

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

**ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени АБУ РАЙХАНА БЕРУНИ**

---

**Способы обработки биомедицинских сигналов и данных**

Учебное пособие

Ташкент –2007

**Составители:** Магрупов Т.М., Васильева С.А., Арипова М.Х.,  
Гаибназаров Б.Б. Способы обработки биомедицинских сигналов и данных:  
Учебно-методическое пособие Ташкент: Изд-во ТашГТУ, 2006. 75 с.

В предлагаемом пособии рассмотрены основные алгоритмы обработки биомедицинской информации, используемые при построении компьютерных медицинских комплексов.

Ил. 14

**Рецензенты** К.Н Закиров, канд. мед. наук, зам. глав. врача специализированного республиканского центра им. акад В. Вахидова;

Ш.М Гулямов, доктор техн. наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Ташкентского государственного технического университета.

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ . . . . .	4
1.1.	Интерполяция каноническим полиномом . . . . .	
1.2.	Интерполяционный полином Лагранжа. . . . .	
1.3	Интерполяционный полином Ньютона. . . . .	
1.4	Восстановление неполных медицинских массивов данных методом интерполирования. . . . .	
1.5	Интерполяция сплайнами. . . . .	
2.	ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА БИОМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ . . . . .	
2.1	Спектральные оценки ЭЭГ. . . . .	
2.2	Корреляционный анализ ЭЭГ . . . . .	
2.3	Применение спектральной оценки для обработки ЭЭГ . . . . .	
3.	ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МЕДИКОБИОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ. . . . .	
3.1	Основные понятия. . . . .	
3.2.	Последовательность действий при картировании. . . . .	
4.	СТАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ . . . . .	
4.1	Общие понятия. . . . .	
4.2	Числовые характеристики КИГ . . . . .	
4.3	Статистический анализ СР . . . . .	
5.	ЭЛЕМЕНТЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ . . . . .	
5.1	Теоретическое введение . . . . .	
5.2	Простейшие пороговые методы. . . . .	
5.3	Структурные методы. . . . .	
5.4	Метод сравнения с образцом. . . . .	
5.5	Метод на основе цифровой фильтрации. . . . .	
5.6	Алгоритм, основанный на анализе структуры. . . . .	
6.	WAVELET-АНАЛИЗ. . . . .	
6.1	Непрерывный вейвлет-анализ. . . . .	
6.2	Применение вейвлет-преобразования к обработке медицинских сигналов и изображений. . . . .	
	Список литературы. . . . .	

# 1. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ

При анализе биомедицинских сигналов и данных важно иметь возможность получения аналитического выражения, описывающего исследуемый объект, представленный последовательностью отсчетов. Для этих целей используется такой математический аппарат, как интерполяция. Далее будут рассмотрены основные виды интерполяции, применяемые в медицинских системах.

Задачей интерполяции в узком смысле считают нахождение приближенных значений табличной функции при аргументах  $x$ , не совпадающих с узловыми. Если значение аргумента  $x$  расположено между узлами  $x_0$  и  $x_n$ , то нахождение приближенного значения функции  $f(x)$  называют интерполяцией, если аппроксимирующую функцию вычисляют вне этого интервала, то процесс называют экстраполяцией. Происхождение этих терминов связано с латинскими словами *inter* - между, внутри, *pole* - узел, *extra* - вне.

## 1.1. Интерполяция каноническим полиномом

Пусть функция  $f(x)$  задана таблицей значений, представляющей последовательность отсчетов некоторого биомедицинского сигнала.

Введем аппроксимирующую функцию  $\varphi(x, c_0, c_1, \dots, c_n)$  так, чтобы она совпадала с табличными значениями во всех узлах  $x_i$

$$\varphi(x, c_0, c_1, \dots, c_n) = f_i, \quad 0 \leq i \leq n \quad (1.1)$$

Свободные параметры  $c_i$  определяются из системы (1.1). Подобный способ введения аппроксимирующей функции называется лагранжевой интерполяцией, а соотношения (1.1) - условиями Лагранжа.

Выберем в качестве аппроксимирующей функции  $\varphi(x)$  полином  $P_n(x)$  степени  $n$  в каноническом виде

$$\varphi(x) = P(n) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots + c_n x^n. \quad (1.2)$$

Свободными параметрами интерполяции  $c_i$ , являются коэффициенты полинома (1.2). Интерполяция полиномами обладает такими преимуществами, как простота вычислений их значений, дифференцирования и интегрирования. Коэффициенты  $c_i$ , определим из условий Лагранжа

$$P_n(x_i) = f_i, \quad 0 \leq i \leq n$$

или

$$\begin{aligned} c_0 + c_1 x_0 + c_2 x_0^2 + \dots + c_n x_0^n &= f_0, \\ c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 + \dots + c_n x_1^n &= f_1, \\ c_0 + c_1 x_n + c_2 x_n^2 + \dots + c_n x_n^n &= f_n. \end{aligned}$$

Эта система линейных алгебраических уравнений относительно свободных параметров  $c_i$ , имеет решение, так как определитель системы

отличен от нуля, если среди узлов  $x_i$ , нет совпадающих. Определитель системы называется определителем Вандермонда и имеет аналитическое выражение.

### 1.2. Интерполяционный полином Лагранжа

Пусть задано  $(n + 1)$  значение функции  $f(x)$  в узлах  $x_i$ . Для получения интерполяционного полинома Лагранжем была предложена следующая форма

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad (1.3)$$

Старшая степень аргумента  $x$  в полиноме Лагранжа равна  $n$ , так как каждое произведение в формуле (1.3) содержит  $n$  сомножителей  $x - x_j$ . В узлах  $x = x_i$ , выполняются условия Лагранжа, потому что в сумме (1.3) остается по одному слагаемому  $f_i$ , остальные обращаются в нуль за счет нулевых сомножителей в произведениях.

В отличие от канонического интерполяционного полинома, для вычисления значений полинома Лагранжа не требуется предварительного определения коэффициентов полинома путем решения системы уравнений. Однако для каждого значения аргумента  $x$  полином (1.3) приходится пересчитывать вновь, коэффициенты же канонического полинома вычисляются только один раз. С известными коэффициентами для вычисления значений канонического полинома требуется значительно меньшее количество арифметических операций по сравнению с полиномом Лагранжа. Поэтому практическое применение полинома Лагранжа оправдано только в случае, когда интерполяционная функция вычисляется в сравнительно небольшом количестве точек  $x$ .

### 1.3. Интерполяционный полином Ньютона

Имея табличные данные, построим интерполяционный полином степени  $n$  в виде, предложенном Ньютоном

$$P_n(x) = A_0 + A_1(x - x_0) + A_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + A_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}). \quad (1.4)$$

Равносильный вариант полинома можно записать при симметричной перенумерации узлов исходной таблицы узлов и значений функции  $0 \leftrightarrow n, 1 \leftrightarrow n-1, 2 \leftrightarrow n-2, \dots$

$$P_n(x) = B_n + B_{n-1}(x - x_n) + B_{n-2}(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \dots + B_0(x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_1) \quad (1.5)$$

Коэффициенты полиномов (1.4) и (1.5) определяются из условий Лагранжа

$$P_n(x_i) = f_i, \quad 0 \leq i \leq n \quad (1.6)$$

Полагаем  $x = x_0$ , тогда в формуле (1.4) все слагаемые, кроме  $A_0$ , обращаются в нуль, следовательно

$$A_0 = f_0. \quad (1.7)$$

Затем полагаем  $x=x_1$ , тогда по условию (1.6) имеем

$$f_0 + A_1(x_1 - x_0) = f_1,$$

откуда находим коэффициент

$$A_1 = \frac{f_0 - f_1}{x_0 - x_1} = f_{01}, \quad (1.8)$$

который называется разделенной разностью первого порядка.

Величина  $f_{01}$  близка к первой производной функции  $f(x)$  при малом расстоянии между узлами  $x_0$  и  $x_1$ .

При  $x=x_2$  полином (1.4) принимает значение

$$P_n(x_2) = f_0 + f_{01}(x_2 - x_0) + A_2(x_2 - x_0)(x_2 - x_1),$$

из условия Лагранжа (1.6) находим

$$A_2 = \frac{f_{01} - f_{02}}{x_1 - x_2} = f_{012}, \quad (1.9)$$

где

$$f_{02} = \frac{f_0 - f_2}{x_0 - x_2}.$$

Величина  $f_{012}$  называется разделенной разностью второго порядка, которая при близком расположении  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  будет пропорциональна второй производной функции  $f(x)$ . Аналогичным образом при  $x=x_3$  находим коэффициент полинома Ньютона

$$A_3 = \frac{f_{012} - f_{013}}{x_2 - x_3} = f_{0123}, \quad (1.10)$$

где

$$f_{013} = \frac{f_{01} - f_{03}}{x_1 - x_3}, \quad f_{03} = \frac{f_0 - f_3}{x_0 - x_3}.$$

Для коэффициента  $A_k$  методом математической индукции запишем следующее выражение:

$$A_k = \frac{f_{01..k-1} - f_{01..k}}{x_{k-1} - x_k} \quad (1.11)$$

Полученные результаты сведем в табл. 1.

$x$	$F(x)$	1	2	3	4
$x_0$	$f_0$				
$x_1$	$f_1$	$\underline{f_{01}} = \frac{f_0 - f_1}{x_0 - x_1}$			
$x_2$	$f_2$	$f_{02} = \frac{f_0 - f_2}{x_0 - x_2}$	$\underline{f_{012}} = \frac{f_{01} - f_{02}}{x_1 - x_2}$		
$x_3$	$f_3$	$f_{03} = \frac{f_0 - f_3}{x_0 - x_3}$	$f_{013} = \frac{f_{01} - f_{03}}{x_1 - x_3}$	$\underline{f_{0123}} = \frac{f_{012} - f_{013}}{x_2 - x_3}$	
$x_4$	$f_4$	$f_{04} = \frac{f_0 - f_4}{x_0 - x_4}$	$f_{014} = \frac{f_{01} - f_{04}}{x_1 - x_4}$	$\underline{f_{0124}} = \frac{f_{012} - f_{014}}{x_2 - x_4}$	$\underline{f_{01234}} = \frac{f_{0123} - f_{0124}}{x_3 - x_4}$

Для построения интерполяционного полинома Ньютона используются только диагональные элементы таблицы, остальные элементы являются промежуточными данными. Поэтому в программе, реализующей вычисление коэффициента полинома, разделенные разности для экономии памяти разместим в массиве, где первоначально хранились значения функции  $f(x)$  в узлах. Этот массив будет частично обновляться при вычислении разделенных разностей очередного порядка. Так, при вычислении разностей первого порядка элемент остается неизвестным (коэффициент  $A_0$  (1.7)), элемент  $f_1$  заменяется на  $f_{01}$  (коэффициент  $A_1$  (1.9)),  $f_2$  - на  $f_{02}$  и т.д. При вычислении разделенных разностей второго порядка первые два элемента массива  $f_i$ , где размещены коэффициенты  $A_0$  и  $A_1$  полинома, оставляем неизменными, остальные элементы заменяем разделенными разностями.

Таким образом, после вычисления все коэффициенты полинома Ньютона будут размещены последовательно в массиве узловых значений функции  $f(x)$ .

Заметим, что добавление новых узлов в табл. 1 не изменит уже вычисленных коэффициентов, таблица будет дополнена новыми строками и столбцами разделенных разностей.

После определения коэффициентов полинома Ньютона вычисление его значений при конкретных аргументах  $x$  наиболее экономично проводить по схеме Горнера, получаемой путем последовательного вынесения за скобки множителей  $(x - x_i)$  в формуле (1.4)

$$P_n(x_2) = f_0 + (x_2 - x_0)(f_{01} + (x - x_1)(f_{012} + (x - x_2)(f_{0123} + \dots) \dots) \dots) \quad (1.12)$$

В отличие от алгоритма вычисления полинома Лагранжа, при интерполяции полиномом Ньютона удается разделить задачи определения коэффициентов и вычисления значений полинома при различных значениях аргумента  $x$ . Аналогичное разделение задач происходит при интерполяции каноническим полиномом (подразд. 1.1).

#### **1.4 Восстановление неполных медицинских массивов данных методом интерполяции**

При подготовке медицинских данных для осуществления разностороннего анализа в палатах реанимации и интенсивной терапии, где состояние больных подвержено резким изменениям, часто приходится иметь дело с неоднородными массивами информации. Состояние реанимационного больного подвержено субъективным оценкам, зависящим от опыта дежурного врача, его эмоционального состояния и других обстоятельств. В силу указанных причин не у всех пациентов снятия показаний проводится через одинаковые промежутки времени, поэтому для проведения статистической обработки необходимо восстановление отсутствующих данных.

Восстановить недостающие данные можно интерполяцией имеющихся значений, при том условии, что вводимые значения не должны искажать имеющихся в данных закономерностей. Интерполяция может проводиться различными интерполяционными методами и осуществляться только при наличии функциональной зависимости между клиническими данными.

Нами было проведено восстановление пропущенных измерений при сопоставлении динамики ударного объёма сердца (УОС) у двух реанимационных больных с различными пороками сердца при внутривенном введении новодрина (табл.2).

Таблица 2

Данные динамики УОС

Время, мин	Ударный объём сердца, мл	
	Первый пациент	Второй пациент
10	50,12	60,34
15	57,34	70,53
20	65,22	85,36
23	-	93,47
25	76,06	100,41
30	88,93	110,55

Интерполяция осуществлялась посредством наиболее употребительных разностных интерполяционных формул Ньютона и Стирлинга для равноотстоящих значений аргумента [ ].

Формула Ньютона:

$$F(x) = f_o + u\Delta f_o + \frac{u(u-1)}{2} \Delta^2 f_o + \dots + \frac{u(u-1)\dots(u-n+1)}{n!} \Delta^n f_o.$$

Формула Ньютона используется, когда пропущенное значение ближе к началу или концу массива данных.

Формула Стирлинга:

$$F(x) = f_o + u \frac{\Delta f_o + \Delta f_{-1}}{2} + \frac{u^2}{2} \Delta^2 f_{-1} + \frac{u(u^2-1)}{3!} \cdot \frac{\Delta^3 f_2 + \Delta f_{-1}}{2} + \frac{u^2(u^2-1)}{4!} \Delta^4 f_{-2} + \dots + \frac{u^2(u^2-1)\dots[u^2(n-1)^2]}{(2n)!} \Delta^{2n} f_{-n},$$

где  $u = (x - x_0) / h$ ;  $h = x_{i+1} - x_i$

В связи с необходимостью точного сопоставления данных возникает задача восстановления отсутствующего значения УОС у первого пациента на 23-й минуте. Проведём её решение указанными интерполяционными формулами с использованием данных табл.3.

Таблица 3

Значения приращений для восстановления пропущенных измерений

$x$	$F$	$\Delta f$	$\Delta^2 f$	$\Delta^3 f$
10	50,12	-	-	-
15	57,34	7,22	-	-
20	65,22	8,88	1,66	-
25	76,06	10,84	1,96	0,30
30	88,93	12,87	2,03	0,07

В качестве  $x_0$  берётся первое предыдущее значение:  $x_0=20$ , тогда  $h=5$  и  $u = \frac{23-20}{5} = 0,6$ . По формуле Ньютона

$$f(23) = 65,22 + 0,6 \cdot 10,84 - \frac{0,6 \cdot 0,4}{2} \cdot 2,03 + \frac{0,6 \cdot 0,4 \cdot 1,4}{6} \cdot 0,3 = 71,49.$$

По формуле Стирлинга

$$f(23) = 65,22 + 0,6 \cdot \frac{8,88 + 10,84}{2} + \frac{0,36}{2} \cdot 1,96 - \frac{0,6 \cdot 0,64}{6} \cdot \frac{0,3 + 0,07}{2} = 71,47.$$

Как видно, полученные по двум формулам значения, очень близки. Таким образом, применение параболической интерполяции даёт возможность восстанавливать зависимость в неоднородных массивах медицинских данных, не изменяя при этом её общего характера.

## 1.5. Интерполяция сплайнами

Полиномиальная интерполяция не всегда дает удовлетворительные результаты при аппроксимации зависимостей. Так, например, при представлении полиномами резонансных кривых колебательных систем большая погрешность возникает на концах ("крыльях") этих кривых. Несмотря на выполнение условий Лагранжа в узлах, интерполяционная функция может иметь значительное отклонение от аппроксимируемой кривой между узлами. При этом повышение степени интерполяционного полинома приводит не к уменьшению, а к увеличению погрешности. Возникает так называемое явление волнистости.

Для проведения гладких кривых через узловые значения функции чертежники используют упругую металлическую линейку, совмещая ее с узловыми точками. Математическая теория подобной аппроксимации развита за последние двадцать лет и называется теорией сплайн-функций (от английского слова *spline* - рейка, линейка). Разработано и обширное программное обеспечение для практического применения сплайнов в различных областях науки и техники.

Рассмотрим один из наиболее распространенных вариантов интерполяции кубическими сплайнами. Используя законы упругости, можно установить, что недеформируемая линейка между соседними узлами проходит по линии, удовлетворяющей уравнению

$$\varphi^{(IV)}(x) = 0 \quad (1.13)$$

Функцию  $\varphi(x)$  будем использовать для аппроксимации зависимости  $f(x)$ , заданной в узлах  $x_0, x_1, \dots, x_n$  значениями  $f_0, f_1, \dots, f_n$ . Если в качестве функции  $\varphi(x)$  выбрать полином, то в соответствии с уравнением (1.13) степень полинома должна быть не выше третьей. Этот полином называют кубическим сплайном, который на интервале  $x \in [x_{i-1}, x_i]$  записывают в виде

$$\varphi_i(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3 \quad (1.14)$$

где  $a_i, b_i, c_i$ , и  $d_i$  - коэффициенты сплайна, определяемые из дополнительных условий;  $i = 1, 2, \dots, n$  - номер сплайна.

В отличие от полиномиальной интерполяции, когда вся аппроксимируемая зависимость описывается одним полиномом, при сплайновой интерполяции на каждом интервале  $[x_{i-1}, x_i]$  строится отдельный полином третьей степени (1.14) со своими коэффициентами.

Коэффициенты сплайнов определяются из условий сшивания соседних сплайнов в узловых точках:

1). Равенство значений сплайнов  $\varphi(x)$  и аппроксимируемой функции  $f(x)$  в узлах - условия Лагранжа

$$\varphi_i(x_{i-1}) = f_{i-1}, \quad \varphi_i(x_i) = f_i; \quad (1.15)$$

2). Непрерывность первой и второй производных от сплайнов в узлах

$$\varphi'_i(x_i) = \varphi'_{i+1}(x_i) \quad (1.16)$$

$$\varphi''_i(x_i) = \varphi''_{i+1}(x_i) \quad (1.17)$$

Кроме перечисленных условий, необходимо задать условия на концах, т.е. в точках  $x_0$  и  $x_n$ . В общем случае эти условия зависят от конкретной задачи. Довольно часто используются условия свободных концов сплайнов. Если линейка не закреплена в точках вне интервала  $[x_0, x_n]$ , то там она описывается уравнением прямой, т.е. полиномом первой степени. Следовательно, исходя из условий (1.17) непрерывности вторых производных сплайнов на концах интервала, запишем соотношения

$$\varphi''_1(x_0) = 0, \quad (1.18)$$

$$\varphi''_n(x_n) = 0. \quad (1.19)$$

Для улучшения гладкости аппроксимирующей кривой используют и другие граничные условия. Например, строят так называемые нагруженные сплайны, которые в механической модели соответствуют подвешиванию грузов к металлической линейке на ее концах.

Получим алгоритм определения коэффициентов кубических сплайнов из условий (1.15)–(1.19). Условия (1.15) в узлах  $x_{i-1}$  и  $x_i$  после подстановки  $i$ -го сплайна принимают вид

$$a_i = f_{i-1}, \quad (1.20)$$

$$a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3 = f_i \quad (1.21)$$

где

$$h_i = x - x_{i-1}, \quad 1 \leq i \leq n.$$

Продифференцируем дважды сплайн (1.14) по переменной  $x$

$$\varphi'_i(x) = b_i + 2c_i(x - x_{i-1}) + 3d_i(x - x_{i-1})^2, \quad (1.22)$$

$$\varphi''_i(x) = 2c_i + 6d_i(x - x_{i-1}). \quad (1.23)$$

Из условий непрерывности производных (1.16) и (1.17) при переходе в точке  $x_i$  от  $i$ -го к  $(i+1)$ -му сплайну, с учетом выражений (1.22) и (1.23), получим следующие соотношения:

$$b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2 = b_{i+1}, \quad (1.24)$$

$$c_i + 3d_i h_i = c_{i+1}. \quad (1.25)$$

И, наконец, из граничных условий (1.18) и (1.19) на основании выражения для второй производной (1.23) получим, что

$$c_i = 0, \quad (1.26)$$

$$c_n + 3d_n h_n = 0. \quad (1.27)$$

Соотношения (1.20), (1.21), (1.24)–(1.27) представляют собой полную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов сплайнов  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  и  $d_i$ . Но, прежде чем решать эту систему, выгодно

преобразовать ее так, чтобы неизвестными была только одна группа коэффициентов  $c_i$ . Из уравнения (1.25) коэффициенты  $d_i$  выразим через коэффициенты  $c_i$ :

$$d_i = (c_{i+1} - c_i)/(3n_i) \quad (1.28)$$

Объединяя (1.28), представим коэффициенты  $b_i$  также через коэффициенты  $c_i$ :

$$b_i = (f_i - f_{i-1})/h_i - (C_{i+1} + 2c_i)h_i/3. \quad (1.29)$$

После подстановки выражений (1.28) и (1.29) в соотношение (1.24) получим уравнение, в которое входят только неизвестные коэффициенты  $c_i$ . Для симметричности записи в полученном уравнении уменьшим значение индекса  $i$  на единицу

$$h_{i-1}c_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)c_i + h_i c_{i+1} = 3[(f_i - f_{i-1})/h_i - (f_{i-1} - f_{i-2})/h_{i-1}], \quad (1.30)$$

где  $2 \leq i \leq n$ .

При  $i=n$ , учитывая условие свободного конца сплайна, в уравнении (1.30) следует положить

$$c_{n+1} = 0. \quad (1.31)$$

Таким образом,  $n - 1$  уравнение вида (1.30) вместе с условиями (1.26) и (1.31) образует систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов  $c_i$ . Коэффициенты  $d_i$  и  $b_i$  вычисляются после нахождения  $c_i$  по формулам (1.28) и (1.29), коэффициенты  $a_i$  равны значениям аппроксимируемой функции в узлах в соответствии с формулой (1.20).

В каждое из уравнений типа (1.30) входят только три неизвестных с последовательными значениями индексов  $c_{i-1}$ ,  $c_i$ ,  $c_{i+1}$ . Следовательно, матрица системы линейных алгебраических уравнений относительно  $c_i$  является трехдиагональной, т.е. имеет отличные от нуля элементы только на главной и двух примыкающих к ней диагоналях. Для решения систем с трехдиагональной матрицей наиболее эффективно применять так называемый метод прогонки, являющийся частным случаем метода исключения Гаусса.

Рассмотрим алгоритм метода прогонки применительно к решаемой задаче. Для сокращения записи уравнение (1.30) представим в виде

$$h_{i-1}c_{i-1} + s_i c_i + h_i c_{i+1} = r_i, \quad (1.32)$$

где  $s_i = 2(h_{i-1} - h_i)$ ,

$$r_i = 3[(f_i - f_{i-1})/h_i - (f_{i-1} - f_{i-2})/h_{i-1}]. \quad (1.33)$$

Метод прогонки разделяется на два этапа - прямой и обратный ходы. В процессе прямого хода метода прогонки вычисляют значения коэффициентов линейной связи каждого предыдущего неизвестного  $c_i$  с последующим  $c_{i+1}$ .

Из уравнения (1.32) при  $i = 2$ , с учетом граничного условия (1.26), установим связь коэффициента  $c_2$  с коэффициентом  $c_3$

$$c_2 = k_2 I_2 c_3, \quad (1.34)$$

где  $k_2$  и  $I_2$  - прогоночные коэффициенты,  $k_2 = r_2/s_2$ ,  $I_2 = h_2/s_2$ . Затем, подставляя выражение (1.34) в уравнение (1.32) при  $i = 3$ , получим линейную связь коэффициента  $c_3$  с коэффициентом  $c_4$ :

$$c_3 = k_3 - I_3 c_4.$$

Поступая аналогичным образом для любых соседних коэффициентов с номерами  $i$  и  $i + 1$ , можно установить линейную связь в виде

$$c_i = k_i - I_i c_{i+1}. \quad (1.35)$$

В процессе выполнения прямого хода метода прогонки необходимо вычислить значения всех прогоночных коэффициентов  $k_i$  и  $I_i$ , для которых получим рекуррентные соотношения.

Подставим формулу связи  $(i - 1)$ -го и  $i$ -го коэффициентов

$$c_{i-1} = k_{i-1} - I_{i-1} c_i$$

в уравнение (1.32), в результате получим

$$c_i = \frac{r_i - h_{i-1} k_{i-1}}{s_i - h_{i-1} I_{i-1}} - \frac{h_i}{s_i - h_{i-1} I_{i-1}} c_{i+1}. \quad (1.36)$$

Сравнение последнего соотношения с формулой (1.35) позволяет записать рекуррентные формулы для определения прогоночных коэффициентов  $k_i$  и  $I_i$ :

$$k_i = \frac{r_i - h_{i-1} k_{i-1}}{s_i - h_{i-1} I_{i-1}}, \quad I_i = \frac{h_i}{s_i - h_{i-1} I_{i-1}}$$

Учитывая граничное условие (1.26) и соотношение  $c_1 = k_1 - I_1 c_2$ , а также полагая  $c_2 \neq 0$ , задаем начальные коэффициенты  $k_1 = 0$  и  $I_1 = 0$ . Затем по формуле (1.36) вычислим все  $n$  пар прогоночных коэффициентов  $k_i$  и  $I_i$ . На основании соотношения

$$c_n = k_n - I_n c_{n+1}$$

и граничного условия (1.31) получим, что

$$c_n = k_n. \quad (1.37)$$

Далее последовательно применим формулу (1.35) при  $i = n - 1, n - 2, \dots, 2$  и вычислим значения искомых величин  $c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_2$ . Эта процедура называется обратным ходом метода прогонки.

Метод прогонки применяют не только для решения задачи сплайн-интерполяции. Он широко используется и при численном интегрировании граничных задач для линейных дифференциальных уравнений методом конечных разностей.

После определения всех коэффициентов  $c_i$  другие коэффициенты сплайнов вычисляются по формулам (1.20), (1.28) и (1.29), после чего аппроксимирующую функцию  $\varphi(x)$  можно рассчитать с помощью соотношения (1.14) в любой точке  $x$  на интервале  $[x_0, x_n]$ .

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА БИОМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ

Согласно теории обработки сигналов к корреляционным методам относятся разложение сигнала в ряд Фурье, построение спектра мощности, спектральной плотности мощности, автокорреляционной и кросскорреляционной (взаимно корреляционной) функции и т.д.

В качестве примера применения спектрально-корреляционных методов рассмотрим анализ электроэнцефало-графического сигнала.

Электроэнцефалография - метод исследования головного мозга, основанный на регистрации его электрических потенциалов.

Электроэнцефалограмма (ЭЭГ) - сигнал, получаемый при регистрации электрической активности головного мозга. Перед тем, как приступить к описанию методов, с помощью которых автоматизируется анализ ЭЭГ, необходимо сделать одно допущение. Все нижеперечисленные методы, согласно теории обработки сигналов, могут быть применимы для стационарных случайных процессов. Очевидно, что ЭЭГ таковым процессом не является. Обычно в таких случаях при анализе выбирают участки, которые условно можно считать стационарными или, иначе, квазистационарными, и длина которых достаточно велика для получения статистически разумных результатов.

Другой особенностью, выявленной при проведении экспериментов с некоторым достаточно большим количеством ЭЭГ, является то, что в данном случае оценка процесса является скорее качественной, чем количественной. По крайней мере, для электроэнцефалографии нет каких-либо нормативных таблиц основных параметров сигнала, как это имеет место в электромиографии или кардиографии, и каждая ЭЭГ может характеризоваться своей определенной совокупностью параметров. Эти параметры варьируются для разных ЭЭГ, которые при этом могут относиться к одному из классов патологии или быть в норме.

Применение алгоритмов обработки стационарных сигналов для анализа ЭЭГ в данном случае можно считать переходом от одной формы отображения информации к другой, более удобной, компактной и информативной. Также стоит отметить, что широко используемые методы обработки ЭЭГ, в общем-то, не учитывают ее биологический генез, а рассматривают ее как некий колебательный процесс и, как следствие, получаемые таким образом результаты не всегда удовлетворяют пользователя. И тот факт, что ЭЭГ представляет собой интегральную оценку электрофизиологической деятельности миллиардов элементарных источников, к тому же отфильтрованной естественными костно-тканевыми распределенными фильтрами, позволяет сказать, что использование рядов Фурье, корреляционного анализа для обработки ЭЭГ можно рассматривать только как более удобное в некоторых случаях изображение той же ЭЭГ и не более.

## 2.1. Спектральные оценки ЭЭГ

Некоторые специалисты считают, что достаточно визуального просмотра ЭЭГ, тем не менее большую популярность начинают завоевывать методы математической обработки и представления сигналов. Так как в электроэнцефалографии основными параметрами являются частота и амплитуда, то необходимо иметь методы оценки сигнала с помощью амплитудно-частотных характеристик. Наибольшее распространение получили методы вычисления спектра мощности сигнала и построение топокартограмм головного мозга с помощью цветового представления амплитуды. Для этого обычно используют преобразования Фурье или, адаптированное для спектрального анализа ЭЭГ, преобразование Berg. Рассмотрим основные алгоритмы определения спектра сигнала.

Первый и наиболее часто используемый способ - использование алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ). В настоящее время существует множество программных пакетов, созданных специально для реализации алгоритмов БПФ. Но, как показывает практика, использование классического БПФ не всегда удовлетворяет пользователя. Во-первых, несмотря на разнообразие способов ускорения этого алгоритма (оптимизация по периоду анализа, перевод некоторых функций на язык ассемблера), работает он достаточно медленно. Во-вторых, преобразование Фурье обладает некоторыми особенностями, которые отчасти затрудняют согласование получаемых с его помощью данных с данными визуального анализа. Суть их заключается в том, что на ЭЭГ медленные колебания имеют большую амплитуду и длительность, чем высокочастотные. В связи с этим в спектре, построенном по классическому алгоритму Фурье, наблюдается диспропорциональное преобладание низких частот. Для обходжения этого разработано преобразование BERG, специально адаптированное к детектированию быстрых изменений в спектре ЭЭГ и выравнивающее его в зависимости от частоты.

Процедура вычисления преобразования BERG основывается на тех же принципах, что и преобразование Фурье, однако с тем отличием, что для каждой полосы спектра в исследуемой ЭЭГ эпоха анализа выбирается обратно пропорционально частоте и составляет  $T=16/f$  (с). Так, соответственно частота 2 Гц вычисляется за 8 с, 4 Гц - за 4 с, 6 Гц - за 2,6 с и т.д. Это преобразование дает результаты более соответствующие субъективным оценкам визуального анализа ЭЭГ при большей точности и надежности информации, и особенно пригодно для детектирования быстро меняющихся колебаний на ЭЭГ, что обеспечивается подчеркиванием более быстрых частот в спектре.

Оба эти алгоритма хороши в том случае, если нет необходимости в высокой скорости обработки процесса. В электроэнцефалографии, когда анализу подвергаются участки записи в несколько десятков секунд, а иногда и минут, они не всегда могут удовлетворять потребностям пользователя или

будут требовать мощных и, естественно, дорогих вычислительных ресурсов. Поэтому возникает необходимость разработки более скоростного метода разложения и представления сигнала. Причем следует учитывать, что в данном случае не нужна сверхвысокая точность расчетов, поскольку все же математические оценки ЭЭГ дают скорее качественную, чем количественную оценку протекающим процессам. Учитывая эти особенности, здесь для анализа электроэнцефалографического сигнала представлен алгоритм, который можно назвать дискретным преобразованием Фурье с прореживанием по времени.

Справедливость использования данного алгоритма объясняется следующим. Так как частоту дискретизации для ЭЭГ не рекомендуется выбирать меньше, чем 200 Гц, а диапазон значимых частот располагается в пределах от 1 до 25 Гц (верхняя частота низкочастотного бета-диапазона), то можно выполнить прореживание дискретного ЭЭГ-сигнала по времени и использовать для анализа каждую четвертую точку. Это равносильно тому, что частота дискретизации уменьшится до 50 Гц. Согласно теореме Котельникова–Шеннона при такой частоте дискретизации без искажения будет передана верхняя полоса в 25 Гц. Для некоторых алгоритмов представления ЭЭГ такое значение будет удовлетворять (в частности, для реализации картирования).

Известно, что любой гармонический сигнал, при разложении его на комплексной плоскости, имеет две составляющие – синусную и косинусную. Поэтому для применения алгоритма дискретного преобразования Фурье необходимо задать массивы значений синусов и косинусов каждой представленной частоты. Точность разложения равна необходимой точности представления частот. Причем длительности этих массивов должны быть равными длине окна анализа алгоритма преобразования Фурье.

Согласно теории разложения сигнала в ряд Фурье для расчета предлагаются следующие формулы:

$$SINP = \sum_{i=1}^{len} MAS[4 \cdot i] \cdot SIN[i] / len, \quad (2.1)$$

$$COSP = \sum_{i=1}^{len} MAS[4 \cdot i] \cdot COS[i] / len, \quad (2.2)$$

$$REZ = \sqrt{SINP^2 + COSP^2}, \quad (2.3)$$

где  $MAS$  – входной массив дискретных значений ЭЭГ-сигнала;  
 $len$  – длительность окна анализа;  
 $COS$  – массив косинусов данной частоты;  
 $SIN$  – массив синусов данной частоты;

REZ - результирующее значение амплитуды сигнала для конкретной частоты.

Данная последовательность формул выполняется для всех вычисляемых частот (при этих условиях от 1 до 25 Гц). После нахождения всех значений амплитуды для всех частот алгоритм разложения сигнала можно считать законченным. Как правило, для ЭЭГ шаг разложения сигнала по частоте не превышает 1 Гц. В случае необходимости определения амплитудных показателей для более высоких частот прореживание по времени необходимо проводить так, чтобы удовлетворять теореме Котельникова-Шеннона.

## 2.2. Корреляционный анализ ЭЭГ

Современные представления об ЭЭГ дают толчок к развитию таких методов обработки сигнала, как автокорреляционный, кросскорреляционный анализ, разновидности спектральных характеристик, частотные виды анализа. К методам корреляционного анализа можно отнести построение автокорреляционной и кросскорреляционной функций (рис.1). Для определения автокорреляционной функции используется следующее соотношение:

$$K_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X(t)X(t+\tau)dt, \quad (2.4)$$

где  $X$  - рассматриваемый сигнал.

Автокорреляционная функция стационарных процессов обладает следующими свойствами:

1. Она является четной, т.е.

$$K_{xx}(\tau) = K_{xx}(-\tau). \quad (2.5)$$

Это следует из определения стационарного процесса, т. е. из условия независимости его характеристик от начала отсчета времени.

2. Абсолютное значение функции автокорреляции при любом  $\tau$  не может превышать ее значение при  $\tau=0$ .

3. Для стационарных случайных процессов справедливо соотношение

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K(\tau) = 0. \quad (2.6)$$

Физически это соотношение объясняется тем, что случайные стационарные процессы обычно имеют конечное время корреляции.

Использование автокорреляционной функции является наиболее мощным средством выделения гармонических колебаний в случайном процессе. При этом можно находить числовые величины, характеризующие обрабатываемую ЭЭГ:

- 1) средняя частота (средний период) периодических колебаний;
- 2) периодичность процесса - коэффициент отношения мощности периодической (квазипериодической) составляющей к мощности случайной составляющей;

3) устойчивость периодики - время затухания автокорреляционной функции.

Средний период колебаний на коррелограмме определяется путем подсчета времени задержки между вершинами волн и определения среднего значения (2.7). Эту величину также можно представить в виде средней частоты колебаний

$$T_{cp} = \left( \sum_{i=1}^N t_i \right) / N, \quad (2.7)$$

где  $N$  - количество вершин волн;  $t_i$  - время задержки между соседними волнами.

Коэффициент периодичности процесса определяется следующим образом:

1) производится измерение отклонений на коррелограмме каждого колебания от пика до пика;

2) вычисляется средняя величина амплитуды колебания:

$$A_{cp} = \left( \sum_{i=1}^N A_i \right) / N; \quad (2.8)$$

3) определяется половина от этой средней амплитуды, которая представляется как средняя амплитуда периодической составляющей на данной коррелограмме:

$$A_{\Pi} = A_{cp} / 2; \quad (2.9)$$

4) определяется разница между максимальным значением автокорреляционной функции (оно определяется при нулевом значении времени  $\tau = 0$ ) и вычисленным средним значением амплитуды периодической составляющей. Эта разница отражает амплитуду случайной составляющей:

$$A_c = A\Phi(0) - A_{\Pi}; \quad (2.10)$$

5) вычисляется отношение средней амплитуды периодической составляющей к амплитуде случайной составляющей. Эта количественная величина характеризует выраженность периодики на данной ЭЭГ:

$$K_{\Pi} = A_{\Pi} / A_c. \quad (2.11)$$

Устойчивость периодики определяется по величине задержки, при которой амплитуда периодических колебаний на коррелограмме уменьшалась до 10% от максимальной. Фоновая ритмика ЭЭГ не является строго периодическим процессом, ее лишь приближенно можно так называть, т.е. она ближе к квазипериодическому процессу. В этом случае периодика на автокоррелограмме затухает, и тем быстрее, чем больше отличается от истинно периодического. В целом, на ЭЭГ можно отметить три вида процессов: непериодический или случайный, типичным примером которого может служить ЭЭГ без доминирования какого-либо ритма; квазипериодический, каким является, например, альфа-активность в затылочных отделах; периодический, наблюдаемый при усваивании ритма в пробах фото- и фоностимуляции. Это дает возможность, анализируя

автокорреляционную функцию, определить реакцию усваиваемости или активации ритма при наличии внешней периодической стимуляции, т.е. оценить реактивную ЭЭГ.

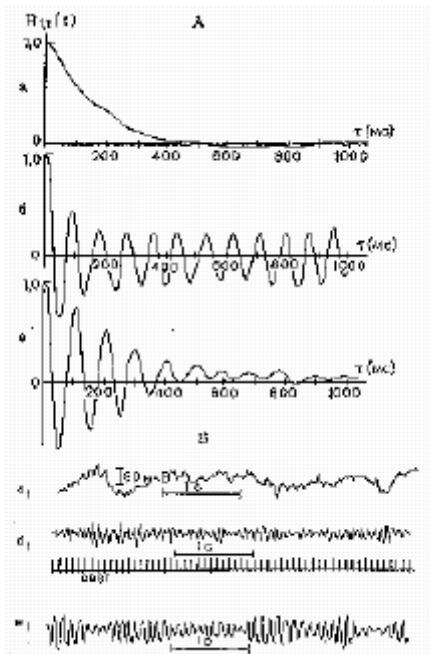


Рис.1. Пример корреляционных функций

Важным элементом электроэнцефалографического анализа является идентификация доминирующего ритма анализируемой ЭЭГ, что также позволительно сделать благодаря автокорреляционной функции. Для этого целесообразно полосовыми фильтрами выделить основные частотные ритмы, а затем построить их автокоррелограммы и проанализировать каждый из них отдельно, используя описанные выше параметры и алгоритмы представления автокорреляционной функции.

Для цифровой обработки формула для нахождения автокорреляционной функции принимает следующий вид:

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \left[ \sum_{t=0}^{T-\tau} X(t) \cdot X(t+\tau) \right], \quad (2.12)$$

где  $0 < \tau < T$  - время, на которое сдвигается исходный сигнал;  $T$  - число дискретных точек исходного сигнала, соответствующих обрабатываемому временному отрезку; шаг для анализа считается равным 1.

Не менее важна при анализе ЭЭГ и кросс-корреляционная функция. Она позволяет определить такие показатели, как степень связности, корреляции ЭЭГ двух разных точек мозга, выделить периодические составляющие, общие для обеих ЭЭГ, четко идентифицировать наличие амплитудной или частотной асимметрий левого и правого полушарий. Для

кросскорреляционной функции в соотношении (2.4) участвуют не один и тот же, а два процесса, т.е. выражение для нее имеет вид

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T - \tau} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} X(t)Y(t + \tau) \right] d\tau, \quad (2.13)$$

а в цифровом виде ее можно, соответственно, представить как

$$K_{xy}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \left[ \sum_{t=0}^{T-\tau} X(t) * Y(t + \tau) \right], \quad (2.14)$$

где  $0 < \tau < T$ .

Данная функция дает представление о том, коррелированы или нет между собой выбранные каналы, а также показывает степень связности их между собой. В случае наличия патологического очага, как правило, интересно знать в каких областях головного мозга он присутствует. Анализируя спектр методов, применяемых для обработки и представления ЭЭГ, следует отметить, что эту информацию может дать картирование, но при этом учитываются только амплитудные показатели. А этого может оказаться мало. Кросс-корреляционная функция, дополняя картирование, представляет информацию о том, влияет ли ЭЭГ по какому-либо каналу на другие каналы. Причем оценивается это влияние по параметрам частоты и фазы колебаний.

Таким образом, в случае наличия патологического очага, распространяющегося сразу на несколько каналов, это четко будет видно на графике кросскорреляционной функции. Степень сходства или связи двух ЭЭГ при кросскорреляционном анализе определяется величиной коэффициента кросскорреляции (Ккр). Ее обычно нормируют к пределам от +1 до -1. Если две ЭЭГ являются точными копиями, то фактически кросскорреляционная функция представляет собой автокорреляционную и, соответственно,  $K_{cr} = +1$  (рис. 2). Если две ЭЭГ точно соответствуют друг другу, но все их элементы сдвинуты на  $180^\circ$ , т.е. являются противофазными, то  $K_{cr} = -1$  (рис. 3). В тех случаях, когда два исследуемых процесса заключают в себе, кроме общих составляющих, также элементы, свойственные каждому из них в отдельности, величина связи, определяемая по  $K_{cr}$ , будет меньше единицы, и тем меньше, чем больше независимых элементов или частот содержится в двух исследуемых ЭЭГ (рис. 4). В зависимости от соотношения фаз общих компонентов  $K_{cr}$  может иметь либо положительное, либо отрицательное значение.

Для анализа ЭЭГ с помощью кросс-корреляции были введены следующие параметры:

1. Степень кросскорреляционной связи - отношение максимального значения кросскорреляционной функции к величине максимума автокорреляционной функции каждого из исследуемых процессов при  $\tau = 0$

$$K_c = K\Phi(0)/A\Phi(0); \quad (2.15)$$

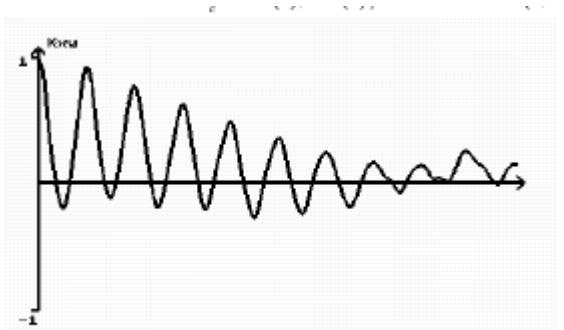


Рис. 2. Кросскорреляционная функция сильно связанных процессов.

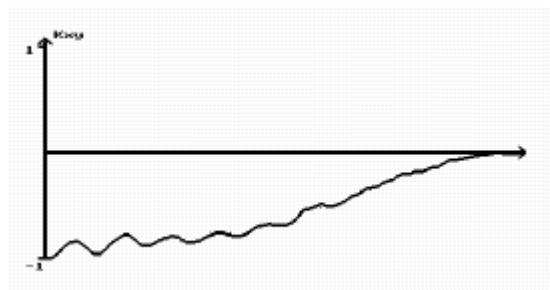


Рис. 3. Кросскорреляционная функция противофазных процессов.

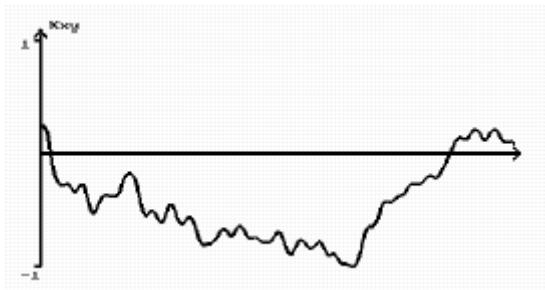


Рис. 4. Кросскорреляционная функция слабо связанных процессов.

2. Временной сдвиг максимума кросскорреляционной функции - ВС, характеризующий временные отношения двух процессов. При этом отмечается степень корреляционной связи двух процессов как: слабая - Ккр менее 0,3; умеренная - от 0,3 до 0,5; значительная - от 0,5 до 0,7; высокая или тесная - от 0,7 до 0,9; очень высокая или очень тесная - от 0,9 до 1.

Большое значение при анализе ЭЭГ играет информация о степени связности отдельных ритмов, а также отдельных конкретных частот, причем пользователям желательно представлять ее в удобной и понятной форме. Конечно, можно использовать для этих целей кросскорреляционную функцию, но при этом пришлось бы загромождать экран обилием графиков, что было бы не совсем удобно для врача.

Оценивая мнения различных экспертов, предлагается следующий подход к этой проблеме. Как было отмечено выше, степень сходства двух процессов оценивается с помощью  $K_{cr}$ , соответственно для оценки корреляции между подобными ритмами двух процессов можно, применив полосовые фильтры, выделить их и определить  $K_{cr}$  для каждого ритма отдельно, а затем построить график зависимости  $K_{cr}$  от частоты. Аналогично, то же можно проделать и с более узкими частотными полосами. Для выделения нужной частотной полосы используется полосовой фильтр Баттервортса второго порядка. На рис. 5 приведен график зависимости  $K_{cr}$  от частоты с шагом 1 Гц в полосе от 1 Гц до 35 Гц.

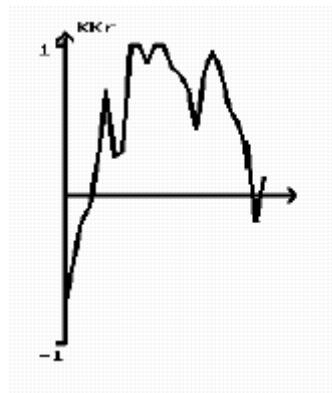


Рис. 5. График зависимости коэффициента крос-корреляции от частоты.

Наибольшее распространение в электроэнцефалографии получил метод спектрального анализа ЭЭГ. Этот метод обладает наибольшей информативностью при оценке составляющих ЭЭГ и, что самое главное, позволяет выявить такие стороны электрических процессов мозга, которые остаются недоступными при обычной визуальной оценке ЭЭГ.

Вычисление спектров мощности (спектрограмм - СГ) позволяет получить энергию каждой из частотных составляющих данной ЭЭГ и оценить их соотношение. Это дает возможность сравнивать электрические процессы разных отделов коры головного мозга на одном отрезке времени, проводить сравнение спектров каждой данной области в динамике при повторных исследованиях, а также сравнивать в количественных показателях ЭЭГ разных больных.

Спектр мощности иначе можно назвать спектральной плотностью рассматриваемого процесса. Спектральную плотность можно ввести как преобразование Фурье от автокорреляционной функции. В общем случае спектральную плотность или спектр функции  $X(t)$  можно определить как

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau,$$

а взаимную спектральную плотность двух реализаций  $X(t)$  и  $Y(t)$  можно определить следующим образом:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xy}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (2.17)$$

Учитывая, что в формулах (2.16) и (2.17) спектральные плотности определены для всех частот, как положительных, так и отрицательных, а также тот факт, что корреляционные функции - четные функции, очевидно, что спектры задаются только действительной частью преобразования Фурье, поэтому формулы (2.16) и (2.17) можно переписать в следующем виде:

$$S_{xx}(f) = 4 \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cdot \cos 2\pi f\tau d\tau, \quad (2.18)$$

$$S_{xy}(f) = 4 \int_0^{\infty} K_{xy}(\tau) \cdot \cos 2\pi f\tau d\tau. \quad (2.19)$$

Минимую часть преобразования Фурье полезно определить для дальнейшего нахождения функции фазового сдвига процессов, т.е.

$$Q_{xy}(f) = 4 \int_0^{\infty} K_{xy}(\tau) \cdot \sin 2\pi f\tau d\tau, \quad (2.20)$$

$$\theta_{xy}(f) = \operatorname{arctg}(Q_{xy}(f))/S_{xy}(f). \quad (2.21)$$

Второй способ нахождения спектра - это непосредственное преобразование Фурье от рассматриваемого сигнала. Для практического использования формулы (2.19) и (2.20) можно записать в следующем виде:

$$S_{xy}(f) = 4 \sum_{\tau=0}^T K_{xy}(\tau) \cdot \cos 2\pi f\tau d\tau; \quad (2.22)$$

$$Q_{xy}(f) = 4 \sum_{\tau=0}^T K_{xy}(\tau) \cdot \sin 2\pi f\tau d\tau, \quad (2.23)$$

где  $T$  - величина временного интервала, взятого для анализа.

Для корректного использования спектра мощности перед обработкой выбранного участка необходимо вычесть постоянную составляющую и пропустить сигнал через какое-либо сглаживающее окно, например Хэмминга, для устранения боковых лепестков и краевых эффектов.

Однако в случае, если нужно получить более высокое разрешение рассчитываемого спектра, возможно пользоваться и формулами (2.19) и (2.20). Это целесообразно также и еще по одной причине. В данном случае предлагаемые методы обработки используются врачами, для которых физика

процесса иногда играет даже большее значение, чем четкие математические расчеты. В случае обработки чего по формулам (2.22) и (2.23) в результате получается дискретное представление процесса с каким-то выбранным шагом по частоте. Это может привести к ситуации, когда, к примеру, имея шаг 0,5 Гц, на частоте 7 Гц получаем всплеск на графике спектра, на частоте 7,5 Гц - значение, близкое к минимуму, а при 8 Гц - опять всплеск. И хотя математически это верно, врачу трудно понять и согласиться с таким результатом. Прямое вычисление интеграла устраниет эту проблему - все переходы между разными частотами на графике спектра будут плавными и понятными для пользователя. Принимая во внимание то, что кросс-корреляционная функция получена в виде последовательности отсчетов, для нахождения интеграла от произведения, согласно формуле (2.19), необходимо получить аналитическое выражение этой зависимости. При этом были выявлены некоторые проблемы, характерные для представления ЭЭГ, и найдены пути их разрешения, о чем далее и пойдет речь.

Для целей получения аналитического выражения целесообразно использовать методы аппроксимации функций различными способами. К сожалению, анализ реальных ЭЭГ привел к заключению, что одной «универсальной» функцией обойтись не удастся. Причина этого в большой вариабельности автокорреляционных функций ЭЭГ, возникающей из-за того, что ЭЭГ является активностью, близкой к спонтанной, и, как следствие, возникает большая погрешность значений сигнала в узлах.

Учитывая характер энцефалографического сигнала, в котором наряду с медленноволновыми компонентами, хорошо описываемыми полиномиальными функциями, имеют место более высокочастотные периодические составляющие, которые можно аппроксимировать тригонометрическими полиномами, был поставлен эксперимент, в котором были проанализированы 80 16-канальных ЭЭГ, принадлежащих пациентам различного возраста с четырьмя различными патологиями.

Целью эксперимента было определение максимальной погрешности представления сигнала в том и другом базисе для нахождения оптимальной аппроксимирующей функции. Анализ заключался в аппроксимации каждого из 16 отведений всех 80 ЭЭГ вначале полиномами Ньютона, а затем с помощью тригонометрических полиномов следующего вида:

$$T_k(t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \left( \alpha_i \cos \frac{2\pi i t}{T} + \beta_i \sin \frac{2\pi i t}{T} \right). \quad (2.34)$$

Далее подсчитывается максимальная ошибка аппроксимации ции каждого метода в каждом отведении. Такая оценка позволила выявить, что при прямом использовании базиса, состоящего из полиномов Ньютона, максимальная величина погрешности составила 27% и пришла она на затылочные отведения, где, как известно, преобладает периодический или квазипериодический альфа-ритм. При использовании тригонометрического базиса для описания ЭЭГ максимальная погрешность была в лобных

отведениях, и она составила 22%. Это объясняется доминированием в области лба низкочастотных непериодических ритмов.

Естественно, при наличии других патологий процессы могут трансформироваться, что еще более усложнит задачу аппроксимации. Для решения этой проблемы предлагается применить два различных подхода.

При рассмотрении первого, во время постановки эксперимента, был также проведен анализ этих 80 ЭЭГ, который позволил найти наиболее часто встречающиеся формы автокорреляционных функций. К таким формам относятся:

1. Затухающая экспонентообразная форма;
2. В виде затухающей синусоиды;
3. В виде незатухающей синусоиды;
4. Шумоподобная незатухающая автокорреляционная функция;
5. Вариант автокорреляционной функции 1–4 со смещением относительно нулевой линии.

Анализ вариантов форм автокорреляционных функций привел к необходимости искать их аппроксимацию в виде двух возможных форм:

аддитивной формы представления (АфАФ);

мультиплекативной формы представления (МфАФ).

Возможны и комбинации таких форм, но для анализа дальше одного уровня разделения компонент, как правило, идти не требуется.

Итак, АфАФ имеет вид

$$f(\omega) = A(\omega) + G(\omega) \quad (2.25)$$

где  $A(\omega)$  - медленно изменяющаяся компонента, а  $G(\omega)$  - быстро осциллирующая компонента.

Для МфАФ выражение может быть таким:

$$f(\omega) = A(\omega) \cdot P(\omega) \quad (2.26)$$

где  $A(\omega)$  - медленно изменяющаяся амплитудная компонента, а  $P(\omega)$  - компонента заполнения.

Общий алгоритм аппроксимации автокорреляционной функции состоит из последовательности этапов:

1. Определение формы представления автокорреляционной функции;
2. Аппроксимация медленно меняющейся компоненты;
3. Компенсация медленно меняющейся компоненты;
4. Выбор типа аппроксимации для быстременяющейся компоненты;
5. Аппроксимация быстро меняющейся компоненты.

Форму представления автокорреляционной функции можно определить, анализируя ее симметрию. Например, пусть задана автокорреляционная функция, изображенная на рис. 6.

Для определения ее формы представления необходимо определить положительные и отрицательные экстремумы (кроме первого на оси ординат) и провести огибающие, используя технологию сглаживающих сплайнов, (рис. 7).

Далее производится оценка симметрии путем сравнения площадей криволинейных трапеций. Если они отличаются более чем на 10%, то имеет смысл говорить о наличии аддитивной компоненты в автокорреляционной функции. Сама компонента определяется как сумма огибающих. Здесь же можно определить и амплитудную медленно затухающую компоненту

$$A_m = (A_+ - A_-)/2, \quad (2.27)$$

где  $A_m$  - амплитудная медленно меняющаяся компонента;  $A_+$  - положительная огибающая автокорреляционной функции;  $A_-$  - отрицательная огибающая автокорреляционной функции.

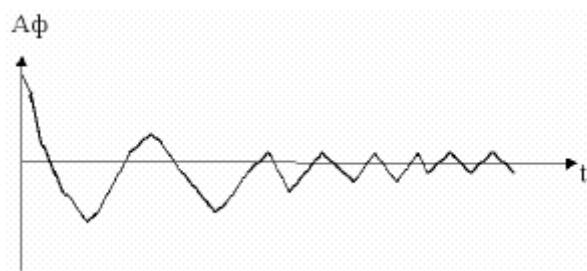


Рис. 6. Пример автокорреляционной функции.

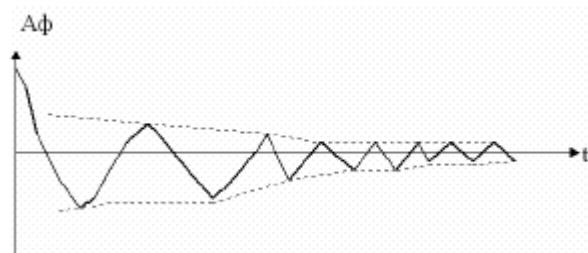


Рис. 7. Построение огибающих автокорреляционной функции.

После определения аддитивной компоненты иной составляющей мультиплекативной составляющей необходимо произвести коррекцию автокорреляционной функции для определения быстро меняющейся компоненты:

$$P(\omega) = (A\Phi(\omega) - A_a(\omega)) / A_m(\omega) \quad (2.28)$$

Затем можно проводить аппроксимацию  $P(\omega)$ , причем начинать с аппроксимации тригонометрическими рядами. В случае незначительных различий между коэффициентами, т.е. отсутствия доминирующих осциллирующих компонент, можно повторить аппроксимацию сплайнами.

## 2.3. Применение спектральной оценки для обработки ЭЭГ

С помощью спектра мощности можно легко получить картину распределения ЭЭГ по ритмам, определить доминирующий ритм и доминирующую частоту как всей ЭЭГ, так и каждого отдельного ритма. Построив спектры мощности симметричных отведений левого и правого полушарий, можно оценить степень асимметрии между этими участками по каждому ритму и по каждой конкретной частоте.

Отметим некоторые особенности, выявляемые с помощью спектра мощности. Спектры ЭЭГ здорового человека отличаются максимумом мощности на частоте альфа-ритма, меньшей выраженностью дельта- и тета-диапазонов частот. Имеются некоторые регионарные особенности СГ. Спектры соответствующих ЭЭГ правого и левого полушарий отличаются высокой степенью симметричности и значительной стабильностью у каждого индивидуума при повторных исследованиях. При переходе от бодрствования в дремоте ко сну, СГ изменяется. Максимальная мощность перемещается из альфа-диапазона в диапазон дельта- и тета-частот.

При рассмотрении результатов обработки ЭЭГ различными математическими методами экспертами было отмечено, что принципиально новые возможности, по сравнению с визуальной оценкой ЭЭГ и с СГ, дает вычисление комплексной функции когерентности. Она позволяет выявить степень связанности или взаимосвязанности электрических процессов мозга в разных его отделах и, таким образом, приблизиться к выяснению внутренних механизмов функциональной зависимости и обусловленности работы головного мозга как сложной системы. Здесь необходимо отметить, что по данным когерентности можно судить исключительно о линейных зависимостях электрических процессов и выявлять колебания потенциала, генерируемые общим источником.

Методику расчета функции когерентности можно представить следующим образом. Для каждой пары отведений ЭЭГ рассчитываются комплексные функции когерентности в рассматриваемом частотном диапазоне как нормированные кроссспектры. Модуль такой функции (амплитуда когерентности - КОГ) характеризует степень сочетаемости колебаний в зависимости от частоты в выбранных отведениях; аргумент комплексной когерентности представляет собой фазовый сдвиг (ФС) соответствующих колебаний. Таким образом, функция когерентности рассчитывается как

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)}, \quad (2.29)$$

где  $0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1$ ;

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{S_{xy}^2(f) + Q_{xy}^2(f)} \quad (2.30)$$

$$|G_{xx}(f)| = \sqrt{S_{xx}^2(f) + Q_{xx}^2(f)} \quad (2.31)$$

$$|G_{yy}(f)| = \sqrt{S_{yy}^2(f) + Q_{yy}^2(f)} \quad (2.32)$$

Помимо вычисления и построения графиков СГ, КОГ и ФС, вычислялись следующие параметры, наиболее информативные для характеристик ЭЭГ.

1. Средняя частота спектра  $f_m$  в рассматриваемом отведении (которую точнее следовало бы назвать медианой спектра), определяемая соотношением

$$\sum_{F_i < f_m} S(f_i) = \sum_{F_j \geq f_m} S(f_j), \quad (2.33)$$

где  $S(f_i)$  - плотность мощности в  $i$ -м интервале частот.

2. Эффективная полоса спектра  $\Delta f$ , определяемая из условия

$$S_{max} \Delta f = \sum_i S(f_j) \delta f, \quad (2.34)$$

где  $\delta f = 1$  Гц - принимаемая величина дискретной частоты;  $S_{max}$  - максимальное значение спектра мощности.

3. Средний уровень когерентности  $\Gamma$  в рассматриваемой паре отведений

$$\Gamma = \frac{\sum_i Coh(f_i) \chi_i}{\sum_i \chi_i}, \quad (2.35)$$

где  $Coh(f_i)$  - амплитуда когерентности колебаний в  $i$ -й дискрете частоты.

Если  $\chi_i = 1$ , то  $S^{(1)}(f_j)$ ,  $S^{(2)}(f_j)$  в рассматриваемых отведениях превышает некоторый порог, если  $\chi_i = 0$  – в противном случае.

Это соотношение обеспечивает уменьшение влияний шумовых компонент сигнала на значение амплитуд когерентности. Возможность получать цифровые количественные характеристики ЭЭГ из областей коры по показателям средней частоты и эффективной частотной полосы спектра позволяет выявить общие закономерности изменений спектров во времени, что, к примеру, дает представление о фазности патологического процесса при черепно-мозговой травме.

Необходимо отметить основное свойство когерентности ЭЭГ. Этот метод позволяет исследовать статистические линейные связи двух электрических процессов, отведенных от двух точек мозга, и дать им оценку по величине связанности (амплитуда когерентности - КОГ) и по времененным отношениям (фазе - ФС) на каждой отдельной частоте колебаний. Величина КОГ показывает сходство двух процессов (как по частоте, так и по протеканию их во времени, т.е. выделяет процессы, исходящие из одного

источника) независимо от амплитуды колебаний на ЭЭГ или их мощности на СГ.

### **3. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МЕДИКОБИОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

#### **3.1. Основные понятия**

В качестве примера визуализации медикобиологической информации также рассмотрим метод диагностики головного мозга “электроэнцефалография”. Введем ряд понятий, используемых при рассмотрении данного вопроса.

Под понятием частотный ритм ЭЭГ подразумевается определенный тип электрической активности, соответствующий некоторому состоянию мозга, для которого определены границы диапазона частот.

Картирование - представление медицинских сигналов в виде цветовой карты (или топокартограммы), схематично изображающей распределение их амплитудных и частотных показателей на определенной координатной сетке.

Визуализация информации, получаемой от биологического объекта - сложная и нетривиальная задача. Удачно решенная, она позволяет быстро оценить состояние объекта и принять правильное решение при диагностике и лечении. Определенные ограничения на визуализацию накладывают сложившиеся традиции в отображении физиологических параметров. Целые поколения врачей-диагностов в докомпьютерную эпоху привыкли к определенным штампам в визуализации, и компьютерные программы должны это учитывать. Так, например, при анализе ЭЭГ необходимо обязательно представление в виде традиционных временных графиков в униполярных или в биполярных отведениях. Однако при их оценке врач в уме переводит набор кривых по данной системе отведений в пространственную картину распределения потенциалов в мозге, с тем, чтобы обнаружить месторасположение очагов активности. Задача эта требует развитого пространственного воображения, а при распознавании источников так называемых спайков, пиков и других феноменов типа случайных событий достаточна сложна. Применение компьютера позволяет автоматизировать этот процесс.

Одним из наиболее наглядных методов представления медикобиологической информации в графическом виде является картирование. Картирование применяется в том случае, когда необходимо представить какой-либо процесс в виде цветовой карты, где бы наглядно были показаны интересующие исследователя особенности того или иного сигнала. Это позволяет быстро и достоверно проанализировать довольно длительные участки записи различных процессов.

Рассмотрение понятия картирование неразрывно связано с методикой электроэнцефалографии, где оно наиболее ярко выражает все свои

преимущества и особенности. Далее будет дано представление о картировании применительно к электроэнцефалографии.

ЭЭГ представляет собой сложный колебательный электрический процесс, который может быть зарегистрирован при расположении электродов на мозге или на поверхности скальпа и является результатом электрической суммации и фильтрации элементарных процессов, протекающих в мельчайших нервных клетках головного мозга. Это означает, что ЭЭГ представляет собой процесс, обусловленный активностью огромного числа генераторов, и, в соответствии с этим, создаваемое ими поле представляется весьма разнородным и меняющимся во времени.

В связи с этим между двумя точками мозга, а также между точками мозга и удаленными от него тканями организма возникают переменные разности потенциалов, регистрация и анализ которых и составляет задачу электроэнцефалографии.

В настоящее время все большую популярность начинают завоевывать методы математической обработки и представления сигналов. Как правило, помимо визуальной оценки регистрируемого сигнала необходимо предоставлять и другую графическую информацию. Для электроэнцефалографического сигнала основными параметрами являются частота и амплитуда, поэтому необходимо иметь методы представления сигнала с помощью амплитудно-частотных характеристик. Как уже упоминалось выше, наибольшее распространение получили разложения сигнала в спектр мощности и, особенно, построение топокартограмм головного мозга по ритмам с помощью цветового представления амплитуды для каждой спектральной полосы, иначе картирование.

Построение топокартограмм рассматривается по четырем основным частотным ритмам ЭЭГ.

- Дельта-ритм. Частота 0,5–3 Гц, амплитуда, как правило, превосходит 40 мкВ, иногда при сильных патологиях может достигать 300 мкВ.
- Тета-ритм. Частота 4–6 Гц, амплитуда такая же, как и у дельта-ритма.
- Альфа-ритм. Частота 8–13 Гц, амплитуда до 100 мкВ. Является наиболее информативным и в большинстве случаев доминирующим при анализе ЭЭГ. Лучше всего выражен в затылочных отделах. По направлению к любым отделам его амплитуда уменьшается. Наибольшую амплитуду альфа-ритм имеет в состоянии спокойного расслабленного бодрствования, особенно при закрытых глазах. В большинстве случаев достаточно регулярно наблюдаются спонтанные изменения амплитуды, так называемые модуляции альфа-ритма, выражющиеся в чередующемся нарастании и снижении амплитуды волн с образованием характерных “веретен” - амплитудно-модулированных колебаний ЭЭГ, длительность которых может быть от 2 до 8 секунд.
- Бета-ритм. Частота 14–35 Гц. Амплитуда в норме не более 15 мкВ.

Таким образом, анализируемый диапазон частот в электроэнцефалографии расположен в диапазоне от 0,5 Гц до 35 Гц, а амплитуда обычно не превышает 100 мкВ.

Основной смысл картирования - определение в данном частотном диапазоне средней (или максимальной, пиковой) амплитуды по каждому отведению и, на основании полученных значений, расчет амплитуд в любой точке поверхности скальпа.

К сожалению врачей интересует распределение этих потенциалов в объеме головного мозга, но эта задача не имеет однозначного математического решения. Визуализация плоской картины в виде топокартограммы тем не менее значительно облегчает понимание объемных процессов. Для построения топокартограммы заранее определяются границы амплитуд, значения в рамках которых будут кодироваться своим цветом. Таким образом, для каждого из определенных выше ритмов строится условная карта распределения амплитуд сигнала.

Для регистрации ЭЭГ может использоваться от 8 до 24 отведений (обычно используются 8, 16, 19 или 24 отведения). При этом датчики для каждого отведения располагаются во всех областях головы согласно стандартно определенным схемам расположения электродов. В электроэнцефалографических системах такие схемы обычно заносятся заранее перед проведением обследований.

### 3.2. Последовательность действий при картировании

При картировании выполняются следующие действия

1. Выбирается сигнал для картирования. Это может быть как какой-либо участок ЭЭГ, так и вся записанная проба.

2. Поскольку при картировании строятся четыре карты по ритмам, то необходимо получить амплитудные значения сигнала для каждого ритма. Для этого можно использовать два пути.

Первый заключается в применении полосовых фильтров для выделения ритмов. Затем для каждого ритма определяется средняя амплитуда по формуле

$$A_{cp} = \left( \sum_{i=1}^N A_i(0) \right) / N , \quad (3.1)$$

где  $A_i(0)$  – амплитуда текущего экстремума (пика) выделенного ритма, измеренная относительно изолинии;  $N$  - количество экстремумов на анализируемом участке.

Эта процедура применяется для каждого ритма и каждого отведения. Второй путь заключается в первоначальном нахождении спектра мощности сигнала. Для этого можно использовать различные алгоритмы цифровой обработки. В данном случае применим алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Данную процедуру необходимо применить для всех отведений. Для получения четких границ каждого ритма на спектре необходима точность

представления частоты сигнала до 1 Гц. Учитывая то, что для корректного представления ЭЭГ частота дискретизации должна быть не менее 200 Гц, для реализации алгоритма БПФ необходимо брать участки длиной в 256 отсчетов. Таким образом, получим значения амплитуд для каждой точки в частотном диапазоне от 1 до 35 Гц с шагом в 1 Гц. Затем на спектре выделяются частотные границы ритмов для каждого отведения. Для каждого такого участка определяется по спектру среднее значение амплитуды. Полученные значения либо первым, либо вторым способом принимаются как амплитудный показатель конкретного ритма для каждого отведения и используются для дальнейших расчетов.

3. Наносится координатная сетка на схематическое изображение проекции головного мозга на какую-либо плоскость (обычно используется вид сверху). Для этого определяется необходимое число узлов данной сетки. Эмпирически было получено, что наиболее оптимальна по скорости и точности представления сетка  $8 \times 6$  (рис. 8).

4. Определяется среднее амплитудное значение в каждом узле координатной сетки, учитывая суммарное влияние на них сигналов со всех отведений ЭЭГ. В данном случае используется принцип суперпозиции полей, и значения в узлах сетки зависят от расстояния до точек наложения электродов на поверхности головного мозга. Для расчета используется следующая формула:

$$U = \sum_{Ch=1}^N (A[Ch]\mu[Ch]) \quad (3.2)$$

где  $Ch$  - номер текущего канала;  $N$  - число каналов;  $A$  - средняя амплитуда каждого отведения;  $\mu$  - коэффициент, получаемый в результате расчетов с использованием уравнения Пуассона, характеризующий затухание сигнала в диэлектрической среде, каковой является мозг человека, зависящий также от расстояния между точкой расположения электрода и точкой в узле, где рассчитывается значение потенциала. При этом считалось, что влияние каждого отведения не должно перекрываться более, чем на 20 %, а также не должно быть участков не охваченных полем какого-либо канала.

5. Имея значения амплитуды в узлах сетки, можно определить эти значения в любой точке плоскости, охваченной сеткой. Это возможно благодаря применению такого математического метода, как двумерная интерполяция. В нашем случае будем рассматривать линейную двумерную интерполяцию. Суть его использования в следующем:

- начинаем рассматривать первую область, охваченную прямоугольником с координатами вершин (1,1), (2,1), (2,2), (1,2). Значения амплитуд в данных точках известны;
- определяем так называемые коэффициенты изменения амплитуды, обозначаемые соответственно  $d1$  и  $d2$ , на участках (1,1), (2,1) и (2,1), (2,2) (т.е. вдоль оси  $X$ ) по формуле (3.3). Теперь мы можем определить амплитуду всех реальных точек, заключенных между

узлами (1,1). (2,1) и (2,1), (2,2) на соответствующих отрезках по формуле (3.4)

$$d=(A_2-A_1)/n, \quad (3.3)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  - амплитуды соответственно начальной и конечной точек отрезка (узлах);  $n$  - число реальных точек на отрезке.

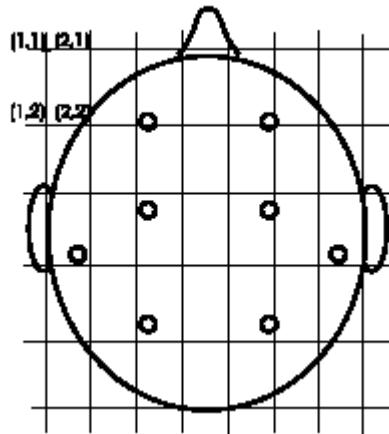


Рис.8.Схема головы для построения топокартограммы.

$$A_k = A_1 + dk, \quad (3.4)$$

где  $k$  - номер точки из диапазона  $[1..n-1]$ :

- теперь определяем коэффициент изменения амплитуды между точками (1,1) и (1,2) (по оси Y) по формуле (3.3). Затем находим амплитуду всех реальных точек между узлами (1,1) и (1,2) по формуле (3.4);
- берем для расчета следующий отрезок, находящийся между реальными точками, принадлежащими сторонам (1,1), (2,1) и (2,1), (2,2), и повторяем предыдущую процедуру. Таким образом, рассчитываем все точки, принадлежащие прямоугольной области с координатами вершин (1,1), (2,1), (2,2), (1,2);
- далее берется для расчета следующая область, и повторяются все вышеперечисленные действия.

Таким образом, в результате определяются все амплитудные значения, принадлежащие построенной координатной сетке.

6. Определяются точки, принадлежащие схематической области, обозначающей проекцию головного мозга.

7. Согласно выбранной цветовой шкале определяется цвет, кодирующий амплитуду каждой такой точки, и она наносится на топокартограмму.

Особое внимание следует уделить подбору цветов для картирования. Обычно используют несколько базовых цветов и формируют их оттенки. Обычно при картировании более темные “холодные” цвета (темно-синий, синий, темно-зеленый, зеленый) используют для представления низкоамплитудных областей, а яркие “теплые” - для высокоамплитудных.

В электроэнцефалографии применяют несколько видов картирования. Наиболее известные из них - абсолютное, относительное и нормативное картирование.

В режиме абсолютного картирования цветом представляется абсолютное значение амплитуды сигнала. При этом максимальным значением считается 110 мкВ. Амплитуда выше 110 мкВ изображается белым цветом. Остальные значения распределяются согласно основной цветовой шкале.

При относительном картировании вначале определяется максимально возможное значение амплитуды для каждого ритма. Это значение берется за 100%. Остальные показатели определяются в процентном отношении от максимума. Далее строится карта по полученным процентным значениям амплитуды в каждой точке. Этот режим необходим для случая низкоамплитудной ЭЭГ, когда она представлена небольшим количеством цветов, и сразу невозможно определить наличие очагов и степень распределения амплитуды.

В режиме нормативного картирования максимальные значения амплитуды, являющиеся верхней границей нормы, определены для каждого ритма отдельно. Для дельта- и тета-ритмов они равны 60 мкВ. Для альфа и бета-ритмов – соответственно 110 мкВ и 30 мкВ. И далее разложение в цветовую гамму идет аналогично режиму абсолютного картирования с той разницей, что для различных ритмов один и тот же цвет обозначает различный амплитудный диапазон. Поэтому для каждого ритма строится своя цветовая шкала.

## 4. СТАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

### 4.1. Общие понятия

Одним из наиболее показательных методов статистической обработки является оценка сердечного ритма (СР), называемая иначе кардиоинтервалографией.

Кардиоинтервалография (КИГ) использует графическое представление данных об изменениях СР при помощи регистрации последовательных кардиоинтервалов. Они измеряются по длительности RR-интервалов электрокардиограммы (ЭКГ) в секундах или миллисекундах (1 с = 1000 мс). Методика КИГ представлена на рис.9.

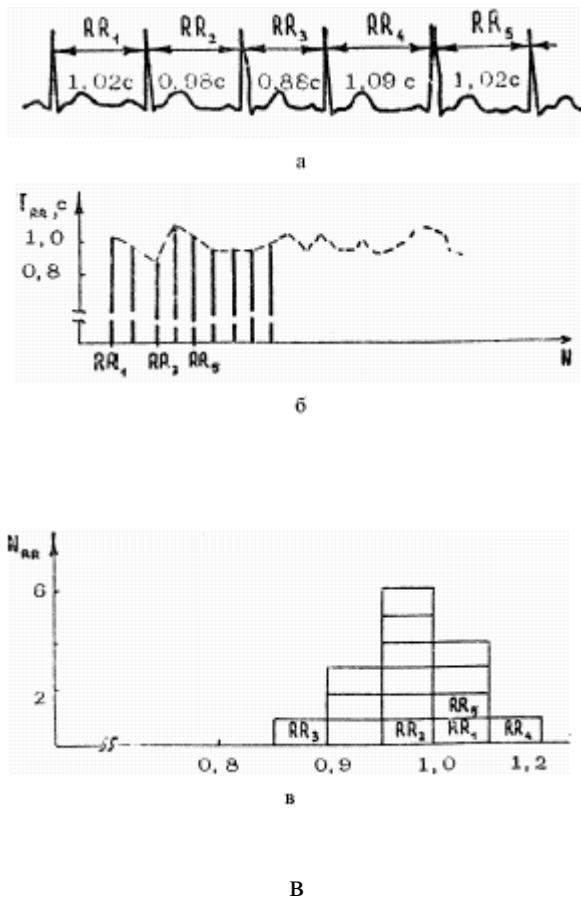


Рис.9. Графики анализа RR-интервального ряда

Вначале, как это видно на рис. 9, а, при регистрации ЭКГ измеряются последовательные RR-интервалы (первые пять из рис. 9, а). Методика построения ритмограммы и гистограммы RR-интервалов отображена на рис. 9, б и 9, в:

(б) – ритмограмма ( $RR_t$  - величина длительности RR-интервалов,  $N$  - порядковый номер RR-интервала). Ритмограмма строится путем откладывания значения RR-интервалов по оси ординат последовательно, согласно их порядковому номеру;

(в) - гистограмма ( $N$  - порядковый номер RR-интервала в отрезке числовой оси. RR-интервалы обозначены как  $RR_1$  ...  $RR_5$ ).

Построение гистограммы осуществляется следующим образом. Отрезок оси длительностей RR-интервалов (обычно от 0,4 до 1,4 с) разбивают на короткие участки (обычно длительностью 0,05 с). Затем по кардиоинтервалограмме для каждого участка подсчитывается количество кардиоинтервалов, длительность которых принадлежит этому участку. Полученное число откладывают на графике в виде столбика. Совокупный график называют гистограммой. Подсчет количества кардиоинтервалов, попадающих в отрезки числовой оси, можно производить по-разному. На

рис.9, в приведен вариант графического представления гистограммы при обработке ряда RR-интервалов, представленного на рис. 9, а, б.

Форма гистограммы зависит от конкретного физиологического состояния обследуемого человека. Согласно модели регуляции СР по Р.М. Баевскому, при преобладании симпатической регуляции синусового узла отмечается сужение основания гистограммы и смещение ее влево на числовой оси (увеличение пульса и снижение вариабельности СР). При превалировании парасимпатического отдела вегетативной нервной системы (блуждающего нерва) основание гистограммы расширяется, высота ее снижается, а сама она смещается вправо.

## 4.2. Числовые характеристики КИГ

Числовые характеристики КИГ включают следующие показатели. Мода (МО) - наиболее часто встречающееся значение длительности кардиоинтервалов в гистограмме. МО указывает на наиболее вероятный уровень функционирования синусового узла. При симметричном распределении (гистограмме) величина МО совпадает с математическим ожиданием М. Амплитуда моды (Амо) - показатель, равный числу RR-интервалов, попавших в отрезок числовой оси, соответствующий моде. Лучше всего нормировать этот показатель, указывая долю RR-интервалов, соответствующих моде, от всей выборки.

Как правило, Амо выражается в этих случаях в процентах. Принято считать, что данный показатель отражает стабилизационный эффект централизации управления СР и зависит в основном от симпатических влияний.

Вариационный размах  $\Delta x$  - показатель, отражающий степень вариабельности величин RR-интервалов (ширину основания гистограммы). Вычисляется по формуле

$$\Delta x = X_{\max} - X_{\min}, \quad (4.1)$$

где  $X_{\max}$  - значения величин максимального диапазона гистограммы;  $X_{\min}$  - минимального.

Принято считать, что показатель отражает суммарный эффект регуляции СР вегетативной нервной системой, указывая на максимальную амплитуду колебаний RR-интервалов. При преобладании дыхательных изменений СР он демонстрирует состояние парасимпатического отдела нервной системы. В ряде случаев при большой амплитуде медленных волн вариационный размах будет больше зависеть от состояния подкорковых нервных центров.

Вторичные показатели, получаемые при гистографическом анализе, включают индекс вегетативного равновесия (ИВР), вегетативный показатель ритма (ВПР), показатель адекватности процессов регуляции (ПАПР), индекс напряжения регуляторных систем (ИН). Показатели ВПР и ИН были предложены Г.И. Сидоренко в 1973 г., в дальнейшем Р.М. Баевский несколько модифицировал формулу ИН.

Индекс вегетативного равновесия указывает на соотношение между активностью симпатического и парасимпатического отделов нервной системы и рассчитывается по формуле

$$ИВР = АМо / \Delta x. \quad (4.2)$$

Показатель адекватности процессов регуляции демонстрирует соответствие между активностью симпатического отдела нервной системы и ведущим уровнем функционирования синусового узла. Сопоставляя ПАПР с частотой пульса, можно судить об избыточности или недостаточности централизации управления СР. Показатель вычисляется по формуле

$$ПАПР = АМо / Мо. \quad (4.3)$$

Вегетативный показатель ритма позволяет оценивать вегетативный баланс с точки зрения активности автономного контура регуляции. Расчет показателя производится по формуле

$$ВПР = 1 / Мо \Delta x. \quad (4.4)$$

Индекс напряжения регуляторных систем свидетельствует о степени централизации управления СР и вычисляется по формуле

$$ИН = АМо / 2 \Delta x Мо. \quad (4.5)$$

Увеличение симпатического тонуса приводит к приросту АМО и уменьшению МО и  $\Delta X$ , и, следовательно, нарастанию ИН. Усиление парасимпатических влияний, наоборот, ведет к уменьшению АМО, увеличению величины МО и, следовательно, ИН. У здоровых людей в состоянии физического и психического покоя значения ИН составляют 80–140.

В практических целях

### 4.3. Статистический анализ СР

При статистическом анализе рассматривают последовательные кардиоинтервалы как ряд величин, производят расчет их статистических характеристик, но без наглядного гистографического отображения.

К статистическим показателям относятся математическое ожидание  $M$ , среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ , коэффициент вариации  $V$ , коэффициент асимметрии  $As$ , эксцесс  $Ex$ . Математическое ожидание – величина, обратная средней частоте пульса (HR) или частоте сердечных сокращений (ЧСС) за 1 мин:

$$M = 60 / HR (c). \quad (4.6)$$

При анализе последовательности RR интервального ряда  $M$  вычисляется по формуле,

$$M = \sum_{i=1}^N RR_i / N \quad (4.7)$$

или

$$M = \frac{\sum_{i=1}^N n_i X_i}{\sum n_i},$$

где  $X$  - значение  $i$ -го интервала гистограммы,  $n$  - число попаданий в этот интервал. Соответственно,  $HR = 60/M$  (уд/мин).

Величины  $HR$  и ЧСС совпадают, но разница между ними состоит в том, что первая величина определяется при исследовании пульсаций артерий, а вторая - при исследовании сердца.

Принято считать, что математическое ожидание  $M$  отражает конечный результат регуляторных влияний на сердце и систему кровообращения в целом. Оно обладает наименьшей изменчивостью среди всех показателей СР, так как является одним из наиболее гомеостатируемых параметров организма.

Среднеквадратичное отклонение динамического ряда  $RR$ -интервалов вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N (RR_i - M)^2 / (N - 1)}. \quad (4.9)$$

Среднеквадратическое отклонение является одним из основных показателей вариабельности СР. Характеризуя состояние механизмов регуляции, оно указывает на суммарный эффект влияния на синусовой узел симпатических и парасимпатических влияний. Уменьшение показателя свидетельствует о смещении вегетативного гомеостаза в сторону преобладания симпатического отдела вегетативной нервной системы, а увеличение – в сторону парасимпатического.

Коэффициент вариации  $V$  представляет собой показатель, который получается при нормировании среднеквадратичного отклонения по частоте пульса.

Показатели асимметрии  $As$  и эксцесса  $Ex$  определяют степень отличия случайного процесса – последовательности  $RR$ -интервалов – от так называемого нормального.

Коэффициент асимметрии  $As$  вычисляется по следующей формуле:

$$As = \frac{\sum_{i=1}^N n(RR_i - M)^3}{\sigma^3 \sum_{i=1}^N n}. \quad (4.10)$$

Коэффициент эксцесса  $Ex$  вычисляется по формуле

$$Ex = \frac{\sum_{i=1}^N n(RR_i - M)^4}{\sigma^4 \sum_{i=1}^N n} \quad (4.11)$$

Указанные показатели вариабельности СР, как и многие другие, обладают определенным недостатками, связанными с тем, что они должны применяться в условиях стабильного или квазистабильного состояния. Формально они могут быть вычислены и для нестационарных условий, при наличии трендов и т.п. Однако при этом существенно увеличиваются трудности в интерпретации этих показателей. Статистический и гистографический анализ СР имеет существенные недостатки. Так, эти методики не позволяют получить информацию о волновой структуре ритмограммы и охарактеризовать их динамические свойства при переходных процессах. В значительной мере такую оценку позволяют провести методы исследования корреляционной ритмографии автокорреляционного и спектрального анализа ритмограмм.

Корреляционная ритмография (скаттерография, двумерная гистография) – это отображение динамики СР в виде точек на прямоугольной системе координат. Проекция каждой точки на ось ординат представляет собой длительность последнего RR-интервала (RR<sub>i</sub>), а проекция на ось абсцисс – предшествующего (RR<sub>i-1</sub>).

Графики полученных таким образом точек называются скаттерограммой (от анг. scatter - рассеивать, разбрасывать), автокорреляционным облаком, двумерной гистограммой или корреляционной ритмограммой (рис.10).

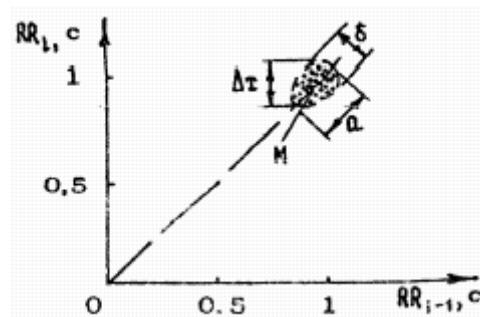


Рис.10. Скаттерограмма

При равенстве соседних *RR*-интервалов соответствующие им точки лежат на прямой, идущей по биссектрисе угла, образованного абсциссой и ординатой. В случае увеличения последующего *RR*-интервала точка располагается над биссектрисой, а при уменьшении - под ней. Изменения СР приводят к разбросу точек. По корреляционной ритмограмме можно определить *M* (центр совокупности точек), *x* (расстояние между наиболее удаленными точками по оси абсцисс или ординат). Чем медленнее период колебаний длительностей *RR*-интервалов, тем более вытянут эллипс вдоль биссектрисы. Поэтому одним из способов описания корреляционного облака является расчет отношения величин продольной его оси (*a*) и поперечной (*b*):  $a/b$ . Чем больше выражена медленная периодика, тем больше величина отношения  $a/b$ . С учетом величин *M*,  $a/b$  можно вычислить индекс функционального состояния (ИФС) по формуле

$$ИФС = M \cdot a / b. \quad (4.12)$$

Величина показателя тем выше, чем меньше напряжение регуляторных механизмов.

## 5. ЭЛЕМЕНТЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

### 5.1. Теоретическое введение

Алгоритмы распознавания желудочкового комплекса ЭКГ (QRS-комплекса) решают следующие основные задачи: обнаружение комплекса (т.е. установление факта его наличия на анализируемом участке) и определение характерных точек комплекса (опорной точки, служащей для измерения *RR*-интервала, точек начала и конца комплекса, а также крайних точек и вершин его зубцов). Можно выделить несколько основных групп методов распознавания QRS-комплекса при оперативном анализе ритма сердца по электрокардиосигналу (ЭКС):

- простейшие пороговые методы;
- структурные методы;
- методы сравнения с образцами (корреляционные методы);
- методы на основе цифровой фильтрации.

### 5.2. Простейшие пороговые методы

Простейшие пороговые методы основываются на применении несложных логических правил по отношению к исходному ЭКС или к его первой производной, в качестве оценки которой обычно используется первая разность отсчетов сигнала. Факт обнаружения комплекса фиксируется при превышении сигналом (или модулем сигнала) некоторого порога. Такие методы отличаются относительной простотой, но обладают невысокой устойчивостью к помехам и к изменению ЭКС. Кроме того, для обеспечения надежной работы этих алгоритмов необходима подстройка порога

обнаружения QRS-комплекса для каждого пациента. Из-за этих недостатков простейшие пороговые методы находят ограниченное применение.

### **5.3. Структурные методы**

Структурные методы распознавания QRS-комплекса основаны на предварительной сегментации ЭКС, в ходе которой входной сигнал представляется в виде последовательности простейших элементов (горизонтальных и наклонных отрезков прямой, фрагментов полиномов 2-го и 3-го порядков). Сегментированный сигнал далее подвергается грамматическому разбору с использованием алгоритма, в основу которого положены эмпирические представления о структуре QRS-комплекса ЭКГ.

Структурные методы характеризуются наглядностью, удобством для программирования, универсальностью, а также возможностью снижения избыточности информации, описывающей сигнал. Однако следует отметить и некоторые недостатки структурных методов, к которым можно отнести потерю части информации о сигнале при его сегментации, невозможность учета всех встречающихся вариантов структуры желудочкового комплекса, подверженность скачкообразному изменению результатов анализа при незначительных случайных отклонениях в форме входного сигнала.

### **5.4. Метод сравнения с образцом**

При использовании метода сравнения с образцами предполагается вычисление в текущем режиме взаимной корреляционной функции между входным ЭКС и одним или несколькими образцами желудочковых комплексов. Эти образцы могут представлять собой либо усредненные модели различных видов ранее обнаруженных комплексов, либо заранее определенных типовых комплексов. Обнаружение желудочкового комплекса может осуществляться по превышению полученной функцией взаимной корреляции заданного порога, что должно свидетельствовать о высокой степени линейной зависимости анализируемого фрагмента ЭКС и соответствующего образца. Такой алгоритм может дать хорошее качество обнаружения QRS-комплекса даже в условиях значительных помех. Кроме того, одновременно с обнаружением комплексов при этом решается и задача классификации их форм.

Еще одним недостатком таких алгоритмов является их адаптируемость в ходе анализа к форме сигнала каждого конкретного пациента. Однако реализация корреляционных методов распознавания QRS-комплекса в системах оперативной обработки ЭКС связана с чрезвычайно высокими требованиями к производительности используемого процессора и может быть осуществлена с применением специализируемых быстродействующих вычислительных устройств. В связи с этим часто предлагаются упрощенные

методы получения оценок взаимной корреляционной функции, хотя результаты анализа в таких случаях оказываются несколько ниже.

### **5.5. Метод на основе цифровой фильтрации**

Подход, основанный на использовании цифровой фильтрации для распознавания QRS-комплекса, может рассматриваться как один из вариантов упрощенной реализации корреляционных методов. При этом процедура распознавания распадается на два взаимосвязанных этапа. Сначала сигнал пропускается через цифровой фильтр с частотной характеристикой, соответствующей диапазону частот QRS-комплекса, полученного усреднением спектральных оценок большого числа комплексов различных морфологий. Это адекватно вычислению взаимной корреляционной функции между сигналом и некоторым типовым желудочковым комплексом, форма которого соответствует импульсной характеристике применяемого цифрового фильтра.

На следующем этапе анализа по алгоритму, основанному на пороговых правилах, предварительно обслугивается QRS-комплекс и определяется его опорная точка, которая служит для совмещения во времени текущего комплекса с усредненными образцами, ранее найденных комплексов, относящимся к различным классам формы. Вычисляются коэффициенты взаимной корреляции между обнаруженным комплексом и всеми имеющимися образцами. На основании полученных результатов анализируемый комплекс либо относится к одному из ранее существовавших классов, либо считается первым представителем нового класса формы, либо отбраковывается как артефакт.

Описываемая процедура, используемая в том или ином виде во многих разработках, является компромиссом между принципиально достижимым высоким качеством обнаружения QRS-комплекса с помощью корреляционных методов и ограниченной производительностью широко распространенных микропроцессоров. Сравнительно простая вычислительная операция описанного метода объясняется тем, что при этом обычно используются легко реализуемые цифровые фильтры, а вычисление корреляционной функции выполняется для каждого образца один раз.

### **5.6. Алгоритм, основанный на анализе структуры сигнала**

Для реализации этого метода используется структурно-лингвистический подход. Его смысл в том, что некоторые элементы QRS-комплекса заменяются или каким-либо символом, или цепочкой символов. Далее анализируется весь ЭКС и представляется также последовательностью символов. При выделении комплекса происходит сравнительный анализ символьной последовательности, характеризующей QRS-комплекс, со всеми

участками ЭКС. В случае нахождения идентичности анализируемого участка с образцом, он принимается за QRS-комплекс и анализ проводится далее. В качестве примера рассмотрим одну из возможных ситуаций.

В первую очередь необходимо различные возможные участки сигнала представить определенными символами. Прямые, имеющие соответствующую амплитуду, представим следующим образом (их длительность учитывать не будем):

g1 <0,1 мВ, >-0,1 мВ  
g2 >0,1 мВ, < 0,3 мВ  
g3 >0,3 мВ, < 0,5 мВ  
g4 > 0,5 мВ  
g5 >-0,3 мВ, <-0,1 мВ  
g6 >-0,5 мВ, <-0,3 мВ  
g7 <-0,5 мВ

То же самое проделаем и с наклонными линиями:

V1 < 0,1 мВ  
V2 >0,1 мВ, <0,3  
V3 > 0,3 мВ  
N1 <0,1 мВ  
N2 >0,1 мВ, <0,3 мВ  
N3 > 0,3 мВ

Теперь напишем ряд грамматических правил, в соответствии с которыми и будет производиться распознавание QRS-комплекса.

<QRS> -> <Q> <QRS1>  
<QRS1> -> <R> <QRS2>  
-> E  
<QRS2> -> <S> <QRS3>  
-> E  
<QRS3> -> <R1> <QRS4>  
-> E  
<QRS4> -> <S1>  
-> E  
<Q> -> N1V1 | N1V2 | N1V3 | N2V1 | N2V2 | N2V3 |  
N3V1 | N3V2 | N3V3  
<R> -> V1N1 | V1N2 | V1N3 | V2N1 | V2N2 | V2N3 |  
V3N1 | V3N2 | V3N3  
<S> -> N1V1 | N1V2 | N1V3 | N2V1 | N2V2 | N2V3 |  
N3V1 | N3V2 | N3V3  
<R1> -> <R><ST>  
<S1> -> <S><ST>  
<ST> -> g1 | g2 | g3 | g4 | g5 | g6 | g7 | V1 | N1

Таким образом, распознавание проходит согласно этим правилам. Если анализируемый участок удовлетворяет предложенным правилам, то его можно считать искомым, если нет – то поиск продолжается далее.

## 6. WAVELET-АНАЛИЗ

Вейвлет-анализ разработан для решения задач, эффективность решения которых при использовании традиционного анализа Фурье невысока, и находит все более широкое применение в исследовании и прогнозе временных рядов, будь то Интернеттрафик или биржевые котировки, обработке данных дистанционного зондирования, сжатии изображений и мультимедиаинформации, распознавании образов и речи, задачах связи, теоретической физике и математике. Имеется возможность использования Вейвлет-анализа для целей обработки биомедицинской информации (сигналов, изображений и т.д.).

Вейвлет (wavelet) - дословно значит «маленькая волна». Известно, что любой сигнал можно разложить на сумму гармоник (синусоид) разной частоты. Но синусоидальные волны бесконечны и не очень-то отслеживают изменения сигнала во времени. Чтобы уловить эти изменения, вместо бесконечных волн можно взять короткие «всплески» - совершенно одинаковые, но разнесенные по времени. Оказывается, этого недостаточно: надо добавить еще их всевозможные растянутые и сжатые копии.

Вот теперь сигнал можно разложить на сумму всплесков разного размера и местоположения. Это и есть вейвлет-анализ, который иногда называется всплеском.

Вейвлет-анализ возник при обработке записей сейсмодатчиков в нефтеразведке и с самого начала был ориентирован на локализацию разномасштабных деталей. Выросшую из этих идей технику теперь обычно называют *непрерывным вейвлетанализом*. Ее основные приложения: локализация и классификация особых точек сигнала, вычисление его различных фрактальных характеристик, частотно-временной анализ нестационарных сигналов. Например, у таких сигналов, как музыка и речь, спектр радикально меняется во времени, а характер этих изменений - очень важная информация.

Другая ветвь вейвлет-анализа - *ортогональный вейвлетанализ*. Главные применения - сжатие данных и подавление шумов.

### 6.1. Непрерывный вейвлет-анализ

Главными действующими лицами непрерывного вейвлет-анализа являются две функции, изображенные на рис. 11.

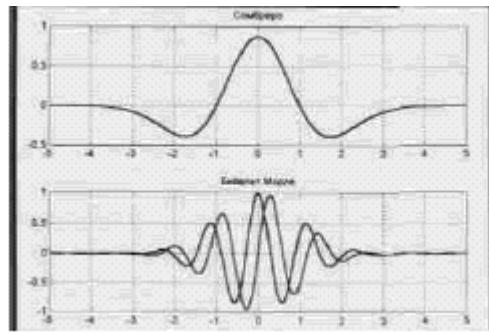


Рис.11. Примеры вейвлетов.

Это два самых популярных вейвлета: «сомбреро» (Mexican hat) и вейвлет Морле (Morlet wavelet). График любого вейвлета выглядит примерно так же. Вейвлет Морле - комплекснозначный, на рис. 11 изображены его вещественная и мнимая части. Для того чтобы функция  $\Psi(t)$  могла называться вейвлетом, должны выполняться два условия.

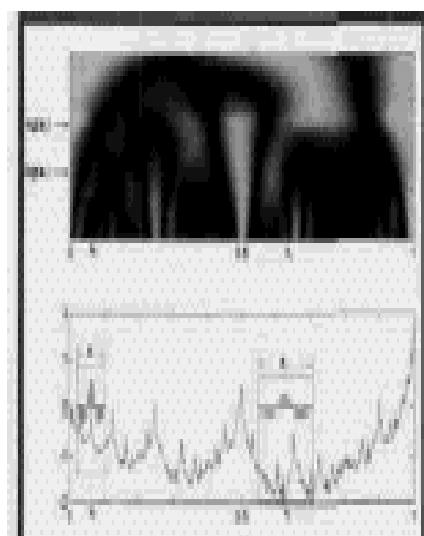
1. Ее среднее значение (то есть интеграл по всей прямой) равно нулю.
2. Функция  $\Psi(t)$  быстро убывает при  $t \rightarrow \pm\infty$ .

Теперь возьмем произвольный сигнал – некоторую функцию  $f(x)$  (переменную  $x$  будем называть временем), и произведем ее *вейвлет-анализ* при помощи вейвлета  $\Psi$ .

Результатом вейвлет-анализа этого сигнала будет функция  $Wf(x, a)$ , которая зависит уже от двух переменных: от времени  $x$  и от масштаба  $a$ . Для каждой пары  $x$  и  $a$  ( $a > 1$ ) порядок вычисления значения  $Wf(x, a)$  следующий.

1. Растирнуть вейвлет  $\Psi$  в  $a$  раз по горизонтали и в  $1/a$  раз по вертикали.
2. Сдвинуть его в точку  $x$ . Полученный вейвлет обозначим  $\Psi_{x,a}$ .
3. «Усреднить» значения сигнала в окрестности точки  $a$  при помощи  $\Psi_{x,a}$ .

На рис. 12 показано, что надо сделать. В нижней части изображен график функции  $f(x)$ , в верхней - условными цветами - распределение значений  $Wf(x, a)$ . По горизонтали – переменная  $x$ , по вертикали – ось  $a$  в логарифмическом масштабе, на которой маленькие масштабы расположены ниже больших. Самый маленький масштаб соответствует шагу сетки, на



которой задана исходная функция. Столбиками изображены графики  $\Psi_{x,a}$  при разных значениях  $a$  и  $x$ .

Рис.12. Результат работы вейвлета.

Выделенные участки графика исходной функции поточечно умножаются на значения оказавшихся над ними столбиков, потом все это суммируется. Абсолютная величина суммы определяет, какого цвета будет точка на верхней картинке (на рисунке эти точки обведены красными кружочками). Это делается для всех пар  $(x, a)$ .

Строгое определение выглядит так:

$$Wf(x, a) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\Psi}\left(\frac{t-x}{a}\right) f(t) dt \quad (6.1)$$

На математическом языке можно сказать, что при фиксированном значении  $a$   $Wf(x, a)$  есть свертка исходной функции с растянутым в  $a$  раз вейвлетом.

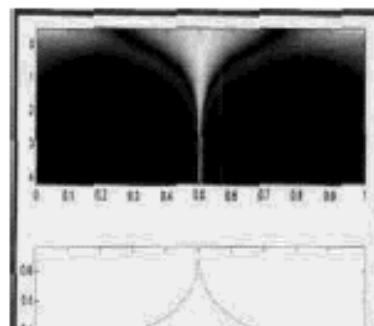


Рис.13. Результат работы вейвлета сомбреро.

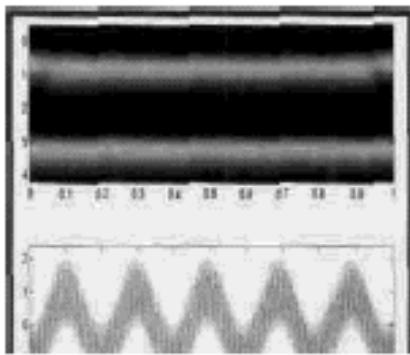


Рис.14. Результат работы вейвлета Морле

Посмотрим, какую информацию о сигнале можно получить из картинок, отражающих вейвлет-преобразование. На рис. 13 показано вейвлет-преобразование (с помощью «сомбреро») гладкой функции с единственной особенностью. Яркий конус точно указывает своей вершиной расположение этой особенности. Почему так происходит? На каждом уровне  $a = \text{const}$  стоит свертка  $f(x)$  с растянутой версией  $\Psi$ . В каждой точке это разность средних значений  $f$  по тем участкам, где  $\Psi_{x,a}$  положительна, и по тем, где она отрицательна. Так как среднее значение самой  $\Psi$  равно нулю, свертка напоминает «размазанную» производную данной функции. На малых масштабах размазывания почти нет, так как  $\Psi_{x,a}$  быстро убывает при удалении от  $x$ , и мы видим скачок вейвлет-преобразования (на картинке это более яркий цвет) вблизи самой особенности. На больших же масштабах растянутый вейвлет «задевает» особую точку, даже если он «приложен» к графику далеко от нее. Чем лучше вейвлет «сконцентрирован» во времени, тем точнее будет локализация особенностей.

Обратимся к рис. 14. В верхней части изображено вейвлет-преобразование (на этот раз с помощью функции Морле, она лучше приспособлена к частотно-временному анализу) суммы двух чистых гармоник. В нижней - вещественная часть самой этой суммы. Четко выделяются две яркие горизонтальные полосы вида  $a=a_1$  и  $a=a_2$ . Частоты гармоник легко определить по этим значениям; они пропорциональны  $1/a_1$  и  $1/a_2$ .

Итак, вейвлет-преобразование дает существенную информацию о поведении сигнала в частотной области. Как это происходит, легко понять, взглянув на преобразование Фурье самого вейвлета Морле  $\Psi(t)$ . Оно сконцентрировано вокруг некоторой выделенной частоты  $\omega_0 \neq 0$ . Поэтому преобразование Фурье вейвлета, растянутого в  $a$  раз, будет сконцентрировано вокруг частоты с  $\omega_0/a$ . Так как свертка функций эквивалентна их перемножению в частотной области, «строка»  $a=\text{const}$  на изображении вейвлет-преобразования показывает эволюцию изучаемой функции на

частотах, близких  $\omega_0 / a$ . Более подробно: умножение Фурье-спектра исходной функции на пик в точке  $\omega_0 / a$  в частотной области (то есть на Фурье-образе растянутого вейвлета) вырезает из этой функции все то, что дает вклад в ее спектр на частотах, близких  $\omega_0 / a$ . В результате получается развертка спектрального компонента по времени.

Для того чтобы такая схема давала осмысленные результаты, надо, чтобы Фурье-преобразование вейвлета было хорошо сконцентрировано вокруг  $\omega_0$ . С другой стороны, для локализации особенностей необходима концентрация во временной области. В основном из этих соображений и выбирались анализирующие вейвлеты «сомбреро» и Морле. Вейвлет Морле исторически был первой функцией, получившей это название.

## **6.2. Применение вейвлет-преобразования к обработке медицинских сигналов и изображений**

Вейвлет-преобразование стремительно завоевывает популярность в таких разных областях, как телекоммуникации, компьютерная графика и биология. Благодаря хорошей приспособленности к анализу нестационарных сигналов (то есть таких, чьи статистические характеристики изменяются во времени) оно стало мощной альтернативой преобразованию Фурье в ряде медицинских приложений. Так как многие медицинские сигналы нестационарны, вейвлетные методы используются для распознавания и обнаружения ключевых диагностических признаков, а также для сжатия изображений с минимальными потерями диагностической информации.

Преобразование Фурье представляет сигнал, заданный во временной области, в виде разложения по ортогональным базисным функциям (синусам и косинусам), выделяя таким образом частотные компоненты. Недостаток преобразования Фурье заключается в том, что частотные компоненты не могут быть локализованы во времени. Это и обуславливает его применимость только к анализу стационарных сигналов. Большинство медицинских сигналов имеет сложные частотно-временные характеристики. Как правило, такие сигналы состоят из близких по времени, короткоживущих высокочастотных компонент и долговременных, близких по частоте низкочастотных компонент.

Для анализа таких сигналов нужен метод, способный обеспечить хорошее разрешение и по частоте, и по времени. Первое требуется для локализации низкочастотных составляющих, второе - для разрешения компонент высокой частоты. Есть два подхода к анализу нестационарных сигналов такого типа.

Первый - локальное преобразование Фурье (short-time Fourier transform). Следуя по этому пути, мы работаем с нестационарным сигналом, как со стационарным, разбив его предварительно на сегменты (фреймы), статистика которых не меняется со временем. Второй подход - вейвлет-преобразование. В этом случае стационарный сигнал анализируется путем разложений по

базисным функциям, полученным из некоторого прототипа путем сжатий, растяжений и сдвигов. Функция-прототип называется *анализирующими*, или *материнским*, вейвлетом (motherwavelet), выбранным для исследования данного сигнала.

### **Выявление коронарной болезни сердца**

*Коронарная болезнь сердца* (coronary artery disease, CAD) является основной причиной смерти в индустриально развитых странах. Поэтому раннее выявление CAD считается одним из важнейших направлений кардиологических исследований. Разработано несколько диагностических методов, которые делятся на инвазивные (invasive) и неинвазивные (non-invasive). К инвазивным относятся:

*f* таллиевый тест, при котором пациенту вводится таллий-201 и делается серия снимков в гамма-лучах;

*f* катетеризация, при которой через большую артерию к сердцу подводится катетер, из него выпускается краска, поглощающая рентгеновские лучи, после чего проводится рентгеноскопия коронарных артерий.

К неинвазивным методам относятся традиционный осмотр со снятием анамнеза, электрокардиография и эхокардиография (ультразвуковое обследование). Здесь интересно рассмотрение двух последних методов.

### **Турбулентный кровоток**

Известно, что турбулентность кровотока является причиной звуков, анализ которых может оказаться очень полезным для раннего выявления сердечных аномалий. Важную информацию содержит и изменчивость *частоты сердечных сокращений* (ЧСС). Перечислим основные особенности этого сигнала.

Во временной области сигнал не является ни периодическим, ни полностью случайным. В частотной области он состоит в основном из трех спектральных пиков: высокочастотного (HF) пика – вблизи 0,20 Гц, низкочастотного (LF) – около 0,1 Гц, и сверх-низкочастотного (VLF) пика, называемого *1/f*-компонентом, поскольку его спектральная амплитуда растет с убыванием частоты.

Предварительные результаты применения вейвлет-анализа к этим сигналам внушают оптимизм. В случае ЧСС оцифрованный сигнал раскладывается по вейвлет-функциям на нескольких уровнях разрешения. На каждом уровне коэффициенты представляют собой детали, возникающие при переходе из одного масштаба в другой. Регрессионный анализ лог-лографиков вариации вейвлетных коэффициентов в зависимости от масштаба указывает на то, что наклон графиков этих сигналов различен у здоровых людей и у людей с множественными коронарными окклюзиями. Аналогичные наблюдения указывают на то, что сигналы диастолического сердечного тона у здоровых людей более гладкие, чем у больных. Кроме того, некоторые высокочастотные компоненты диастолического сердечного тона можно, по-видимому, ассоциировать с наличием коронарной болезни сердца.

Недавно F.Yang и W.Liao сообщили о создании теоретической модели сигнала ЧСС на основе вейвлет-преобразования. Хотя предложенные ими модель и разложение используются для прогнозирования действия гравитации на организм летчика, они легко адаптируются для медицинских целей.

### ***Выявление нерегулярных сердечных сокращений***

Многие люди, особенно в пожилом возрасте, иногда ощущают аномальные, или эктопические, желудочковые сокращения, не вызывающие никаких других симптомов. Однако значительное число преждевременных желудочковых сокращений (premature ventricular contractions, PVC's) может указывать на сердечную ишемию и вести к желудочковой фибрилляции, вызывая иногда острый сердечный приступ. Недавно для выявления эктопических сердечных сокращений и очистки сигнала ЭКГ от шумов были использованы вейвлеты. Эта техника, как и описанная выше, основана на разложении ЭКГ в ряд по вейвлетам на разных масштабах. Аномальные сокращения обычно располагаются на крупных (низкочастотных) масштабах, а нормальные структуры - на более мелких (высокочастотных) масштабах.

Еще одно успешное применение вейвлетной техники относится к вариациям частоты сердечных сокращений. Известно, что временные ряды интервалов между сердечными сокращениями нестационарны и демонстрируют сложное поведение.

Типичная особенность такого рода нестационарных сигналов – присутствие «рваных» структур, меняющихся со временем. Вид этих структур на ЭКГ изменяется при наличии сердечных аномалий. Р.С.Ivanov и др. сообщают о разработке вейвлетной техники, способной выявлять аномальные структуры на кардиограммах.

### ***Вейвлеты в электроэнцефалографии (ЭЭГ)***

Электроэнцефалография - это техника исследования, использующая измерения электрической активности мозга при помощи электродов, помещенных в определенные точки между кожей и черепом. ЭЭГ представляет собой сложный сигнал, статистические свойства которого зависят и от времени, и от места измерения. В этом смысле сигнал ЭЭГ нестационарен, а с динамической точки зрения он обладает хаотическим поведением.

### ***ЭЭГ в период приступа***

Точное определение анатомического источника электрических импульсов, являющихся следствием апоплексического удара или эпилептического припадка (или же вызывающего эти явления), необходимо для принятия решения о границах хирургического вмешательства у пациентов с тяжелыми формами лекарственно-резистентной частичной эпилепсии [5]. S.Blanco и соавторы продемонстрировали возможности систематического частотно-временного анализа ЭЭГ. Их метод дает точное описание временной эволюции ритма, возникающего при эпилептической активности. Предложенная ими техника в сочетании с анамнезом и

визуальным анализом ЭЭГ позволяет определить источник эпилептической активности и отследить ее распространение в мозге.

### ***Сжатие медицинских изображений с помощью вейвлетов***

Последнее из приложений вейвлет-анализа в медицине, о котором мы упомянем, – сжатие изображений. Цифровые изображения заменяют обычные во многих областях, и медицина не исключение. Но большой объем данных, заключенных в цифровых изображениях, сильно замедляет их передачу и удорожает хранение. Важнейшая задача сжатия изображений – сократить этот объем при сохранении приемлемого качества. Сжатие может быть достигнуто путем преобразования данных, разложения их по функциональному базису и последующего кодирования.

Природа сигналов и механизм человеческого зрения подсказывают использование базисов из функций, хорошо приближающих нестационарные сигналы, а также локализованных по времени и по частоте. Двумерное вейвлет-преобразование удовлетворяет этим условиям. Недавние исследования по вейвлетному сжатию медицинских изображений показывают, что эта методика позволяет сохранить диагностически значимые признаки, несмотря на некоторое снижение качества изображения и возникновение артефактов.

## **Список литературы**

1. Носач В.В. Решение задач аппроксимации с помощью персональных компьютеров. - М.: МИКАП, 1994. - 382 с.
2. Клиническая электроэнцефалография. / Под ред. Русинова В.С. - М.: "Медицина" , 1973 г. - 340 с.
3. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 312 с.
4. Биопотенциалы мозга человека. Математический анализ/ Под ред. В.С.Русинова; АМН СССР.-М.: Медицина, 1987, 256 с.
5. Василенко В.А. Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы.- Новосибирск: Наука, 1983.
5. Марпл.-Мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения /Пер. с англ. М.: Мир, 1990, 584 с.
7. Барановский А.Л., Калиниченко А.Н. и др. Кардиомониторы. Аппаратура непрерывного контроля ЭКГ. Под ред. А.Л.Барановского и А.П. Немирко. - М.: Радио и связь, 1993.- 248 с.

*Магрупов Талат Мадиевич,  
Васильева Стелла Александровна  
Арипова Махфузা Хашимовна,  
Гаибназаров Бобир Баходирович*

**Способы обработки биомедицинских  
сигналов и данных**

Учебно-методическое пособие

Ответственный за выпуск *Васильева С. А.*

Редактор *Покачалова Н.С..*  
Корректор

ЛР № 020565 от 23.06.1997 г. Подписано к печати 29.03.2002

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная  
Печать офсетная. Усл.п.л.- 4.5. Уч.-изд.л.- 4.3  
Тираж 100 экз. Заказ №

---

«С»  
Издательство Ташкентского государственного  
технического университета  
ГСП 17 А, Ташкент, Университетская, 2  
Типография Ташкентского государственного технического  
университета  
ГСП 17 А, Ташкент, 28, Мирабадская, 1