ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТОШКЕНТ АВТОМОБИЛ – ЙЎЛЛАР ИНСТИТУТИ

“АМАЛИЙ МЕХАНИКА” кафедраси

“Назарий Механика” фанидан “Даламбер принципи”мавзусида

МАЪРУЗА МАТНИ

ТОШКЕНТ 2011

Ушбу маъруза матни техника йўналиши бўйича таълим олувчи барча бакалаврлар учун қулайлик туғдириш мақсадида тайёрланган.

Маъруза матни “Амалий Механика” кафедраси мажлисида кўриб чиқилган ва тасдиқланган.

Баённома №   02.2011

DALAMBER PRINSIPI.

MA`RUZA. Dalamber prinsipi . 2 soat

TAYANCH SO'ZLARI VA IBORALARI

Mexanikaning prinsiplari, inersiya kuchi, inersiya kuchlarining bosh vektori, inersiya kuchlarining bosh momenti, nuqta uchun Dalamber prinsipi, mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi

MA`RUZA REJASI

1. Mexanikaning prinsiplari
2. Nuqta uchun Dalamber prinsipi
3. Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi
4. Masala

Mexanika fani ko'plab o'tkazilgan tajribalar, kuzatishlar va ilmiy tadqiqot ishlarini olib borish natijasida o'rnatilgan, bir qator asos qilib olingan qonunlarga tayanadi. Bu qonunlardan natija sifatida mexanikaning masalalari echiladigan barcha teorema va tenglamalarni keltirib chiqarish mumkin. ***Mexanikaning prinsiplari deb, boshlang'ich asos qilib olinadigan Shunday qonunlarga aytiladiki, bu qonunlardan mexanik sistemaning xarakati tenglamalari yoki muvozanat shartlari natija sifatida chiqariladi.***

Galiley va Nyuton tomonidan kashf qilingan klassik mexanikaning uchta qonuni bu prinsiplarga misol bo'ladi. Dinamikaning umumiy teoremalari va ulardan keltirib chiqariladigan mexanik sistemaning, xususan, qattiq jismning xarakat tenglamalari bu qonunlarning bevosita natijasi sifatida olinadi.

Ammo, mexanikada ba`zi masalalarni samarali usul bilan echishga olib keladigan boshqa prinsiplardan xam foydalaniladi. Bunday prinsiplar qatoriga Dalamber prinsipi xam kiradi.

Nuqta uchun Dalamber prinsipi.

Agar massasi m- ga teng bo'lgan erkin moddiy nuqtaga $\bar{F}$ - kuchi ta`sir etsa, bu kuch ta`sirida nuqta kuch bo'yicha yo'nalgan $\bar{a}$ tezlanish oladi, xamda Nyutonning ikkinchi qonuniga ko'ra

$$m\bar{a} = \bar{F} \qquad (1)$$

bo'ladi. (1) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumknn:

$$\bar{F} + (-m\bar{a}) = 0$$

yoki

$$\bar{F} + \bar{\Phi} = 0 \qquad (2)$$

Bunda $\bar{\Phi} = -m\bar{a}$ vektorini kuch deb qarash mumkin. Bu ***kuch miqdor jixatdan nuqta massasini uning tezlanishiga ko'paytmasiga teng va tezlanish yo'nalishiga teskari yo'naladi, xamda inersiya kuchi deb ataladi.*** (2)tenglik erkin nuqta uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: $\bar{F}$ ***kuchi ta`siridagi erkin moddiy nuqtaga xar onda inersiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar muvozanatlashadi.***

Erkin bo'lmagan nuqta uchun Dalamber prinsipini chiqarishda bunday nuqtaning xarakat tenglamasini

$$m\bar{a} = \bar{F} + \bar{N} \qquad (3)$$

shaklida olamiz. Bunda $\bar{N}$ -bog'lanish reaksiya kuchi.

(3)ni quyidagicha yozamiz:

$$\bar{F} + \bar{N} + \bar{\Phi} = 0 \qquad (4)$$

(4) tenglik erkin bo'lmagan nuqta uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi (rasm 1***): aktiv kuch va bog'lanish reaksiya kuchi ta`siridagi nuqtaga xar onda inersiya kuchini qo'ysak. bu kuchlar o'zaro muvozanatlashadi.***

Dalamber prinsipini ta`riflashda kiritilgan muvozanat tushunchasi shartli tushunchadir. Aslida $\bar{F}$ va $\bar{N}$ kuchlari ta`sir etayotgan nuqtaga inersiya kuchi qo'yilgan bo'lmaydi. Dalamber prinsipida inersiya kuchini nuqtaga qo'yilgan deb qarab, muvozanatni tekshirishdan maqsad dinamika masalalarini echishda statikaning muvozanat tenglamalaridan foydalanishdan iborat. Dalamber prinsipini moxiyati ana shundadir. ***Dalamber prinsipi erdamida dinamika masalalarini echishni formal ravishda statika masalalarini echishga keltiriladi.*** Shu sababli bu usulga ***kinetostatika usuli*** deyiladi.

Dinamika masalalarini echishda Dalamber prinsipidan, asosan, noma`lum kuchlarni (jumladan inersiya kuchi xam) topishda samarali foydalaniladi.

Nuqtaning tezlanishi urinma va normal tezlanishdan tashkil topadi:

$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n$, Shu sababli inersiya kuchi $\bar{\Phi} = -m\bar{a}$ ni xam 2 vektorning geometrik yig'indisi tarzida ifodalash mumkin

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_n + \bar{\Phi}_\tau \qquad (5)$$

bunda $\bar{\Phi}_\tau$ - urinma inersiya kuchi bo'lib,

$$\bar{\Phi}_\tau = -m\bar{a}_\tau \qquad (6)$$

$\bar{\Phi}_n$ normal inersiya kuchi bo'lib,

$$\bar{\Phi}_n = -m\bar{a}_n \qquad (7)$$

(6) va (7) ga ko'ra, urinma inersiya kuchi urinma tezlanishga teskari yo'naladi; normal inersiya kuchi esa , normal tezlanishga teskari yo'naladi.

Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi

Bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistema N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan bo'lsin. Bunday mexanik sistemaning xarakatini tekshirish uchun bog'lanishlardan bo'shatish xaqidagi aksiomadan foydalanamiz. Bu aksiomaga ko'ra sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanishlarni bog'lanish reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Bunday mexanik sistemani aktiv kuchlar va bog'lanish reaksiya kuchlari ta`siridagi erkin sistema deb qaraladi.

Sistemaning xar bir M_k, nuqtasi uchun Dalamber prinsipini yozamiz:

$$\bar{F}_k + \bar{N}_k + \bar{\Phi}_k = 0 \qquad (k = 1,2\ldots, N) \qquad (8)$$

bunda $\overline{F}_k - M_k$ - nuqtaga ta`sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta`sir etuvchisi; $\overline{N}_k$ - Shu nuqtaga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarining teng ta`sir etuvchisi; $\overline{\Phi}_k = -m_k a_k \ldots M_k$ - nuqtaning inersiya kuchi.

(8) tenglamalar sistema uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: ***aktiv kuch va bog'lanish reaksiya kuchlari ta`siridagi sistemaning xar bir nuqtasiga xar onda inersiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar sistemasi muvozanatlashadi.***

Sistema nuqtalariga ta`sir etuvchi kuchlar qatoriga inersiya kuchlarini xam kiritib, sistema uchun chiqarilgan Dilamber prinsipidan bu kuchlar uchun 6 muvozanat shartlarini olish mumkin. Bu 6 muvozanat shartlari xuddi statikadagi qattiq jismga qo'yilgan kuchlarning muvozanat shartlariga o'xshash bo'ladi. Xaqiqatdan xam, (8) tenglamalarni qo'shib, quyidagini yozamiz:

$$\sum \overline{F}_k + \sum \overline{N}_k + \sum \overline{\Phi}_k = 0 \qquad (9)$$

yoki

$$\overline{R}' + \overline{N}' + \overline{\Phi}'' = 0 \qquad (10)$$

bunda $R' = \sum \overline{F}_k$ - aktiv kuchlarning bosh vektori; $N' = \sum \overline{N}_k$ - reaksiya kuchlarining bosh vektori;

$$\overline{\Phi}'' = \sum \overline{\Phi}_k \qquad (11)$$

sistema nuqtalari inersiya kuchlarining bosh vektori.__(10) tenglamalardan ko'ramizki, ***bog'lanishdagi mexanik sistema uchun aktiv kuchlar reaksiya kuchlari va sistema nuqtalari inersiya kuchlarining bosh vektorlarini geometrik yig'indisi xar onda nolga teng bo'ladi.***

(8) tenglamalarning xar birini M_k - nuqtaning radius-vektori $\bar{r}_k$ ga vektorli ko'paytirib qo'shsak:

$$\sum \left[\bar{r}_k \cdot \overline{F}_k\right] + \sum \left[\bar{r}_k \cdot \overline{N}_k\right] + \sum \left[\bar{r}_k \cdot \overline{\Phi}_k\right] = 0$$

eki

$$\sum m_0(\overline{F}_k) + \sum m_0(\overline{N}_k) + \sum m_0(\overline{\Phi}_k) = 0$$

yoxud

$$\overline{M}_o^F + \overline{M}_0^N + \overline{M}_0^u = 0 \qquad (12)$$

bo'ladi. Bunda $\overline{M}_0^F = \sum m_0(\overline{F}_k)$-0 markazga nisbatan aktiv kuchlarning bosh momenti; $\overline{M}_0^N = \sum m_o(\overline{N}_k) - 0$ markazga nisbatan reaksiya kuchlarining bosh momenti;

$$\overline{M}_o^u = \sum \overline{m}_0(\overline{\Phi}_k) \qquad (13)$$

O markazga nisbatan sistema nuqtalari inersiya kuchlarining bosh momenti.

(13) dan ko'ramizki, ***boshlanishdagi mexanik sistema uchun aktiv kuchlar, reaksiya kuchlari va sistema nuqtalari inersiya kuchlarining ixtiyoriy qo'zg'almas markazga nisbatan bosh momentlarini geometrik yig'indisi xar onda nolga teng bo'ladi.***

(9) va (12) tenglamalarni koordinata o'qlariga proeksiyalab, 6 muvozanat tenglamalarini olamiz:

$$\begin{aligned}
&\sum X_k + \sum N_{kx} + \sum \Phi_{kx} = 0\\
&\sum Y_k + \sum N_{ky} + \sum \Phi_{ky} = 0\\
&\sum Z_k + \sum N_{kz} + \sum \Phi_{kz} = 0\\
&\sum M_x(\overline{F}_k) + \sum m_x(\overline{N}_k) + \sum m_x(\overline{\Phi}_k) = 0 \qquad (15)\\
&\sum M_y(\overline{F}_k) + \sum m_y(\overline{N}_k) + \sum m_y(\overline{\Phi}_k) = 0\\
&\sum M_z(\overline{F}_k) + \sum m_x(\overline{N}_z) + \sum m_z(\overline{\Phi}_k) = 0
\end{aligned}$$

Agar sistemaning xar bir nuqtasiga qo'yilgan kuchlarni ichki va tashqi kuchlarga ajratsak, u xolda ichki kuchlarning xossasiga binoan

$$\sum \overline{F}_k^i = 0 \qquad \sum m_0(\overline{F}_k^i) = 0 \qquad (16)$$

bo'lgani uchun (16) tenglamalardan tashqi kuchlar va inersiya kuchlarining muvozanat shartlarini xuddi (9), (12) ga o'xshash tenglamalar bilan ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned}
&\sum \overline{F}_л^e + \sum \overline{\Phi}_k = 0\\
&\sum m_0(\overline{F}_k^e) + \sum m_0(\overline{\Phi}_k) = 0 \qquad (17)
\end{aligned}$$

(11) va (14) ga ko'ra (17) ni quyidagicha yozamiz:

$$\begin{aligned}
&\sum \overline{F}_k^e + \overline{\Phi}^u = 0\\
&\sum m_0(\overline{F}_k^e) + \overline{M}_0^u = 0 \qquad (18)
\end{aligned}$$

(18) tenglamalarning afzalligi Shundan iboratki, bu tenglamalarda ichki kuchlar qatnashmaydi, Shu sababli sistema dinamikasining ko'pgina masalalarni echishda bu muvozanat shartlaridan foydalanish qulay bo'ladi.

(18) tenglamalarni masalalar echishda qo'llash uchun inersiya kuchlarining bosh momentini xisoblashni bilish kerak.

Inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momenti

Inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momentini xisoblash uchun sistema massalar markazining xarakati xaqidagi va kinetik momentining o'zgarishi xaqidagi teoremalardan foydalanish qulay bo'ladi. Bu teoremalarni ifodalovchi tenglamalarni

$$\begin{aligned}
&m\bar{a}_c = \sum \overline{F}_k^e\\
&\frac{d\overline{K}_o}{dt} = \sum m_0(\overline{F}_k^e) \qquad (19)
\end{aligned}$$

ko'rinishda ezish mumkin. Bunda M sistemaning massasi; $\overline{a}_c$ -massalar markazining tezlanishi; $\overline{K}_0$-sistemaning O markazga nisbatan kinetik momenti.

(19) tenglamalarni (18) bilan solishtirib

$$\overline{\Phi}^u = -M\overline{a}_c$$

$$\overline{M}_o^u = -\frac{d\overline{K}_0}{dt} \qquad (20)$$

munosabatlarni olamiz.

Shunday qilib, ***ixtiyoriy mexanik sistema (qattiq jism) inersiya kuchlarining bosh vektori miqdor jixatdan sistema massasini mazkur sistema (qattiq jism) massalar markazining tezlanishiga ko'paytmasiga teng bo'ladi va bu tezlanishga teskari yo'naladi; inersiya kuchlarining O markazga nisbatan bosh momenti esa, miqdor jixatdan sistema (qattiq jism) kinetik momentidan vaqt bo'yicha olingan birinchi xosilasiga teng, yo'nalishi unga teskari bo'ladi.***

Qattiq jism ilgarilanma, qo'zg'almas o'q atrofida aylanma yoki tekis parallel xarakatda bo'lganda inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momentini xisoblashni ko'ramiz.

1. **Ilgarilanma xarakat.** Jism ilgarilanma xarakatda bo'lganda massa markazi atrofida aylanmaydi. Shu sababli $\sum m_c(\overline{F}_k^e) = 0$ va (18) ga ko'ra $\overline{M}_c^u = 0$ bo'ladi. Shunday qilib, ***ilgarilanma xarakatdagi qattiq jismning inersiya kuchlari massa markazidan o'tuvchi va*** $\overline{\Phi}^u = -M\overline{a}_c$ ***ga teng bitta teng ta`sir etuvchi keltiriladi.***

2. **Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakat.** Agar jism qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakatda bo'lsa, u xolda inersiya kuchlari umumiy xolda biror ixtiyoriy O nuqtaga qo'yilgan $\overline{\Phi}^u$ kuchiga va momenti $\overline{M}_o^u$ ga teng bo'lgan juftga keltiriladi . Dastlab jismning aylanish o'qi Z ga nisbatan inersiya kuchlarining bosh momenti M_z^u ni xisoblaymiz; buning uchun (20) ni ikkinchisini z o'qiga proeksiyalaymiz $M_z^u = -\dfrac{dkz}{dt}$. Ammo Ko'rilayotgan xolda $K_z = J_z\omega$ bo'lgani uchun

$$M_z^u = -J_z \cdot \varepsilon \qquad (22)$$

tenglikni olamiz. Bunda J_z-aylanish o'qiga nisbatan jismning inersiya momenti. (22) dagi manfiy ishora inersiya kuchlarining aylanish o'qiga nisbatan bosh momenti M_z^u jismning burchak tezlanishi ε ga teskari yo'nalganligini ifodalaydi.

Xususiy xolda, agar aylanish o'qi jismning moddiy simmetriya o'qi bilan ustma-ust tushsa, u xolda jismning massa markazi simmetriya o'qida etadi va qo'zg'almas bo'ladi. Bunda $\overline{a}_c = 0$ bo'lgani uchun inersiya kuchlarining bosh vektori $\overline{\Phi}^u = 0$ bo'ladi. Binobarin, ***bu xolda qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan qattiq jismning inersiya kuchlari, momenti (22) aniqlanadigan bitta juft kuchga keltiriladi.*** Jism simmetriya o'qiga ega bo'lgani uchun bu juft kuch aylanish o'qiga tik tekislikda yotadi.

3. **Tekis parallel xarakat.** Faraz qilaylik, jism π simmetriya tekisligiga ega bo'lsin va unga parallel ravishda xarakatlansin. Bu xolda inersiya kuchlari jismning massa markaziga qo'yilgan, (21) formula erdamida aniqlanadigan $\bar{\Phi}^{u}$ kuchiga va jismning simmetriya tekisligida yotuvchi bitta juftga keltiriladi, xamda mazkur juftning momenti xam (22) formuladan aniqlanadi, bunda J_z-massa markazidan xarakat tekisligiga tik ravishda o'tuvchi o'qqa nisbatan jismning inersiya momenti.

Shunday qilib, Ko'rilayotgan *tekis parallel xarakat uchun inersiya kuchlari (21) formuladan aniqlanadigan va massa markaziga qo'yilgan* $\bar{\Phi}^{u}$ *kuchiga, xamda simmetriya tekisligida yotuvchi va momenti (22) formuladan aniqlanadigan bitta juft kuchga keltiriladi .*

Massalalar echishda (21) va (22) formulalar yordamida inersiya kuchining bosh vektori va bosh momentini moduli xisoblanadi, ularning yo'nalishi esa rasmda ko'rsatiladi.

Tekshirish uchun savollar

1. Mexanikaning prinsiplari qaerdan kelib chiqqan?
2. Nuqta uchun Dalamber prinsipini ta`riflang.
3. Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipini ta`riflang.
4. Inersiya kuchlarining bosh vektori nimaga teng?
5. Inersiya kuchlarining bosh momenti nimaga teng?
6. Qattiq jismni ilgarilanma xarakatida inersiya kuchlari nimaga keltiriladi?
7. Qattiq jismni qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakatida inersiya kuchlari nimaga keltiriladi?
8. Qattiq jismni tekisparallel xarakatida inersiya kuchlari nimaga keltiriladi?
9. Qachon inersiya kuchlari 0 teng bo'ladi?
10. Ichki kuchlarning xossalarini keltiring.