

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ГРАФИКА»



НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ
(МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ)

Ташкент-2010

Составители: Усманов Т, Ходжимухамедов Б., Мухитдинов Н., Холмухамедова З.

Выполнение графической работы на тему "Точка, прямая, плоскость" по начертательной геометрии вызывает у студентов затруднения, связанные с ещё недостаточным уровнем их знаний.

Данная работа, посвященная решению задач «Определение расстояния от точки до плоскости» и «Построение линии пересечения двух плоскостей» предназначена для оказания практической помощи студентам 1-курса всех специальностей, изучающим курс «Начертательная геометрия».

Рецензент: Синдаров Р.У., к.т.н., доц., заведующий кафедрой «Начертательная геометрия и графика»

Данные методическое пособие обсуждено на заседании кафедры «Начертательная геометрия и графика» и рекомендовано для использования в учебном процессе.

Протокол № 15 от "24" февраля 2010г.

Методическое пособие рассмотрено научно-методическим Советом автомобилестроительного факультета и рекомендовано к опубликованию.

Протокол № _____ " _____ " 20Юг

СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ.

По заданным координатам точек А, В, С, D, E, F (табл.1 приложений) требуется решение нижеследующих задач: Задача 1:
1.1. Определить кратчайшее расстояние от точки D до плоскости ААВС;
1.2. Провести следами плоскость R, параллельную плоскости ААВС на расстоянии 20 мм от неё.

Эта работа выполняется на формате А3. Образец выполнения и исполнения дан на рис. 1 (слева).

Дано: точка D и плоскость ДАВС.

Алгоритм выполнения работы:

Задача 1.1.

Кратчайшим расстоянием от точки до плоскости является длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на заданную плоскость.

Для того, чтобы опустить перпендикуляр из точки на плоскость, следует помнить что:

прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым заданной плоскости;

- угол в 90° проецируется без искажений, если хотя бы одна из его сторон является прямой частного положения.

Исходя, из вышеизложенного определяем алгоритм решения задачи:

- В плоскости ААВС проводим главные линии плоскости-горизонталь h (h', h'') и фронталь f (f, f')
- Из заданной точки D (D', D'') проводим **прямую а (а', а'')** **перпендикулярную** главным линиям: $a \perp f$ (а"J_f) и $a \perp h$ (а'_Lh')

Для нахождения основания перпендикуляра на плоскости ААВС решаем задачу на определение точки пересечения прямой с плоскостью. Для этого

- Закключаем **прямую а** во вспомогательную плоскость а е Q; т.к. это горизонтально - проецирующая плоскость, то а' еQ_н

d) Определяем линию пересечения вспомогательной плоскости Q с плоскостью ААВС

$$ОПДАВС=34(3'4',3''4'')$$

e) Определим точку пересечения **прямой а** с линией пересечения 34

$$а П 3 4 = К (а'' ПЗ''4''=К'';К' еа')$$

таким образом мы получаем проекции кратчайшего расстояния от точки до плоскости DK (D'K', D''K'')

f) Известным методом прямоугольного треугольника определим истинную длину искомого расстояния DK. Строим прямоугольный треугольник D' D₀ K', у которого D'K' - один катет; D'D₀ = AZ = Z_D - Z_K - другой катет, а гипотенуза D₀ K' - искомая длина.

Задача 1.2.

Для решения второй задачи мы должны вспомнить признак параллельности плоскостей:

Две плоскости будут взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. Распишем алгоритм решения этой задачи:

a) От точки K' на K' D₀ на расстоянии 20 мм откладываем точку %

b) Из точки E₀ опустим перпендикуляр на D'K', т.е. находим горизонтальную проекцию E'

$$E_0 E' K' D'$$

c) На D''K'' находим фронтальную проекцию E'' eD''K''

d) Через точку E проводим фронталь, f' // ААВС параллельную плоскости ДАВС: E' e f' // f

e) Находим горизонтальный след данной фронтали, в нашем случае f (f, f)

f) Через f проводим горизонтальный след искомой плоскости R(RH//AT); R_HпOX = R_x

g) Через R_x проводим фронтальный след плоскости **R (Ry//B2)**

Задача 2:

2.1. Построить линию пересечения двух плоскостей(ДАВС и АDEF), заданных треугольникам и;

2.2. Определить видимые и невидимые участки ДАВС и АDEF.

Эта работа выполняется на том же листе, что и первая работа (рис.1 справа).

Дано: плоскости ДАВС НАDEF.

Алгоритм выполнения работы:

Задача 2.1.

Для построения линии пересечения двух плоскостей необходимо найти две точки общие для этих плоскостей.

Для построения линии пересечения плоскостей, заданных треугольниками, сведем данную задачу к задаче нахождения точек пересечения двух прямых, представляющих стороны одного треугольника с плоскостью, заданной другим треугольником. В рассматриваемой задаче эти стороны (DFADE)

a) Через сторону DF АDEF проводим вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость P(P_n), которая пересечёт плоскость ААВС в точках 1 и 2 (1'2',1''2''); ППДАВС=12-линия пересечения.

b) Находим точку пересечения D'F'f' Г2'=M'; находим M'' на D''F''.

c) Аналогично находим на DE точку N: ОПДАВС=34 (3'4',3''4''); D'ET]3'4'=N'; на D''E'' находим N''.

d) Соединяем одноименные проекции найденных точек M и N: M' с N' и M'' с N''; получим ААВСДАDEF=MN(M'N', M''N'')-линия пересечения заданных плоскостей.

Задача 2.2.

e) Способом конкурирующих точек определим видимые и невидимые участки плоскостей ДАВС и АDEF.

Рассмотрим взаимное положение DE и BC. Отметим на BC точку T (T, T''). На чертеже видно, что T'' находится над D''E'', а это значит, что B'C перекрывает **TUE**.

Рассуждая аналогично, отмечаем, что проекция 1 точки 1e BC находится дальше от оси OX, а это значит, что B''C'' перекрывает D''E''.

3. Выполняются основные надписи.

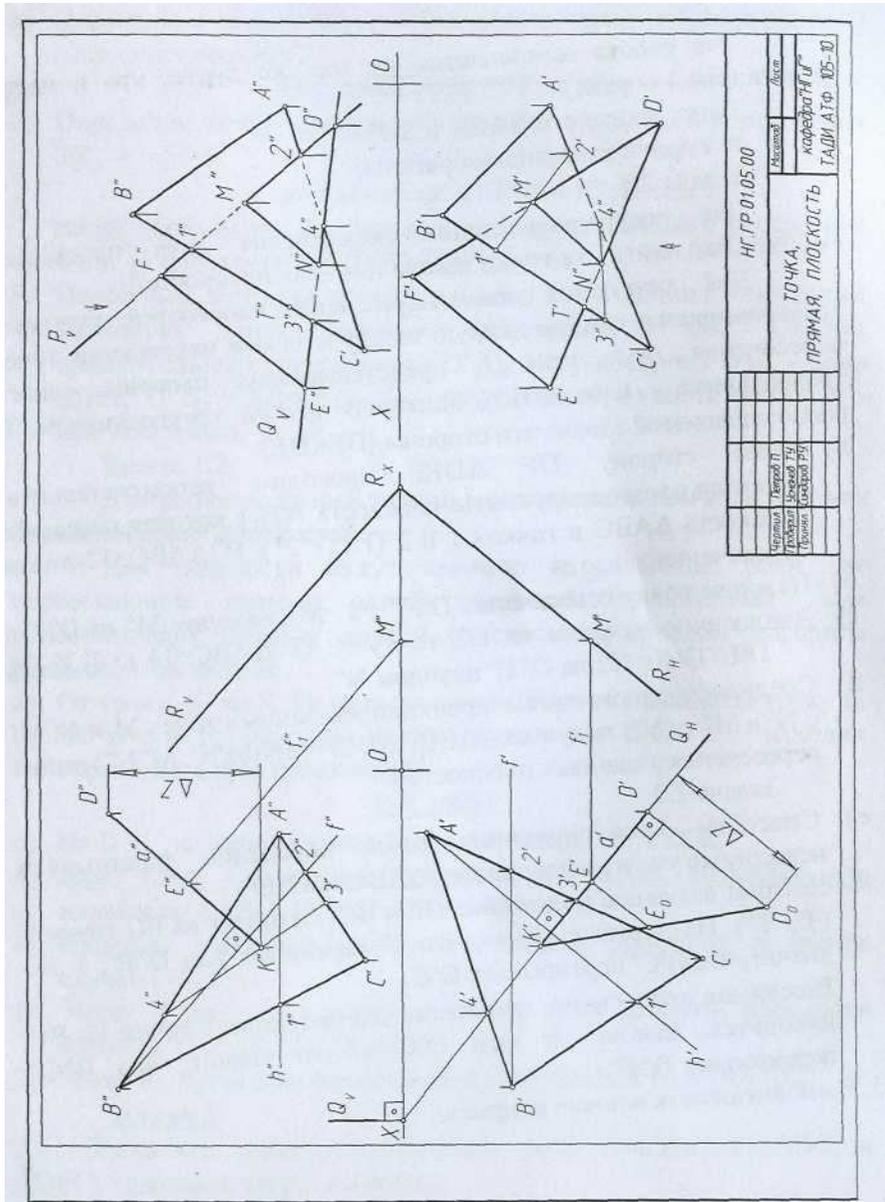


Рис. 1

Задача 1: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D', D'')$ до плоскости $LABC$ ($LA'B'C'$, $DA''B''C''$) (рис. 2).

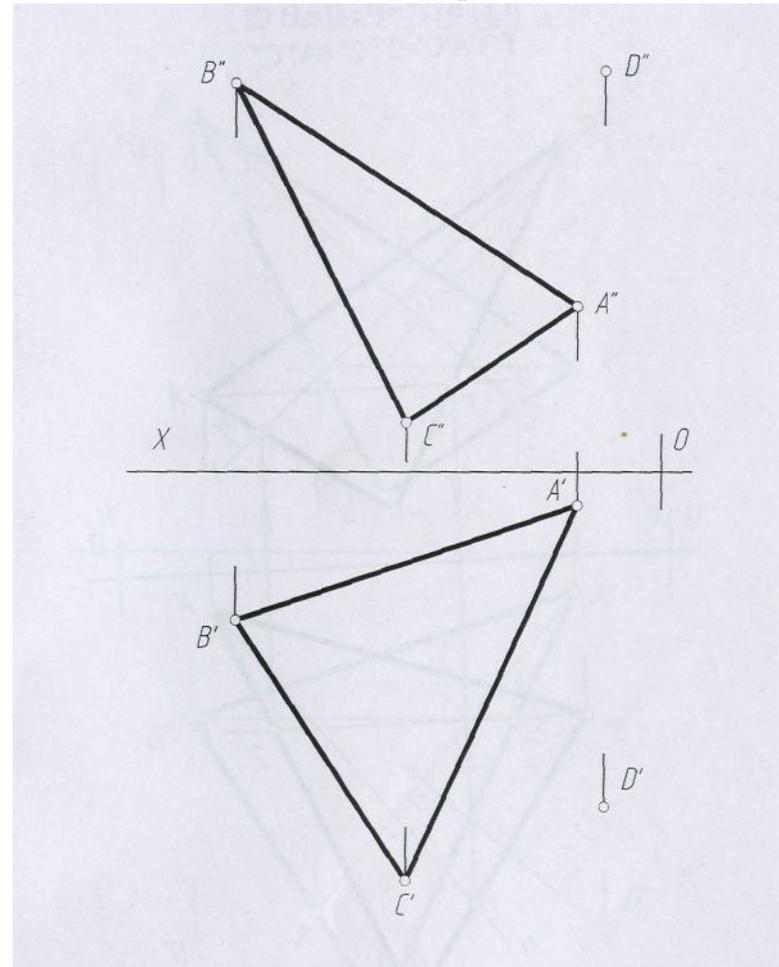


Рис. 2

3) Через опущенный перпендикуляр проводим вспомогательную проецирующую плоскость Q (Q_H, Q_V); В данном случае плоскость Q -горизонтально- проецирующая. Строим линию пересечения. $C \in \text{П} \Delta A'B'C = (34)$. (рис.2в)

$a \in Q(Q \cap H) \quad Q_H \cap \Delta A'B'C = 3'4'$;
 $3' \in A'C' \wedge 3'' \in A''C''$; $4' \in A'B' \Rightarrow 4'' \in A''B''$

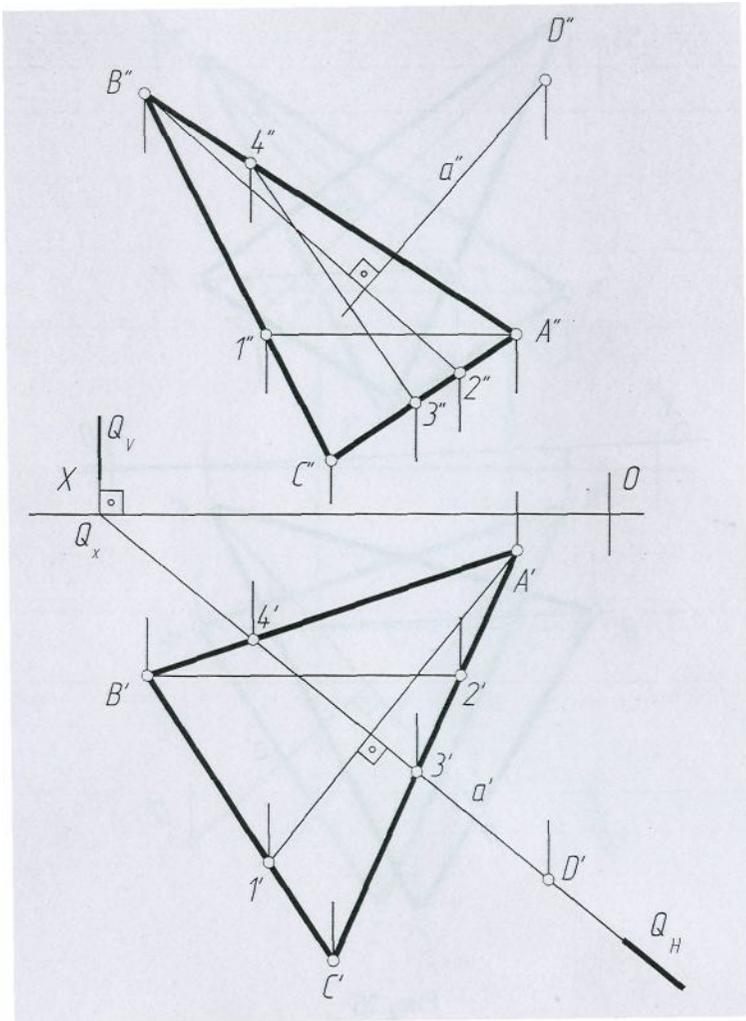


Рис. 2в

4) Определим точку K ($K' K''$) точку пересечения перпендикуляра с линией пересечения плоскостей (рис. 2г).

$a'' \cap 3''4'' = K'' \in \Delta A''B''C'' \Rightarrow K' \in \Delta A'B'C'$

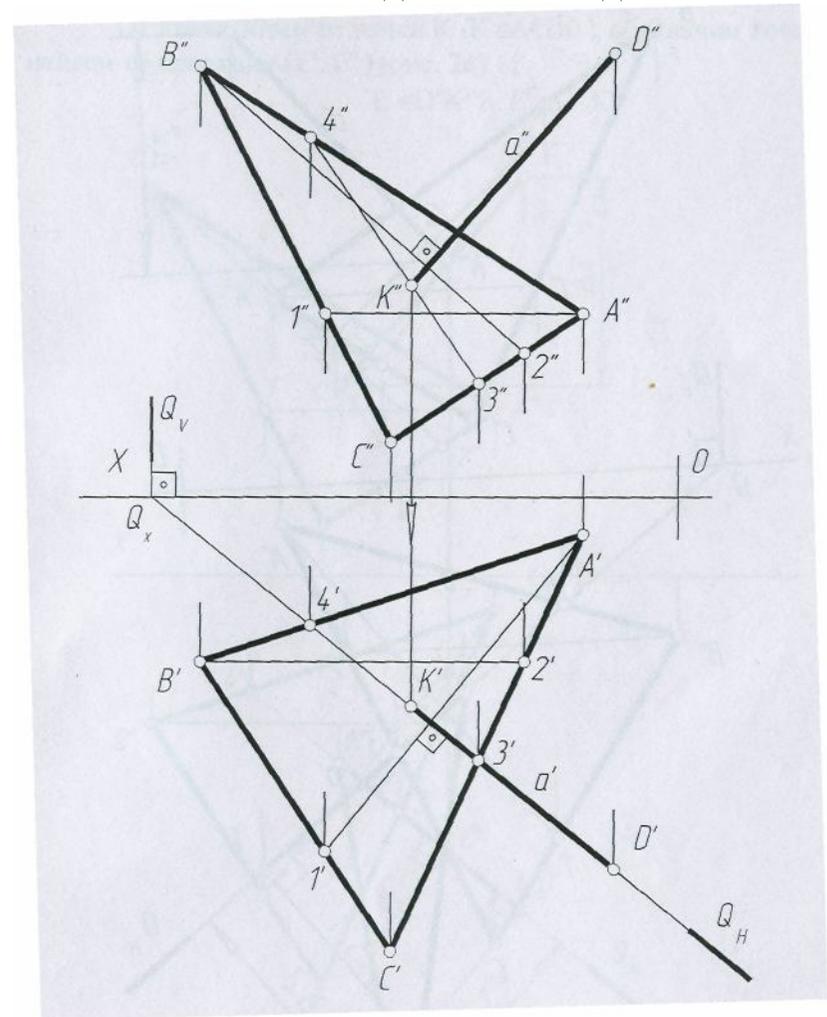


Рис.2г

5) Способом прямоугольного треугольника определим истинную длину отрезка DK. Построения видны на рис. 2д; ДоK'-искомая длина.

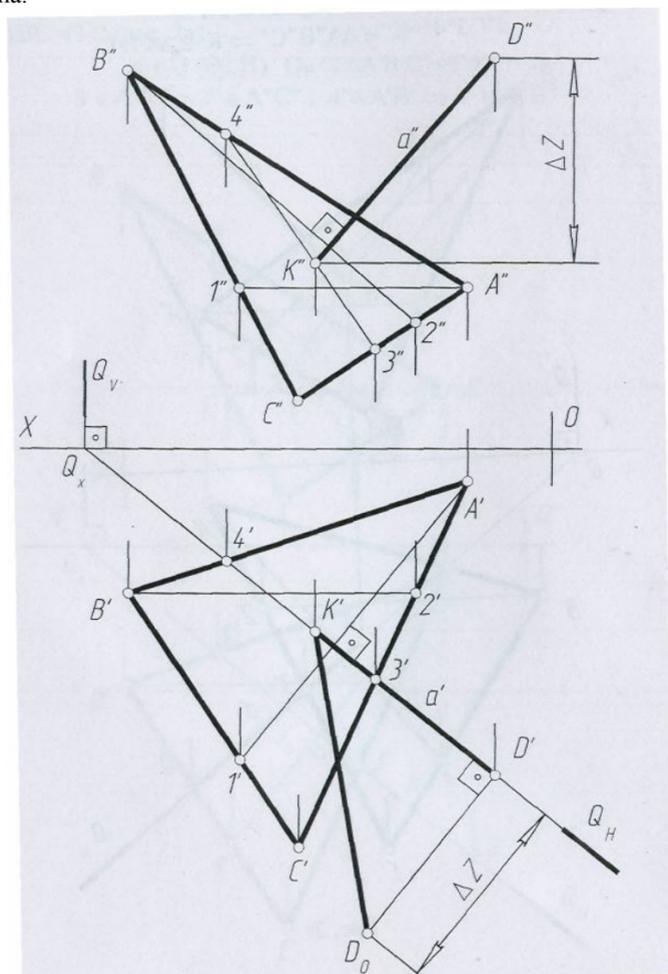


Рис.2д

Далее на рис. 2 е-и показана последовательность решения задачи проведения плоскости R параллельной плоскости AABC на расстоянии 20 мм от неё.

Отложив 20 мм от точки K (K ∈ AABC), обозначим точку E и найдем её проекции (E', E'') (рис. 2е)

$E'eO'K'l E'eD''K''$

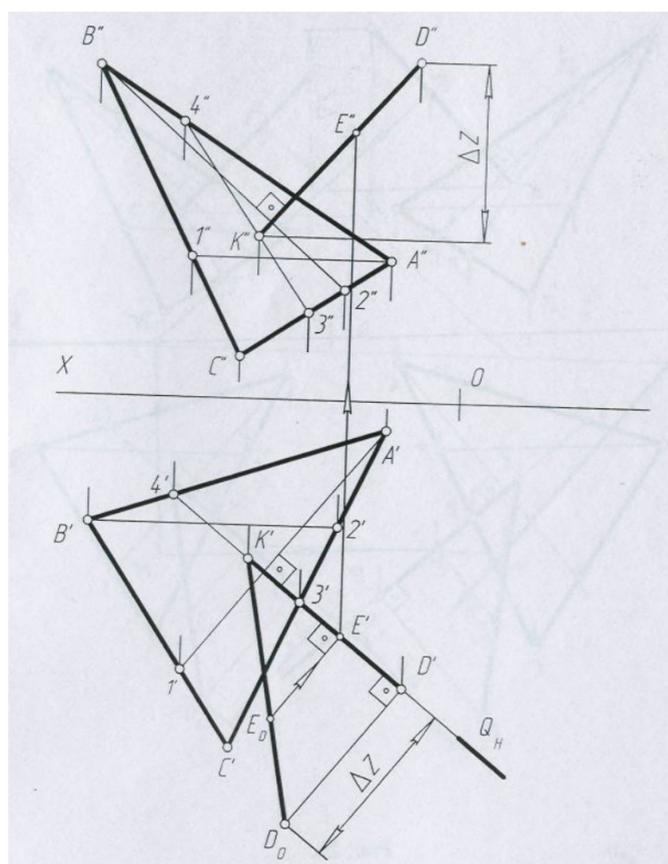


Рис: 2е

Через точку E(E', E'') проводим фронтальную плоскость параллельную плоскости ААВС $E \in f_1 // AABC$; $f_1 // B'2'$ и построим её горизонтальный след М (M', M'') (рис. 2ж).

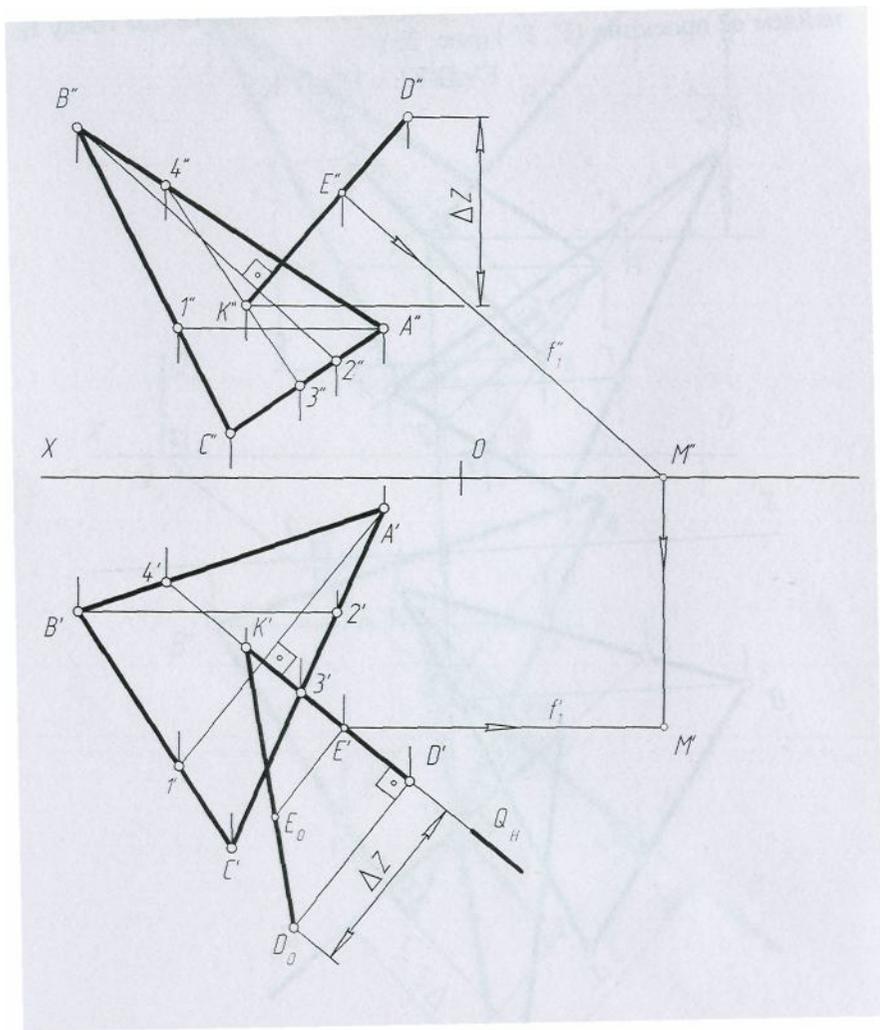
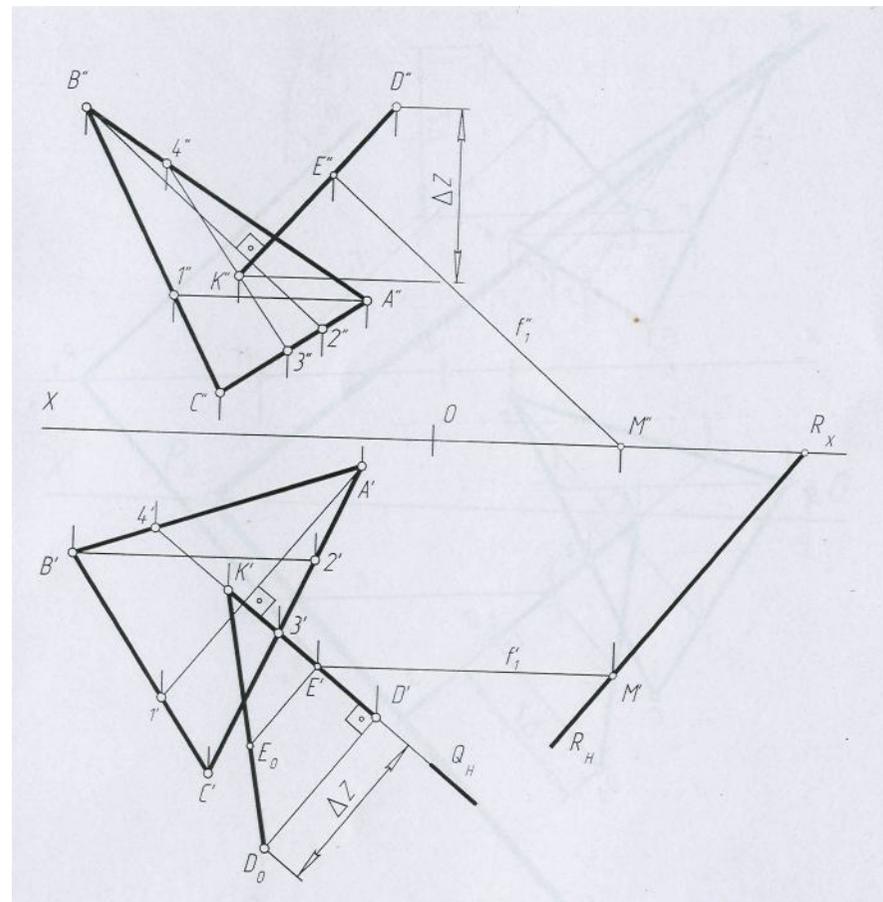


Рис. 2ж

Через M' проводим горизонтальный след R_H плоскости R параллельной плоскости ААВС: $R_H // (A'1')$ (рис. 2з).
 $M'eR_H // AT; R_{\perp} nOX = R_x$



Через точку схода следов R_x проведем фронтальный след плоскости $R_v // (B''2'')$ (рис. 2и).

$R_x \in R_v // (P''2'')$

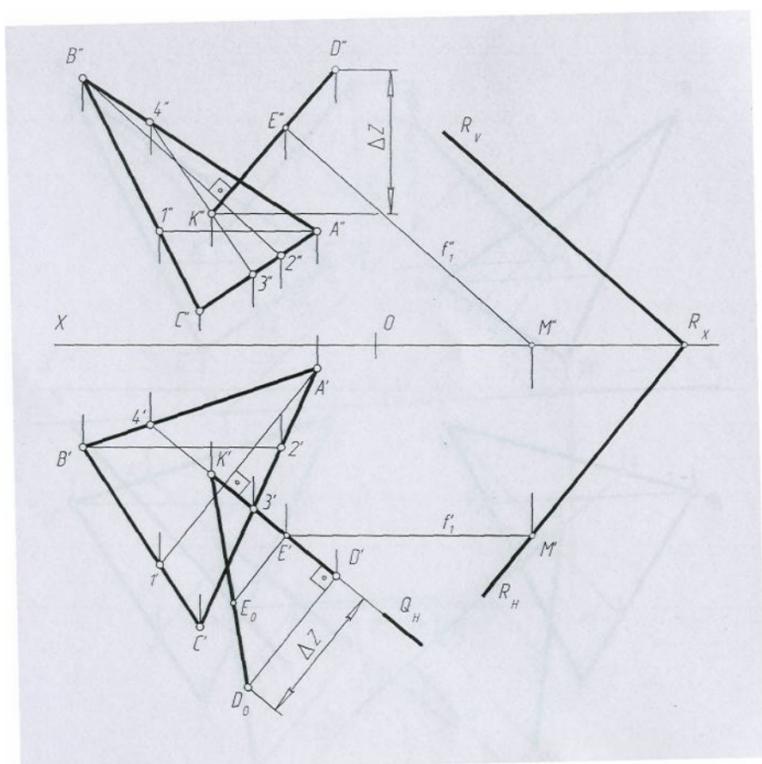


Рис. 2и

Задача 2: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D', O'')$ до плоскости общего положения $P(P_v, P_H)$ (рис. 3)

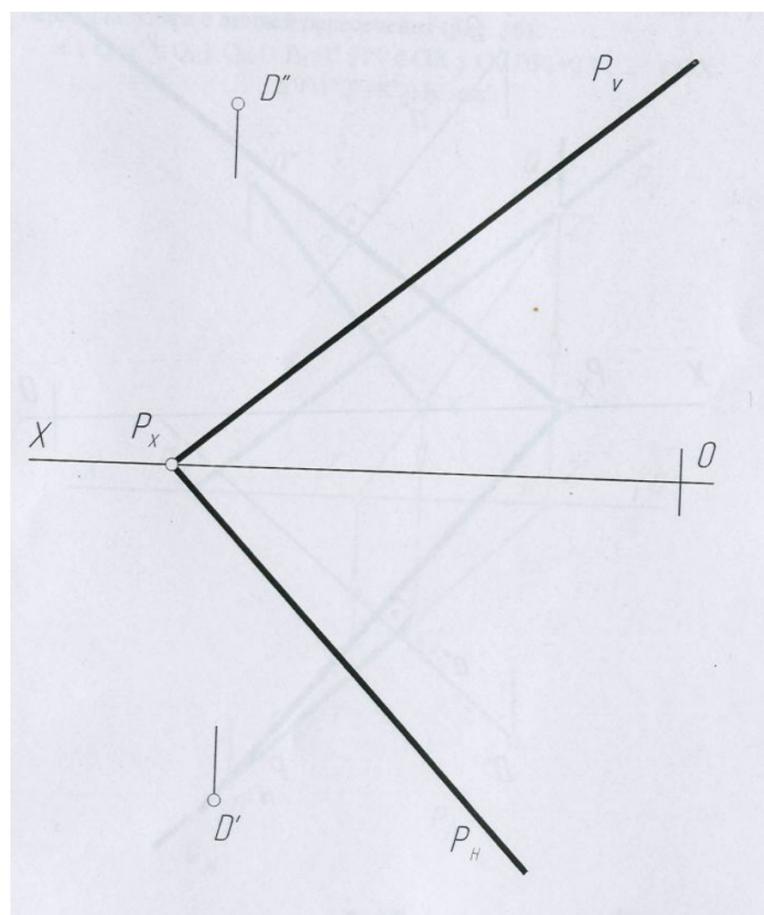


Рис.3

Решение: 1) Опустим перпендикуляр a из точки D на плоскость P :
 из D' перпендикуляр к P_H , из D'' перпендикуляр к P_V (рис. 3а).
 $D''ea''IP_VA D' ea'JL P_H$

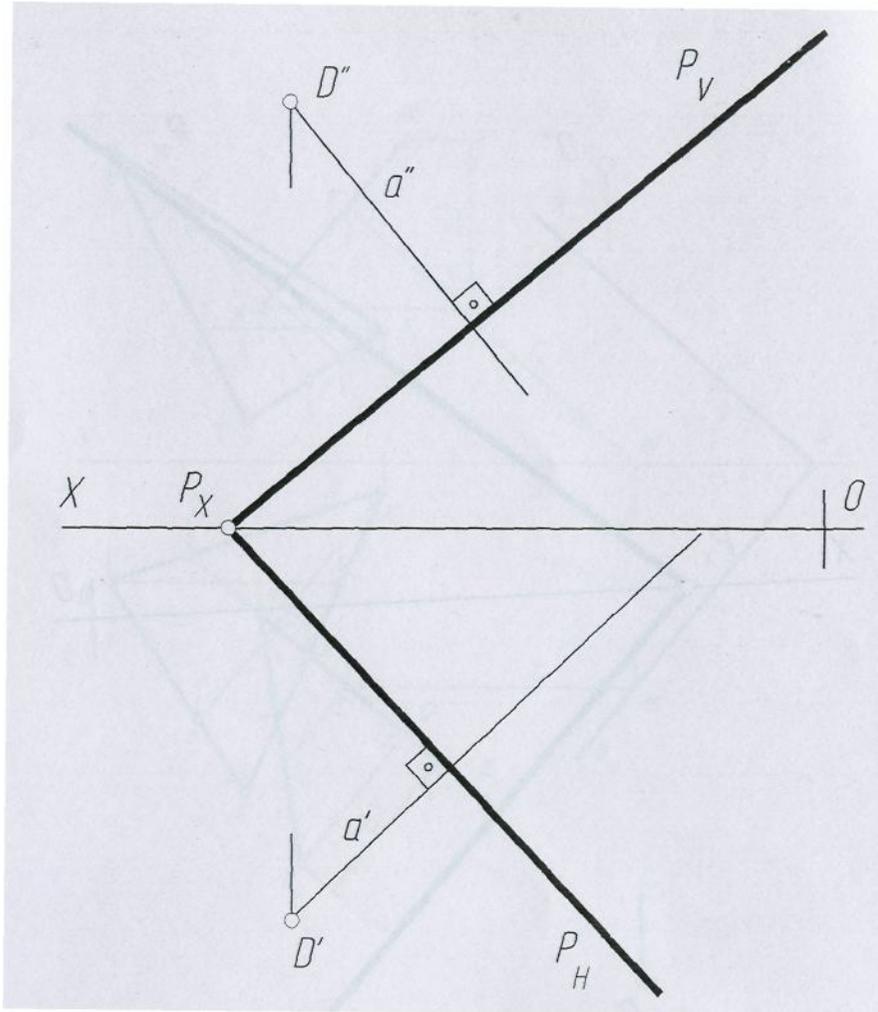


Рис. 3а

2) Через перпендикуляр a проводим вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость $Q(Q_H, Q_V)$ - Строим линию пересечения 12 ($1'2', 1''2''$) вспомогательной Q и заданной P плоскостей; определяем точку пересечения $K(K', K'')$ перпендикуляра с линией пересечения (рис. 3б).

$a \in Q$ ($a' \in Q_H$) $Q_H \Gamma$ $P_H=1'$; $1'' \in OX$; $Q_V DP_V=2''$; $2' \in OX$
 $a'' \Pi 1''2''=K''$; $K' \in a'$

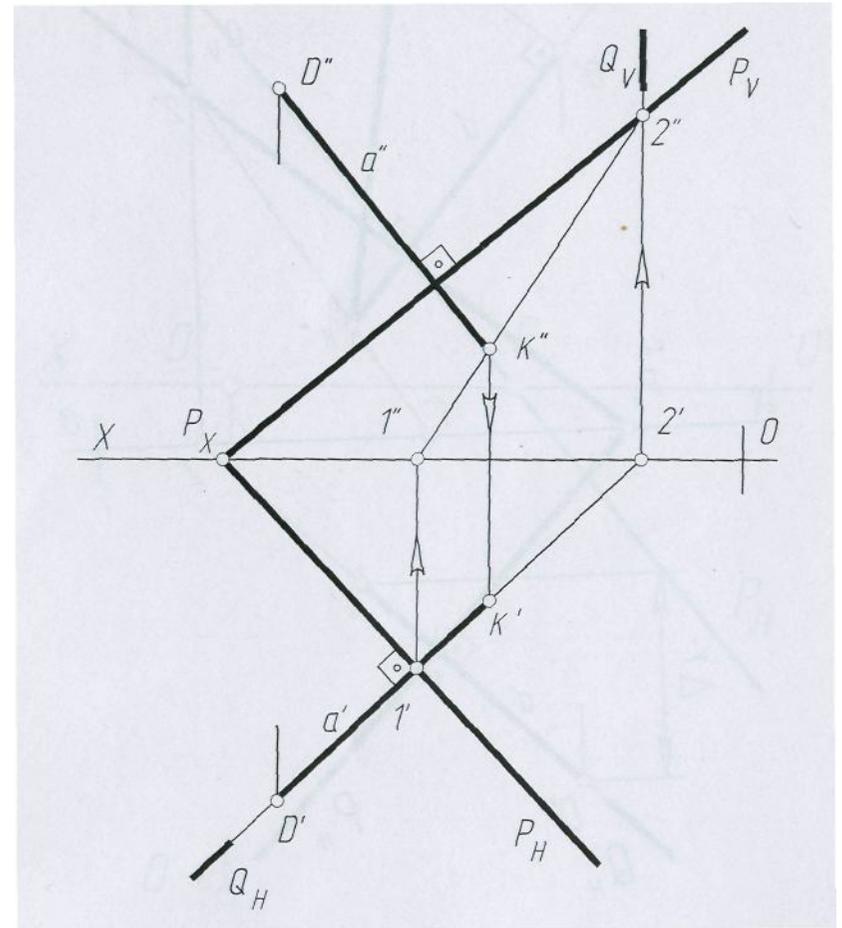


Рис. 3б

3) Способом прямоугольного треугольника определяем истинную длину D_0 К отрезка DK (рис.3в)

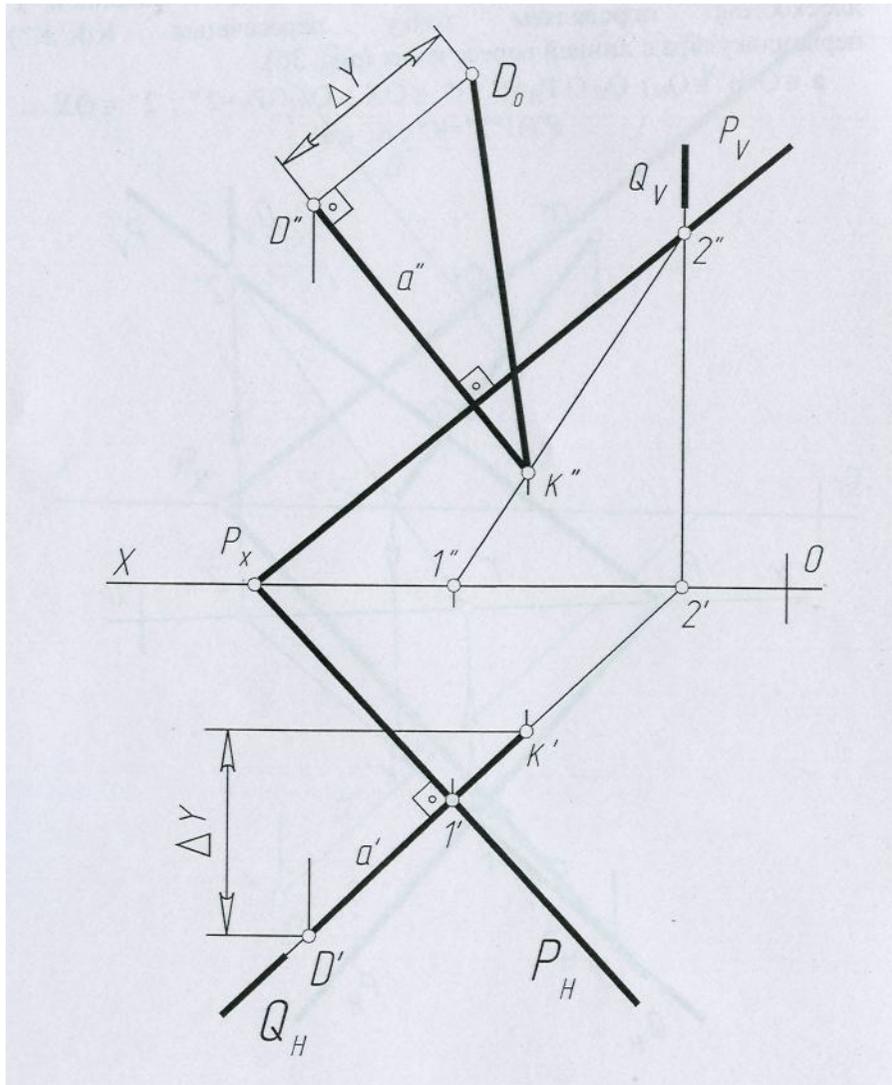


Рис.3в

Задача 3: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D', D'')$ до плоскости $P(P_V, P_H)$ (рис. 4).

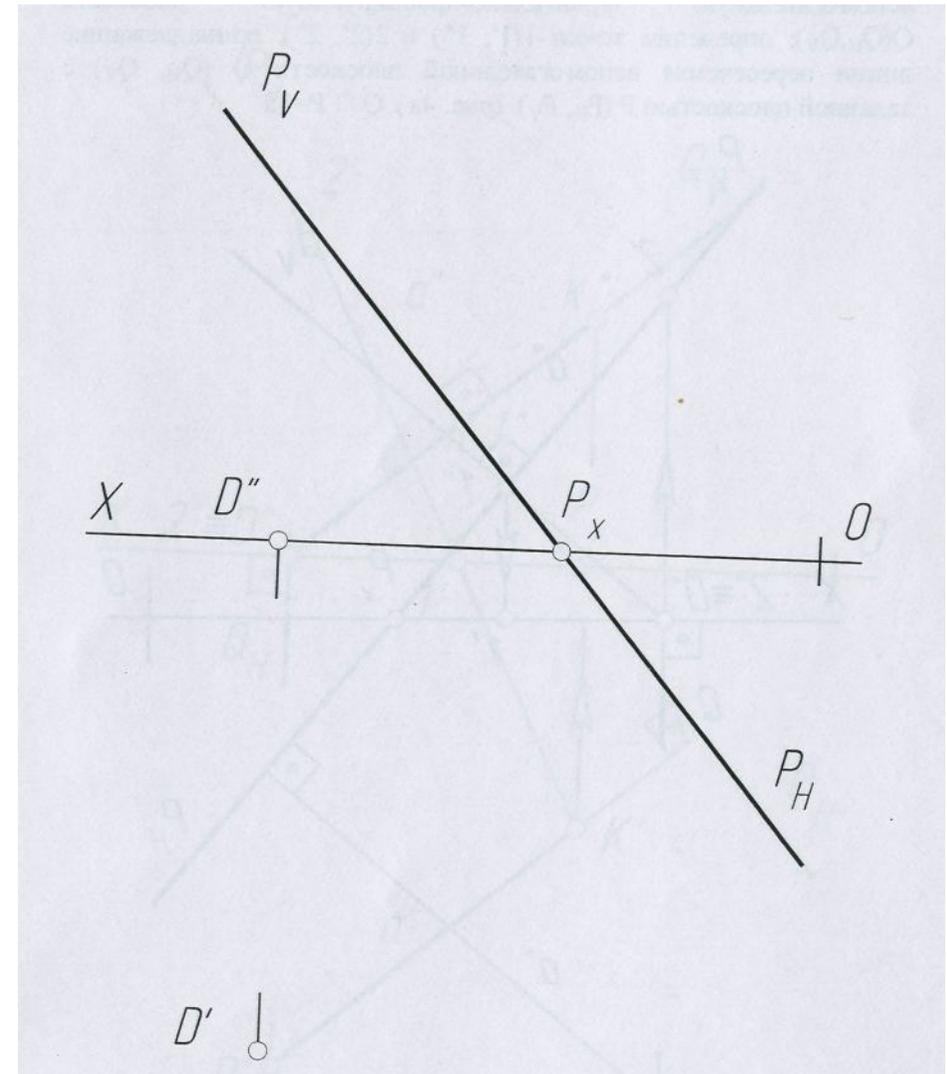


Рис.4

Решение: 1) Из точки $D (D', D'')$ опустим **перпендикуляр a** на плоскость $P (P_H, P_V)$; через перпендикуляр a проведём вспомогательную, фронтально-проецирующую плоскость $Q (Q_H, Q_V)$; определим точки $1 (1', 1'')$ и $2 (2', 2'')$, принадлежащие линии пересечения вспомогательной плоскости $Q (Q_H, Q_V)$ с заданной плоскостью $P (P_H, P_V)$ (рис. 4а). $Q \cap P = 12$

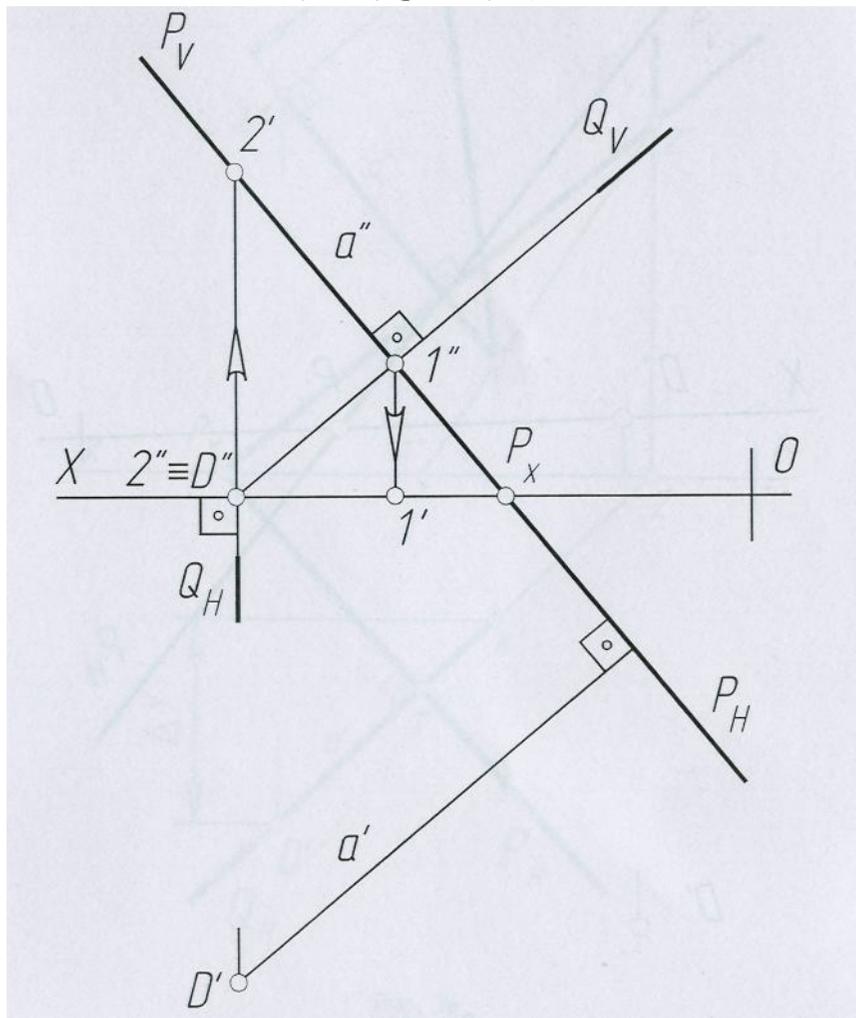


Рис. 4а

2) Определим точку пересечения **перпендикуляра a** опущенного из точки D с линией пересечения плоскостей P и Q (рис. 4б). $a \cap 12 = K (K', K'')$

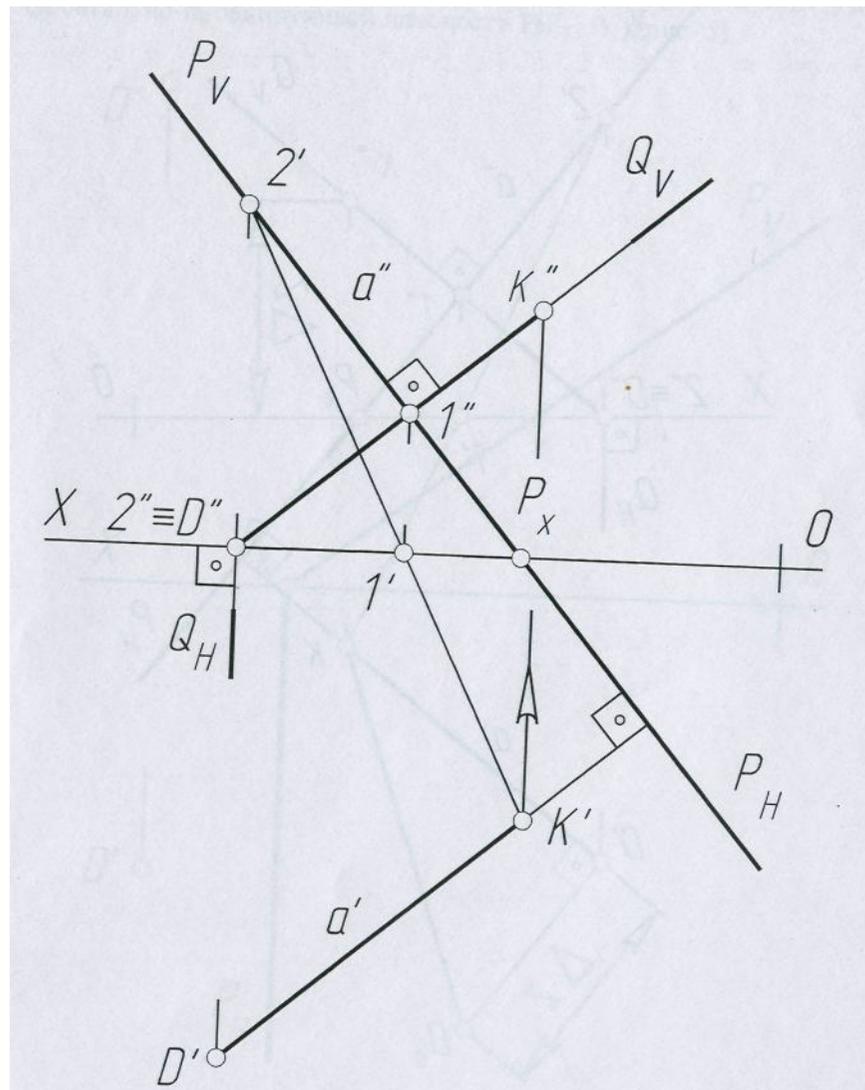


Рис. 4б

3)Способом прямоугольного треугольника определим истинную длину $D \ll K$ отрезка DK . (рис. 4в) $DK \wedge D_0K'$

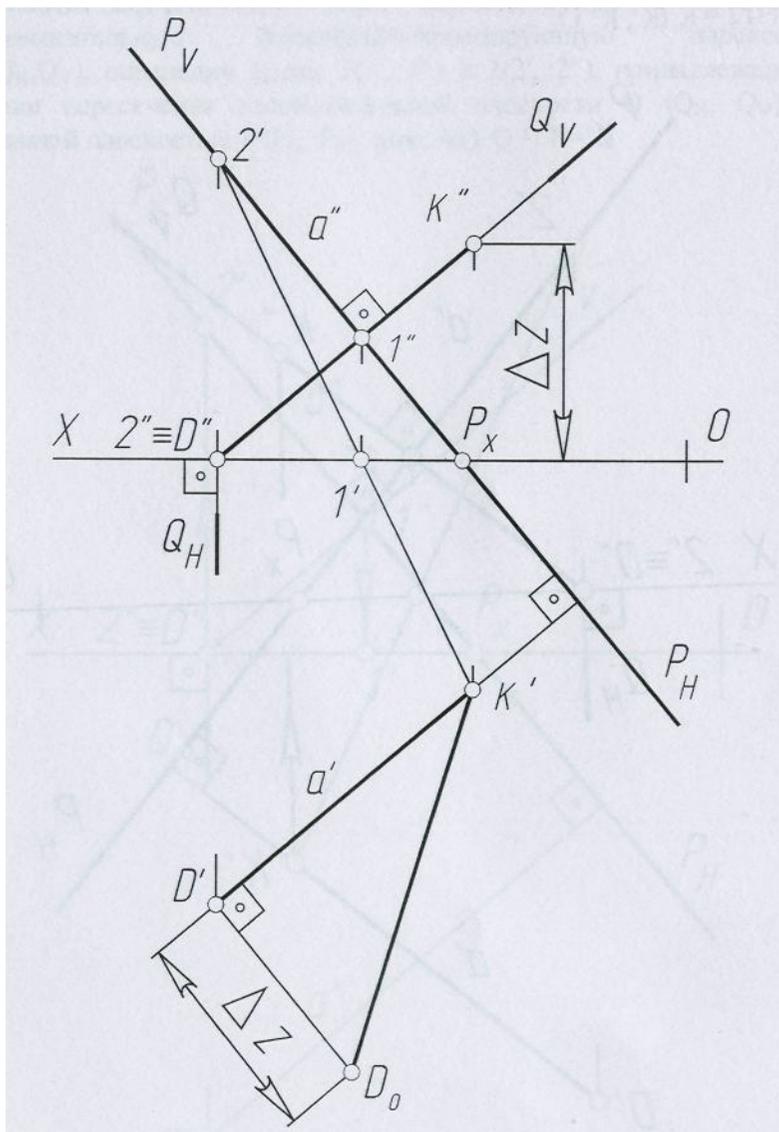


Рис. 4в

Определение кратчайшего расстояния от точки до плоскости частного положения

Задача 4: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D',D'')$ до фронтально-проецирующей плоскости $P(P_V, P_H)$ (рис. 5).

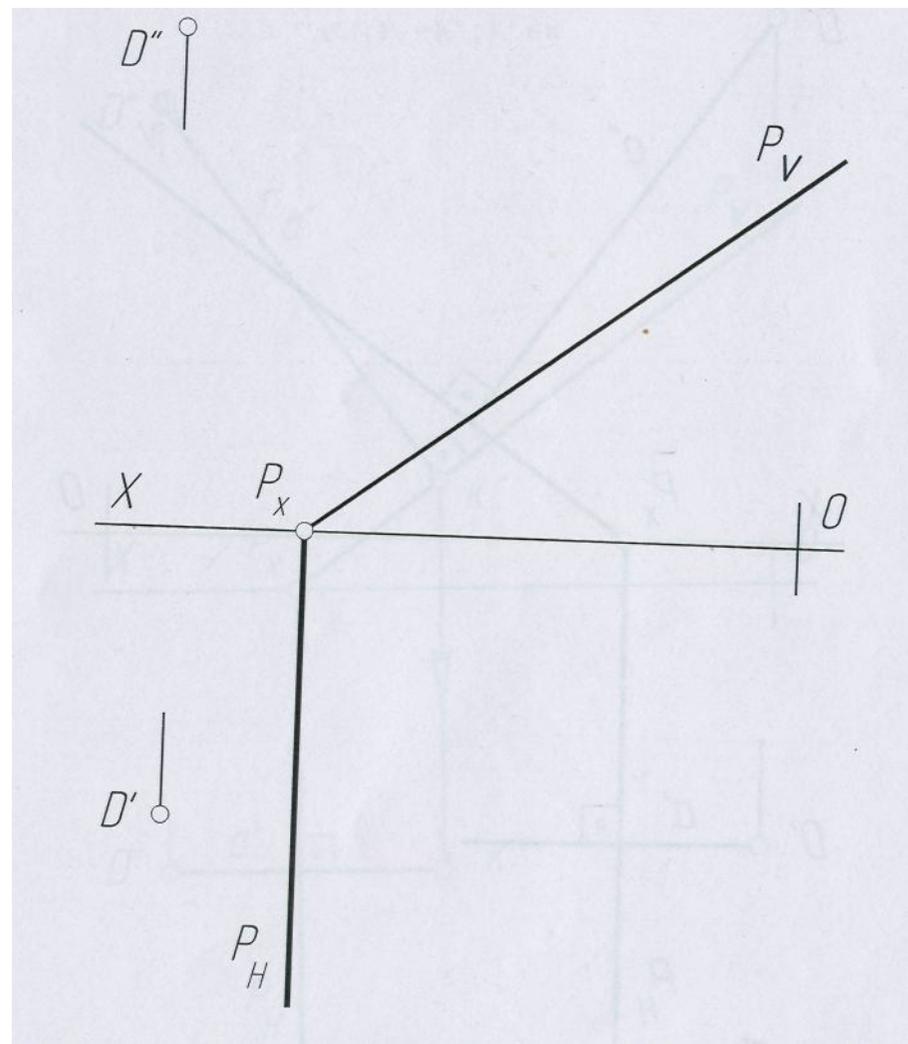
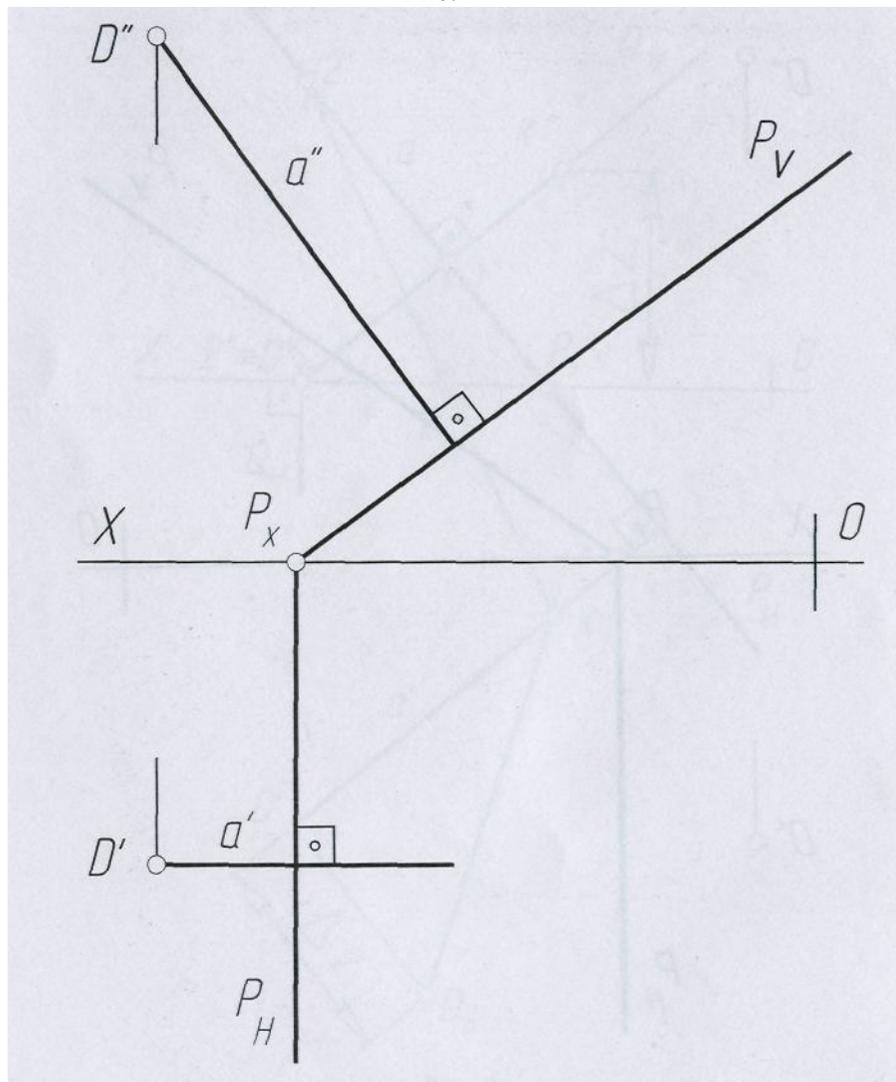


Рис. 5

Решение: 1) Из точки D опустим перпендикуляр a на плоскость P: из D' перпендикуляр к P_H , из D'' перпендикуляр к P_V (рис. 5а). $D''ea''$ $LPVAD'$ $ea'1P_H$

Рис.

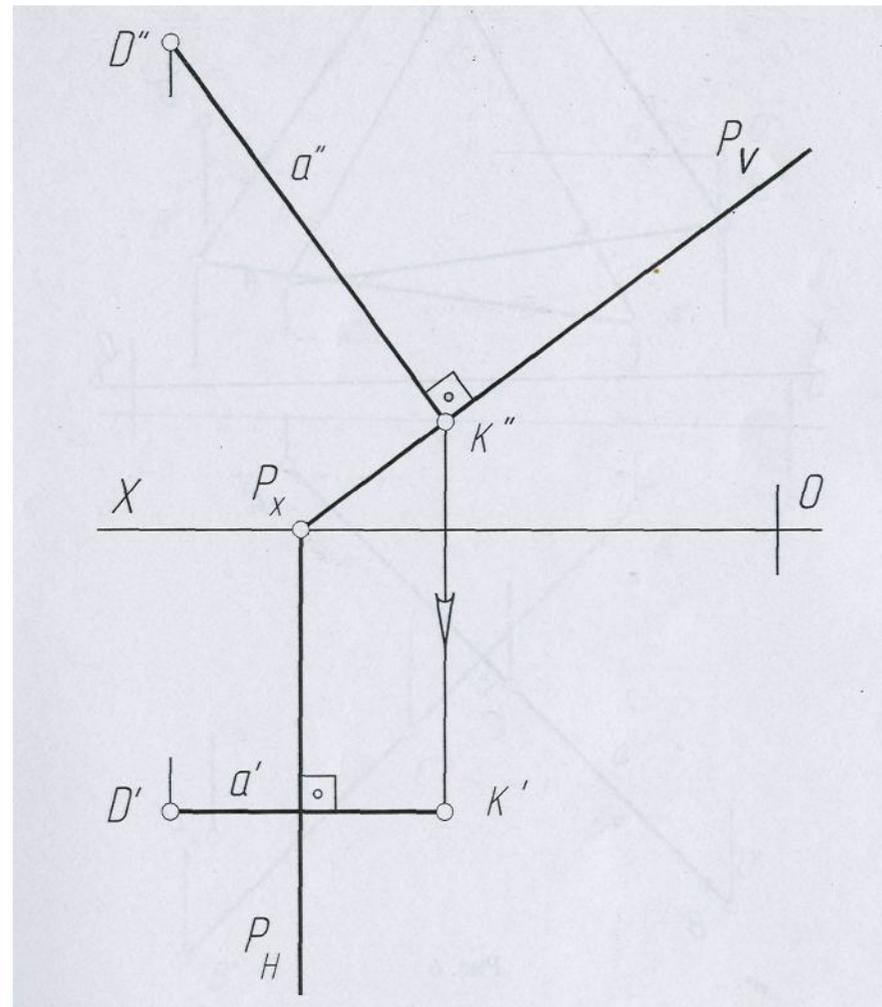


5а

2) Определим точку пересечения перпендикуляра a с плоскостью P. Т.к. плоскость P фронтально-проецирующая, фронтальная проекция точки K будет находиться на фронтальном следе P_y плоскости P. Отрезок DK ($D'K'$, $D''K''$) является фронталью. Отсюда- $D''K''$ является истинной длиной DK (рис. 56).

$a'' \perp P_V = K''$; $K' ea'$

Рис.



56

Задача 5: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D',D'')$ до горизонтально-проецирующей плоскости, заданной $DAVC$ (рис. 6).
 $DAVC \perp H$

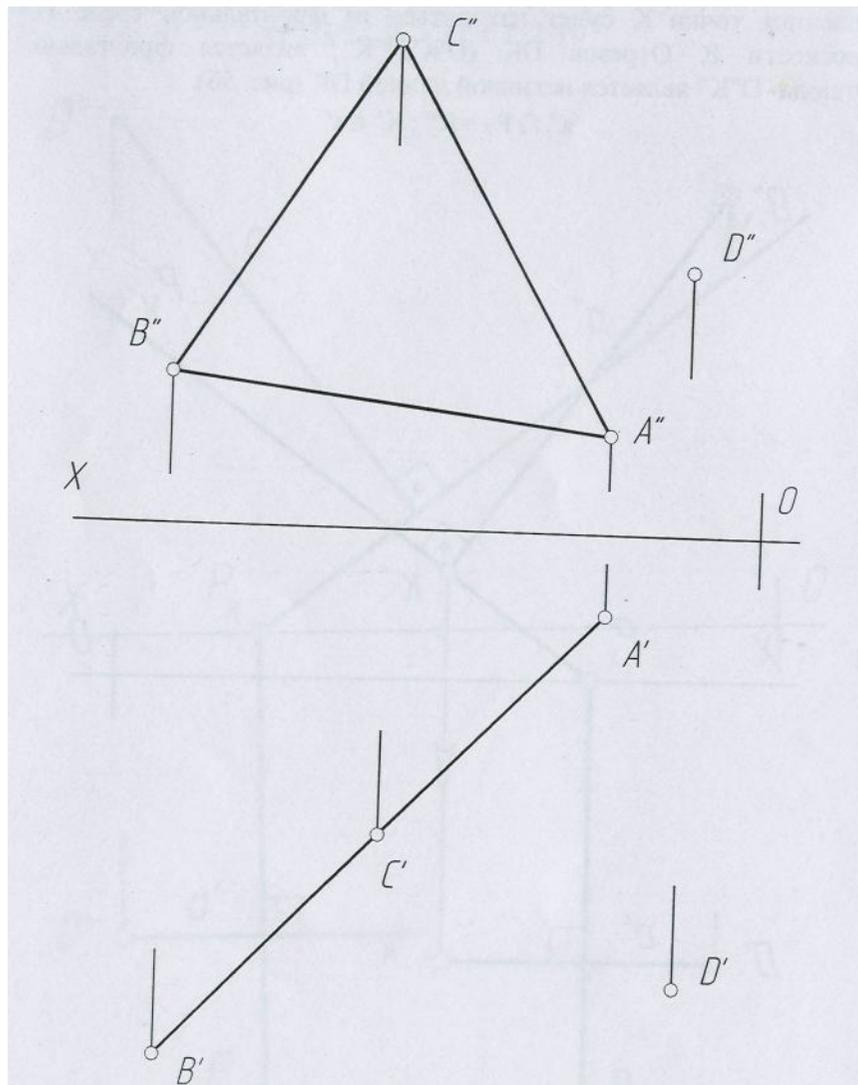


Рис. 6

Решение: 1) Из точки $D(D',D'')$ опустим перпендикуляр a на плоскость $DAVC$ (рис. 6а).

$$D'ea' \perp AA'B'C' \perp DAVC \perp H \Rightarrow D''ea'' \parallel OX$$

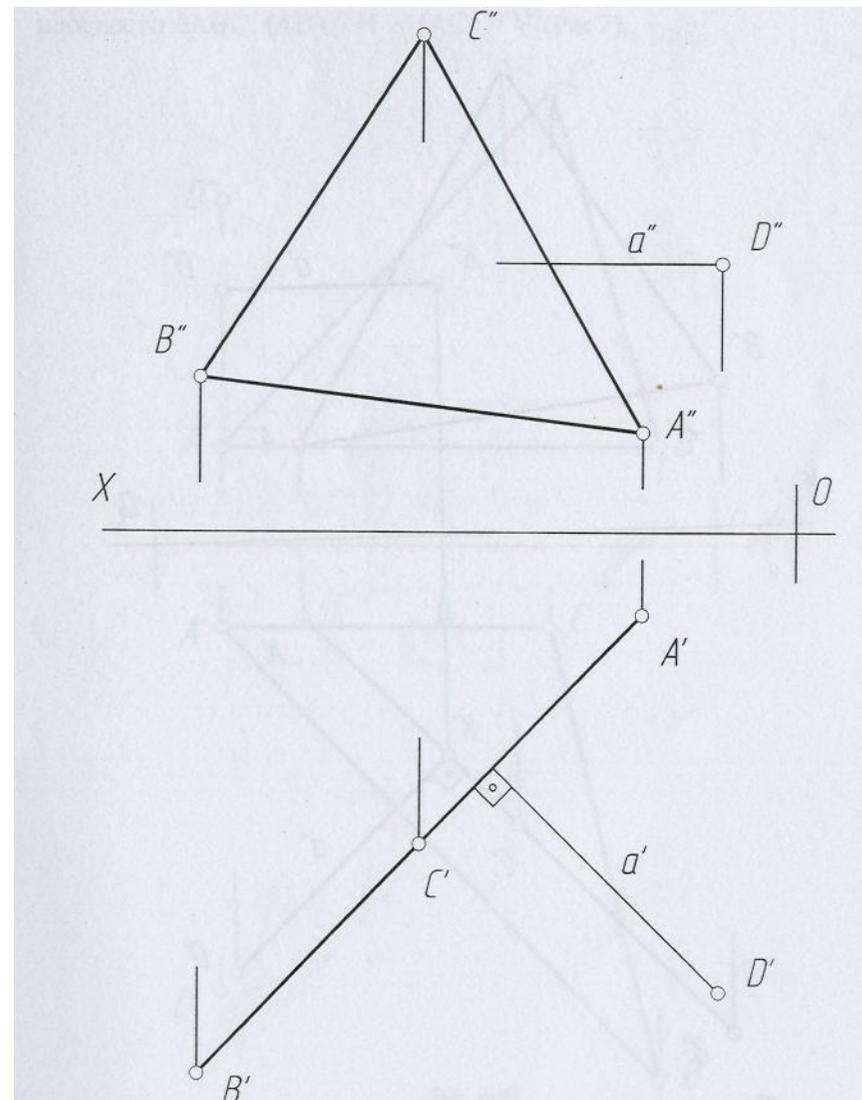
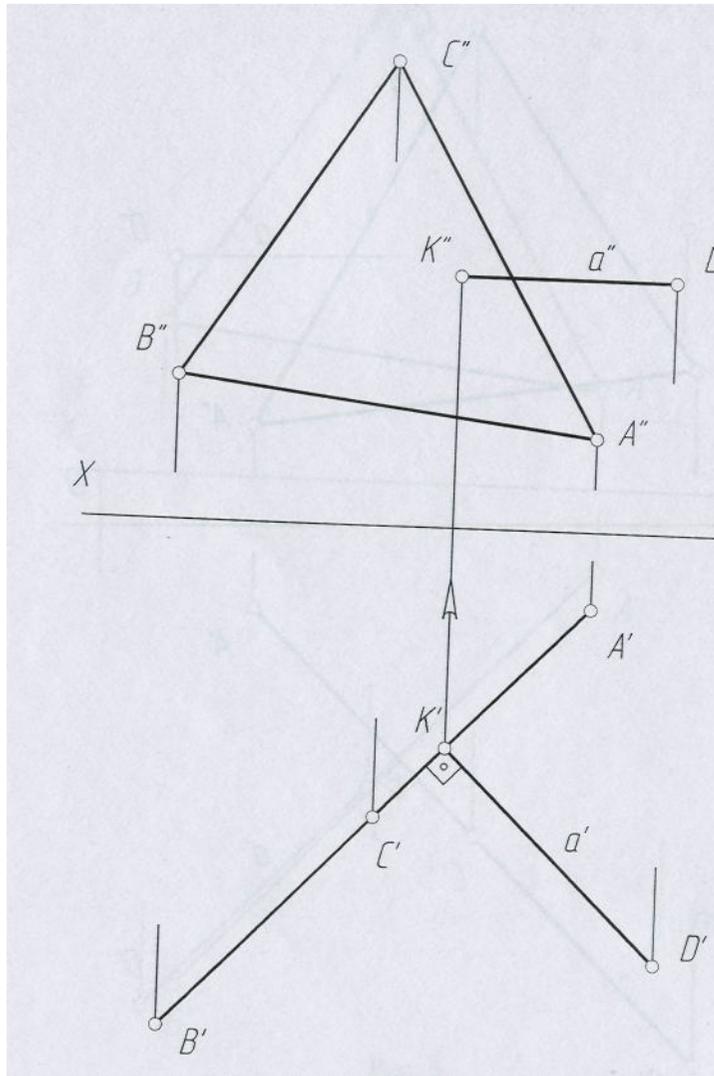


Рис.6а

2) Определим точку пересечения $K(K', K'')$ перпендикуляра с плоскостью $DAVC$ (рис. 66). DK ($D'K'$, $D''K''$) является горизонталью, следовательно, $D'K'$ является истинной длиной DK .
 $a' \parallel M'B'C' = K'; K'' \parallel a''$

Рис.



66

Определение кратчайшего расстояния от точки до плоскости заданной прямыми частного положения

Задача 6: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D', D'')$ до плоскости $AABC$. ($AB \parallel H$ л ($AC \parallel V$) (Рис7).

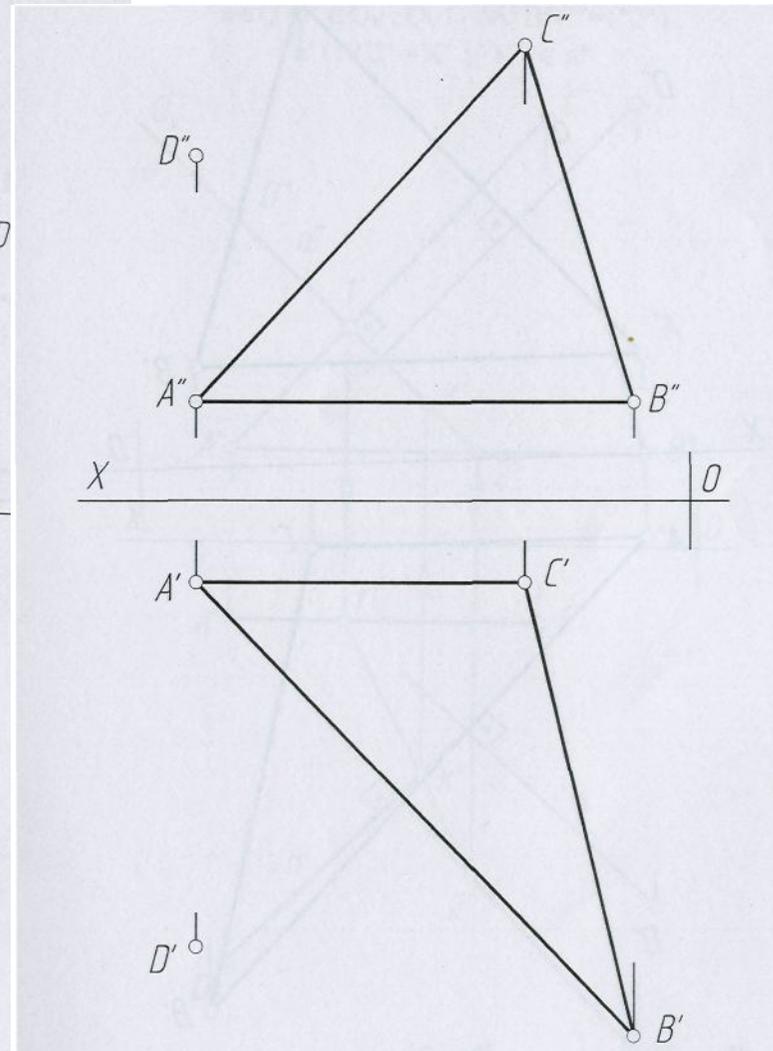
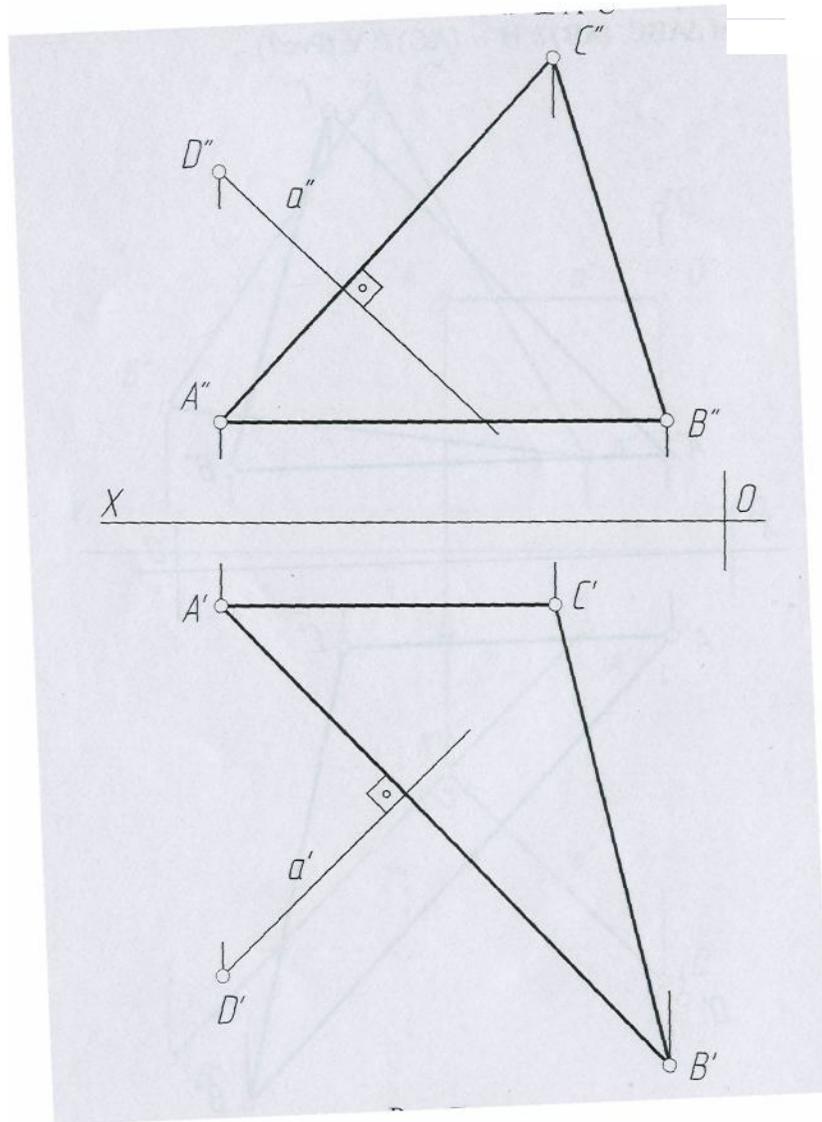


Рис.7

Решение: 1) Из точки ΓD^{\wedge} опустим перпендикуляр на плоскость $AABC$ и перпендикуляр на $A^{\wedge}\Gamma^{\wedge}$ и $i \perp p'$ перпендикуляр на $A'B'$ (рис. 7а).

$D' \in a' \perp A'B'$ л $D'' \in a'' \perp A^{\wedge}\Gamma^{\wedge}$
Рис.

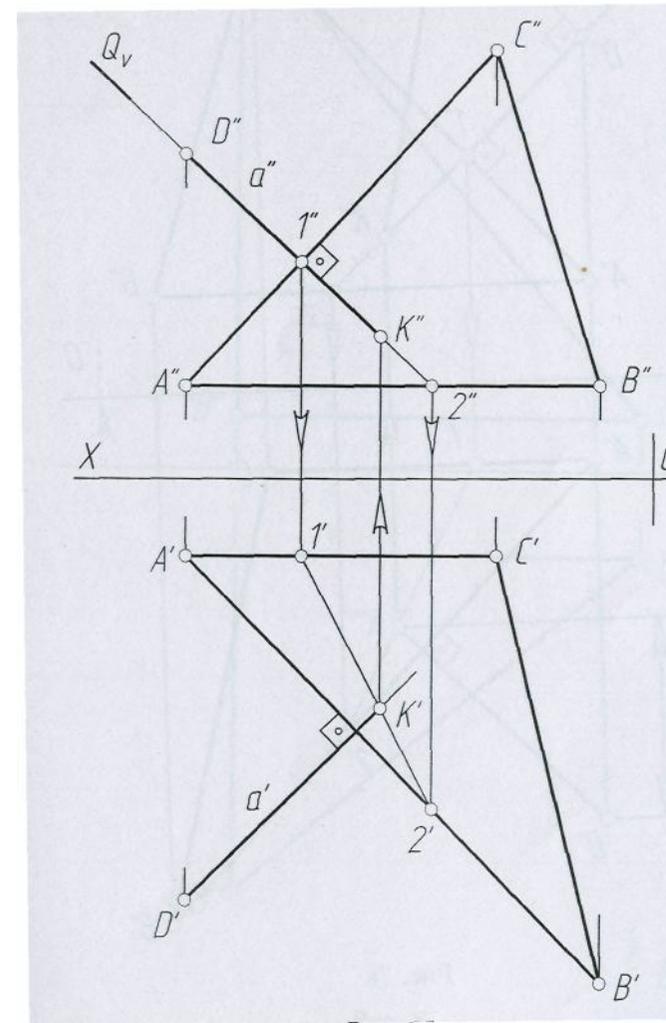


7а

2) Проведём перпендикуляр a и вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость Q_{LV} . Строим линию пересечения плоскостей $\Pi(\Gamma^{\wedge}2', 1''2'')$. Находим точку пересечения $K(K', K'')$ перпендикуляра с линией пересечения, (рис. 7б).

$a \in Q(a'' \in Q_V; Q_V \perp DA^{\wedge}B^{\wedge}C^{\wedge} = 1''2'')$
 $a' \perp 1'2' = K'$; $K'' \in a''$

Рис.



7б

3) Способом прямоугольного треугольника определим истинную длину отрезка DK. $|E)K''|=DK$ (D_0K'' -истинная длина DK) (рис. 7в).

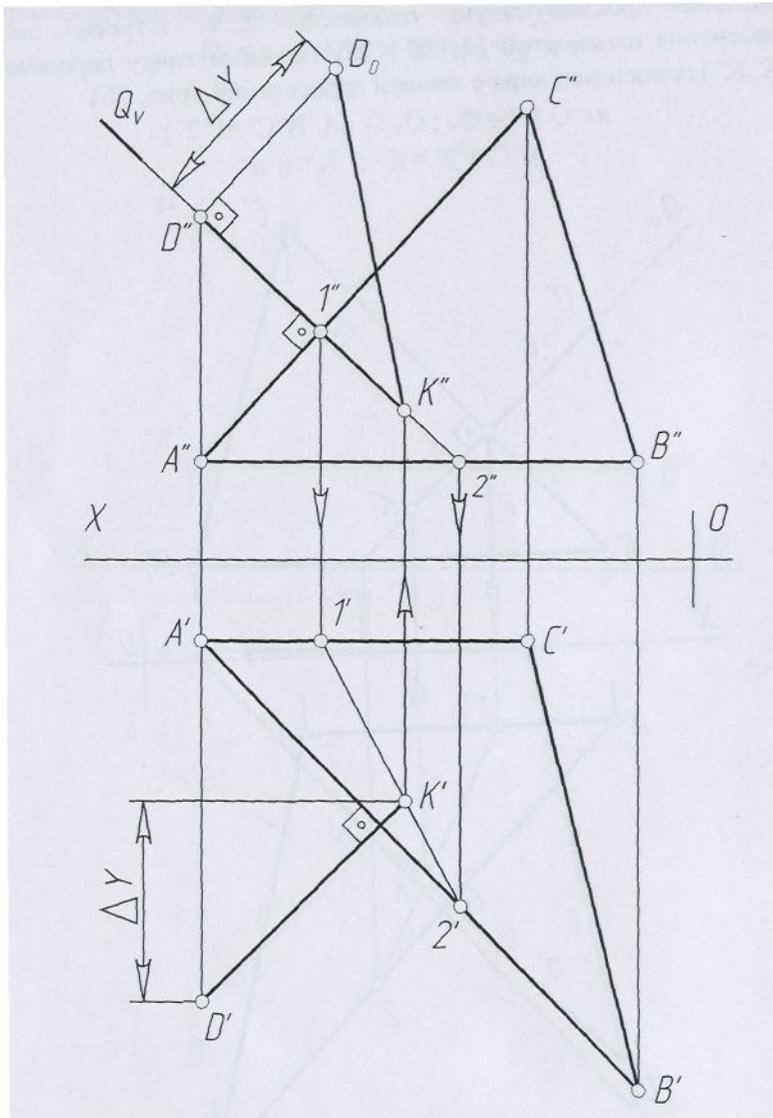


Рис. 7в

Задача 7: Определить кратчайшее расстояние от точки $D(D',D'')$ до плоскости ЛАВС (рис. 8).

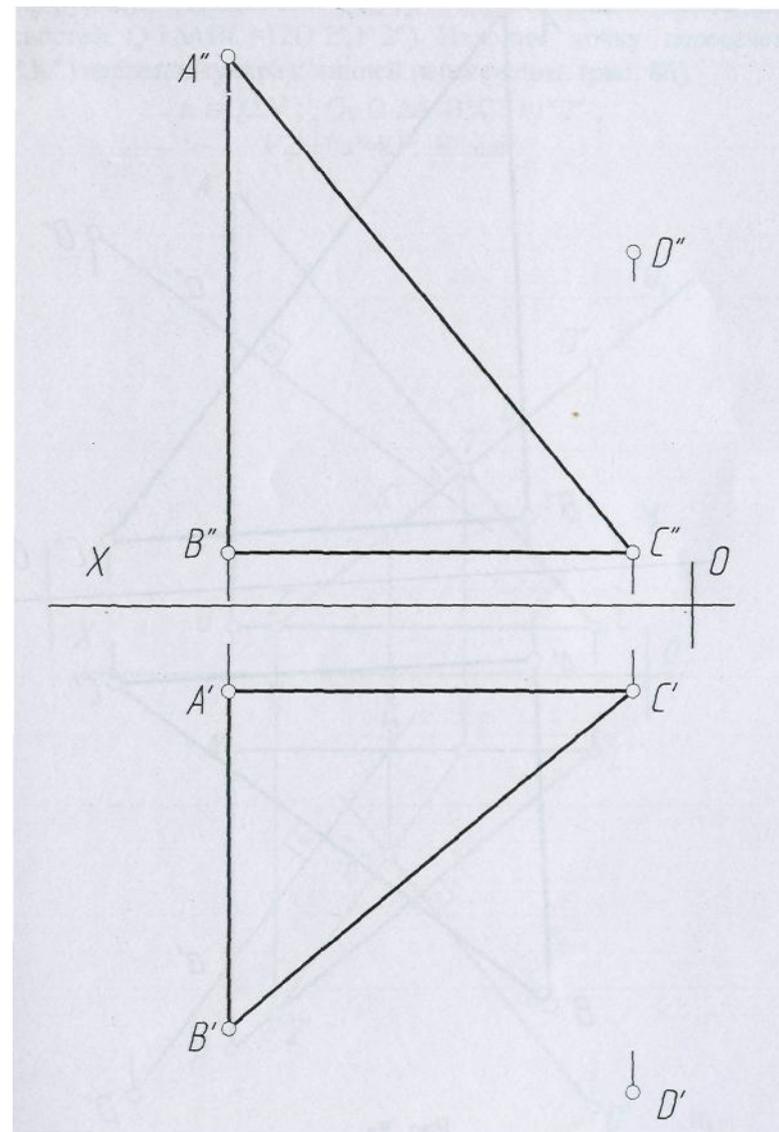


Рис.8

Решение: 1) Опустим **перпендикуляр а** из точки $D(D',D'')$ на плоскость $AABC$ (из D' на $B'C$ и из D'' на $A''C''$) (рис. 8а). D' $ea'XB'C'$ л D'' $ea''1A''C''$

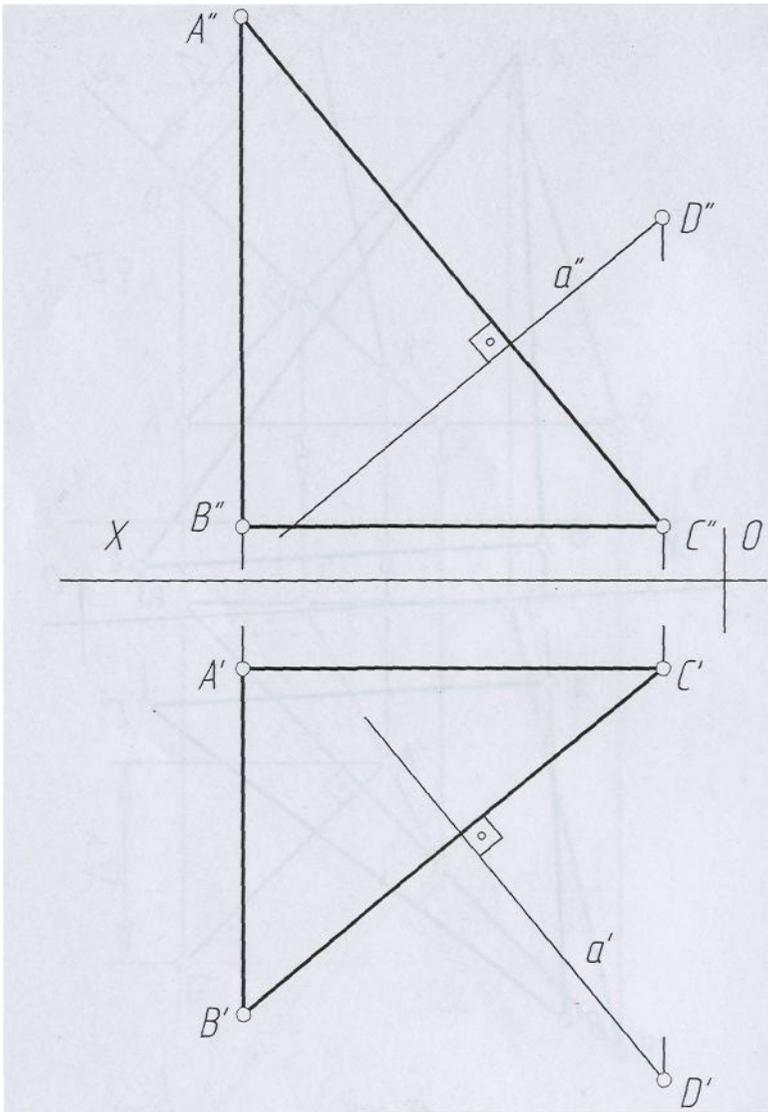


Рис. 8а

2) Для нахождения точки пересечения **перпендикуляра а** с **плоскостью AABC**: через перпендикуляр проводим фронтально-проецирующую плоскость $Q(Q_V)$; строим линию пересечения плоскостей $\langle \text{ЗП}ABC = 12(\Gamma 2', 1'' 2'') \rangle$ Находим точку пересечения $K(K',K'')$ перпендикуляра с линией пересечения, (рис. 8б). $aeQIV$; $Q_V \perp AA''B''C'' = 1'' 2''$; $1' 2' \perp a' = K'$; $K'' \in a''$

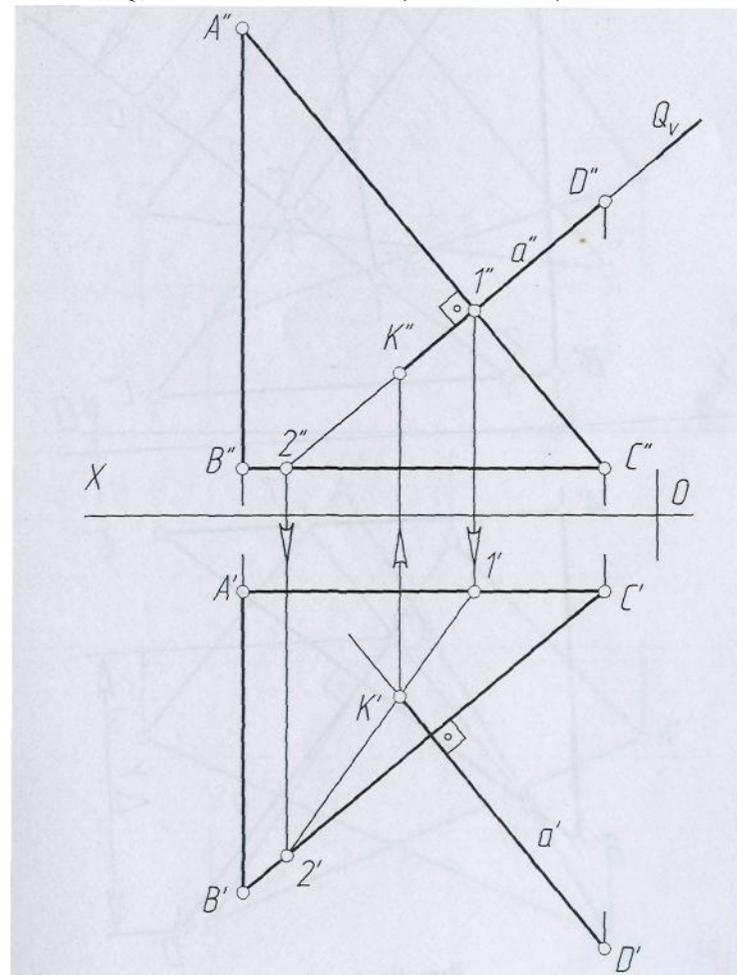


Рис. 8б

3) Способом прямоугольного треугольника определим истинную длину отрезка DK. Ц)K"-истинная длина DK (рис. 8в).

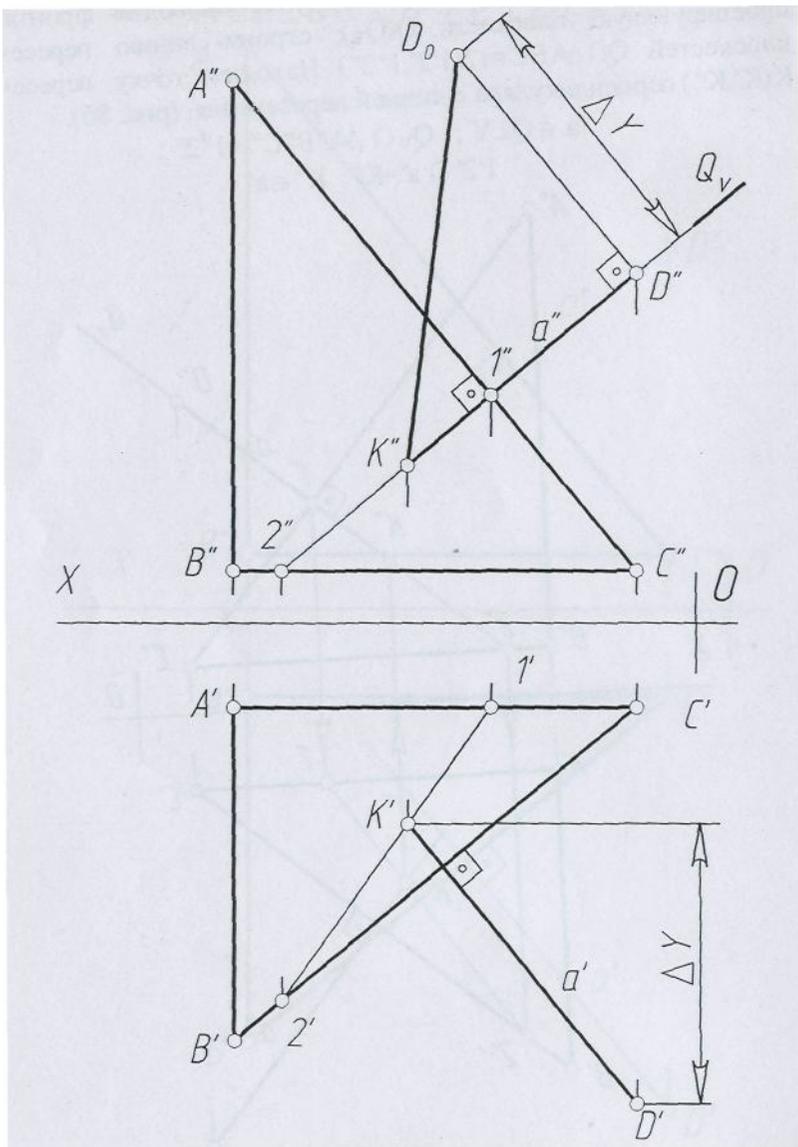


Рис. 8в

Построение линии пересечения плоскостей

Задача 8: Построить линию пересечения плоскостей AABC и ADEF и разделить видимые части плоскостей (рис. 9).

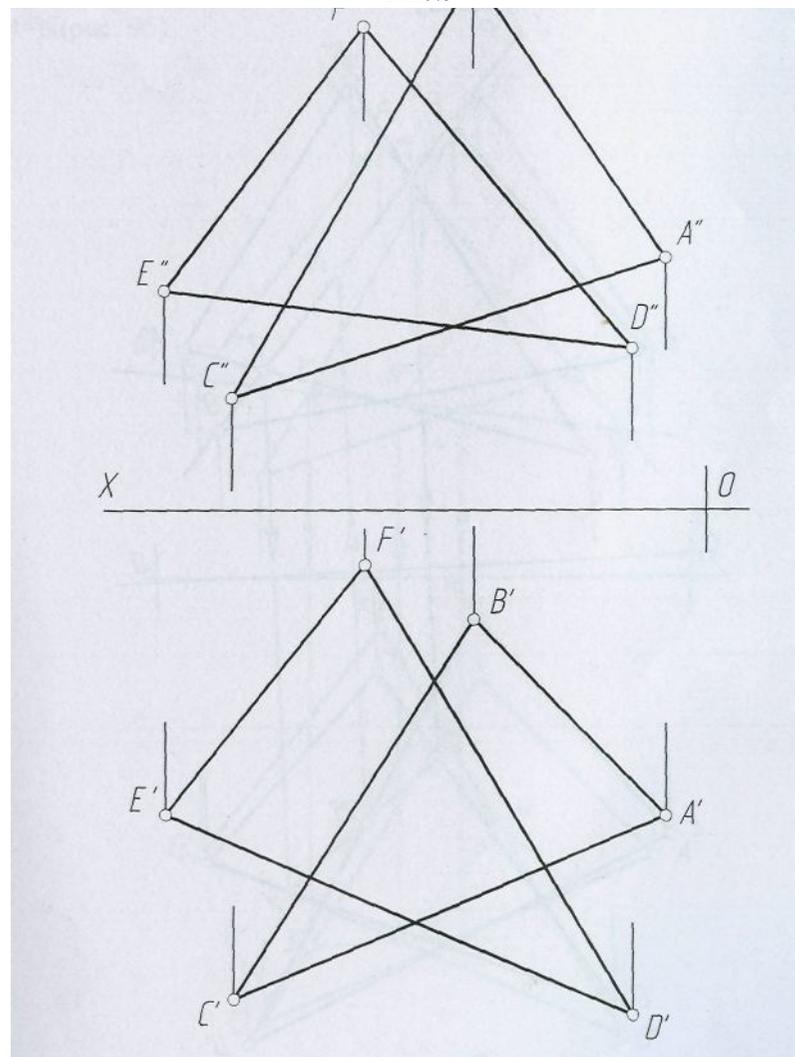


Рис. 9

Решение: 1) Через сторону DF плоскости ADEF проводим вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость $P(P_V)$; построим линию пересечения $P \cap \Pi_{12}(1'2',1''2'')$ вспомогательной плоскости P с плоскостью ДАВС Π_{12} ; найдём точку пересечения $M(M',M'')$ стороны DF с линией пересечения $12(1'2',1''2'')$: $DF \cap \Pi_{12} = M$ (рис. 9а).

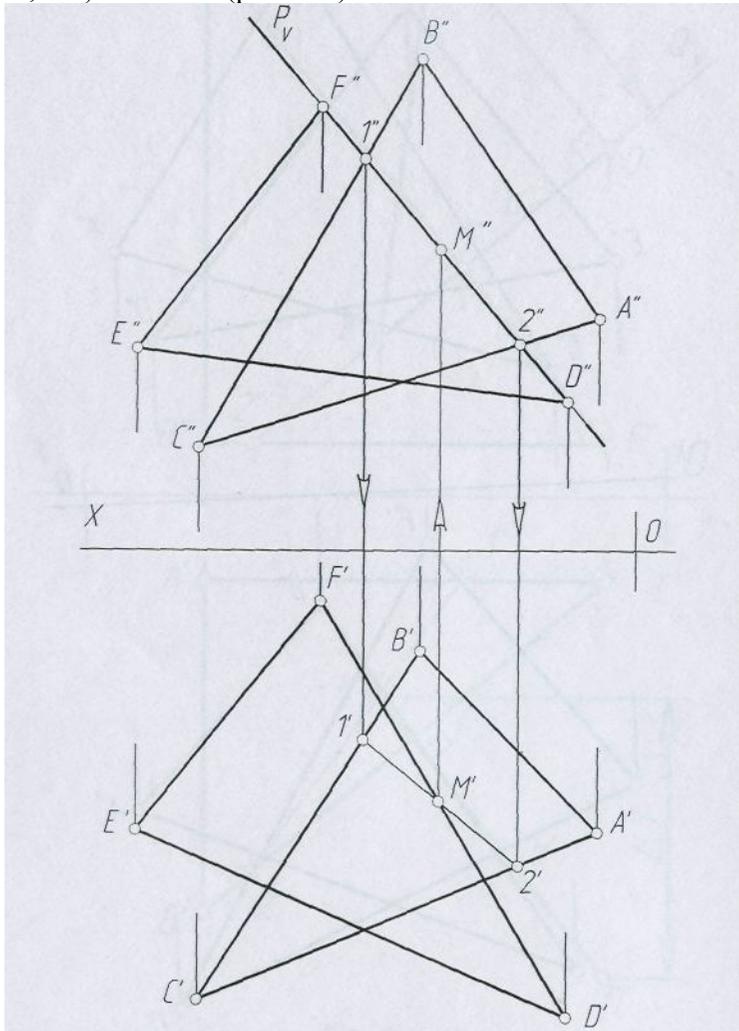


Рис. 9а

2) Через сторону DE ($D''E''$) плоскости ADEF проводим вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость $Q(Q_V)$; построим линию пересечения $34(3'4',3''4'')$ вспомогательной плоскости Q с плоскостью ДАВС: $Q \cap \Pi_{34} = 34$; найдём точку пересечения $N(N',N'')$ стороны DE с линией пересечения 34 : $DE \cap \Pi_{34} = N$ (рис. 9б).

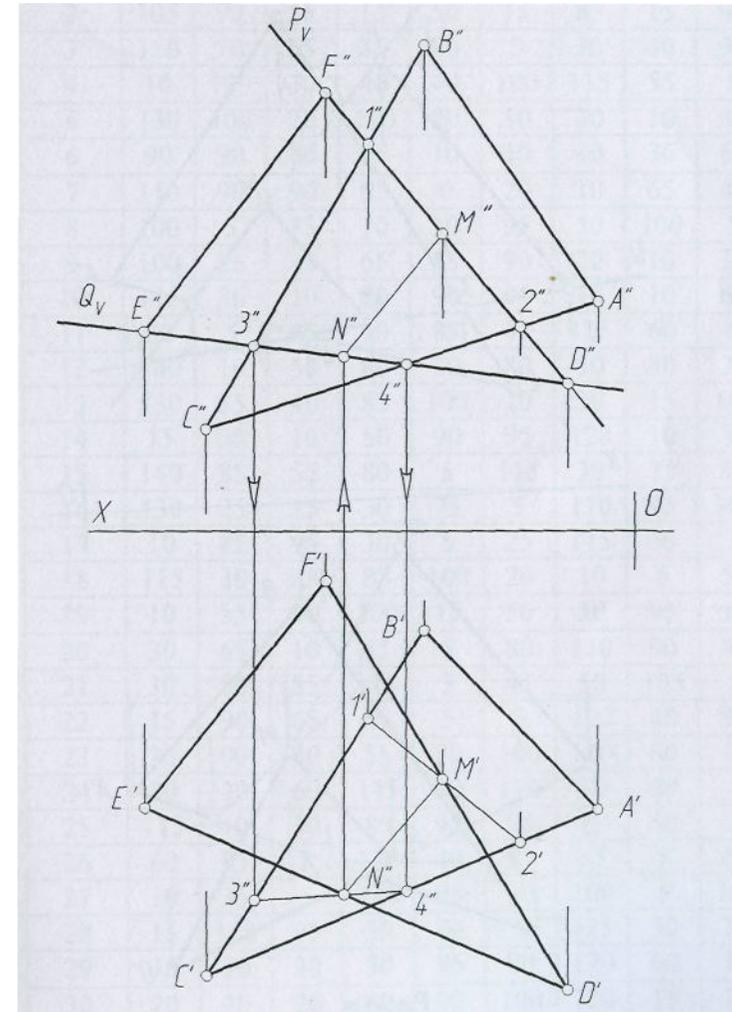
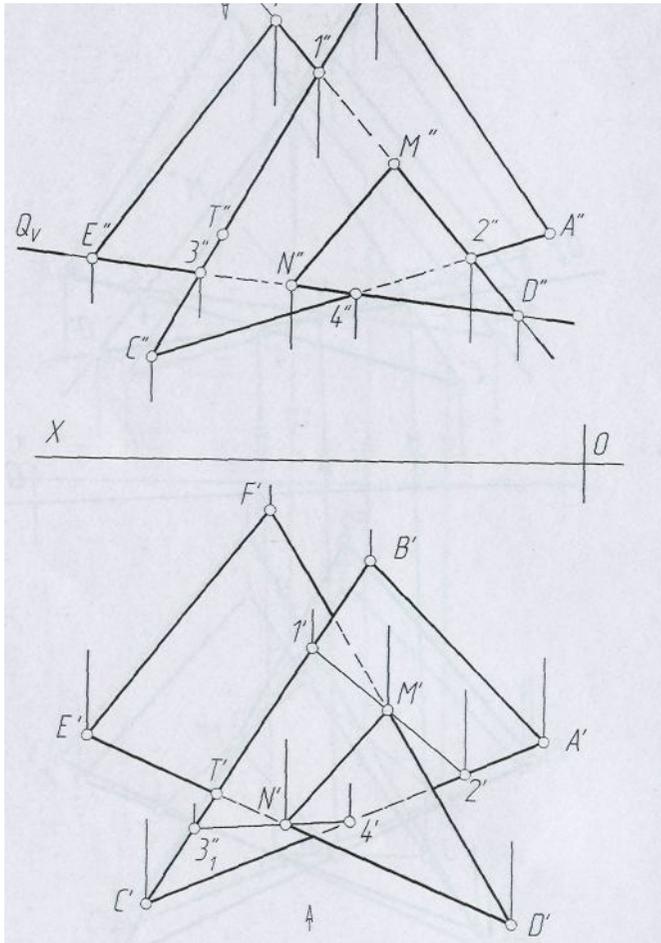


Рис. 9б

3) Соединив одноименные проекции точек М и N, получим проекции линии пересечения плоскостей ААВС и АDEF-MN(M'N',M''N'') (рис. 9в). На этом рисунке методом конкурирующих точек определена видимость треугольников ДАВС и АDEF относительно плоскостей проекций (см. с.5 данного пособия).

Рис. 9в



Приложения

Таблица 1

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

точки	А			В			С			
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	
1	" ПО	85	50	25	45	5	90	5	Г705~	
2	" 105	90	Г~55	Г5~	50	15	Г85	15	95	
3	' ПО	~То	65	85	80	5	"То	40	90	
±	10	100	30	40	40	100	ПГПГ	55	5	
5	" 130	100	70	ПО	20	10	30	10	40	
6	90	90	~80~	65	"~ГоП	~ГоТ	10	30	65	
7	ПО	90	90	95	0	20	~То~	65	45	
8	" 100	~5~	ГТ5	10	30	95	30~	100	5	
9	" 100	25	15	65	85	~90	[То	10	35	
О	" П5	30	10	~80~	90	95	10	10	60	
Н	' 80	' 5	' 85	10	~85	40	125	60	5~	
x	" 140	10	150	60	20	80	50	80	20	
<	" 130	55	~40~	Г~85	НХГП	(ГГ1нГ	15	100		
£	14	15	~30~	ГТ0~	50	~90	95	120	10	50
<	" 140	85	~5.5	[80	5	115	30	75	15	
∞	' 130	25	15	3~0~	75	5	" ПО	95	105	
12	10	85	95	30	5	' 25	115	50	5	
a.	' 115	30	100	"85	И)0Т1хГМ0		5	55		
ш	19	10	55	~90	100	15	50	30	95	15
^	20	30	65	10	55	5	80	ПО	90	40
X	21	30	~50	85	115	5	145	~Т(ГП05~	5	•
22	15	90	65	55	5	[~5~	120	40	90	"
23	30	90	40	55	20	100	110	60	15	
24	~30	10	60	145	"ТоТТкГ	50	90	5		
25	' 115	10	"10	80~	95	90	^иГ	50~	10	
26	60	85	5	130	1"0	85	15	5	60	
27	30	35	5	120	95	30	100	5	" 100	
28	15	~ТЮ	95	30	40	5	~П5	50	30~	
29	15	30	30	50	95	90	170	60	10	
30) 20	[40	20	[80	1юПТoТ	12O	~15	1	Ю~	

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

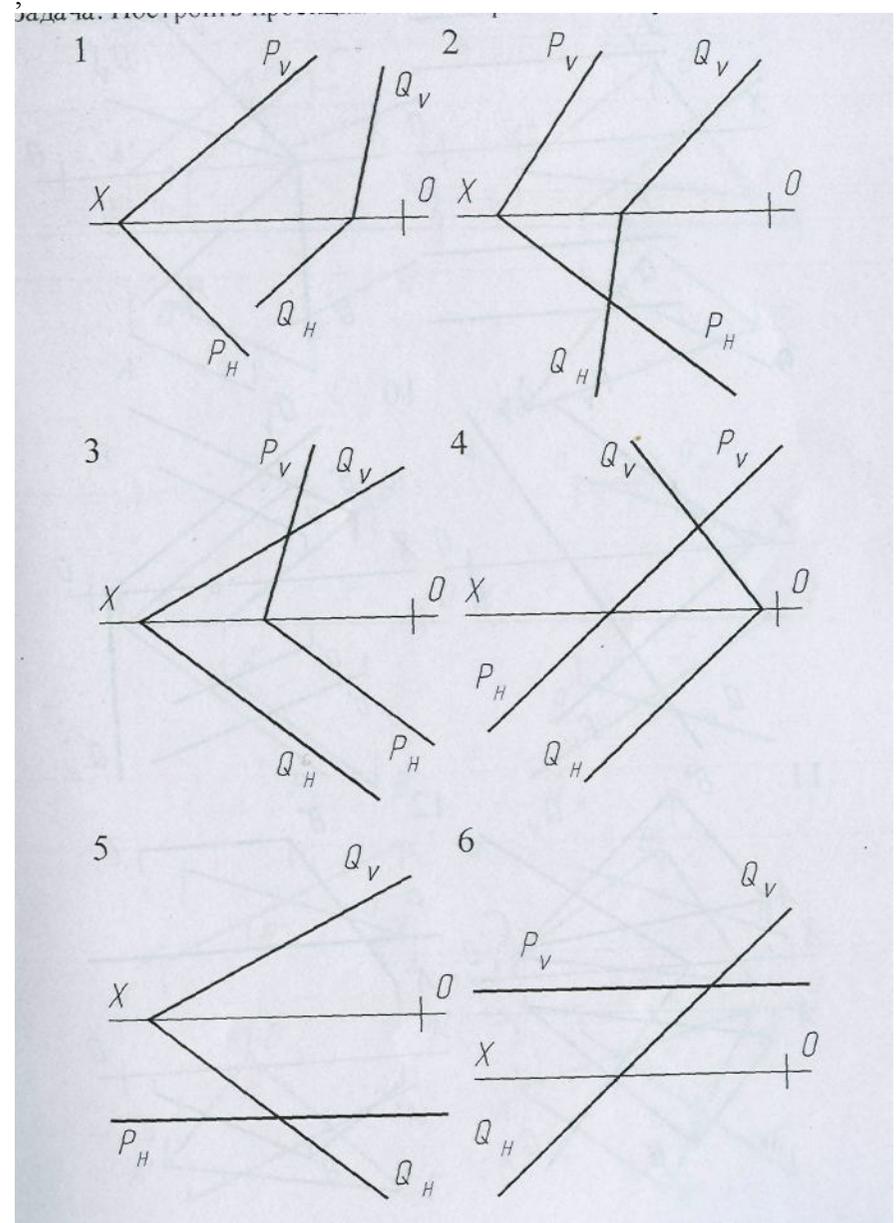
точки координаты	D				B				F			
	X	J	Y	Z	X	J	Y	Z	X	J	Y	Z
1	1	И	30	5	60	90	10	10	10	10	10	90
Г	~2	[Т05	Г	30	4Т\W	Tm\	5	10	1	5	80~
3	50	Г"	10	20	30	70	70	130	50~	p0~		
4	25~	~5(Г	15	65	5	90	100	W	0	if		
5	80)	80	50	45	5	15	130	45	[7(Г		
6	110	30	100	^УТ^	70	ТТ00	15	15		20"		
7	55		5~	110	115	S	0	j	80	25	85~	Т~0~
8	M	20	95	90	10	65	35	60	Т	ТТ0"		
9	90	30	60	10	70	105	45	5~	ТнГ			
О	10	120	15~	70	20	35	95	60	8~5	[~ПГ		
Н	п	изо	45	~^(Г)^	o^Ри	ГТЖ	Т0"	so	ю~			
X	12	120	50	90	30	Г140	50	80	10		2(Г	
<	13	100	45	7	УГЖ	[8^	35	60	5	Т~95~		
£	14	K)	15	70	ПО	35	90	70	~85	10		
<	15	40	105	65	ПО	35	120	60	20	10		
∞	16	40	85	"p	5 Т	50	[45	45	80	5	ПТ0"	
^	V	85~	~Т	95	115	80	35	10	"ГзТ	15"		
W	18	100	15	Г^O	60	100	5	25	~40~	100^		
S	19	10	45	30	65~	5	100	105	ТЖТТ"			
X	20	П	35"	35	65	130	10	90	80	100	5	
	21	i	0\	20	50	80	ИГ	90	130	90	10	
	22	Г	Т0~	М(Г	Г8(Г	115	10	Т~65	75	85	10	
	23"	20	55	20	130	Г20	120					

6ГТТ00|5

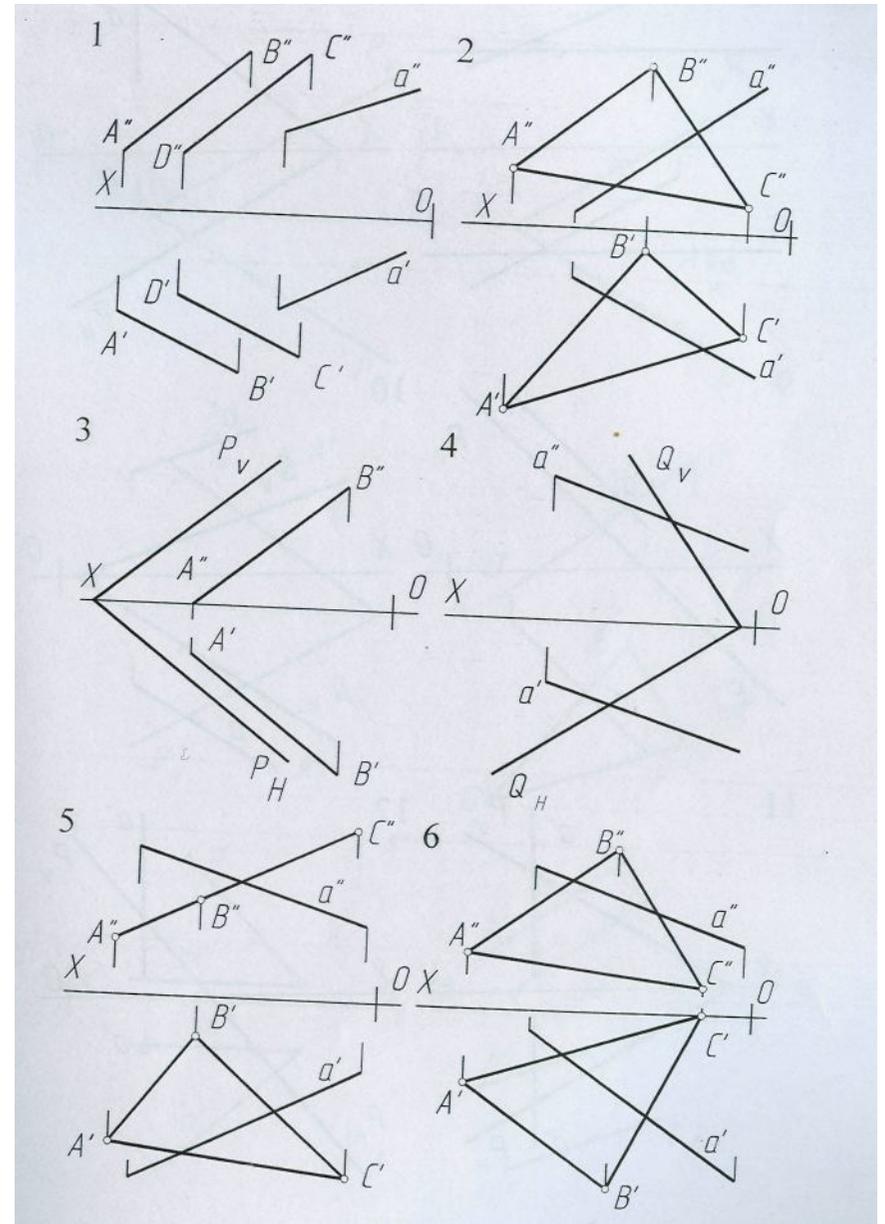
Г	24^	ГТ(Г)	~70	10	80	5~	10	130	~85	50	
Б	то	Л	ТТ5~	ТТо	90	35	60	ГТ5~	Г85~		
	26	20	I	60	80	120	60	10	90	105	
	27	[20	} 70	95~	120	35	65	70	[То(ГТТ~	
	28	70	Г	115	10	10	85	55	100	[5	90
Г	29	30	80	10	100	20	[70	140	80~	Г35~
I	30	4	0	2	5	85	160	50	70	60	"80~ 10"

Задачи для самостоятельного решения

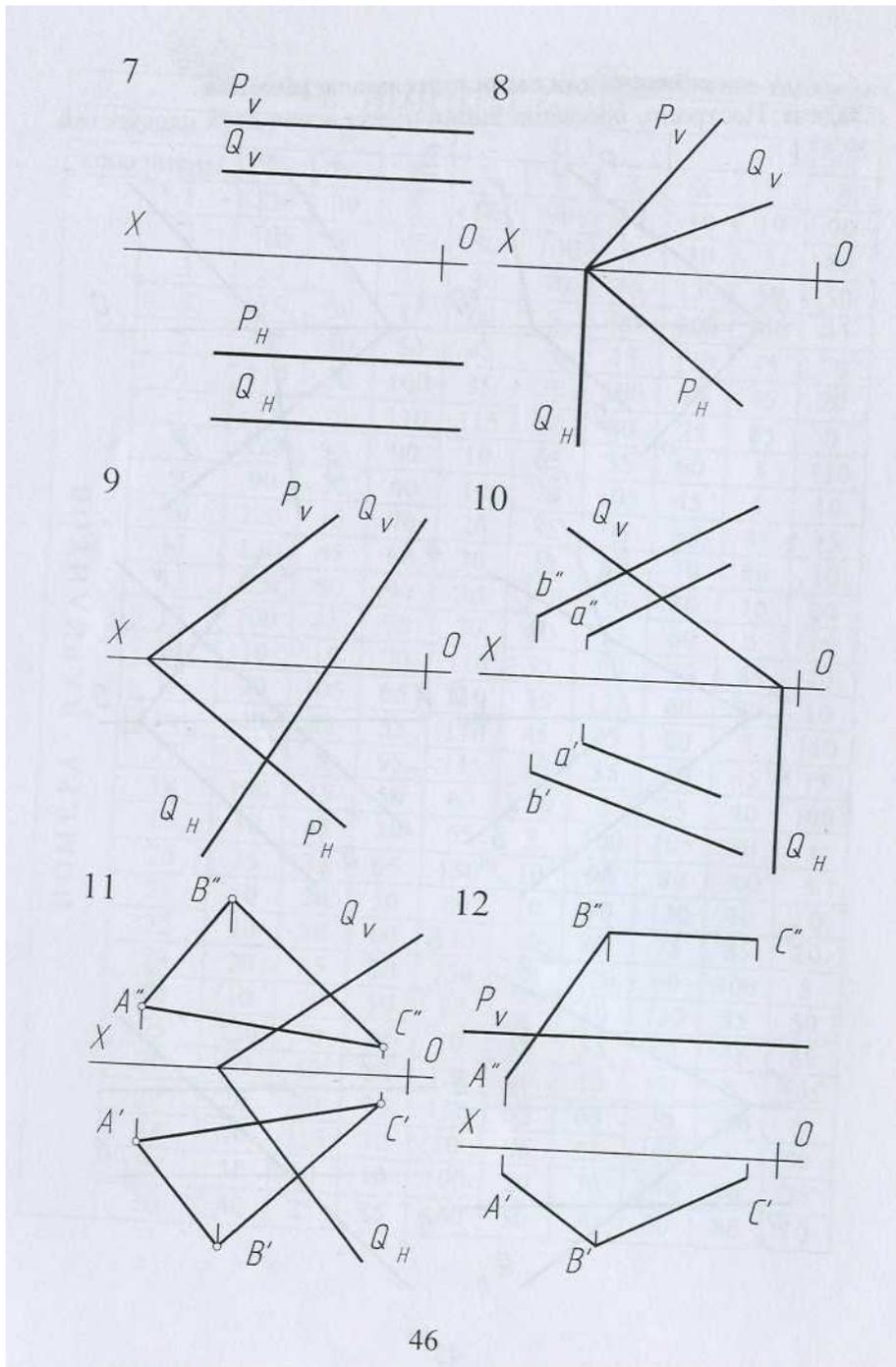
-а-



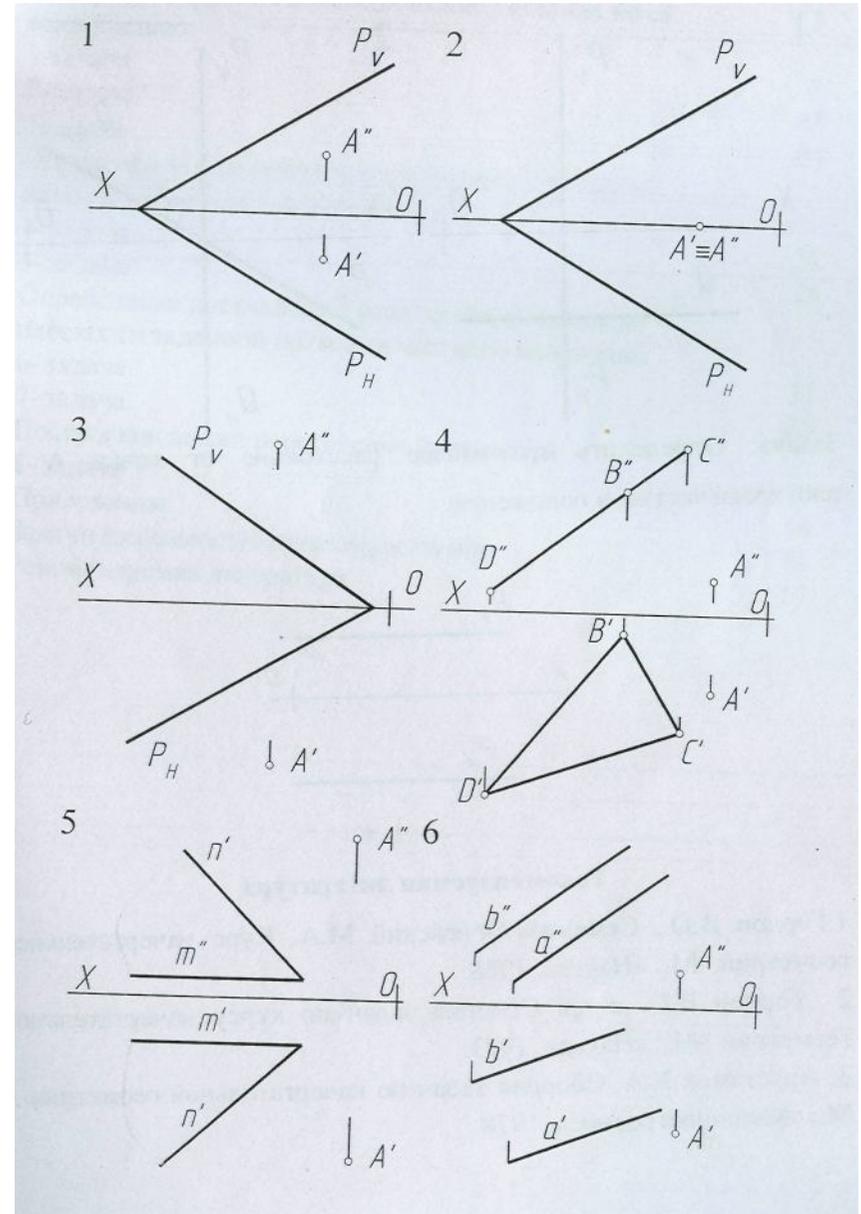
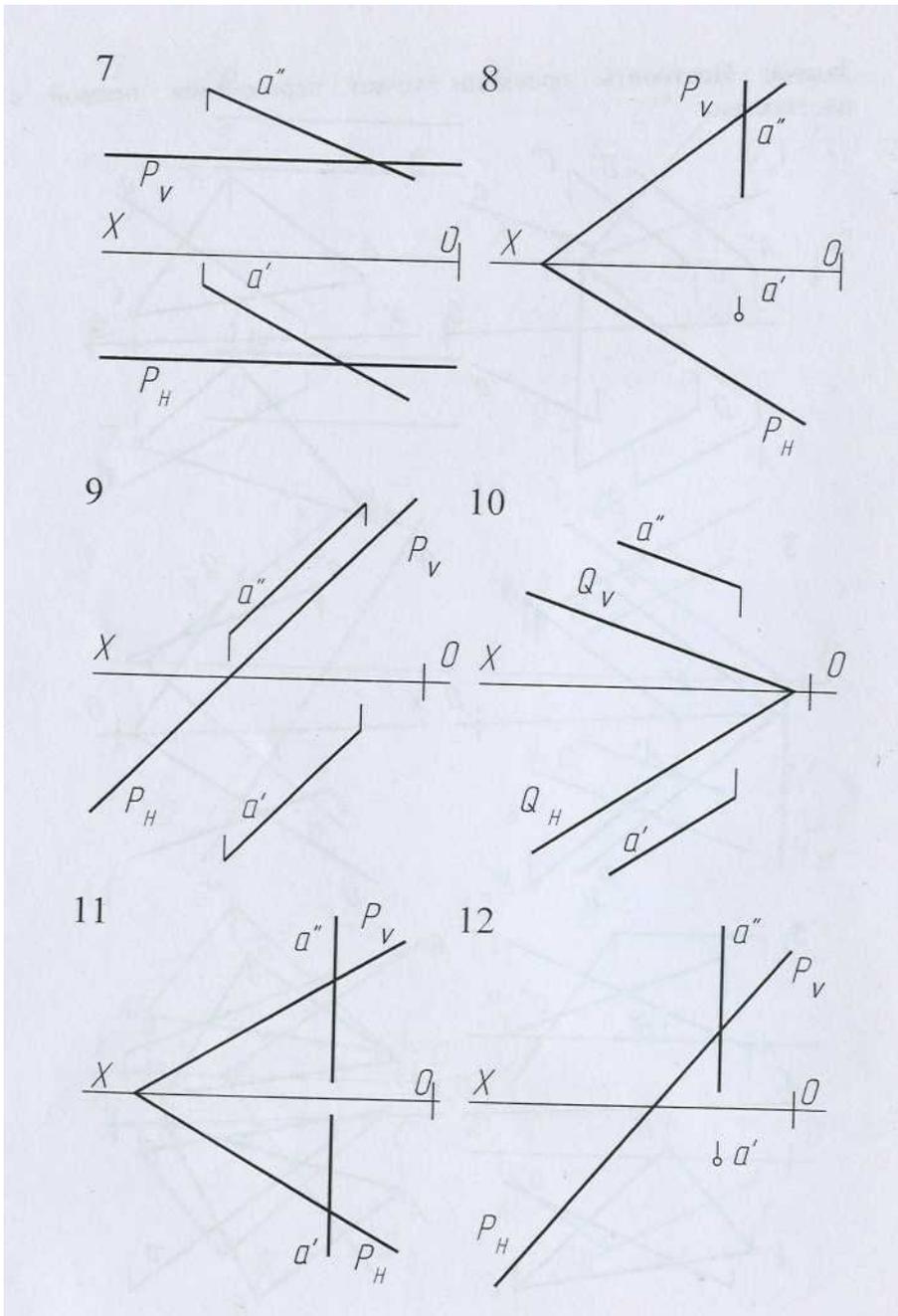
пото- Ппгтпш-к проекции линии пересечения двух плоскостей.

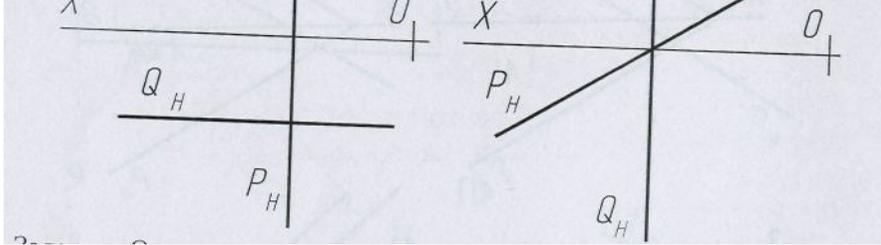


ПРОЕКЧТМ ТМ_ »1«.-Н. »ршой с

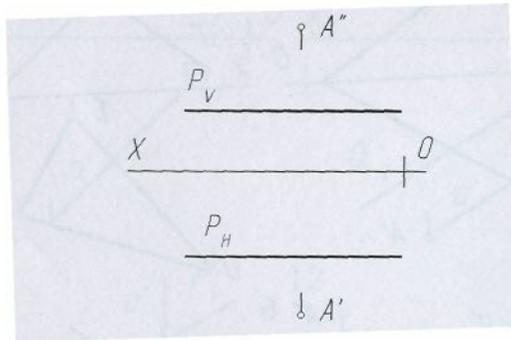


Задача: Определить кратчайшее расстояние от точки A до заданной плоскости.





определить кратчайшее расстояние от точки А до плоскости частного положения.



Рекомендуемая литература

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. -М.: «Наука», 1988.
2. Гордон В.О. и др. Сборник задач по курсу начертательной геометрии. -М.: «Наука», 1973.
3. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М.: «Машиностроение», 1978

Содержание	стр.
Содержание работы и методические указания по её выполнению	3
1-задача	7
2-задача	17
3 задача	21
Определение кратчайшего расстояния от точки до плоскости частного положения	
4-задача	25
5-задача	28
Определение кратчайшего расстояния от точки до плоскости заданной прямыми частного положения	
6-задача	31
7-задача	35
Построение линии пересечения плоскостей	
8-задача	39
Приложения	44
Задачи для самостоятельного решения	46
Рекомендуемая литература	51