

Alijonov O.I., Xolmurzayev A.A.

MUHANDISLIK GRAFIKASI

Oliy texnika o'quv yurtlari
uchun darslik

Farg'ona – 2007

O.I.Alijonov, A.A.Xolmurzayev. Muhandislik grafikasi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. Farg'ona, 2007, 220 bet.

Darslikda chizma geometriyaning texnik chizmachilik bilan bog'liq nazariy asoslari, asosiy chizma standartlari, geometrik yasashlar, buyumlarning proeksiyalarini qurish, ularda qirqim va kesimlar bajarish, aksonometrik tasvirlarni qurish, mashinasozlikda ko'p uchraydigan detallarning eskizlari va ish chizmalarini tuzish, biriktirish buyumlari va buyumlarga qarab ularning umumiy ko'rinish chizmalarini taxt qilishning asoslari yoritilgan.

Darslik texnika oliy o'quv yurtlari bakalavrlari uchun tayyorlangan bo'lib, undan loyiha-konstruktorlik ishlari bilan shug'ullanayotgan mutaxassislar hamda kasb-hunar kollejlari uquvchilari ham foydalanishi mumkin.

О.И.Алижонов, А.А.Холмурзаев. Инженерная графика. Учебник для вузов. Фергана, 2007, 220 стр.

В учебнике изложены основы начертательной геометрии в непосредственной связи с основами технического черчения, а также основные правила и приемы выполнения геометрических построений, проекций, разрезов и сечений, аксонометрических изображений, эскизов и рабочих чертежей крепежных изделий.

Учебник предназначен для студентов-бакалавров высших учебных заведений, учащихся профессиональных колледжей, а также для специалистов, занимающихся конструкторско-проектной деятельностью.

O.I.Alijonov, A.A.Holmurzaev. Engineering drawing. The textbook for high schools. Fergana, 2007, 220 p.

In the textbook are started the bases of descriptive geometry in direct connection with bases of technical plotting, and also basic rules and receptions of performance of geometrical constructions, projections, cuts and sections, acsonometric images, sketches and working drawings of fixing products in machine-building plotting.

The textbook is intended for the students - bachelors of higher educational institutions, and also for the experts engaged in construct-design activity.

Taqrizchilar:

Toshkent Davlat Texnika universiteti
Chizma geometriya va muhandislik grafikasi
Kafedra mudiri, t.f.n, dotsent T.J.Azimov
Kafedra dotsenti, t.f.n., A.R.Umarov

Soʻz boshi

Kadrlar tayyorlash Milliy dasturidagi asosiy vazifalardan biri – oʻquv adabiyotlarining yangi avlodini yaratishga qaratilgan.

“Muhandislik grafikasi” darsligi Oʻzbekiston Oliy va oʻrta maxsus taʼlim vazirligi tomonidan oliy texnika oʻquv yurtlari uchun tasdiqlangan “Chizma geometriya va muhandislik grafikasi” fani dasturiga muvofiq yozilgan.

“Muhandislik grafikasi” fani chizma geometriya va chizmachilikning asosiy boʻlimlarini oʻz ichiga oladi. U umumkasbiy fanlar qatoriga kirib, boʻlajak mutaxassislarning grafik tayyorgarligini taʼminlaydi.

Ushbu fan avval chizma geometriya, yaʼni chizmalar chizishning nazariy asoslarini, uch oʻlchamli fazoda grafik modellarni chizish usularini va pirovard maqsadda muqim obʼyekt yoki buyumlarni tasvirlashni muhandislik faoliyatida qoʻllashga yoʻnaltirilgan.

Darslik - mualliflarning Kiev politexnika instituti, Kiev muhandis-qurilish institutida olgan bilimlari va Fargʻona politexnika institutidagi koʻp yillik oʻquv-uslubiy hamda ilmiy tajribalariga asoslangan holda yozildi.

Muhandislik grafikasi oʻzbek tilida yozilgan birinchi darslik boʻlgani uchun ham ayrim kamchiliklardan xoli boʻlmasligi mumkin. Darslikning kamchiliklarini yoʻqotishgan qaratilgan barcha mulohaza va takliflarni mualliflar minnatdorchilik bilan qabul qiladilar.

Kitob mualliflari taqrizchilar - Toshkent davlat texnika universiteti “Chizma geometriya va muhandislik grafikasi” kafedra dotsenti, t.f.n., A.R.Umarovga beqiyos mehnati hamda kafedra mudiri, t.f.n, dotsent T.J.Azimovga qimmatli maslahatlari, Fargʻona politexnika instituti “Chizma geometriya va muhandislik grafikasi” kafedrasining katta oʻqituvchisi A.A.Oʻrinboevga beminnat yordamlari uchun oʻzlarining samimiy minnatdorchiliklarini bildiradilar.

Mualliflar

Kirish. Muhandislik grafikasi fanining maqsadi, vazifalari va muhandislar tayyorlashdagi o'rnini

Muhandislik grafikasi umumkasbiy fanlar qatoriga kirib Oliy ta'limning bir qator bakalavr yo'nalishlari bo'yicha kadrlar tayyorlashda muhim o'rinni egallaydi.

Ushbu fanning maqsadi, talabalarga bilim va ko'nikmalar berishdan tashqari, muhandis uchun zarur bo'lgan texnik fikrlarni chizma yordamida bayon etishni va texnik buyumni ish prinsipi hamda konstruksiyasiga qarab tushunishni, geometrik loyihalash asoslarini, chizmalar tuzishni nazariy asoslari va texnik buyumlar hamda ularning chizmalarini o'qishni o'rgatadi.

Muhandislik grafikasi fanining vazifalari:

- Nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik va sirtlarning tasvirlarini chizishning nazariy asoslarini;
- Geometrik elementlar va jismlarning o'zaro vaziyatlari, o'zaro kesishuvi, haqiqiy kattaligini aniqlashga oid masalalarni yechishni;
- To'g'ri burchakli va aksonometrik proeksiyalar yordamida oddiy buyumlarning tasvirlarini chizishni;
- Oldindan qo'yilgan shartlarga binoan buyumlarni tasvirlarini chizishda geometrik, proeksion va mashinasozlik chizmalari bo'yicha mashq qilishni;
- Yig'uv birligi, umumiy ko'rinish chizmalarini o'qishda va bajarishda buyumning o'ziga va chizmasiga qarab oddiy geometrik shakllarni ajrata bilishni;
- Chizmalarni taxt qilishda konstruktorlik Hujjatlarining Yagona Tizimiga (KXYaT) kiruvchi standartlarga asosan bajarilishini ta'minlashni o'rgatishdan iborat.

Barcha murakkab jismlar nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik singari oddiy geometrik elementlardan tashkil topgan. Shuning uchun muhandislik grafikasi fanining asosini sodda geometrik jismlarni proeksion xossalari tashkil etadi.

Bu fanni chuqur o'rganilishi keyinchalik fundamental muhandislik fanlarini va chizmalarni tayyorlashning avtomatlashtirilgan kompyuter grafikasi tizimlarini har tomonlama o'zlashtirish imkonini yaratadi.

Muhandislik grafikasi fani chizma geometriya (geometrik jismlarni tasvirlashning nazariy asoslari) hamda texnik chizmachilik (buyumlarning chizmalarini tayyorlash va uni o'qish) fanlari elementlarini o'z ichiga oladi.

Muhandislik grafikasi bilan shug'ullanish o'quvchining fazoviy tasavvurini kengaytiradi.

Darslikda quyidagi belgilashlar kiritilgan:

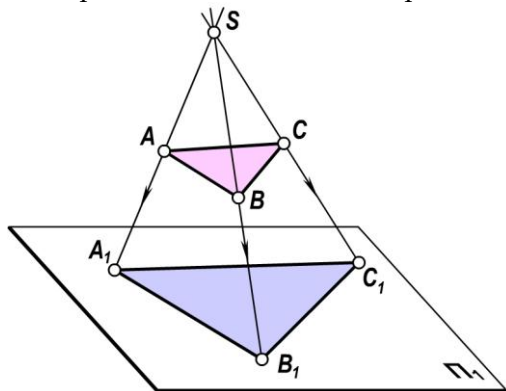
1. Fazodagi nuqtalar – lotin alfavitining O gacha bo'lgan bosh harflari bilan: A, B, C,..., N, O.
2. Nuqtalar (va boshqa elementlar) qatori – satr usti indeksleri bilan: $A^1, A^2, A^3, \dots$
3. Fazodagi chiziqlar – chiziqqa tegishli nuqtalar bilan: AB, CD, EF, ...
4. Burchaklar – grek alfavitining kichik harflari bilan: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$
5. Tekisliklar – grek alfavitining katta harflari bilan: Δ -delta, Σ -sigma, Ω -omega, Θ - teta, Λ - lyambda,...,
6. Tekislik izlari – gorizontall: $\Delta_{\Pi 1}, \Sigma_{\Pi 1}, \Omega_{\Pi 1}, \dots$, frontal: $\Delta_{\Pi 2}, \Sigma_{\Pi 2}, \Omega_{\Pi 2}, \dots$, profil: $\Delta_{\Pi 3}, \Sigma_{\Pi 3}, \Omega_{\Pi 3}, \dots$
7. Sirtlar – grek alfavitining katta harflari bilan: $\Phi, \Gamma, P, \dots$
8. Proeksiya tekisliklari: ixtiyoriy tekislik – Π , gorizontall – Π_1 , frontal – Π_2 , profil – Π_3 , qo'shimcha – $\Pi_4, \Pi_5, \dots$
9. Proeksiyalash markazi – S harfi bilan.
10. Proeksiyalar o'qi – kichik x, y, z harflari yoki (qo'shimcha tekisliklar kiritilganda) $\Pi_2/\Pi_1, \Pi_2/\Pi_3, \Pi_2/\Pi_4$ ko'rinishda. Koordinata boshi - O.
11. Nuqtaning proeksiyalari – satr osti indeksleri bilan: gorizontall – $A_1, B_1, C_1, \dots$ frontal – $A_2, B_2, C_2, \dots$ profil – $A_3, B_3, C_3, \dots$
12. Chiziq proeksiyalari – kichik lotin harflari: $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$ yoki unga tegishli nuqtalarning proeksiyalari bilan.
13. Burchaklar – grek alfavitining kichik harflari bilan: α (alfa), β (beta), γ (gamma).
14. $\supset$ - nuqtaning to'g'ri chiziq, tekislik yoki sirtga tegishliligi, $\in$ - to'g'ri chiziqning tekislik yoki sirtga tegishliligi, $\cap$ - kesishgan, $\perp$ - perpendikulyar, $\parallel$ - parallel, $\wedge$ - va (biriktiruvchi so'z), $\Rightarrow$ - natija, teng.

I – BOB. PROEKSIYALASHNING NAZARIY ASOSLARI

1.1. Proeksiyalash usullari

Fazo elementlarini tekislikka tasvirlashda markaziy va parallel proeksiyalash usulidan foydalaniladi. Shu sababdan bu proeksiyalash usullarning har qaysisiga alohida to'xtalib o'tamiz.

Markaziy proeksiyalar. Faraz qilaylik, fazoda S, A, B, C nuqtalar va Π_1 tekislik berilgan bo'lsin (1.1-shakl). S nuqtani A, B va C nuqtalar bilan tutashtiramiz. SA, SB va SC proeksiyalovchi nurlar Π_1 tekislikni mos ravishda A_1, B_1, C_1 nuqtalarda kesib o'tadi. Bu nuqtalar A, B, S nuqtalarning markaziy proeksiyalari hisoblanadi.



1.1-shakl

Demak, S - nuqta proeksiyalash markazi, Π_1 - proeksiyalar tekisligi va SA, SB, SC - proeksiyalovchi nurlar deyiladi.

Shakldan ko'rinib turibdiki, markaziy proeksiyalashda shaklning geometrik xossalari saqlanib, uning o'lchamlarigina o'zgaradi xolos. Ya'ni fazodagi ABC uchburchakning Π_1 tekislikdagi markaziy proeksiyasi $A_1B_1C_1$ uchburchak-dan iborat, lekin o'lchamlari o'ziga teng bo'lmaydi.

Parallel proeksiyalar. Proeksiyalar markazi S cheksizlikda joylashgan deb qaralsa, u holda proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel vaziyatni egallaydi. Shu yo'sinda qurilgan proeksiyalarga **parallel proeksiyalar** deyiladi. Yuqorida, ya'ni markaziy proeksiyalarda aytib o'tilgan xossalar parallel proeksiyalarda ham saqlanib qoladi. Fazodagi har qanday nuqta faqat bitta parallel proeksiyaga ega bo'ladi.

Parallel proeksiyalarda ham xuddi markaziy proeksiyalardagidek, nuqtaning bitta proeksiyasi uning fazodagi vaziyatini to'liq aniqlay olmaydi.

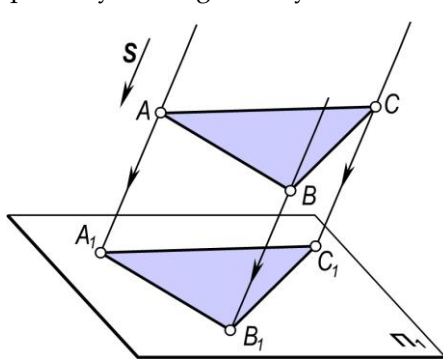
1.2-shaklda S yo'nalishga parallel bo'lgan AA_1, BB_1, SC_1 proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar Π_1 tekislik bilan kesishib fazodagi A, B, C nuqtalarning A_1, B_1, C_1 geometrik o'rinarini, ya'ni parallel proeksiyalari hosil qiladi.

A_1, B_1, C_1 proeksiyalar A, B, C nuqtalarning fazodagi vaziyatini to'liq aniqlay olmaydi. Parallel proeksiyalarda ham nuqtaning fazodagi vaziyatini uning ikki yoki undan ortiq proeksiyalari yordamida aniqlanadi.

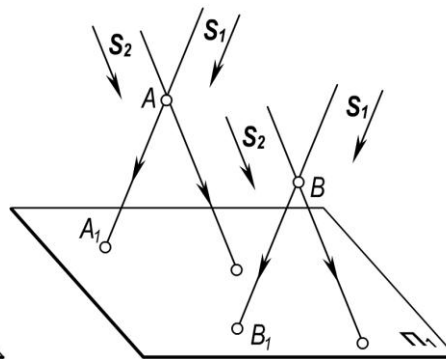
Masalan, 1.3-shaklda fazodagi A, B nuqtalarning fazodagi vaziyati ularning A_1, A_2, B_1, B_2 proeksiyalari orqali berilgan.

Parallel proeksiyalarda proeksiyalash yo'nalishining proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagiga qarab **to'g'ri** va **qiyshiq burchakli proeksiyalar** farqlanadi.

Agar proeksiyalash yo'nalishi proeksiyalar tekisligi bilan o'tkir burchakni tashkil etsa, **qiyshiq burchakli proeksiyalar**, to'g'ri burchakni tashkil etsa, to'g'ri burchakli yoki **ortogonal proeksiyalar** hosil bo'ladi. Ortogonal proeksiyalar parallel proeksiyalarning xususiy xoli hisoblanadi.



1.2-shakl



1.3-shakl

Qiyshiq burchakli proeksiyalar asosida aksonometrik proeksiyalar quriladi, to'g'ri burchakli proeksiyalar asosida esa texnik chizmalar tuziladi.

1.2. Parallel proeksiyalarning asosiy xossalari

Agar ob'yekt elementlari istalgan proeksiyalash usuli bilan tekislikka proeksiyalansa, ular asliga nisbatan ma'lum darajada o'zgarib proeksiyalanadi. Lekin, proeksiyalanayotgan ob'yektning o'zi bilan uning proeksiyalari orasidagi o'zaro bog'liqlik hamda ularning asosiy geometrik xossalari saqlanib qoladi. Quyida parallel proeksiyalarning asosiy xossalarini ko'rib chiqamiz.

1-xossa. Nuqtaning tekislikdagi proeksiyasi nuqta bo'ladi.

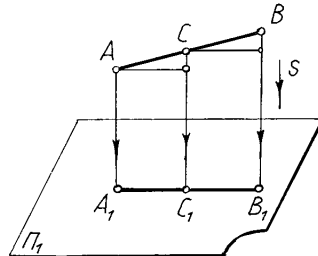
2-xossa. Proeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqning tekislikdagi proeksiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi.

3-xossa. Agar nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lsa, nuqtaning proeksiyasi ham to'g'ri chiziq proeksiyasiga tegishli bo'ladi (1.4-shakl).

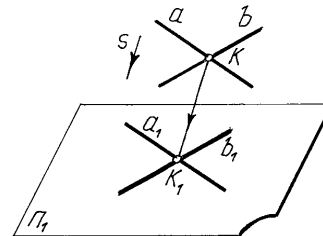
4-xossa. Nuqta to'g'ri chiziq kesmasini qanday nisbatda bo'lsa, uning proeksiyasini ham xuddi shunday nisbatda bo'ladi (1.4-shakl):

$$C \in [AB] \wedge \left| \frac{AC}{CB} \right| = \left| \frac{A_1C_1}{C_1B_1} \right|.$$

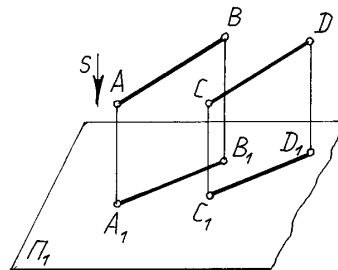
5-xossa. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning proeksiyalari ham kesishgan bo'ladi. Kesishuv nuqtasi va uning proeksiyasi bitta bog'lovchi chiziqda yotadi (1.5-shakl).



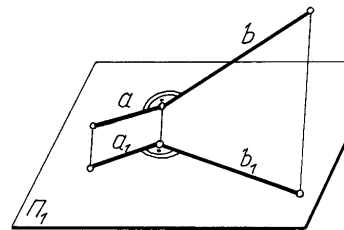
1.4-shakl.



1.5-shakl.



1.6-shakl



1.7-shakl

6-xossa. Parallel to'g'ri chiziqlarning proeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi. To'g'ri chiziq kesmalarining nisbati ularning proeksiyalari nisbatiga tengdir (1.6-shakl):

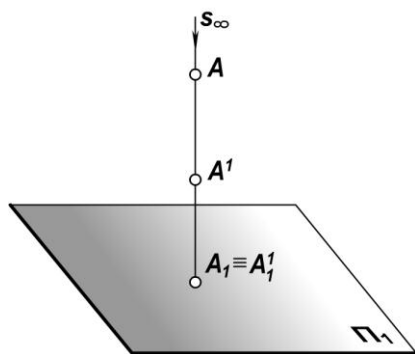
$$AB \parallel CD \Rightarrow \left| \frac{AB}{CD} \right| = \left| \frac{A_1B_1}{C_1D_1} \right|.$$

7-xossa. To'g'ri burchakli proeksiyalarda, agar to'g'ri burchakning bitta tomoni proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, hamda ikkinchi tomoni ushbu tekislikka perpendikulyar bo'lmasa, bunday hollarda to'g'ri burchak shu tekislikka o'zgarmay proeksiyalanadi (1.7-shakl).

8-xossa. Tekis shakl proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u shu tekislikka o'zgarmay asliga teng bo'lib proeksiyalanadi.

1.3. Ortogonal proeksiyalash usuli. Chizmaning o'qilishi

Ortogonal proeksiyalar markaziy va parallel proeksiyalarga nisbatan bir qancha afzalliklarga ega. Nuqtalarning ortogonal proeksiyalarini aniqlashda geometrik yasashlarning soddaligi, ob'yektni tasvirlashda uning shakli va o'lchamlarini o'zgarmasligi va xokazolar texnik chizmalarda ortogonal proeksiyalarni keng qo'llash imkoniyatini yaratadi.



1.8-shakl

Buyumning bitta proeksiyalar tekisligidagi proeksiyasiga asoslanib uning shakli, holati va boshqa shu kabi ma'lumotlarni to'liq olib bo'lmaydi. Masalan, nuqtaning A_1 proeksiyasidan uning fazodagi holatini, ya'ni Π_1 proeksiya tekisligidan qancha uzoqlikda joylashganligini bilib bo'lmaydi. Chunki A nuqta orqali o'tgan proeksiyalovchi nurga tegishli har qanday nuqtaning proeksiyasi A_1 nuqta bilan ustma-ust tushadi (1.8-shakl).

Bunday holatlarda *chizmani o'qilmaydi yoki chizmadagi ma'lumotlar yetarli emas* deyiladi. Ushbu yetishmovchilikni bartaraf etish uchun chizmani qo'shimcha ma'lumotlar bilan to'ldiriladi. Amaliyotda bitta proeksiya orqali beriladigan chizmalarni taxt qilishning bir qancha usullari mavjud.

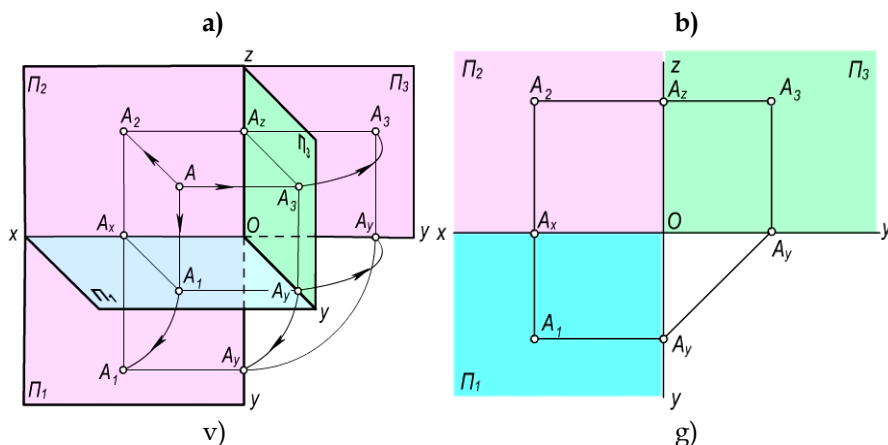
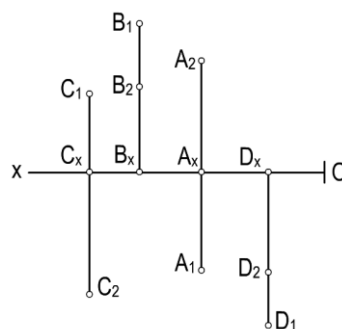
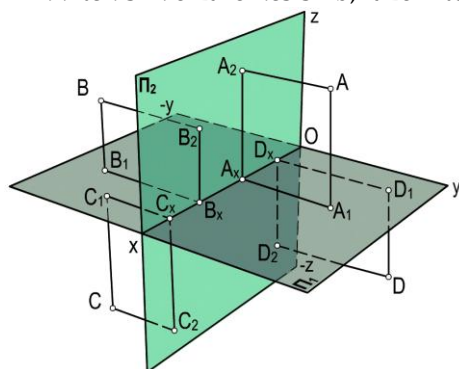
Mazkur kursda yuqoridagi usuldan farqli ravishda, **ortogonal proeksiyalar** usuli, ya'ni narsani ikki yoki undan ortiq o'zaro perpendikulyar bo'lgan proeksiyalar tekisligiga proeksiyalash Monj usuli o'rganiladi.

1.4. Nuqtaning ortogonal proeksiyalari

Fazoda o'zaro perpendikulyar ikki Π_1 va Π_2 tekisliklar sistemasini ko'rib chiqamiz.

Π_1 tekislikni gorizontal joylaymiz va uni **gorizontal proeksiyalar tekisligi** deb ataymiz. Unga perpendikulyar bo'lgan Π_2 tekislikni esa vertikal holda joylaymiz va uni **frontal proeksiyalar tekisligi** deb qabul qilamiz. Proeksiyalar tekisliklarining o'zaro kesishuv chizig'i Ox **proeksiyalar o'qi** deyiladi (1.9-shakl, a).

Ikki tekislik o'zaro kesishib, fazoni to'rt qismga bo'ladi. Ularni «chorak»lar yoki «kvadrat»lar deyiladi.



1.9-shakl

Fazoda joylashgan ixtiyoriy A nuqtadan Π_1 va Π_2 tekisliklarga perpendikulyar qilib proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz. Proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar Π_1 va Π_2 tekisliklar bilan kesishib, tegishlicha A_1 va A_2 nuqtaning proeksiyalarini aniqlaydi. A_1 nuqta A ning gorizontal proeksiyasi, A_2 esa uning frontal proeksiyasi bo'ladi. A nuqtadan Π_1 tekislikkacha bo'lgan AA_1 masofa uning frontal proeksiyasi A_2 dan Ox o'qigacha bo'lgan masofaga teng, A nuqtadan Π_2 tekislikkacha bo'lgan masofa esa A_1 dan Ox o'qigacha bo'lgan masofaga tengdir.

A nuqtadan Π_1 tekislikkacha bo'lgan masofa - uning balandligi, A nuqtadan Π_2 gacha bo'lgan masofa esa uning uzoqligi deb ataladi.

Π_1 tekislikni Ox o'q atrofida soat strelkasining yo'nalishi bo'yicha, 90° burchakka burib, uni Π_2 bilan jipslashtiramiz. Natijada, A nuqtaning A_1 va A_2 proeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bog'lanish chizig'iga tegishli bo'lib qoladi. Hosil bo'lgan tekis chizma **epyr** deyiladi (1.9-shakl, b). Chizmada berilgan B nuqta ikkinchi chorakda joylashgan. Uning gorizontal B_1 va frontal B_2 proeksiyalari birinchi chorakning orqa tomonida bo'ladi.

Epyurda B_1 va B_2 proeksiyalar Ox o'qidan yuqorida va unga perpendikulyar bo'lgan bog'lanish chizig'ida yotgan bo'ladi.

Uchinchi chorakda joylashgan C nuqtaning gorizontal C_1 proeksiyasi Ox o'qidan yuqorida, frontal C_2 proeksiyasi esa Ox o'qidan pastda joylashadi.

To'rtinchi chorakda joylashgan D nuqtaning gorizontal D_1 va D_2 proeksiyalari Ox o'qidan pastda joylashadi.

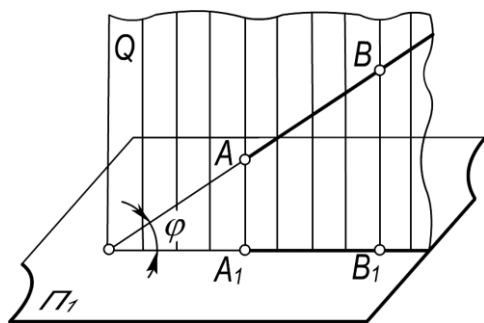
Ko'pchilik hollarda ob'yektning haqiqiy shaklini va uning chiziqli o'lchamlarini aniqroq bilish maqsadida, uning uchinchi proeksiyasini yasashga to'g'ri keladi. Π_3 profil proeksiyalar tekisligi Π_1 va Π_2 tekisliklariga perpendikulyar bo'ladi. Π_1 , Π_2 va Π_3 tekisliklar o'zaro kesishib Ox , Oy , Oz koordinata o'qlarini hosil qiladi.

1.9-shaklda A nuqtaning uchta ortogonal proeksiyalari yasalgan. Bu yerda A_1 , A_2 va A_3 lar mos ravishda A nuqtaning gorizontal, frontal va profil proeksiyalari deyiladi.

Nuqtaning fazodagi vaziyati x , y , z koordinata o'qlaridagi qiymatlari orqali ifodalanadi, ya'ni $A(x, y, z)$.

O'zaro perpendikulyar bo'lgan Π_1 va Π_2 proeksiya tekisliklari asosida hosil bo'lgan chizmani Monj¹ chizmasi deb ataladi.

1.5. To'g'ri chiziqning ortogonal proeksiyalari



1.10-shakl

AB to'g'ri chiziq kesmasining yaqqol tasviri va uning Π_1 tekisligiga ortogonal proeksiyalash 1.10-shaklda ko'rsatilgan. AB to'g'ri chiziq kesmasining ortogonal proeksiyasini parallel proeksiyalashning xossalari inobatga olgan holda ko'rib chiqamiz. O'zaro parallel bo'lgan AA_1 va BB_1 proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar mos ravishda A va B nuqtalar orqali o'tib, Π_1 proeksiyalar tekisligi bilan kesishuvchi Q tekislikni hosil qiladi. Π_1 va Q tekisliklarining o'zaro kesishuv chizig'i A va B nuqtalarning Π_1 proeksiya tekisligidagi A_1 va B_1 proeksiyalari orqali o'tadi. A_1B_1 to'g'ri chiziq AB to'g'ri chiziqning Π_1 proeksiyalar tekisligidagi yagona proeksiyasi hisoblanadi.

AB to'g'ri chiziq kesmasi va uning A_1B_1 proeksiyasining uzunliklari o'rtasida

$$|A_1B_1| = |AB| \cos \varphi$$

bog'liqlik mavjud bo'lib, bu yerda φ - to'g'ri chiziq bilan proeksiyalar tekisligi orasidagi burchakdir. Agar $\varphi=0$ bo'lsa, kesma haqiqiy kattalikda proeksiyalanadi; $\varphi=90^\circ$ bo'lganda esa, kesma nuqta ko'rinishida proeksiyalanadi. Qolgan vaziyatlarda kesmaning proeksiyasi kesmaning haqiqiy kattaligidan kichik bo'ladi.

To'g'ri chiziq kesmasining proeksiyalari orqali uning haqiqiy o'lchamini aniqlash va proeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash masalasi amaliyotda ko'p uchraydi.

AB to'g'ri chiziq kesmasi hamda uning Π_1 va Π_2 tekisliklardagi proeksiyalari berilgan bo'lsin (1.11-shakl). Kesmaning A nuqtasidan $AE \perp A_1B_1$ to'g'ri chiziq o'tkaziladi va to'g'ri burchakli $\triangle ABE$ ni hosil qilinadi. Bunda

$$BE = BB_1 - AA_1,$$

bu yerda $AA_1 = EB_1$ bo'lgani uchun $BE = BB_1 - EB_1 = \Delta z$ bo'ladi.

To'g'ri burchakli ABE uchburchakning AB gipotenuzasi AE katet bilan α burchak hosil qiladi. Bu burchak AB kesmaning Π_1 proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.

To'g'ri chiziq kesmasining Π_2 proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli ABF uchburchakdan foydalanamiz. Bu uchburchakning BF kateti AB kesmaning frontal proeksiyasi A_2B_2 ga, ikkinchi AF kateti esa A va B uchlarning Π_2 tekislikdan uzoqliklarining ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AF = AA_2 - BB_2$, bo'lib, $BB_2 = FA_2$ bo'lgani uchun $AF = AA_2 - FA_2 = \Delta y$ bo'ladi.

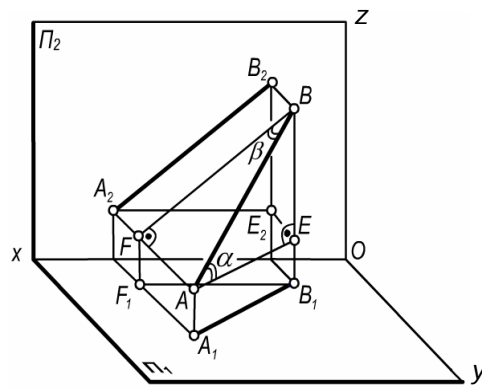
To'g'ri burchakli ABF ning AB gipotenuzasi BF katet bilan hosil qilgan β burchak AB kesmaning Π_2 tekislik hosil qilgan burchagi bo'ladi.

Chizmada kesmaning berilgan proeksiyalari orqali uning haqiqiy uzunligi va proeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash uchun yuqoridagi fazoviy model asosida to'g'ri burchakli uchburchaklar yasaladi. Shuning uchun bu usulni to'g'ri burchakli uchburchak usuli deb yuritiladi.

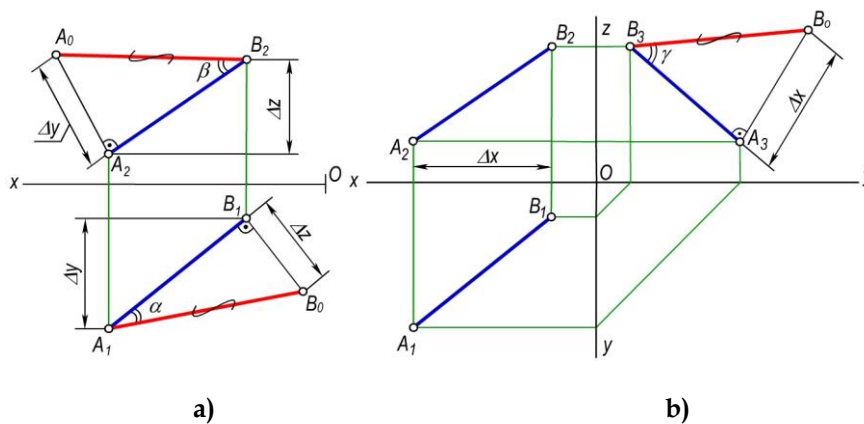
Masalan, AB kesmaning A_1B_1 , A_2B_2 va A_3B_3 proeksiyalarga asosan uning (1.12-a, shakl) haqiqiy o'lchami va Π_1 bilan hosil qilgan α burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $A_1B_1B_0$ uchburchak yasaladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning gorizontal proeksiyasiga, ikkinchi kateti esa kesmaning A va B uchlarning applikatalari ayirmasi Δz

¹ Gaspar Monj (1746-1818) – fransuz olimi, geometri. G.Monjning 1799 yilda nashr etilgan Geometrie descriptive asarida fazoviy elementlarni tekislikda tasvirlash usullarini sistemalashtirgan.

ga teng bo'ladi. Bu uchburchakning A_1B_0 gipotenuzasi AB kesmaning haqiqiy o'lchami, $A_1B_0=AB$ bo'lib, $\angle B_1A_1B_0=\alpha$ bo'ladi.



1.11-shakl



1.12-shakl

Kesmaning Π_2 tekislik bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $\triangle A_2B_2A_0$ ni yasaladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning frontal A_2B_2 proeksiyasiga, ikkinchi kateti esa AB kesma uchlari ordinatalari ayirmasi Δy ga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan $B_2A_0=AB$ bo'lib, $\angle A_2B_2A_0=\beta$.

AB kesmaning Π_3 tekislik bilan hosil etgan burchagini aniqlash uchun esa to'g'ri burchakli $\triangle A_3B_3B_0$ ni yasaymiz (1.12-shakl, b). Bu uchburchakning bir kateti kesmaning profil A_3B_3 proeksiyasi, ikkinchi kateti kesma uchlarning Π_3 tekislikdan uzoqliklarning absissalar ayirmasi Δx bo'ladi. hosil bo'lgan $\triangle A_3B_3B_0$ kesmaning Π_3 tekislik bilan hosil qilgan burchagi γ bo'ladi. Yuqorida yasalgan bu to'g'ri burchakli uchburchaklarning A_1B_0 , A_2B_0 va A_3B_0 gipotenuzalari fazoda berilgan AB kesmaning haqiqiy o'lchamiga teng bo'ladi.

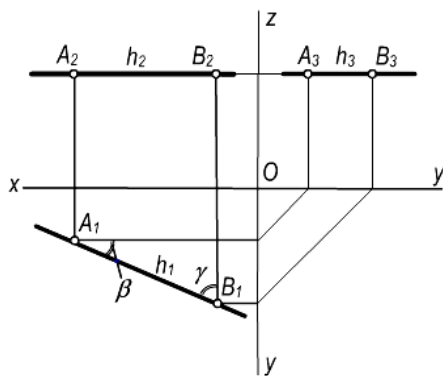
1.6. To'g'ri chiziqning proeksiya tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

To'g'ri chiziq proeksiya tekisliklariga nisbatan *umumiy* va *xususiy* vaziyatda joylashishi mumkin. **Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq** deb, proeksiya tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziqlarga aytiladi (1.11, 1.12-shakl).

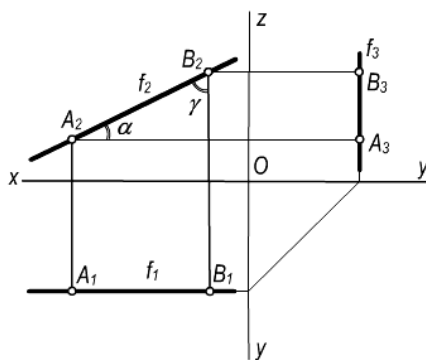
Agar to'g'ri chiziq proeksiya tekisliklariga nisbatan parallel yoki perpendikulyar bo'lsa, bunday to'g'ri chiziqni **xususiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziq** deyiladi.

Quyida xususiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziqlarni ko'rib chiqamiz.

To'g'ri chiziq gorizontal proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, bunday to'g'ri chiziqni **gorizontal to'g'ri chiziq** deyiladi (1.13-shakl) Gorizontal to'g'ri chiziqning frontal A_2B_2 proeksiyasi Ox o'qiga, A_3B_3 profil proeksiyasi Oy o'qiga parallel bo'ladi. Gorizontal to'g'ri chiziqning A_1B_1 gorizontal proeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi. β burchak AB to'g'ri chiziqning frontal proeksiyalar tekisligi bilan, γ burchak esa profil proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.

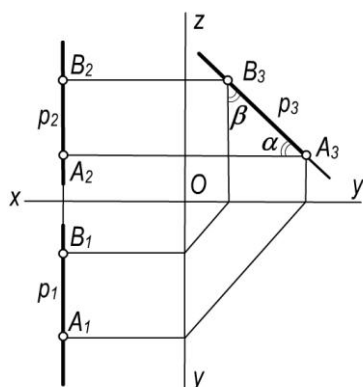


1.13-shakl



1.14-shakl

Agar to'g'ri chiziq frontal proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, bunday to'g'ri chiziqni **frontal to'g'ri chiziq** deyiladi (1.14-shakl). Frontal to'g'ri chiziqning gorizontaal A_1B_1 proeksiyasi Ox o'qiga, A_3B_3 profil proeksiyasi Oz o'qiga parallel bo'ladi. Frontal to'g'ri chiziqning A_2B_2 frontal proeksiyasi uning haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi. α burchak AB to'g'ri chiziqning gorizontaal proeksiyalar tekisligi bilan, γ burchak esa profil proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.



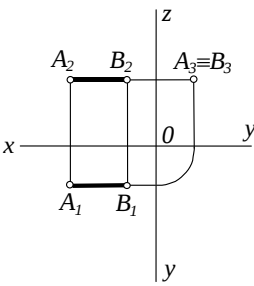
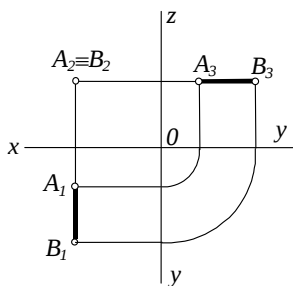
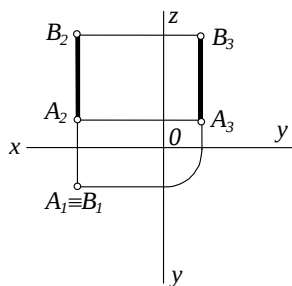
1.15-shakl

To'g'ri chiziq profil proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, bunday to'g'ri chiziqni **profil to'g'ri chiziq** deyiladi (1.15-shakl).

Profil to'g'ri chiziqning gorizontaal va frontal proeksiyalari tegishli proeksiya o'qlariga parallel bo'ladi, profil proeksiyasi esa uning haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi. α burchak AB to'g'ri chiziqning gorizontaal proeksiyalar tekisligi bilan, β burchak AB to'g'ri chiziqning frontal proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.

Agar to'g'ri chiziq proeksiya tekisliklaridan biriga perpendikulyar bo'lsa, bunday to'g'ri chiziqlarni **proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar** deyiladi. Proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar unga perpendikulyar proeksiya tekisliklariga nuqta ko'rinishida proeksiyalanadi.

1.16,a-shaklda gorizontaal proeksiyalovchi, 1.16,b-shaklda frontal proeksiyalovchi va 1.16,v-shaklda profilga proeksiyalovchi to'g'ri chiziqlarning epyurlari ko'rsatilgan.



a)

b)

v)

1.16-shakl

1.7. To'g'ri chiziqning izlari

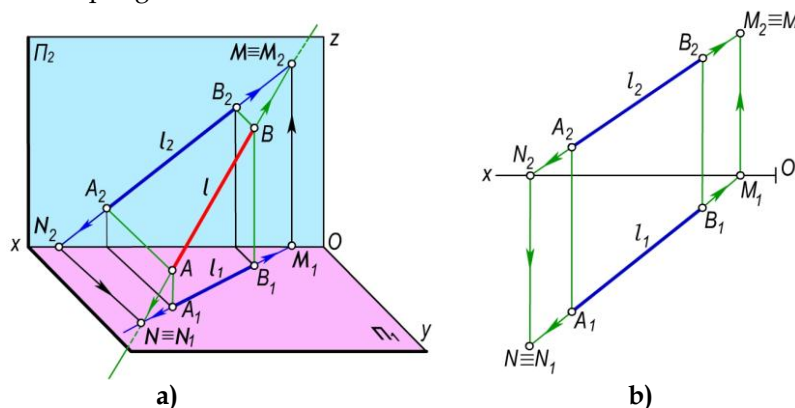
Umumiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziq barcha proeksiyalar tekisliklari bilan kesishadi. To'g'ri chiziqning proeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan nuqtalariga **to'g'ri chiziqning izlari** deyiladi. l to'g'ri chiziqning Π_1 tekislik bilan kesishgan $N=N_1$ nuqtasi to'g'ri chiziqning **gorizontaal izi**, Π_2 tekislik bilan kesishgan $M=M_2$ nuqtasi eca uning **frontal izi** deyiladi (1.17,a-shakl).

l to'g'ri chiziqning gorizontaal izini yasash quyidagicha amalga oshiriladi (1.17,b-shakl):

- to'g'ri chiziqning l_2 frontal proeksiyasini Ox o'qi bilan kesishguncha davom ettirib, $N_2 = l_2 \cap Ox$ nuqtani aniqlanadi;
- N_2 nuqtadan Ox o'qiga perpendikulyar qilib bog'lovchi chiziq o'tkaziladi. U l_1 to'g'ri chiziq bilan kesishib to'g'ri chiziqning N_1 gorizontaal izini beradi.

l to'g'ri chiziqning frontal izini aniqlash ham xuddi yuqoridagidek amalga oshiriladi. To'g'ri chiziqning gorizontaal l_1 proeksiyasini Ox o'qi bilan kesishguncha davom ettiriladi va $M_1 = l_1 \cap Ox$ nuqta aniqlanadi. M_1 nuqtadan

Ox o'qiga perpendikulyar qilib proeksiyalarni bog'lovchi chiziq o'tkaziladi. U l_2 to'g'ri chiziqlarning davomi bilan kesishib, M_2 nuqta l to'g'ri chiziqlarning frontal izi bo'ladi.



1.17-shakl

1.8. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlari

Fazoda ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishgan, parallel va ayqash (uchrashmas) bo'lishi mumkin.

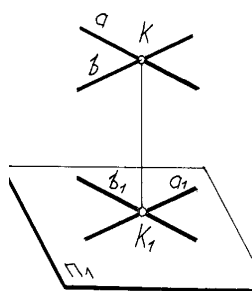
Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning bir nomli proeksiyalari ham kesishgan bo'ladi va kesishish nuqtalarining proeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bog'lanish chizig'ida yotadi (1.18-shakl).

O'zaro perpendikulyar kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi to'g'ri burchak tomonlaridan birortasi, masalan, $b \perp \Pi_1$ bo'lsa, u holda bu to'g'ri burchak Π_1 ga o'zgarmay proeksiyalanadi (1.19-shakl).

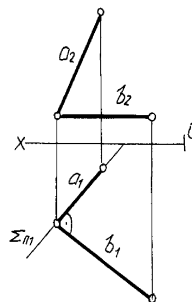
Agar to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'lsa, ularning bir nomli proeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi (1.20, 1.21-shakl).

Ayqash to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini proeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir bog'lovchi to'g'ri chiziqda yotmaydi (1.22-shakl). Ayqash to'g'ri chiziqlarning bir nomli proeksiyalarining kesishish nuqtalari ikki nuqtaning proeksiyasi deb tushuniladi. Bu ikki nuqta **konkurent nuqtalar** deyiladi. Konkurent nuqtalar yordamida proeksiyadagi shakllarning ko'rinar-ko'rinmasligi aniqlanadi.

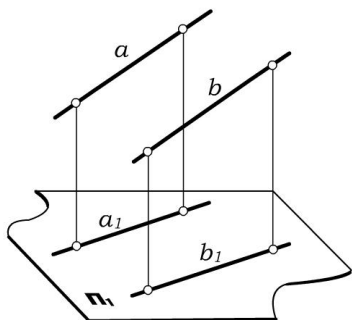
Π_1 tekislikka perpendikulyar proeksiyalovchi nurda yotgan 1 va 2 nuqtalar konkurent nuqtalardir (1.23-shakl). Agar I yo'nalish bo'yicha Π_1 tekislik tomon qaralsa, 1_2 nuqta 2_2 nisbatan yuqorida joylashganligi ko'rinadi, shu sababli b ning gorizonttal proeksiyasi b_1 to'g'ri chiziq ko'rinar bo'ladi. Xuddi shunga o'xshash II yo'nalish bo'yicha Π_2 ga qaralsa, 3_1 nuqta 4_1 ga qaraganda yaqin joylashganligi ko'rinadi, shuning uchun b ning frontal proeksiyasi b_2 ko'rinar bo'ladi.



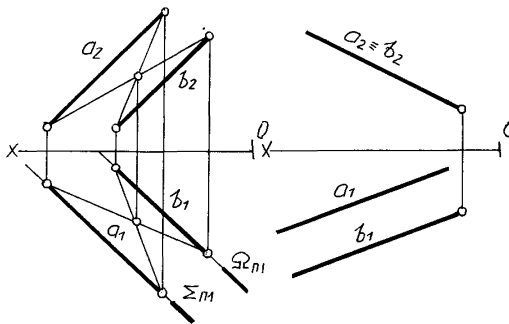
1.18-shakl



1.19-shakl

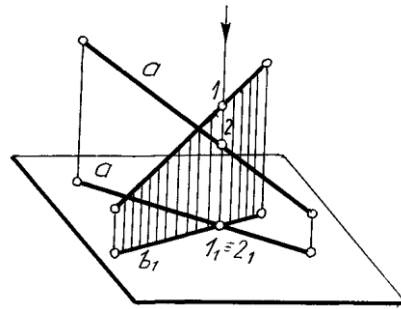


a)



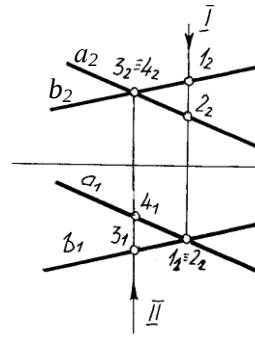
b)

1.20-shakl



1.22-shakl

1.21-shakl



1.23-shakl

1.9. Tekislikning ortogonal proektsiyalari

Tekislikning ortogonal proektsiyasi tekislik bo'ladi. Odatda, tekislikning proektsiyasi unda yotgan nuqta, to'g'ri chiziq va tekis shakllarning proektsiyalari orqali ifodalanadi.

Tekislik fazoda bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqta, to'g'ri chiziq va unda yotmagan nuqta, ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar va ikki parallel to'g'ri chiziqlar orqali aniqlanadi. Shunga binoan, tekislik chizmada bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqta (1.24,a-shakl), bir to'g'ri chiziq va unda yotmagan nuqta (1.24,b-shakl), ikki o'zaro parallel to'g'ri chiziq (1.24,g-shakl) hamda ikki kesishgan to'g'ri chiziq (1.24,v-shakl) proektsiyalari orqali berilishi mumkin.

Ayrim hollarda tekislik proektsiya tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari orqali beriladi. Tekislikning shunday usul bilan berilishiga tekislikni izlari orqali berilishi (1.24,d -shakl) deyiladi.

Berilgan tekislikning proektsiya tekisliklari bilan kesishish chizig'iga tekislikning izlari deyiladi va ular quyidagicha turlanadi:

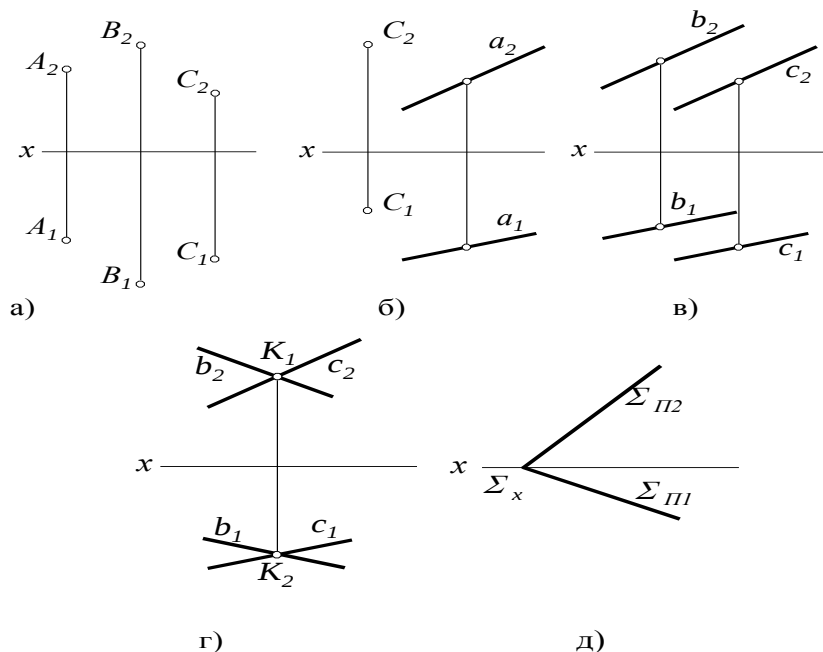
$\Sigma \cap \Pi_1 = \Sigma_{\Pi_1}$ - tekislikning gorizontal izi;

$\Sigma \cap \Pi_2 = \Sigma_{\Pi_2}$ - tekislikning frontal izi;

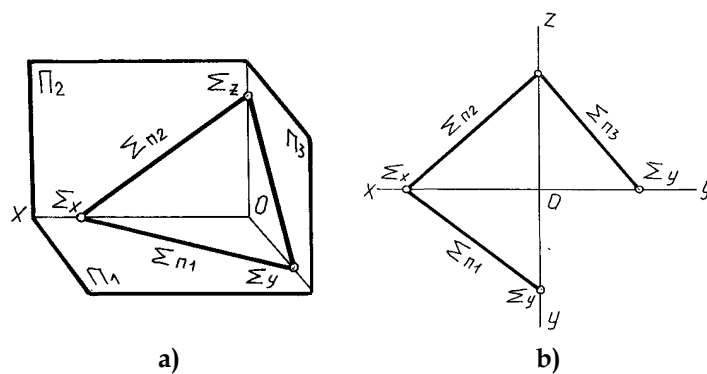
$\Sigma \cap \Pi_3 = \Sigma_{\Pi_3}$ - tekislikning profil izi;

$\Sigma_{\Pi_1} \Sigma_{\Pi_2} \Sigma_{\Pi_3} - \Sigma$ - tekislikning izlar uchburchagi deyiladi.

Σ tekislikning proektsiya o'qlari bilan kesishgan Σ_x , Σ_y , Σ_z nuqtalariga izlarning uchrashuv nuqtalari deyiladi (1.25,a-shakl).



1.24-shakl



1.25-shakl

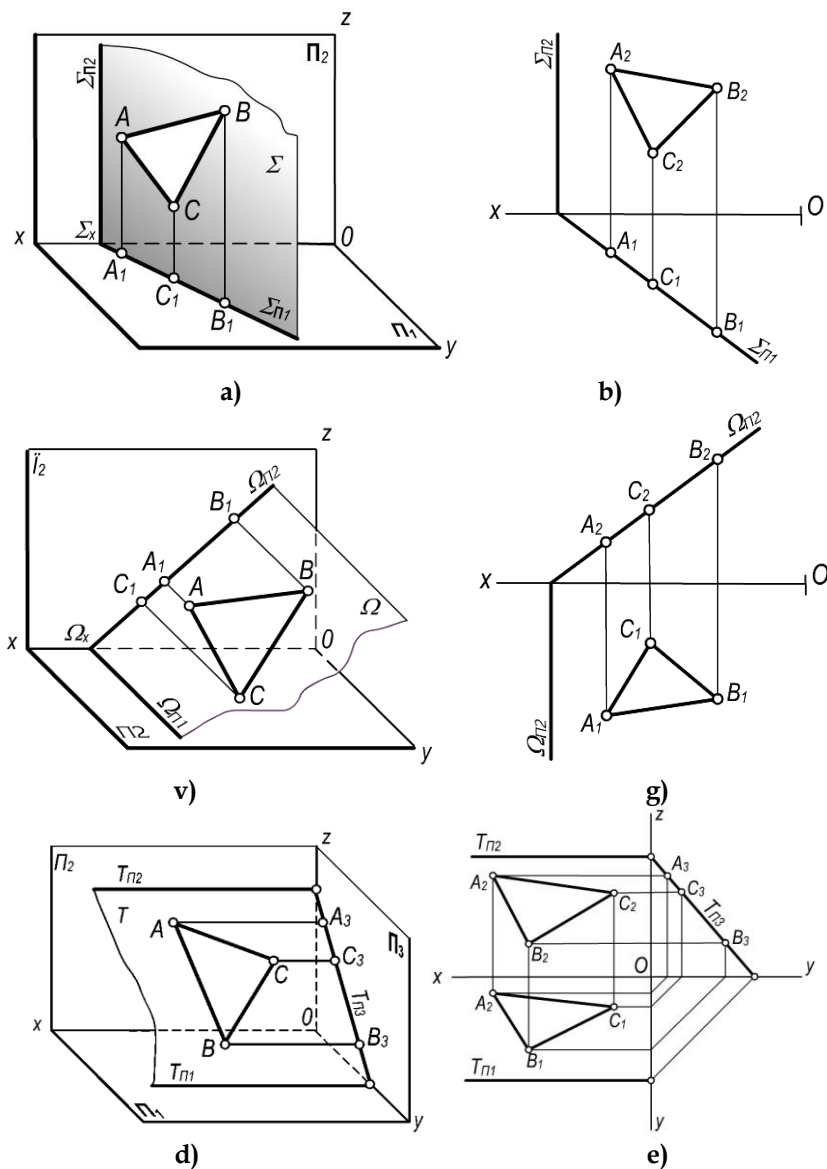
1.10. Tekislikning proeksiya tekisliklariga nisbatan turli vaziyati

Tekislik proeksiya tekisliklariga nisbatan umumiy va xususiy vaziyatda joylashishi mumkin.

Umumiy vaziyatdagi tekisliklar proeksiya tekisliklariga nisbatan qiya joylashgan bo'ladi. 1.25-shaklda berilgan tekislik umumiy vaziyatdagi tekislikka misol bo'ladi. Bu tekislik proeksiya tekisliklari bilan kesishib izlar uchburchagini ($\Sigma_x, \Sigma_y, \Sigma_z$) hosil qiladi.

Xususiy vaziyatda joylashgan tekisliklar proeksiya tekisliklariga nisbatan parallel yoki perpendikulyar joylashgan bo'ladi.

Agar tekislik proeksiya tekisliklaridan birortasiga perpendikulyar bo'lsa, bu tekislik *proeksiyalovchi tekislik* deyiladi.

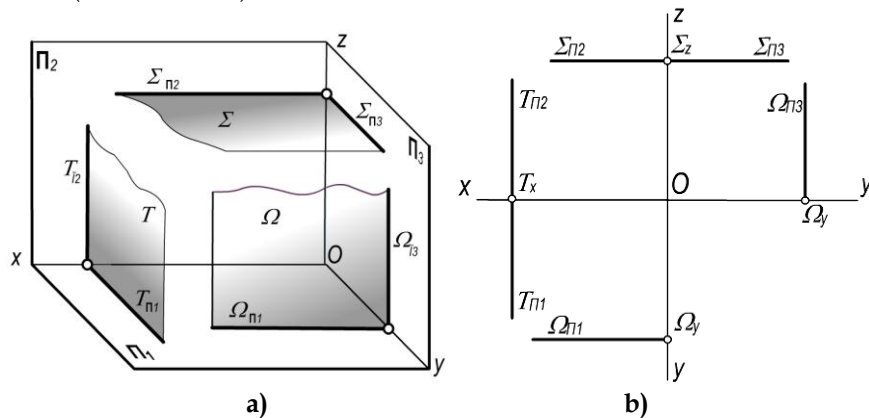


1.26-shakl

Π_1 tekislikka perpendikulyar bo'lgan Σ tekislikni (1.26,a,b-shakl) *gorizontal proeksiyalovchi*, Π_2 tekislikka perpendikulyar Ω tekislikni (1.25,v,g-shakl) *frontal proeksiyalovchi* va Π_3 tekislikka perpendikulyar bo'lgan T tekislikni (1.26,d,e-shakl) *profil proeksiyalovchi* tekislik deyiladi.

Proeksiyalovchi tekislikning quyidagi muhim xossasi mavjud: proeksiyalovchi tekislikda yotgan har qanday geometrik elementlar, masalan, nuqta, to'g'ri chiziq va tekis shaklning bitta proeksiyasi tekislikka proeksiyalovchi tekislik iziga to'g'ri chiziq ko'rinishida, boshqa proeksiyalari esa aslidan qisqarib proeksiyalanadi (1.26-shakldagi $\triangle ABC$ tekislik).

Agar proeksiyalovchi tekislik proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda tekislikda yotgan tekis shaklning proeksiyalar tekisligiga proeksiyasi o'ziga teng bo'ladi. Bunday tekisliklar gorizontal Σ , frontal T va profil Ω tekisliklarga bo'linadi va ularning Π_1 , Π_2 va Π_3 tekisliklar sistemasida ikkita izi tegishli proeksiyalar o'qiga perpendikulyar joylashadi (1.27,a,b-shakl).



1.27-shakl

1.11. Pozitsion va metrik masalalar

Muhandislik grafikasida ikki asosiy masala ko'rib chiqiladi: *pozitsion* va *metrik*. Pozitsion va metrik masalalarning asosida proeksiyalari juftligining pozitsion va metrik xususiyatlari yotadi.

Pozitsion masalalar yechilganda ikki va undan ortiq geometrik jismlarning bir-biriga nisbatan o'zaro vaziyatlari aniqlanadi. Geometrik jismlarning bir-biriga nisbatan o'zaro vaziyatlari tushunchasi bir jismni ikkinchi jismga tegishlilikini ham o'z ichiga oladi. Bunda quyidagi holatlar uchrashi mumkin:

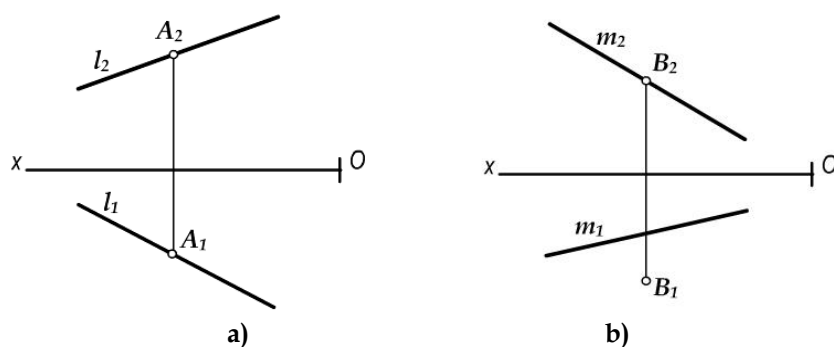
- to'liq tegishlilik, masalan, nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli, to'g'ri chiziq tekislikka tegishli (ya'ni, tekislik to'g'ri chiziqlar to'plamidan iborat);
- kesishuv, masalan, sirtini to'g'ri chiziq bilan kesishuvi, ikki tekislikni o'zaro kesishuvi;
- tegishlilikning yo'qligi, masalan, ikki ayqash (uchrashmas) to'g'ri chiziqlar.

Metrik masalalarga geometrik jismlarning sonli o'lchovini aniqlash bilan bog'liq masalalar kiradi. Metrik masalalar yechilganda geometrik jismlarning perpendikulyarligi va ularning sonli ifodalari aniqlanadi, ya'ni masofasi, burchagi, yuzasi va hokazolar.

Quyida ikki oddiy geometrik shakl yoki jismlarning metrik va pozitsion xususiyatlarini hamda undan kelib chiquvchi xulosalar tahlil qilingan.

Nuqta va to'g'ri chiziq. Nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lishi yoki tegishli bo'lmasligi mumkin. Bu masalani yechish uchun to'g'ri chiziq va nuqtaning proeksiyalari tahlil qilinishi yetarli bo'ladi, ya'ni *nuqtaning bir nomli proeksiyalari to'g'ri chiziqning bir nomli proeksiyalarida yotgan bo'lsa, nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli va, aksincha, nuqtaning biror proeksiyasi to'g'ri chiziqning proeksiyalaridan birortasiga tegishli bo'lmasa, nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli emas.*

1.28,a-shakldagi chizmada A nuqtaning (A_1, A_2) proeksiyalari mos ravishda l to'g'ri chiziqning (l_1, l_2) proeksiyalariga tegishli. Shuning uchun A nuqta l to'g'ri chiziqqa tegishlidir.



1.28-shakl

1.28,b-shakldagi chizmada $B(B_1, B_2)$ nuqtaning B_1 proeksiyasi $m(m_1, m_2)$ to'g'ri chiziqlarning m_1 proeksiyasiga tegishli emas. Shuning uchun B nuqta m to'g'ri chiziqqa tegishli emas.

Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlariga oid metrik va pozitsion masalalar 1.9-bobda ko'rib chiqilgan.

1.12. Tekislikda yotgan to'g'ri chiziq va nuqta. Tekislikning bosh chiziqlari

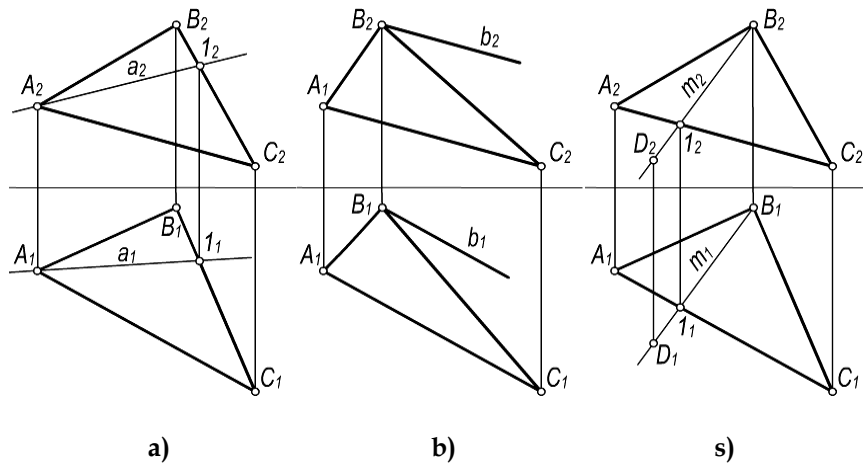
To'g'ri chiziqlarning tekislikka tegishlilik shartlari quyidagicha:

- to'g'ri chiziqlarning ikki nuqtasi tekislikda yotsa;
- to'g'ri chiziq tekislikda yotgan ikki kesishuvchi chiziqni kesib o'tsa;
- tekislikda yotgan ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlardan birini kesib o'tib, ikkinchisiga parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar tekislikka tegishli bo'ladi.

1.29,a-shaklda berilgan $\triangle ABC$ tekislikning A nuqtasi orqali ixtiyoriy a to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Bu to'g'ri chiziq BC tomonini $1(1_1, 1_2)$ nuqtada kesib o'tadi. a to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan A va 1 nuqtalar $\triangle ABC$ tekislikka tegishli bo'lganligi uchun a to'g'ri chiziq tekislikda yotadi deyiladi.

$\triangle ABC$ tekislikning B nuqtasi orqali AC tomoniga parallel qilib o'tkazilgan b to'g'ri chiziq (1.29,b-shakl) tekislikka tegishli ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlardan birini kesib, ikkinchisiga parallel bo'lganligi uchun $\triangle ABC$ tekislikka tegishlidir.

Agar ixtiyoriy nuqtaning tekislikka tegishlilikini isbotlash kerak bo'lsa, u holda ushbu nuqtaning tekislikda yotgan biror to'g'ri chiziqqa tegishliliqi aniqlanishi talab etiladi. 1.29,s-shaklda $\triangle ABC$ tekislikda yotgan m to'g'ri chiziqdagi D nuqtaning $\triangle ABC$ tekislikka tegishli ekanligi ko'rinib turibdi.



1.29-shakl

Tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlar orasida alohida ahamiyatga ega bo'lgan maxsus to'rt xil yo'nalishdagi to'g'ri chiziqlar mavjud:

1. Tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlar Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, ularni **tekislikning gorizontallari** deyiladi;
2. Tekislikda yotgan va Π_2 frontal proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar **tekislikning frontallari** deyiladi.
3. Tekislikda yotgan va Π_3 profil proeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar **tekislikning profillari** deyiladi.
4. Tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlar uning gorizontallari yoki frontallariga (jumladan, tekislikning gorizontal yoki frontal izlariga) perpendikulyar to'g'ri chiziqlarga tekislikning eng katta qiyalik chizig'i deyiladi.

1.30-shaklda tekislikning gorizontal h va frontal f chiziqlari ko'rsatilgan, endi bularga batafsil to'xtalib o'tamiz.

Tekislikning Σ_m va Σ_n izlarida M , N nuqtalarini ixtiyoriy tanlab olib, ulardan gorizontal h va frontal f chiziqlarining proeksiyalarini o'tkazamiz (1.30,a-shakl).

M nuqtaning M_2 frontal proeksiyasi Σ tekislikning frontal Σ_n izida, gorizontal proeksiyasi esa Ox o'qida bo'ladi. f frontal chiziqlarning f_2 frontal proeksiyasi M_2 nuqta orqali o'tadi va Σ tekislikning frontal Σ_n iziga parallel, f_1 proeksiyasi esa Ox ga parallel bo'ladi.

N nuqtaning N_1 gorizontal proeksiyasi Σ tekislikning gorizontal Σ_m izida, frontal proeksiyasi esa Ox o'qida bo'ladi. h gorizontal chiziqlarning h_1 gorizontal proeksiyasi N_1 nuqta orqali o'tadi va Σ tekislikning gorizontal Σ_m iziga parallel, h_2 frontal proeksiyasi esa Ox ga parallel bo'ladi.

Bosh chiziqlarning K kesishish nuqtasining K_1 va K_2 proeksiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir to'g'ri chiziqda yotadi.

1.30,b-shaklda berilgan $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$ uchburchakning A_1 uchidan frontalning $f_1(A_11_1)$ gorizontal proeksiyasini Ox o'qiga parallel qilib o'tkazamiz. $f_2(A_21_2)$ frontalning frontal proeksiyasi bo'ladi.

Berilgan $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$ uchburchakning C_2 uchidan C_21_2 gorizontalning frontal h_2 proeksiyasini Ox o'qiga parallel qilib o'tkazamiz. Gorizontalning gorizontal h_1 proeksiyasi C_11_1 bo'ladi.

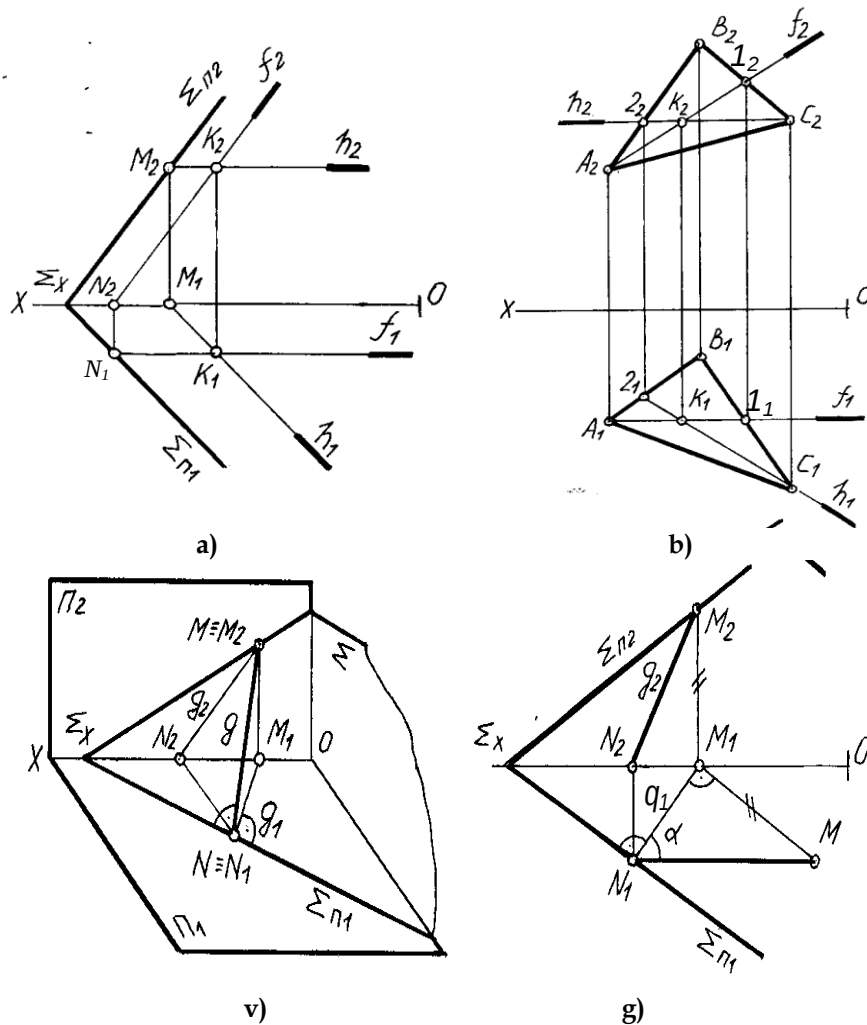
ABC uchburchak bosh chiziqlarining kesishish nuqtasi $K(K_1, K_2)$ nuqta Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir bog'lovchi chiziqda yotadi.

Shuni yodda tutish kerakki, bosh chiziqlar proeksiyalarini faqat A va C nuqtalarida o'tkazish kerak ekan deb tushunmasligimiz lozim, ularni uchburchakning istalgan boshqa nuqtalaridan ham o'tkazsa bo'laveradi.

1.30-shakl, v da tekislikning eng katta qiyalik chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Buning uchun Σ tekislikning frontal Σ_{m2} izida ixtiyoriy M nuqtani tanlab, undan Σ_{m2} ga perpendikulyar qilib, q to'g'ri chiziqni o'tkazamiz.

Bu to'g'ri chiziq Σ_{m1} izida kesishib N nuqtani aniqlaydi. q to'g'ri chiziqning gorizontal proeksiyasi q_1 bilan q to'g'ri chiziq orasidagi, α burchak, tekislikning Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan ikki yoqli burchagiga tengdir.

1.30,g-shakl da tekislikning eng katta qiyalik chizig'ining epyuri tasvirlangan. Σ tekislikning Σ_{m2} frontal izida ixtiyoriy M_2 nuqtani tanlab, uning M_1 gorizontal proeksiyasini Ox o'qida belgilaymiz.



1.30-shakl

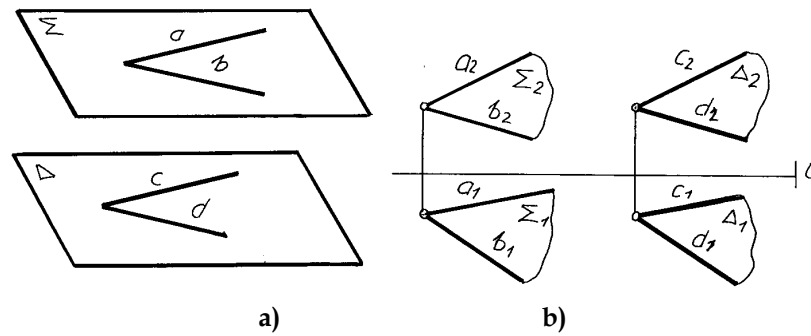
M_1 nuqtadan tekislikning Σ_{m1} gorizontal iziga perpendikulyar qilib q_1 to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Tekislikning Σ_{m1} gorizontal izida esa N_1 nuqtani aniqlaymiz. Ox o'qidagi N_2 nuqtani M_2 bilan birlashtirib q_2 to'g'ri chiziqni aniqlaymiz. Bunda q_1 qiyalik chizig'ining gorizontal, q_2 esa frontal proeksiyalari bo'ladi. Qiyalik chizig'ining haqiqiy uzunligini to'g'ri burchakli uchburchak usuli bilan aniqlaymiz. Gipotenuza bilan q_1 katet orasidagi α burchak Σ tekislik bilan Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligi orasidagi burchakni ifodalaydi.

1.13. To'g'ri chiziq va tekisliklarning o'zaro vaziyatlari

Tekisliklar fazoda o'zaro parallel yoki kesishgan bo'lishi mumkin. Kesishgan tekisliklar xususiy holda o'zaro perpendikulyar bo'ladi.

Parallel tekisliklar. Bir tekislikda yotgan ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq ikkinchi tekislikda yotgan ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqqa mos ravishda parallel bo'lsa, tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi. Shunga binoan, Σ tekislikda yotgan a va b kesishuvchi to'g'ri chiziqlar Δ tekislikda yotgan s va d kesishuvchi chiziqlarga ($a \parallel c$; $b \parallel d$)

mos ravishda o'zaro paralleldir. Demak, Σ va Δ tekisliklar ham o'zaro paralleldir. 1.31-shaklda parallel tekisliklarning fazoviy tasviri va epyuri ko'rsatilgan.



1.31-shakl

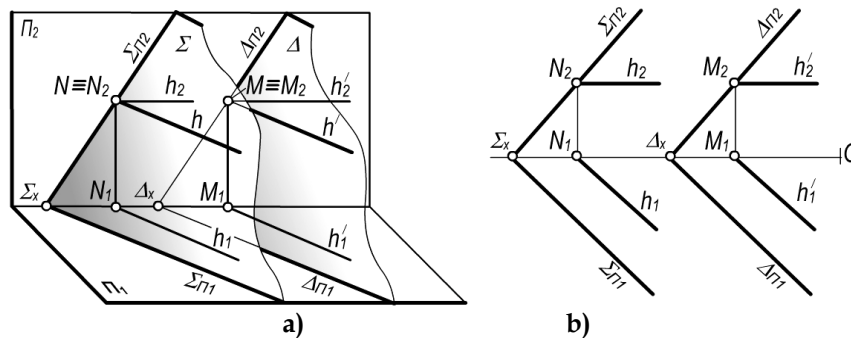
Parallel to'g'ri chiziqlarning bir nomli proeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi, shunga ko'ra, $a_1 \parallel c_1$, $a_2 \parallel c_2$, shuningdek, $b_1 \parallel d_1$, $b_2 \parallel d_2$ (1.31, b-shakl).

Parallel tekisliklarning (1.32-shakl) bir nomli izlari va bosh chiziqlari ham o'zaro parallel bo'ladi.

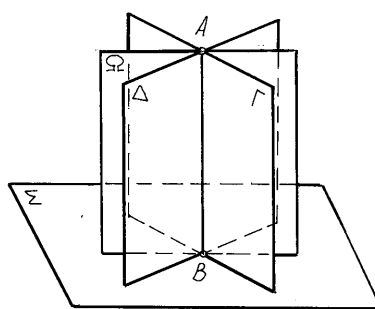
O'zaro perpendikulyar tekisliklar. Tekislikda yotgan yoki unga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq ikkinchi tekislikka perpendikulyar bo'lsa, tekisliklar o'zaro perpendikulyar bo'ladi (1.33-shakl).

Σ tekislikka perpendikulyar AB to'g'ri chiziq orqali Σ tekislikka perpendikulyar bo'lgan cheksiz Δ , Ω , Γ ,... tekisliklarni o'tkazish mumkin.

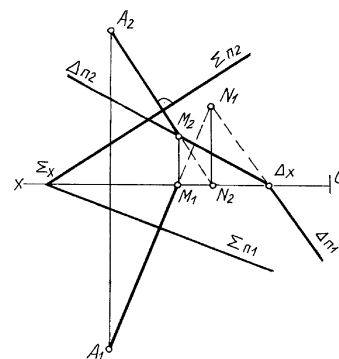
Masalan, Δ tekislikning Σ tekislikka perpendikulyarlik shartini quyidagicha ifodalash mumkin. a to'g'ri chiziq Δ tekislikka tegishli bo'lsin. Agar Σ tekislik a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, u holda Δ tekisligi Σ tekisligiga perpendikulyar bo'ladi.



1.32-shakl



1.33-shakl



1.34-shakl

Misol: A nuqta orqali berilgan $\Sigma(\Sigma_{m1}, \Sigma_{m2})$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan $\Delta(\Delta_{m1}, \Delta_{m2})$ tekislik o'tkazilsin (1.34-shakl).

Yechish: 1) A nuqtadan $\Sigma(\Sigma_{m1}, \Sigma_{m2})$ tekislikka perpendikulyar qilib a to'g'ri chiziqni o'tkaziladi, ya'ni $a_1 \perp \Sigma_{m1}$, $a_2 \perp \Sigma_{m2}$.

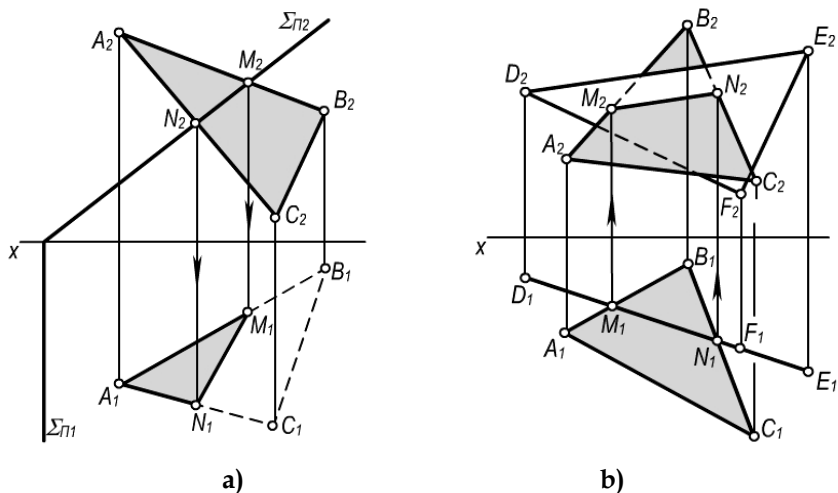
2) a to'g'ri chiziqning gorizont va frontal izlarini aniqlanadi.

3) Perpendikulyarning gorizont N_1 izidan Δ tekislikning gorizont izini, perpendikulyarning frontal M_2 izidan esa Δ tekislikning frontal Δ_{m2} izini o'tkaziladi. Shuni esdan chiqarmaslik kerakki, tekisliklarning bir nomli izlari bir-biriga perpendikulyar bo'lishi shart emas.

Proeksiyalovchi tekislik bilan umumiy vaziyatdagi tekislikning kesishishi. Bu hol ikki tekislik kesishuvining xususiy holi hisoblanadi. Ularning kesishuv chizig'ini topish ancha sodda bo'ladi, chunki kesishuv chizig'ining bitta proeksiyasi xususiy vaziyatdagi tekislikning izlari bilan ustma-ust tushgan bo'ladi.

1.35,a-shaklda ABC uchburchak tekisligi bilan Σ frontal proeksiyalovchi tekisligini $MN(M_1N_1, M_2N_2)$ kesishuv chizig'ini topish ko'rsatilgan, bu holatda MN kesishuv chizig'ining M_2N_2 frontal proeksiyasi Σ tekisligining Σ_{Π_2} frontal izida yotadi.

1.35,b-shaklda berilgan ikki kesishuvchi ABC va DEF uchburchak tekisliklaridan biri DEF gorizontal proeksiyalovchi tekislik bo'lib, ularning MN kesishuv chizig'ining M_1N_1 gorizontal proeksiyasi DEF tekislikning $D_1E_1F_1$ gorizontal proeksiyasi bilan ustma-ust tushadi.

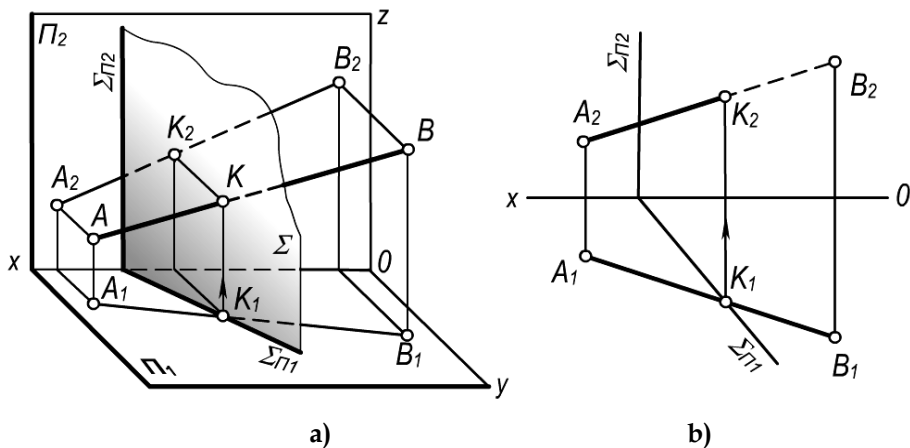


1.35-shakl

To'g'ri chiziqni proeksiyalovchi tekislik bilan kesishishi. Proeksiyalovchi tekislikning xossasiga asosan tekislikda yotgan har qanday tekis geometrik shaklning bitta proeksiyasi to'g'ri chiziq ko'rinishda tekislikning iziga proeksiyalanadi. Xuddi shunga asosan, umumiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziqning proeksiyalovchi tekislik bilan kesishish nuqtasining proeksiyasi shu tekislikning iziga proeksiyalanadi.

1.36,a-shaklda AB to'g'ri chiziqni Σ tekislik bilan kesishish nuqtasi K va uning K_1, K_2 proeksiyalarini yasash ko'rsatilgan. Umumiy vaziyatdagi AB to'g'ri chiziqning Σ proeksiyalovchi tekisligi bilan kesishish nuqtasini aniqlash uchun AB to'g'ri chiziqni Σ proeksiyalovchi tekislikning Σ_m gorizontal izi bilan kesishgan nuqtasi K_1 ni aniqlab, so'ng undan Σ_m iziga perpendikulyar qilib to'g'ri chiziqni ko'taramiz, u AB bilan kesishib, K nuqtani aniqlaydi.

1.36,b-shaklda AB to'g'ri chiziqning Σ proeksiyalovchi tekislik bilan kesishish nuqtasi K ni aniqlash epyurda ko'rsatilgan. Bunda AB to'g'ri chiziqning gorizontal proeksiyasi va tekislikning Σ_m gorizontal izi bilan kesishish nuqtasi K_1 ni aniqlab, u bo'yicha frontal proeksiyasi K_2 topiladi. Bular K nuqtaning proeksiyalarini ifodalaydi.



1.36-shakl

To'g'ri chiziqni umumiy vaziyatda joylashgan tekislik bilan kesishuvi. To'g'ri chiziqni umumiy vaziyatda joylashgan tekislik bilan kesishuv nuqtasini aniqlash chizma geometriyaning pozitsion masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega. Masalan, to'g'ri chiziq bilan sirtlarni kesishishi, sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'ini va sirtlarning o'zaro kesishuv chizig'ini yasashda tatbiq etiladi.

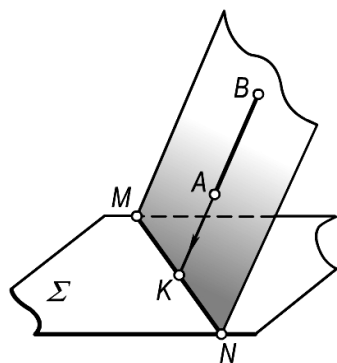
m to'g'ri chiziq bilan Σ tekislikning kesishish nuqtasini aniqlash tartibini ko'rib chiqamiz (1.37-shakl):

- berilgan m to'g'ri chiziq orqali yordamchi kesuvchi Φ tekislik o'tkaziladi;
- berilgan Σ tekislik bilan yordamchi F tekislikning MN kesishuv chizig'i aniqlanadi;
- aniqlangan MN chizig'i bilan berilgan m to'g'ri chiziqning kesishgan joyida izlanayotgan K nuqta kelib chiqadi.

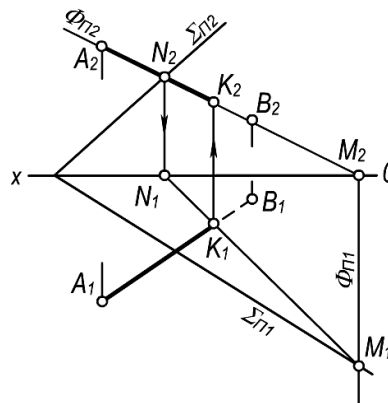
1.38-shaklda AB to'g'ri chiziq bilan izlari orqali berilgan Σ tekislikning kesishuv nuqtasi epyurda quyidagi qo'shimcha yasashlar orqali aniqlangan. Buning uchun:

- AB to'g'ri chiziq orqali frontal proeksiyalovchi $\Phi(\Phi_{\Pi_1}, \Phi_{\Pi_2})$ tekislik o'tkaziladi, epyurda F frontal proeksiyalovchi tekislikning Φ_{Π_2} frontal izi AB to'g'ri chiziqning frontal A_2B_2 proeksiyasi bilan ustma-ust tushadi;
- berilgan Σ tekislik bilan F frontal proeksiyalovchi tekislik $MN(M_1N_1, M_2N_2)$ chizig'i bo'ylab kesishadi;
- aniqlangan MN chiziqning M_1N_1 gorizontal proeksiyasi AB to'g'ri chiziqning A_1B_1 gorizontal proeksiyasi bilan kesishib K_1 nuqtani hosil qiladi. Mos ravishda K_2 nuqta ham aniqlanadi.

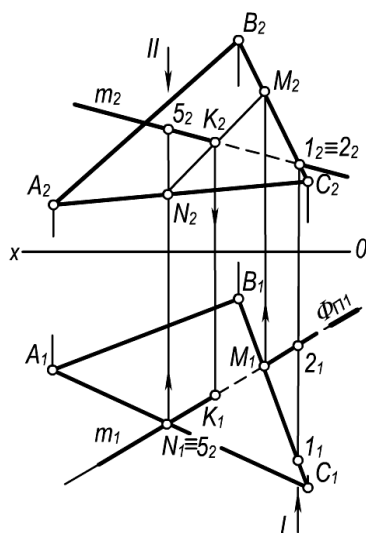
K nuqta berilgan AB to'g'ri chiziq bilan Σ tekislikning izlanayotgan kesishish nuqtasidir.



1.37-shakl



1.38-shakl



1.39-shakl

Misol: Berilgan m to'g'ri chiziq bilan $\triangle ABC$ tekislikning kesishish nuqtasi va bu to'g'ri chiziqning ko'rinar-ko'rinmas qismlari aniqlansin (1.39-shakl).

Berilgan $m(m_1, m_2)$ to'g'ri chiziq orqali gorizontal proeksiyalovchi Φ tekislikni o'tkaziladi.

Φ tekislik bilan berilgan $\triangle ABC$ tekislikning kesishish $MN(M_1M_2, N_1N_2)$ chizig'ini yasaladi. So'ngra $m(m_1, m_2)$ to'g'ri chiziq bilan MN to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi $K(K_1, K_2)$ aniqlanadi.

m to'g'ri chiziqning $\triangle ABC$ uchburchakka nisbatan ko'ringan-ko'rinmaganligini har qaysi proeksiyada alohida aniqlanadi.

m_2 va A_2C_2 chiziqlarning kesishgan joyida $1_2 2_2$ konkurent nuqtalar belgilanadi. I raqamli ko'rish nuri bo'ylab gorizontal proeksiyada 1_1 va 2_1 konkurent nuqtalar aniqlanadi. Gorizontal proeksiyadan ko'rinib turibdiki, I raqamli ko'rish nuri oldin B_1C_1 chiziqqa tegishli 1_1 nuqtani, keyin m_1 chiziqqa tegishli 2_1 nuqtani uchratadi. Demak, frontal proeksiyada m_2 chiziqning $K_2 1_2$ qismi ko'rinmas bo'ladi.

Xuddi shunday tartibda, II raqamli ko'rish nuri bo'ylab kuzatilganda, ko'rish nuri oldin m_2 chiziqqa tegishli 5_2 nuqtani, so'ngra A_2C_2 chiziqqa tegishli N_2 nuqtani uchratadi. Natijada, m_1 chiziqning $N_1 K_1$ qismi ko'rinar, $K_1 M_1$ qismi esa ko'rinmas ekanligi aniqlanadi.

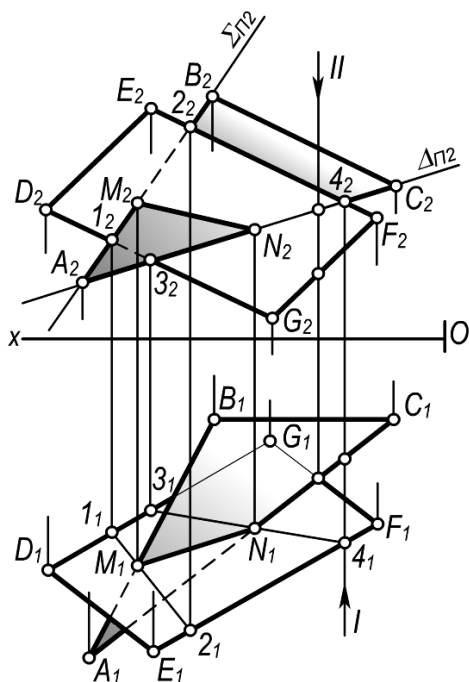
Tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziq. To'g'ri chiziq tekislikda yotgan

istalgan ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, u to'g'ri chiziq tekislikning o'ziga ham perpendikulyar bo'ladi.

To'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'lsa, chizmada uning gorizontal proeksiyasi tekislik gorizontalining gorizontal proeksiyasiga perpendikulyar, frontal proeksiyasi esa tekislik frontalining frontal proeksiyasiga perpendikulyar bo'ladi (1.40-shakl).

Bizga ma'lumki, tekislikning bosh chiziqlari tekislikning tegishli izlariga parallel bo'ladi. Demak, tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqning proeksiyalari tekislikning bir nomli izlariga ham perpendikulyardir.

1.41-shaklda Σ tekislikka perpendikulyar AB to'g'ri chiziqning chizmasi berilgan. AB to'g'ri chiziq tekislikning bosh chiziqlariga perpendikulyar joylashgan. To'g'ri burchakning ortogonal proeksiyadagi xossalriga asosan, AB to'g'ri chiziq bilan Σ tekislikning gorizontali orasidagi to'g'ri burchakning gorizontal proeksiyasi to'g'ri burchakdan iborat.



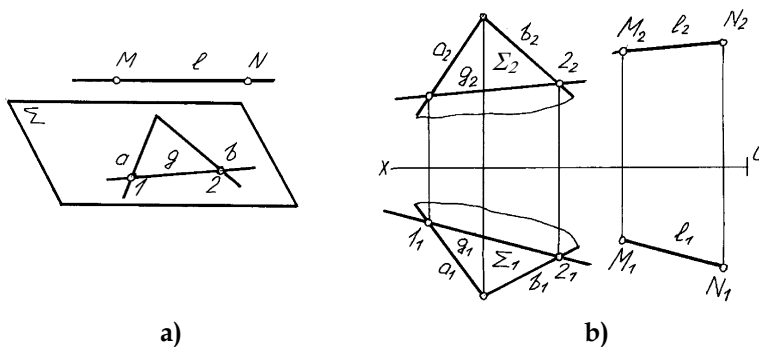
1.44-shakl

Demak, A_1B_1 chiziqlarning B_1M_1 qismi gorizontall proektsiyada ko'rinar bo'ladi. Xuddi shunga o'xshash I raqam bo'yicha Π_2 tekislikka qaralsa, ko'rish nuri oldin EF chiziqlarning gorizontall proektsiyasini, keyin AC tomon bilan uchrashadi. Natijada, AC chiziqlarning frontal proektsiyadagi N_2 oraliq ko'rinmas bo'ladi.

Tekislikka parallel to'g'ri chiziqlar. To'g'ri chiziqlar tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lsa, to'g'ri chiziqlar tekislikning o'ziga ham parallel bo'ladi. Tekislikka tegishli bo'lmagan nuqta orqali tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlarga parallel qilib to'g'ri chiziqlar o'tkazilsa, u tekislikning o'ziga ham parallel bo'ladi.

1.45,a-shaklda Σ tekislik a va b kesishgan to'g'ri chiziqlar bilan berilgan. Shu tekislikda birorta g to'g'ri chiziqlar tanlab olamiz. Fazoda M nuqta orqali g to'g'ri chiziqlarga parallel qilib l to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi, demak y Σ tekislikka ham parallel bo'ladi.

1.45,b-shaklda a va b kesishgan to'g'ri chiziqlar bilan berilgan Σ tekislikka parallel bo'lgan l to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari berilgan. $g(g_1, g_2)$ to'g'ri chiziqlar Σ tekislikka tegishli. Bu yerda $g_1 \parallel l_1$ va $g_2 \parallel l_2$ shart bajarilganligi uchun $\Sigma \parallel l$.



1.45-shakl

Mustahkamlash uchun savollar

1. Proektsiya degani nima?
2. Proektsiyalar tekisligi deb nimaga aytiladi?
3. Qanday proektsiyalash usullarini bilasiz?
4. Markaziy proektsiyalash usuli deb nimaga aytiladi?
5. Parallel proektsiyalash usuli deb nimaga aytiladi?
6. Parallel proektsiyalarni xossalari bilasizmi?
7. Proektsiyalovchi nurga parallel to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari qanday bo'ladi?
8. Ortogonal proektsiyalash usuli deb nimaga aytiladi va bu usul qayerlarda qo'llaniladi?
9. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar deb nimaga aytiladi?
10. To'g'ri chiziqlarning izi deb nimaga aytiladi?

11. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning nechta izi mavjud bo'ladi?
12. To'g'ri chiziq proeksiya tekisliklariga nisbatan qanday vaziyatlarda bo'ladi?
13. Qanday vaziyatda to'g'ri chiziq haqiqiy kattalikda proeksiyalanadi?
14. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq nima?
15. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq nima?
16. Ikkita o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar va ularning proeksiyalari o'rtasida qanday bog'lanish mavjud?
17. To'g'ri chiziq tekislikka qachon perpendikulyar bo'ladi?
18. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa qanday to'g'ri chiziq bo'yicha aniqlanadi?
19. Umumiy vaziyatdagi o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlar orasidagi to'g'ri burchak qachon haqiqiy kattalikda proeksiyalanadi?
20. Tekislik chizmada qanday beriladi?
21. Tekislikni izlari orqali berilishi deyilganda nimani tushunasiz?
22. Umumiy vaziyatdagi tekislik nima?
23. Xususiy vaziyatdagi tekislik nima?
24. Qachon to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi?
25. Qachon to'g'ri chiziq tekislikka parallel bo'ladi?
26. Qachon to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'ladi?
27. Tekislikning bosh chiziqlari deb nimaga aytiladi?
28. To'g'ri chiziqning tekislikka tegishliligi qanday ta'riflanadi?
29. Nuqtaning tekislikka tegishliligi qanday ta'riflanadi?
30. Tekisliklarning parallelligi va perpendikulyarligi qanday ta'riflanadi?

II – BOB. PROEKSIYALARNI QAYTA TUZISH USULLARI

Muhandislik grafikasida metrik va pozitsion masalalarni yechishni soddalashtirish maqsadida proeksiyalarni qayta tuzishning turli usullaridan foydalaniladi. Proeksiyalarni bunday qayta tuzishlar masalani minimal grafik vositalar yordamida yechish imkoniyatini yaratadi.

Proeksiyalarni qayta tuzish usullarining mazmuni quyidagilardan iborat:

- birinchi holatda proeksiyalar tekisliklarining vaziyati o'zgarmagan holda, berilgan ob'yektga nisbatan xususiy vaziyatdagi yangi proeksiya tekisliklari sistemasi kiritiladi.
- ikkinchi holatda esa, berilgan ob'ektlarning vaziyati proeksiya tekisliklariga nisbatan xususiy vaziyatga kelgunga qadar o'zgartiriladi.

Birinchi holatda proeksiyani qayta tuzish usuli *proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli* deyiladi, ikkinchisi holatda esa *aylantirish usuli* deyiladi.

Yuqorida keltirilgan usullarning har biriga to'xtalib o'tamiz.

2.1. Proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli

Proeksiya tekisliklarini almashtirish usulining mazmuni quyidagilardan iborat: *berilgan nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik yoki shakllarning fazoviy holati o'zgarmaydi, Π_1 , Π_2 proeksiyalar tekisliklari Π_1 bilan, Π_2 bilan yoki o'zaro o'zaro perpendikulyar sistema hosil qiluvchi yangi Π_4 , Π_5 va xokazo proeksiyalar tekisliklari bilan almashtiriladi.*

Almashtirilayotgan tekisliklar shunday tanlab olinishi kerakki, hosil bo'lgan yangi sistemada berilgan geometrik shakllar xususiy vaziyatlardan birini egallashi kerak.

2.1-shaklda A nuqtaning $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ tekisliklar sistemasidagi proeksiyalari berilgan. Proeksiya tekisliklaridan birini,

masalan Π_2 frontal proeksiyalar tekisligini Π_4 proeksiyalar tekisligi bilan almashtirib, unda A nuqtaning yangi frontal proeksiyasini yasaymiz.

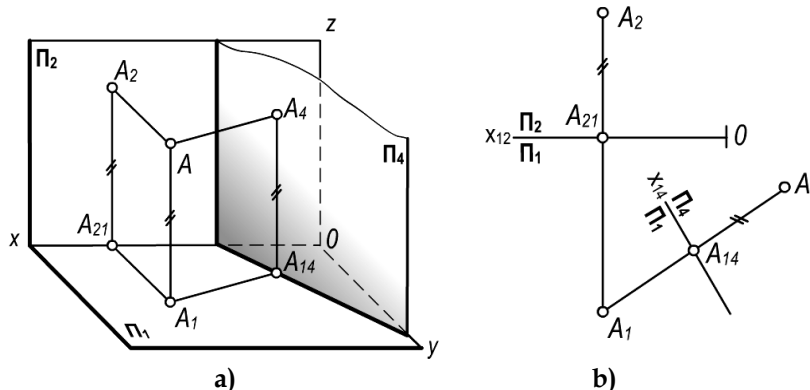
A nuqtaning Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligidagi proeksiyasi o'zgarmaydi, jumladan uning z koordinatasi har ikki sistema uchun umumiydir. Demak, A nuqtaning $\frac{\Pi_4}{\Pi_1}$ proeksiya tekisliklari sistemasidagi A_4 proeksiyasidan

x_{14} proeksiyalar o'qigacha bo'lgan masofa, o'sha nuqtaning $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ proeksiya tekisliklari sistemasidagi A_2 frontal

proeksiyasidan x_{12} o'qigacha bo'lgan masofaga teng, ya'ni $A_4A_{14}=A_2A_{12}$.

A_1 nuqtadan yangi x_{14} o'qigacha bo'lgan masofani ixtiyoriy bo'lishi va Π_4 tekislikni A nuqtaning istalgan tomonidan olinishi mumkin. A nuqtaning (istalgan tomonidan) epyurini yasash uchun, Π_4 tekislikni x_{14} o'qi atrofida aylantirib Π_1 tekislikka jipslashtiriladi, natijada, A nuqtaning gorizontal A_1 proeksiyasi va yangi frontal A_4 proeksiyasi x_{14} o'qqa perpendikulyar bir to'g'ri chiziqda yotadi (2.1,b-shakl).

Proeksiya tekisliklarini shu tarzda ketma-ket bir necha marta almashtirish mumkin.



2.1-shakl

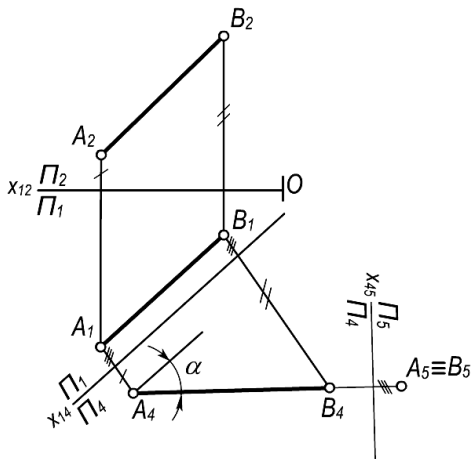
Quyidagi misollarda tajribada ko'p uchraydigan to'rtta masalani ko'rib chiqiladi.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli bilan aniqlash 2.2-shaklda ko'rsatilgan.

Buning uchun Π_2 frontal proeksiyalar tekisligi berilgan AB kesmaga parallel bo'lgan yangi Π_4 tekislik bilan almashtiriladi. Bunda Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligi bilan yangi Π_4 tekislik hosil qilgan x_{14} proeksiyalar o'qi AB to'g'ri chiziqning A_1B_1 gorizontal proeksiyasiga parallel bo'ladi ($A_1B_1 \parallel x_{14}$).

A_2 va B_2 nuqtalardan x_{12} o'qigacha bo'lgan masofalar mos ravishda x_{14} o'qidan o'lchab qo'yilganda yangi Π_4 proeksiyalar tekisligida A_4B_4 aniqlanadi. A_4B_4 berilgan kesmaning haqiqiy uzunligiga teng bo'ladi. Undan tashqari,

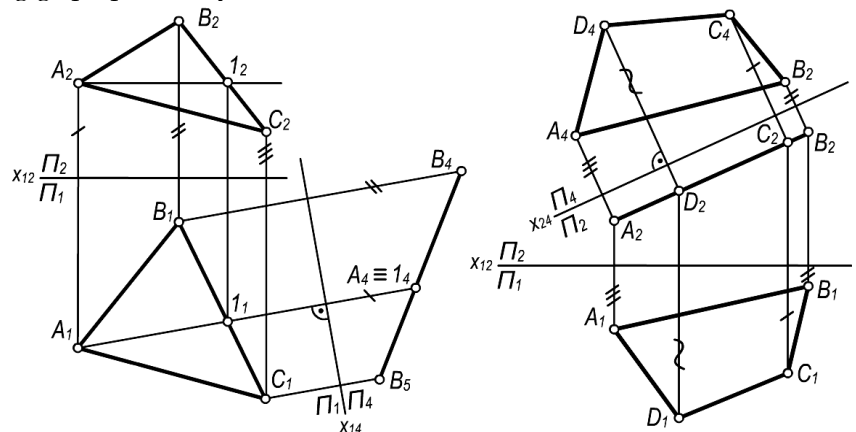
A_4B_4 kesma bilan x_{14} o'q orasidagi α burchak AB kesmaning Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligiga nisbatan qiyalik burchagini bildiradi.



2.2-shakl.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqli kesmasini proeksiyalovchi vaziyatga keltirish. 2.2-shaklda AB to'g'ri chiziqli kesmasining proeksiyasi birinchi marta yangi $\frac{\Pi_1}{\Pi_4}$ proeksiya tekisliklari sistemasidagi Π_4 proeksiyalar tekisligiga parallel vaziyatga keltirilgan. AB to'g'ri chiziqli kesmasini unga perpendikulyar bo'lgan ($A_4B_4 \perp x_{45}$) Π_5 proeksiyalar tekisligidagi proeksiyasi ($A_5 \equiv B_5$) nuqta bo'ladi.

Umumiy vaziyatdagi tekislikni proeksiyalovchi vaziyatga keltirish. Masalaning yechish oldingi masalaning yechimiga asoslanadi. 2.3-shaklda $\Pi_1 \perp \Pi_2$ tekisliklar sistemasida umumiy vaziyatdagi $\triangle ABC$ tekisligi berilgan. $\triangle ABC$ tekislikda bosh chiziqlaridan birini, masalan, tekislikning gorizontali $A_1(A_{11}, A_{212})$ chizib olinadi. yangi Π_4 tekislik $\triangle ABC$ tekislikning gorizontaliga perpendikulyar ($A_{11} \perp x_{14}$) vaziyatda tanlanadi va mos ravishda Π_1 proeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'ladi.



2.3-shakl

Proeksiyalovchi vaziyatda joylashgan tekislikning haqiqiy kattaligini aniqlash (2.3-shakl,b). Masalani yechish uchun Π_2 frontal proeksiyalar tekisligiga perpendikulyar va ABCD($A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$) to'rtburchak tekisligiga parallel bo'lgan Π_4 tekislikni kiritish yo'li bilan amalga oshiriladi, ya'ni, $x_{14} \parallel A_2B_2C_2D_2$.

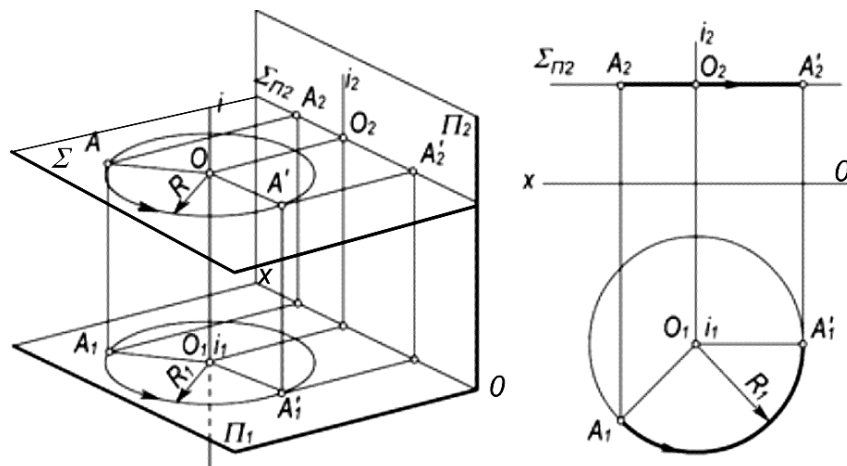
$A_4B_4C_4D_4$ proeksiya to'rtburchakning haqiqiy kattaligi hisoblanadi.

2.2. Aylantirish usuli

Aylantirish usulida geometrik shakl proeksiya tekisliklariga nisbatan Π_1 yoki Π_2 tekislikka perpendikulyar o'q atrofida aylantiriladi, natijada, proeksiya tekisliklari qo'zg'almaydi, geometrik shakl esa proeksiya tekisliklaridan birortasiga nisbatan xususiy vaziyatni ishg'ol etadi.

2.4,a-shaklda A nuqtani Π_1 tekislikka perpendikulyar bo'lgan i o'qi atrofida R radius bilan aylantirishning yaqqol tasviri berilgan. Bunday holda, A nuqta i o'qi atrofida Π_1 tekislikka parallel bo'lgan Σ harakat tekisligida aylana bo'ylab harakat qiladi. Nuqtaning gorizontal proeksiyasi aylana, frontal proeksiyasi x ga parallel bo'lgan Σ_{Π_2} to'g'ri chiziqli bo'ylab harakatlanadi. Uning epyuri 2.4,b-shaklda ko'rsatilgan.

$A(A_1, A_2)$ nuqtani i o'qi atrofida aylantirish natijasida u ma'lum burchakka buriladi va, masalan, $A'(A'_1, A'_2)$ vaziyatni egallaydi.



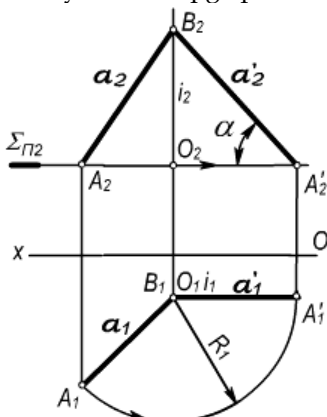
a)

b)

2.4-shakl

2.2.1. Aylantirish usuli bilan umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqni proeksiya tekisliklaridan biriga parallel vaziyatga keltirish

Agar to'g'ri chiziq Π_1 yoki Π_2 tekislikka parallel bo'lsa, uning bitta proeksiyasi x o'qiga parallel bo'lib joylashadi. Masalan, umumiy vaziyatdagi a to'g'ri chiziqni Π_2 tekislikka parallel vaziyatga keltirish uchun uning frontal a_1 proeksiyasini x o'qiga parallel vaziyatga kelguncha aylantiriladi.



2.5-shakl

2.5-shaklda ko'rsatilganidek, a to'g'ri chiziqni frontal proeksiyalar tekisligiga nisbatan parallel vaziyatga keltirishni quyidagicha amalga oshirish lozim:

1. a to'g'ri chiziqqa tegishli $A(A_1, A_2)$ va $B(B_1, B_2)$ nuqtalarni tanlab olamiz: $A \in a \wedge B \in a$.

2. a to'g'ri chiziqning $B(B_1, B_2)$ nuqtasidan $i(i_1, i_2) \perp \Pi_1$ aylantirish o'qini o'tkazamiz.

3. a to'g'ri chiziqning aylantirish o'qi i atrofida aylantirilganda, A nuqta $R_1 = A_1 B_1$ radius bilan aylana bo'yicha harakatlanib A'_1 vaziyatni egallaydi, B_1 nuqta esa i o'qida yotgani uchun qo'zg'almas bo'ladi.

4. A nuqta A' vaziyatni ishg'ol etganda, AB to'g'ri chiziq Π_2 tekislikka parallel vaziyatga keladi, chunki uning $B_1 A'_1$ gorizontal proeksiyasi x o'qiga paralleldir.

5. a to'g'ri chiziqning Π_1 tekisligi bilan hosil qilgan burchagi α ga teng.

Yuqoridagi yasashlardan so'ng a to'g'ri chiziqning haqiqiy uzunligi topiladi ($B_2 A'_2 = AB$).

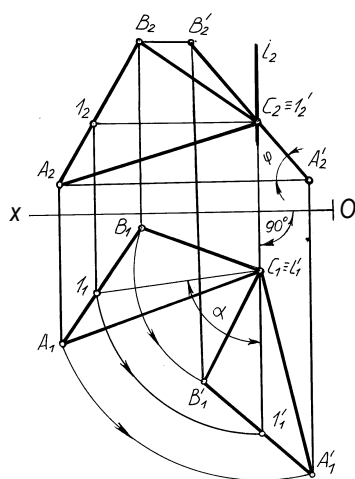
a to'g'ri chiziqni Π_1 tekislikka parallel vaziyatga keltirish uchun, aylantirish $i(i_1, i_2)$ o'qini Π_2 tekislikka perpendikulyar qilib olinadi.

2.2.2. Umumiy vaziyatda berilgan ABC tekislikni xususiy (proeksiyalovchi) vaziyatga keltirish

2.6-shaklda ko'rsatilganidek, umumiy vaziyatdagi ABC tekislikni proeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun uning bosh chiziqlaridan biri proeksiyalovchi vaziyatga keltirilishi zarur bo'ladi. Buni quyidagicha bajarish mumkin:

ABC tekislikni Π_2 tekislikka proeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun, ABC ning C uchidan $C_1(C_1 i_1, C_2 i_2)$ gorizontali o'tkaziladi va uni $C(C_1 C_2)$ nuqtadan o'tgan $i(i_1, i_2)$ o'qi atrofida α burchakka aylantiriladi.

Natijada, ABC tekislikning C_1 gorizontali Ox o'qiga perpendikulyar holga keladi. Uning ketidan CA va CB tomonlarini ham α burchakka aylantiriladi.



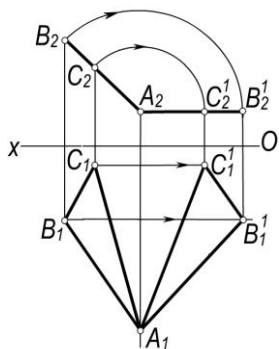
2.6-shakl

ABC uchburchakning $A_1 B_1 C_1$ gorizontal proeksiyasi yangi $A'_1 B'_1 C'_1$ vaziyatga ko'chib, frontal proeksiyalovchi vaziyatga kelishi natijasida uning frontal proeksiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi. $A'_2 C'_2 B'_2$ to'g'ri chiziq va gorizontal chiziq orasidagi φ burchak ABC tekislikning Π_1 gorizontal proeksiyalar tekisligi orasidagi burchakni ifodalaydi.

2.2.3. Tekislikning haqiqiy kattaligini proeksiya tekisliklariga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish usuli bilan aniqlash

Umumiy vaziyatda berilgan ABC tekislikni proeksiya tekisliklaridan biriga parallel vaziyatga keltirish ikki bosqichda amalga oshiriladi.

Birinchi marta aylantirilganda, tekislik proeksiyalovchi holatga keladi (ushbu masalani yuqorida ko'rib o'tdik).



2.7-shakl

2.7-shaklda proektsiyalovchi holatga keltirilgan 2.6-shakldagi $AB^1C^1(A_1B_1C_1, A_2C_2B_2)$ uchburchak tekisligini ajratib olinib, ikkinchi marta aylantirilganda tekislik proeksiya tekisliklaridan birortasiga parallel holatga keltiriladi.

ABC uchburchakning A_2 nuqtasini aylantirish markazi qilib, C_2 va B_2 nuqtalardan aylanalar chizamiz, bu aylanalar Ox o'qiga parallel chiziq bilan kesishib $A_2C_2B_2$ nuqtalarda Π_1 tekislikka parallel bo'lgan ABC uchburchakning frontal proeksiyasini beradi. Uchburchakning frontal proeksiyasi bo'yicha uning gorizontal $A_1B_1C_1$ proeksiyasi yasaladi. $A_1B_1C_1$ uchburchak ABC uchburchakning haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi.

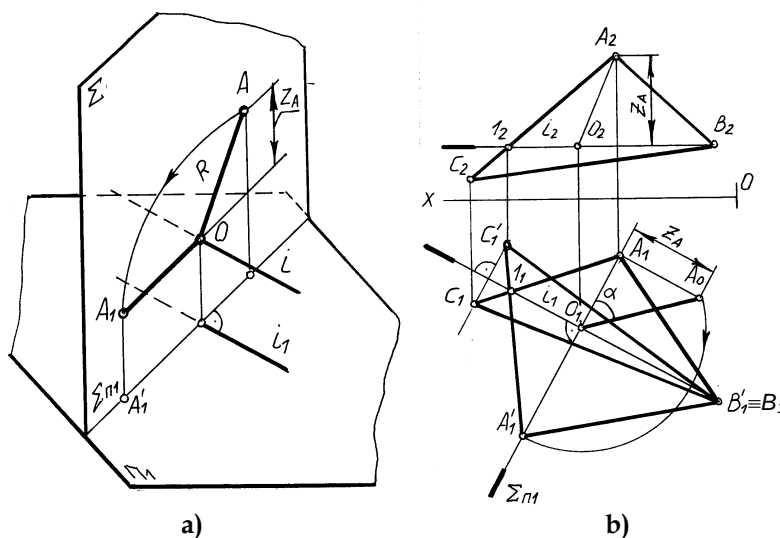
2.2.4. Tekislikning bosh chiziqlardan biri atrofida aylantirish

Tekislikning haqiqiy kattaligini uning gorizontal yoki frontal chizig'i atrofida aylantirish yo'li bilan ham aniqlash mumkin.

i gorizontal chizig'i atrofida A nuqtani $OA=R$ radius bilan aylantirish natijasida (2.8-shakl, a), OA to'g'ri chiziq OA_1 vaziyatga, ya'ni Π_1 tekislikka parallel vaziyatga ko'chadi.

Bu yerda i - aylantirish o'qi, R - aylantirish radiusi, O - aylanish markazi, Σ - A nuqtaning harakat tekisligi (odatda, proektsiyalovchi) deyiladi.

Xuddi shunday qilib, C nuqtani ham gorizontal atrofida aylantirib C_1 vaziyatga keltirish mumkin (2.8-shakl, a da C nuqta ko'rsatilmagan).



2.8-shakl

Ushbu masalani epyurda bajarilishini ko'rib chiqamiz (2.8-shakl, b):

1. ABC uchburchakning B_1I_1 gorizontalini qurib, unga A_1 va C_1 nuqtalardan perpendikulyarlar tushiramiz. Tushirilgan perpendikulyarlar mos ravishda A va C nuqtalarning harakat tekisliklarini belgilaydi.

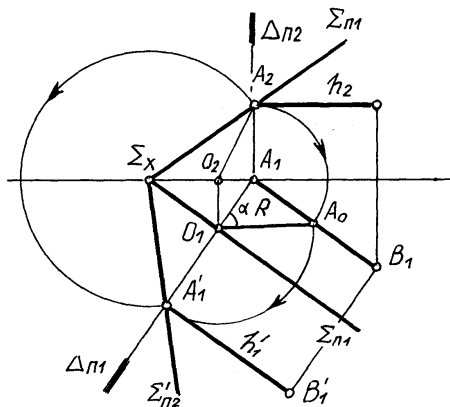
2. To'g'ri burchakli uch burchak usulidan foydalanib AO to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy kattaligi aniqlanadi. A_0O_1 aylanish radiusi hisoblanadi.

3. Aylantirish markazi O_1 nuqtadan $O_1A_0=R$ radiusi bilan yoy chiziladi. Bu yoy A_1 dan B_1I_1 ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishib A_1 nuqtani beradi.

4. Topilgan A_1 nuqta bilan 1_1 nuqtani to'g'ri chiziq orqali tutashtirsak, va uni davom ettirib C_1 dan tushirilgan perpendikulyar bilan kesishtirsak, C_1 nuqta hosil bo'ladi. Aniqlangan A_1 , B_1 , C_1 nuqtalar tutashtiriladi. Natijada, topilgan $A_1B_1C_1$ uchburchak Π_1 ga parallel va uning xaqiqiy kattaligiga teng bo'ladi. Shu bilan birga, to'g'ri burchakli $O_1A_1A_0$ uchburchakning α burchagi ABC uchburchakning Π_1 tekislik bilan hosil qilgan ikkiyoqli burchakka teng bo'ladi.

2.2.5. Tekislik izlaridan biri atrofida aylantirish (jipslashtirish) usuli

Tekislikning gorizontal yoki frontal atrofida aylantirish xususiy holi - tekislikni o'z izlaridan biri atrofida aylantirishdir.



2.9-shakl.

Buning uchun quyidagi berilgan Σ tekislikning izlaridan biri masalan gorizontali izi atrofida aylantirishni 2.9-shakldagi chizma asosida ko'rib chiqilgan:

Σ tekislikning frontal Σ_{n2} iziga tegishli bo'lgan $A(A_1, A_2)$ nuqta tanlab olinadi. Nuqtaning gorizontali proeksiyalovchi harakat tekisligi $\Delta(\Delta_{n1}, \Delta_{n2})$ Σ tekislikning Σ_{n1} gorizontali iziga perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

A_2 nuqtani $\Sigma_x A_2$ ga teng radius bilan aylantiriladi va u Δ_{n1} bilan kesishib A'_1 vaziyatga keladi. A'_1 nuqta bilan Σ_x ni tutashtirsak Σ'_{n2} kelib chiqadi.

Natijada, Σ tekislik Π_1 tekislik bilan jipslashgan $\Sigma_{n1} \Sigma_x \Sigma'_{n2}$ vaziyatni ishg'ol etadi. Bunda tekislikning gorizontali Σ_{n1} izi qo'zg'almas, frontal izi tekislikdagi boshqa nuqtalar bilan birga Π_1 ga jipslashadi. Tekislikning A nuqtasidan o'tgan gorizontali $h(h_1, h_2)$ tekislik bilan birga aylanib Π_1 tekislikka jipslashadi. Tekislik gorizontalinig Σ_{n1} ga parallelligi Π_1 bilan jipslashganda ham saqlanadi: $(h'_1 \parallel \Sigma_{n1})$.

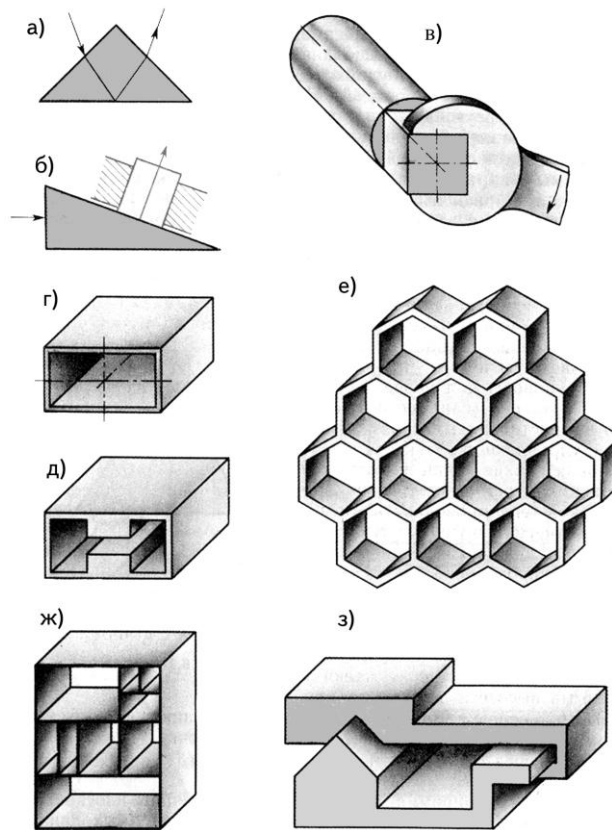
Ushbu masalani $A(A_1 A_2)$ nuqtani aylantirish radiusi OA ning haqiqiy uzunligini aniqlash yo'li bilan topilsa ham bo'ladi. Buning uchun to'g'ri burchakli $O_1 A_1 A_0$ uchburchak yasaladi. Uning bitta kateti $(A_1 A_0 = A_1 A_2)$ bo'lsa, ikkinchi kateti $O_1 A_1$ aylantirish radiusini gorizontali proeksiyasidir. Shuningdek, uchburchakning gipotenuzasi $(O_1 A_0 = R)$ A nuqtaning aylantirish radiusiga tengdir. Aylantirish markazi O dan R radiusga teng A_0 nuqtadan aylana chiziladi va Δ_{n1} izi bilan A'_1 nuqtada kesishadi. Bu aylana Σ_x markazda chizilgan $\Sigma_x A_2 = R$ radiusli aylana bilan A'_1 nuqtada uchrashadi. Bu usulning qulay tomoni shundan iboratki, agar tekislikda yotgan tekis shaklning bitta proeksiyasi berilgan bo'lsa, uning haqiqiy kattaligini aniqlashda birgina proeksiyasi yetarlidir.

Mustahkamlash uchun savollar

1. Proeksiyalarni qayta tuzishning qanday usullarini bilasiz?
2. Metrik va pozitsion masalalar deb nimaga aytiladi?
3. Proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli deb nimaga aytiladi? Unda proeksiyalarning ko'rinishi qanday o'zgaradi?
4. Almashtirish usulida proeksiyalarning ko'rinishi qanday o'zgaradi?
5. Qiyshiq burchakli proeksiyalashda proeksiyalarning ko'rinishi qanday o'zgaradi?
6. Proeksiya tekisliklarini almashtirish usulida proeksiyalar tekisligi necha marta almashtiriladi?
7. Proeksiya tekisliklarini almashtirish usulida birinchi almashtirilayotgan tekislik qanday vaziyatda olinadi?
8. Proeksiya tekisliklarini almashtirish usulida geometrik elementning vaziyati o'zgaradimi?
9. Aylantirish usulining mohiyati nimadan iborat?
10. Aylantirish radiusi deb qaysi masofaga aytiladi?
11. Aylanish (harakat) tekisligi nima?
12. Aylanish markazi qaerda joylashadi?
13. Aylantirish o'qi qanday tanlanadi?
14. Tekislikni ixtiyoriy o'q atrofida aylantirish uchun bu o'q qanday vaziyatda tanlanadi?
15. Tekislikning bosh chiziqlardan qaysi biri atrofida aylantirish mumkin?
16. Tekislikning bosh chiziqlardan qaysi biri atrofida qaysi vaziyatgacha aylantiriladi?
17. Jipslashtirish usuli deb nimaga aytiladi?
18. Jipslashtirish usulida berilgan tekislik qaysi proeksiya tekisligi bilan jipslashadi?

III – BOB. KO'PYOQLAR

3.1. Ko'pyoqlarning texnikada qo'llanilishi



3.1-shakl

Ko'pyoqlar texnikada juda keng qo'llaniladi (3.1-shakl). Masalan, yorug'lik nuri yo'nalishini o'zgartirishga mo'ljallangan optik shishadan tayyorlangan uchyoqli prizmaning tasviri 3.1,a-shaklda ko'rsatilgan. Uchyoqli prizma-pona unga ta'sir etuvchi kuchni oshirish uchun ishlatilgan (3.1,b-shakl). Silindrik val uchidagi to'rtyoqli prizma valga burovchi momentni uzatish uchun xizmat qiladi (3.1,v-shakl). 3.1,g-shaklda o'ta yuqori chastotali elektromagnit quvvatini uzatishga mo'ljallangan to'lqin uzatuvchilar ko'rsatilgan. Elektrovakuumli moslamalarda elektron oqimlarni boshqarish uchun oltingirrali prizmadan yasalgan uyali tuzilmalar (3.1,e-shakl) qo'llaniladi. Bunday uyali tuzilmalar yuqori mexanik mustahkamlikka va yuqori issiqlik o'tkazuvchanlikka ega bo'ladi. 3.1,z-shaklda prizmatik sirtlarni bitta erkinlik darajasiga ega bo'lgan to'g'ri chiziqli harakatning yo'naltiruvchisi sifatida qo'llanilgani ko'rsatilgan. Bunday yo'naltiruvchilar turli xildagi texnologik jihozlarda, masalan, metall qirqish dastgohlarida ishlatiladi. Radio elektronika qurilmalari bloklarini prinsipial modulli tuzilmalari 3.1,j-shaklda ko'rsatilgan.

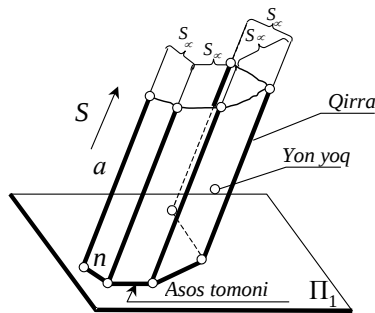
Quyida ko'pyoqliklarning prizma va piramida kabi turlarini tahlil qilish bilan chegaralanamiz.

3.2. Ko'pyoqliklarning hosil bo'lishi

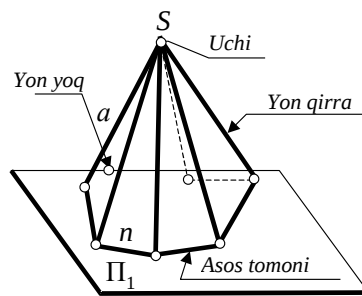
Tekisliklar bilan chegaralangan sirt *ko'pyoq* deyiladi. Chegaralovchi tekisliklarning o'zaro kesishuv chiziqlari *ko'pyoqning qirralari* deyiladi. Qirralar bilan chegaralangan tekisliklarga ko'pyoqning *yoqi* yoki *tomonlari* deyiladi. Qirralarning kesishuv nuqtalari *ko'pyoqning uchi* deyiladi.

Yasovchi a to'g'ri chiziqni yo'naltiruvchi n sinik chiziq bo'ylab C yo'nalishiga parallel holda harakatlanishi natijasida prizma yon sirti hosil bo'ladi (3.2-shakl):

S nuqtadan o'tuvchi yasovchi a to'g'ri chiziqni n yo'naltiruvchi sinik chiziq bo'ylab harakati natijasida piramida yon sirti hosil bo'ladi (3.3-shakl).



3.2-shakl



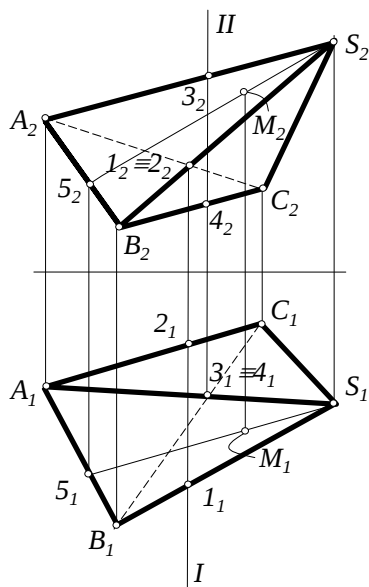
3.3-shakl

Prizma sirti piramidaning xususiy xolidir. Prizmaning S uchi cheksizlikda joylashgan bo'ladi.

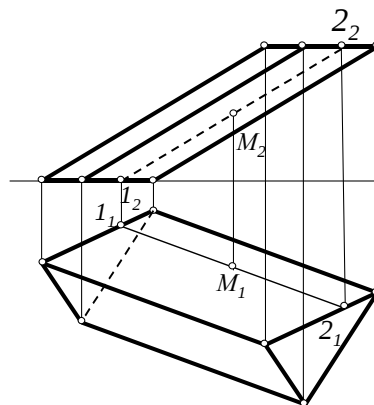
Asosi muntazam ko'pburchakdan iborat bo'lib, balandligi asosining markazidan o'tsa, bunday piramida muntazam piramida deyiladi.

Prizmaning yon qirralari asoslariga perpendikulyar bo'lsa, u to'g'ri prizma, aks holda og'ma prizma deyiladi. To'g'ri prizmaning asoslari muntazam ko'pburchak bo'lsa, u muntazam prizma deyiladi.

Quyida $SABC$ og'ma piramidaning ikki ($S_1A_1B_1C_1$, $S_2A_2B_2C_2$) proeksiyasi chizilib, qirralarining ko'rinar va ko'rinmasligi konkurent nuqtalar yordamida aniqlangan (3.4-shakl).



3.4-shakl



3.5-shakl

Piramida qirralarining ko'rinar-ko'rinmasligini aniqlash uchun AS va BS qirralarining kesishish nuqtasi 1 va 2 orqali o'tgan Π_2 ga perpendikulyar bo'lgan ko'rish nuri I dan foydalaniladi. Gorizontall proeksiyada ko'rish nuri oldin 1 nuqtada BS chiziqni, keyin 2 nuqtada AS chiziqni kesib o'tadi. Demak, frontal proeksiyada B_2S_2 qirra ko'rinar, A_2S_2 qirra esa ko'rinmas bo'ladi. Xuddi shu usulda 3 va 4 nuqtadan o'tgan II ko'rish nuri bo'yicha kuzatilganda, gorizontall proeksiyada A_1S_1 chiziqning ko'rinar, B_1S_1 qirra esa ko'rinmas ekanligi aniqlanadi.

Piramida yoki prizmaning yon sirtiga tegishli M nuqtaning proeksiyalarini yasash uchun avvalo M nuqta orqali o'tuvchi $S5(S_1S_2, S_2S_1)$ (3.4-shakl) yoki $12(1_12_1, 1_22_2)$ (3.5-shakl) yasovchilar quriladi. M nuqtaning yasovchiga tegishlilikidan kelib chiqib, uning yetishmovchi proeksiyalari aniqlanadi.

3.3. Prizma va piramidani uch ko'rinishda tasvirlash, ularning sirtlarida nuqta tanlash

3.6-shaklda mashina detallari va moslamalarning asosiy elementi sifatida keng qo'llaniladigan prizma va piramidalarining chizmalari berilgan. Keltirilgan chizmalarda ko'pyoq qirralarining ko'pchiligi proeksiyalovchi vaziyatdadir. Shuning uchun ular proeksiya tekisliklariga to'g'ri chiziq kesmasi yoki nuqta ko'rinishida proeksiyalangan. Masalan, prizma va piramidaning yon qirralarining frontal va profil proeksiyalari to'g'ri chiziq kesmasi ko'rinishida tasvirlangan. Ularning gorizontall proeksiyalari (3.6,a,b-shakl) nuqtadan iborat. 3.6,a-shaklda prizma asosining 2-3 va 5-6 tomonlarining profil proeksiyalari $2_2 \equiv 3_3$, $5_3 \equiv 6_3$, 3.6,b,v-shakllardagi prizma va piramida asoslarining 1-3 tomonlari profil proeksiyalar tekisligida $1_3 \equiv 3_3$ nuqtalar ko'rinishida proeksiyalangan.

Prizma va piramidaning proeksiya tekisliklariga perpendikulyar joylashgan yoqlari to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proeksiyalanadi.

Masalan, 3.6,a,b-shakllarda prizmaning yon yoqlari gorizontal proeksiyalar tekisligiga to'g'ri chiziq kesmalaridan iborat bo'lgan oltiburchak shaklida proeksiyalanadi.

3.6,a-shakldagi prizmaning oldi va orqa yoqlari hamda 3.6,b,v-shakllardagi prizmaning va piramidaning orqa yoqlari profil proeksiyalar tekisligiga to'g'ri chiziq shaklida proeksiyalanadi.

Prizma va piramidaning sirtlariga tegishli nuqtalarning frontal proeksiyalariga asosan ularning yetishmagan proeksiyalarini ularning koordinatalar va o'lchamlari asosida aniqlash 3.6,a,b-shaklda ko'rsatilgan.

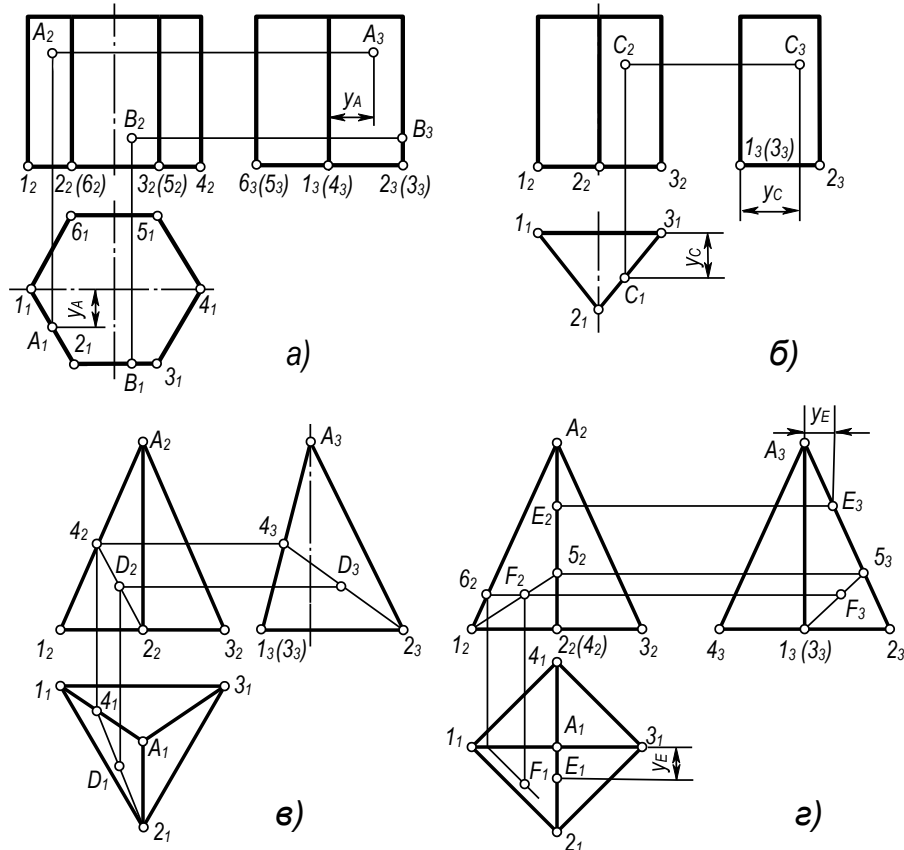
A va C nuqtalarining A_3 , C_3 profil proeksiyalari gorizontal proeksiyadagi y_A , y_C koordinatalar yordamida aniqlangan.

Piramidaning A_{12} yoqida joylashgan D nuqtaning gorizontal D_1 va profil D_3 proeksiyalari shu yoqlarida yotgan $2_1 4_1$, $2_3 4_3$ to'g'ri chiziq kesmalari yordamida topilgan (3.6,v-shakl).

Piramidaning (3.6,g-shakl) A_{12} yoqida joylashgan 15 kesmasining $1_3 5_3$ profil proeksiyasi yordamida G' nuqtaning F_3 profil proeksiyasi qurilgan.

F nuqtaning gorizontal proeksiyasi 6_1 nuqta orqali o'tuvchi asos tomoniga parallel bo'lgan gorizontal chiziqlarning proeksiyasi orqali topilgan.

E nuqtaning y_{E1} gorizontal proeksiyasi y_{E3} profil proeksiyasida aniqlangan u_E koordinatasi yordamida topilgan.



3.6-shakl

Mustahkamlash uchun savollar

1. Ko'pyoq deb qanday sirtga aytiladi?
2. Prizma sirti qanday hosil bo'ladi?
3. Piramida sirti qanday hosil bo'ladi?
4. Ko'pyoqlarning qanday elementlarini bilasiz?
5. Muntazam va og'ma ko'pyoqlar haqida nimalar bilasiz?