga nolni qo'yamiz. Natijada, $\frac{0-a}{6} = \frac{0-4}{5}, -\frac{a}{6} = -\frac{4}{5}, a = \frac{24}{5}$ ni hosil qilamiz.

Javob: $\frac{24}{5}$.

3.1. $10(ax - 1) = 2a - 5x - 9$ tenglama a ning qanday qiymatida yagona yechimga ega?

Yechish: $10(ax-1)=2a-5x-9, 10ax-10=2a-5x-9, 10ax+5x=2a+1, (10a+5)x=2a+1$. Bu tenglama yagona yechimga ega bo'lishi uchun $10a+5 \neq 0$, ya'ni $a \neq -0,5$ bo'lishi kerak.

Javob: $-0,5$.

3.2. $2,5(ax - 5, 2) = 2a - 5x - 9$ tenglama a ning qanday qiymatlarida yagona yechimga ega?

Yechish:

$2,5(ax - 5, 2) = 2a - 5x - 9, 2,5ax - 13 = 2a - 5x - 9, (2,5a + 5)x = 4$. Bu tenglama yagona yechimga ega bo'lishi uchun $2,5a + 5 \neq 0, 2,5a \neq -5, a \neq -2$ bo'lishi kerak.

Javob: $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

4.1. n ning qanday qiymatida $nx+1=n+x$ tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi?

Yechish: $nx+1=n+x, nx-x=n-1, (n-1)x=n-1$. Bu tenglama $n=1$ bo'lganda $0 \bullet x = 0$ ko'rinishga keladi. Bu holda tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

Javob: 1 .

4.2. a ning qanday qiymatida $ax-a=x-1$ tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi?

Yechish: $ax-a=x-1$, $ax-x=a-1$, $(a-1) \bullet x=a-1$. Bu tenglama $a=1$ bo'lganda $0 \bullet x=0$ ko'rinishga keladi. Bu holda tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

Javob:1.

4.3. $(k^2-4k+2)x=k-x-3$ yoki $(k+2)x-1=k+x$ tenglama cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladigan k ning nechta qiymati mavjud?

Yechish: Har bir tenglamani alohida-alohida yechamiz:

a) $(k^2-4k+2)x=k-x-3$, $(k^2-4k+2)x+x=k-3$, $(k^2-4k+3)x=k-3$. Bu tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'lishi uchun $k^2-4k+3=0$ yoki $k-3=0$ bo'lishi kerak.

$k^2-4k+3=0$ dan $k_1=1$, $k_2=3$ va $k-3=0$ dan $k=3$ kelib chiqadi. Demak, $k=3$ bo'lganda k^2-4k+3 va $k-3$ lar bir vaqtda 0 ga teng bo'ladi.

b) $(k+2)x-1=k+x$, $(k+2)x-x=k+1$, $(k+1)x=k+1$. Bu tenglama $k=-1$ da cheksiz ko'p yechimlarga ega.

Javob: 2 ta

5.1. k ning qanday qiymatlarida $k(x+1)=5$ tenglamaning ildizi musbat bo'ladi?

Yechish: $k(x+1)=5$, $kx+k=5$; $kx=5-k$.

Agar $k \neq 0$ bo'lsa tenglama $x = \frac{5-k}{k}$ ga teng ildizga teng bo'ladi.

Masalaning shartiga asosan $\frac{5-k}{k} > 0$ bo'lishi kerak. Undan $0 < k < 5$ kelib chiqadi

Javob: $(0;5)$.

5.2. t parametrning qanday qiymatlarida $3x + 2 = 2(x - t)$ tenglama musbat ildizga ega bo'ladi?

Yechish: $3x + 2 = 2(x - t)$, $3x + 2 = 2x - 2t$, $x = -2t - 2$,

$$-2t - 2 > 0, -2t > 2, t < -1.$$

Javob: $(-\infty; -1)$.

6.1. a ning qanday qiymatlarida $\frac{a-1}{x+6} = \frac{2x+7}{(x+2)^2 - x - 22}$ tenglamani

barcha ildizlari musbat bo'lmaydi?

Yechish: $(x+2)^2 - x - 22 = x^2 + 4x + 4 - x - 22 = x^2 + 3x - 18 = (x+6)(x-3)$ bo'lgani

uchun berilgan tenglamani $\frac{a-1}{x+6} = \frac{2x+7}{(x+6)(x-3)}$ ko'rinishda yozish mumkin.

$x \neq -6$, $x \neq 3$ shartlarni e'tiborga olib, oxirgi tenglamaga teng kuchli

$$\text{bo'lgan: } \begin{cases} (a-1)(x-3) = 2x+7, \\ x \neq -6, \\ x \neq 3 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} (a-3)x = 3a+4, \\ x \neq -6, \\ x \neq 3 \end{cases} \text{ sistemani hosil}$$

qilamiz.

$a=3$ bo'lganda, tenglamani yechimga ega emasligi ravshan. Agar $a \neq 3$

bo'lsa, u holda sistemaning birinchi tenglamasidan $x = \frac{3a+1}{a-3}$ kelib chiqadi.

$$\text{Tenglamaning ildizlari musbat bo'lmasligi shartini e'tiborga olib } \begin{cases} \frac{4+3a}{a-3} \leq 0, \\ \frac{4+3a}{a-3} \neq -6 \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz. Bu sistemani yechib $-\frac{4}{3} \leq a < \frac{14}{9}$ va $\frac{14}{9} < a < 3$ ni

hosil qilamiz.

$$\text{Javob: } a \in \left[-\frac{4}{3}; \frac{14}{9}\right) \cup \left(\frac{14}{9}; 3\right)$$

6.2. b ning qanday qiymatlarida $b(2-x)=6$ tenglamaning yechimi manfiy?

Yechish: $b(2-x)=6, 2b-bx=6, bx=2b-6$.

Agar $b=0$ bo'lsa, tenglama yechimga ega emas.

Agar $b \neq 0$ bo'lsa, tenglama $x = \frac{2b-6}{b}$ yechimga ega. Masalaning shartiga ko'ra biz b ning $\frac{2b-6}{b} < 0$ tengsizlik o'rinli bo'ladigan qiymatlarini topishimiz kerak. $0 < b < 3$ dan iborat.

Javob: $(0, 3)$.

7.1. p parametrning qanday qiymatlarida $5x - 3p = 4$ tenglamaning yechimi 12 dan katta bo'ladi?

Yechish: $5x - 3p = 4, 5x = 3p + 4, x = \frac{3p+4}{5}$.

Masalaning shartiga asosan, $x > 12$, ya'ni $\frac{3p+4}{5} > 12$ bo'lishi kerak. Uni yechamiz: $\frac{3p+4}{5} > 12, \frac{3p+4}{5} - 12 > 0, \frac{3p+4-60}{5} > 0, \frac{3p-56}{5} > 0,$
 $3p - 56 > 0, p > \frac{56}{3}.$

Javob: $\left(\frac{56}{3}; +\infty\right).$

7.2. p parametrning qanday qiymatlarida $5x - 3p = 4$ tenglamaning ildizi -12 dan katta bo'ladi?

Yechish: $5x - 3p = 4, 5x = 3p + 4, x = \frac{3p+4}{5}$.

Masalaning shartiga asosan, $x > -12$, ya'ni $\frac{3p+4}{5} > -12$ bo'lishi kerak. Uni yechamiz: $\frac{3p+4}{5} > -12, \frac{3p+4}{5} + 12 > 0, \frac{3p+4+60}{5} > 0, \frac{3p+64}{5} > 0,$
 $3p + 64 > 0, p > -\frac{64}{3}.$

Javob: $\left(-\frac{64}{3}; +\infty\right).$

8.1. a ning qanday qiymatlarida $ax-2a=2$ tenglama birdan kichik yechimga ega bo'ladi?

Yechish: $ax-2a=2, ax=2a+2.$

Agar $a=0$ bo'lsa, tenglama yechimga ega emas.

Agar $a \neq 0$ bo'lsa, tenglama $x = \frac{2a+2}{a}$ yechimga ega. Masalaning shartiga ko'ra biz a ning $\frac{2a+2}{a} < 1$ tengsizlik o'rinli bo'ladigan qiymatlarini topishimiz kerak. Oxirgi tengsizlikni yechamiz $\frac{2a+2}{a} < 1, \frac{2a+2}{a} - 1 < 0, \frac{2a+2-a}{a} < 0, \frac{a+2}{a} < 0, -2 < a < 0$.

Javob: $(-2, 0)$.

8.2. a ning qanday qiymatlarida $4 + ax = 3(x + 1)$ tenglamaning yechimi -4 dan katta bo'ladi?

Yechish: $4 + ax = 3(x + 1), 4 + ax = 3x + 3, ax - 3x = -1;$
 $(a - 3)x = -1, x = -\frac{1}{a-3}$. Masalaning shartiga asosan, $x > -4$, ya'ni $-\frac{1}{a-3} > -4$ bo'lishi kerak. Uni yechamiz: $-\frac{1}{a-3} > -4, -\frac{1}{a-3} + 4 > 0, \frac{-1+4a-12}{a-3} > 0, \frac{4a-13}{a-3} > 0$. Oraliqlar usulidan foydalanib, $(-\infty; 3) \cup \left(\frac{13}{4}; +\infty\right)$ ekanligini topamiz.

Javob: $(-\infty; 3) \cup \left(\frac{13}{4}; +\infty\right)$.

9.1. a parametrning qanday qiymatlarida $ax - 2a = 3$ tenglamaning yechimi $(-2; 1)$ oraliqda bo'ladi?

Yechish: $ax - 2a = 3, ax = 2a + 3, x = \frac{2a+3}{a}$. Masalaning shartiga asosan, $-2 < x < 1$, ya'ni $-2 < \frac{2a+3}{a} < 1$ bo'lishi kerak. Hosil bo'lgan tengsizlik qo'sh tengsizlikdir. Uni yechamiz:

$$a) \frac{2a+3}{a} > -2, \frac{2a+3}{a} + 2 > 0, \frac{2a+3+2a}{a} > 0, \frac{4a+3}{a} > 0.$$

Bundan $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right) \cup (0; +\infty)$.

$$b) \frac{2a+3}{a} < 1, \frac{2a+3}{a} - 1 < 0, \frac{2a+3-a}{a} < 0, \frac{a+3}{a} < 0. \text{ Bundan } a \in (-3; 0).$$

Topilgan yechimlarni umumlashtirib, $\left(-3; -\frac{3}{4}\right)$ ni hosil qilamiz.

Javob: $\left(-3; -\frac{3}{4}\right)$.

9.2. p parametrning qanday qiymatlarida $4x + 7p = 4$ tenglamaning yechimi $(1; 3)$ oraliqda bo'ladi?

Yechish: $4x + 7p = 4, 4x = -7p + 4, x = \frac{-7p+4}{4}$. Masalaning shartiga asosan, $1 < x < 3$, ya'ni $1 < \frac{-7p+4}{4} < 3$ bo'lishi kerak. Hosil bo'lgan qo'sh tengsizlikni yechamiz:

$$a) \frac{-7p+4}{4} > 1, \frac{-7p+4}{4} - 1 > 0, \frac{-7p+4-4}{4} > 0, \frac{-7p}{4} > 0, p < 0, (-\infty; 0).$$

$$b) \frac{-7p+4}{4} < 3, \frac{-7p+4}{4} - 3 < 0, \frac{-7p+4-12}{4} < 0, \frac{-7p-8}{4} < 0, -7p - 8 < 0, -7p < 8, p > -\frac{8}{7}, \left(-\frac{8}{7}; +\infty\right).$$

Hosil bo'lgan yechimlarni umumlashtirib, $\left(-\frac{8}{7}; 0\right)$ ga ega bo'lamiz.

Javob: $\left(-\frac{8}{7}; 0\right)$.

10.1. m ning qanday qiymatida $my+1=m$ tenglama yechimga ega bo'lmaydi?

Yechish: $my+1=m, my=m-1$. Agar $m=0$ bo'lsa $0 \bullet y = -1$ tenglama hosil bo'ladi va u yechimga ega bo'lmaydi.

Javob: 0.

10.2. a ning qanday qiymatida $ax=2x+3$ tenglama yechimga ega bo'lmaydi?

$$\text{Yechish: } ax=2x+3, ax-2x=3, (a-2)x=3$$

Bu tenglama yechimga ega bo'lmasligi uchun $a-2=0$ bo'lishi kerak. Bundan esa $a=2$ kelib chiqadi.

Javob: 2.

10.3. $ax+5=7x+b$ tenglama a va b ning qanday qiymatlarida yechimga ega bo'lmaydi?

Yechish: $ax+5=7x+b$; $ax-7x=b-5$; $(a-7)x=b-5$.

Bu tenglama yechimga ega bo'lmashligi uchun $a-7=0$ va $b-5 \neq 0$ bo'lishi kerak. Bundan esa $a=7$ va $b \neq 5$ lar kelib chiqadi.

Javob: $a=7$, $b \neq 5$

10.4. $\frac{2kx+3}{3} = \frac{k-2+x}{2}$ tenglama k ning qanday qiymatida

yechimga ega emas?

Yechish: $\frac{2kx+3}{3} = \frac{k-2+x}{2}$, $4kx+6=3k-6+3x$, $4kx-3x=3k-12$,

$(4k-3)x=3k-12$.

Agar $4k-3=0$, ya'ni $k = \frac{3}{4}$ bo'lsa, $0 \cdot x = \frac{9}{4} - 12$ tenglama hosil bo'ladi.

Bu tenglama esa yechimga ega emas.

Javob: $\frac{3}{4}$

10.5. a ning $(a^2-4)x+5=0$ tenglama yechimga ega bo'lmaydigan barcha qiymatlari ko'paytmasini toping.

Yechish: Berilgan tenglamani $(a^2-4)x=-5$ ko'rinishda yozamiz. Bu tenglama $a^2-4=0$, ya'ni $a=-2$ va $a=2$ bo'lganda yechimga ega emas. Demak, $2 \cdot (-2) = -4$

Javob: -4 .

10.6. $(a^2-1)x+3=0$ tenglama yechimga ega bo'lmaydigan a ning barcha qiymatlari yig'indisini toping.

Yechish: $(a^2-1)x+3=0$, $(a^2-1)x=-3$. Bu tenglama yechimga ega bo'lmashligi uchun $a^2-1=0$, ya'ni $a_1=1$ va $a_2=-1$ bo'lishi kerak. Demak, $1+(-1)=0$.

Javob: 0 .

§4 .Parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasi

Ma'lumki, $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ (1)ga ikki noma'lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi deb atalar edi. Shu vaqtga qadar biz bunday ko'rinishdagi sistemalarni a_1, b_1, a_2, b_2, c_1 va c_2 larning tayin qiymatlarida yechish bilan shug'ullandik.

Agar bu sistemada a_1, b_1, a_2, b_2, c_1 va c_2 parametrlarning ba'zilarini tayin qiymatlar qabul qilmasa, u holda sistemani parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi. Bu sistema parametrlarning ba'zi qiymatlarida yechimga ega, ba'zi qiymatlarida yechimga ega emas va ba'zi qiymatlarida cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'lishi mumkin.

(1) Sistema $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ shartda yagona yechimga ega, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ shartda yechimga ega emas va $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ shartda cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

Bunday sistemalarni o'rganishda, ko'pincha, quyidagicha savollar qo'yilishi mumkin:

1. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yagona yechimga ega?
2. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema cheksiz ko'p yechimga ega?
3. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yechimga ega emas?
4. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yechimlari yig'indisi x_0 ga teng bo'ladi?

5. Agar $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ sistemaning yechimi (x_0, y_0) bo'lsa, parametrlarning qiymati topilsin.

6. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistemaning yechimi koordinata tekisligining (I,II,III,IV)choragida bo'ladi?

Quyida bularni har biriga doir misollar ko'rib o'tamiz.

1.1. k parametrning qanday qiymatlarida $\begin{cases} kx + 4y = 4 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ tenglamalar

sistemi yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish: Sistemaning yagona yechimga ega bo'lishlik shartiga asosan, $\frac{k}{3} \neq \frac{4}{1}$ bo'lishi kerak. Bundan esa $k \neq 12$ kelib chiqadi.

Javob: $k \neq 12$.

1.2. a parametrning qanday qiymatlarida $\begin{cases} ax + 2y = 3 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$ tenglamalar

sistemi yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish: Sistemaning yagona yechimga ega bo'lishlik shartiga asosan, $\frac{a}{3} \neq \frac{2}{-1}$ bo'lishi kerak. Bundan esa $a \neq -6$ kelib chiqadi.

Javob: $a \neq -6$.

2.1. k ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} 3x + (k-1)y = k+1 \\ (k+1)x + y = 3 \end{cases}$ tenglamalar

sistemi cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi?

Yechish: Sistemaning cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishlik shartiga asosan, $\frac{3}{k+1} = \frac{k-1}{1} = \frac{k+1}{3}$ ga ega bo'lamiz. Bundan $k^2 - 1 = 3$ yoki $k^2 = 4$ kelib chiqadi. Buni yechib, $k_1 = -2$ va $k_2 = 2$ larni topamiz. Ikkinchi tomondan $3k - 3 = k + 1, 2k = 4, k = 2$. Demak, $k = 2$.

Javob: 2.

2.2. k ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} 3x + 6y = k \\ 9x + 18y = k+1 \end{cases}$ tenglamalar

sistemi cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi?

Yechish: Sistemaning cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishlik shartiga asosan, $\frac{3}{9} = \frac{6}{18} = \frac{k}{k+1}$ ga ega bo'lamiz. Bundan esa $\frac{k}{k+1} = \frac{1}{3}$ yoki $3k = k + 1$ bo'lib, undan $k = \frac{1}{2}$ ni topamiz.

Javob: $\frac{1}{2}$.

3.1. k ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} (k^2 - k - 1)x + 2,5y = 5 \\ 2x + y = -k \end{cases}$

tenglamalar sistemasining bironta ham yechimi bo'lmaydi?

Yechish: Sistemaning yechimga ega bo'lmaslik shartiga asosan,

$$\frac{k^2 - k - 1}{2} = \frac{2,5}{1} \neq \frac{5}{-k} \text{ yoki } \begin{cases} k^2 - k - 1 = 5 \\ k \neq -2 \end{cases} \text{ ni hosil qilamiz. Bu sistemaning}$$

birinchi tenglamasi $k^2 - k - 1 = 5$ dan $k^2 - k - 6 = 0$ bo'lib, undan

$k_1 = -2, k_2 = 3$ kelib chiqadi. Agar $k \neq -2$ shartni e'tiborga olsak, sistemaning yechimi $k = 3$ dan iborat bo'ladi.

Javob: 3.

3.2. a ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} ax - y = 0 \\ x + y = 10 \end{cases}$ tenglamalar sistemasi

yechimga egabo'lmaydi?

Yechish: Sistemaning yechimga ega bo'lmaslik shartiga asosan,

$$\frac{a}{1} = \frac{-1}{1} \neq \frac{0}{10} \text{ ni hosil qilamiz. Bundan } a = -1 \text{ kelib chiqadi.}$$

Javob: -1.

4.1. Agar $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + y = k \end{cases}$ bo'lsa, k ning qanday qiymatida $x + y = 2$

tenglik o'rinli bo'ladi?

Yechish: Sistema tenglamalarini qo'shamiz:

$$3x + 3y = 2 + k, 3(x + y) = 2 + k, 3 \cdot 2 = 2 + k, 2 + k = 6, k = 4.$$

Javob: 4.

4.2. Agar $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + ky = 8 \end{cases}$ bo'lsa, k ning qanday qiymatida $x + y = 2$

tenglik o'rinli bo'ladi?

$$\text{Yechish: } \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + ky = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + 2y = 6 \\ 2x + ky = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 + 2y = 6 \\ 2x + ky = 8 \end{cases}, y = 2, x = 0.$$

Bularni ikkinchi tenglamaga qo'yamiz: $2 \cdot 0 + 2k = 8, 2k = 8, k = 4.$

Javob: 4.

5.1. Agar $\begin{cases} ax + by = 3 \\ bx + ay = 2 \end{cases}$ tenglamalar sistemasi $x = 3, y = 2$

yechimlarga ega bo'lsa, a ning qiymati topilsin.

Yechish: x va y ning qiymatlarini sistemaga qo'yamiz. Natijada, $\begin{cases} 3a + 2b = 3 \\ 3b + 2a = 2 \end{cases}$ sistema hosil bo'ladi. Bu a va b larga nisbatan chiziqli tenglamalar sistemasidir. Uni yechamiz:

$$\begin{cases} 3a + 2b = 3 \\ 3b + 2a = 2 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot (-3) \end{matrix} \begin{cases} 6a + 4b = 6, \\ -9b - 6a = -6 \end{cases}$$

Sistema tenglamalarini qo'shamiz. $-5b = 0, b = 0, 6a = 6, a = 1$.

Javob: $a = 1$.

6.1.m ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} 2x - y = 3m - 4 \\ x - y = m - 1 \end{cases}$ tenglamalar sistemasining yechimi koordinata tekisligining IV–choragiga tegishli bo'ladi?

Yechish: Masalaning shartiga asosan, $x > 0$ va $y < 0$ bo'lishi kerak. Berilgan sistemadan x va y larni topamiz.

$$\begin{cases} 2x - y = 3m - 4 \\ x - y = m - 1 \end{cases} \cdot (-2) \begin{cases} 2x - y = 3m - 4, \\ -2x + 2y = -2m + 2 \end{cases}$$

Sistematinglamalarini qo'shamiz; $y = m - 2$. $y < 0$ bo'lishi kerakligidan $m - 2 < 0, m < 2$.

$$\begin{cases} 2x - y = 3m - 4 \\ x - y = m - 1 \end{cases} \Rightarrow x = (3m - 4) - (m - 1) = 3m - 4 - m + 1 = 2m - 3.$$

$x > 0$ shartdan $2m - 3 > 0, m > 1,5$. Demak, $(1,5; 2)$.

Javob: $(1,5; 2)$.

§5 . Parametr qatnashgan kvadrat tenglamalar

Umumiy o'rta ta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika kursida o'rganiladigan tenglamalar ichida kvadrat tenglama tushunchasi muhim o'rin egallaydi. Kvadrat tenglamadan tashqari ko'plab tenglamalarni yechish jarayonida ham ko'pincha kvadrat tenglamaga duch kelamiz. Shuning uchun ham o'quvchilarga kvadrat tenglama, uning turlari va ularni yechish usullarini mukammal o'rgatishimiz kerak.

$ax^2+bx+c=0$ ko'rinishdagi tenglamaga kvadrat tenglama deyiladi. Bu yerda x -noma'lum miqdor, a,b,c lar haqiqiy sonlar va $a \neq 0$ bo'lib, ularni koeffitsientlar deyiladi.

$D = b^2 - 4ac$ ifodaga kvadrat tenglamaning diskriminanti deyiladi. Berilgan tenglamani ildizga ega yoki ega emasligi D ning qiymatiga bog'liq.

Agar $D > 0$ bo'lsa, berilgan tenglama ikkita har xil haqiqiy

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ildizlarga ega.}$$

Agar $D = 0$ bo'lsa, berilgan tenglama ikkita o'zaro teng haqiqiy $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$ ildizlarga ega.

Agar $D < 0$ bo'lsa, berilgan tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas.

Kvadrat tenglamaning ildizlari bilan koeffitsientlari orasida quyidagi munosabatlar o'rinaladi.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Agar $ax^2 + bx + c = 0$ tenglamada $a = 1$ bo'lsa, tenglamani keltirilgan kvadrat tenglama deyiladi. Uni ko'pincha $x^2 + px + q = 0$ ko'rinishda yoziladi. Bu tenglama uchun Viet teoremasi deb ataluvchi quyidagi teorema o'rinaladi.

Teorema. Keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlari yig'indisi qarama-qarshi ishora bilan olingan ikkinchi hadning koeffitsientiga, ko'paytmasi esa ozod hadga teng bo'ladi. Ya'ni,

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q.$$

Keltirilgan kvadrat tenglama uchun $D = p^2 - 4q$ bo'ladi.

Agar $D = p^2 - 4q > 0$ bo'lsa, u holda keltirilgan kvadrat tenglama $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$ dan iborat ikkita haqiqiy ildizlarga ega bo'ladi.

Agar $D = p^2 - 4q = 0$ bo'lsa, u holda tenglama ikkita o'zaro teng haqiqiy ildizlarga ega bo'ladi.

Agar $D = p^2 - 4q < 0$ bo'lsa, u holda tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo'lmaydi.

$ax^2 + 2bx + c = 0$ tenglamada $D > 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ dan iborat bo'ladi.

$x^2 + 2px + q = 0$ tenglamada $D > 0$ bo'lsa, u holda tenglamaning ildizlari $x_{1,2} = -p \pm \sqrt{p^2 - q}$ dan iborat bo'ladi.

$y = ax^2 + bx + c$ ning grafigi parabola deb ataladi va uning uchi $D\left(\frac{-b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ nuqtada bo'ladi.

Agar $x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$ va $x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$ lar $x^2 + px + q = 0$ keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlari bo'lsa, u holda quyidagi teoremlar o'rinlidir:

1. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p > 0, q > 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $x_1 < x_2 < 0$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
2. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p < 0, q > 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $0 < x_1 < x_2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
3. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p > 0, q < 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $x_1 < 0 < x_2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
4. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p < 0, q < 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $x_1 < 0 < x_2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
5. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p > 0, q = 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $x_1 < x_2 = 0$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
6. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p < 0, q = 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $0 = x_1 < x_2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
7. Agar keltirilgan kvadrat tenglamada $p = 0, q < 0$ bo'lsa, u holda uning ildizlari uchun $x_1 < 0 < x_2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Bu teoremlar yordamida berilgan keltirilgan kvadrat tenglamani yechmasdan qachon uning har ikkala ildizi manfiy, har ikkala ildizi musbat, ildizlaridan biri manfiy, ikkinchisi musbat, bitta ildizi nolga teng, ikkinchisi musbat, bir ildizi nolga teng, ikkinchisi manfiy ekanligini aniqlash mumkin bo'ladi.

Masalan, $x^2 - 7x + 12 = 0$ tenglamada $p = -7 < 0$ va $q = 12 > 0$ bo'lganligi uchun ikkinchi teorema asosan tenglamaning har ikkala ildizi musbat, $x^2 - 4x - 5 = 0$ tenglamada $p = -4 < 0$ va $q = -5 < 0$ bo'lganligi uchun to'rtinchi teorema asosan tenglamaning bitta ildizi manfiy, ikkinchi ildizi esa musbat bo'ladi.

Ko'rib o'tilgan bu misollarda biz p va q ning aniq qiymatlarida tenglamaning ildizlari haqida fikr yuritdik. Agar berilgan tenglamada p va q ($ax^2 + bx + c = 0$ da a, b, c) lar tayin qiymatlar bilan berilmagan bo'lsa, u holda uning ildizlari p va q yoki a, b, c larning qanday qiymatlar qabul qilishiga bog'liq. Bu holda tenglamani parametr qatnashgan kvadrat tenglama deb ataladi. Ko'pincha berilgan kvadrvt tenglamalarda yuqoridagi parametrlardan birigina qatnashadi. Bunday tenglamalarni o'rganishda quyidagi savollar qo'yilishi mumkin:

1. Parametr qatnashgan tenglama yechilsin.
2. Parametrning qanday qiymatlarida tenglama yagona ildizga ega bo'ladi?
3. Parametrning qanday qiymatlarida bittadan ortiq ildizlarga ega?
4. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari qarama-qarshi ishorali bo'ladi?
5. Parametrning qanday qiymatlaridatenglamaning ildizlari qarama-qarshi sonlar bo'ladi?
6. Parametrning qanday qiymatlarida tenglama cheksiz ko'p ildizlarga ega bo'ladi?
7. Parametrning qanday qiymatlarida tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo'lmaydi?
8. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning har ikkala ildizi k_0 dan kichik (katta) bo'ladi?
9. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari (k_1, k_2) oraliqda bo'ladi?

10. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari dan biri ikkinchisidan k marta katta (kichik) bo'ladi?

11. Parametrning qanday qiymatlarida tenglama ildizlari kvadratlari (kublari) ning yig'indisi eng katta (kichik) bo'ladi?

12. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning har ikkala ildizi k sonidan katta (kichik) bo'ladi?

13. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari orasida $ax_1 + bx_2 = c$ munosabat o'rinli bo'ladi? (bu yerda a, b, c lar berilgan sonlar) va hokazo.

Quyida biz yuqorida qo'yilgan savollarga javob beruvchi topshiriqlardan namunalar keltiramiz:

1.1. $mx^2 + 3mx - (m + 2) = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Bu tenglama m parametrning har qanday qiymatlarida ma'noga ega.

Agar $m = 0$ bo'lsa, berilgan tenglama $0 \cdot x^2 + 3 \cdot 0 \cdot x - (0 + 2) = 0$ yoki $-2 = 0$ ko'rinishga keladi. Bu esa berilgan tenglamaning $m = 0$ bo'lganda yechimga ega emasligini bildiradi.

$m \neq 0$ bo'lganda berilgan tenglama kvadrat tenglama bo'ladi. Bu holda tenglama yechimga ega bo'lishi uchun uning diskriminanti manfiy bo'lmasligi kerak. Ya'ni, $D = b^2 - 4ac = (3m)^2 + 4 \cdot m(m + 2) = 9m^2 + 4m^2 + 8m = 13m^2 + 8m = m(13m + 8) \geq 0$ bo'lishi kerak. Bundan $m \leq -\frac{8}{13}$ va $m > 0$ ($m = 0$ da tenglama yechimga ega emasligi ravshan) kelib chiqadi. Bu shartlarni e'tiborga olsak, berilgan tenglamaning ildizlari:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2m} [-3m \pm \sqrt{m(13m + 8)}] \text{ bo'ladi.}$$

$$\text{Javob: } m \in \left(-\infty; -\frac{8}{13}\right] \cup (0; +\infty) \text{ bo'lsa,}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2m} [-3m \pm \sqrt{m(13m + 8)}].$$

2.1. $ax^2 - x + 3 = 0$ tenglama a ning qanday qiymatlarida yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish: Agar $a = 0$ bo'lsa, berilgan tenglama $0 \cdot x^2 - x + 3 = 0$ yoki $-x + 3 = 0$ ko'rinishga keladi va u $x = 3$ ga teng yagona yechimga ega bo'ladi.

Agar $a \neq 0$ bo'lsa, u holda berilgan tenglama kvadrat tenglama bo'ladi va u $D = 1 - 12a = 0$ bo'lganda yagona yechimga ega bo'ladi. Demak,

$$1 - 12a = 0, a = \frac{1}{12}.$$

Javob: 0 yoki $\frac{1}{12}$.

3.1. $a(a - 3)x^2 + (2a + 6)x - 3a - 9 = 0$ tenglama a ning qanday qiymatlarida bittadan ortiq ildizlarga ega bo'ladi?

Yechish: Agar $a = 0$ bo'lsa, berilgan tenglama $6x - 9 = 0$ ko'rinishga keladi va uni ildizi $x = 1,5$ bo'ladi.

Agar $a = -3$ bo'lsa, berilgan tenglama $0 = 0$ ko'rinishga keladi. Bu esa berilgan tenglamaning cheksiz ko'p ildizlarga ega ekanligini bildiradi.

Agar $a \neq 0$ va $a \neq -3$ bo'lganda berilgan tenglamani har ikkala qismini hadma-had $a + 3$ ga bo'lamiz. Natijada $ax^2 + 2x - 3 = 0$ kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglama bittadan ortiq ildizlarga ega bo'lishi uchun uning diskriminanti noldan katta bo'lishi, ya'ni $D = 4 - 12a > 0$ bo'lishi kerak. Undan esa $a > -\frac{1}{3}$ kelib chiqadi. $a \neq 0$ shartni e'tiborga olsak, berilgan tenglama $\{-3\} \cup \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ da bittadan ortiq ildizlarga ega bo'lishini aniqlaymiz.

4.1. $(a - 1)x^2 + x + (a - 2)(a^2 + 4) = 0$ tenglamaning ildizlari a ning qanday qiymatlarida qarama-qarshi ishorali bo'ladi?

Yechish: Dastlab tenglamani har ikkala qismini hadma-xad $a - 1$ ($a \neq 1$) ga bo'lamiz. Natijada $x^2 + \frac{1}{a-1} + \frac{(a-2)(a^2+4)}{a-1} = 0$ keltirilgan kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglamaning ildizlari qarama-qarshi ishorali bo'lishi uchun $\frac{(a-2)(a^2+4)}{a-1} < 0$ bo'lishi kerak (Viet teoremasiga asosan). Bu yerda $a^2 + 4 > 0$ bo'lganligi uchun oxirgi tengsizlik $\frac{(a-2)}{a-1} < 0$ tengsizlikka teng kuchli. Uni

yechib $1 < a < 2$ ni topamiz. Demak, $a \in (1; 2)$ bo'lganda berilgan tenglamaning ildizlari qarama-qarshi ishorali bo'ladi.

Javob: $a \in (1; 2)$.

5.1. m ning qanday qiymatlarida $3x^2 + (3m - 15)x - 27 = 0$ tenglamaning ildizlari qarama-qarshi sonlar bo'ladi?

Yechish: $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlari qarama-qarshi sonlar bo'lishi uchun uning ikkinchi hadining koeffitsienti nolga teng va ozod hadi manfiy bo'lishi kerak. Berilgan tenglamada $c = -27 < 0$ bo'lgani uchun biz $b = 3m - 15 = 0$ dan m ni aniqlashimiz kerak. Undan esa $m = 5$ kelib chiqadi.

Javob: 5.

6.1. a ning qanday qiymatlarida $(a^2 - a - 6)x^2 - (a^2 + 2a - 15)x + (a^2 - 2a - 3) = 0$ tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi?

Yechish: Kvadrat tenglama ikkitadan ortiq ildizlarga ega bo'lishi mumkin emas. Demak, x^2 oldidagi koeffitsient nolga teng bo'lishi, ya'ni $a^2 - a - 6 = 0$ bo'lishi kerak. Buni yechib $a_1 = -2$ va $a_2 = 3$ larni topamiz.

$a_1 = -2$ bo'lganda berilgan tenglama $0 \cdot x^2 + 15x + 5 = 0$ yoki $15x + 5 = 0$ bo'lib, undan $x = -\frac{1}{3}$ kelib chiqadi.

$a_2 = 3$ da $0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 0 = 0$, ya'ni $0 = 0$ ga ega bo'lamiz. Demak, bu holda tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega.

Javob: 3.

7.1. $kx^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$ tenglama k ning qanday eng katta butun qiymatida ildizlarga ega bo'lmaydi?

Yechish: Agar $k = 0$ bo'lsa, u holda $-24x + 2 = 0$ tenglama hosil bo'ladi va u $x = \frac{1}{12}$ ga teng ildizga ega bo'ladi.

Agar $k \neq 0$ bo'lsa, u holda berilgan tenglama kvadrat tenglamadan iborat bo'ladi. Kvadrat tenglama ildizlarga ega bo'lmasligi uchun uning diskriminanti noldan kichik bo'lishi, ya'ni $D = b^2 - 4ac = 4(k - 12)^2 - 8k = 4k^2 - 104k + 576 < 0$ bo'lishi kerak. Hosil bo'lgan kvadrat tengsizlikni yechamiz:

$4k^2 - 104k + 576 < 0, k^2 - 26k + 144 < 0, 8 < k < 18$. Bu tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng katta butun son 17 ga teng.

Javob: 17.

8.1. k ning qanday qiymatlarida $2x^2 + mx + m^2 - 5 = 0$ tenglamaning har ikkala ildizi birdan kichik bo'ladi?

Yechish: Bu yerda biz quyidagi teoremdan foydalanamiz:

Teorema: $f(x) = ax^2 + bx + c$ funksiya biror x_0 dan kichik bo'lgan ikkita x_1 va x_2 ildizlarga ega bo'lishi uchun bir vaqtda quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

$$\begin{cases} D = b^2 - 4ac \geq 0, \\ -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2} < x_0, \\ f(x_0) > 0. \end{cases}$$

Demak, $f(x) = 2x^2 + mx + m^2 - 5$ bo'lib, unda $a = 2, b = m$ va $c = m^2 - 5$. Bularni e'tiborga olsak,

$$\begin{cases} m^2 - 2 \cdot 4 \cdot (m^2 - 5) \geq 0, \\ -\frac{m}{4} < 1, \\ 2 \cdot 1^2 + m \cdot 1 + m^2 - 5 > 0. \end{cases} \quad \text{yoki} \quad \begin{cases} -7m^2 + 40 \geq 0, \\ m > -4, \\ m^2 + m - 3 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2 \leq \frac{40}{7}, \\ m > -4, \\ m < \frac{-\sqrt{13}-1}{2}, \quad m > \frac{\sqrt{13}-1}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Oxirgi sistemadan} \left[-\sqrt{\frac{40}{7}}; \frac{-\sqrt{13}-1}{2} \right) \cup \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}; \sqrt{\frac{40}{7}} \right].$$

9.1. k ning qanday qiymatlarida $x^2 + 2(k-3)x + 9 = 0$ tenglamaning har ikkala ildizi $(-6;1)$ oraliqda bo'ladi?

Yechish: Bu yerda biz quyidagi teoremdan foydalanamiz:

Teorema: $f(x) = ax^2 + bx + c$ funksiya p va q sonlari orasida yotuvchi x_1 va x_2 ildizlarga ega bo'lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

$$\begin{cases} D = b^2 - 4ac \geq 0, \\ f(p) > 0, \\ f(q) > 0, \\ p < -\frac{b}{2a} < q \end{cases}$$

Demak, $f(x) = x^2 + 2(k-3)x + 9$ bo'lib, undan

$a = 1, b = 2(k-3), c = 9$. Bularni yuqoridagi sistemaga qo'yamiz:

$$\begin{cases} 4(k-3)^2 - 36 \geq 0, \\ f(-6) = (-6)^2 + 12(k-3)x + 9 > 0, \\ f(1) = 1^2 + 2(k-3)x + 9 > 0, \\ -6 < \frac{-2(k-3)}{2 \cdot 1} < 1. \end{cases} \begin{cases} 4k^2 - 24k \geq 0, \\ 81 - 12k > 0, \\ 2k + 4 > 0, \\ -6 < 3 - k < 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \leq 0, & k \geq 6 \\ k < \frac{27}{4} \\ k < -2 \\ 2 < k < 9 \end{cases}$$

Oxirgi sistemadan $(6; \frac{27}{4})$ ni topamiz.

10.1. a ning qanday qiymatlarida $x^2 - 2x - a^2 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri -1 dan kichik va ikkinchisi 1 dan katta bo'ladi?

Yechish: Dastlab tenglamaning diskriminantini topamiz:

$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a^2) = 4 + 4a^2$. Bu ifoda a ning har qanday qiymatlarida musbat. Demak, berilgan tenglama ikkita har xil haqiqiy ildizlarga ega.

Ma'lumki, $y = x^2 - 2x - a^2$ uchhadning grafigi paraboldan iborat bo'lib, $D > 0$ bo'lganligi uchun u OX o'qini ikkita nuqtada kesib o'tadi. Dastlab parabola uchining koordinatalarini topamiz. Buning uchun undan to'la kvadrat ajratamiz: $y = x^2 - 2x - a^2 = (x-1)^2 - 1 - a^2 = (x-1)^2 - (1+a^2)$. Demak, parabolaning uchi $C(1; -1-a^2)$ nuqtada. Bundan esa tenglamaning katta ildizi birdan katta bo'lishi kelib chiqadi. Tenglamaning kichik ildizi x_1 ning qiymati -1 dan kichik bo'lishi uchun funksiyaning $x = -1$ dagi qiymati manfiy bo'lishi kerak. Ya'ni, $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - a^2 < 0, 3 - a^2 < 0, 3 < a^2$. Bundan esa $a < -\sqrt{3}$ va $a > \sqrt{3}$ kelib chiqadi.

Javob: $a \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

11.1. a parametrning qanday qiymatlarida

$x^2 + (2a - 1)x + a^2 + 2 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri ikkinchisidan ikki marta katta bo'ladi?

Yechish: Viet teoremasidan foydalanamiz va $x_1 = 2x_2$ shartni e'tiborga olamiz.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - 2a \\ x_1 \cdot x_2 = a^2 + 2 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} 3x_2 = 1 - 2a \\ 2x_2^2 = a^2 + 2 \end{cases}$$

Birinchi tenglamadan $x_2 = \frac{1-2a}{3}$ ni topamiz va uni ikkinchi tenglamaga qo'yamiz: $2\left(\frac{1-2a}{3}\right)^2 = a^2 + 2, \frac{2(1-4a+4a^2)}{9} = a^2 + 2, 2 - 8a + 8a^2 = 9a^2 + 18, a^2 + 8a + 16 = 0, (a + 4)^2 = 0, a + 4 = 0, a = -4$.

Javob: -4 .

12.1. a parametrning qanday qiymatlarida $4x^2 - 28x + a = 0$ tenglama ildizlari kvadratlarining yig'indisi 22,5 ga teng bo'ladi?

Yechish: Dastlab berilgan tenglamaning har ikkala tomonini hadma-had 4 ga bo'lamiz. Natijada $x^2 - 7x + \frac{a}{4} = 0$ keltirilgan kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Viet teoremasiga asosan $x_1 + x_2 = 7$ va $x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{4}$.

Birinchi tenglikni har ikkala tomonini hadma-had kvadratga ko'taramiz va $x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{4}$ ekanligini e'tiborga olamiz.

$$\begin{aligned} (x_1 + x_2)^2 &= 49, x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 49, x_1^2 + x_2^2 = 49 - 2x_1x_2, x_1^2 + x_2^2 = \\ &= 49 - 2 \cdot \frac{a}{4}, 49 - \frac{a}{2} = 22,5, 98 - a = 45, a = 53. \end{aligned}$$

Lekin $a = 53$ da berilgan tenglama yechimga ega emas (buni tekshirib ko'rishni o'quvchiga havola qilamiz). Bu yerda biz Viet teoremasini qo'llashda uchrab turadigan xatolikka duch keldik. Bunda biz ildizlar haqida gapirishdan avval ular mavjudmi yoki yo'qmi degan savolga javob berishimiz kerak. Ya'ni, eng avvalo berilgan tenglama $a \leq 49$ bo'lgandagina yechimga ega bo'lishini,

so'ngra yuqoridagi ishlarni bajarishimiz kerak edi. Bu xulosalardan yuqorida berilgan shartni qanoatlantiruvchi a ni mavjud emasligi kelib chiqadi.

Javob: $a \in \emptyset$.

13.1. a ning qanday qiymatlarida

$x^2 - (3a + 2)x + (2a^2 + a - 3) = 0$ tenglamaning har ikkala ildizi 1 dan katta bo'lmaydi?

Yechish:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{(3a + 2) \pm \sqrt{(3a + 2)^2 + 4(2a^2 + a - 3)}}{2} = \\ &= \frac{(3a + 2) \pm \sqrt{9a^2 + 12a + 4 - 8a^2 - 4a + 12}}{2} = \\ &= \frac{(3a + 2) \pm \sqrt{a^2 + 8a + 16}}{2} = \frac{(3a + 2) \pm (a + 4)}{2}. \end{aligned}$$

Bundan $x_1 = \frac{3a+2+a+4}{2} = 2a + 3$ va $x_2 = \frac{3a+2-a-4}{2} = a - 2$ lar kelib chiqadi. Bulardan berilgan tenglama a ning har qanday qiymatlarida yechimga ega ekanligi kelib chiqadi. Bu yechimlardan $x_{1,2} \leq 1$ shartni qanoatlantiruvchi yechimlarni ajratamiz. Buning uchun $\begin{cases} 2a + 3 \leq 12 \\ a - 2 \leq 1 \end{cases}$ sistemani yechamiz:

$$\begin{cases} 2a + 3 \leq 12, \\ a - 2 \leq 1. \end{cases} \begin{cases} 2a \leq -2, \\ a \leq 2. \end{cases} \begin{cases} a \leq -1, \\ a \leq 2. \end{cases} a \leq -1.$$

Javob: $a \in (-\infty; -1]$.

14.1. k ning qanday qiymatlarida $4x^2 - 7x + 4k = 0$ tenglamaning x_1 va x_2 ildizlari orasida $8x_1 + 11x_2 = 23$ munosabat o'rinli bo'ladi?

Yechish: $4x^2 - 7x + 4k = 0, x^2 - \frac{7}{4}x + k = 0$.

Viet teoremasiga asosan $x_1 + x_2 = \frac{7}{4}$ va $x_1 \cdot x_2 = k$.

Birinchi tenglikdan $x_2 = \frac{7}{4} - x_1$. Buni $8x_1 + 11x_2 = 23$ ga qo'yamiz.

$$8x_1 + 11 \cdot \left(\frac{7}{4} - x_1\right) = 23, 8x_1 + \frac{77}{4} - 11x_1 = 23, 32x_1 + 77 - 44x_1 = 92,$$

$$-12x_1 = 15, x_1 = -\frac{5}{4}. \text{ Buni } x_2 = \frac{7}{4} - x_1 \text{ ga qo'yamiz.}$$

$$x_2 = \frac{7}{4} - x_1 = \frac{7}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{7}{4} + \frac{5}{4} = 3.$$

x_1 va x_2 larning qiymatlarini $x_1 \cdot x_2 = k$ ga qo'yamiz.

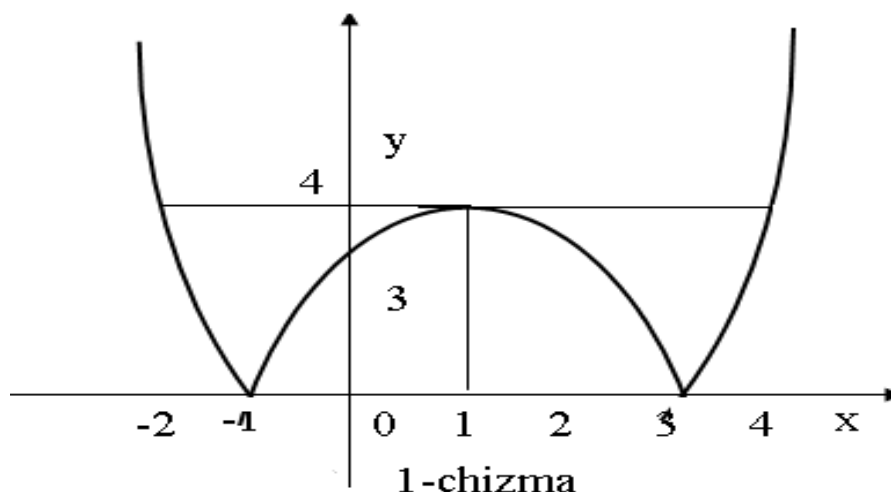
$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{5}{4} \cdot 3 = -\frac{15}{4}.$$

Javob: $-\frac{15}{4}$.

Ba'zi hollarda parametr va modul belgisi qatnashgan tenglamalar ham uchraydi. Bunday tenglamalarni grafik usulda yechish ancha qulay bo'ladi. Quyida ularga misollar keltiramiz:

1. a parametrning qanday qiymatlarida $|x^2 - 2x - 3| = a$ tenglama uchta haqiqiy va har xil ildizlarga ega bo'ladi?

Yechish: Dastlab $y = |x^2 - 2x - 3|$ funksiyani grafigini yasaymiz (1-chizma).

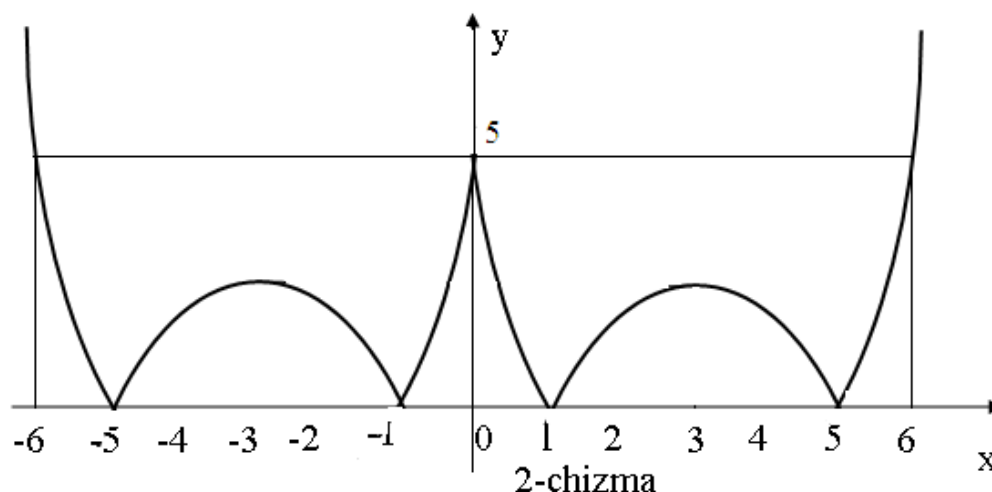


$y = a$ tenglama OX o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar oilasini bildiradi. Bu oiladan faqat $y = 4$ gina $y = |x^2 - 2x - 3|$ funksiya grafigini uchta nuqtada kesib o'tadi.

Javob: $a = 4$.

2. a parametrning qanday qiymatlarida $x^2 - 6|x| + 5 = a$ tenglama uchta haqiqiy va har xil ildizlarga ega bo'ladi?

Yechish: $f(x) = x^2 - 6|x| + 5$ va $g(x) = a$ deb olamiz. $f(x)$ funksiyani grafigini yasash uchun dastlab $y = x^2 - 6x + 5$ funksiyani grafigini yasaymiz va uni OY o'qiga nisbatan simmetrik ko'chiramiz (2-chizma).



$g(x) = a$ funksiyaning grafigi $a = 5$ bo'lganda $f(x)$ funksiyaning grafigini uchta nuqtada kesib o'tadi. Javob: $a = 5$.

II. BOB. AKADEMIK LITSEY VA KASB-HUNAR KOLLEJLARI MATEMATIKA

KURSIDA PARAMETR QATNASHGANTENGLAMALAR

§1. Parametr qatnashgan irratsional tenglamalar

$f(a, b, c, \dots, k, x) = \varphi(a, b, c, \dots, k, x)$ tenglamani bir yoki har ikkala qismida x ga nisbatan irratsional ifoda qatnashsa, u holda bu tenglamaga x ga nisbatan irratsional tenglama deyiladi.

Masalan: $2x - \sqrt{5x - 8} = \sqrt{a + 2}$, $\sqrt{2x - a} + 4x = 2$,
 $\sqrt[3]{x - b} - x = \sqrt[3]{2x + a} + 4$, $\sqrt[4]{x - a} + 4 = \sqrt{x + 2}$ tenglamalar parametr qatnashgan irratsional tenglamalardir. Bu tenglamalarda x -noma'lum miqdor, a va b lar esa parametrlar.

Irratsional tenglamalarni yechishda $F(a, b, c, \dots, k, x) \geq 0$ va n juft bo'lganda $\sqrt[n]{F(a, b, c, \dots, k, x)} \geq 0$ deb olamiz. Ya'ni biz $\sqrt[n]{F(a, b, c, \dots, k, x)}$ ning arifmetik qiymatini qaraymiz.

Parametr qatnashgan irratsional tenglamalarni yechish ko'p hollarda uni har ikkala qismini darajaga ko'tarish orqali ratsional tenglamani yechishga

keltiriladi. Bunday hollarda ko'pincha chet ildizlar paydo bo'lib qoladi. Shuning uchun yechimlarni aniqlashda ularni atroflicha tahlil qilinadi.

Bir qancha misollar qaraylik:

1. $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x + 1$ **tenglama yechilsin.**

Yechish: Bu parametr qatnashgan irratsional tenglamadir. Uni yechish uchun har ikkala qismini hadma-had kvadratga ko'taramiz va $x^2 + ax - 2a = x^2 + 2x + 1$ yoki $(a-2)x = 2a+1$ tenglamani hosil qilamiz. Hosil bo'lgan tenglama x ga nisbatan chiziqli tenglamadir. Uni yechamiz:

Agar $a=2$ bo'lsa, tenglama $0 \cdot x = 5$ ko'rinishga keladi va u yechimga ega bo'lmaydi.

Agar $a \neq 2$ bo'lsa, $x = \frac{2a+1}{a-2}$ bo'ladi.

$x = \frac{2a+1}{a-2}$ berilgan tenglamani yechimi yoki yechimi bo'lmasligini

aniqlash uchun uni tenglamaning har ikkala qismiga qo'yamiz.

Chap tomonquyidagicha bo'ladi

$$\sqrt{\frac{(2a+1)^2}{(a-2)^2} + \frac{a(2a+1)}{a-2}} - 2a = \sqrt{\frac{(3a-1)^2}{(a-2)^2}} = \left| \frac{3a-1}{a-2} \right|$$

Agar $a \leq \frac{1}{3}$ va $a > 2$ bo'lsa, $\left| \frac{3a-1}{a-2} \right| = \frac{3a-1}{a-2}$ bo'ladi.

Agar $\frac{1}{3} < a < 2$ bo'lsa, $\left| \frac{3a-1}{a-2} \right| = \frac{1-3a}{a-2}$ bo'ladi.

O'ng tomon $\frac{2a+1}{a-2} + 1 = \frac{2a+1+a-2}{a-2} = \frac{3a-1}{a-2}$.

O'ng va chap tomonlarni taqqoslab berilgan tenglama $(-\infty; \frac{1}{3}] \cup (2; +\infty)$

da yechimga ega va $(\frac{1}{3}; 2]$ da yechimga ega emasligini aniqlaymiz.

Javob: $a \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup (2; +\infty)$ bo'lsa, $x = \frac{2a+1}{a-2}$; $a \in (\frac{1}{3}; 2)$ bo'lsa,

$x \in \emptyset$.

2. a ning qanday qiymatlarida $\sqrt{x+a} = x$ tenglama ikkita yechimga ega bo'ladi?

Yechish: Berilgan tenglama parametr qatnashgan irratsional tenglamadir. U

tenglama $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+a = x^2 \end{cases}$ sistemaga teng kuchlidir. $x+a=x^2$ yoki $x^2-x-a=0$

tenglama ikkita yechimga ega bo'lishi uchun uning diskriminanti musbat, ya'ni

$D=1+4a>0$ bo'lishi kerak. Bundan esa $a > -\frac{1}{4}$ kelib chiqadi.

Demak, $a > -\frac{1}{4}$ bo'lganda $x^2-x-a=0$ tenglama $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4a}}{2}$ ga

teng ikkita ildizga ega. Bu ildizlardan kichigi manfiy bo'lmasa, u holda yuqoridagi sistema ikkita yechimga ega bo'ladi. Uni yozamiz:

$$\begin{cases} a > -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2}(1 - \sqrt{1+4a}) \geq 0 \end{cases}.$$

Bundan esa $-\frac{1}{4} < a \leq 0$ kelib chiqadi.

Javob: $-\frac{1}{4} < a \leq 0$

3. a ning qanday qiymatlarida $(\sqrt{x}-1)(x-a)=0$ tenglama yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish: a ning har qanday qiymatlarida $x=1$ berilgan tenglamani yechimi bo'lishi ravshan. Demak, masala berilgan tenglamaning birdan farqli yechimi mavjud emasligini ko'rsatishdan iborat.

Ikkinchi tomondan $x=a$ ko'paytuvchidan $x=a$ ham berilgan tenglamani yechimi bo'lishi mumkin. Lekin tenglamadagi noma'lumning qabul qiladigan qiymatlari to'plami $x>0$ bo'lishi kerakligidan $a<0$ bo'lganda $x=a$ berilgan tenglamani yechimi bo'la olmasligi kelib chiqadi.

Javob: $a=1$ yoki $a<0$

4. $\sqrt{3x-5} = b - \sqrt{3x+11}$ tenglama ildizlari sonini aniqlang.

Yechish: Berilgan tenglamani $\sqrt{3x-5} + \sqrt{3x+11} = b$ ko'rinishda yozamiz va $f(x) = \sqrt{3x-5} + \sqrt{3x+11}$ deb olamiz. $f(x)$ funksiya $[\frac{5}{3}; +\infty)$ da

o'suvchidir. $x \in [\frac{5}{3}; +\infty)$ da $f(x) \geq 4$. Demak, $E(f) = [4; +\infty)$.

Bulardan $b \geq 4$ bo'lganda berilgan tenglama faqat bitta ildizga ega ekanligi kelib chiqadi.

Javob: Agar $b \geq 4$ bo'lsa, tenglama faqat bitta yechimga ega: $b < 4$ bo'lsa, tenglama yechimga ega emas.

5. $a^5+x=\sqrt[5]{a-5}$ tenglama yechilsin.

Yechish: Bu tenglamani yechish uchun uning chap va o'ng tomonlarini a ning funksiyasi sifatida qaraymiz. Ya'ni, $f(a)=a^5+x$ va $g(a)=\sqrt[5]{a-x}$. $f(a)$ va $g(a)$ funksiyalar o'zaro teskari hamda o'suvchi funksiyalardir.

Shuning uchun $a^5+x=a$ berilgan tenglamaga teng ko'chli bo'ladi. Bundan esa $x=a-a^5$ kelib chiqadi.

Javob: $a-a^5$.

6. a ning qanday qiymatlarida $x^2-a=0$ va $\sqrt{x}-a=0$ tenglamalar teng kuchli bo'ladi?

Yechish: Agar $a>0$ bo'lsa, birinchi tenglama ikkita har xil ildizlarga, ikkinchi tenglama esa faqat bitta ildizga ega bo'ladi. Demak, bu holda tenglamalarni teng kuchliligi haqida gapirish mumkin emas.

Agar $a=0$ bo'lsa, har ikkala tenglama ham $x=0$ ildizga ega bo'ladi va bu holda tenglamalar teng kuchli bo'ladi.

Agar $a<0$ bo'lsa, har ikkala tenglama yechimga ega bo'lmaydi. Demak, bu holda ham tenglamalar teng kuchli bo'ladi.

Javob: $a \leq 0$.

§2. Parametr qatnashgan ko'rsatkichli tenglamalar

Noma'lum miqdor daraja ko'rsatkichida qatnashgan tenglamalarga ko'rsatkichli tenglamalar deyiladi.

$a^{f(x)} = b^{\varphi(x)}$ ($a>0$, $b>0$) ko'rinishdagi tenglama eng sodda ko'rsatkichli tenglama deyiladi. Bu tenglamani aniqlanish sohasi $f(x)$ va $\varphi(x)$ funksiyalar aniqlanish sohaslarining umumiy qismidan iborat.

Agar $a=b=1$ bo'lsa, berilgan tenglamaning yechimlari barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat bo'ladi.

Agar $a=1$ va $b \neq 1$ bo'lsa, berilgan tenglama $\begin{cases} \varphi(x) = 0 \\ x \in R \end{cases}$ sistemaga teng kuchli bo'ladi.

Agar $a \neq 1$ va $b=1$ bo'lsa, berilgan tenglama $\begin{cases} f(x) = 0 \\ x \in R \end{cases}$ sistemaga teng kuchli bo'ladi.

Agar $a=b$ ($a>0$, $a \neq 1$, $b>0$, $b \neq 1$) bo'lsa, u holda berilgan tenglama $f(x) = \varphi(x)$ tenglamaga teng kuchli bo'ladi.

Agar $a \neq b$ ($a \neq 1$, $b \neq 1$) bo'lsa, berilgan tenglamani yechishda $a^{f(x)} = b^{\varphi(x)}$ va $\log_c a^{f(x)} = \log_c b^{\varphi(x)}$ tenglamalarning teng kuchli bo'lishidan foydalanamiz. Bu yerda $c>0$ ($c \neq 1$).

Agar logarifmning asosi sifatida a ni olsak, u holda berilgan tenglamadan $f(x) = \varphi(x) \cdot \log_a b$ kelib chiqadi.

Ko'rsatkichli tenglamalarni yechish ko'pincha eng sodda ko'rsatkichli tenglamalarni yechishga keltiriladi.

Misollar:

$$1. \frac{a^{-(x+0,5)}}{\sqrt{a}} = a \bullet a^{-2x} \text{ tenglama yechilsin.}$$

Yechish: Tenglama $a > 0$ bo'lganda ma'noga ega. Tenglamani aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat.

$$\frac{a^{-(x+0,5)}}{\sqrt{a}} = a \bullet a^{-2x}, a^{-x-0,5-0,5} = a^{1-2x}, a^{-x-1} = a^{1-2x}$$

Agar $a=1$ bo'lsa, x har qanday son.

Agar $a > 0$ ($a \neq 1$) bo'lsa, $-x-1 = -2x+1$. Bundan esa $x=2$ kelib chiqadi.

Javob: $a=1$ bo'lsa, $x \in (-\infty; +\infty)$; $a \in (0;1) \cup (1;+\infty)$ bo'lsa, $x=2$.

$$2. \sqrt[x+1]{a^3} \bullet \sqrt[x+1]{a^2} = \frac{1}{a^5} \sqrt[4]{(a^x)^{10}} \text{ tenglama yechilsin.}$$

Yechish: Masalani ma'nosiga ko'ra $a > 0$, $x \neq -1$. Bu shartlarda berilgan tenglama $a^{\frac{5}{x+1}} = a^{\frac{5x-10}{2}}$ tenglamaga teng kuchli.

Agar $a=1$ bo'lsa, x ning qiymati -1 dan farqli ixtiyoriy haqiqiy son.

$$\text{Agar } a > 0 \text{ va } a \neq 1 \text{ bo'lsa u holda berilgan tenglamadan } \frac{5}{x+1} = \frac{5x-10}{2}$$

yoki $x^2-x-4=0$ tenglama kelib chiqadi. Uni yechimlari esa $x = 0,5(1 \pm \sqrt{17})$ dan iborat.

Javob: $a=1$ bo'lsa, $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$, $a > 0$ va $a \neq 1$ bo'lsa, $x = 0,5(1 \pm \sqrt{17})$

$$3. a^{x+1} = b^{3-x} \text{ tenglama yechilsin.}$$

Yechish: Masalaning ma'nosiga ko'ra $a > 0$, $b > 0$.

Agar $a=b=1$ bo'lsa x ixtiyoriy haqiqiy son.

Agar $a=1$ va $b \neq 1$ bo'lsa, $b^{3-x}=1$ tenglama hosil bo'ladi va undan $x=3$ kelib chiqadi.

Agar $b=1$, $a \neq 1$ bo'lsa, $a^{x+1}=1$ tenglama hosil bo'ladi va undan $x=-1$ kelib chiqadi.

Agar $a \neq 1$, $b \neq 1$ bo'lsa, u holda berilgan tenglamani har ikkala qismini a asosga ko'ra logarifmlab $x+1=(3-x)\log_a b$ ni yoki $(1+\log_a b)x=3\log_a b-1$ ni hosil qilamiz.

Agar $1+\log_a b=0$, ya'ni $b = \frac{1}{a}$ bo'lsa, oxirgi tenglamaning o'ng tomoni -4 ga teng bo'ladi va tenglama $0 \cdot x = -4$ ko'rinishga keladi. Bundan esa $b = \frac{1}{a} \neq 1$ bo'lganda berilgan tenglamaning yechimga ega emasligi kelib chiqadi.

Agar $b \neq \frac{1}{a}$ bo'lsa, $x = \frac{\log_a b^3 - 1}{1 + \log_a b}$ bo'ladi.

Javob: $a=b=1$ bo'lsa, $x \in (-\infty; +\infty)$; $a=1$, $b \neq 1$ bo'lsa, $x=3$; $a \neq 1$, $b=1$ bo'lsa, $x=-1$; $b = \frac{1}{a} \neq 1$ bo'lsa, $x \in \emptyset$; $b \neq \frac{1}{a}$ bo'lsa, $x = \frac{\log_a b^3 - 1}{1 + \log_a b}$.

4. a ning qanday qiymatlarida $4^x - (a+3)2^x + 4a - 4 = 0$ tenglama yagona yechimga ega bo'ladi?

Yechish: $4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$ bo'lgani uchun berilgan tenglamani 2^x ga nisbatan kvadrat tenglama deb qarash mumkin. Agar berilgan tenglamada $2^x = u$ deb belgilasak, u holda $u^2 - (a+3)u + 4a - 4 = 0$ kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Uni yechamiz:

$$D = b^2 - 4ac = (a+3)^2 - 4(4a-4) = a^2 + 6a + 9 - 16a + 16 = a^2 - 10a + 25 = (a-5)^2;$$

$$x_{1,2} = \frac{a+3 \pm (a-5)}{2}; x_1 = a-1, x_2 = 4$$

Demak, $2^x = a-1$ va $2^x = 4$ ko'rinishdagi eng sodda ko'rsatkichli tenglamalarni hosil qildik.

Bu tenglamalardan ikkinchisi parametrga bog'liq emas. Uni yechib $x=2$ ni topish mumkin. x ning bu qiymatini birinchi tenglamaga qo'yib a ning qiymatini topamiz: $4=a-1$; $a=5$.

$a \leq 1$ bo'lganda $2^x=a-1$ tenglama yechimga ega emas. Demak, bu holda ham berilgan tenglama bitta yechimga ega.

Javob: $a \leq 1$ yoki $a=5$

5. $a^{4x}+a^{2x}=a^{6x}$ tenglama yechilsin.

Yechish: Agar $a=1$ bo'lsa, tenglama yechimga ega emas.

$a>0$, $a \neq 1$ bo'lganda berilgan tenglama $a^{6x}-a^{4x}-a^{2x}=0$ tenglamaga teng kuchli bo'ladi. Uni yechamiz: $a^{2x}(a^{4x}-a^{2x}-1)=0$. $a^{2x} \neq 0$ bo'lgani uchun

$a^{4x}-a^{2x}-1=0$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglama a^{2x} ga nisbatan kvadrat

tenglamadir. Uni yechib $a^{2x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ va $a^{2x} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ larni hosil qilamiz.

Ulardan ikkinchisi yechimga ega emas. Birinchi tenglamadan

$2x = \log_a \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ yoki $x = \log_a \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ kelib chiqadi.

Javob: Agar $a=1$ bo'lsa, $x \in \emptyset$; agar $a>0$, $a \neq 1$ bo'lsa, $x = \log_a \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

6. $a^{2x}(a^{2x}+1)=a(a^{3x}+a^x)$ tenglama yechilsin.

Yechish: $a=1$ bo'lsa, berilgan tenglama $2=2$ ko'rinishga keladi. Bu $a=1$ da berilgan tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega ekanligini bildiradi.

$a>0$, $a \neq 1$ bo'lganda berilgan tenglama $a^x=a$ tenglamaga teng kuchli bo'ladi. Bundan esa $x=1$ kelib chiqadi.

Javob: agar $a=1$ bo'lsa, $x \in (-\infty; +\infty)$; agar $a>0$, $a \neq 1$ bo'lsa, $x=1$.

7 . $4^x - 2^x a - a + 3 = 0$ (1) tenglama hech bo'lmaganda bitta yechimga ega bo'lishi uchun a parametr qanday qiymatlar qabul qilishi kerak?

Yechish: x ning har qanday qiymatlarida $2^x > 0$. $2^x = t$ almashtirish qilamiz. U holda $t^2 - at - a + 3 = 0$ (2) tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglama hech bo'lmaganda bitta yechimga ega bo'lishi uchun $t^2 - at - a + 3$ kvadrat uchhad hech bo'lmaganda bitta musbat ildizga ega bo'lishi zarur va yetarlidir. Ya'ni, kvadrat uchhadning diskriminanti manfiy bo'lmasligi kerak. Diskriminantni aniqlaymiz va $D \geq 0$ ni yechamiz.

$$D = b^2 - 4ac = a^2 - 4(3 - a) = a^2 + 4a - 12 = (a - 2)(a + 6);$$

$$(a - 2)(a + 6) \geq 0. \text{ Bundan } a \geq 0 \text{ va } a \leq -6 \text{ kelib chiqadi.}$$

$$(2) \text{ tenglamaning } t_1 \text{ va } t_2 \text{ ildizlari } \begin{cases} t_1 \cdot t_2 = 3 - a \\ t_1 + t_2 = a \end{cases} \text{ sistemani qanoatlantiradi.}$$

$a \leq -6$ da $t_1 \cdot t_2 > 0$ va $t_1 + t_2 < 0$. Bu esa har ikkala ildizni manfiyligini bildiradi va bu holda berilgan tenglama yechimlarga ega bo'lmaydi.

$a \geq 0$ da $t_1 + t_2 > 0$. bo'lib, bu holda t_1 yoki t_2 lardan hech bo'lmaganda bittasi musbat bo'ladi. Bundan esa $a \geq 0$ da berilgan tenglama hech bo'lmaganda bitta yechimga ega ekanligi kelib chiqadi.

Javob: $a \geq 0$.

8. $15 \cdot 10^x - 20 = n - n \cdot 10^{x+1}$ tenglama n parametrning qanday qiymatlarida ildizlarga ega emas?

$$\text{Yechish: } 15 \cdot 10^x - 20 = n - n \cdot 10^{x+1}; 15 \cdot 10^x + n \cdot 10^x \cdot 10 = n + 20; 10^x(15 + 10n) = n + 20; 10^x = \frac{n+20}{10n+15}.$$

$$\text{Hosil bo'lgan bu tenglama } \frac{n+20}{10n+15} \leq 0 \text{ bo'lganda yechimga ega emas.}$$

Bu tengsizlikni oraliqlar usuli bilan yechib $-20 \leq n < -1,5$ ni hosil qilamiz.

Javob: $[-20; -1,5)$.

9. $6 \cdot 3^x - 8 = 2n + n \cdot 3^{x+1}$ tenglama hech bo'lmaganda bitta ildizga ega bo'lishi uchun n parametr qanday qiymatlarni qabul qilishi kerak?

Yechish: $6 \cdot 3^x - 8 = 2n + n \cdot 3^x \cdot 3$; $6 \cdot 3^x - 8 = 2n + 3n \cdot 3^x$;

$$6 \cdot 3^x - 3n \cdot 3^x = 2n + 8; (6 - 3n)3^x = 2n + 8; 3^x = \frac{2n + 8}{6 - 3n}.$$

$n \neq 2$ da berilgan tenglama va oxirgi tenglama teng kuchli. $n = 2$ da esa oxirgi tenglama yechimga ega emas. Oxirgi tenglama hech bo'lmaganda bitta yechimga ega bo'lishi uchun $\frac{2n+8}{6-3n} > 0$ yoki $\frac{2n+8}{3n-6} < 0$ bo'lishi kerak. Bu kasr-chiziqli tengsizlikdir. Uni yechib $(-4; 2)$ ni hosil qilamiz.

Javob: $(-4; 2)$.

§3. Parametr qatnashgan logarifimik tenglama

$\log_a f(x) = \log_b \varphi(x)$ ko'rinishdagi tenglamaga parametr qatnashgan eng sodda logarifimik tenglama deyiladi. Bu yerda $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$. Bu tenglamani aniqlanish sohasi $\begin{cases} f(x) > 0 \\ \varphi(x) > 0 \end{cases}$ sistemaning yechimidan iborat.

Agar berilgan tenglamada $a=b$ bo'lsa, u holda u $f(x) = \varphi(x)$ tenglamaga teng kuchli bo'ladi.

Agar $a \neq b$ bo'lsa, u holda berilgan tenglamani yechish $\log_a f(x) = \frac{1}{\log_a b} \log_a \varphi(x)$ tenglamani yechishga keltiriladi.

Quyida logarifimik tenglamalarni yechishga bir qancha misollar keltiramiz.

1. $3 \lg^2(x-a) - 10 \lg(x-a) + 3 = 0$ tenglama yechilsin:

Yechish: Bu tenglama $\lg(x-a)$ ga nisbatan kvadrat tenglamadir. Shuning uchun bu tenglamani $\lg(x-a)$ ga nisbatan yechib berilgan tenglamaga teng kuchli bo'lgan $\lg(x-a)=3$ va $\lg(x-a) = \frac{1}{3}$ tenglamalarni hosil qilamiz. Ularni har birini alohida-alohida yechamiz:

a) $\lg(x-a)=3$ dan $x-a=1000$ yoki $x=a+1000$ kelib chiqadi.

b) $\lg(x-a) = \frac{1}{3}$ dan $x-a = \sqrt[3]{10}$ yoki $x = a + \sqrt[3]{10}$ kelib chiqadi

Javob: $a+1000$ yoki $a + \sqrt[3]{10}$

2. $\log_a x^2 + 2\log_a(x+2) = 1$ tenglama yechilsin.

Yechish: Berilgan tenglama $a > 0$ ($a \neq 1$) da ma'noga ega. Uni aniqlanish

sohasi $\begin{cases} x^2 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases}$ sistemaning yechimi, ya'ni $(-2; 0) \cup (0; +\infty)$ dan iborat.

Berilgan tenglama o'zining aniqlanish sohasida $2\log_a|x| + 2\log_a(x+2) = 1$ yoki $\log_a|x| \cdot (x+2) = \frac{1}{2}$ tenglamaga teng kuchli. Logarifm ta'rifidan foydalanib

oxirgi tenglamadan $|x|(x+2) = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ ni hosil qilamiz. Bu tenglamani yechish uchun $-2 < x < 0$ va $x > 0$ bo'lgan hollarni qaraymiz.

a) $-2 < x < 0$ bo'lsin. Bu holda oxirgi tenglama $-x(x+2) = \sqrt{a}$ yoki $x^2 + 2x + \sqrt{a} = 0$ ko'rinishga keladi. Bu tenglamani yechib $x_1 = -1 - \sqrt{1 - \sqrt{a}}$, $x_2 = -1 + \sqrt{1 - \sqrt{a}}$ larni hosil qilamiz. Bundan $1 - \sqrt{a} > 0$, ya'ni $0 < a < 1$ bo'lishi kelib chiqadi.

b) $x > 0$ bo'lsin. Bu holda oxirgi tenglama $x(x+2) = \sqrt{a}$ yoki $x^2 + 2x - \sqrt{a} = 0$ ko'rinishga keladi. Buni yechib, $x_3 = -1 + \sqrt{1 + \sqrt{a}}$ va $x_4 = -1 - \sqrt{1 + \sqrt{a}}$ larni hosil qilamiz. x_4 ildiz $x > 0$ shartni qanoatlantirmaydi. Demak, $0 < a < 1$ da berilgan tenglama uchta va $a > 1$ da bitta ildizga ega

Javob: Agar $0 < a < 1$ bo'lsa,

$x_1 = -1 - \sqrt{1 - \sqrt{a}}$, $x_2 = -1 + \sqrt{1 - \sqrt{a}}$, $x_3 = -1 + \sqrt{1 + \sqrt{a}}$; agar $a > 1$ bo'lsa, $x = -1 + \sqrt{1 + \sqrt{a}}$.

3. $(3a-2)^2 \log_3(-4x-4x^2) = -(a+1)^2 \log_7(1-2x^2)$ tenglama yechilsin.

Yechish: Tenglamani aniqlanish sohasini topamiz. U
$$\begin{cases} -4x - 4x^2 > 0 \\ 1 - 2x^2 > 0 \end{cases}$$

sistemani yechimidan iborat. Uni yechamiz:

$$\begin{cases} -4x - 4x^2 > 0 \\ 1 - 2x^2 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + x^2 < 0 \\ 2x^2 < 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(x+1) < 0 \\ x^2 < \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

Oxirgi sistemadan $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$ ni hosil qilamiz. x ning $(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$ dagi

$$\begin{aligned} \text{qiymatlarida } -4x - 4x^2 &= -(4x^2 + 4x) = -(4x^2 + 4x + 1 - 1) = -[(2x+1)^2 - 1] = \\ &= 1 - (2x+1)^2 \leq 1. \end{aligned}$$

Bundan esa $\log_3(-4x - 4x^2) \leq 0$ va $\log_7(1 - 2x^2) < 0$ bo'lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib tenglamaning chap tomonimusbat emasligini, o'ng tomoni esa manfiy emasligini aniqladik. Bu holda tenglama yechimga ega bo'lishi uchun uning har ikkala qismi nolga teng bo'lishi kerak. Ya'ni,

$$\begin{cases} (3a - 2)^2 \log_3(-4x - 4x^2) = 0 \\ (a + 1)^2 \log_7(1 - 2x^2) = 0 \end{cases}, \quad \log_7(1 - 2x^2) < 0 \quad \text{bo'lganligi uchun,}$$

sistemaning ikkinchi tenglamasidan $a + 1 = 0$ vaundan $a = -1$ ni hosil qilamiz.

a ningbu qiymatini sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yamiz va

$25\log_3(-4x - 4x^2) = 0$ yoki $\log_3(-4x - 4x^2) = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Undan esa $-4x - 4x^2 = 1$ yoki $4x^2 + 4x + 1 = 0$ kvadrat tenglama kelib chiqadi. Uni yechib

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ni topamiz.}$$

Javob: Agar $a = -1$ bo'lsa, $x = -\frac{1}{2}$; agar $a \neq -1$ bo'lsa $x \in \emptyset$.

4. $\log_3^2 x - (2a + 3)\log_3 x + a^2 + 3a = 0$ tenglamaning ildizlari $x = 42$ dan bir xil uzoqlikda bo'lishi uchun a parametrning qiymatlari qanday bo'lishi kerak?

Yechish: $\log_3 x = t$ belgilash qilamiz. U holda berilgan tenglama

$t^2 - (2a + 3)t + a^2 + 3a = 0$ ko'rinishga keladi. Bu t ga nisbatan kvadrat tenglama bo'lib uning ildizlari $t = a + 3$ va $t = a$ lardan iborat. Bularni $\log_3 x = t$ ga qo'yib $x_1 = 3^{a+3}$ va $x_2 = 3^a$ larni hosil qilamiz. Masalani shartiga asosan quyidagini yozamiz:

$\frac{3^{a+3} + 3^a}{2} = 42$ yoki $3^{a+3} + 3^a = 84$ Bundan esa $3^a(27 + 1) = 84$ yoki $3^a = 3$ bo'lib, undan esa $a = 1$ kelib chiqadi.

Xulosa

Ushbu bitiruv malakaviy ishda akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika o'quv dasturi asosida ular uchun yozilgan darslik va o'quv qo'llanmalar chuqur taxlil qilingan. Ulardagi parametr qatnashgan, tenglamalar, tenglamalar sistemasi, ko'rsatkichli, irratsional, logarifmik tenglamalar mantiqan taxlil qilingan.

Tahlil qilish natijasida hozirgi kunda mavjud bo'lgan adabiyotlarda parametrli masalalar to'laqonli yoritilmaganligi ko'zga tashlandi hamda ularni mukammal o'rganish uchun amalga oshirish kerak bo'lgan vazifalar aniqlandi. Ular:

- Parametr haqida tushuncha berish;
- Parametr qatnashgan ifoda tushunchasini yoritish;
- Parametr qatnashgan tenglama tushunchasini yoritish;
- Parametr qatnashgan chiziqli tenglama. Chiziqli tenglamalar sistemasi va parametr qatnashgan kvadrat tenglamalarni turlarga bo'lish hamda ularni yechish yo'llarini bayon etish;
- Parametr qatnashgan irratsional ko'rtilgan va logarifmik tenglamalar va ularni yechish usullarini yoritish va hokazolardan iborat.

Bitiruv malakaviy ishda parametr qatnashgan kvadrat tenglamalarni yechishda quyidagicha savollar qo'yilishi yoritildi.

- 1.Parametr qatnashgan tenglama yechilsin.
- 2.Parametrning qanday qiymatlarida tenglama yagona ildizga ega bo'ladi?
- 3.Parametrning qanday qiymatlarida bittadan ortiq ildizlarga ega?
- 4.Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari qarama-qarshi ishorali bo'ladi?
- 5.Parametrning qanday qiymatlaridatenglamaning ildizlari qarama-qarshi sonlar bo'ladi?
- 6.Parametrning qanday qiymatlarida tenglama cheksiz ko'p ildizlarga ega bo'ladi?

7. Parametrning qanday qiymatlarida tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo'lmaydi?

8. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning har ikkala ildizi k_0 dan kichik (katta) bo'ladi?

9. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari (k_1, k_2) oraliqda bo'ladi?

10. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari dan biri ikkinchisidan k marta katta (kichik) bo'ladi?

11. Parametrning qanday qiymatlarida tenglama ildizlari kvadratlari (kublari) ning yig'indisi eng katta (kichik) bo'ladi?

12. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning har ikkala ildizi k sonidan katta (kichik) bo'ladi?

13. Parametrning qanday qiymatlarida tenglamaning ildizlari orasida $ax_1 + bx_2 = c$ munosabat o'rinli bo'ladi? (bu yerda a, b, c lar berilgan sonlar) va hokazo.

Bitiruv malakaviy ishda parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda quyidagicha savollar qo'yilishi yoritildi.

1. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yagona yechimga ega?

2. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema cheksiz ko'p yechimga ega?

3. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yechimga ega emas?

4. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistema yechimlari yig'indisi x_0 ga teng bo'ladi?

5. Agar $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ sistemaning yechimi (x_0, y_0) bo'lsa, parametrlarning qiymati topilsin.

6. Parametrlarning qanday qiymatlarida sistemaning yechimi koordinata tekisligining (I, II, III, IV) choragida bo'ladi?

Bitiruv malakaviy ishda yuqorida sinab o'tilgan vazifalarni amalga oshirish uchun mashqlar tizimi yaratildi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. I.A.Karimov “Yuksakma’naviyat – yengilmaskuch” Toshkent 2009 y.
2. I.A.Karimov “Barkamol avlod - O’zbekiston taraqqiyotining poydevori” Toshkent 1998 y.
3. I.A.Karimov “O’zbekiston XXI asrga intilmoqda” Toshkent 2000 y.
4. O’zbekiston Respublikasining “Ta’limto’g’risida”gironuni. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi. T.:SHarq. 1997.
5. Alimov SH.A., Xolmuxamedov O. R., Mirzaahmedov M.A. “Algebra–7”. T.: “O’qituvchi” – 2009.
6. AlimovSH.A., XolmuxamedovO.R., MirzaahmedovM.A. “Algebra–8”. T.: “O’qituvchi” – 2010.
7. AlimovSH.A., XolmuxamedovO.R., MirzaahmedovM.A. “Algebra–9”. T.: “O’qituvchi” – 2010.
8. A.U.Abduxamidov, X.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.X.Xusanov. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. “O’qituvchi”. T.: 2008.
9. A.U.Abduxamidov, X.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.X.Xusanov. Algebra va matematik analaz asoslari. 2-qism. “O’qituvchi”. T.: 2010.
10. FarbermanB. L. Ilgorpedagogik texnologiyalar. T.: Fan. 2000
11. IshmuxamedovR.J. Innovatsion texnologiyalar yordamida ta’lim samaradorligini oshirish yo’llari. TDPU. T.: 2004 .
12. J.G.Yo’ldoshev, S.A.Usmonov.Pedagogik texnologiya asoslari.T.O’qituvchi . 2004.
13. MamedovK. vab. Pedagogik texnologiyalar va pedagogik maxorat. T.2003
14. Farberman. B. L. Oliy o’quv yurtlarida o’qitishning zamonaviy usullari.T. 2002.
15. A.B.Норин и другие. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. М., 2005.
16. A.H.Пурукин. Математика. М., 2004.
17. В.С.Крамор. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. М., 1990.
18. A.Axlimirzaev. Matematika. I-qism. Andijon, 2005.
19. Davlat test markazi axborot nomalari. 1996-2003 yillar.

MUNDARIJA

Kirish.....	2
-------------	---

I.BOB. UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARI MATEMATIKA KURSIDA PARAMETR QATNASHGAN TENGLAMA VA TENGLAMALAR SISTEMASI.

§1. Parametr haqida tushuncha.....	5
§2. Parametr qatnashgan ifodalar.....	7
§3. Parametrli tenglamalar haqida tushuncha.Chiziqli tenglama.....	11
§4 .Parametr qatnashgan chiziqli tenglamalar sistemasi.....	25
§5 .Parametr qatnashgan kvadrat tenglamalar.....	28

II.BOB AKADEMIK LITSEY VA KASB-HUNAR KOLLEJLARI MATEMATIKA KURSIDA PARAMETR QATNASHGAN TENGLAMALAR

§1.Parametr qatnashgan irratsional tenglamalar.....	40
§2. Parametr qatnashgan ko'rsatkichli tenglamalar.....	44
§3. Parametr qatnashgan logarifimik tenglama.....	49
Xulosa.....	53
Foydalanilgan adabiyotlar.....	55