

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности

**Кафедра
«Автоматизация и компьютеризация технологических процессов»**

Методическое указание

к практическим работам по курсу

«Цифровая схемотехника»

Ташкент 2011 г.

Данное методическое указание предназначено для бакалавров специальности 5521800-«Автоматизация и управление». В нем содержится методика выполнения практических работ, дающие практические знания о методах расчета основных характеристик цифровых элементов, способах и правилах преобразования логических элементов и функций, правилах расчета и принципов формирования выходного сигнала и основных логических элементов и предназначено для студентов бакалавриата, изучающих курсы «Цифровая схемотехника», «Электроника» и «Микропроцессорные средства управления».

Составители: ст. пр. З. Э. Искандаров,
асс. Ю. А. Жукова.

Рецензенты: к.т.н., доц. Абдуллаев М. М. (ТГТУ),
к.т.н., доц. Нигматов Л. Н. (ТИТЛП)

Рассмотрено и утверждено на заседании учебно-методического совета ТИТЛП

Протокол № _____ от _____ 20__ года

Оглавление

Практическая работа № 1. Системы счисления и биполярные коды	4
Практическая работа № 2. Алгебра логики.....	7
Практическая работа № 3. Логические переменные и логические функции.....	10
Практическая работа № 4. Дизъюнктивная и конъюнктивная форма.....	16
Практическая работа № 6. Шифраторы и дешифраторы.....	26
Практическая работа № 7. Мультиплексоры и демультиплексоры.....	29
Практическая работа № 8. Сумматоры, триггеры, счётчики, регистры.....	32
Литература	34

Практическая работа № 1. Системы счисления и биполярные коды

Краткие теоретические сведения

Системой счисления называется совокупность символов (цифр) и правил их использования для представления чисел. Индексы, записанные рядом с изображением числа, указывают основание системы счисления.

Широко используются следующие системы счисления:

Двоичная

В этом случае коэффициентами при степенях числа 2 будут двоичные цифры 0 и 1.

$$5279_{10} = 1 \cdot 2^{12} + 0 \cdot 2^{11} + 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Или в сокращённом виде: $101001001111_2 = 5279_{10}$

Восьмеричная

$$25_{10} = 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 31_8$$

Десятичная

$$5279_{10} = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$$

Шестнадцатеричная

$$5279_{10} = 1 \cdot 16^3 + 4 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 149F_{16}$$

Двоичное изображение числа требует большего количества разрядов, чем его десятичное представление. Тем не менее, применение двоичной системы в ЭВМ создаёт большие преимущества из-за возможности использования для построения электронных схем простых элементов с двумя устойчивыми состояниями.

Перевод чисел из одной системы счисления в другую.

Пример 1. Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с произвольным основанием.

Переведём число 23410 в систему счисления с основанием 2.

Будем делить число 23410 последовательно на 2 и записывать остатки, не забывая нулевые:

$$234 : 2 = 117 \text{ остаток } 0$$

$$117 : 2 = 58 \text{ остаток } 1$$

$$58 : 2 = 29 \text{ остаток } 0$$

$$29 : 2 = 14 \text{ остаток } 1$$

$$14 : 2 = 7 \text{ остаток } 0$$

$$7 : 2 = 3 \text{ остаток } 1$$

$$3 : 2 = 1 \text{ остаток } 1$$

Результат последнего деления на 2 уже не делится, и эта цифра будет старшей цифрой нашего числа. Выписав все остатки, начиная с последнего, получим двоичное представление числа: $234_{10} = 11101010_2$

Пример 2. Преобразование чисел из двоичной в восьмеричную, шестнадцатеричную системы счисления и обратно.

При преобразовании восьмеричного кода числа в двоичный, необходимо его каждую восьмеричную цифру заменить соответствующим трёхзначным двоичным кодом (триадой).

$$5316,2_8 = 101\ 011\ 001\ 110,001_2$$

При преобразовании шестнадцатеричного кода числа в двоичный, необходимо каждую шестнадцатеричную цифру заменить четырёхзначным двоичным кодом (тетрадой).

$$83BE,6_{16} = 1000\ 0100\ 1010\ 1110,0110_2$$

При преобразовании шестнадцатеричного кода числа в восьмеричную систему счисления, необходимо произвести сначала преобразование шестнадцатеричного числа в двоичную запись, а затем из двоичной, выделив триады, сформировать восьмеричную запись.

$$1CD,4_{16} = 0001\ 1100\ 1101,0100_2 = 000\ 111\ 001\ 101,010\ 0_2 = 715,2_8$$

При преобразовании двоичного кода в восьмеричный или в шестнадцатеричный, двоичный код делится соответственно на триады или тетрады влево и вправо от запятой (точки), разделя-

ющей целую и дробную части числа. Затем триады (тетрады) заменяются восьмеричными (шестнадцатеричными) цифрами.

$$1001100101011,10101_2 = 001\ 001\ 100\ 101\ 011, 101\ 010 = 11453,52_8$$

$$1\ 0011\ 0010\ 1011, 1010\ 1_2 = 0001\ 0011\ 0010\ 1011, 1010\ 1000 = 132B.A8_{16}$$

Если при разбиении двоичного кода в крайних триадах (тетрадах) недостаточно цифр до нужного количества, они дополняются нулями. Это, соответственно, «лишние» нули слева и справа (см. выделение), не вошедшие в триады (тетрады) при первоначальном разбиении двоичной записи.

Биполярные коды

Биполярные коды +76 -76

№	Биполярные коды	+76	-76
1	Прямой со знаком	0 1001100	1 1001100
2	Обратный	0 1001100	1 0110011
3	Дополнительный	0 1001100	1 0110011
4	Смещённый	1 1001100	0 0110100

Прямой код используется для кодирования отрицательных чисел добавлением в старший бит единицы.

Хотя дополнительный код гораздо менее наглядный, чем прямой, он позволяет значительно проще реализовать арифметические операции. Более того, наличие дополнительного кода позволяет упразднить действие вычитания, сводя его к сложению с дополнительным кодом вычитаемого.

Пример 3. Вычисление значения выражения: 35-29.

-35	00100011	число 35	00011101	исходное число (29)
29	11100011	дополнительный код числа (-29)	11100010	обратный код
6	00000110		1	добавляемая единица
			11100011	дополнительный код числа

Пример 4. Вычисление выражения 35-47.

-35	00100011	число 35	00101111	исходное число (47)
47	11010001	дополнительный код числа (-47)	11010000	обратный код числа (47)
-12	11110100	код результата суммы (-12)	1	добавляемая единица
	10001011	обратный код числа (-12)	11010001	дополнительный код числа
	1	добавляемая единица		
	10001100			

Практические задания

1. Переведите число из заданной системы счисления во все, описанные выше системы счисления (2, 8, 10, 16)

1	0110101110		17	18 ₁₆	
2	1100110101		18	178 ₁₆	
3	00010101101		19	9874 ₁₆	
4	01010111001		20	D3F99 ₁₆	
5	010010111,0101		21	B5C8F ₁₆	
6	147 ₁₀		22	F7AF6 ₁₆	
7	1489 ₁₀		23	15FA,3 ₁₆	
8	15789 ₁₀		24	9DB,7F ₁₆	
9	157,99 ₁₀		25	AEF7B,12D ₁₆	
10	1487,11 ₁₀		26	011100001011	
11	1781,7 ₁₀		27	001011000110	
12	189 ₁₀		28	1010110001101	
13	7370 ₈		29	0011001,0101	
14	177,15 ₈		30	1011101,1101	
15	1473,01 ₈		30	1110011101,11	
16	765,11 ₈		32	799, 507 ₁₀	

33	2789, 105 ₁₀		37	1022, 15 ₈	
34	11,012 ₁₀		38	7DF,4B ₁₆	
35	661, 54 ₈		39	789AF,D ₁₆	
36	331, 13 ₈		40	A1B2E,5 ₁₆	

2. Найдите значение выражения в двоичной системе счисления.

1	41-16		13	-105+11	
2	12-14		14	12-30	
3	-5+99		15	24,1-14,2	
4	76-21		16	7-99	
5	7-15		17	34-26	
6	36-25		18	38-62	
7	38-41		19	-41+43	
8	42-11		20	99-20	
9	33-20		21	45-36	
10	4-11		22	17-71	
11	12-7		23	-6-1	
12	8-10		24	-5+11	

Вопросы для самопроверки

1	Какое число в восьмеричной системе соответствует десятичному числу 555?	
2	Укажите самое большое число из приведённых: 15 ₁₀ 15 ₈ 15 ₁₆	
3	Чему равна сумма двоичных чисел 01101,11 и 10111,11 ?	
4	Чему равен дополнительный двоичный код десятичного числа 16?	
5	Чему равен дополнительный двоичный код десятичного числа 179?	
6	Укажите самое большое число из приведённых: 177 ₁₀ 177 ₈ 177 ₁₆	
7	Чему равна разность десятичных чисел 41 и 99? Результат переведите в двоичную систему счисления	
8	Для десятичного числа -147 запишите прямой, обратный, дополнительный и смещённый коды.	
9	Укажите самое большое число из приведённых: 126,1 ₁₀ 126,1 ₈ 126,1 ₁₆	
10	Чему равна сумма шестнадцатеричных чисел 9C52,6 и 3BF6,D? Результат переведите в двоичную систему счисления.	

Практическая работа № 2. Алгебра логики

Краткие теоретические сведения

Основные аксиомы

Принцип двойственности состоит в том, что каждая из аксиом переходит друг в друга при замене операции конъюнкции на операции дизъюнкции, нуля на единицу и наоборот.

- | | |
|------------------------------------|---------------------------|
| 1. $a = 0$ if $\bar{a} \neq 1$ | 1'. $a = 1$ if $a \neq 0$ |
| 2. $0 \cdot 0 = 0$ | 2'. $1 + 1 = 1$ |
| 3. $1 \cdot 1 = 1$ | 3'. $0 + 0 = 0$ |
| 4. $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$ | 4'. $0 + 1 = 1 + 0 = 1$ |
| 5. $\bar{0} = 1$ или $\bar{1} = 0$ | |

Основные законы

а) Законы, совпадающие с обычной алгеброй.

$$\begin{aligned}a + 0 &= a \\a \cdot 0 &= 0 \\a \cdot 1 &= a \\a + b &= b + a \\a \cdot b &= b \cdot a \\a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c \\a + (b + c) &= (a + b) + c \\a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c \\(a + b) \cdot (c + d) &= a \cdot c + b \cdot c + a \cdot d + b \cdot d\end{aligned}$$

б) Законы алгебры логики, отличные от обычной алгебры.

$$\begin{aligned}a + 1 &= 1 \\a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a &= a \\a + a + a + \dots + a &= a\end{aligned}$$

в) Законы поглощения

$$\begin{aligned}a + a \cdot b &= a \cdot (1 + b) = a \\a \cdot (a + b) &= a + a \cdot b = a \\(a + b) \cdot (a + c) &= a + a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = a \cdot (1 + b + c) + b \cdot c = a + b \cdot c\end{aligned}$$

г) Законы и соотношения, не имеющие аналогов в обычной алгебре.

Закон отрицания (тавтологии).

$$\begin{aligned}\overline{\overline{a}} &= a \\a + \overline{a} &= 1 \\a \cdot \overline{a} &= 0\end{aligned}$$

Законы склеивания

$$\begin{aligned}(a + b) \cdot (a + \bar{b}) &= a + a \cdot b + a \cdot \bar{b} + b \cdot \bar{b} = a \\a \cdot b + a \cdot \bar{b} &= a\end{aligned}$$

Закон де Моргана: инверсия конъюнкции входных переменных есть дизъюнкция инверсии входных переменных или инверсия дизъюнкции входных переменных есть конъюнкция инверсии входных переменных.

$$\begin{aligned}\overline{a \cdot b \cdot c} &= \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} \\ \overline{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}} &= a \cdot b \cdot c\end{aligned}$$

Рассмотрим применение вышеуказанных законов на практике.

Пример 1. Упрощение выражения

$$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b \cdot \bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot (\bar{b} + b) + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{c} \cdot (\bar{b} + b) = \bar{a} \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}$$

Пример 2. Применение закона де Моргана.

Преобразуем функцию вида $y = a \cdot \bar{b} + b \cdot c + b \cdot \bar{a}$

$$\overline{\overline{a \cdot \bar{b} + b \cdot c + b \cdot \bar{a}}} = \overline{\overline{a \cdot \bar{b}}} + \overline{\overline{b \cdot c}} + \overline{\overline{b \cdot \bar{a}}} = \overline{\bar{a} + b} + \overline{\bar{b} + \bar{c}} + \overline{\bar{b} + a}$$

Пример 3. Нахождение значения логической функции.

Если $a = 1$, $b = 0$, а функция имеет вид $y = a \cdot b + (a + b)$, то значение функции определим как $y = 1 \cdot 0 + (1 + 0) = 0 + 1 = 1$.

Практические задания

1. Преобразуйте логическое произведение логических сумм в логическую сумму логических произведений:

1	$(a + b) \cdot (c + b)$	
2	$(a + b + c) \cdot (c + b)$	
3	$(a + c + b) \cdot (c + b + a)$	
4	$(a \cdot c + b) \cdot (c + b)$	
5	$(a + b \cdot a) \cdot (c + b)$	
6	$(a + b) \cdot (c \cdot a + b)$	
7	$(a \cdot c + b) \cdot (c \cdot b + b)$	
8	$(\bar{a} + b) \cdot (\bar{c} + b)$	
9	$(a + \bar{b}) \cdot (\bar{c} + b)$	
10	$(\bar{a} + b + \bar{c}) \cdot (\bar{c} + b)$	
11	$(\bar{a} + \bar{b}) \cdot (\bar{c} + b)$	
12	$(\bar{a} + b) \cdot (\bar{c} + \bar{b})$	
13	$(\bar{a} + b) \cdot (\bar{c} + \bar{b} + a)$	
14	$(\bar{a} + c + b) \cdot (\bar{c} + a + b)$	

2. Упростите логическое выражение, раскрывая скобки и используя законы алгебры логики.

1	$(a + c) \cdot (b + d) \cdot c \cdot d$	
2	$(a + c) \cdot (b + d) \cdot (a + d)$	
3	$a \cdot x + (x + b) \cdot (a + b)$	
4	$(x \cdot y + a \cdot b) + a \cdot b \cdot \bar{c} + c \cdot b \cdot a + y \cdot \bar{d} \cdot x + x \cdot y \cdot d$	
5	$\overline{c \cdot d + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d}}$	
6	$\overline{a + b \cdot c + a \cdot \bar{b} + c}$	
7	$(\bar{a} + d) \cdot (d + \bar{b}) + a \cdot b$	
8	$a \cdot \bar{y} + (b + y) \cdot a \cdot b$	
9	$(a + \bar{b} + c) \cdot (\bar{c} + a)$	
10	$(a + \bar{b}) \cdot (b + c) \cdot \bar{c}$	
11	$\bar{d} + c \cdot (a + d) \cdot \bar{c} \cdot d$	
12	$a + \bar{b} + \bar{c} \cdot b + (\bar{b} \cdot \bar{c})$	
13	$a \cdot (a \cdot b \cdot c + a + \bar{b} \cdot c) + \bar{c} \cdot a$	
14	$b \cdot c \cdot \left[(\overline{x + y}) + (\overline{\overline{x \cdot y}}) \right] \cdot (a + c) + \bar{b} \cdot \bar{c}$	

3. Найдите значение логической функции, если известны значения её переменных.

Комбинации переменных:

1. $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 1$.
2. $a = 0$, $b = 0$, $c = 1$, $d = 0$.
3. $a = 0$, $b = 1$, $c = 0$, $d = 1$.
4. $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 0$.
5. $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$, $d = 1$.

1	$f = (a + \overline{b}) \cdot (c \cdot d) + a \cdot c$	
2	$f = \overline{a + b} \cdot (c \cdot \overline{d}) + a \cdot b \cdot c \cdot d$	
3	$f = \overline{(a + b)} \cdot c \cdot d$	
4	$f = a \cdot \overline{\overline{b + c}} \cdot d$	
5	$f = a \cdot b + c + \overline{\overline{d}}$	
6	$f = (a + \overline{b + c}) \cdot d$	
7	$f = \overline{a \cdot \overline{b} \cdot c} + d$	
8	$f = (a + b) \cdot \overline{c + d}$	
9	$f = \overline{a + b} \cdot c + d$	
10	$f = a \cdot b + c \cdot \overline{\overline{d}}$	
11	$f = \overline{a + b \cdot c \cdot d}$	
12	$f = a \cdot \overline{b + c + d}$	
13	$f = a \cdot \overline{\overline{b}} \cdot (c + d)$	
14	$f = \overline{a \cdot (b + c \cdot d)}$	

Практическая работа № 3. Логические переменные и логические функции

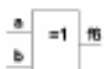
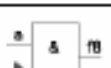
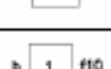
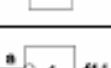
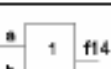
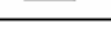
Краткие теоретические сведения

Функционально полная система логических функций представляет собой набор логических функций, с помощью которых можно записать любую, сколь угодно сложную функцию. В этом случае говорят, что этот набор образует базис.

Функционально полными являются 3 базиса:

1. «И-ИЛИ-НЕ»
2. «И-НЕ»
3. «ИЛИ-НЕ»

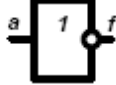
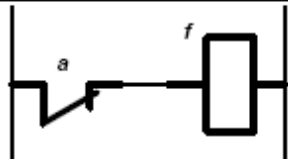
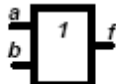
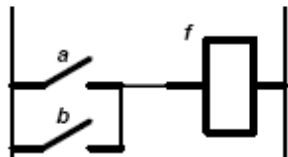
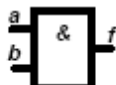
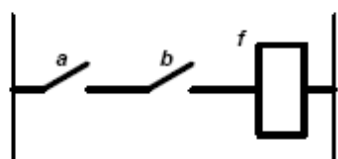
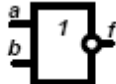
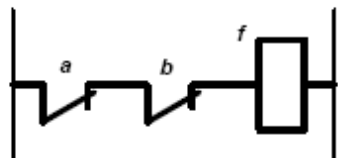
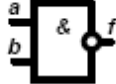
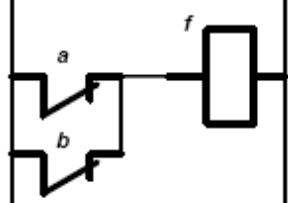
Таблица 1. Основные логические функции.

	Функция	Таблица истинности					Структурное обозначение	Условно-графическое обозначение
		a	1	1	0	0		
		b	1	0	1	0		
1	Нулевая	f_0	0	0	0	0	$f_0 = a \cdot \bar{a} + b \cdot \bar{b}$	
2	ИЛИ-НЕ	f_1	0	0	0	1	$f_1 = \overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	
3	Запрет по a	f_2	0	0	1	0	$f_2 = \bar{a} \cdot b$	
4	Инверсия a	f_3	0	0	1	1	$f_3 = \bar{a}$	
5	Запрет по b	f_4	0	1	0	0	$f_4 = a \cdot \bar{b}$	Аналогично 3
6	Инверсия b	f_5	0	1	0	1	$f_5 = \bar{b}$	Аналогично 4
7	Неэквивалентность	f_6	0	1	1	0	$f_6 = a \cdot \bar{b} + b \cdot \bar{a}$	
8	И-НЕ	f_7	0	1	1	1	$f_7 = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$	
9	Конъюнкция	f_8	1	0	0	0	$f_8 = a \cdot b$	
10	Эквивалентность	f_9	1	0	0	1	$f_9 = a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b}$	
11	Повторение b	f_{10}	1	0	1	0	$f_{10} = b$	
12	Импликация b	f_{11}	1	0	1	1	$f_{11} = \bar{a} + b$	
13	Повторение a	f_{12}	1	1	0	0	$f_{12} = a$	Аналогично 11
14	Импликация a	f_{13}	1	1	0	1	$f_{13} = a + \bar{b}$	Аналогично 12
15	ИЛИ	f_{14}	1	1	1	0	$f_{14} = a + b$	
16	Единичная	f_{15}	1	1	1	1	$f_{15} = (a + \bar{a}) \cdot (b + \bar{b})$	

Основные логические операции можно реализовать различными способами.

Широко применяются реализации на элементах жёсткой логики и в виде релейно-контакторных схем. В таблице 2 приведены примеры таких реализаций.

Таблица 2. Реализация основных логических операций.

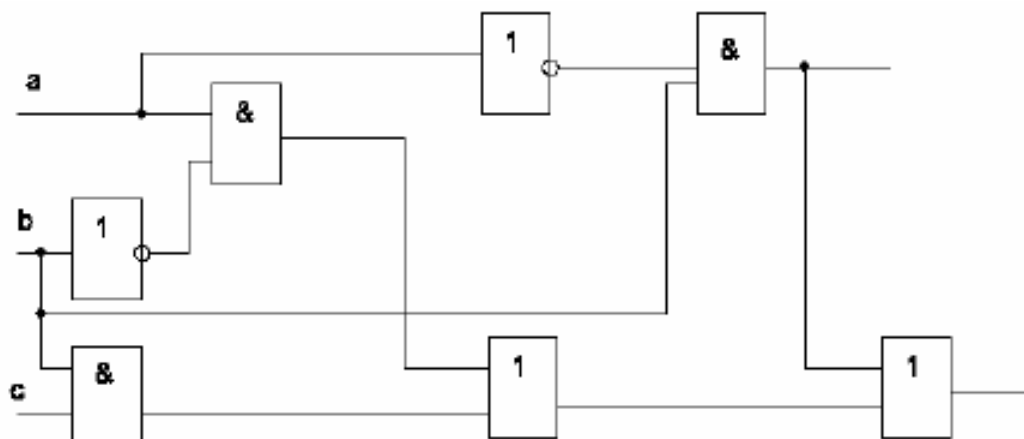
Элемент	Жесткая логика	Релейно-контакторная схема.
«НЕ» $f = \bar{a}$		
«ИЛИ» $f = a + b$		
«И» $f = a \cdot b$		
«ИЛИ-НЕ» $f = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$		
«И-НЕ» $f = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$		

Известно, что заданную логическую функцию можно построить, используя 3 базиса:

1) И, ИЛИ, НЕ 2) И, НЕ 3) ИЛИ, НЕ.

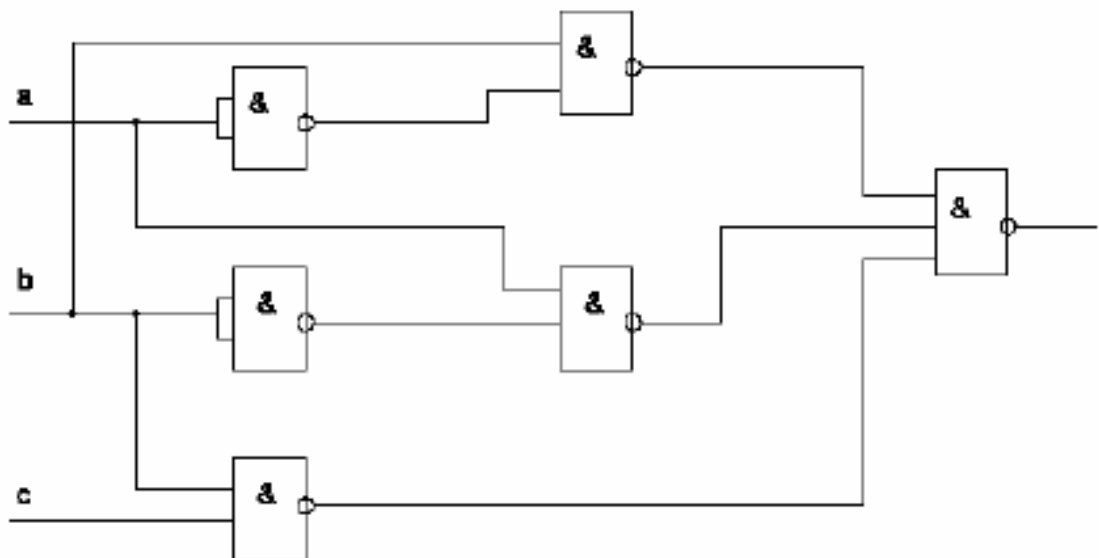
Пример. Построить заданную логическую функцию в трёх функционально полных базисах. Функция имеет вид: $y = a \cdot \bar{b} + b \cdot c + b \cdot \bar{a}$

Для базиса И, ИЛИ, НЕ.



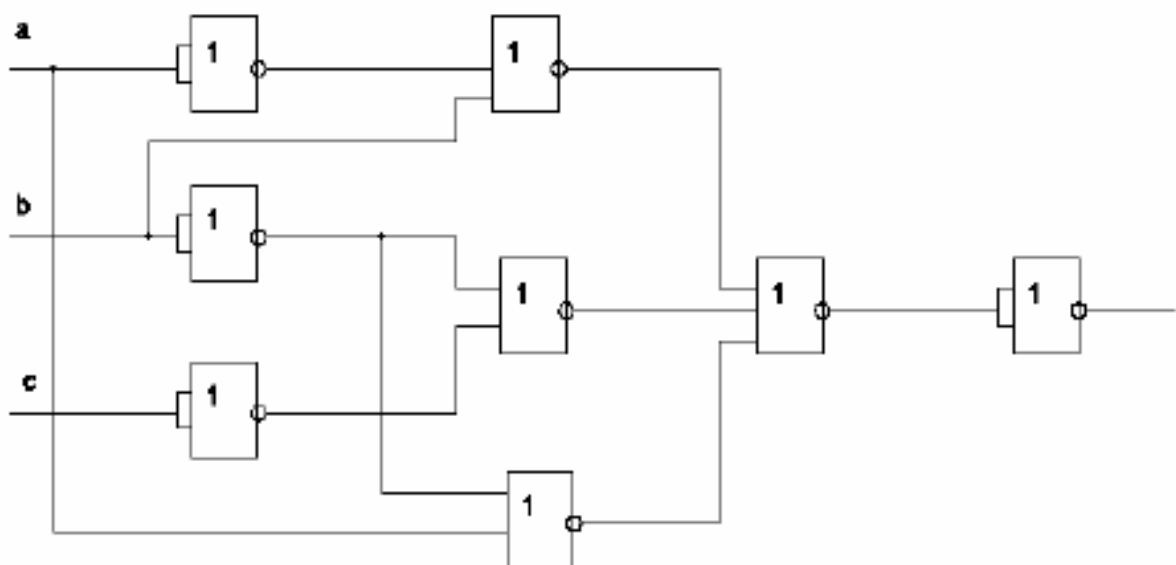
Для базиса И, НЕ.

$$y = \overline{a \cdot \overline{b}} + \overline{b \cdot c} + \overline{b \cdot a} = \overline{a \cdot \overline{b} \cdot b \cdot c \cdot b \cdot a}$$



Для базиса ИЛИ, НЕ.

$$y = \overline{a \cdot \overline{b}} + \overline{b \cdot c} + \overline{b \cdot a} = \overline{a + b + \overline{b} + c + \overline{b} + a}$$



Практические задания

1. Реализуйте заданную логическую функцию в базисе И, ИЛИ, НЕ.

1	$y = a \cdot c + b \cdot \overline{c} + a \cdot b$
2	$y = \overline{a} \cdot \overline{b} + c \cdot \overline{b} + a \cdot b$
3	$y = \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{b} + a \cdot \overline{c}$
4	$y = a \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot \overline{c} + \overline{b} \cdot c$
5	$y = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot \overline{b} + a \cdot c$
6	$y = a \cdot \overline{d} + \overline{b} \cdot d + a \cdot c + \overline{c} \cdot \overline{d}$
7	$y = \overline{a} \cdot b + a \cdot d \cdot \overline{c} + b \cdot \overline{d}$
8	$y = c \cdot d + a \cdot \overline{d} + a \cdot b \cdot \overline{c} + b \cdot c$

2. Реализуйте заданную логическую функцию в базисе И, НЕ.

1	$y = a \cdot c + b \cdot \bar{c} + a \cdot b$
2	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} + c \cdot \bar{b} + a \cdot b$
3	$y = \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{c}$
4	$y = a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot c$
5	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} + a \cdot c$
6	$y = a \cdot \bar{d} + \bar{b} \cdot d + a \cdot c + \bar{c} \cdot \bar{d}$
7	$y = \bar{a} \cdot b + a \cdot d \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{d}$
8	$y = c \cdot d + \bar{a} \cdot \bar{d} + a \cdot b \cdot \bar{c} + b \cdot c$
9	$y = b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot c$
10	$y = a \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot c \cdot d + a \cdot \bar{c} \cdot d$
11	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d} + b \cdot c \cdot d + a \cdot \bar{d}$
12	$y = a \cdot c + \bar{a} \cdot b + \bar{c} \cdot d + \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$

3. Реализуйте заданную логическую функцию в базисе ИЛИ, НЕ.

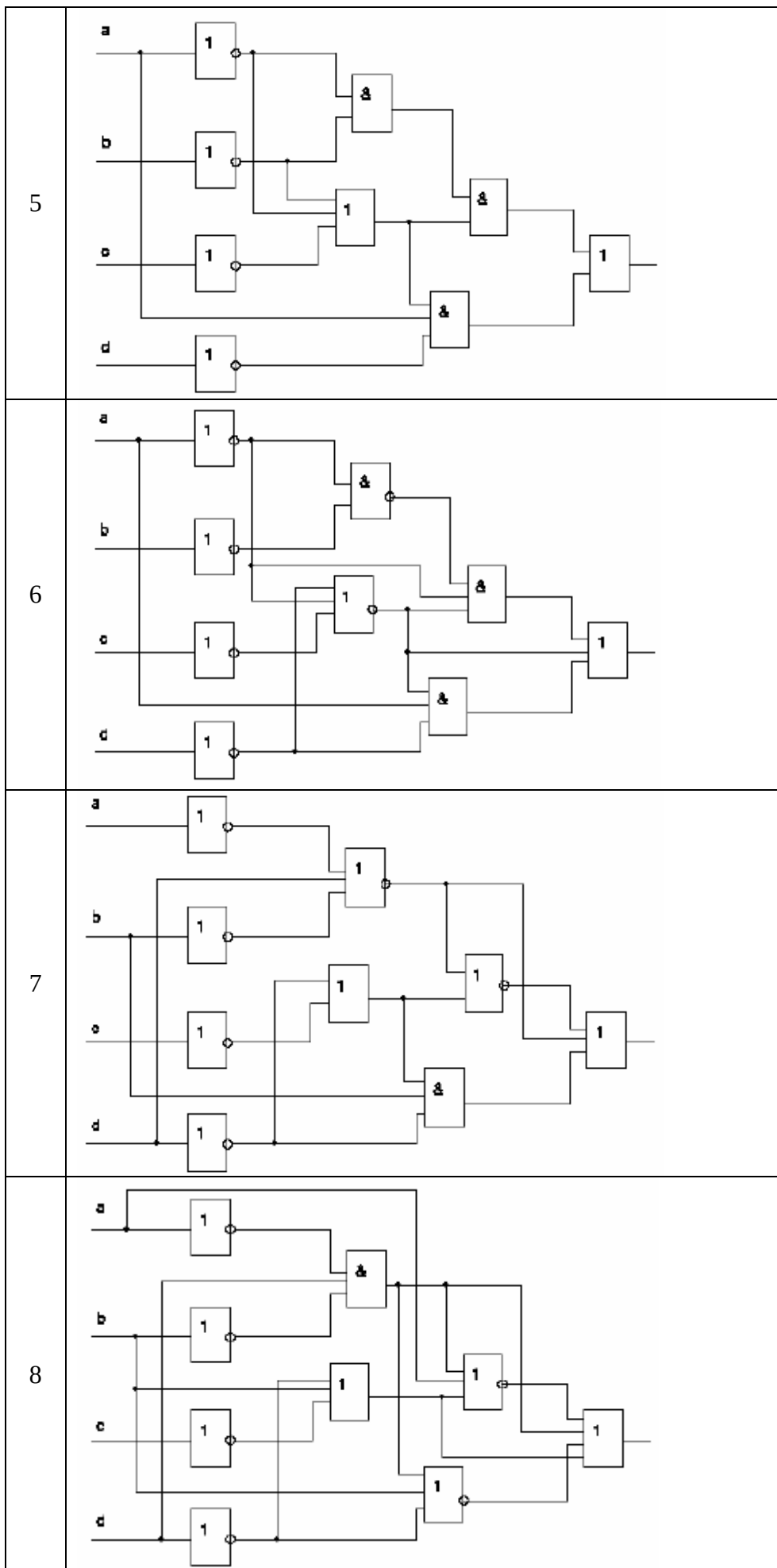
1	$y = a \cdot c + b \cdot \bar{c} + a \cdot b$
2	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} + c \cdot \bar{b} + a \cdot b$
3	$y = \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{c}$
4	$y = a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot c$
5	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} + a \cdot c$
6	$y = a \cdot \bar{d} + \bar{b} \cdot d + a \cdot c + \bar{c} \cdot \bar{d}$
7	$y = \bar{a} \cdot b + a \cdot d \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{d}$
8	$y = c \cdot d + \bar{a} \cdot \bar{d} + a \cdot b \cdot \bar{c} + b \cdot c$
9	$y = b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot c$
10	$y = a \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot c \cdot d + a \cdot \bar{c} \cdot d$
11	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d} + b \cdot c \cdot d + a \cdot \bar{d}$
12	$y = a \cdot c + \bar{a} \cdot b + \bar{c} \cdot d + \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$

4. Реализуйте заданную логическую функцию в виде релейно-контакторной схемы.

1	$y = a \cdot c + b \cdot \bar{c} + a \cdot b$
2	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} + c \cdot \bar{b} + a \cdot b$
3	$y = \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{c}$
4	$y = a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot c$
5	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} + a \cdot c$
6	$y = a \cdot \bar{d} + \bar{b} \cdot d + a \cdot c + \bar{c} \cdot \bar{d}$
7	$y = \bar{a} \cdot b + a \cdot d \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{d}$
8	$y = c \cdot d + \bar{a} \cdot \bar{d} + a \cdot b \cdot \bar{c} + b \cdot c$
9	$y = b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot c$
10	$y = a \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot c \cdot d + a \cdot \bar{c} \cdot d$
11	$y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d} + b \cdot c \cdot d + a \cdot \bar{d}$
12	$y = a \cdot c + \bar{a} \cdot b + \bar{c} \cdot d + \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$

5. По заданной схеме определите логическую функцию.

1	
2	
3	
4	



Практическая работа № 4. Дизъюнктивная и конъюнктивная форма

Краткие теоретические сведения

Элементарной конъюнкцией (дизъюнкцией) называется конъюнкция (дизъюнкция) любого числа независимых логических переменных, входящих в данную конъюнкцию (дизъюнкцию) с инверсией или без неё не более одного раза.

Существует 4 формы нормальных функций.

1. СДНФ – совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

СДНФ – дизъюнкция элементарных конъюнкций конstituант единицы, причём каждая элементарная конъюнкция равна 1 и в неё входят все логические переменные с инверсией или без неё.

2. СКНФ – совершенная конъюнктивная нормальная форма.

СКНФ – конъюнкция элементарных дизъюнкций конstituант нуля и в неё входят все логические переменные с инверсией или без неё.

3. ДНФ – дизъюнктивная нормальная форма.

4. КНФ – конъюнктивная нормальная форма.

a	b	c	y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Пример 1

Пусть задана логическая функция в виде таблицы истинности трёх входных переменных.

Тогда для данной таблицы истинности можно записать:

$$\text{СДНФ: } y = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$$

$$\text{СКНФ: } y = (a + b + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + b + c) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c)$$

Практические задания

1. По заданной таблице истинности запишите СДНФ и СКНФ, и там, где необходимо упростите полученное выражение.

1	a	b	c	y		3	a	b	c	y	
	0	0	0	1			0	0	0	0	
	0	0	1	1			0	0	1	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	1	0	0			1	1	0	1	
	1	1	1	1			1	1	1	1	
2	a	b	c	y		4	a	b	c	y	
	0	0	0	1			0	0	0	0	
	0	0	1	0			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	1	0	0	1			1	0	0	0	
	1	0	1	1			1	0	1	0	
	1	1	0	0			1	1	0	1	
	1	1	1	1			1	1	1	1	

5	a	b	c	d	y		8	a	b	c	d	y			
	0	0	0	0	0			0	0	0	0	1			
	0	0	0	1	1			0	0	0	1	1			
	0	0	1	0	1			0	0	1	0	1			
	0	0	1	1	0			0	0	1	1	0			
	0	1	0	0	1			0	1	0	0	0			
	0	1	0	1	0			0	1	0	1	1			
	0	1	1	0	0			0	1	1	0	0			
	0	1	1	1	0			0	1	1	1	1			
	1	0	0	0	1			1	0	0	0	1			
	1	0	0	1	1			1	0	0	1	0			
	1	0	1	0	1			1	0	1	0	0			
	1	0	1	1	0			1	0	1	1	1			
	1	1	0	0	0			1	1	0	0	1			
	1	1	0	1	1			1	1	0	1	1			
	1	1	1	0	0			1	1	1	0	0			
	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1			
	6	a	b	c	d	y			9	a	b	c	d	y	
		0	0	0	0	1				0	0	0	0	0	
		0	0	0	1	1				0	0	0	1	1	
0		0	1	0	0		0	0		1	0	1			
0		0	1	1	1		0	0		1	1	1			
0		1	0	0	1		0	1		0	0	0			
0		1	0	1	0		0	1		0	1	0			
0		1	1	0	0		0	1		1	0	1			
0		1	1	1	0		0	1		1	1	0			
1		0	0	0	1		1	0		0	0	0			
1		0	0	1	1		1	0		0	1	1			
1		0	1	0	1		1	0		1	0	1			
1		0	1	1	0		1	0		1	1	1			
1		1	0	0	0		1	1		0	0	0			
1		1	0	1	1		1	1		0	1	0			
1		1	1	0	1		1	1		1	0	0			
1		1	1	1	1		1	1		1	1	1			
7		a	b	c	d	y		10		a	b	c	d	y	
		0	0	0	0	1				0	0	0	0	1	
		0	0	0	1	0				0	0	0	1	1	
	0	0	1	0	1		0		0	1	0	1			
	0	0	1	1	0		0		0	1	1	1			
	0	1	0	0	1		0		1	0	0	0			
	0	1	0	1	1		0		1	0	1	0			
	0	1	1	0	1		0		1	1	0	1			
	0	1	1	1	1		0		1	1	1	0			
	1	0	0	0	0		1		0	0	0	1			
	1	0	0	1	0		1		0	0	1	0			
	1	0	1	0	1		1		0	1	0	0			
	1	0	1	1	0		1		0	1	1	1			
	1	1	0	0	0		1		1	0	0	1			
	1	1	0	1	0		1		1	0	1	1			
	1	1	1	0	0		1		1	1	0	0			
	1	1	1	1	1		1		1	1	1	1			

2. По заданной СКНФ или СДНФ составьте таблицу истинности.

1	$y = \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d +$ $+ a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d +$ $+ \bar{a} \cdot b \cdot c \cdot \bar{d} +$ $+ a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot d$	a	b	c	d	y
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	
2	$y = (a + b + \bar{c} + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (\bar{a} + b + \bar{c} + d) \cdot$ $\cdot (\bar{a} + \bar{b} + c + d) \cdot$ $\cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d) \cdot$ $\cdot (a + b + c + d)$	a	b	c	d	y
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	
3	$y = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d) \cdot$ $\cdot (a + \bar{b} + c + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (a + b + c + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (a + \bar{b} + c + d)$	a	b	c	d	y
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	
4	$y = (\bar{a} + b + c + d) \cdot$ $\cdot (a + b + \bar{c} + d) \cdot$ $\cdot (\bar{a} + b + \bar{c} + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (\bar{a} + b + c + \bar{d}) \cdot$ $\cdot (a + b + c + d)$	a	b	c	d	y
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	
5	$y = \bar{a} \cdot b \cdot c \cdot d +$ $+ a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot d +$ $+ \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c \cdot d +$ $+ a \cdot b \cdot c \cdot \bar{d} +$ $+ a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} +$ $+ \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d$	a	b	c	d	y
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	
6	$y = a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d +$ $+ \bar{a} \cdot b \cdot c \cdot \bar{d} +$ $+ a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot \bar{d} +$ $+ \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d +$ $a \cdot b \cdot c \cdot d$	a	b	c	d	y
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	

Практическая работа № 5

Минимизация логических функций

Краткие теоретические сведения

Карты Карно – это эквивалент таблиц истинности. Графически карту Карно можно представить следующим образом.

		b	
		$(a+b)$ $\bar{a} \cdot \bar{b}$	$(a+\bar{b})$ $\bar{a} \cdot b$
a		$(\bar{a}+b)$ $a \cdot \bar{b}$	$(\bar{a}+\bar{b})$ $a \cdot b$

Соседними клетками в карте Карно являются клетки, отличающиеся значением только одной входной переменной. Не являются соседними клетки, расположенные по диагонали.

Общие правила записи логических функций.

1. Все единицы при записи в ДНФ и все нули при записи в КНФ объединяются в контуры. Одноимённые контуры могут накладываться друг на друга, т. е. одна и та же единица может входить в несколько контуров.

2. Площадь любого контура должна быть симметрична относительно границ входных логических переменных. Таким образом, в контуры могут входить 2^n единиц или нулей.

3. Во избежание получения лишних контуров, построение следует вести с тех единиц или нулей, которые могут войти в один единственный контур или не имеют в соседней клетке соответствующего нуля или единицы.

4. В карте Карно каждой единичной клетке соответствует конъюнкция всех входных переменных, а каждой нулевой клетке соответствует дизъюнкция инверсий всех входных переменных.

5. По карте Карно можно составить КНФ или ДНФ, которые тождественны. При этом ДНФ составляется как дизъюнкция конъюнкций, соответствующая единичным контурам, а КНФ, как конъюнкция дизъюнкций, соответствующая нулевым.

6. Логическое выражение, соответствующее данному контуру, не содержит тех переменных, чьи границы пересекаются площадью контура или в выражение не входят те переменные, которые изменяют своё значение с прямого на инверсное хотя бы для одной единицы или нуля для одного контура.

7. Минимальное логическое выражение получается для контура максимальной площади. Операция склеивания двух единиц или нулей сокращает выражение на одну переменную, к четырём – на две.

Если входных переменных $n = 2$, то число клеток $k = 4$.

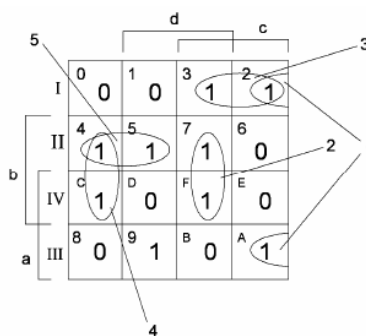
Если входных переменных $n = 3$, то число клеток $k = 8$.

Если входных переменных $n = 4$, то число клеток $k = 16$.

Пример. По заданной таблице истинности заполнить карту Карно и записать ДНФ и КНФ.

На основе таблицы истинности, карта Карно для записи ДНФ имеет вид.

№	a	b	c	d	y	
0	0	0	0	0	0	I
1	0	0	0	1	0	
2	0	0	1	0	1	
3	0	0	1	1	1	
4	0	1	0	0	1	II
5	0	1	0	1	1	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	
8	1	0	0	0	0	III
9	1	0	0	1	1	
A 10	1	0	1	0	1	
B 11	1	0	1	1	0	
C 12	1	1	0	0	1	IV
D 13	1	1	0	1	0	
E 14	1	1	1	0	0	
F 15	1	1	1	1	1	



На основе карты Карно, ДНФ имеет вид:

$$y = a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d + \bar{b} \cdot c \cdot d + b \cdot c \cdot d + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}$$

		d		c	
II		0	0	1	1
		1	1	1	0
b		1	0*	1	0
	a	0	1	0*	1
		I			III

На основе таблицы истинности, карта Карно для записи КНФ имеет вид.

На основе карты Карно, КНФ имеет вид:

$$y = (\bar{a} + \bar{b} + c + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (b + c + d) \cdot (a + b + c) \cdot (\bar{b} + \bar{c} + d)$$

Практические задания

1. По заданной таблице истинности составьте карту Карно.

1	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	0
	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	1
	1	0	1	0	0
	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	0
	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1
2	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	1
	0	1	0	0	0
	0	1	0	1	1
	0	1	1	0	0
	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	0
	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	1
	1	1	0	1	0
	1	1	1	0	0
3	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	0
	1	0	0	0	0
	1	0	0	1	1
	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	0
	1	1	0	0	1
	1	1	0	1	0
	1	1	1	0	0
4	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	1
	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	0
	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	0
	1	1	0	0	0
	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	0
5	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	0
	0	1	0	1	1
	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	0
	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	1
	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	0
	1	1	0	0	0
	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	0
6	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	1
	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	0
	1	0	0	0	1
	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	0
	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1

7	a	b	c	d	y	10	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	1		0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0		0	0	0	1	1
	0	0	1	0	1		0	0	1	0	1
	0	0	1	1	1		0	0	1	1	1
	0	1	0	0	1		0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0		0	1	0	1	1
	0	1	1	0	1		0	1	1	0	0
	0	1	1	1	0		0	1	1	1	1
	1	0	0	0	0		1	0	0	0	1
	1	0	0	1	1		1	0	0	1	0
	1	0	1	0	1		1	0	1	0	0
	1	0	1	1	1		1	0	1	1	0
	1	1	0	0	0		1	1	0	0	1
	1	1	0	1	1		1	1	0	1	1
	1	1	1	0	0		1	1	1	0	0
	1	1	1	1	0		1	1	1	1	1
8	a	b	c	d	y	11	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0
	0	0	0	1	1		0	0	0	1	1
	0	0	1	0	0		0	0	1	0	0
	0	0	1	1	1		0	0	1	1	0
	0	1	0	0	1		0	1	0	0	0
	0	1	0	1	0		0	1	0	1	1
	0	1	1	0	0		0	1	1	0	1
	0	1	1	1	1		0	1	1	1	1
	1	0	0	0	1		1	0	0	0	1
	1	0	0	1	0		1	0	0	1	0
	1	0	1	0	0		1	0	1	0	1
	1	0	1	1	1		1	0	1	1	0
	1	1	0	0	1		1	1	0	0	0
	1	1	0	1	0		1	1	0	1	0
	1	1	1	0	1		1	1	1	0	0
	1	1	1	1	0		1	1	1	1	1
9	a	b	c	d	y	12	a	b	c	d	y
	0	0	0	0	1		0	0	0	0	1
	0	0	0	1	1		0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0		0	0	1	0	0
	0	0	1	1	0		0	0	1	1	0
	0	1	0	0	1		0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0		0	1	0	1	0
	0	1	1	0	1		0	1	1	0	1
	0	1	1	1	0		0	1	1	1	1
	1	0	0	0	1		1	0	0	0	1
	1	0	0	1	1		1	0	0	1	1
	1	0	1	0	0		1	0	1	0	1
	1	0	1	1	0		1	0	1	1	1
	1	1	0	0	1		1	1	0	0	0
	1	1	0	1	1		1	1	0	1	0
	1	1	1	0	0		1	1	1	0	1
	1	1	1	1	0		1	1	1	1	1

2. По карте Карно составьте таблицу истинности

1	a b c d y					4	a b c d y				
	0	0	0	0			0	0	0	0	
	0	0	0	1			0	0	0	1	
	0	0	1	0			0	0	1	0	
	0	0	1	1			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	0	1	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0	0			1	0	0	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	0	1	1			1	0	1	1	
	1	1	0	0			1	1	0	0	
	1	1	0	1			1	1	0	1	
	1	1	1	0			1	1	1	0	
	1	1	1	1			1	1	1	1	
2	a b c d y					5	a b c d y				
	0	0	0	0			0	0	0	0	
	0	0	0	1			0	0	0	1	
	0	0	1	0			0	0	1	0	
	0	0	1	1			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	0	1	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0	0			1	0	0	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	0	1	1			1	0	1	1	
	1	1	0	0			1	1	0	0	
	1	1	0	1			1	1	0	1	
	1	1	1	0			1	1	1	0	
	1	1	1	1			1	1	1	1	
3	a b c d y					6	a b c d y				
	0	0	0	0			0	0	0	0	
	0	0	0	1			0	0	0	1	
	0	0	1	0			0	0	1	0	
	0	0	1	1			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	0	1	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0	0			1	0	0	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	0	1	1			1	0	1	1	
	1	1	0	0			1	1	0	0	
	1	1	0	1			1	1	0	1	
	1	1	1	0			1	1	1	0	
	1	1	1	1			1	1	1	1	

7	a	b	c	d	y	10	a	b	c	d	y
	0	0	0	0			0	0	0	0	
	0	0	0	1			0	0	0	1	
	0	0	1	0			0	0	1	0	
	0	0	1	1			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	0	1	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0	0			1	0	0	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	0	1	1			1	0	1	1	
	1	1	0	0			1	1	0	0	
	1	1	0	1			1	1	0	1	
	1	1	1	0			1	1	1	0	
	1	1	1	1			1	1	1	1	
8	a	b	c	d	y	11	a	b	c	d	y
	0	0	0	0			0	0	0	0	
	0	0	0	1			0	0	0	1	
	0	0	1	0			0	0	1	0	
	0	0	1	1			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	0	1	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0	0			1	0	0	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	0	1	1			1	0	1	1	
	1	1	0	0			1	1	0	0	
	1	1	0	1			1	1	0	1	
	1	1	1	0			1	1	1	0	
	1	1	1	1			1	1	1	1	
9	a	b	c	d	y	12	a	b	c	d	y
	0	0	0	0			0	0	0	0	
	0	0	0	1			0	0	0	1	
	0	0	1	0			0	0	1	0	
	0	0	1	1			0	0	1	1	
	0	1	0	0			0	1	0	0	
	0	1	0	1			0	1	0	1	
	0	1	1	0			0	1	1	0	
	0	1	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0	0			1	0	0	0	
	1	0	0	1			1	0	0	1	
	1	0	1	0			1	0	1	0	
	1	0	1	1			1	0	1	1	
	1	1	0	0			1	1	0	0	
	1	1	0	1			1	1	0	1	
	1	1	1	0			1	1	1	0	
	1	1	1	1			1	1	1	1	

3. Выделите контуры в карте Карно для записи минимальных форм ДНФ и КНФ (правильно сгруппируйте нули и единицы).

1	2	7	8
3	4	9	10
5	6	11	12

4. По карте Карно запишите минимальные формы ДНФ и КНФ.

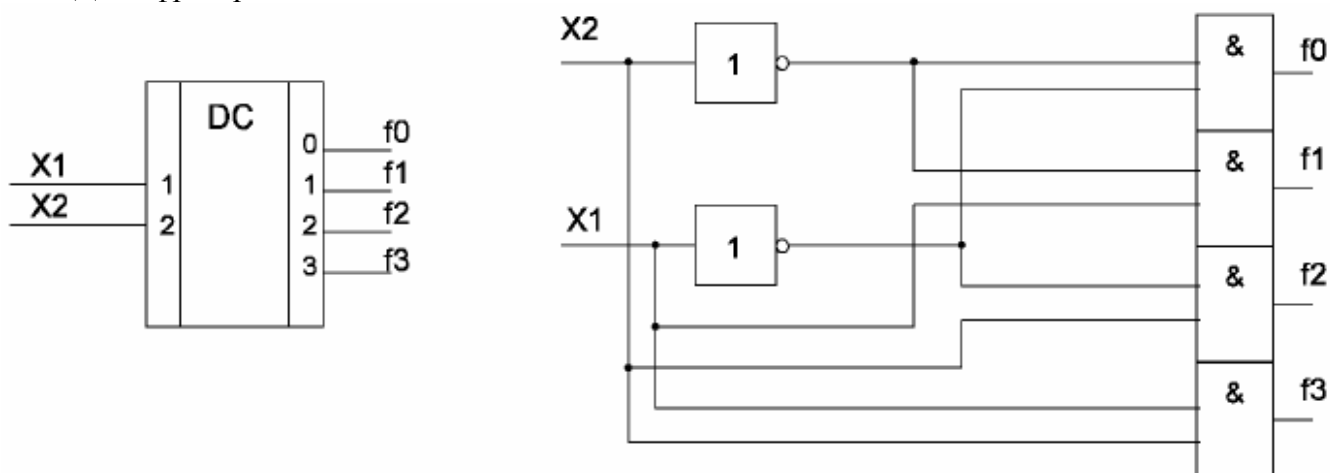
Практическая работа № 6. Шифраторы и дешифраторы

Краткие теоретические сведения

Дешифратор или декодер – это комбинационная логическая схема, имеющая n входов и 2^n выходов.

При подаче на вход дешифратора двоичного параллельного кода, только на одном из его выходов появится сигнал логической единицы, а на остальных будут нули или наоборот.

Дешифратор 2×4 имеет вид:



где $f_0 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}$ $f_1 = \overline{x_2} \cdot x_1$ $f_2 = x_2 \cdot \overline{x_1}$ $f_3 = x_2 \cdot x_1$

Дешифратор можно реализовать как демультиплексор, у которого информационный вход поддерживает напряжение выходов в активном состоянии, а адресные входы выполняют роль входов дешифратора.

Пример 1. Необходимо реализовать функцию, описанную таблицей истинности, на базе дешифратора.

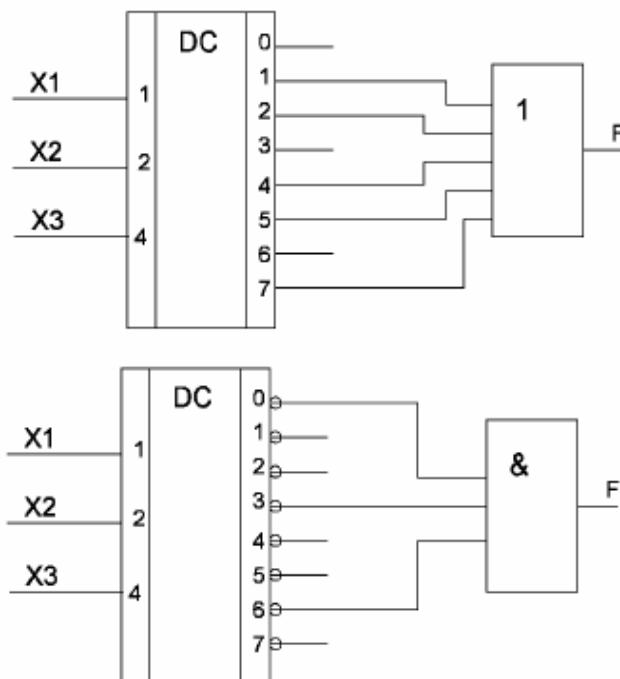
Таблица истинности имеет вид:

m	X ₃	X ₂	X ₁	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

$$F = m_1 + m_2 + m_4 + m_5 + m_7$$

$$\overline{F} = m_0 + m_3 + m_6$$

$$F = \overline{m_0} \cdot \overline{m_3} \cdot \overline{m_6}$$



Шифратор или кодер – это комбинационная логическая схема, выполняющая преобразование позиционного кода в n разрядный двоичный код. Таким образом, шифратор – это комбинационное устройство, реализующее обратную дешифратору функцию.

Пример 2. Необходимо синтезировать шифратор для преобразования восьмиразрядного кода в трёхразрядный позиционный код.

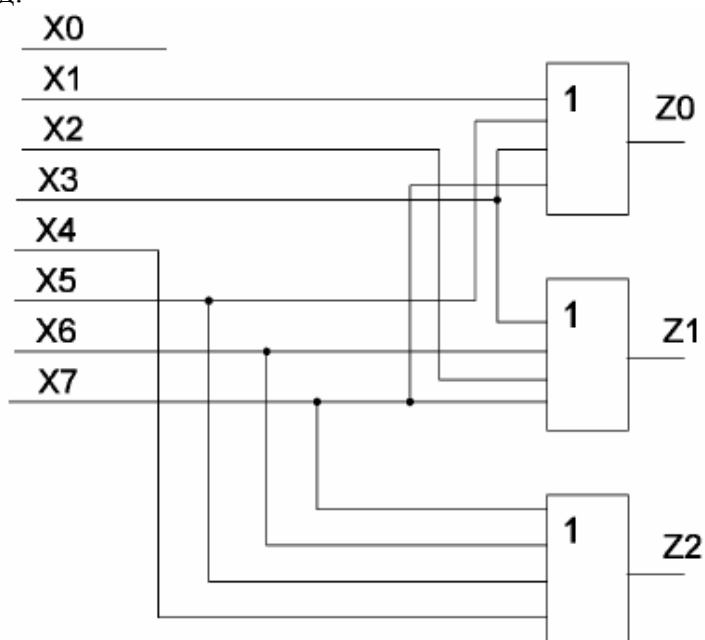
Таблица состояния шифратора имеет вид:

X	Z ₂	Z ₁	Z ₀
X ₀	0	0	0
X ₁	0	0	1
X ₂	0	1	0
X ₃	0	1	1
X ₄	1	0	0
X ₅	1	0	1
X ₆	1	1	0
X ₇	1	1	1

$$Z_0 = X_1 + X_3 + X_5 + X_7$$

$$Z_1 = X_2 + X_3 + X_6 + X_7$$

$$Z_2 = X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$



Если шифратор используется для преобразования чисел из десятичной системы счисления в двоичную систему, то входам шифратора последовательно присваиваются значения десятичных чисел. Поэтому подача активного логического сигнала на один из входов воспринимается шифратором как подача соответствующего десятичного числа. Этот сигнал преобразуется на выходе шифратора в десятичный код.

Практические задания

1. Реализуйте логическую функцию на дешифраторе.

$y = \overline{a + b}$	$y = \overline{a} + b + \overline{a + b}$
$y = \overline{a \cdot b} + \overline{a \cdot a + b}$	$y = a + b + \overline{a \cdot b}$
$y = a \cdot \overline{b + c} + \overline{a \cdot c}$	$y = \overline{b \cdot c} + \overline{a + c}$
$y = \overline{a + b + a \cdot c}$	$y = a + b + c + \overline{a + b}$
$y = \overline{a + b} + c \cdot \overline{a + b}$	$y = \overline{a \cdot b \cdot c} + a \cdot b$
$y = \overline{a + b + c \cdot b \cdot c}$	$y = \overline{c} + a \cdot b + c \cdot d$
$y = a \cdot b + \overline{c + d}$	$y = a \cdot \overline{b + c} \cdot d$
$y = \overline{a + b + c}$	$y = a \cdot \overline{b} + \overline{b + c} + b \cdot c$

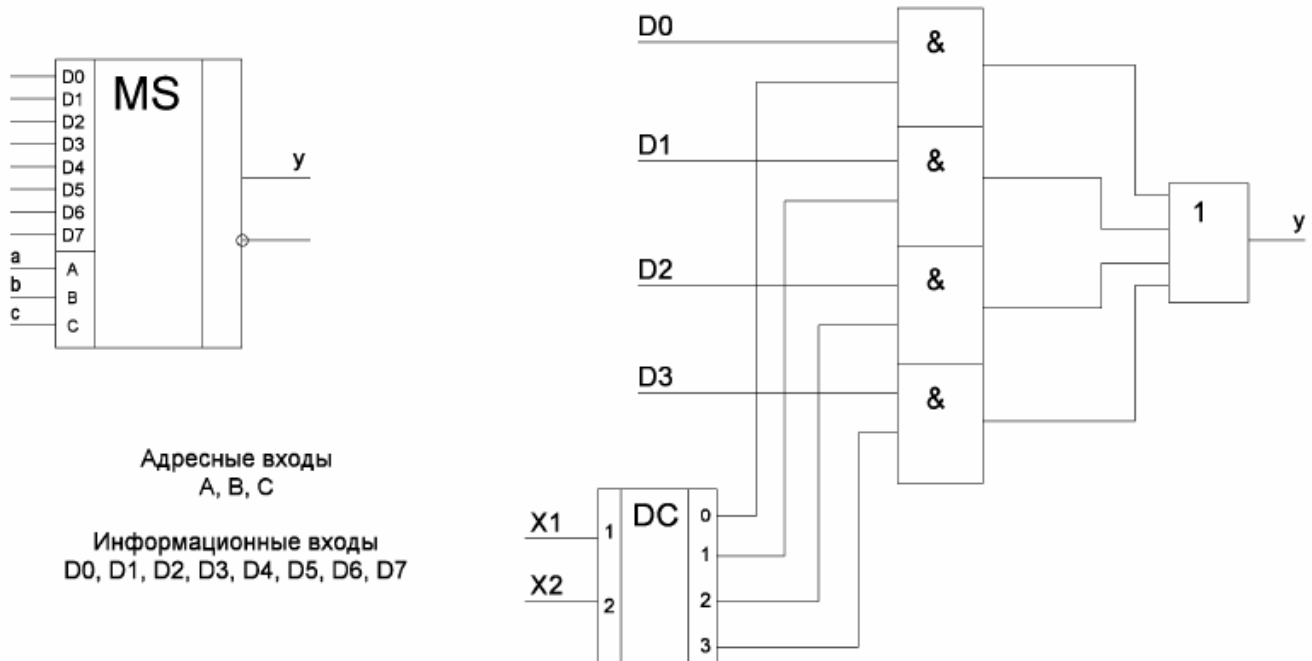
2. Реализуйте логическую функцию с использованием шифратора.

$y = \overline{a \cdot b} + \overline{a \cdot a + b}$	$y = \overline{\overline{b} \cdot c} + \overline{a + c}$
$y = \overline{a + b + c}$	$y = \overline{a + \overline{b} + a \cdot c}$
$y = a \cdot \overline{b} + \overline{b + c} + b \cdot c$	$y = a + b + \overline{a \cdot b}$
$y = a + b + c + \overline{a + b}$	$y = \overline{a + b} + c \cdot \overline{a + b}$
$y = \overline{a + b + c} \cdot b \cdot c$	$y = a \cdot \overline{b + c} + \overline{a \cdot c}$
$y = \overline{a \cdot b \cdot c} + a \cdot b$	$y = \overline{a + b} + \overline{a + b}$

Практическая работа № 7. Мультиплексоры и демультиплексоры

Краткие теоретические сведения

Мультиплексор представляет собой комбинационное устройство с m информационными, n управляющими входами и одним выходом. Функционально мультиплексор состоит из m элементов конъюнкции, выходы которых объединены дизъюнктивно с помощью элемента ИЛИ с входами. На одни входы всех элементов конъюнкции подаются информационные сигналы, а другие входы этих элементов соединены с соответствующими выходами дешифратора с n входами.



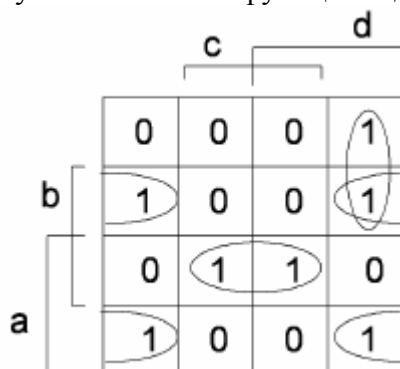
Из рисунка следует, что мультиплексор содержит дешифратор на соответствующее число выходов (число выходов дешифратора определяется числом информационных входов мультиплексора), элементы конъюнкции на два или на три входа каждый и элемент дизъюнкции с числом входов, равным количеству информационных входов.

Пример. Синтез комбинационной схемы для реализации функции четырёх переменных на мультиплексоре 4 в 1, 8 в 1, 16 в 1.

Последовательность синтеза следующая:

1. Составить таблицу истинности или карту Карно заданной функции.
2. Подать на управляющие (адресные) входы мультиплексора младшие переменные.
3. Каждый информационный сигнал D_i будет функцией оставшихся переменных и комбинацией переменных, поданных на адресный вход.
4. Для каждого информационного входа необходимо составить карту Карно.
5. Минимизировать логические выражения, если необходимо и построить схему формирования сигналов для каждого входа.

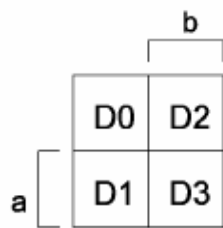
Пусть логическая функция задана в виде карты Карно.



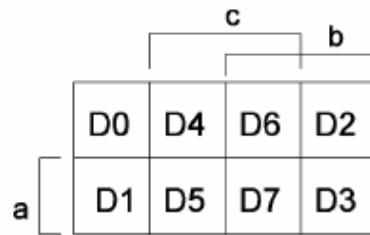
Тогда, объединяя контуры по единицам, можно записать СДНФ логической функции.

$$y = a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot c \cdot d$$

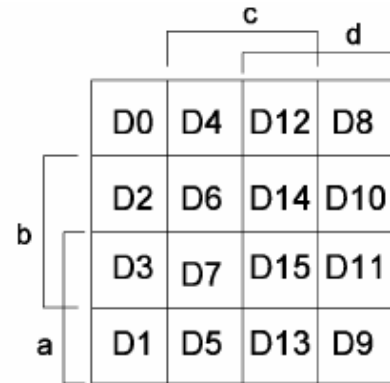
Карта Карно для мультиплексоров 4 в 1, 8 в 1 и 16 в 1 имеет вид:



4 в 1



8 в 1



16 в 1

Для мультиплексора 4 в 1 информационные входы:

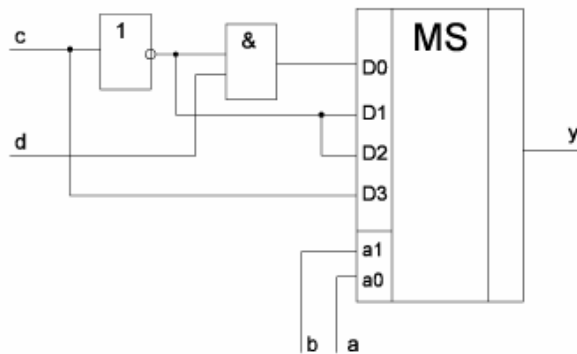
$$D_0 = F(d; c; 0; 0) = \bar{c} \cdot \bar{d}$$

$$D_1 = F(d; c; 0; 1) = \bar{c}$$

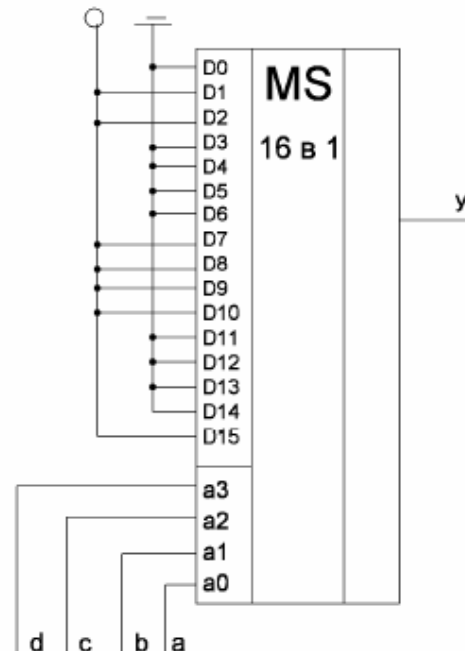
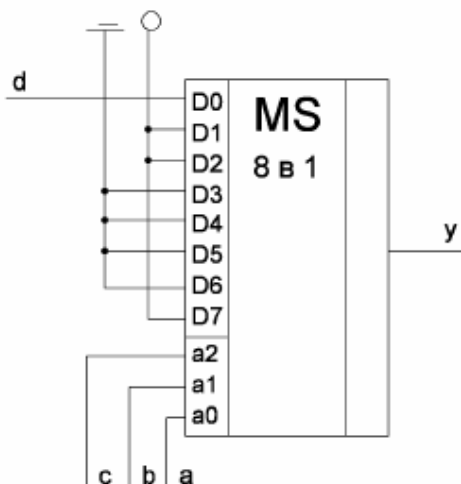
$$D_2 = F(d; c; 1; 0) = \bar{c}$$

$$D_3 = F(d; c; 1; 1) = c$$

Таким образом, мультиплексор 4 в 1 имеет вид:



Аналогично синтезируются мультиплексоры 8 в 1 и 16 в 1. После определения информационных входов, данные мультиплексоры имеют вид:



Демultipлексор – это устройство, в котором сигналы с одного информационного входа поступают в желаемой последовательности по нескольким выходам в зависимости от кода на адресных шинах.

Практические задания

1. Реализуйте на мультиплексоре логическую функцию, заданную в виде карты Карно.

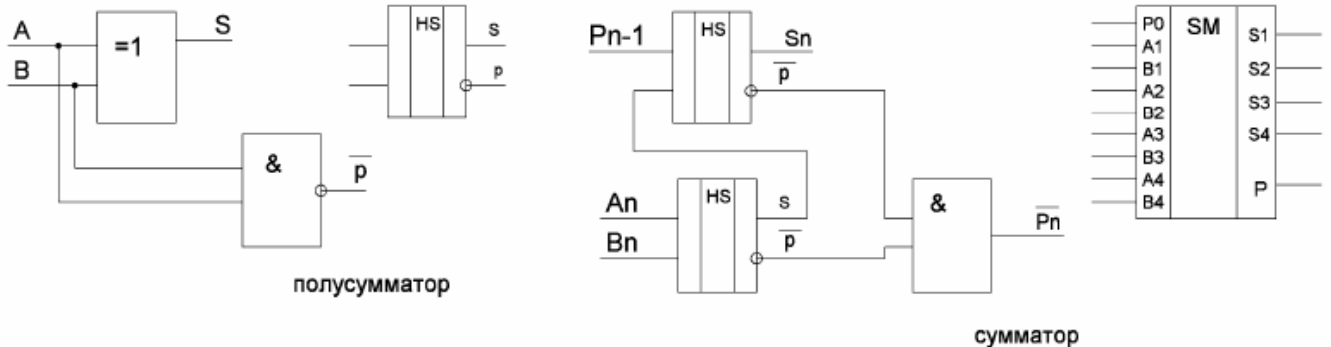
Практическая работа № 8. Сумматоры, триггеры, счётчики, регистры

Краткие теоретические сведения

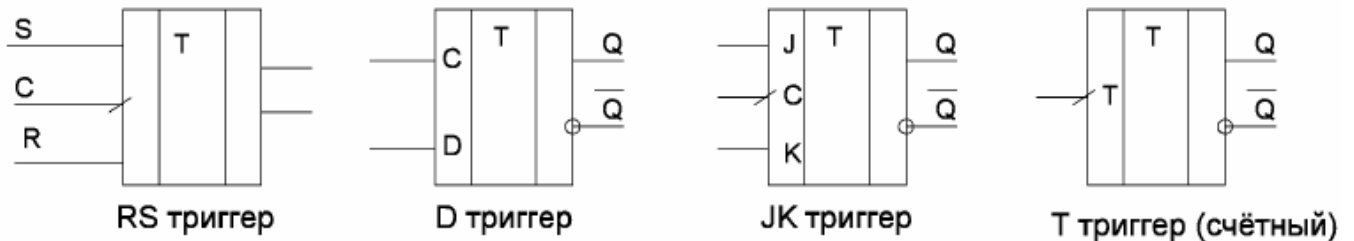
Цифровой сумматор – это арифметическое устройство, работающее не по сигналам алгебры логики, а по законам двоичной арифметики, предназначенное для сложения чисел.

Полусумматор – это логическая цепь, которая вырабатывает сигналы суммы (S) и переноса (C) при сложении двух двоичных чисел a и b.

Сумматор, в отличие от полусумматора, должен воспринимать 3 входных сигнала: 2 слагаемых и сигнал переноса с предыдущего разряда.



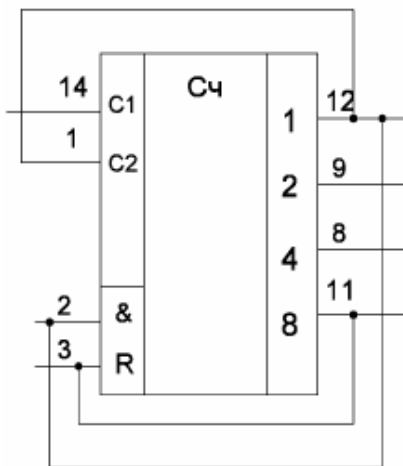
Триггер – это устройство, способное формировать два устойчивых значения выходного сигнала и скачкообразно изменять эти значения под действием внешнего управляющего сигнала. Сигналы на выходе находятся в противофазе.



Счётчики строят на базе счётных триггеров. Число, соответствующее максимальному количеству счёта, называют модулем счёта.

Счётчики могут быть синхронными, асинхронными суммирующими, вычитающими и реверсивными.

Пример 1. Построение счётчика с модулем счёта, равным 10.

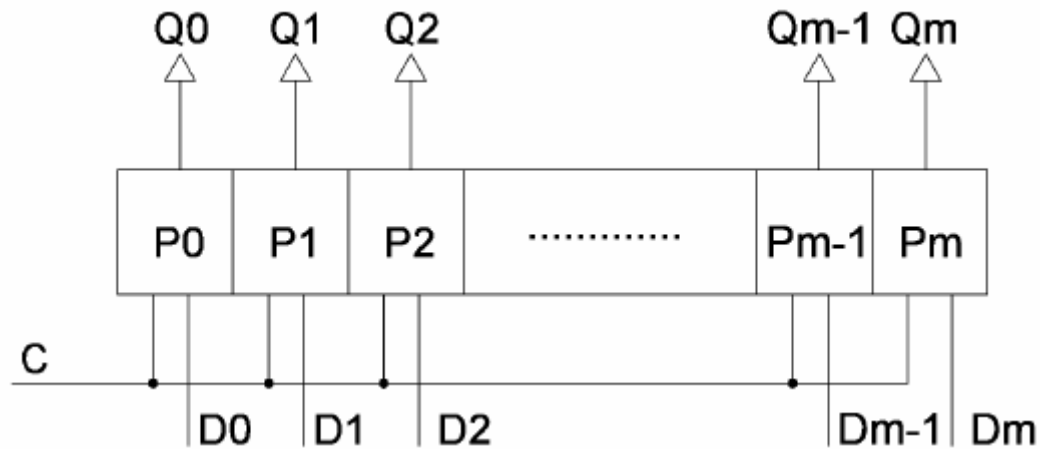


Регистр – это упорядоченная последовательность триггеров, число которых соответствует числу разрядов в слове.

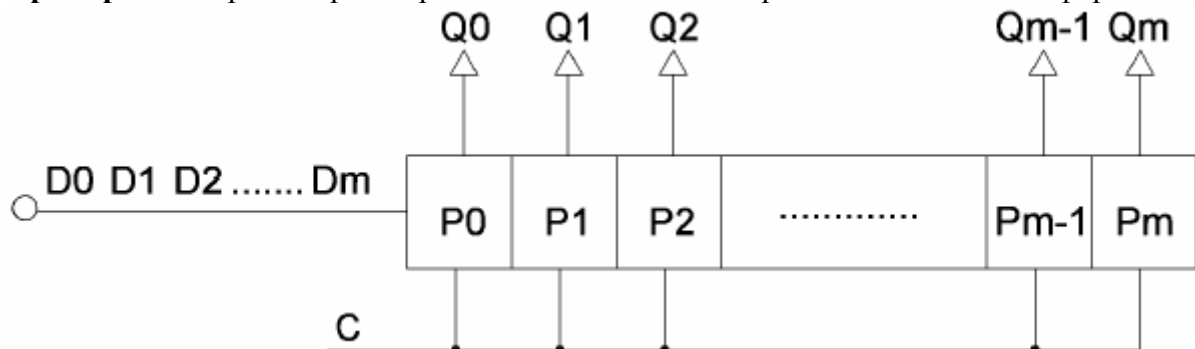
Регистры строятся на базе синхронных одно и двухступенчатых RS и D триггерах. Они могут быть реализованы на базе JK триггеров. По способу приёма и выдачи информации, регистры подразделяются на следующие группы:

1. С параллельным приёмом и выдачей информации (регистры памяти и хранения).
2. С последовательным приёмом и выдачей информации (регистры сдвига).
3. С последовательным приёмом и параллельной выдачей информации.
4. С параллельным приёмом и последовательной выдачей информации.

Пример 2. Построение регистра с параллельным приёмом и выдачей информации.



Пример 3. Построение регистра с последовательным приёмом и выдачей информации.



Практические задания

1. Постройте счётчик для указанных модулей счёта

1. Ксч=3
2. Ксч=6
3. Ксч=5
4. Ксч=12

2. Постройте регистр по заданным условиям.

№	Приём	Выдача	Разрядов
1	последовательный	параллельная	7
2	параллельный	последовательная	11
3	параллельный	параллельная	8
4	последовательный	последовательная	6
5	последовательный	параллельная	5
6	последовательный	параллельная	9
7	параллельный	последовательная	3

Литература

1. Угрюмов Е. П. Цифровая схемотехника. — СПб.: БХВ — Санкт-Петербург, 2000. — 528 с: ил.
2. Точки, Рональд, Дж., Уидмер, Нил, С. Цифровые системы. Теория и практика, 8-е издание. : Пер. с англ. — М. : Издательский дом "Вильямс", 2004. — 1024 с. : ил.
3. Новиков Ю. В. Основы цифровой схемотехники. Базовые элементы и схемы. Методы проектирования. -М.: Мир, 2001. -379с., ил. — Современная схемотехника.
4. Хвощ С.Т. Микропроцессоры и микро-ЭВМ в системах автоматического управления.
5. Каган Б.М., Сташин В.В. Основы проектирования микропроцессорных устройств автоматики.
6. Б. А. Калабеков «Цифровые устройства и микропроцессорные системы».
7. <http://256bit.ru/education/arhit/1.1.htm>