

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

Al-Xorazmiy nomli Urganch Davlat Universiteti

Qo'lyozma huquqida

5440200 – «Mexanika» yo`nalishi talabasi

Qurbonboyeva Binafsha Jumaboyevnaning

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Mavzu: Garmonik signal tarqalish masalasini yechish.

Ish ko'rib chiqildi va himoyaga ruxsat berildi

«Amaliy matematika va

matematik fizika» kafedrası

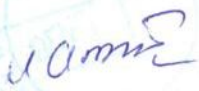
mudiri:  f.-m.f.n. Mamedov O.A.

«__» __ iyun __ 2012 y. 

Ilmiy rahbar:

f.-m.f.d. dots. O'razboyev G'.U.

Taqrizchi:

f.-m.f.n., dots. Aminov U. 

Urganch – 2012 y.

MUNDARIJA

Kirish	3
1-§ Oddiy to'liqin tenglamasi va uni xarakteristikalar usulida yechish	5
2-§ Gormonik signal tarqalish masalasi. Elektronlarning prolyotli klistronda gruppalanishi	9
3-§ To'ntariluvchi to'liqin spektri.....	17
Foydalanilgan adabiyotlar.....	27

Kirish.

Gaz dinamikasi va gidrodinamika masalalarini yechishda ishlatila boshlangan nazariyalar natijasida XIX asrda nochiziqli to'liqin nazariyasi vujudgaga keldi. Masalan, suyuqlik yuzasidagi solitonlarni o'rganish Dj. Skott Russel tomonidan 1830-1840 yillarda o'rganilishi natijasida bu solitonning matematik ifodasi sifatida 1895 yilda Korteveg-de Vriz tenglamasi topildi. Nochiziqli to'liqinlar nazariyasi bilan o'z davrida Puasson, Stoks, Eyri, Reley, Bussinesk, Rimanlar ham shug'ullanishgan. Lekin, XIX asrning 60-70 yillarida nochiziqli to'liqinlar nazariyasi rivojlanishi natijasida u fan sifatida e'tirof etildi.

Bu rivojlanishning asosiy sababi sifatida turli muhitda to'liqin tarqalish tenglamalarini ifodalovchi xususiy hosilali tenglamalarning hisoblash usullari yordamida sonli yechimlarining olinganini e'tirof etish mumkin.

E.Fermi, Dj.Past, S.Ulan tomonidan 1940 yilda birinchi EHM yordamida olingan natija nochiziqli to'liqinlar nazariyasida katta burilish yasadi. Shuningdek, N.Zabuska va M. Kruskal tomonidan sonli eksperiment natijasida solitonning ajoyib xususiyatlari aniqlandi.

Ikkinchi sabab sifatida, xususiy hosilali nochiziqli tenglamalarni analitik yechimlarini aniqlash uchun matematik apparatning yaratilganligini ko'rsatish mumkin. Bu meyodlarning yaratilishi, birinchi navbatda sochilish nazariyasining teskari masalasi usuli fizik va matematiklarda katta qiziqish uyg'otdi. Bu metodlarning samarasi sifatida solitonlar nazariyasi matematik fizikaning alohida yo'nalishi sifatida ajralib chiqdi.

Fizikaning turli sohalaridagi nochiziqli hodisalarga bo'lgan qiziqish bu fanning rivojlanishi uchun yana bir sabab sifatida ko'rsatish mumkin. Ya'ni nochiziqli akustika, elektronika, plazmalar fizikasida nochiziqli to'liqinlarni o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi.

Fanning turli sohalarida yuzaga kelgan bunday hodisalarni umumlashtirgan holda kanonik tenglamalarga keltirishga harakatlar boshlandi. Bu sayi-harakatlar natijasida nochiziqli to'liqinlar nazariyasi fani vujudga keldi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishida noxiziqli to'liqlar nazariyasida asosiy o'rinni egallagan oddiy to'liqlar tenglamasining yechimini xarakteristikalar usulida topish, garmonik signal tarqalish masalasi o'rganilgan.

§.1 Oddiy to'liqin tenglamasi va uni xarakteristikalar usulida yechish.

Nochiziqli to'liqlarni o'rganishni dispersiyasiz muhitdagi oddiy to'liqin tenglamasini

$$u_t + uu_x = 0 \quad (1)$$

o'rganishdan boshlaymiz.

Bu tenglama misolida asosiy nochiziqli effektlarni, zarur tushuncha va terminlarni o'rganamiz.

(1) tenglama oddiy ko'rinishga lekin, x o'qi bo'ylab o'zaro ta'sirlashmay xarakatlanuvchi zarralar oqimini ifodalovchi fizikaviy sistemaga misol bo'ladi. Yakkalangan zarraning erkin harakat tenglamasi

$$\frac{dx}{dt} = u \quad (2)$$

$$\frac{du}{dt} = 0 \quad (3)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu yuerda u -zarraning tezligi. (3) tenglamani xususiy xosila yordamida yozsak, u holda (1) tenglama xosil bo'ladi. Endi $u(x,t)$ fazoning berilgan nuqtasida, berilgan vaqt momentida oqim tengligini ifodalaydi.

Shunday qilib (2) tenglamani qanoatlantiruvchi (x,t) tekislikda berilgan chiziqlar, (1) xususiy hosilali tenglama, (3) to'liq diffrensialli tenglamalar ekvivalentdir. Bu chiziqlar xarakteristikalar, (3) tenglama (1) tenglamaning xarakteristik fo'rmasi deyiladi. Bu xolatda xarakteristikaning fizikaviy ma'nosi shundayki u zarraning traektoriyasini ifoda etadi.

$$u_t + V(u)u_x = 0 \quad (4)$$

Umumiyroq bo'lgan tenglama uchun ham (3) tenglama xarakteristik fo'rma bo'ladi, lekin (2) xarakteristik tenglama o'rniga

$$\frac{dx}{dt} = V(u) \quad (5)$$

tenglama o'rinli bo'ladi. (3) tenglikka asosan (5) tenglamadagi $\frac{dV}{dt}$ xosila ham nolga teng bo'ladi:

$$\frac{dV}{dt} = 0$$

Shunday qilib (1) tenglamaga ekvivalent ravishda (4) tenglamani quyidagicha yozish mumkin.

$$V_t + VV_x = 0$$

Umuman olganda xarakteristik tenglamani oshkor ko'rinishda topib bo'lmaydi, ya'ni (2) tenglamada u noma'lum qiymat qatnashgan.

Biroq (2) va (3) tenglamalar birgalikda qaralsa u xolda xarakteristiklarni qurish va ularni yechish imkonini beradi. Yechimni bunday usulda topish xarakteristikalar usuli sifatida ma'lumdir.

Qaralayotgan xolda (3) tenglamaga asosan u xarakteristikada o'zgarmas sifatida qatnashib u (x,t) tekislikda to'g'ri chiziqni ifodalaydi.

Shunday qilib (1) tenglamani yechimini topish U qiymatga og'ishgan to'g'ri chiziqlar oilasini qurishga keltiriladi.

Qaralayotgan masalani

$$\begin{cases} x(t=0) = \xi, \\ u(t=0; x) = f(\xi) \end{cases}$$

boshlang'ich shartlar (bu yerda ξ - zarraning boshlang'ich koordinatasi) yordamida (2 va (3) tenglamalarni integrallasak

$$x = \xi + f(\xi)t \quad (6)$$

xosil bo'ladi.

Bunday yondashuvda x erksiz o'zgaruvchi, ξ va t erkli o'zgaruvchi vasifasini bajaradi, ya'ni

$$x = x(\xi, t)$$

Qaralayotgan masalani ushbu

$$\begin{aligned} t = (x = 0) &= \tau \\ u(x = 0, t) &= f^{-1}(\tau) \end{aligned}$$

boshlang'ich shartlar bilan qarasak (τ - vaqt momenti), ya'ni zarra shunday sohaga chiqadiki bu soha chegarasida zarra siljiydi, bu xolda $x\tau$ erkli o'zgaruvchi bo'ladi: $t = t(x, \tau)$. Bu yechimni (6) yechim bilan birgalikda qarasak.

$$t = \tau + f(\tau)x \quad (7)$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Bunday yondashish Lagranj o'zgaruvchilari orqali ifodalashdir. Bunda oqimdagi zarracha xarakati aloxida o'rganiladi. x va t ni erkli o'zgaruvchi sifatida qabul qilinishi Eyler o'zgaruvchilari orqali ifodalash deyiladi. (6) va (7) ifodalardagi ξ va τ o'zgaruvchilarni x, t va u orqali ifodalasak natijada

$$u(x, t) = f(x - ut)$$

Riman yechimi xosil bo'ladi.

Bir biriga yaqin joylashgan xarakteristikalarining kesishish sharti (6) tenglama uchun

$$\frac{\partial x}{\partial \tau} = 1 + f'(\tau)t = 0 \quad (8)$$

ko'rinishda (7) tenglama uchun

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 1 + f' x = 0 \quad (9)$$

ko'rinishda bo'lishi ravshan. Bu yerda f' mos ravishda $\frac{\partial f}{\partial \xi}$ va $\frac{\partial f}{\partial \tau}$ ni bildiradi. Bu shartlar u_x va u_t xosilalarning cheksizlikka intilishini bildiradi. Ravshanki, to'lginning “tumshiq chiqish” xolati $f < 0$ $u|f'|$ maksimal qiymatga erishganida sodir bo'ladi, ya'ni birinchi xolatda

$$t^* = \frac{1}{f'_{\max}}$$

vaqt momentida ikkinchi xolatda

$$x^* = -\frac{1}{f'_{\max}}$$

nuqtada erishadi.

Bir-biri bilan ta'sirlashmaydigan zarralar oqimida “tumshiq chiqish” xolati zarralarning bir-birining quvish xolati bilan ifodalanadi xarakteristikalar esa zarrachaning traektoriya tenglamasini ifodalaydi.

§.2. Gormonik signal tarqalish masalasi

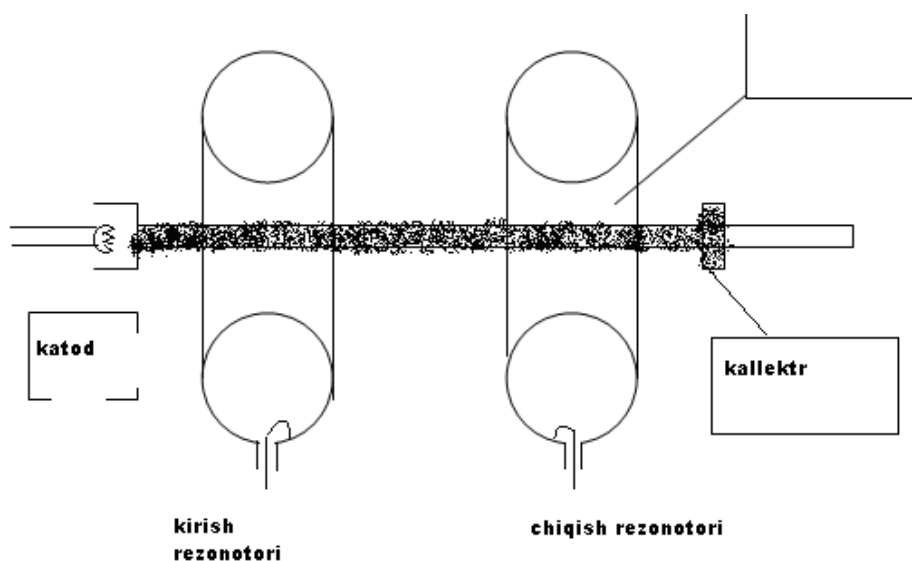
Elektronlarning prolyotli klistronda gruppalanishi

Quyidagi chegaraviy shart bilan berilgan masalani qaraymiz.

$$u(x=0; \tau) = u_0 + a \sin(\omega \tau) \quad (10)$$

Bu ko'rinishdagi masala prolyotli klystron masalasi uchraydi.

Ikki rezonatorli klistronning sxemasi 1-rasmda berilgan.



1-rasm Ikki rezonatorli klistronning sxemasi.

X=0 tekislikda hajmiy rezonatori uskuna o'rnatilganki ω chastata bilan joylashgan bu yuqori chastotali elektromagnit tebranishni hosil qiladi, bu chastata rezonatorni xususiy ω_0 chastatasiga yaqindir.

Rezanotor shunday tuzilganki uning orasidagi sohani bir jinsli maydon deb hisoblash mumkin.

Oddiylik uchun cheksiz kichik oraliqni qarash bilan chegaralanamiz .

Bu oraliq orasidan elektron maydoninig parallel kuchlar yo'nalishida elektronlar oqib o'tadi.

Agar modullanuvchi V_1 orliq devoiridagi bosim amplitudasi V_0 tezlanuvchan bosimdan kam bo'lsa u holda modulatsiyani sinusoidal deb hisoblab va (10) tenglikdan foydalanamiz, bu yerda

$$\alpha = \frac{u_0 V_1}{2V_0}$$

Rezonotordan chiqqan elektronlar erkin soxaga o'tadi, bu soxada elektronlar erkin soxaga o'tadi, bu sohada elektronlar erkin harakat qiladi.

Agar Klon kuchini etiborga olmasak bu sohada harakatlanayotgan elektronlar oqimning harakati (1) tenglamaga bo'y sunadi.

(2) tenglamani integrallasak

$$t = \tau + \frac{x}{u_0 + a \sin(\omega \tau)}$$

shu tenlik hosil bo'ladi.

$$\theta = \omega t, \quad \theta_0 = \omega \tau$$

belgilashlarni kritsak, u holda

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega x}{u_0 + a \sin \theta_0} \quad (11)$$

$a \ll u_0$ deb hisoblab quyidagini taxminan yozishimiz mumkin.

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega x}{u_0} - X \sin \theta_0 \quad (12)$$

Bu yerda $X = \frac{\omega a x}{u_0^2}$. (12) tenglama bizga (x, θ) maydonda 2-rasmda keltirilgan xarakteristikani tuzishimizga yordam beradi.

Bir elektron 2-chi elektronni quvib o'tish momentini topish uchun (9) tenglikdan foydalanishga to'g'ri keladi

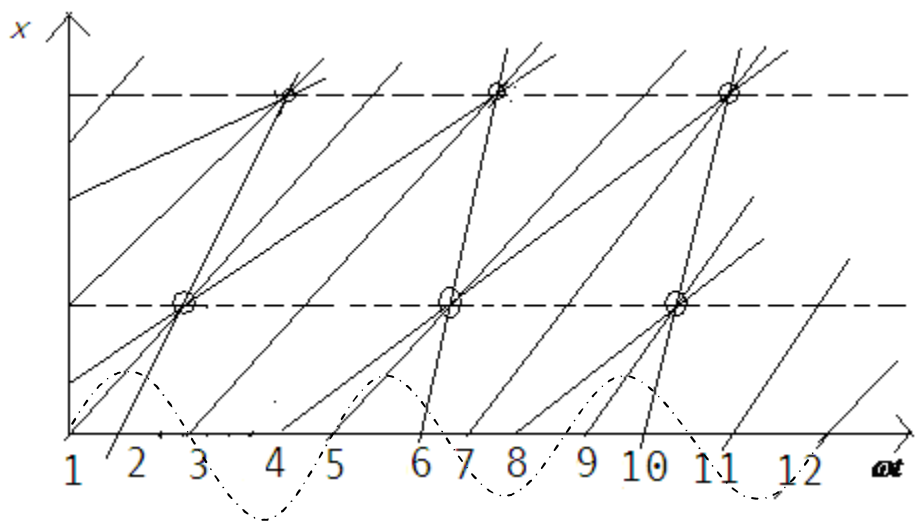
$$\frac{\partial \theta}{\partial \theta_0} = 1 - X \cos \theta_0 \quad (13)$$

Bu ifoda X ning qanday eng kichik qiymatida θ no'lga aylanishini topishimiz kerak. Ravshanki bu

$$X = 1, \quad \cos \theta_0 = 1 \quad (14)$$

holatga to'g'ri keladi.

Elektron oqimining tezligi bo'yicha modullashgan harakat Dref fazosida ketma ketlik holatida ifodalanar ekan. Ketma ketlik ω chastata orqali aniqlanadi.



2 –rasm. Gormonik signal tarqalishmasalasining xarakteristikalari.

Bu hodisa elektronlarni gruppalash deb nomlanadi.

2-rasmda xarakteristikalari bukilish va sinish sohasi aniq ko'ringan.

Boshlang'ich fazosi $\theta_0 = 2\pi n$, bo'lgan elektronlar, egilishi elektronlar atrofida

ro'y beradi va sinishi esa $\theta_0 = 2\pi n + \pi$ kordinatali elektronlar atrofida

bo'ladi. Shunday tarzda tokning o'zgaruvchan tashkil etuvchilari paydo

bo'ladi. Bu hosil bo'lgan to'k yordamida boshqa bir rezonotor bilan tasr

ko'rsatsa chiquvchi signalni kuchayishiga erishamiz. Tokni uzliksizlik teklamasini orqali ham topish mumkin, u holda Lagranj o'zgaruvchilari quyidagi ko'rinishni oladi.

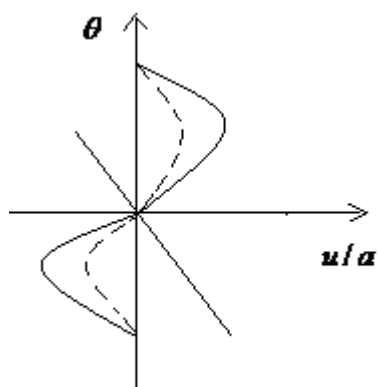
$$I d\theta = I_0 d\theta_0 \quad (15)$$

Bu yerda I – tok $I_0 = I(x=0) = \text{const}$ (13) munosabatni (15) tenglikka qo'yib,

$$I = \frac{I_0}{1 - X \cos \theta_0} \quad (16)$$

tenglikni olamiz.

Bundan ko'rinadiki, bir elektron 2-sini quvib yetganda tok cheksizlikka aylanadi. $X \gg 1$ bo'lganda doimo shunday 2 ta nuqta hosil bo'ladiki bu nuqtalar fazoviy foksalar deb ataladi.



3-rasm. To'lqin profilining grafik taxlili.

Fazoviy foksalarining trayektoriyasi

$$1 - X \cos \theta_0 = 0$$

tenglama orqali topiladi. Zarralarning guruppalanishini grafik usulda taxlil qilish qulqyuroq. Xarakterlanayotgan hisob sistemaga o'tamiz.

$$u' = u - u_0 \quad \theta' = \theta - \frac{\omega x}{u_0}$$

bu ifodalarni (10) (12) tengliklarga qo'ysak va shtrixlarni tushirib qoldirsak, u holda quyidagini olamiz .

$$u(\theta_0) = a \sin \theta_0, \quad \theta = \theta_0 - X \sin \theta_0$$

Bu tengliklardan

$$u = a \sin(\theta + \frac{uX}{a}) \quad (2.17)$$

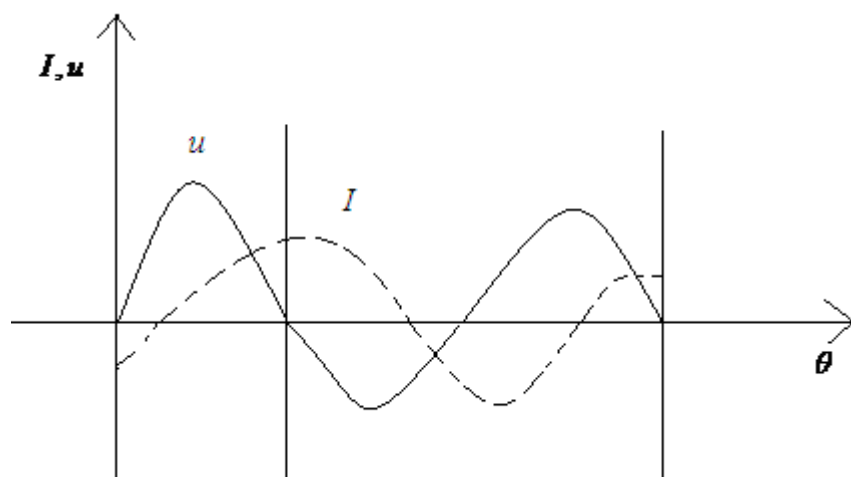
olamiz. Bu tenglikni θ bo'yicha yechib quyidagini olamiz.

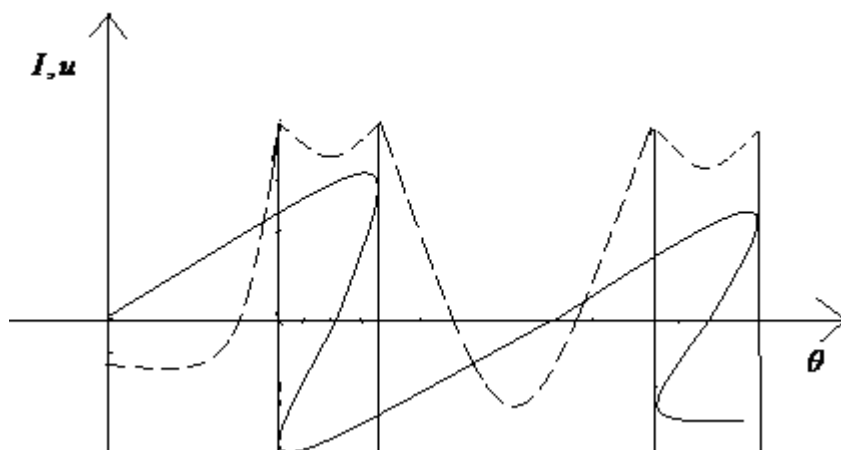
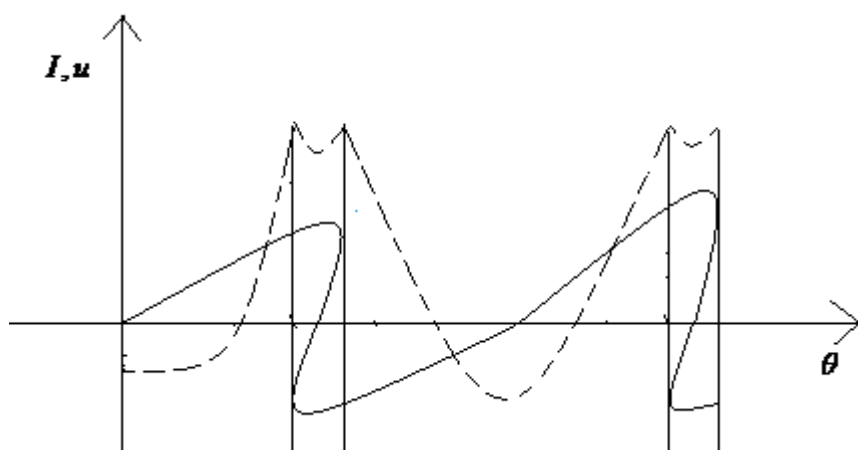
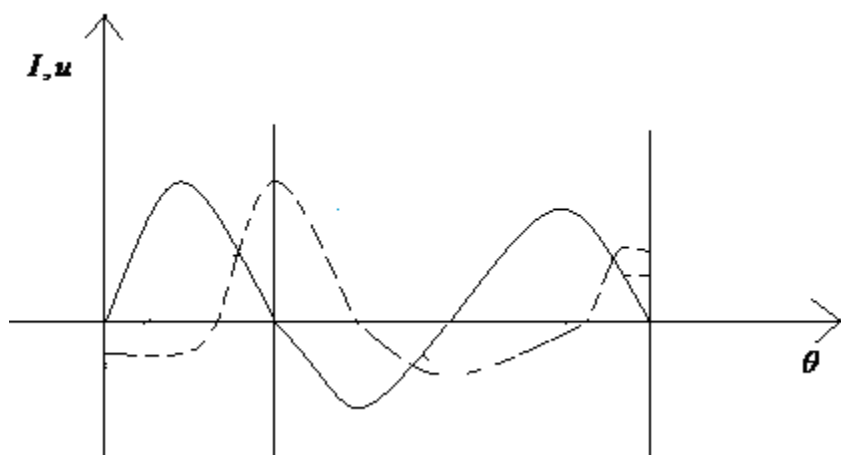
$$\theta = \arcsin(\frac{u}{a}) - \frac{uX}{a} \quad (2.18)$$

Endi $\theta = \arcsin(\frac{u}{a})$ va $\theta = -\frac{uX}{a}$ funksiyalarning grafiklarini tuzamiz. (3-rasm)

Birinchi funksiya chiquvchi sinusoidal qo'zgalishni ifodalasa 2-si

x o'qiga nisbatan burchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziqlarni ifodalaydi.





4-rasm. u tezlik I tok profilining kesimlari.

Bu bog'lanishning x turli qiymatlarida grafik ravishda o'rgansak u holda zarralarning guruhlanish holatini hosil qilamiz. 4rasmda $u(\theta)$ tezlikdagi

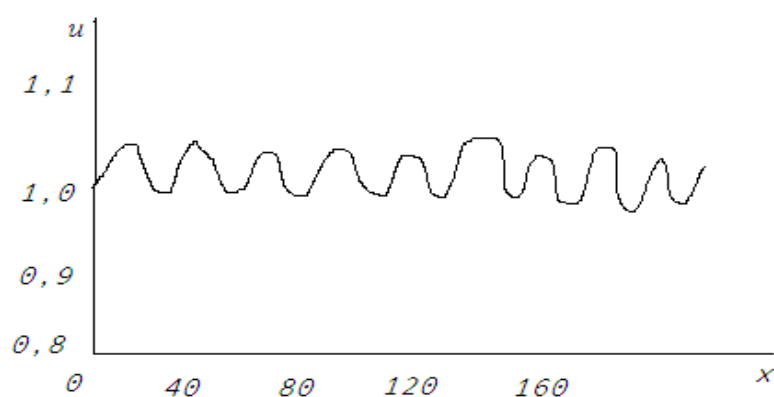
profillar ko'rsatilgan.

Bu profillar oqimning turli kesimlardagi va ularga mos $I(\theta)$ tok profillari va (16) tengliklarga mos ravishda qurilgan.

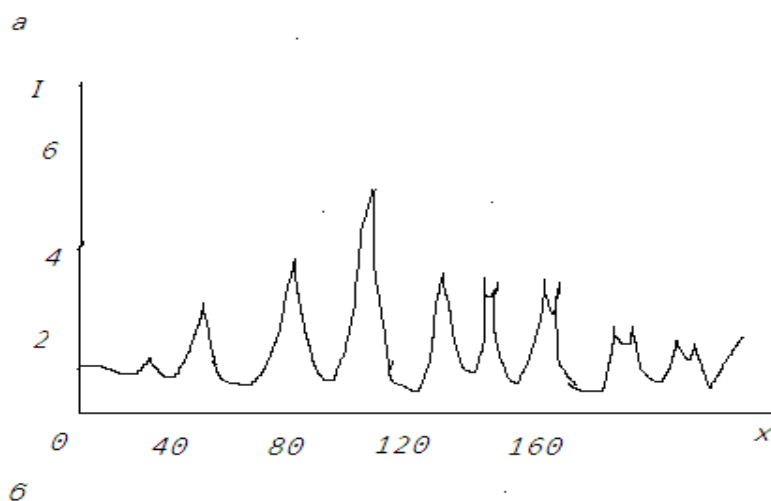
rasmga solishtirish uchun $u(x)$ va $I(x)$ o'rtasidagi bog'lanishlar keltirilgan.

12taxminiy yechim o'rniga 11 aniq yechindan foydalansak u holda (17)

(18) tengliklarning o'rniga



a



5-rasm. O'zaro tasrlashmaydigan zarrachalar oqimining vaqtning biror momentida a) u tezlikning taqsimlanishi , b) I tokning fazoviy taqsimlanishi.

$$u = a \sin\left(\theta + x \frac{\frac{u}{a}}{1 + \frac{u}{u_0}}\right) \quad \theta = \arcsin\left(\frac{u}{a}\right) - X \frac{\frac{u}{a}}{1 + \frac{u}{u_0}}$$

Ushbu tengliklarga ega bolamiz.

Bunda 3-rasmdagi to'g'ri chiziqlarning o'rnini giporbolalar egallaydi.

§.3.To'ntariluvchi to'lqin spektri

Oldingi mavzuda olingan yechimning spektryol harakteristikalarini tahlil qilamiz. $u(x, \theta)$ funksiyani Fur'e qatoriga yoyib,

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos n\theta \quad (19)$$

tenglikni olamiz.

Bu yerda

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(x, \theta) \sin n\theta d\theta \\ B_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(x, \theta) \cos n\theta d\theta \end{aligned} \quad (20)$$

3- rasmdan ko'rinadiki $u(\theta)$ tok funksiya. Shuning uchun $B_n = 0$. bo'lgan xolda xisoblab bo'lmaydi. Endi A_n ni topamiz, buning uchun (20) dagi θ ni (12) munosabat orqali ajratib olingan θ_0 orqali ifodalaymiz.

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} a \sin \theta_0 \sin [n(\theta_0 - X \sin \theta_0)] \frac{\partial \theta}{\partial \theta_0} d\theta_0$$

Oxirgi tenglikka (13) tenglamadagi $\frac{\partial \theta}{\partial \theta_0}$ ni qo'yib quyidagi munosabatni olamiz.

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin \theta_0 \sin [n(\theta_0 - X \sin \theta_0)] (1 - X \cos \theta_0) d\theta_0$$

Qavsni ochib va trigonametrik funksiyalarni yechib quyidagi funksiyani olamiz.

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{a}{\pi} \left(\int_0^{\pi} [(n-1) \theta_0 - X \sin \theta_0] d\theta_0 - \int_0^{\pi} [(n+1) \theta_0 - X \sin \theta_0] d\theta_0 \right) - \\ &- \frac{aX}{2\pi} \left(\int_0^{\pi} [(n-2) \theta_0 - X \sin \theta_0] d\theta_0 - \int_0^{\pi} [(n+2) \theta_0 - X \sin \theta_0] d\theta_0 \right) \end{aligned}$$

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[nt - z \sin t] dt \quad (21)$$

n- tartibli Bessel funksiyasining integral tasviridan foydalanib quyidagi integralni olamiz.

$$A_n = a(J_{n-1}(nX) - J_{n+1}(nX) - J_{n-2}(nX) - J_{n+2}(nX)) \quad (22)$$

Bessel funksiyasining rekurent hossasidan foydalanib bu ifodani soddalashtiramiz.

$$J_{n+1}(z) - J_{n-1}(z) = \frac{2n}{z} J_n(z)$$

Bu formula yordamida quyidagilarni topamiz.

$$J_{n+2}(nX) = \frac{2(n+1)}{nX} J_{n+1}(nX) - J_n(nX)$$

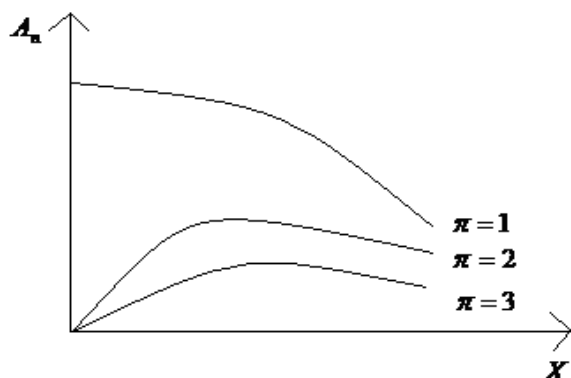
$$J_n(nX) = \frac{2(n-1)}{nX} J_{n-1}(nX) - J_{n-2}(nX)$$

Topilganlarni (22) ga qo'yib nihoyat quyidagi ifodani olamiz.

$$A_n = \frac{2a}{nX} J_n(nX) \quad (23)$$

Bu topilganlar noxiziqli okustikada Bessel-Fubini yechimi deb yuritiladi.

6-rasmda bu fo'rmla orqali tuzilgan amplitudaning dastlabki 3 ta garmonikasining koordinatalar bilan bog'liqligi ko'rsatilgan.



6-rasm. (23) formulaga asosan amplitudaning dastlabki 3ta garmonikasining kordinatalarga bog'liqligi

(23) ni hisobga olib (19) fo'rula quyidagi ko'rinishni oladi

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{nX} J_n(nX) \sin n\theta$$

Agar dastlabki kordinatalar sistemasiga o'tsak u holda quyidagi hosil bo'ladi.

$$u = u_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{nX} J_n(nX) \sin n\omega(t - \frac{x}{u_0})$$

Masala: 1. (15)zaryadning saqlanish qonunidan foydalanib, grupplangan tok spektrini prolyotli klistronning dreyf fazosida hisoblash.

Yechish: $I(x,t)$ ni Fure qatoriga yoysak quyidagi ko'rinishni oladi.

$$I = \frac{B_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta)$$

$$B_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} I(x, \theta) d\theta$$

Bu yerda

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} I(x, \theta) \sin n\theta d\theta, \quad B_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} I(x, \theta) \cos n\theta d\theta$$

(4-rasm), $I(\theta)$ toq funksiya. Shuning uchun $A_n = 0$. B_n koefsentlarni

hisoblaymiz. (12), (13) va (15) munosabatlar, shuningdek Bessel funksiyasi uchun (21) intergal tasavvurudan dan foydalanib quyidagini olamiz.

$$B_0 = \frac{I_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_0 = 2I_0$$

$$B_n = \frac{2I_0}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(\theta_0 - X \sin \theta_0) d\theta_0 d\theta_0 = 2I_0 J_n(nX)$$

Shunday qilib yakuniy natija quyidagicha bo'ladi.

$$I(x, t) = I_0 + 2I_0 \sum_{N=1}^{\infty} J_n(nX) \cos n\omega \quad (24)$$

(24) ifoda prolyo'tli klistronlarni nazariy hisoblashda ko'p foydalaniladi. Bu ifodadan birinchi garmonik amplitudasi gruppalangan tokda $x=1,84$ bo'lganda

$B_1 = 2I_0 J_1(X)$ maxsimalga erishadi. Bu tenglik maxsimal to'liqinni maxsimal tezlanishga erishish uchun chiquvchi rezonotorni qayeriga joylashtirishi bildiradi. Demak, $x > 1$ da optimal tartibda klistronning ikki rezonatorli ishi bir elektronning boshqa elektronni quvib o'tishi bilan ro'y beradi.

Masala: 2 elektronlarning o'zara Klon kuchi tasiridagi harakatni etiborga olgan holda oldingi masali yechilsin, hamda elektronlarning bir birini quvib vaqti topilsin.

Yechish: Bu holda fazoviy tasir kuchni hisobga olgan holda elektron oqim xarakat tenglamasi quyidagicha

$$v_t + v v_x = \eta \varphi_x \quad (25)$$

$$\rho_t + (\rho v)_x = 0 \quad (26)$$

bu yerda ,

v -tezlik

ρ - zaryadning zichligi

$\eta = \frac{e}{m}$ - ajratilgan elektron zaryadi.

φ - fazoviy zaryad potensial maydoni bo'lib Puasson tenglamasini qanoatlantiradi.

$$\varphi_{xx} = \frac{\rho - \rho_0}{\varepsilon_0} \quad (27)$$

Bu yerda ρ_0 ni elektron zaryadini o'rtcha zichligi.

$E = -\varphi_x$ elektr maydon kuchlanishini kiritamiz. U holda (27) tenglama quyidagi ko'rinishni egallaydi.

$$\rho = \rho_0 - \varepsilon_0 E_x$$

Bu ifodani (26) uzliksizlik tenglamasiga qo'yib quyidagini olamiz

$$-E_{xt} - (v E_x - \frac{v \rho_0}{\varepsilon_0}) = 0$$

Bu tenglamani quyidagi chegaraviy shartlar bilan integrallash

$$E = E_x = 0, \quad v = v_0 \quad \rho = \rho_0 \quad X=0$$

da tinch holatdagi oqim bilan ustma-ust tushadi, ya'ni.

$$E_t + vE_x = \frac{\rho_0(v - v_0)}{\varepsilon_0}$$

(25) – (27) tenglamalar sistemasi 2 ta oddiy to'liqlar tenglamasiga keltirildi.

$$v_t + vv_x = -\eta E \quad (28)$$

$$E_t + vE_x = \frac{\rho_0(v - v_0)}{\varepsilon_0}$$

Xarakteristikalar zarraning troyektoriyasi bo'lgani sababli uning tenglamasi xisoblanadi.

$$\frac{dx}{dt} = v$$

ko'rinishda bo'ladi. (28) tenglamalar sistemasining xarakteristik fo'rmasi quyidagicha

$$\frac{dv}{dt} = -\eta E \quad (29)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}(v - v_0)$$

Bundan elektron oqim tebranish tenglamasi nomini olgan tenglamaga ega bo'lamiz.

$$\frac{d^2}{dt^2} + \omega_p^2(v - v_0) \quad (30)$$

bu yerda

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\eta\rho_0}{\varepsilon_0}} \text{ plazma chastotasi}$$

(30) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi.

$$v = v_0 A \cos \omega_p(t - \tau) + B \sin \omega_p(t - \tau) \quad (31)$$

Bu yerda A va B – integrallash doimiysi .

Sinusoidal modulatsiyada tezlik uchun

$$v(t = \tau) = v_0 + a \sin(\omega \tau)$$

chegaraviy shart qo'yiladi.

Bundan $A = a \sin \theta_0$ ni topamiz. (31) tenglamani integrallab, xarakteristik tenglamani olamiz.

$$x = v_0(t - \tau) - \frac{a}{\omega_p} \sin \omega \tau \cos \omega_p(t - \tau) - \frac{B}{\omega_p} \sin \omega_p(t - \tau)$$

$x(t = \tau) = 0$ ekanligidan, $B=0$ ekanligi esa oxirgi natija

$$x = v_0(t - \tau) - \frac{a}{\omega_p} \sin \omega \tau \sin \omega_p(t - \tau) \quad (32)$$

$$v = v_0 + a \sin \omega \tau \cos \omega_p(t - \tau) \quad (33)$$

tengliklarni hosil qilamiz.

(32) tenglamadan elektronlar harakati bilan tinch holatda v_0 tezlikda teks

harakatlanuvchi ω_p chastatali assolyotor harakati bog'liq ekan. Shunday qilib $x(t)$ tekslikdagi xarakteristikalar to'g'ri chiziq bo'lmaydi. Bu holda t ni τ orqali oshkor ravishda ifodalab bo'lmaydi, lekin $a \ll v_0$ hisoblab $x \approx v_0(t - \tau)$ ni yozish mumkin.

Bu ifodani (32) va (33) tengliklarning o'ng tomoniga qo'yib quyidagini olamiz

$$x \approx v_0(t - \tau) + \frac{a}{\omega_p} \sin \omega \tau \cos\left(\frac{\omega_p x}{v_0}\right) \quad (34)$$

$$v \approx v_0 + a \sin \omega \tau \cos\left(\frac{\omega_p x}{v_0}\right) \quad (35)$$

o'lchovsiz o'zgaruvchilarni

$$\theta = \omega\left(t - \frac{x}{v_0}\right), \quad \theta_0 = \omega \tau$$

(34) tenglamani ko'rinishi yozish mumkin.

$$\theta = \theta_0 - X_p \sin \theta_0$$

$$I(x, t) = I_0 + 2I_0 \sum_{n=1}^{\infty} J_n(nX_p) \cos[n\omega \left(t - \frac{x}{v_0} \right)]$$

Tok zichligini Fur'e qatoriga yoyib va xisoblash ishlarini bajarsak .

$$I(x, t) = I_0 + 2I_0 \sum_{n=1}^{\infty} J_n(nX_p) \cos[n\omega(t - \frac{x}{v_0})] \quad (36)$$

topamiz.

Bu yechim V.Ya.Savel'evim tamonidan olingan .(24)(36) tenglamalarning

tuzilisidann ko'rinadiki X parametrni X_p ga almashtirish natijasida fazoviy effekti

hosil bo'ladi. $\frac{\omega_p x}{v_0} \ll 1$ bo'lgda $X_p \approx X$ bo'ladi .

$X \sim x$ bo'lganligidan $x=1.84$ optimal qiymatga ega bo'lamiz .Shu vaqtda X_p parametr

uchun u hol faqatgina

$$\frac{\omega a}{\omega_p v_0} \geq 1.84$$

bo'lgan xoldagina sodir bo'ladi.

Bir elektronning boshqa elektronni quvib o'tish shartini yozganimizda

huddi oldingidagidek (13)tenglamaning o'rniga bu safar

$$\frac{\partial \theta}{\partial \theta_0} = 1 - X_p \cos \theta_0$$

ifodani olamiz . Bundan quvib o'tish

$$x_p = 1 \quad \cos \theta_0 = 1$$

holda ro'y berishi kelib chiqadi.

Kutilganidek nomoslashuvchan qismlar oqimi uchun mos fo'rmulalar

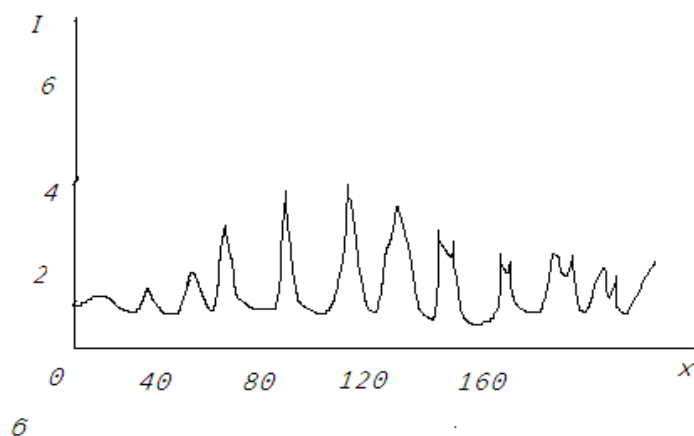
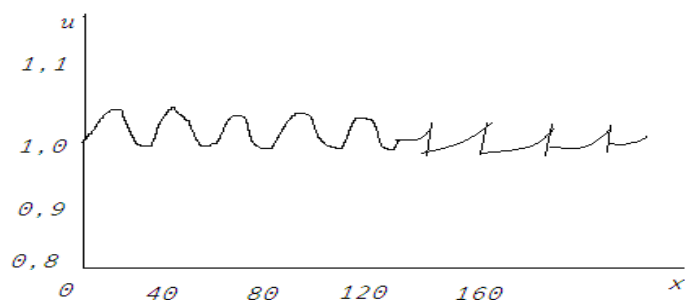
(13) (14)lar X ni X_p ga almashtirishga olib keladi.

$$\frac{\omega a}{\omega_p v_0} < 1 \quad (37)$$

tenlik bajarilsa

Quvib o'tish umuman ro'y bermaydi. Fizik jixatdan bu xol shuni ifodalaydiki, qaralayotgan sistema dispersiya holatini egallaydi. Lekin bu xolda dispersiyali effekt juda kuchsiz va bu xolda quvib o'tish bo'lishi uchun (37)shart bajarilsagina ro'y beradi.

Shuni aytish kerakki (36)tenglikdan yuqoridagi tengliklar, keskin qilib aytganda quvib o'tish bo'lgunga qadar o'rinli bo'ladi, zero (34)(35) munosabatlar taxminiydir..



7-rasm. Kulon kuchi tasirida zarralar oqimi vaqtning biror momentidagi
a) u tezligining b) I tokning fazoviy taqsimlanishi.

7 rasmda $I(x)$ va $u(x)$ funksiyalarning bir-biriga bog'liq grafigi keltirilgan.

$u(x)$ va $I(x)$ lar berilgan .Bu chizmadan ko'rinadiki bir elektron 2-sini quvib o'tayotganda , to'liqlar profilining dinamikasi murakkablashib boradi va analitik tariflashga yo'l qo'yilmaydi.

Masala 2.3 Nochziqli dissipativ muhitda

$$u_t + uu_x + vu = 0 \quad (38)$$

tenglama bilan berilgan to'liqlarning to'ntarilish shartini toping.

Bu masala

$$u(t = 0) = u_0 + a \sin k\xi \quad (39)$$

boshlangich shartlar bilan qaralsin.

Yechish.

(38) tenglama xarakteristik ko'rinishda quyidagicha yoziladi.

$$\frac{dx}{dt} = u_1 \quad \frac{du}{dt} = -vu$$

Bu tenglamalarni integrallab, (2.39) boshlang'ich shartlarni e'tiborga olsak u holda quyidagi yechimni olamiz..

$$u = (u_0 + a \sin k\xi) \exp(-vt), \quad x = \xi + \frac{1 - \exp(-vt)}{v} (u_0 + a \sin k\xi)$$

To'liqlarning to'ntarilish shartini (9) tenglamadan topamiz .

Xarakteristik tenglamalarni difrensiallasak

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = 1 + \frac{1 - \exp(-vt)}{v} ak \cos k\xi$$

bu ifodani nolga tenglab quyidagiga ega bo'lamiz

$$\frac{\exp(-vt) - 1}{v} ak \cos k\xi = 1 \quad (40)$$

Shartni qanotlantiruvchi t ning minimal qiymati bo'lgan t^* topishimiz zarur.

Ko'rinadiki bu holat $\cos k\xi = -1$ bo'lganda mos holat keladi.

Demak (40) tenglama quyidagi ko'rinishni egallaydi

$$\frac{ak}{v}(\exp(-vt^*) - 1) = 1$$

Bu tenglama yechimga ega bo'lishi uchun quyidagi shart

$$\frac{ak}{v} > 1 \quad (41)$$

bajarilishi zarur shunda to'tarilish vaqtini topamiz.

$$t^* = -\frac{1}{v} \ln\left(1 - \frac{v}{ak}\right)$$

Agar (41) tengsizlik bajarilmasa, sakrash holati boshlangich profil (39)

egallagani uchun ro'y bermaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Уизем Дж Линейные и нелинейные волны,- М.: Мир 1977 г
2. Корпел А, Банерджи П.П. Эвристический подход к нелинейным волновым уравнениям // ТИИЭР. 1984 Т. 72 № 9 С. 6-30.
3. Рабинович М.И., Трувенцов Д.И., Введение в теорию колебаний и волн.- М.: Наука, 1984.
4. Виноградова М.Б., Руденко О.В. Сухоруков А.П. Теория волн.- М.: Наука . 1979г.
5. Руденко О.В. Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики.- М.: Наука . 1975г
6. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика.- М.: Наука . 1988г
7. Шевчик В.Н. Основы электроники сверхвысоких частот. М.: Сов. Радио, 1959г
8. Бедсел Ч., Ленгдон А. Физика плазмы и численное моделирование. М.: Энергоатомиздат, 1989г
9. Наугольных К.А. Островский Л.А. Нелинейные волновые процессы в акустике.- М.: Наука. 1990г
10. Савельев В. Я. К теории клайстрона // ЖТФ. 1940. Т. 10 Б, № 16, С 1356-1371
11. www.wikipedia.com