

Основные принципы
инженерных расчетов.
Напряженное состояние детали

МОДЕЛИ ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ

Для определения прочностной надежности детали используют вспомогательные модели **материала, формы, нагружения (сил) и разрушения** .

В расчетах прочностной надежности **материал** детали представляют однородной сплошной средой. Под однородностью материала понимают независимость его свойств от размеров выделенного объема.

В сопротивлении материалов в основном рассматриваются изотропные материалы.

Расчетная модель материала наделяется такими физическими свойствами, как ***упругость, пластичность и ползучесть***.

Упругость - свойство тела (детали) восстанавливать свою форму после снятия внешней нагрузки.

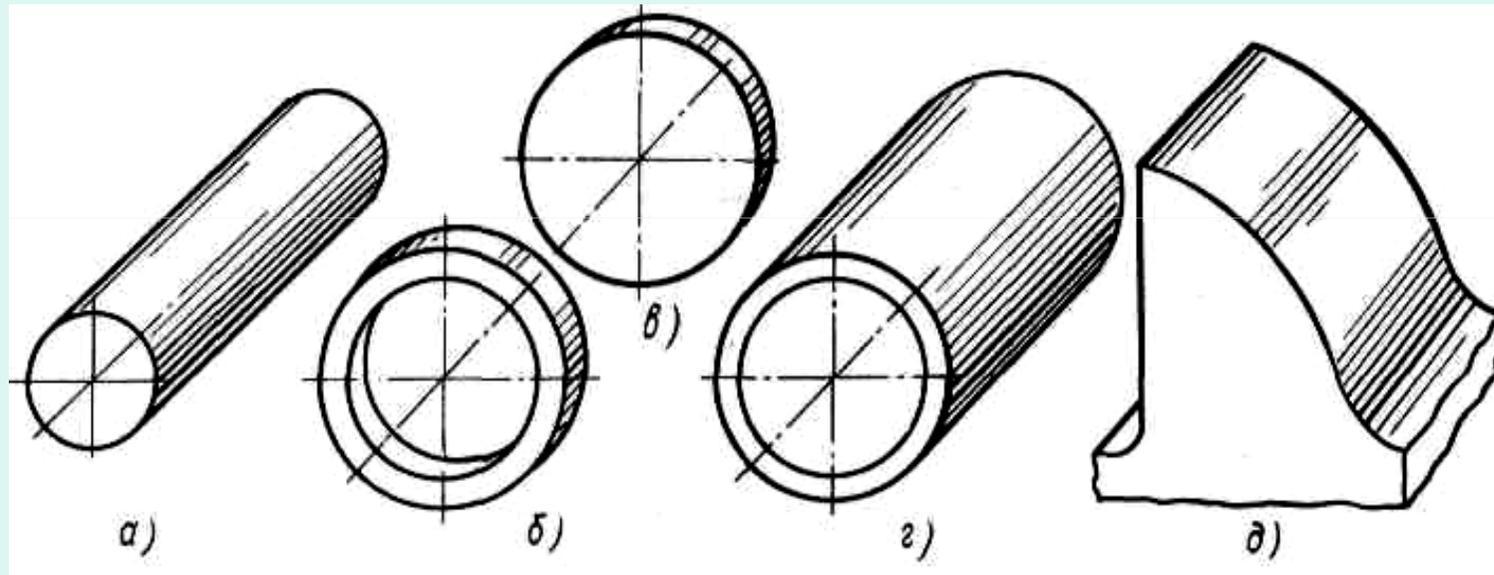
Пластичность - свойство тела сохранять после разгрузки полностью или частично деформацию, полученную при нагружении .

Ползучесть - свойство тела увеличивать со временем деформацию при действии внешних сил (например, вытяжка канатов).

модели формы.

На практике для оценки прочностной надежности элементов конструкций вводят упрощение в геометрию детали, приводя ее к схеме

**стержня (бруса),
пластинки,
оболочки,
массива (пространственного тела).**



а - стержень; *б* - кольцо; *в* - круглая пластинка;
г - оболочка; *д* - массив

Модели нагружения.

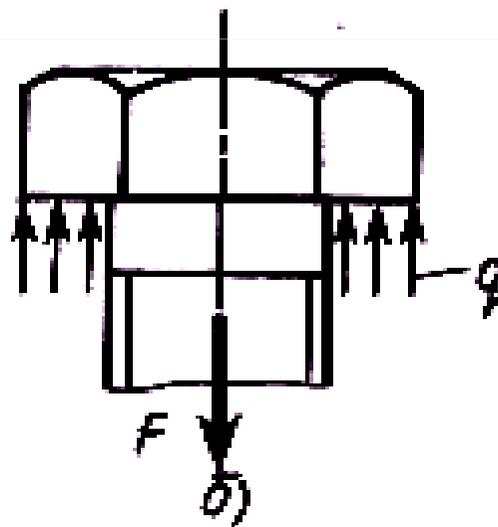
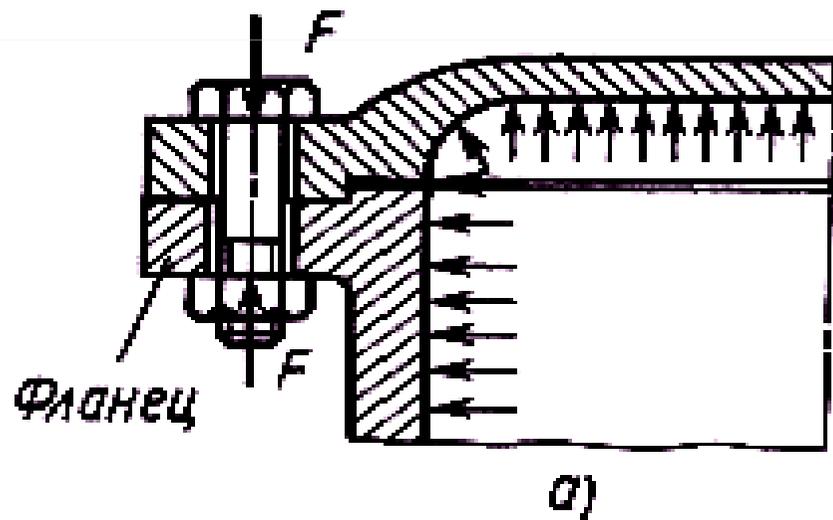
. Если элемент конструкции (деталь) рассматривается изолированно от сопряженных деталей, то действие последних заменяется силами, называемыми **внешними**.

Силы взаимодействия между частями отдельной детали или между деталями в сопряжении называют **внутренними**.

Такое деление сил носит условный характер.

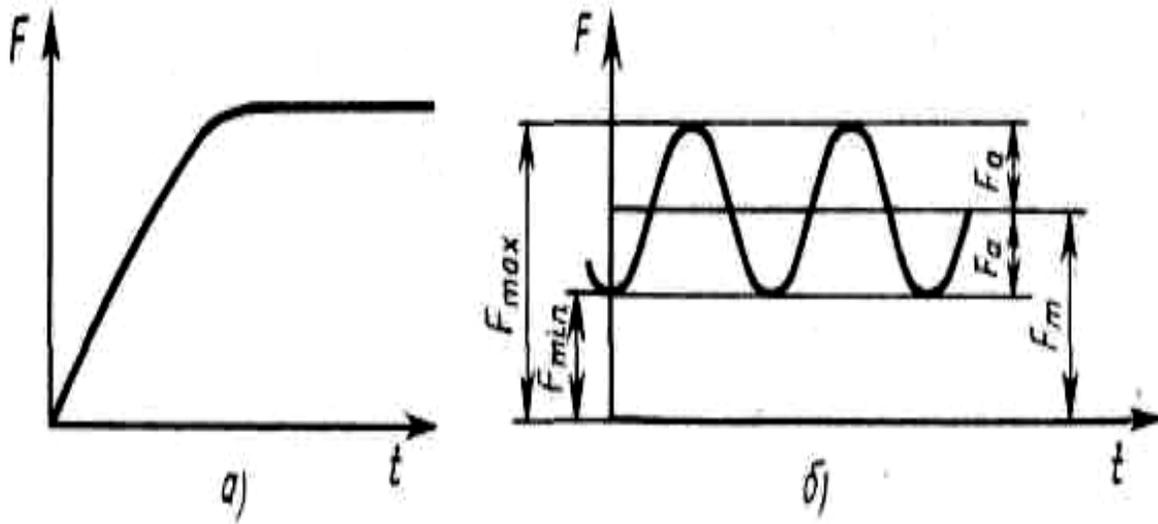
При схематизации условий работы в расчеты вводят упрощение в систему сил, подразделяя их условно на

сосредоточенные,
распределенные и
объемные (массовые).



Схемы нагружения
сосуда (а)
и болта (б)

. По характеру изменения во времени нагрузки подразделяют на **статические и переменные**.



Модели нагрузок:
 а — статическая;
 б-циклическая

. По характеру изменения во времени нагрузки подразделяют на **статические** и **переменные**.

Переменная нагрузка характеризуется: амплитудой силы F_a , средней силой F_m , частотой нагружения f и формой цикла.

Различают **малоцикловое нагружение** (пуск и остановки машины) - число циклов нагружений не превышает $10^4 \dots 10^5$.

Многоцикловое если число циклов нагружения превышает $10^5 \dots 10^6$. Оно характерно для деталей длительно работающих машин.

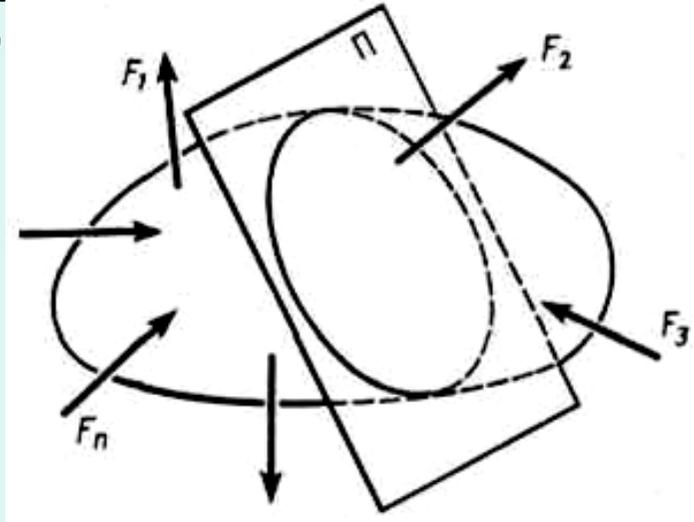
Модели разрушения.

В зависимости от условий нагружения различают модели **статического**, модели **малоциклового** и **усталостного** (многоциклового) разрушения.

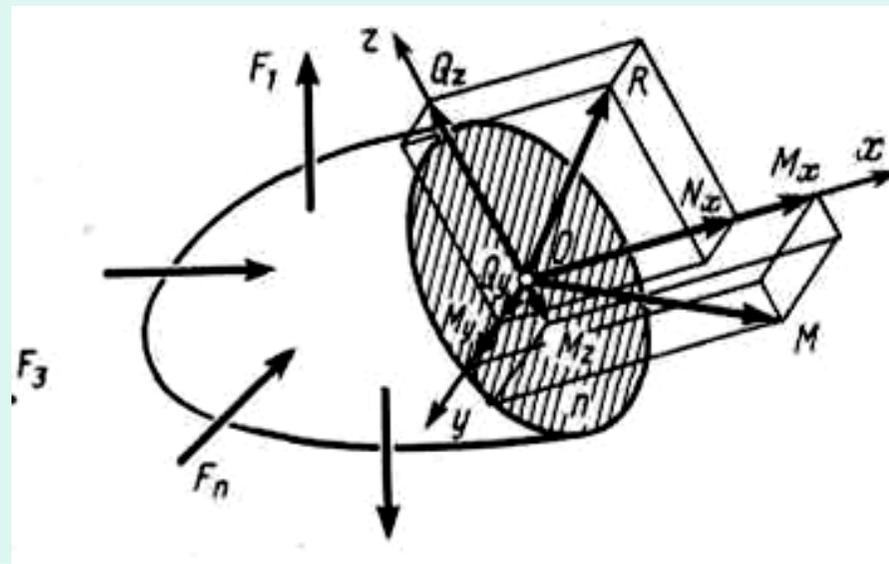
ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ

Внутренние силы представляют собой силы межатомного взаимодействия, возникающие внутри детали при воздействии на него внешних нагрузок.

Для нахождения внутренних сил используют **метод сечений**.



Внутренние силы распределены по сечению. Если привести систему внутренних сил к центру O тяжести сечения, то для рассматриваемой части тела можно определить главный век \vec{R} внутренних сил, действующих по сечению.



Так как система внешних сил удовлетворяет условиям равновесия,

то отсеченная часть также должна находиться в равновесии.

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_{int}$$

В различных сечениях возникают различные внутренние силы.

Поместим в точке O систему координат xyz и разложим главный вектор на составляющие по этим осям :

$$\vec{R} = \vec{N}_x + \vec{Q}_y + \vec{Q}_z;$$

Эти составляющие называют **внутренними силовыми факторами в сечении**.

Составляющая N_x называют **нормальной или продольной силой**, она вызывает деформацию растяжения или сжатия.

Составляющие Q_y и Q_z перпендикулярны нормали и стремятся сдвинуть одну часть тела относительно другой, их называют **поперечными силами**.

Указанные силовые факторы находят из уравнения равновесия для одной из отсеченных частей:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum Z = 0;$$

НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В ТОЧКЕ служат для оценки нагруженности деталей и являются мерой интенсивности внутренних сил взаимодействия.

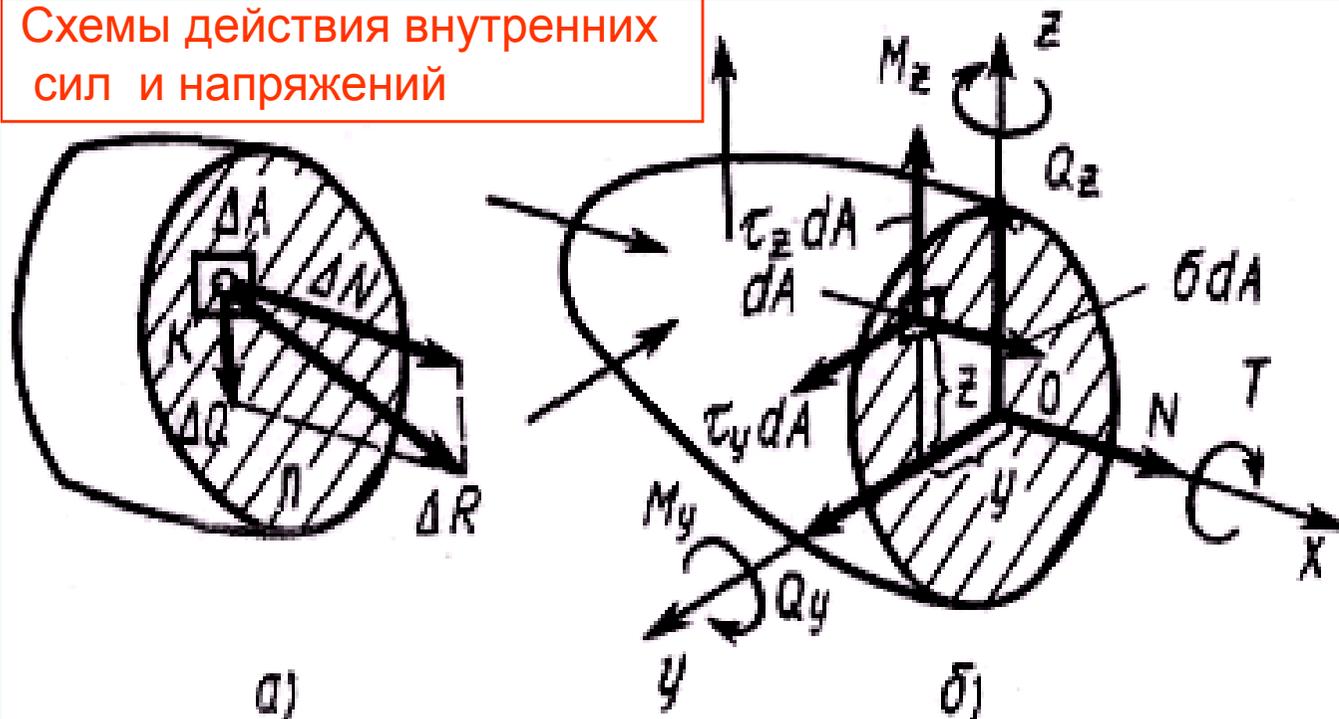
Напряжения

Рассмотрим сечение Π тела.. В окрестности произвольной точки K выделим элементарную площадку ΔA ,

а равнодействующую внутренних сил на этой площадке обозначим ΔR .

Отношение $\Delta R / \Delta A$ представляет собой среднее напряжение на данной площадке. Если ΔA уменьшать, то в пределе получим

Схемы действия внутренних сил и напряжений



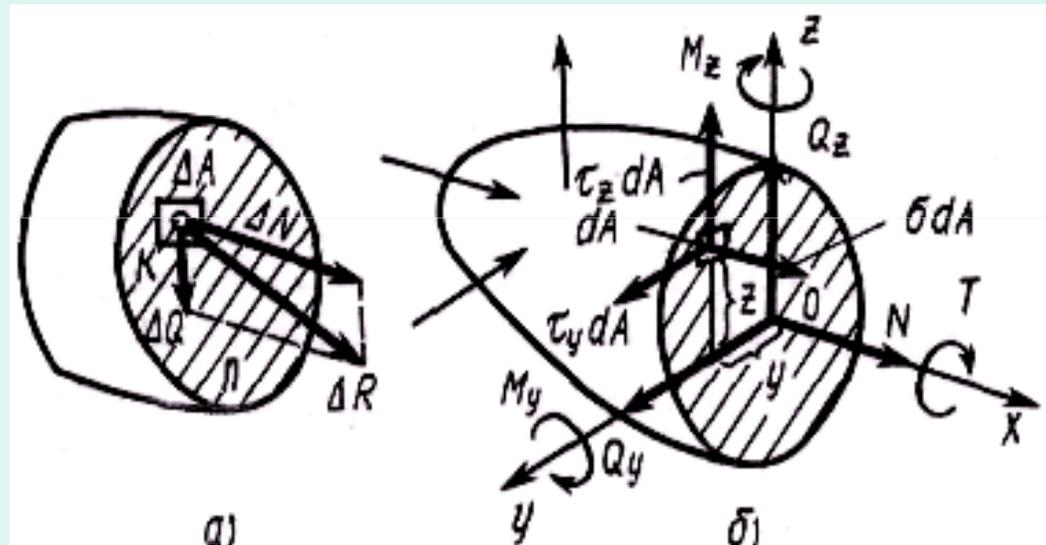
напряжение в точке

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}$$

Силу ΔR можно разложить на составляющ ΔN нормальную и касательную ΔQ .
 По этим составляющим (переносим) можно определить

нормальное σ
 и касательное τ
 напряжения :

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$



напряжения имеют размерность силы, деленной на площадь.

В системе СИ напряжения выражаются в Паскалях (Па);

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2.$$

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 10^6 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Н/мм}^2.$$

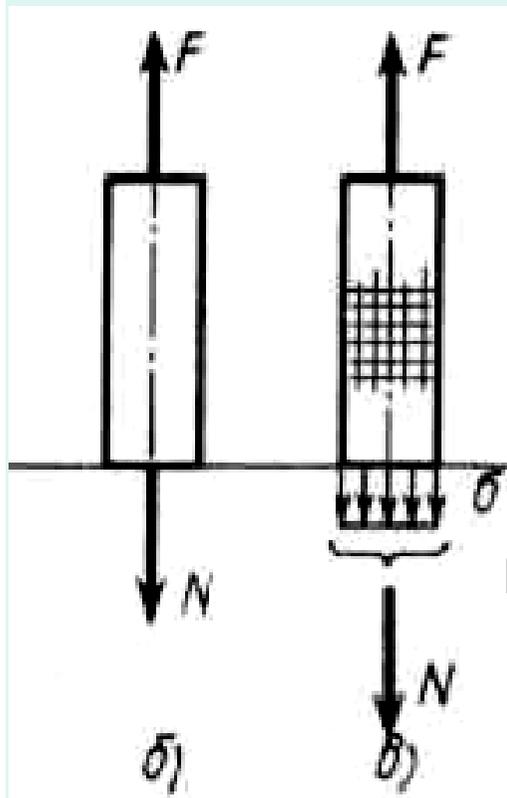
Закон Гука.

В сопротивлении материалов изучаются деформации и напряжения, возникающие в реальных твердых телах под действием различных нагрузок, а также общие методы расчета на **прочность, жесткость и устойчивость**.

Виды деформаций: **осевое растяжение, осевое сжатие, сдвиг, кручение, изгиб**.

Растяжение (сжатие) - вид деформации, при котором в поперечном сечении стержня возникает только продольная растягивающая (сжимающая) сила.

Во всех случаях равнодействующая системы внешних сил будет равна F . Модель растягиваемого стержня широко используется в расчетах болтов, ремней, передач, стержней ферм, лопаток турбин и др.



Условимся считать продольную силу N положительной (т. е. присвоим знак плюс), если она растягивает стержень, и отрицательной — если сжимает.

Из уравнения равновесие верхней отсеченной части получим

$$-F + N = Q; \quad N = +F.$$

Знак плюс показывает, что стержень растянут.

Сила N , приложенная в центре тяжести произвольного сечения стержня, является равнодействующей внутренних сил σdA , действующих на бесконечно малые площадки поперечного сечения площадью

A :

$$N = \int_A \sigma dA.$$

Если предположить, что плоские поперечные сечения стержня смещаются при растяжении, оставаясь плоскими (гипотеза плоских сечений), то нормальные напряжения во всех точках сечения должны быть одинаковыми, т. е.

$$\sigma = \text{const.}$$

Учитывая эту гипотезу, получим

$$N = \sigma A,$$

откуда

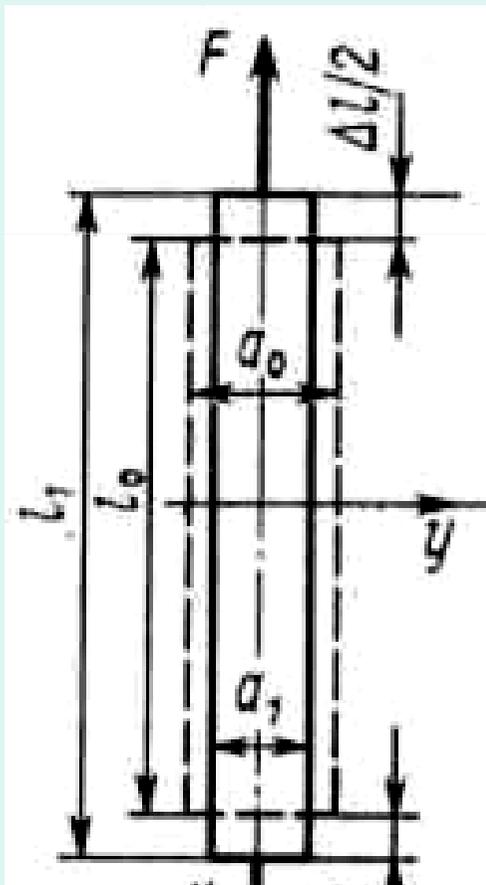
$$\sigma = N/A.$$

Таким образом, **нормальное напряжение в поперечном сечении стержня при растяжении равно продольной силе в этом же сечении поделенной на площадь сечения.**

Стержень постоянного сечения площадью A под действием осевых растягивающих сил удлинится на величину $\Delta l = l_1 - l_0$,

. Это приращение называется **полным или абсолютным удлинением при растяжении**.

Наиболее удобной мерой деформации является **относительное удлинение**, называемое **линейной деформацией**



$$\epsilon = \Delta l / l_0 = (l_1 - l_0) / l_0$$

Она обычно выражается в процентах от начальной длины. При сжатии ϵ называют относительным укорочением

Удлинение стержня в осевом направлении сопровождается уменьшением его поперечных размеров, возникает **поперечная деформация** стержня.

Ширина стержня под действием сил F уменьшится на величину $\Delta a = a_0 - a_1$.

Относительная поперечная деформация

$$\epsilon_n = -\Delta a / a_0.$$

Отношение

$$\mu = |\epsilon_n / \epsilon|$$

называют **коэффициентом Пуассона**

Экспериментально получено: для сталей

$$\mu = 0,25 \dots 0,3;$$

для сплавов алюминиевых
для сплавов медных

$$\mu = 0,3 \dots 0,35;$$

$$\mu = 0,35.$$

Закон Гука.

Между напряжениями и малыми деформациями существует линейная зависимость, называемая **законом Гука**

« деформации материала элемента в каждой его точке прямо пропорциональны

напряжениям в этой же точке как в процессе нагружения, так и при разгрузке. »

Эта зависимость имеет вид

$$\sigma = E \epsilon,$$

где E — коэффициент пропорциональности, именуемый **модулем упругости**.

По данным экспериментов:

$E = (2...2,2) \cdot 10^5$ МПа — для ступеней.

$E = 1,1 \cdot 10^5$ МПа — для титановых сплавов;

$E = 0,7 \cdot 10^5$ МПа — для алюминиевых сплавов.

Закон Гука для растянутого (сжатого) стержня можно записать в виде

$$\Delta l = Fl / (EA) = \lambda_l F,$$

где λ_l — коэффициент продольной податливости стержня

Произведение EA называют **жесткостью сечения стержня**.

Удлинения стержня переменного (ступенчатого) сечения определяют по участкам (ступеням) и результаты суммируют алгебраически:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{EA_i},$$

где i — номер участка ($i=1,2, \dots, n$).

При расчете упругих перемещений стержня от нескольких сил применяют **принцип независимости действия сил**:

перемещение стержня от действия группы сил может быть получено как сумма перемещений от действия каждой силы в отдельности.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Наибольшее распространение получил метод расчета по **допускаемому напряжению** Условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

σ_{\max} — наибольшее напряжение в детали от ожидаемой нагрузки;

$[\sigma]$ — допускаемое напряжение, свойственное принятому материалу и типу детали.

Назначение допускаемого напряжения является ответственным этапом расчета и проектирования.

В инженерных расчетах допускаемые напряжения используют в основном для предварительных расчетов, связанных с приближенным определением основных размеров деталей.

. Значения допускаемых напряжений приведены в справочниках .

Получил распространение расчет **по запасам прочности**. Условие прочности

$$n = \sigma_{\text{пред}} / \sigma_{\text{мах}}$$

n — коэффициент запаса прочности;

$\sigma_{\text{пред}}$ — предельное напряжение

$\sigma_{\text{мах}}$ — максимальное напряжение в опасной точке детали,

Величина необходимого запаса прочности имеет стабильное значение.
Условия прочности по допускаемым напряжениям и запасам прочности
связаны соотношением

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / n.$$

При действии **статических нагрузок** иногда используют **запас прочности по несущей способности**

$$n = F_{\text{разр}} / F,$$

Для стационарных долговременных сооружений коэффициент n равен 2...5,
в авиационной технике $n = 1,5...2$ и т. д.

Обычно расчет по запасам прочности используют в качестве проверочного .

***МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ***

Испытания материалов при растяжении.

Механические свойства материалов выявляются при испытаниях образцов на растяжение под нагрузкой.

Эскиз стандартного образца для испытаний материалов при растяжении

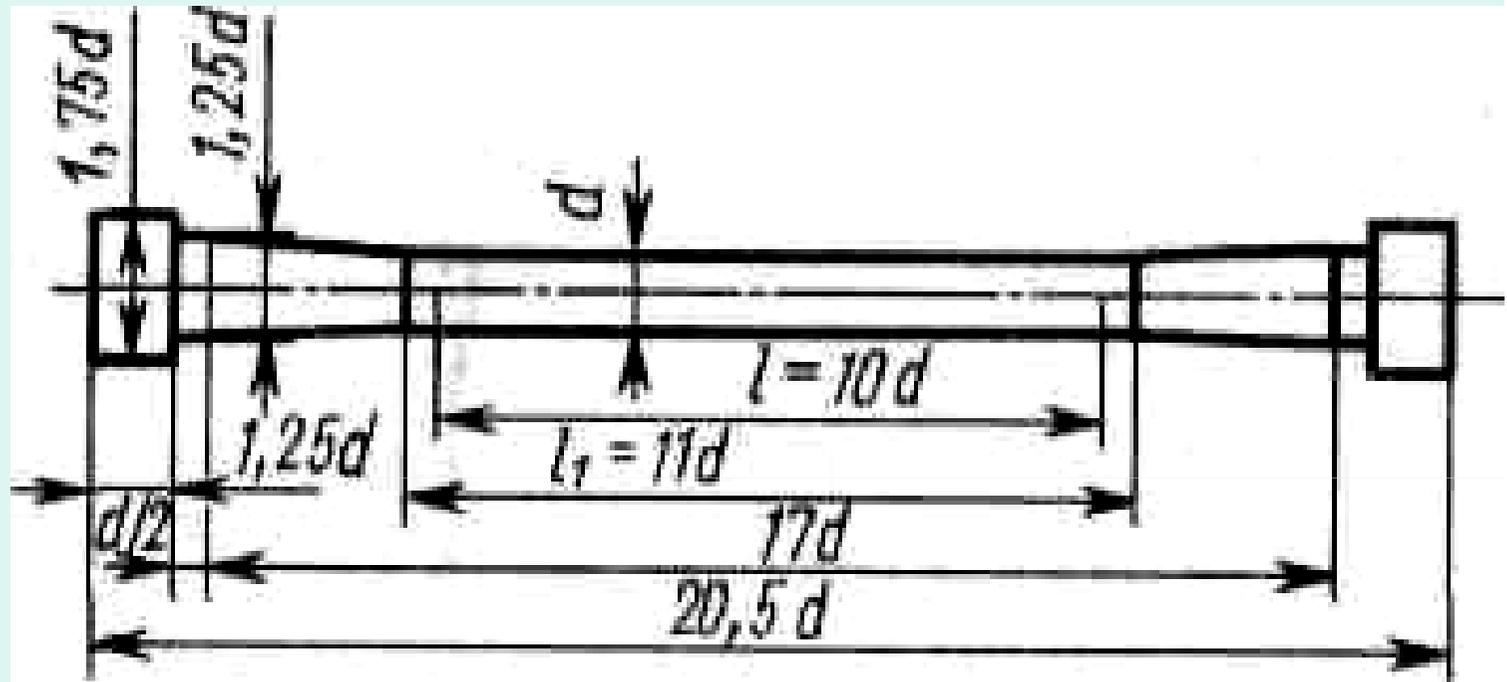


График зависимости между растягивающей силой F и удлинением образца называют *диаграммой растяжения*. Полученную диаграмму перестраивают в координаты

$\sigma - \epsilon$

путем уменьшения масштаба F в A_0 раз и абсциссы Δl в l_0 раз

Характеристики прочности материала.

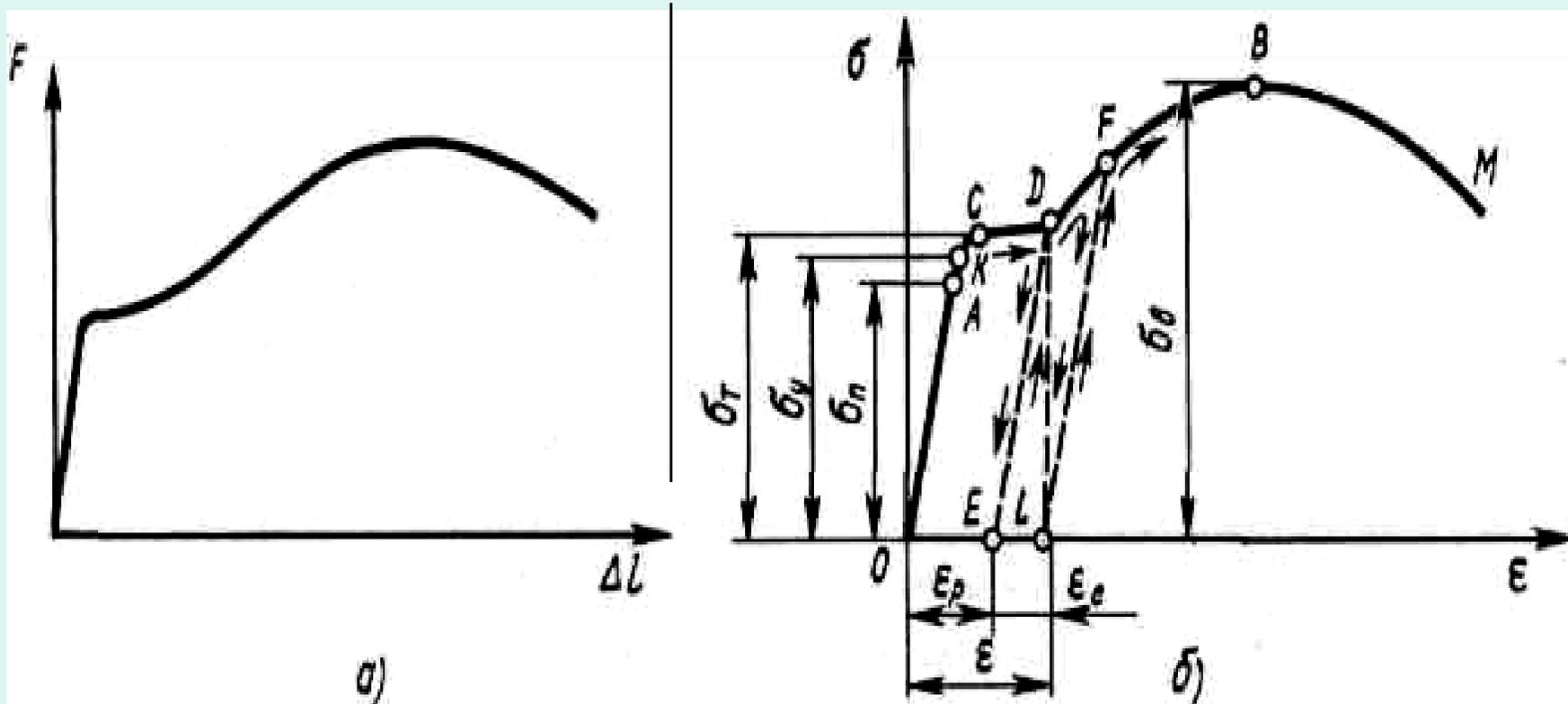
Диаграмму можно условно разделить на **четыре** зоны.

Первая зона называется **зоной упругости**, здесь свойства материала на

участке $F = \Delta l EA_0 / l_0; \quad \sigma = E \epsilon.$

Наибольшее напряжение $\sigma_{п.}$ называют **пределом пропорциональности**

.. Напряжение σ_y в точке *K* называют **пределом упругости**. Практически величина предела упругости близка к пределу пропорциональности. материалов.



Вторая зона KD называется **зоной общей пластичности**.

В этой зоне для некоторых материалов (например, малоуглеродистой стали) наблюдается почти горизонтальный участок — **площадка текучести** (отрезок CD диаграммы).

Напряжение, при котором в материале появляется заметное удлинение без увеличения напряжения называют **пределом текучести**.

Третья зона DB — **зона упрочнения**; при последующем нагружении материал приобретает способность воспринимать без остаточных деформаций большие нагрузки.

*Явление повышения упругих свойств материала носит название **наклепа** или **нагартовки**.*

.

Наклеп может быть снят термической обработкой — отжигом.

Четвертую зону называют **зоной местной текучести**.

Здесь удлинение образца сопровождается образованием местного сужения — **шейки**.

У многих материалов разрушение происходит без заметного образования шейки.

**Механические характеристики классов распространенных конструкционных материалов
(средние значения)**

Материал	Напряжения, МПа			Относительное удлинение $\sigma_s, \%$	Модуль упругости, $E \cdot 10^{-5},$ МПа
	σ_b	σ_T	σ_{TC}		
Сталь малоуглеродистая	390	250	250	42	2
Сталь углеродистая закаленная	1050	1000	970	10	2
Чугун серый	300	280	250	0,6	0,7
Алюминиевый литейный сплав	220	200	180	35	0,7
Медь прутковая	320	250	250	8	1,1

Максимальное напряжение на диаграмме, которое способен выдержать образец, называют **пределом прочности** (временным сопротивлением) и обозначают

σ_B , (при сжатии σ_{BC}).

Значения σ_B и σ_T для ряда материалов сведены в таблицы.

Пластичность и хрупкость.

Под *пластичностью* понимается способность материала получать большие остаточные деформации без разрушения.

мерой пластичности является *относительное остаточное удлинение образца после*

$$\delta = (l_p - l_0) / l_0$$

где l_0 - длина образца до испытания
 l_p - после разрыва, составленного из двух частей:

Пластичность является важным конструкционным свойством. опыты показали, что детали из малопластичных материалов плохо сопротивляются переменным нагрузкам. *Хрупкостью* называется способность материала разрушаться без образования заметных остаточных деформаций.

Для таких материалов удлинение при разрыве составляет доли процента. Это свойство противоположно свойству пластичности.

Диаграммы
растяжения
для
хрупкого
и
пластичног
о
материалов



Деление материалов на пластичные и хрупкие является условным. В зависимости от напряженного состояния, скорости деформирования, температуры и других условий пластичность меняется. Материал, показавший себя хрупким при обычной температуре, может вести себя при других условиях как пластичный, и наоборот. При изготовлении конкретных деталей широко пользуются термообработкой, которая позволяет изменять свойства материалов в нужном направлении.

Влияние температуры.

Результаты механических испытаний материалов обычно относятся к так называемым нормальным условиям, т. е. к температуре 20 °С, при которой производятся испытания в лабораториях, и к сравнительно небольшим скоростям изменения нагрузок

Многие детали машин работают в самых различных температурных режимах. Выхлопные клапаны в автомобильных двигателях работают при 500...800 СС, а детали того же самого двигателя, соприкасающиеся с внешней средой, иногда работают при весьма низких температурах. Элементы холодильных установок и резервуары, содержащие сжиженные газы, работают при очень низких температурах. Влияние температуры и фактора времени на механические характеристики материала в общем виде выявить не удастся. Поэтому влияние указанных факторов в настоящее время рассматривается применительно к конкретным задачам.

Явление снижения пластичности малоуглеродистой стали при повышении температуры называется *охрупчиванием*. В легированных сталях это явление не наблюдается.

При статическом нагружении, начиная с некоторых значений температур, заметно начинает сказываться фактор времени.

Изменение деформаций и напряжений, возникающих в нагруженной детали в процессе работы , носит название *ползучести*.

Самопроизвольное изменение напряжений в деталях, работающих в условиях высоких температур, при неизменной деформации называют *релаксацией*.

Она является частным проявлением ползучести.

Рассеяние механических характеристик материалов.

Механическим характеристикам материалов $\sigma_{в}$, $\sigma_{т}$, δ свойственно сравнительно большое рассеяние для серии идентичных образцов, изготовленных из материала даже одной плавки..

Причинами рассеяния являются :

- различия в микроструктуре,
- степень дефектности металла,
- рассеяние размеров образцов,
- точность измерения нагрузок ,
- межплавочное рассеяние механических свойств, вызванным случайными вариациями химического состава и металлургических факторов в каждой плавке.

Таким образом, механические характеристики материала являются случайными величинами, определяемыми с некоторой вероятностью.

