

O' ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O' RTA MAHSUS TA' LIM VAZIRLIGI
ABU RAYHON BERUNIY NOMIDAGI
TOSHKENT DAVLAT TEHNIKA UNIVERSITETI

K.A.KARIMOV, H.N.HABIBULLAYEVA

HARAKAT DIFFERENSIAL TENGLAMALARINI INTEGRALLASH

HISOBLASH-GRAFIK ISHLARINI BAJARISH UCHUN USLUBIY KO' RSATMA

5520000 - muhandislik va muhandislik ishi
bakalavriyat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun

Toshkent-2008

Udk. 531.8

Harakat differensial tenglamalarini integrallash. Uslubiy ko'rsatma.

(K.A.Karimov, H.N.Habibullayeva. Toshkent davlat texnika universiteti,

Toshkent, 2008, 30 b.)

Tehnikaning barcha sohalarida, ayniqsa, umumiy mashinasozlik, asbobsozlik
àà àniq mashinasozlik, qurilish, avtomatika, mikrorobotlar tehnikasida, tabobat,
hisoblash kosmik va mahsus àåñikàning rivojlanishi va ularning mexanizmlarini,
uskunalarini óaratishda talabalarining «Nazariy mexanika» fanidan olgan bilimlari
asosiy o' rinni egallaydi.

Fundamental fanlarning tarkibiy qismlaridan bo'lgan «Nazariy mexanika»
fanini talabalar tomonidan chuqur o'zlashtirilishi uchun o'quv jarayonida
hisoblash-grafik ishlarini bajarish uchun ko'rsatma materiallar, uslubiy
ko'rsatmalardan, yangi informatsion texnologiyalar va multimedia usullaridan
foydalanish maqsadga muvofiqdir. Ushbu uslubiy ko'rsatmada keltirilgan mavzu
bo'yicha talabalar hisoblash-grafik ishlari bajaradilar. Dinamikaning asosiy

tushunchalari, harakat differensial tenglamalarining turlari va ularni integrallash toliq ko'rsatilgan. Har bir hol uchun masalalar yechilgan va o'z bilimlarini tekshirish uchun variantlar keltirilgan. Keltirilgan namunalarga asoslanib talabalar berilgan topshiriqlarni mustaqil ravishda bajarishlari mumkin. Uslubiy ko'rsatma talabalarining nazariy va amaliy bilimlarini oshirishda, hamda tekshiruv ishlarini bajarishda yaqindan yordam beradi.

Abu Rayhon Beruniy nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti ilmiy-uslubiy kengashi qaroriga ko'ra chop etildi.

Taqrizchilar:

Hamidov A.A. O'zbekiston Milliy Universiteti
«Nazariy va tadbiqiy mehanika» kafedrasida professori,
fizika-matematika fanlari doktori.

Karimov R. I. Toshkent Davlat texnika universiteti
«Materiallar qarshiligi, mashina va mexanizmlar nazariyasi»
kafedrasida mudiri, professor, texnika fanlari doktori.

Kirish

«Nazariy mehanika» fani oliy texnika o' quv yurtlarida o' qitiladigan asosiy fundamental fanlar turkumiga kirib, barcha mutahassisliklar bo' yicha muhandislar tayyorlashda dasturiy fanlardan biridir. Hozirgi zamon texnikasini jadal sur' atlar bilan rivojlanib borishi, ishlab chiqarish jarayonlariga texnologik talablarni hisobga olgan holda parametrlari va bog' lanishlari boshqariladigan mashina va mexanizmlarni keng tadbqiq etish va ularni asosiy ishchi qismlarini harakatlarini nazariy asoslarini yaratishda umummuhandislik fanlarining asosi bo' lgan «Nazariy mehanika» fani qonunlari va prinsiplariga asoslanadi. Shuning uchun ham bu fanda o' rganiladigan barcha mavzular har qanday murakkab mashina va jihozlarning ishlash sirlarini anglab yetishda dasturulamal vazifasini bajaradi.

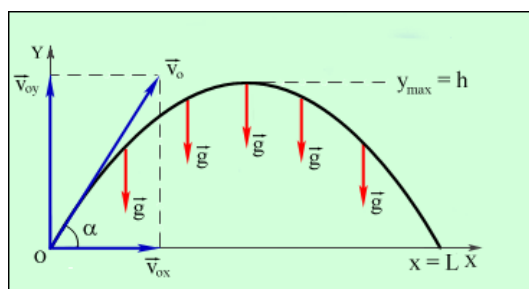
Kuchlar ta' sirida bo' lgan jismlarning harakati «Nazariy mehanika» fanining dinamika bo' limida o' rganiladi. Ya' ni, jismlar harakatini, bu harakatni vujudga keltiruvchi, o' zgartiruvchi sababga bog' lab tekshiriladi. Jismlarga o' zgarimas kuchlardan tashqari, moduli va yo' nalishi bo' yicha o' zgaruvchi kuchlar ham ta' sir etadi. Tajribalardan ma' lumki, jismga ta' sir etuvchi kuchlar vaqtga, jismning holatiga (koordinatasiga) va uning tezligiga bog' liq ravishda o' zgaruvchi boladi. Reostatni yoqish va o' chirish hisobiga elektrovozning tortish kuchi yoki elektryuritgichning yahshi markazlashtirilmagan valining aylanishidan hosil bo' ladigan tebranishlar ta' siridagi kuchlarning vaqtga bog' liq ravishda o' zgarishi, butun olam tortilish qonuni yoki prujinaning elastiklik kuchining jismlarning holatiga (koordinatalariga), muhit qarshilik kuchining tezlikka bog' liq ravishda o' zgarishi va boshqalar misol bo' la oladi. Dinamika masalalarini yechishda jismlarga, asosan, quyidagi o' zgarimas va o' zgaruvchan kuchlar ta' sir etadi.

Og' irlik kuchi. Og' irlik kuchi jismga (massaga) ta' sir etuvchi o' zgarimas kuch bo' lib, $\overline{P}$ bilan belgilanadi. Og' irlik kuchining moduli, ya' ni jism og' irlik kuchining moduli, jismning og' irligiga teng bo' ladi. HVI asrning ohirlarida o' tkazilgan tajribalarda havosiz bo' shliqdan barcha jismlar Yerga tekis tezlanish bilan erkin tushib kelishi asoslab berilgan. Yerga erkin tushib kelayotgan jismning tezlanishi erkin tushish tezlanishi deb ataladi, $\overline{g}$ - vektori orqali belgilanadi va pastga qarab vertikal yo' nalgan bo' ladi.

Geografik kenglik va dengiz sathidan balandlikni hisobga olgan holda Yer sharining turli nuqtalarida erkin tushish tezlanishining son qiymati turlicha bo' ladi. Hususan, qutb nuqtalarda $g = 9,83 \text{ m/s}^2$ bo' lsa, ekvatorida $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ qiymatga ega. Ko' p hollarda uning qiymati, o' rtacha hisobda, quyidagicha qabul qilingan: $g = 9,8156 \text{ m/sek}^2$.

Og' irlik kuchi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$P = mg \quad \text{yoki} \quad m = \frac{P}{g} \quad (1)$$



1-shakl

1-shaklda gorizontga nisbatan α burchak ostida otilgan jismning harakatida erkin

tushish tezlanishi ko' rsatilgan.

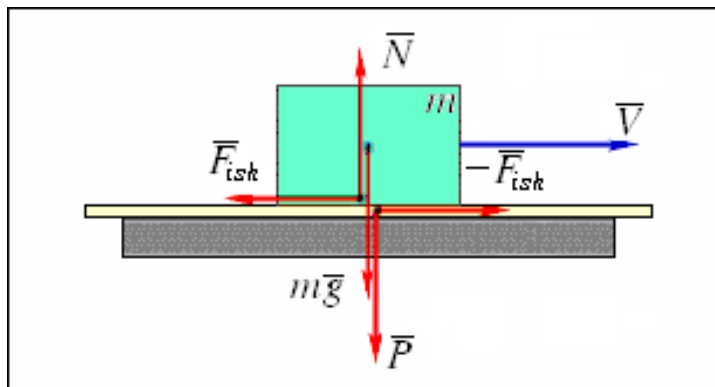
Ishqalanish kuchi

1. Sirpanib ishqalanish.

Sirpanib harakatlanuvchi jismlarning yuzalarida hosil bo' luvchi kuchlarga ishqalanish kuchi deyiladi va quyidagi (2) formula bilan aniqlanadi:

$$F_{ish} = \delta N \quad (2)$$

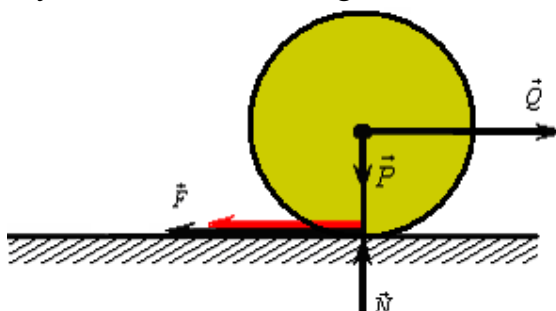
(2) tenglamada δ – ishqalanish koeffisienti, N – normal reaksiya kuchi. Sirpanib ishqalanish koeffisienti δ – o' lchamsiz kattalik bo' lib, asosan, ishqalanayotgan jismlarning materialiga va sirlarning ishlov berishdagi sifatiga bog' liq.



2-shakl

2. Yumalab ishqalanish

Bir jism ikkinchi jismning sirti bo' ylab yumalasa yoki yumalashga intilganda hosil bo' ladigan qarshilik yumalashdagi ishqalanish deb ataladi. f_{yu} - yumalab ishqalanish koeffisienti deyiladi va uzunlik birligi bilan o' lchanadi.



3-shakl

$$M_{\max} = f_{yu} \cdot N$$

(3)

3-sharklda gorizonta tekislik bo' ylab g' ildirakning dumalashi ko' rsatilgan.

Yopishqoq ishqalanish kuchi

Qattiq jism suyuq yoki gazsimon muhitda harakat qilganida yopishqoq ishqalanish kuchi paydo bo' ladi. Bu kuch quruq ishqalanish kuchidan bir qadar kichik bo' ladi va jismning nisbiy tezligiga teskari yo' nalgan bo' ladi. Bu kuch jismning tezligiga nihoyat darajada bog' liq bolib, quyidagicha ifodalanadi:

$$R = \mu V \quad (4)$$

Bu yerda V – jismning tezligi. Hidro-aerodinamik tajribalarni ko' rsatishiga asosan, jismning kichik tezliklarida $R \sim v$, katta tezliklarida esa $R \sim v^2$. μ – proporsionallik koeffisienti. Bu koeffisient jismning shakliga bog' liq bo' ladi.

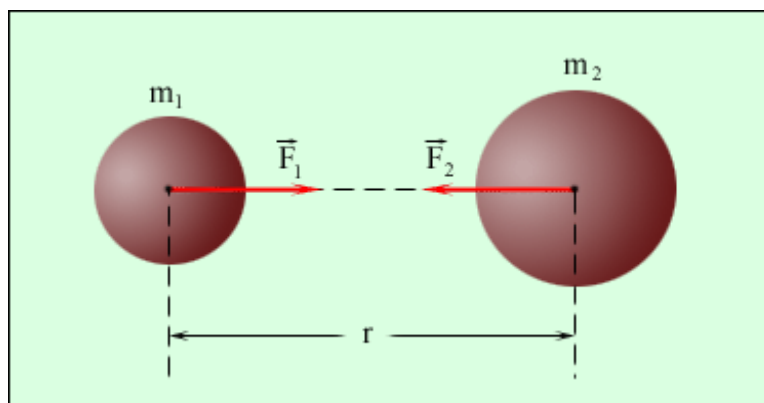
Tortilish kuchi

Ikkita jismlarning bir-biriga tortilish kuchi ular orasidagi masofaga bog' liq bo' lib, quyidagi formulalar bilan aniqlanadi (4-shakl):

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (5)$$

(5) tenglamada $m_1; m_2$ - moddiy nuqtalarning massalari, r – ular orasidagi masofa.

γ - gravitasion doimiy qiymat (SI sistemasida $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$).



4-shakl

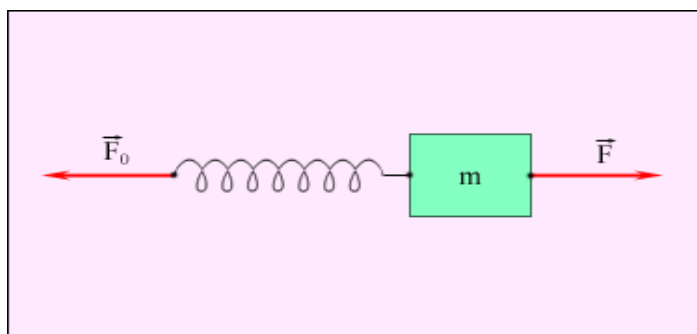
Tabiatdagi ko' p hodisalar tortilish kuchi qonuni va dinamikaning qonunlari bilan izohlanadi. Hususan, planetalarning Q' uyosh sistemasidagi harakati, Yer sun' iy yo' ldoshlarining harakati, ballistik raketalarning uchish trayektoriyasi va boshqa hodisalar.

Elastiklik kuchi.

Elastiklik kuchi masofaga bog' liq ravishda o' zgaradi. Guk qonuniga asosan prujina elastiklik kuchining qiymati quyidagicha ifodalanadi:

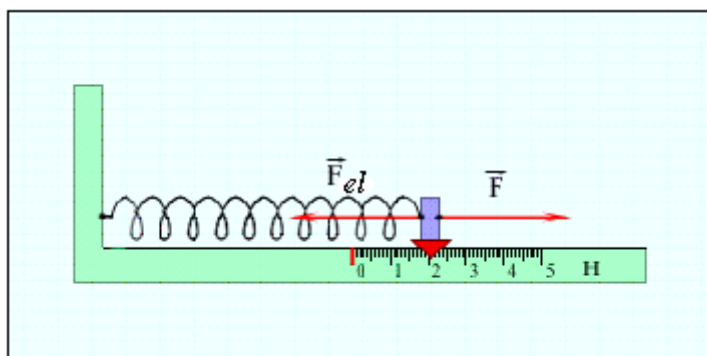
$$F = c\lambda \quad (6)$$

(6) tenglamada λ – prujinaning cho' zilishi yoki siqilishi. c - prujina bikirligi.



5-shakl

Muvozanat holatida kuchlar modullari bo' yicha o' zaro teng $\bar{F} = \bar{F}_0$ (5-shakl).



6- shakl

Prujinani cho' zuvchi kuchni dinamometr yordamida o' lchash(6-shakl). Muvozanat holatida $\vec{F}_{el} = \vec{F}$.Umumlashtirib ta' kidlab o' tilsa, o' rlik kuchi ham, elastiklik kuchi ham potensialli kuchlar turkumiga kiradi.

"Nazariy mehanika" fanining "Dinamika" qismini moddiy nuqta dinamikasini o' rganishdan boshlaymiz. Har qanday harakat asosan ilgarilanma va aylanma harakatlarning yig' indisidan iborat bo' ladi. Agar masalalarning shartlariga ko' ra aylanma harakatlar e' tiborga olinmasa bunday jismlarning harakatini o' rganishda ularni moddiy nuqta deb qabul qilinadi, chunki natijaviy yechimda hech qanday hatolik bo' lmaydi. Masalan, planetalarning Quyosh atrofidagi harakatlarini, artileriya snaryadining qanday masofaga borib tushishini aniqlashda va shunga o' hshash qator masalalarni yechishda, ularni moddiy nuqta deb qaraladi. Ilgarilanma harakatdagi barcha masalalarni yechishda massasi jismning umumiy massasiga teng bo' lgan moddiy nuqta deb hisoblanadi. Mehanik sistema yoki qattiq jismlarning dinamikasiga oid harakatlarni o' rganishdan oldin, moddiy nuqtaning **dinamikasiga** oid masalalarni ko' rib o' tish lozim bo' ladi. Shu sababli **dinamika** qismini moddiy nuqta **dinamikasidan** boshlab o' rganamiz.

Moddiy nuqta dinamikasining asosiy tenglamalari

1-§ Erkin moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari.

Moddiy nuqta $\vec{F}$ kuch ta' sirida harakatlansin. N' yutonning 2-qonuniga asosan yozamiz:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (1.1)$$

$\vec{a}$ - tezlanish vektori; m- moddiy nuqta massasi.

Agarda ta' sir kuchlari bir nechta bo' lsa, teng ta' sir etuvchi quyidagicha ifodalanadi:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Kinematikadan ma' lumki, tezlanish vektori $\vec{a}$, tezlik vektori $\vec{V}$ va $\vec{r}$ radius - vektor orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \text{yoki} \quad \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (1.2)$$

(1.2) ni e' tiborga olsak (1.1) tenglama quyidagicha yoziladi:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (1.3)$$

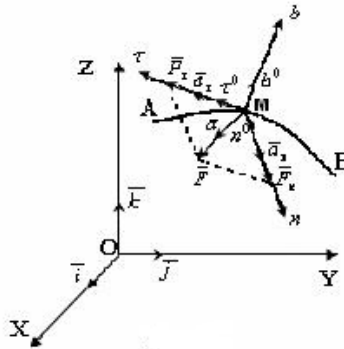
$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad (1.4)$$

(1.3) va (1.4) ko' rinishdagi differensial tenglamalar moddiy nuqta harakati differensial tenglamalarining vektorli ifodasidir.

Ularni Dekart koordinata o' qlaridagi proyeksiyalari orqali ifodalasak, harakat differensial tenglamalarining ko' rinishi quyidagicha yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= F_x \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= F_y \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= F_z \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

F_x, F_y, F_z - kuchning koordinata o' qlaridagi proyeksiyalaridir. (1.5) tenglama moddiy nuqtaning Dekart koordinata o' qlaridagi harakat differensial tenglamalari deyiladi. Harakat differensial tenglamalarining tabiiy o' qlardagi ifodasini aniqlash uchun kuchlarning tabiiy o' qlardagi proyeksiyalarini aniqlaymiz.(7-shakl)



7-shakl

Tabiiy koordinata o' qlarining birlik vektorlarini mos ravishda $\vec{\tau}^0, \vec{n}^0, \vec{b}^0$ deb belgilasak, tezlanish vektorining tabiiy o' qlardagi ifodasi quyidagicha yoziladi:

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau}^0 + a_n \vec{n}^0 \quad (1.6)$$

yoki

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}^0 + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}^0 \quad (1.7)$$

Kuchning tabiiy o'qlardagi ifodasi quyidagicha:

$$\bar{F} = F_\tau \bar{\tau}^0 + F_n \bar{n}^0 + F_b \bar{b}^0 \quad (1.8)$$

Bu yerda F_τ, F_n, F_b - moddiy nuqtaga ta' sir etuvchi kuchning mos ravishda urinma, bosh normal va binormal o'qlardagi proyeksiyalari (1.7) va (1.8) ni hisobga olgan holda dinamikaning asosiy tenglamasi (1.1) ni quyidagicha yozamiz:

$$F_\tau \bar{\tau}^0 + F_n \bar{n}^0 + F_b \bar{b}^0 = m \left(\frac{dv}{dt} \bar{\tau}^0 + \frac{v^2}{\rho} \bar{n}^0 \right) \quad (1.9)$$

mos birlik vektorlar oldidagi koeffisientlarni tenglasak:

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= F_\tau \\ m \frac{v^2}{\rho} &= F_n \\ 0 &= F_b \end{aligned} \quad (1.10)$$

hosil bo' ladi.

(1.10) tenglama moddiy nuqta harakat differensial tenglamasining tabiiy o'qlardagi ifodasidir.

Tenglamadagi $F_b = 0$ ifoda moddiy nuqtaga ta' sir etuvchi kuch egrilik tekisligida yotishini ko'rsatadi.

Haqiqatan ham shunday, chunki kuch tezlanish bilan bir yo'nalishda bo'lib, tezlanish egrilik tekisligida yotishi bizga kinematikadan ma'lum. Silindrik koordinatalarda harakat differensial tenglamalarini, r, φ, z lar orqali ifodalaymiz:

$$ma_r = F_r \quad (1.11)$$

$$ma_\varphi = F_\varphi$$

$$ma_z = F_z$$

Bu yerda:

$$\begin{aligned} a_r &= \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \\ a_\varphi &= r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} \\ a_z &= \ddot{z} \end{aligned} \quad (1.12)$$

(1.12) tenglamani (1.11) ga olib borib qo'ysak, harakat differensial tenglamasining silindrik koordinatalardagi ifodasi kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) &= F_r \\ m(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) &= F_\varphi \\ m\ddot{z} &= F_z \end{aligned} \quad (1.13)$$

(1.13) tenglama harakat differensial tenglamalarining silindrik koordinatalardagi ifodasidir.

2-§ Bog' lanishdagi moddiy nuqta harakat differensial tenglamalari.

Agar moddiy nuqta bog' lanishda bolsa, (1.1),(1.5),(1.10) va (1.13) tenglamalardagi ta' sir etuvchi kuchlar qatoriga bog' lanish reaksiya kuchlari qo' shiladi.

$$m\bar{a} = \bar{F} + \bar{N} \quad (2.1)$$

(2.1) tenglama bog' lanishdagi moddiy nuqta harakat differensial tenglamasining vektorli ifodasidir.

Dekart koordinata o' qlariga proyeksiyalab bog' lanishdagi nuqtaning harakat differensial tenglamalarini keltirib chiqaramiz:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= F_x + N_x \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= F_y + N_y \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= F_z + N_z \end{aligned} \quad (2.2)$$

Agar moddiy nuqta silliq bo' limgan sirt ustida harakatlansa, differensial tenglama quyidagi ko' rinishda yoziladi:

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= F_\tau + N_\tau \\ m \frac{v^2}{\rho} &= F_n + N_n \\ 0 &= F_b + N_b \end{aligned} \quad (2.3)$$

(2.2) va (2.3) tenglamalar mos ravishda bog' lanishdagi nuqtaning Dekart va tabiiy koordinata o' qlaridagi harakat differensial tenglamalaridir. Silindrik koordinatalarda bog' lanishdagi nuqtaning harakat differensial tenglamasi (2.4) ko' rinishda ifodalanadi:

$$\begin{aligned} m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) &= F_r + N_r \\ m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}) &= F_\phi + N_\phi \\ m\ddot{z} &= F_z + N_z \end{aligned} \quad (2.4)$$

Moddiy nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasi

3-§ Dinamikaning birinchi asosiy masalasi.

Ta' sir etuvchi kuch bilan tezlanish orasidagi bog' liqlikni (1.1) tenglama bilan ifodaladik. Erkin va bog' lanishdagi moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalaridan foydalanib, dinamikaning ikki asosiy masalasini echamiz.

Nuqtaning massasi va harakat qonunlari berilganda ta' sir etuvchi kuchlarni aniqlash dinamikaning birinchi asosiy masalasini tashkil etadi. Harakat qonunining berilishiga qarab harakat differensial tenglamalari tuziladi va masala shartida soralgan kuchlar aniqlanadi. Aniqlik uchun nuqtaning harakat qonuni Dekart koordinatalarida berilganda birinchi asosiy masalaning yechilishini korib chiqamiz.

Moddiy nuqtaning harakat qonuni va m massasi berilgan bolsin. Ya' ni:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t) \quad (3.1)$$

Harakat differensial tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} F_x &= m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ F_y &= m \frac{d^2 y}{dt^2} \\ F_z &= m \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Harakat qonunidan ikki marotaba hosila olib, tezlanishning koordinata oqlaridagi proyeksiyasi $a_x; a_y; a_z$ larni va (3.2) tenglamadan kuchning koordinata oqlaridagi proyeksiyasi $F_x; F_y; F_z$ larni aniqlaymiz.

Kuchning moduli quyida keltirilgan (3.3) formuladan aniqlanadi:

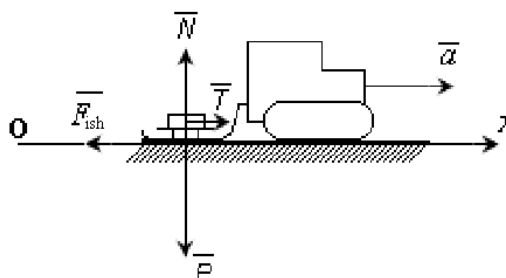
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = m\sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} \quad (3.3)$$

Kuchlarning yonalishini yonaltiruvchi kosinuslar yordamida aniqlaymiz:

$$\cos(\vec{F} \wedge ox) = \frac{F_x}{F}; \cos(\vec{F} \wedge oy) = \frac{F_y}{F}; \cos(\vec{F} \wedge oz) = \frac{F_z}{F} \quad (3.4)$$

***1-MASALA**

Traktor yo'lining to'g'ri chiziqli bo'lagida $x = 10t^2 + 5t(m)$ qonuni bilan harakatlanadi. U massasi 600 kg bo'lgan yukni tortadi(8-shakl). Agar yukni yerga ishqalanish koeffitsienti $f = 0,04$ bo'lsa, traktorning yukni tortish kuchi aniqlansin.



8– shakl

Yechish:

Traktorning harakat o'qini OX bilan belgilaymiz. Harakat differensial tenglamasini tuzamiz:

$$F_x = ma_x \quad (*1.1)$$

Bu yerda F_x – barcha kuchlarning OX o'qidagi proyeksiyasi, a_x – tezlanishning OX o'qidagi proyeksiyasi. Uni aniqlash uchun harakat qonunidan ikkinchi tartibli hosila olamiz. Birinchi tartibli hosilasi tezlikning OX o'qidagi proyeksiyasiga teng, ya'ni:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (20t + 5) \text{ m/sek}$$

Ikkinchi tartibli hosilasi tezlanishning OX o'qidagi proyeksiyasiga teng, ya'ni:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 20 \text{ (m/sek)} \quad (*1.2)$$

Kuchlarning harakat o'qidagi proyeksiyasini aniqlaymiz:

$$F_x = T - F_{ish} \quad (*1.3)$$

(*1.3) ifodani (*1.1) ga olib borib qo'yamiz:

$$T - F_{ish} = ma_x \quad (*1.4)$$

Bu yerda:

$$F_{ish} = fN = fp = fmg \quad (*1.5)$$

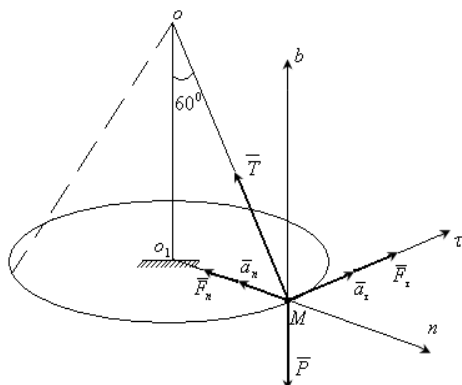
(*1.4) va (*1.5) tenglamalardan tortish kuchi $\bar{T}$ ni aniqlaymiz:

$$T = F_{ish} + ma_x = fmg + ma_x = m(fg + a_x) = 600(0,04 \times 9,8 + 20) = 12,2(kN)$$

Javob: $T=12,2$ (kN)

*2-MASALA

Qo'zg' almas O nuqtaga bog'langan, uzunligi $0,5$ m bo'lgan ipga osib qo'yilgan $0,5$ kg massali M yuk konus shaklidagi mayatnikni tasvirlaydi, ya'ni gorizontall tekislikda aylana chizadi: shu bilan barobar ip vertikal bilan 60° li burchak tashkil qiladi. Yukning tezligi v va ipdagi tortilish kuchi T aniqlansin(9-shakl).



9-shakl

Yechish:

M yukning trayektoriyasi gorizontall tekislikda bo'lib, radiusi $O_1M = R$ bo'lgan aylanadan iborat. Yukning harakatini tabiiy koordinata o'qlarida tekshiramiz. Harakat differensial tenglamasini tuzamiz:

$$ma_\tau = F_\tau$$

$$ma_n = F_n \quad (*2.1)$$

$$0 = F_b$$

Bu yerda $F_\tau; F_n; F_b$ lar yukka ta' sir etuvchi kuchlarning tabiiy o'qlaridagi proyeksiyalari. Ta' sir kuchlari M yukning og'irligi $\bar{P}$ va ipning tortilish kuchi $\bar{T}$ dan iborat. (*2.1) tenglamani tuzamiz:

$$ma_\tau = 0$$

$$-ma_n = -T \cos 30^\circ \quad (*2.2)$$

$$0 = T \cos 60^\circ - P$$

(*2.2) tenglamani yechib, masala shartida so'ralgan M yukning tezligini va ipning tortilish kuchini aniqlaymiz:

$$T \cos 60^\circ - P = 0 \quad (*2.3)$$

(*2.3) tenglamadan ipning tortilish kuchini aniqlaymiz:

$$T = \frac{P}{\cos 60^\circ} = \frac{mg}{\cos 60^\circ} = \frac{0,5 \times 9,8}{0,5} = 9,8 (N)$$

$$-ma_n = -T \cos 30^\circ \quad (*2.4)$$

(*2.4) tenglamadan normal tezlanishni aniqlaymiz:

$$a_n = \frac{T \cos 30^\circ}{m} = \frac{9,8 \times 0,86}{0,5} = 16,85 (m/sec^2)$$

Kinematikadan bizga ma'lum, normal tezlanish:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (*2.5)$$

formula bilan aniqlanadi. Bu formuladagi ρ trayektoriyaning egrilik radiusi bo'lib, biz ko'rayotgan masalada trayektoriya aylana bo'lganligi uchun $\rho = R$ dir.

$$R = O_1 M = OM \sin 60^\circ = 0,5 \times 0,86 = 0,43(m)$$

(*2.5) tenglamadan tezlikni hisoblaymiz:

$$v^2 = a_n \rho$$

$$v = \sqrt{a_n \rho} = \sqrt{a_n R} = \sqrt{16,85 \times 0,43} = \sqrt{7,24} = 2,7 (m/sec)$$

$$T = 9,8(N)$$

Javob:

$$v = 2,7 (m/sec)$$

Takrorlash uchun savollar

1. Dinamika qismi nimani o'rganadi?
2. O'zgaruvchan kuchlar qanday parametrlarga bog'liq?
3. Havosiz bo' shliqda jism harakatlana olishi mumkinmi?
4. Kuchlarning asosiy ko' rinishlari qaysilardan iborat?
5. Erkin moddiy nuqta harakat differensial tenglamasining Dekart koordinata o' qlaridagi ifodasi qanday?
6. Erkin moddiy nuqta harakat differensial tenglamasining tabiiy o' qlardagi ko' rinishini yozib bering?
7. Bog' lanishdagi moddiy nuqta harakat differensial tenglamasining Dekart koordinata o' qlaridagi ifodasi qanday?
8. Bog' lanishdagi moddiy nuqta harakat differensial tenglamasining tabiiy o' qlardagi ko' rinishini yozib bering
9. Differensial tenglamalarni tuzishdan maqsad nima?
10. Dinamikaning birinchi asosiy masalasi nimadan iborat?

Mavzuni mustahkamlash uchun mustaqil yechiladigan masalalar

1. Massasi $m=10\text{ kg}$ bo' lgan moddiy nuqta gorizontal OX o' qi bo' ylab $x=3t+2t^3\text{ (m)}$ qonuni bilan harakat qilmoqda. Vaqtning $t=3\text{ sek}$ da harakat yo' nalishi bo' yicha ta' sir etayotgan kuchning miqdori aniqlansin. (360 N)
2. Massasi $m=50\text{ kg}$ bo' lgan jism $a=0,5\text{ m/sek}^2$ tezlanish bilan tros yordamida vertikal yuqoriga tortilsa, trosning taranglik kuchini toping. (516 N)
3. Massasi $m=12\text{ kg}$ bo' lgan moddiy nuqta to' g' ri chiziq bo' ylab $V=e^{0,5t}\text{ m/sek}$ tezlik bilan harakat qiladi. Vaqtning $t=2\text{ sek}$ da teng ta' sir etuvchi kuchning miqdori aniqlansin. (16,2 N)
4. Massasi $m=3\text{ kg}$ bo' lgan moddiy nuqta to' g' ri chiziq bo' ylab $x=0,04t^3\text{ (m)}$ qonun bilan harakat qilsa, $t=6\text{ sek}$ da teng ta' sir etuvchi kuchning moduli qancha bo' ladi? (4,32 N)

5. Massasi $m=1,4\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qiladi, teng ta'sir etuvchi kuchning modulini toping. (16,8 N)
6. Massasi $m=10\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta OX o'qi bo'ylab $x=5\cos 0,2\pi t\text{ (m)}$ qonun bilan harakat qiladi, teng ta'sir etuvchi kuchning $t=5\text{ sek}$ vaqtdagi moduli aniqlansin. (19,7 N)
7. Massasi $m=2\text{ kg}$ li M jism $\vec{F}$ kuchi ta'sirida $x=10\sin 2t\text{ (m)}$ qonun bilan to'g'ri chiziqli harakatlanadi. $\vec{F}$ kuchining eng katta qiymati hisoblansin. (80 N)
8. Massasi m bo'lgan moddiy nuqta OXY tekislikda $x=bt; y=ct$. (b, c - o'zgarmas miqdorlar) qonun bilan harakatlansa, unga ta'sir etayotgan kuchlar bosh vektorining son qiymati aniqlansin. (0)
9. Massasi $m=7\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta OXY tekislikda $\vec{V}=0,4t\vec{i}+0,5t\vec{j}\text{ m/sek}$ tezlik bilan harakatlanadi. Nuqtaga harakat tekisligida ta'sir etuvchi kuchning modulini toping. (4,48 N)
10. Massasi $m=1\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta radiusi $R=2\text{ (m)}$ ga teng aylana yoyi bo'ylab $V=2t\text{ m/s}$ tezlik bilan harakatlanadi. $t=1\text{ sek}$ vaqt uchun nuqtaga ta'sir kuchlar teng ta'sir etuvchisi aniqlansin. (2,83 N)

4-§ Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasi.

Massasi va ta'sir etuvchi kuchlari berilganda nuqtaning kinematik xarakteristikalarini, harakat qonunlarini aniqlash dinamikaning ikkinchi asosiy masalasini tashkil etadi.

Masalani yechish uchun (1.4); (1.5); (1.10); (2.2); (2.3) korinishda ifodalangan harakat differensial tenglamalarini integrallaymiz. Integral o'zgarmaslarini boshlang'ich shartlardan aniqlaymiz. Boshlang'ich shartlar bu vaqtning boshlang'ich payti $t=t_0$ da nuqtaning holati va tezligining qabul qiladigan qiymatlaridir. Ya'ni, nuqta radius-vektori va tezligining qiymatlari $\vec{r}=\vec{r}_0, \vec{v}=\vec{v}_0$ bolsa, vektorli ko'rinishdagi

boshlang' ich shartlar deyiladi. Dekart koordinatalarida $x = x_0, y = y_0, z = z_0, \dot{x} = \dot{x}_0, \dot{y} = \dot{y}_0, \dot{z} = \dot{z}_0$. korinishda ifodalanadi.

Tabiiy koordinatalarda boshlang' ich shartlar quyidagicha: $s = s_0, \dot{s} = \dot{s}_0$. Ta' sir etuvchi kuchlar o' zgaras va o' zgaruvchan boladi. O' zgaruvchan kuchlar vaqtga, jismning holatiga, tezligiga bog' liq bo' ladi. Yuqorida keltirilgan hollar uchun harakat differensial tenglamalarini integrallashni ko' rib chiqamiz.

1. Ta' sir kuchi o' zgaras bo' lgan hol, ya' ni $F = const$.

Harakat differensial tenglama tuzamiz:

$$m\ddot{x} = F \quad (4.1)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F \text{ bu yerda } \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad (4.2)$$

(4.2) tenglamani integrallaymiz:

$$\int dv = \frac{F}{m} \int dt + C_1 \quad (4.3)$$

$$v = \frac{F}{m}t + C_1$$

(4.3) tenglamadagi integral o' zgarasini boshlang' ich shartlardan aniqlaymiz.

$$t = 0 \text{ da } v = v_0 \quad C_1 = v_0 \quad (4.4)$$

(4.4)ni (4.3) ga qo' ysak:

$$v = \frac{F}{m}t + v_0 \quad (4.5)$$

tenglama kelib chiqdi.

$v = \frac{dx}{dt}$ ekanligini e' tiborga olsak va (4.5) ga olib borib qo' ysak:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F}{m}t + v_0 \quad (4.6)$$

$$\int dx = \frac{F}{m} \int t dt + v_0 \int dt + C_2$$

$$x = \frac{F}{m} \frac{t^2}{2} + v_0 t + C_2 \quad (4.7)$$

(4.5) va (4.7) tenglamalardan kinematik karakteristikalar aniqlanadi.

2. Kuch vaqtning funksiyasi bo' lgan hol, ya' ni $\bar{F} = \bar{F}(t)$.

Harakat differensial tenglamani tuzamiz:

$$\begin{aligned}
m \ddot{x} &= F_x \\
m \frac{d^2 x}{dt^2} &= F(t) \\
\frac{dv}{dt} &= \frac{1}{m} F(t)
\end{aligned} \quad (4.8)$$

Tenglamani integrallaymiz:

$$\begin{aligned}
\int_{v_0}^v dv &= \frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt \\
v - v_0 &= \frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt \\
v &= v_0 + \frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt
\end{aligned} \quad (4.9)$$

(4.9) tenglamada belgilash kiritamiz:

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt \\
v &= v_0 + f(t)
\end{aligned} \quad (4.10)$$

$v = \frac{dx}{dt}$ ifodani (4.10) tenglamaga qo'y sak:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= v_0 + f(t) \\
dx &= v_0 dt + f(t) dt
\end{aligned} \quad (4.11)$$

(4.11) tenglamani integrallaymiz:

$$\begin{aligned}
\int_{x_0}^x dx &= v_0 \int_0^t dt + \int_0^t f(t) dt \\
x - x_0 &= v_0 t + \int_0^t f(t) dt
\end{aligned} \quad (4.12)$$

(4.10) va (4.12) tenglamalardan masalaning shartlarida qo'yilgan nomalarning kinematik karakteristikalarini aniqlaymiz.

3. Kuch tezlikning funksiyasi bo'lgan hol, ya'ni $\overline{F} = \overline{F}(v)$.

Bunday hol asosan nuqtaning harakatida qarshilik kuchini hisobga olinganda uchraydi. Harakat differensial tenglamasi quyidagi ko' rinishda ifodalanadi:

$$\begin{aligned} m \bar{x} &= F(v) \\ m \frac{dv}{dt} &= F(v) \end{aligned} \quad (4.13)$$

(4.13) tenglamani integrallaymiz:

$$m \int_{v_0}^v \frac{dv}{F(v)} = \int_0^t dt \quad (4.14)$$

(4.14) tenglamaning chap tomonini $\varphi(v) = m \int_{v_0}^v \frac{dv}{F(v)}$ deb belgilasak va integrallasak:

$$\varphi(v) = t \quad (4.15)$$

kelib chiqadi.

(4.15) tenglamadan teskari funksiya $v=v(t)$ ni aniqlaymiz va $v=dx/dt$ ekanligini e' tiborga olsak, quyidagi kelib chiqadi:

$$\frac{dx}{dt} = v(t) \quad (4.16)$$

(4.16) tenglamani integrallasak:

$$x - x_0 = \int_0^t v(t) dt \quad (4.17)$$

hosil bo' ladi. Demak:

$$x = x_0 + \int_0^t v(t) dt \quad (4.18)$$

(4.13) tenglamaga o' zgartish kiritamiz:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v \quad (4.19)$$

(4.19) ifodani (4.13) ga qo' ysak, quyidagi ifoda hosil boladi:

$$m \frac{v dv}{F(v)} = dx \quad (4.20)$$

(4.20) ni integrallasak, harakat tenglamasi kelib chiqadi. Ya' ni:

$$m \int_{v_0}^v \frac{v dv}{F(v)} = x - x_0$$

$$x = x_0 + m \int_{v_0}^v \frac{v dv}{F(v)} \quad (4.21)$$

Masala shartlarining berilishiga qarab yuqorida keltirilgan tenglamalar yordamida noma'lumlar aniqlanadi.

4. Kuch nuqtaning holatiga bog'liq bo'lgan hol, ya'ni $F = F(x)$.

Harakat differensial tenglamani tuzamiz:

$$m \frac{dv}{dt} = F(x)$$

$$m \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} = F(x) \quad (4.22)$$

$$mv \frac{dv}{dt} = F(x)$$

(4.22) tenglamani boshlang'ich shartlardan foydalangan holda integrallaymiz:

$$\int_{v_0}^v v dv = \frac{1}{m} \int_{x_0}^x F(x) dx \quad (4.23)$$

(4.23) tenglamaning o'ng tomonini $\psi(x)$ bilan belgilaymiz va quyidagicha yozamiz :

$$\psi(x) = \frac{1}{m} \int_{x_0}^x F(x) dx$$

$$\int_{v_0}^v v dv = \psi(x) \quad (4.24)$$

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_0^2 = \psi(x)$$

(4.24) tenglamadan:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\psi(x)} \quad (4.25)$$

(4.25) tenglamadagi $\bar{v}$ tezlikning algebraik qiymatini ifodalaydi. Shuning uchun ildiz ishorasi masalaning fizik ma'nosiga mos olinadi. Harakat qonunini aniqlash uchun tezlikning $v = dx/dt$ qiymatini hisobga olsak va tenglamani integrallasak quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sqrt{v_0^2 + 2\psi(x)} \\ \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 + 2\psi(x)}} &= \int_0^t dt \\ \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 + 2\psi(x)}} &= t \quad (4.26)\end{aligned}$$

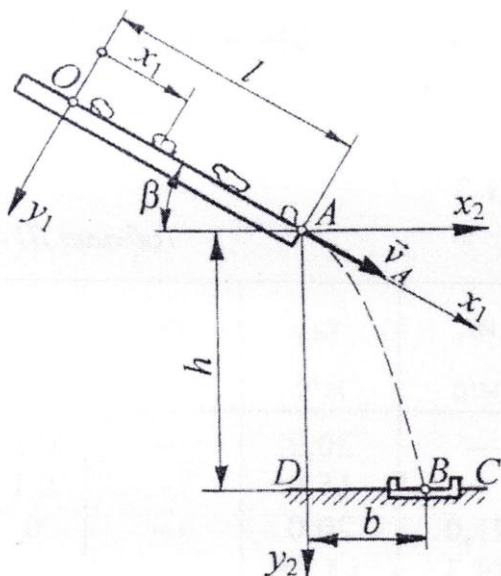
(4.26) tenglamani integrallab harakat qonuni $x = x(t)$ ni aniqlaymiz.

Masala shartlarining berilishiga qarab dinamikaning ikkinchi asosiy masalasi mavzusiga oid masalalar quyidagi tartibda yechiladi :

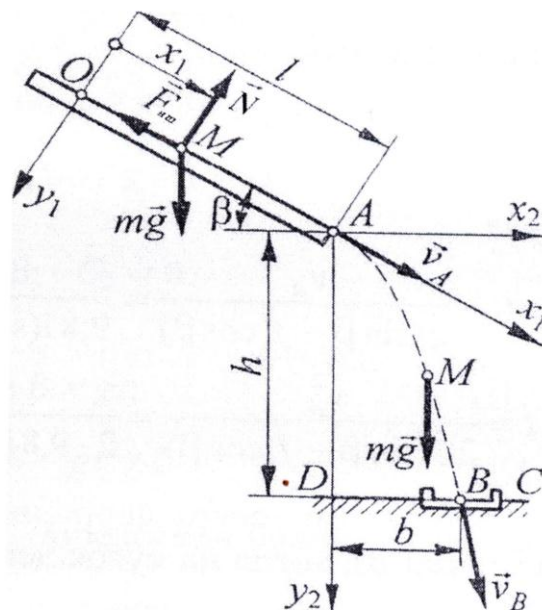
- a) Koordinata o'qlari tanlab olinadi.
- v) Nuqtaga ta'sir etuvchi kuch va bog'lanish reaksiya kuchlari yonaltiriladi.
- g) Harakat differensial tenglamalari tuzilib, boshlang'ich shartlardan foydalangan holda, integrallanadi.
- d) Boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlar aniqlanadi.

***3-MASALA.** Rudalarni boyitish qurilmasining OA qismi gorizont tekislik bilan $\beta = 30^\circ$ burchak hosil qiluvchi qiya tekislikdan iboratdir. Qiya tekislikda rudaning bir bo'lagi tinch holatdan (O nuqtadan) harakatini boshladi va A nuqtada $v_A = 2 \text{ m/sek}$ tezlik bilan otildi (10-shakl).

Qiya tekislikning sirpanishdagi ishqalanish koeffisienti $f = 0,2$ ga teng. Rudaning bo'lagini moddiy nuqta deb qarab va havoning qarshiligini hisobga olmagan holda, rudaning harakat boshlaganidan to yerga tushgunigacha ketgan vaqti, qiya tekislik uzunligi, ya'ni $OA = l \text{ (m)}$, rudaning qancha masofaga borib tushishi, ya'ni d va $h = 1 \text{ (m)}$ balandlikdan tushib, urilish paytdagi tezligi v_b aniqlansin.



10-shakl.



11-shakl.

Yechish:

Ruda bo' lagining OA qiya tekislik bo' ylab harakati davomida unga quyidagi kuchlar ta' sir etadi: og' irlik kuchi $m\bar{g}$, normal reaksiya kuchi $\bar{N}$ va sirpanishdagi ishqalanish kuchi $\bar{F}_{ish}$ (11-shakl)

Ruda qismining qiya tekislikdagi trayektoriyasi bo' ylab, OX_1o' qini yo' naltiramiz va harakat differensial tenglamasini tuzamiz:

$$m\ddot{x}_1 = \sum_{k=1}^3 F_{kx_1} \quad (*)3.1$$

yoki

$$m\ddot{x}_1 = mg \sin \beta - F_{ish}$$

Bu yerda :

$$F_{ish} = f N$$

$$N = mg \cos \beta \quad (*)3.2$$

(*3.2) tenglamani (*3.1)ga olib borib qo' ysak:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}_1 &= mg \sin \beta - fmg \cos \beta \\
 \text{yoki} & \\
 \ddot{x}_1 &= g(\sin \beta - f \cos \beta)
 \end{aligned}
 \quad (*3.3)$$

(*3.3) tenglamani ikki marotaba integrallaymiz:

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_{x_1}}{dt_1} &= g(\sin \beta - f \cos \beta) \\
 dv_{x_1} &= g(\sin \beta - f \cos \beta) dt_1 \\
 \text{integrallaymiz:} & \\
 \int dv_{x_1} &= \int g(\sin \beta - f \cos \beta) dt_1
 \end{aligned}$$

Bir marotaba integrallab quyidagi natijani hosil qildik

$$v_{x_1} = g(\sin \beta - f \cos \beta)t_1 + C_1 \quad (*3.4)$$

$$v_{x_1} = \frac{dx_1}{dt_1} \quad (*3.5)$$

(*3.5) ni (*3.4)ga qo'yib yana integrallaymiz:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt_1} &= g(\sin \beta - f \cos \beta)t_1 + C_1 \\
 dx_1 &= [g(\sin \beta - f \cos \beta)t_1 + C_1] dt_1 \\
 \int dx_1 &= \int [g(\sin \beta - f \cos \beta)t_1 + C_1] dt_1 \\
 x_1 &= g(\sin \beta - f \cos \beta) \frac{t_1^2}{2} + C_1 t_1 + C_2
 \end{aligned}
 \quad (*3.6)$$

integral ozgarmaslari $C_1; C_2$ larni (*3.4) va (*3.6) tenglamalarga o'zgaruvchilarning boshlang'ich qiymatlarini qo'yib aniqlaymiz:

Boshlang'ich qiymatlar: $t_1 = 0$ da $x_1(0) = 0; v_{x_1}(0) = 0$

Natijada quyidagi kelib chiqadi:

$$\begin{aligned}
 v_{x_1}(0) &= C_1 = 0 \\
 x_1(0) &= C_2 = 0
 \end{aligned}$$

Demak quyidagi tenglamalar hosil boldi:

$$v_{x_1} = g(\sin \beta - f \cos \beta)t_1 \quad (*3.7)$$

$$x_1 = g(\sin \beta - f \cos \beta) \frac{t_1^2}{2} \quad (*3.8)$$

Ruda OA oraliqni bosib o' tishi uchun t_1 sek. vaqt ketgan bo' lsa, (*3.7) va (*3.8) tenglamalarda $v_{x_1} = v_A$; $x_1 = l$ ga teng bo' ladi.

$$\begin{aligned} v_A &= g(\sin \beta - f \cos \beta) t_1 \\ x_1 = l &= g(\sin \beta - f \cos \beta) \frac{t_1^2}{2} \end{aligned} \quad (*3.9)$$

(*3.9) tenglamadan OB oraliqni bosib o' tish uchun ketgan vaqtni va OA oraliqning uzunligini aniqlaymiz.

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{v_A}{g(\sin \beta - f \cos \beta)} = \frac{2}{9,8(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ)} = 0,622 \text{ sek} \\ l &= \frac{v_A^2}{2g(\sin \beta - f \cos \beta)} = \frac{2^2}{2 \times 9,8(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ)} = 0,622(m) \end{aligned} \quad (*3.10)$$

Endi ruda bo' lagining AB oraliqdagi harakatini tekshiramiz. Bu oraliqda ruda faqat oz og' irligi ta' sirida harakatlanadi. Harakat differensial tenglamasi quyidagi korinishda yoziladi:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_2 &= 0, & \text{yoki} & & \ddot{x}_2 &= 0 \\ m\ddot{y}_2 &= mg & & & \ddot{y}_2 &= g \end{aligned} \quad (*3.11)$$

$\ddot{x}_2 = 0$ tenglamani ikki marotaba integrallaymiz:

$$\frac{dv_{x_2}}{dt_2} = 0; dv_{x_2} = 0; v_{x_2} = C_3; \quad (*3.12)$$

$$\frac{dx_2}{dt_2} = C_3; dx_2 = C_3 dt_2; \int dx_2 = \int C_3 dt_2; x_2 = C_3 t_2 + C_4. \quad (*3.13)$$

Ruda bolagining AB oraliqdagi harakatida boshlang' ich shartlar quyidagidan iborat: $t_2 = 0$ da $x_2(0) = 0$ ga teng, boshlang' ich tezlikning Ax_2 o' qdagi proyeksiyasi $v_{x_2}(0) = v_A \cos \beta$ ga teng. Bu qiymatlarni (*3.12); (*3.13) tenglamalarga qo' ysak, integral o' zgarmaslarini aniqlaymiz:

$$C_3 = v_A \cos \beta; C_4 = 0$$

U holda:

$$v_{x_2} = v_A \cos \beta \quad (*3.14)$$

$$x_2 = v_A t_2 \cos \beta \quad (*3.15)$$

Endi $\ddot{y}_2 = g$ tenglamani ikki marotaba integrallaymiz:

$$\frac{dv_{y_2}}{dt_2} = g; dv_{y_2} = gt_2; \int dv_{y_2} = \int g dt_2; v_{y_2} = gt_2 + C_5; \quad (*3.16)$$

$$\frac{dy_2}{dt_2} = gt_2 + C_5; dy_2 = (gt_2 + C_5)dt_2; \int dy_2 = \int (gt_2 + C_5)dt_2; y_2 = \frac{gt_2^2}{2} + C_5t_2 + C_6 \quad (*3.17)$$

Integral o' zgarmlari $C_5; C_6$ larni aniqlash uchun boshlang' ich shartlardan foydalanamiz:

$$t_2 = 0 \text{ da } y_2(0) = 0; v_{y_2}(0); v_{y_2}(0) = v_A \sin \beta \quad (*3.18)$$

(*3.18) shartlarni (*3.17) ga olib borib qo' ysak:

$$C_5 = v_A \sin \beta; C_6 = 0 \quad (*3.19)$$

U holda:

$$v_{y_2} = v_A \sin \beta + gt_2 \quad (*3.20)$$

$$y_2 = v_A t_2 \sin \beta + \frac{gt_2^2}{2} \quad (*3.21)$$

(*3.21) tenglamada $y_2 = h = 1 \text{ m}$ ekanligini e' tiborga olsak, ruda bo' lagining AB oraliqni bosib o' tish uchun ketgan vaqt t_2 ni aniqlaymiz:

$$h = v_A t_2 \sin \beta + \frac{gt_2^2}{2}; 1 = 2t_2 \sin 30^\circ + 9,81 \frac{t_2^2}{2}; t_2 = 0,361 \text{ sek} \quad (*3.22)$$

OB oraliqni bosib o' tish uchun ketgan vaqt:

$$t = t_1 + t_2 = 0,622 + 0,361 = 0,983 \text{ sek}$$

(3.15) tenglamadan $t_2 = 0,361 \text{ sek}$ deb, yukning qancha masofaga tushganligini hisoblaymiz :

$$d = v_A t_2 \cos \beta = 2 \times 0,361 \cos 30^\circ = 2 \times 0,361 \times 0,86 = 0,625 \text{ (m)}$$

(*3.14); (*3.20) tenglamalardan $t_2 = 0,361 \text{ sek}$ vaqt uchun ruda bo' lagi tezligining $Ax_2; Ay_2$ koordinata o' qlaridagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$v_{Bx_2} = v_A \cos \beta = 2 \cos 30^\circ = 1,732 \text{ m/sek}$$

$$v_{By_2} = v_A \sin \beta + gt_2 = 2 \sin 30^\circ + 9,81 \times 0,361 = 4,541 \text{ m/sek}$$

Ruda bo' lagining DC tekislikka urilish paytdagi tezligini hisoblaymiz:

$$v_B = \sqrt{v_{Bx_2}^2 + v_{By_2}^2} = \sqrt{1,732^2 + 4,541^2} = 4,86 \text{ m/sek}$$

Tezlik vektori $\vec{v}_B$ ning Ax_2 o' qiga og' ish burchagi:

$$\alpha = \arccos \frac{v_{Bx_2}}{v_B} = \arccos \frac{1,732}{4,86} = 69,122^\circ = 69^\circ 7' 19''$$

***4-MASALA.**

Yer sathida turgan moddiy nuqta $v_0 = \sqrt{2gR}$ boshlang' ich vertikal tezlik (ikkinchi kosmik tezlik) bilan harakat qilmoqda. Havoning qarshilik kuchini va Yerning aylanishini hisobga olmagan holda moddiy nuqtaning harakat qonunini toping.

Erkin tushish tezlanishi $g = 9,81 \text{ m/sek}^2$ va Yerning radiusi $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ ekanligini hisobga olsak, ikkinchi kosmik tezlik quyidagi kattalikka teng bo' ladi: $v = 11206 \text{ m/sek} \approx 11,2 \text{ km/sek}$

Yechish. Yerning radiusini R bilan belgilaymiz. Koordinatalar boshini Yerning markazi deb hisoblaymiz va OX o' qini nuqtaning harakat chizig' i bo' ylab yo' naltiramiz.

Moddiy nuqtaga faqat Yerning tortish kuchi F ta' sir qilmoqda.

Bu kuch

$$F = \frac{k}{x^2} \quad (*4.1)$$

x - Yerning markazidan nuqtagacha bo' lgan masofa.

k ni topish uchun $x = R$ bo' lganda $F = mg$ ekanligini hisobga olsak,

$$k = mgR^2 \quad (*4.2)$$

bo' ladi.

$$\text{Unda} \quad F = \frac{mgR^2}{x^2} \quad (*4.3)$$

Shularni hisobga olgan holda moddiy nuqta harakatining differensial tenglamasi quyidagicha bo' ladi:

$$m\ddot{x} = -\frac{mgR^2}{x^2} \quad (*4.4)$$

(*4.4) tenglamaning chap tomonini quyidagicha yozib olamiz:

$$m\ddot{x} = m\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} \quad (*4.5)$$

(*4.5) ni hisobga olgan holda (4.4) quyidagi ko' rinishga keladi:

$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{gR^2}{x^2} \quad (*4.6)$$

(*4.6) da o' zgaruvchilarni ajratib, so' ngra integrallasak

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = \frac{gR^2}{x} + C_1 \quad (*4.7)$$

Boshlang' ich shartlar quyidagicha

$$t = 0 \text{ da } x = R, \quad \dot{x} = v_0 = \sqrt{2gR} \quad (*4.8)$$

Demak $C_1 = 0$

Shunga asosan (*4.7) ifodamiz quyidagi ko' rinishni oladi:

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = \frac{gR^2}{x} \quad (*4.9)$$

Bundan $\sqrt{x}dx = \sqrt{2g}Rdt \quad (*4.10)$

Boshlang' ich shartlarni hisobga olgan holda (*4.10) ni integrallasak

$$\frac{2}{3}x^{3/2} = \sqrt{2g}Rt + C_2 \quad (*4.11)$$

Bunda C_2 o' zgarvas quyidagiga teng bo' ladi

$$C_2 = \frac{2}{3}R^{3/2}$$

C_2 ni qiymatini hisobga olgan holda (4.11) ga qo' ysak

$$x = \left[R^{3/2} + \frac{3R}{2}\sqrt{2gt} \right]^{2/3} \quad (*4.12)$$

kelib chiqadi.

(*4.12) tenglama moddiy nuqta harakatining qonunini ifodalaydi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasining mohiyati nimadan iborat?
2. Ta' sir kuchi o' zgarmas bo' lgan holda differensial tenglamalar qanday integrallanadi?
3. Boshlang' ich shartlar yordamida nimalar aniqlanadi?
4. Moddiy nuqtaga ta' sir etuvchi kuchning moduli vaqtga bog' liq ravishda o' zgarsa, differensial tenglama qanday integrallanadi?
5. Moddiy nuqtaga ta' sir etuvchi kuchning moduli holatiga bog' liq ravishda o' zgarsa, differensial tenglama qanday integrallanadi?
6. Kuch tezlikning funksiyasi bo' lgan holda harakat differensial tenglamasini integrallashni ko' rsating?
7. Integral doimiylarini aniqlash uchun qanday shartlar berilishi lozim?
8. Differensial tenglamalarni integrallash qanday tartibda bajariladi?

Mavzuni mustahkamlash uchun

mustaqil yechiladigan masalalar

1. Og' ir jism gorizontga $\alpha = 30^\circ$ qiyalikdagi g' adir-budur tekislikda pastga harakat qiladi. Agar sirpanishdagi ishqalanish koeffisienti $f = 0,3$ bo' lsa, jismning tezlanishini aniqlang. ($2,35 \text{ m/sek}^2$)
2. Massasi $m = 9 \text{ kg}$ bo' lgan moddiy jism fazoda $\vec{F} = 5\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k}$ (N) kuch ta' sirida harakatlanadi. Nuqtaning tezlanishini hisoblang. ($1,17 \text{ m/sek}^2$)
3. Massasi $m = 200 \text{ kg}$ bo' lgan motorli qayiq motori o' chirilgandan keyin suvning qarshiligini yengib, to' g' ri chiziqli harakat qiladi. Agar suvning qarshiligi $R = 4v^2$ (N) bo' lsa qayiqning tezligi $v = 5 \text{ m/sek}$ bo' lgan paytda qayiqning sekinlanishini (tezlanishini) toping. ($-0,5 \text{ m/sek}^2$)
4. Massasi m bo' lgan M moddiy nuqta gorizont OX o' q bo' ylab $F = 2m(x+1)$ (N) kuch ta' sirida harakatlanadi. Nuqtaning $x = 0,5 \text{ m}$ yo' l bosib o' tgandagi tezlanishini toping. (3 m/sek^2)

5. Massasi $m=200\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta gorizont tekislikda joylashgan. Unga vertikal ko'taruvchi $F=10t^2\text{ (N)}$ kuch ta'sir qilsa, moddiy nuqta qancha t vaqtdan keyin harakatini boshlaydi? (14 sek)
6. Massasi $m=1\text{ kg}$ bo'lgan jism tinch holatdan qiyaligi $\alpha=30^\circ$ tekislik bo'ylab pastga harakat qiladi. Agar qarshilik kuchi $R=0,08v\text{ (N)}$ bo'lsa, jismning maksimal tezligini toping. (61,2 m/sek)
7. Massasi $m=50\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta silliq gorizont yo'naltiruvchi bo'ylab $F=50\text{ (N)}$ li kuch ta'sirida tinch holatdan harakatga keladi. Agar ta'sir etuvchi kuch gorizont bilan $\alpha=20^\circ$ burchak tashkil etsa, nuqta $t=20\text{ s}$ da qancha yo'l bosib o'tadi? (188 m)
8. Tinch holatda bo'lgan moddiy nuqta qiyaligi $\alpha=10^\circ$ li silliq sirt bo'ylab pastga tushmoqda. Qancha vaqtda nuqta 30 m masofani bosib o'tadi? (5,93 sek)
9. Massasi $m=900\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta gorizont tekislikdagi shu yo'nalishdagi kuch $F=270t\text{ (N)}$ ta'sirida harakatlanmoqda. Agar boshlang'ich payt $t=0$ da, $v_0=10\text{ m/sek}$ bo'lsa, $t=10\text{ sek}$ dan keyin uning tezligi qancha bo'ladi? (25 m/sek)
10. Massasi $m=25\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta gorizont tekislikda to'g'ri chiziq bo'ylab, shu yo'nalishdagi $F=20t\text{ (N)}$ kuch ta'sirida tinch holatdan harakat boshlaydi. $t=4\text{ sek}$ da moddiy nuqta qancha masofa bosib o'tadi? (8,53 m)

Hisoblash-grafik ishlarini bajarish uchun topshiriq.

Mavzu: O'zgarmas kuchlar ta'siridagi moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalarini integrallash.

1-5 variantlar (rasm 1, chizma 1)

Jism A nuqtadan gorizont bilan α burchak tashkil qiluvchi va uzunligi l ga teng bo'lgan AB qiya tekislikda τ sek da harakatlanadi. Uning boshlang'ich tezligi V_A , jismning qiya tekislik bilan ishqalanish koeffisienti f ga teng.

B nuqtada jism v_B tezlik bilan qiya tekislikni tark etadi va V_C tezlik bilan BD tekislikning C nuqtasiga tushadi. h

balandlikdan d masofaga T sek da tushadi. BD gorizont bilan β burchak tashkil etadi.

Masalani yechishda jismni moddiy nuqta deb qarab, havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Variant 1. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 0$; $f = 0,2$; $l = 10$ m; $\beta = 60^\circ$. τ va h aniqlansin.

Variant 2. Berilgan: $\alpha = 15^\circ$; $V_A = 2$ m/s; $f = 0,2$; $h = 4$ m; $\beta = 45^\circ$.
 l va BC uchastkada jismni trayektoriya tenglamasi aniqlansin.

Variant 3. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 2,5$ m/s; $f \neq 0$; $l = 8$ m; $d = 10$ m; $\beta = 60^\circ$. V_B va τ aniqlansin.

Variant 4. Berilgan: $V_A = 0$; $\tau = 2$ s; $l = 9.8$ m; $\beta = 60^\circ$; $f = 0$.
 α va T aniqlansin.

Variant 5. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 0$; $\tau = 3$ s; $l = 9.8$ m; $\beta = 45^\circ$.
 f va V_C aniqlansin.

6-10 variantlar (rasm1, chizma 2).

Chang' ichi gorizont bilan α burchak tashkil qiluvchi va $AB = l$ uzunlikka ega bo'lgan qiya tekislikning A nuqtasiga V_A tezlik bilan yaqinlashadi. Chang' ining qiya tekislik bilan sirpanish ishqalanish koeffisienti f . Chang' ichi AB qiya tekislikda τ sek da harakatlanadi. V_B tezlik bilan tranplinni tark etadi. T sek vaqtdan so'ng chang' ichi V_C tezlik bilan gorizont bilan β burchakka ega tog' ning C nuqtasiga tushadi. Masalani yechishda chang' ichini moddiy nuqta deb qaralsin va havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Variant 6. Berilgan: $\alpha = 20^\circ$; $\tau = 0.2$ s; $f = 0,1$; $h = 40$ m; $\beta = 30^\circ$.
 l va V_C aniqlansin.

Variant 7. Berilgan: $\alpha = 15^\circ$; $V_A = 16$ m/s; $f = 0,1$; $l = 5$ m; $\beta = 45^\circ$.
 V_B va T aniqlansin.

Variant 8. Berilgan: $V_A = 21$ m/s; $f = 0$; $\tau = 0.3$ s; $V_B = 20$ m/s; $\beta = 60^\circ$.
 α va d aniqlansin.

Variant 9. Berilgan: $\alpha = 15^\circ$; $\tau = 0.3$ s; $\beta = 45^\circ$; $f = 0,1$; $h = 30\sqrt{2}$ m
 V_B va V_A aniqlansin.

Variant 10. Berilgan: $\alpha = 15^\circ$; $f = 0$; $V_A = 12$ m/s; $d = 50$ m; $\beta = 60^\circ$.
 τ va BC uchastkada jismning trayektoriya tenglamasi aniqlansin.

11-15 variantlar (rasm1, chizma 3).

A nuqtada V_A tezlikka ega bo'lgan motosikl τ sek.da $AB = l$ uzunlikdagi va gorizont bilan α burchak tashkil etgan uchastka

bo' ylab ko' tariladi. AB uchastkaning hamma qismida motosikl o' zgarma P kuch ta' sirida bo' ladi.

U B nuqtada V_B tezlikka ega bo' ladi va eni d ga teng bo' lgan jarlikdan sakrab T sek. da C nuqtaga V_C tezlik bilan tushadi. Motosiklning motosiklchi bilan birgalikdagi massasi m ga teng. Masalani yechishda motosiklni motosiklchi bilan birgalikda moddiy nuqta deb qaralsin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Variant 11. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 0$; $P \neq 0$; $l = 40$ m; $V_B = 4.5$ m/s; $d = 3$ m. τ va h aniqlansin.

Variant 12. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $P = 0$; $l = 40$ m; $h = 1.5$ m; $V_B = 4.5$ m/s. V_A va d aniqlansin.

Variant 13. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $m = 400$ kg; $V_A = 0$; $\tau = 20$ s; $d = 3$ m; $h = 1.5$ m; R va l aniqlansin.

Variant 14. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $m = 400$ kg; $P = 2.2$ kn; $V_A = 0$; $l = 40$ m; $d = 5$ m. V_B va V_C aniqlansin.

Variant 15. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 0$; $h = 2$ m; $P = 2$ kn; $l = 50$ m; $d = 4$ m. T va m aniqlansin.

16-20 variantlar (rasm 1, chizma 4)

Tosh τ sek. da gorizont bilan α burchak tashkil qiluvchi va $AB = l$ uzunlikdagi qiyalikdan sirpanib tushadi. Uning boshlang' ich tezligi V_A . Toshning qiyalik bilan sirpanish ishqalanish koefitsienti f . B nuqtada V_B tezlikka ega bo' lib, tosh T sek. vaqtdan so' ng himoyalovchi vertikal devorning C nuqtasiga tushadi. Masalani yechishda toshni moddiy nuqta deb qaralsin; havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Variant 16. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 1$ m/s; $l = 3$ m; $f = 0.2$; $d = 2.5$ m. T va h aniqlansin.

Variant 17. Berilgan: $\alpha = 45^\circ$; $\tau = 1$ s; $l = 6$ m; $h = 6$ m; $V_B = 2V_A$. d va f aniqlansin.

Variant 18. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $l = 2$ m; $V_A = 0$; $f = 0.1$; $d = 3$ m; h va τ aniqlansin.

Variant 19. Berilgan: $\alpha = 15^\circ$; $l = 3$ m; $V_B = 3$ m/s; $f \neq 0$; $\tau = 1.5$ s; $d = 2$ m; V_A va h aniqlansin.

Variant 20. Berilgan: $\alpha = 45^\circ$; $V_A = 0$; $f = 0.3$; $h = 4$ m; $d = 2$ m. τ va l aniqlansin.

21-25 variantlar (rasm 1, chizma 5)

Jism A nuqtadan gorizont bilan α burchak tashkil qiluvchi va l uzunlikdagi $AB = l$ uchastka bo' ylab harakatlanadi. Uning

boshlang' ich tezligi V_A . Sirpanishdagi ishqalanish koeffisienti f . τ sek. vaqtdan so' ng B nuqtada V_B tezlik bilan jism qiya tekislikni tark etib, gorizontal tekislikning C nuqtasiga V_C tezlik bilan T sek. da tushadi. Masalani yechishda jismni moddiy nuqta deb qaralsin va havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Variant 21. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 1$ m/s; $\tau = 1.5$ s; $h = 10$ m; $f = 0.1$

V_B va d aniqlansin.

Variant 22. Berilgan: $\alpha = 45^\circ$; $V_A = 0$; $\tau = 2$ s; $l = 10$ m.

f va VS uchastkadagi trayektoriya tenglamasi aniqlansin

Variant 23. Berilgan: $l = 9.81$ m; $\tau = 2$ s; $h = 20$ m; $V_A = 0$; $f = 0$.

α va T aniqlansin.

Variant 24. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 0$; $l = 10$ m; $f = 0.2$; $d = 12$ m;

τ va h aniqlansin.

Variant 25. Berilgan: $\alpha = 30^\circ$; $V_A = 0$; $f = 0.2$; $h = 4.5$ m; $l = 6$ m.

τ va V_C aniqlansin.

26-30 variantlar (rasm 1, chizma 6).

A nuqtada jism V_A tezlikka ega bo' lib, $AB = l$ uzunlikdagi AB gorizontal tekislik bo' ylab τ sek. da harakatlanadi. Sirpanish ishqalanish koeffisienti f . Jism V_B tezlik bilan tekislikni tark etib, C nuqtaga V_C tezlikda, T cek. vaqtda tushadi. Masalani yechishda jismni moddiy nuqta deb hisoblansin, havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Varnant 26. Berilgan $V_A = 7$ m/s; $f = 0.2$; $l = 8$ m; $h = 20$ m.

d va V_C ni aniqlansin.

Variant 27. Berilgan $V_A = 4$ m/s; $f = 0.1$; $\tau = 2$ c; $d = 2$ m.

h va V_C ni aniqlansin.

Variant 28. Berilgan $V_A = 3$ m/s; $f = 0.3$; $l = 3$ m; $h = 5$ m.

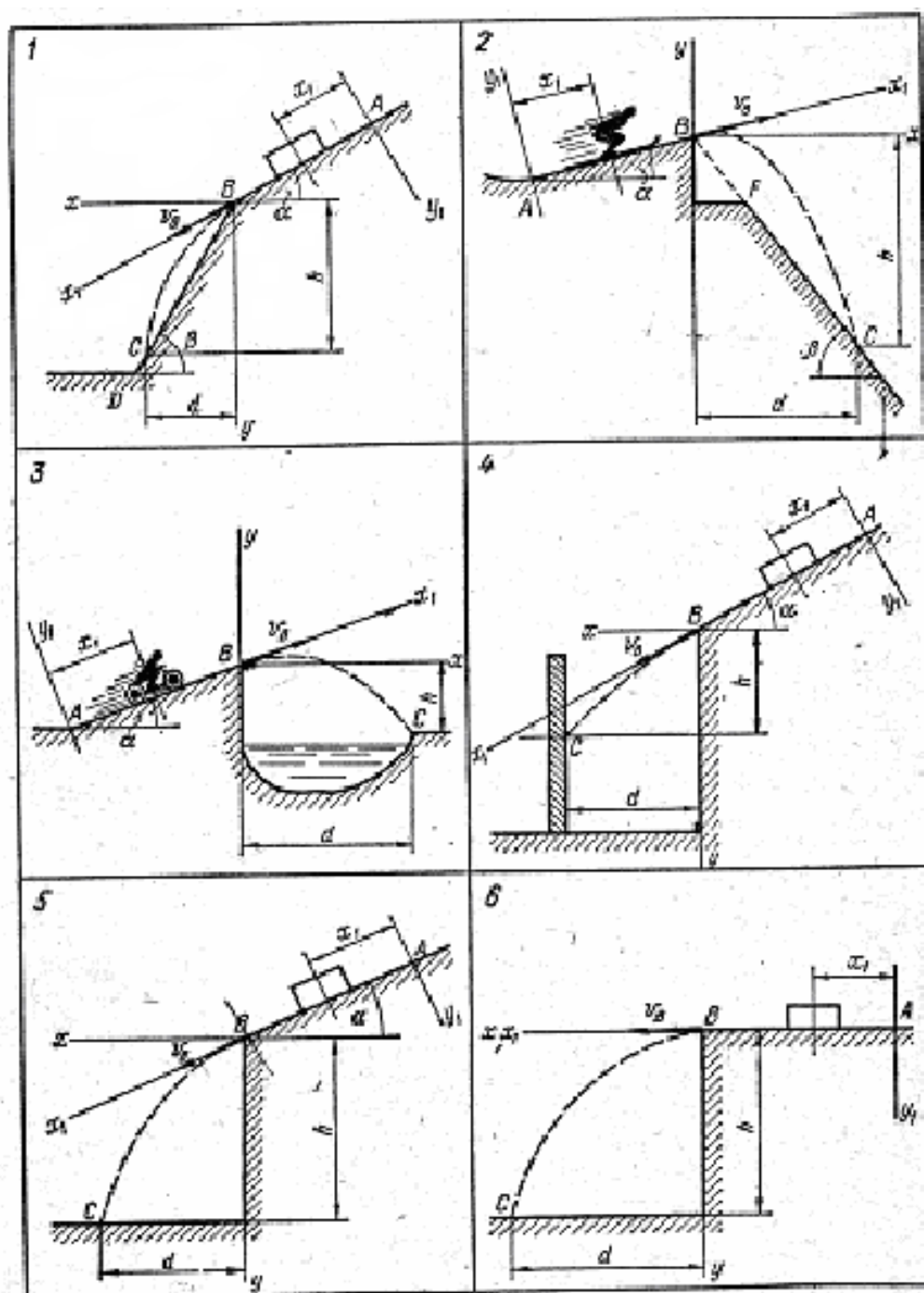
V_A va T ni aniqlansin.

Variant 29. Berilgan $V_A = 3$ m/s; $V_B = 1$ m/s; $l = 2.5$ m; $h = 20$ m.

f va d ni aniqlansin.

Variant 30. Berilgan, $f = 0.25$; $l = 4$ m; $d = 3$ m; $h = 5$ m.

V_A va τ ni aniqlansin.



Rasm 1

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Тарг С.М. "Краткий курс теоретической механики", 12-изд.,
"Высшая школа", 2002 г.
2. Мешчерский И.В. "Назарий механикадан масалалар тўплами", Тошкент,
"Ўқитувчи", 1990 й.
3. О.Е.Кепе. «Сборник коротких задач по теоретической механике»
Москва, "Высшая школа", 1989 г.

4. «Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике»

Под редакцией А.А.Яблонского, Москва, "Высшая школа", 2002 г.