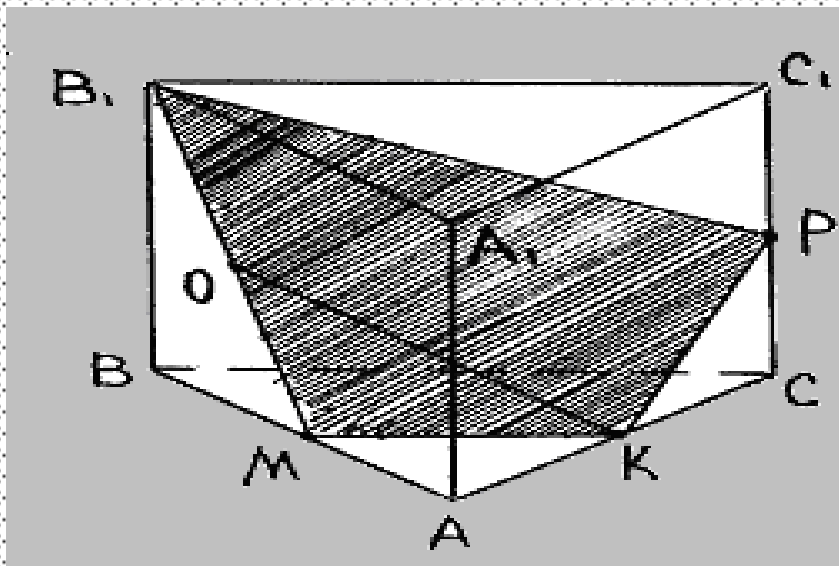


O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ
TA'LIMI VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

“UMUMIY MATEMATIKA” KAFEDRASI

TEKISLIKDA FAZOVIIY FIGURALARNI TASVIRLASH



Navoiy-2005

Ushbu uslubiy qullanma geometriya kursini "Tasvirlash metodlari bo'limini o'z ishiga qaramagan. Qisqa malumot sifatida geometric figuralarning tekislikka tasvirlanishiga oid ma'lumot sifatida geometrik tasvirlashga oid misol, masalalar atroflicha tahlil qilingan.

Uslubiy qo'llanma akademik litsey, qurilish va qishloq xo'jalik kollejlari, pedagogika instituti matemateka-informatika mutahassisliklarinig 2-bosqich talabalariga mo'ljallangan.

Tuzuvchilar:

- 1. Xakimov. A. Navoiy davlat konchilik instituti "Oliy matimatika" kafedrsining dotsenti.**
- 2. Normurodov. Sh. Navoiy davlat pidogogika instituti "Umumiy matematika" kafedrasining katta o'qituvchisi.**
- 3. Shamshiyeva. R. N. Navoiy davlat pidogigika instituti "Umumiy matematika" kafedrasining o'qituvchisi.**

Taqrizchilar:

- 1. Toshev. B. R. Navoiy davlat konchilik instituti "Amaliy mexanikkafedrasining dotsenti, fizika- matimatika fanlari nomzodi.**
- 2. Axmedov. A. A. Navoiy davlat pidagogika instituti "Umumiy fizika" kafedrasi mudiri, fizika-matimatika fnlar nomzodi.**

Ushbu uslubiy qo'llanma Navoiy davlat pidagigika institute Ilmiy Kengashida 2005 yil 19 maï №10 -son majlisda tasdiqlangan va chop etishga tavsiya qilingan.

So‘z boshi

Fazodagi figuralarning geometrik xossalarini tekshirishda bevosita figuralarni o‘zlari emas, balki uning tekislikdagi tasvirlaridan foydalaniladi.

Tasvirlanadigan shakllarni chizish qoidalari proyeksiyalash metodiga asoslangan. Tasvirlashda asosan markaziy proyeksiyalash va parallel proyeksiyalash metodidan foydalaniladi. Mazkur uslubiy qo‘llanma “Geometriya” fanining “Tasvirlash metodlari” deb ataluvchi bobni o‘z ichiga qamrab olgan hamda 2002 yilda tasdiqlangan DTS asosida yozilgan. Qo‘llanma besh paragrafdan iborat bo‘lib, unda berilgan nazariy ma‘lumotlar pedagogika institutlarining “Matematika-informatika” mutaxassisligi 2-bosqich talabalari, akademik litsey kasb-hunar kollejlari o‘quv dasturlari asosida tuzilgan.

Birinchi paragrafda geometrik figuralarni tekislikda tasvirlanishiga doir asosiy aksioma va teoremlar bayon qilingan.

Ikkinchi va uchinchi paragraflarda to‘g‘ri chiziqlar va tekisliklarning parallelligi hamda perpendikulyarligi haqida ma‘lumotlar va tegishli chizmalar keltirildi.

To‘rtinchi paragrafda ayqash to‘g‘ri chiziqlar orasidagi to‘g‘ri chiziq va tekislik orasidagi burchak tushunchalari chizmalar yordamida yoritilgan.

Beshinchi paragrafda esa ikki yoqli burchak va perpendikulyar tekisliklar to‘g‘risidagi ma‘lumotlar berildi.

Uslubiy qo‘llanmada har bir mavzuga qisqacha nazariy ma‘lumotlar berilib, e‘tibor asosan tipik masalalar yechish va ularni chizmalariga qaratiladi.

1 §. Geometrik figuralarning tekislikda tasvirlanishiga oid teorema va aksiomalar hamda ularning tadbirlari

Geometrik masalalarning hal qilinishiga doir o‘quvchilarda qobiliyat, malaka va ko‘nikmalarni shakllantirish, rivojlanib borayotgan mustaqil davlatimiz xalq xo‘jaligining barcha tarmoqlarida, yangi texnologiyaning yaratilishi va joriy qilinishida, zamonaviy ishlab chiqarish, fan, texnika taraqqiyotini jadallashtirishda hamda inson amaliy faoliyatida muhim o‘rin tutadi.

Geometriyaning stereometriya bo‘limiga doir tasvirlash masalalarining yechimi talabalarning talaba va texnikani ko‘rgazmali

idrok etishga, figuralarning tuzilishini, fazoviy ma'lumotlarni chuqurroq bilishga, ko'z ko'rib bo'lmaydigan jarayonlar hodisalarni sinchiklab o'rganishga yordam beradi. Geometriya kursida geometrik tasvirlash masalalarning ko'rib o'tishidan ko'zlangan asosiy maqsad geometrik yasashlarni bajarish orqali talabalarning fazoviy tasavvurini va mantiqiy tafakkurini, texnikaviy ijod, bunyodkorlik, loyihalash kabi sifatlarni rivojlantirishni taqozo qiladi. Tekislikda fazoviy figuralarni geometric tasvirlashda barcha ko'nikmalarni hosil qilish jarayoni quyidagi vazifalarni o'z ichiga oladi:

1. Oldindan mavjud bo'lgan bilimlariga tayangan holda biron-bir muammoni mufassal hal etish malaka va ko'nikmalarini shakllantirish jarayonida mantiqiy fikrlash qobiliyati darajasini oshirish.

2. Bilim, o'quv malakalarini to'la qiymati o'zlashtirishga ularni o'rganuvchi shroitlarda mustaqil qo'llanish natijasidagina erishish mumkinligi g'oyasini singdirish.

3. Planimetriyadan stereometriyaga o'tish jarayonida (ikki o'lchovli tekislikdan uch o'lchovli fazoga) tasvirlash orqali talabalarda kuzatish, taqqoslash, solishtirilayotgan hodisalarga o'xshashlik va farq qiladigan belgilarni ajratish, tahlil, sintez qilish, umumlashtirish, fazoviy jismlarni to'la tasavvur qilish, qobiliyatlarini o'stirish.

4. Umuman olganda o'quvchilarning aqliy tafakkurini rivojlantirishdan iborat. O'quvchilarning dunyoqarash tafakkurini rivojlantirish dars davomida va darsdan tashqari jarayonlarda amalgam oshiriladi.

Bu muammolarni hal etishda geometriya darslarida tasvirlashga doir masalalarni yechish ayniqsa katta ahmiyat kasb etadi. Chunki bu o'quv mazmuni, metodlari va o'quv qurollaridan to'g'ri foydalanish, ularning matematik qobiliyatini va bilimini hisobga olib o'qitish sistemasining ratsional usullarini topishni talab etadi. Stereometriyadagi yasashga doir masalalarni yechishdan oldin stereometriyadagi asosiy tushunchalar, aksiomalar, teoremlar va ulardan kelib chiqadigan natijalarni o'rganish lozimdir. Shundagina berilayotgan ta'lim samarali bo'ladi, o'quvchilarning bilimini sistemaga soladi va mustahkamlaydi.

Stereometriyada geometric yasash masalalarni yechish malakasini o'quvchilarda shakllantirishning ilk bosqichi fazoning asosiy figuralari nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik haqida tushuncha berishdan iborat. Planimetriyada barcha figuralar joylashadigan bitta tekislikka ega edik, stereometriyada esa tekisliklar cheksiz ko'pdir. Yangi geometric obyekt, ya'ni tekislikning kiritilishi mavjud, aksiomalar sistemasini kengaytirishga olib keladi. Fazoda nuqta, to'g'ri chiziq va tekisliklararo qanday vaziyatda joylashishlari mumkinligi to'g'risida o'quvchilarga bilim berishda quyidagi uchta aksioma muhim o'rin tutadi.

C₁. Tekislik qanday bo'lmasin, shu tekislikka tegishli nuqtalar va unga tegishli bo'lmagan nuqtalar mavjud.

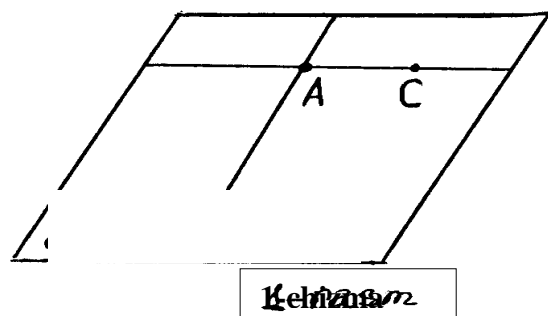
C₂. Agar ikkita turli tekislik umumiy nuqtaga ega bo'lsa, ular shu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi.

C₃ Agar ikkita turli tekislik umumiy nuqtaga ega bo'lsa, ular orqali bitta va faqat bitta tekislik o'tkazish mumkin.

Fazoda geometrik tasvirlashga doir murakkab masalalarni yechishdan (yasashdan) oldin, o'quvchilarning tafakkuri va dunyoqarashini shakllantirish maqsadida ba'zi bir teoremlarning isbotini berish maqsadga muvofiq.

1-teorema: Fazoda to'g'ri chiziq va unda yotmaydigan nuqta orqali bitta va faqat bitta tekislik o'tkazish mumkin [6].

Isboti. AB - berilgan to'g'ri chiziq, C nuqta esa unda yotmaydigan nuqta bo'lsin. A va C nuqtalar orqali I-

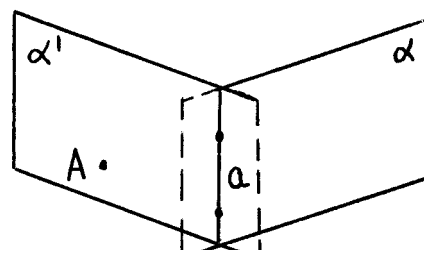


aksiomaga asosan to'g'ri chiziq o'tkazamiz AB va AC to'g'ri chiziqlar har xil, chunki C nuqta AB to'g'ri chiziqda yotmaydi. AB va AC to'g'ri chiziqlar orqali III-aksiomaga asosan tekislik o'tkazamiz. Bu tekislik AB to'g'ri chiziq bilan va C nuqta orqali o'tadi. Endi α tekislikning yagonaligini isbotlaymiz. Faraz qulaylik, AB to'g'ri chiziq va C nuqtadan o'tuvchi boshqa α' tekislik mavjud bo'lsin. II-aksiomaga asosan α va α' tekisliklar to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Bu to'g'ri chiziqda A, B, C nuqtalar yotishi kerak. Biroq ular bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. Biz ziddiyatga keldik. Teorema isbotlandi.

2- teorema. To'g'ri chiziqning ikkita nuqtasi tekislikka tegishli bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqning o'zi ham tekislikka tegishli bo'ladi.

Isboti. a -berilgan to'g'ri chiziq va α berilgan tekislik bo'lsin.

I-aksiomaga ko'ra a to'g'ri chiziqda yotmaydigan A nuqta mavjud. A nuqta va a to'g'ri chiziq orqali α' tekislikni o'tkazamiz. Agar tekislik α' tekislik bilan ustma-ust tushsa, u holda α' tekislik a to'g'ri chiziqni o'z ichiga oladi. Lekin α

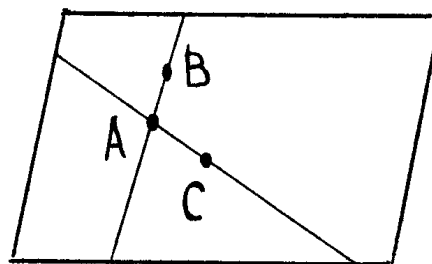


2-chizma

tekislik α' tekislikdan farq qilsa, bu tekisliklar a to'g'ri chiziqning ikkita nuqtasi o'z ichiga olgan a' to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. 1-aksiomaga ko'ra a' to'g'ri chiziq va a to'g'ri chiziq ustma-ust tushadi, demak a to'g'ri chiziq α tekislikda yotadi. Teorema isbotlandi.

3-teorema. Bitta to'g'ri chiziqda yotmaydigan uchta nuqtadan bitta va faqat bitta tekislik o'tkazish mumkin.

Isboti. Bitta to'g'ri chiziqda yotmagan A, B, C nuqtalar berilgan bo'lsin. AB va AC to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz, ular turli, chunki bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. III-



3-chizma

aksiomaga ko'ra AB va AC to'g'ri chiziqlar orqali α tekislik o'tkazish mumkin. Bu tekislik A, B, C nuqtalarni o'z ichiga oladi. Endi α tekislikning yagonaligini isbotlaymiz. II-teoremaga ko'ra A, B, C nuqtalardan o'tuvchi tekislik AB va AC to'g'ri chiziqlarni o'z ichiga oladi. III-aksiomaga ko'ra bunday tekislik yagonadir.

Yuqorida bayon etilgan nazariy manbalar va o'quvchilarning chizmachilik darslarida egallagan bilimlariga tayangan holda quyidagi elementar masalalarni ko'rib o'tamiz.

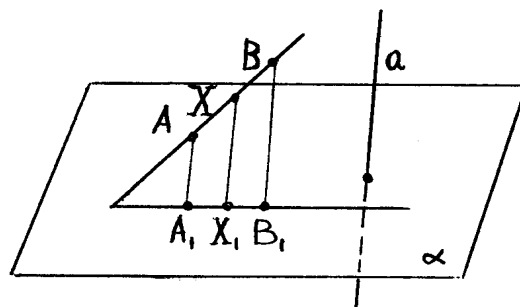
1-masala. Fazoviy figuralarni tekislikda tasvirlanishi:

a) AB to'g'ri chiziqning α tekislik bilan kesishgan nuqtasini yasang.

Bu masalani yechishda avvalo yasash jarayonida kerak bo'lgan qalam va chizg'ichni tayyorlaymiz.

So'ngra chizmachilik va geometriya darslarida o'tilgan proeksiyalash materiallarini qo'llab, talab qilingan nuqtani yasaymiz.

1-usul. Berilgan α tekislikni kesib o'tuvchi ixtiyoriy a to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqqa AB to'g'ri chiziqning ixtiyoriy X nuqtadan parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqning α tekislik bilan kesishgan nuqtasini X_1 bilan belgilaymiz. X_1 nuqta X nuqtaning tekislikdagi tasviri bo'ladi. Shu tariqa AB to'g'ri chiziqning har bir nuqtasining tasvirini shu tarzda yasab, AB to'g'ri chiziqning tasvirini, ya'ni proeksiyasini hosil qilamiz. AB to'g'ri chiziq bilan uning A_1B_1 proeksiyasining kesishgan O nuqtasi izlangan nuqta bo'ladi.[7].



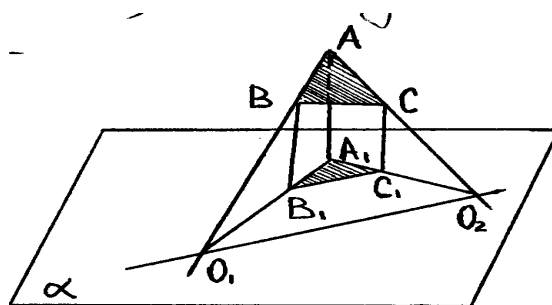
4-chizma

2-usul. To'g'ri chiziqning va tekislikning kesishgan nuqtasini quyidagicha yasaymiz: Berilgan AB to'g'ri chiziq orqali Q tekislik bilan kesishuvchi T tekislik o'tkazamiz. $Q \cap T = CD$ to'g'ri chiziqni yasaymiz.

AB to'g'ri chiziqni davom ettiramiz, u CD to'g'ri chiziq bilan qandaydir K nuqtada kesishadi. K nuqta izlangan nuqta bo'ladi (8-rasm).

b) ABC tekislikning α tekislik bilan kesishgan chiziqni (ABC tekislikning α tekislikdagi izi) yasang.

1-usul. Bu masalani yechishda 1.a) usuldan foydalanamiz. $AB \cap A_1B_1 = O_1$ va $AC \cap A_1C_1 = O_2$ nuqtalarni yasaymiz. O_1O_2 to'g'ri chiziq o'tkazamiz, bu to'g'ri chiziq izlangan to'g'ri chiziq bo'ladi (5-rasm) [7].



5-chizma

2-usul. Bu usulda yasashni bajarish uchun berilgan ikkita tekislikni kesib o'tuvchi tekislik o'tkazamiz. Kesishishdan hosil bo'lgan to'g'ri

chiziqning umumiy nuqtasini topamiz. P va Q

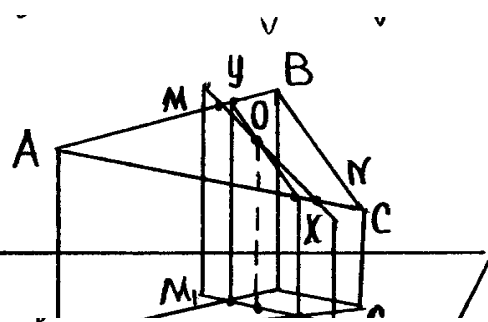
tekisliklarni

kesib o'tuvchi S

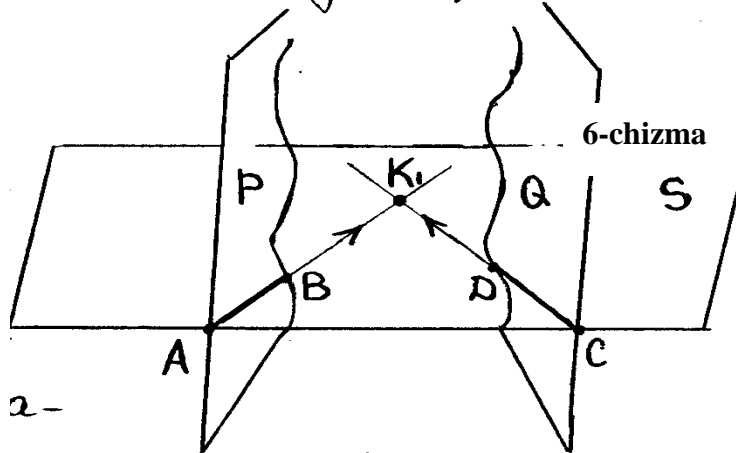
tekislik P

tekislik bilan

AB , Q tekislik



6-chizma



2-

4. [8]

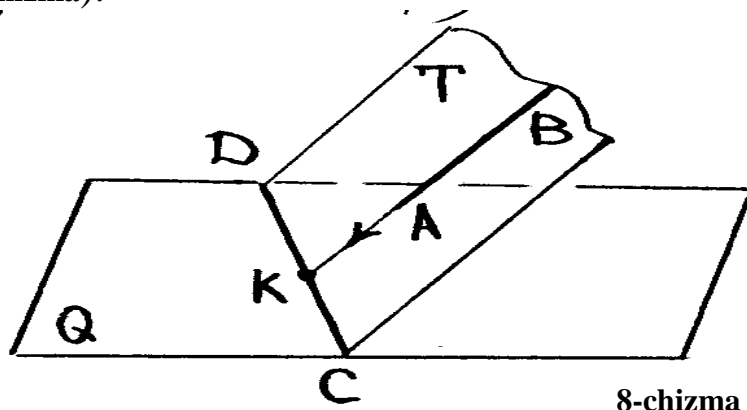
7-rasm

bilan CD to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. AB va CD to'g'ri chiziq kesishgan nuqtasi K_1 izlangan birinchi umumiy nuqta bo'ladi. Bu P va Q tekisliklarning kesishgan to'ri chizig'ining nuqtasi bo'ladi. To'g'ri chiziqni yasash uchun uning ikkita nuqtasini topish etarlidir. Ikkinchi umumiy nuqta ham shu tarzda topiladi.[4].

c) ABC tekislik bilan MW to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasini

yasang.

Mavjud tushunchalarga tayangan holda quyidagi nuqtalarni yasaymiz. X_1Y_1 –nuqtalar mos ravishda AB , AC to'g'ri chiziqlarda yotuvchi X, Y nuqtalarning asoslari MW va XY to'g'ri chiziqlar MM_1 , WW_1 to'g'ri chiziqlar orqali o'tuvchi tekislikda yotadi, ular izlangan O nuqtada kesishadi. Uning asosi 7-chizma to'g'ri chiziqda yotadi (6-chizma).

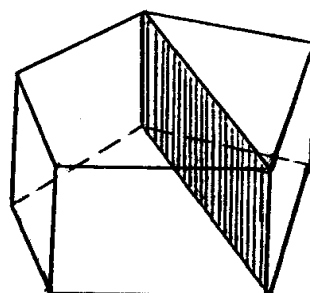


8-chizma

2-masala. Geometrik figuralarning kesimlarini yasang.

a) Prizmaning tasviri va uning kesimini yasash.

Parallel proeksiyalash qoidalariga muvofiq prizmani tasvirlashdan avval asoslaridan biri yassi ko'pburchak chiziladi. Keyin ko'pburchakning uchlaridan bir xil uzunlikdagi parallel kesmalar ko'rinishida prizmaning yon qirralari o'tkaziladi. Bu kesmaning uchlari ketma-ket tutashtiriladi va prizmaning ikkinchi asosi hisil bo'ladi. Prizmaning yon qirralariga parallel tekisliklar bilan kesimlari parallelogrammlar bo'ladi. Diagonal kesimlar ham parallelogrammlardan iborat. Prizmaning boshqa hollardagi kesimini yasash uchun kesuvchi tekislikning prizma yoqlarini bilan kesishish kesmalarini yasash yetarli.[7]



9-nasmi

1-hol. Prizma sirtiga kesimga tegishli bo'lgan biror A nuqta orqali o'tuvchi kesimni yasang.

A nuqta yon yoqqa tegishli bo'lsin. Dastlab D nuqta yasaladi, bu nuqtaga yon tekisligi asos tekisligida yotuvchi S to'g'ri chiziqni kesib o'tadi. Keyin A va D nuqtalar orqali to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Qaralayotgan yoqdagi AD to'g'ri chiziqning BC kesmasi bu yoqning kesuvchi tekislik bilan kesishishidir.

9-chizma

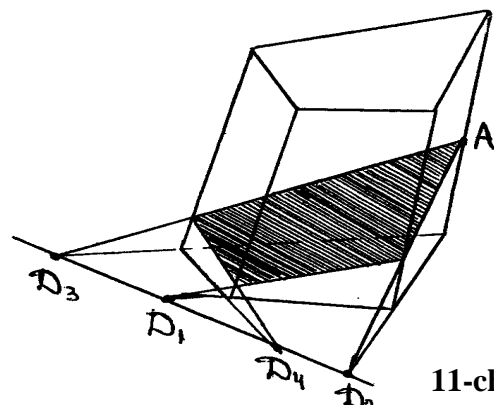
A nuqta yon qirralarining biriga tegishli bo'lsin. Bu masala ham oldingi masalaga keltirilib yechiladi. D_1, D_2, D_3, D_4 nuqtalar yasalgandan so'ng kesimni hosil qilamiz.



10-chizma

2-hol. Prizma qirralarida yotuvchi A, B, C nuqtalar orqali o'tuvchi tekislik kesimini yasang.

Kesimni yasash uchun ABC tekislik bilan prizma ikki qirrasining kesishgan X, Y nuqtalarini topish kifoya. Bu nuqtalarning asoslari X_1, Y_1 nuqtalarni yasaymiz. A_1, C_1 va B_1 nuqtalarni yasaymiz.



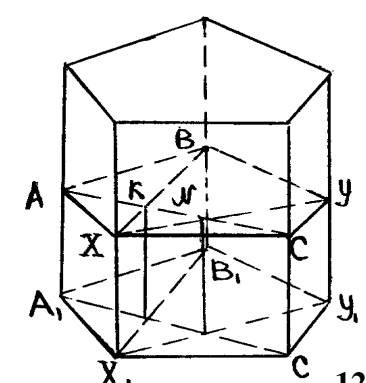
11-chizma

B_1X_1 to'g'ri chiziqlar K_1 nuqtada kesishadi. K_1 nuqtadan to'g'ri chiziq o'tkazamiz, u ABC tekislikni K nuqtada kesadi. BK to'g'ri chiziq prizma qirrasini izlangan X nuqtada kesishadi. Shu usul bilan W nuqtani yasaymiz. XW to'g'ri chiziq prizma qirrasini izlangan Y nuqtada kesadi. Istalgan kesim beshburchakdir.

b) Piramida va uning yassi kesimlarini yasash.

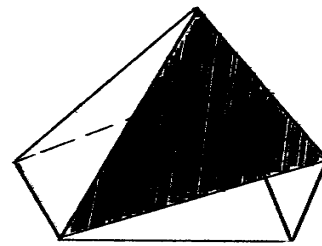
Piramida ham parallel proeksiyalash qoidalarida asosida yasaladi. Avval asosi yasaladi. Bu asos ko'pburchakdan iborat bo'ladi. Keyin piramidaning uchi belgilanib, u yon qirralar yordamida asos uchlari bilan birlashtiriladi.

Piramidaning uchi orqali o'quvchi tekisliklar uchburchaklardan iborat. Diagonal kesimlar ham uchburchak bo'ladi. Bunday kesimlar piramidaning ikkita qo'shni bo'lmagan yon qirralari orqali o'tuvchi tekisliklar hosil qilinadi.



12-chizma

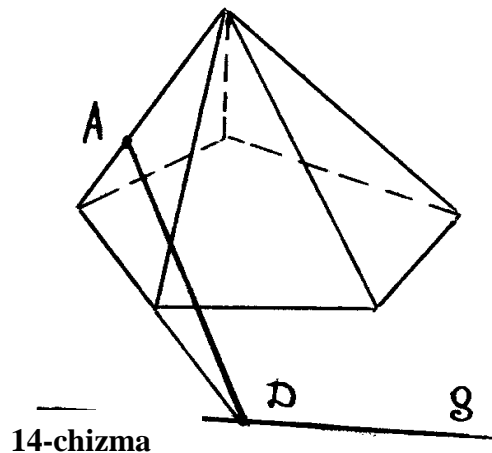
1-hol. Piramidaning asos tekisligic tekislik bilan kesimini yasash uchun uning yon yoqlarini kesuvchi tekislik kesishmasini yasash etarli. Agar q izga parallel bo'lmagan yoqda kesimga tegishli bo'lgan A nuqta ma'lum bo'lsa, avval kesuvchi tekislikdagi q izning shu yoqning tekisligi bilan kesishmasi



13-chizma

D nuqta yasaladi. D nuqta to'g'ri chiziqdagi A nuqta bilan tutashtiriladi. U holda bu to'g'ri chiziqning yoqqa tegishli bo'lgan kesmasi bu yoqning kesuvchi tekislik bilan kesishmasidan iborat bo'ladi. Agar A nuqta q izga parallel yoqda yotsa, u holda kesuvchi tekislik bu yoqni q to'g'ri chiziqqa parallel kesma bo'yicha kesib o'tadi. Qo'shni yon yoqqa o'tib uning kesuvchi tekislik bilan kesishmasi yasaladi va hokazo. Natijada piramidaning talab etilayotgan kesimi yasaladi.

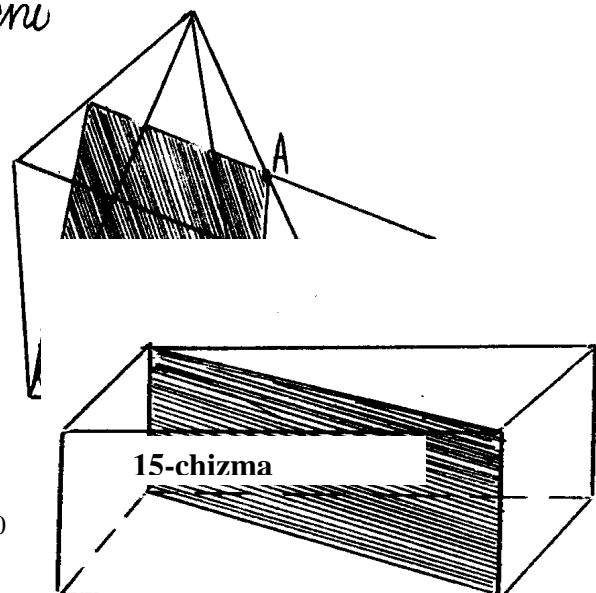
2-hol. To'rtburchakli asos tomonidan va uning yon qirralaridan birida yotgan A nuqtadan o'tuvchi tekislik kesimini yasang. Bu yasashni bajarishda birinchi navbayda D nuqta yuqoridagi holat kabi usulda yechiladi. Keyin berilgan asos tomonini davom ettirib, D nuqtagacha chiziladi. Izlangan kesim hosil bo'ladi. Bu kesim tekisligi to'g'ri chiziq va unda yotmagan nuqta orqali yasaladi.



14-chizma

c) Parallelepiped va uning kesimini yasash.

Parallelepiped tasviri ham xuddi prizma kabi yasaladi. Parallel proeksiyalash qoidalariga muvofiq uning tasvirini quyidagi tarzda yasaladi. Asoslaridan biri bo'lgan parallelogramm yasalib, parallelogramm uchlaridan bir xil uzunlikdagi parallel kesmalar



15-chizma

ko'rinishida parallelepipedning yon qirralari o'tkaziladi. Bu kesmalarning uchlari tutashtiriladi va parallelepipedning ikkinchi asosi hosil bo'ladi. Parallelepipedning asos tekisligiga parallel tekisliklar bilan kesimi parallelogramm bo'ladi. Asos tekisligida berilgan to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi tekislik bilan kesimi xuddi prizma va piramida singari yasaladi. Yon qirralariga parallel tekisliklar bilan kesimi to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'ladi.

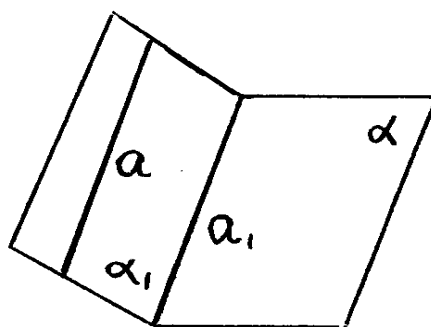
Endi yoqorida bayon etilgan tushunchalar va yasash usullariga tayangan holda fazoda tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuviga oid murakkabroq yasash masalalarini ko'rib o'tamiz.

Bu uchun stereometriyaning ba'zi bir bo'limlarini va ulardagi tushunchalar asosida yechiluvchi masalalarni bataf 16-chizma

2 § . To'g'ri chiziqlar va tekisliklarning parallelligi

Eng avvalo asosiy tushuncha va teoremlarni bayon etamiz. Fazoda ikki to'g'ri chiziq bir tekislikda yotsa va kesishmasa, ular parallel to'g'ri chiziqlar deyiladi. Agar to'g'ri chiziq bilan tekislik kesishmasa, ular parallel deyiladi.

4-teorema. Agar tekislikda yotmagan to'g'ri chiziq shu tekislikdagi biror to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikning o'zoga ham parallel bo'ladi.



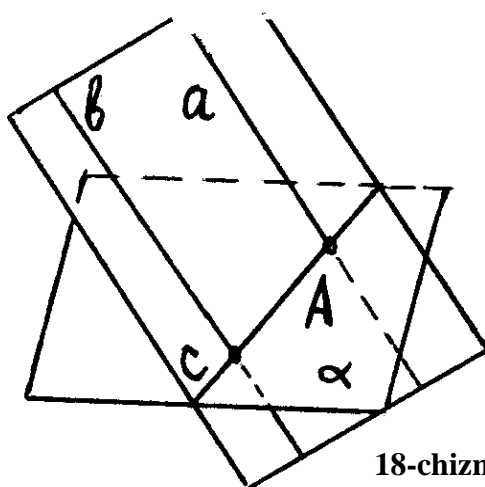
17-chizma

α

Isboti. α tekislik, a -unda yotmagan to'g'ri chiziq va a_1 esa α tekislikda yotgan hamda a ga parallel to'g'ri chiziq bo'lsin. a va a_1 to'g'ri chiziqlar orqali α_1 tekislikni o'tkazamiz. α va α_1 tekisliklar a_1 to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Agar a to'g'ri chiziq α tekislini kesib o'tganida edi, u holda kesishish nuqtasi a_1 to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lar edi. Ammo bu hol yuz berishi mumkin emas, chunki a, a_1 to'g'ri

chiziqlar parallel. Shunday qilib, a to'g'ri chiziq α tekislikni kesib o'tmaydi, demak, tekislikka parallel bo'ladi. Teorema isbotlandi.

5-teorema. Agar tekislik ikki parallel to'g'ri chiziqdan birini kesib o'tsa, u ikkinchisini ham kesib o'tadi.

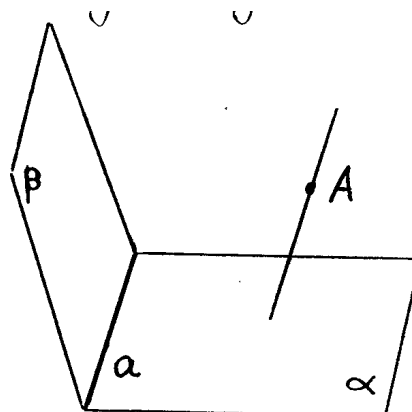


18-chizma

Isboti. a va b ikki parallel to'g'ri chiziq, α a to'g'ri chiziqlarni A nuqtada kesib o'tuvchi tekislik bo'lsin. a va b to'g'ri chiziqlardan tekislik o'tkazamiz. U α tekislikni biror cto'g'ri chiziq bo'yicha kesib o'tadi, demak unga parallel bo'lgan b to'g'ri chiziqni ham kesib o'tadi. Hamda c to'g'ri chiziq a to'g'ri chiziqni kesib o'tadi. c to'g'ri chiziq α tekislikda yotgani uchun α tekislik b to'g'ri chiziqni kesib o'tadi.

3-masala. Berilgan nuqtadan berilgan ikkita kesishuvchi tekislikning har birida parallel bo'lgan to'g'ri chiziqni yasang.

Bizlarga kesishuvchi α va β tekisliklar berilgan bo'lsin. Ular a to'g'ri chiziq bo'ylab kesishsin. a to'g'ri chiziqda yotmagan birorta A nuqta olamiz. Berilgan to'g'ri chiziqda unda yotmaydigan nuqta orqali yagona parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkinligi haqidagi teoremaga ko'ra A nuqta orqali a to'g'ri chiziqqa parallel b to'g'ri chiziq o'tkazamiz. A nuqta ikkita

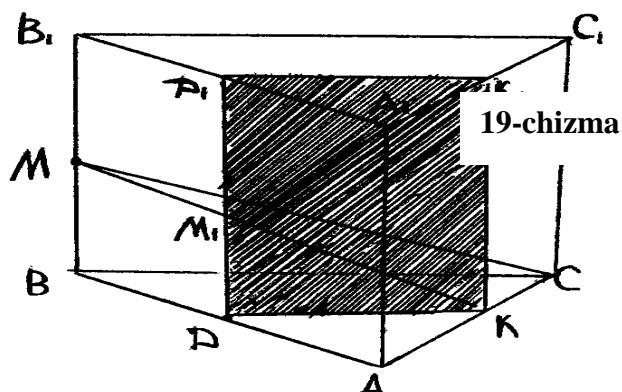


tekislikka ham tegishli emas deb hisoblaymiz. Tekislik va to'g'ri chiziqning paralleligi haqidagi teoremaga ko'ra $a//b$ ga ko'ra $b//\alpha$, $b//\beta$ ekanligi kelib chiqadi. Chunki, a to'g'ri chiziq ikkita tekislikka ham tegishli b to'g'ri chiziq izlangan to'g'ri chiziq bo'ladi.

4-masala. $ABCA_1B_1C_1$ uchburchakli prizmada K nuqta AC qirraning o'rtasi. K nuqtadan o'tib, quyidagi chiziq'larga parallel bo'lgan x to'g'ri chiziqni yasang va bu x to'g'ri chiziqni prizma sirti bilan kesishish nuqtasini yasang. [8]

- a) CM chiziqqa. Bunda M nuqta BB_1 qirrasining o'rtasi.
 b)

Bu va bundan keyingi yasashlarni bajarish jarayonida, elementar masalalar yechishda o'rgangan usullarimizni qo'llaymiz. Ularni yechish mobaynida shakllardan malaka va ko'nikmalarimizga tayangan holda nuqtalar, parallel to'g'ri chiziq'larga, kesimlarni yasashda batafsil to'xtalib o'tmaymiz.



20-chizma

Yasash. K nuqta ustidan prizmani kesib o'tuvchi (KK_1DD_1) tekislikni o'tkazamiz. M nuqtadan AB ga parallel MM_1 to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. M_1K_1 to'g'ri chiziq K nuqtadan o'tib MC to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq bo'ladi.

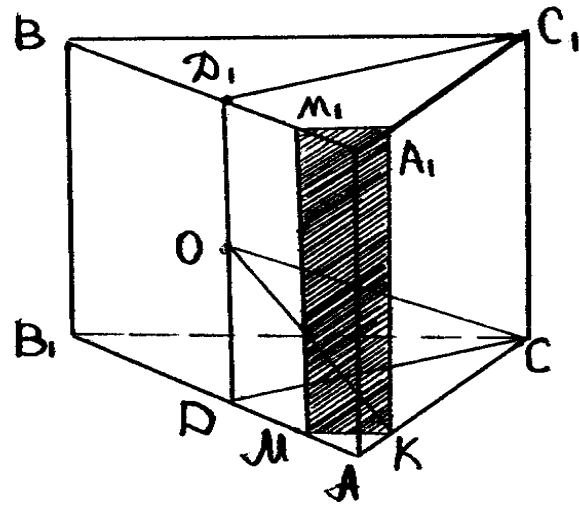
Isbot. (CC_1BB_1) tekislik ustida kesishuvchi BC va MC to'g'ri chiziq'larni (KK_1DD_1) tekislik ustida yotuvchi DK va KM_1 kesishuvchi to'g'ri chiziq'larga mos ravishda parallel. Chunki, $DK//BC$ yasashga asosan:

$(CC_1BB_1) // (KK_1DD_1)$ bo'lgani uchun $MC // (KK_1DD_1)$
 $M_1K // (CC_1BB_1)$ dan $MC // M_1K$ ekanligi kelib chiqadi. Bu yerdan
 $M_1K \cap (AA_1BB_1) = M_1$
 $MM_1K \cap (AA_1BB_1) = M_1$, $M_1K \cap (ABC) = K$ izlangan nuqta kelib chiqadi.

- c) CO_1 chiziqqa. O_1 nuqta (ABA_1B_1) yoqning og'irlik markazi.
Yasash.

O_1 nuqta (ABA_1B_1) yoqning og'irlik markazini (diagonallarning kesishgan nuqtasini) topib, O_1C to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq ustidan o'tuvchi (CC_1DD_1) tekislikni o'tkazamiz. K nuqta ustidan (KK_1MM_1) tekislikni o'tkazamiz. (CC_1DD_1)//(KK_1MM_1) bo'ladi. O_1 nuqtadan $AB//OO_1$ to'g'ri chiziq yasaymiz. OK to'g'ri chiziq izlangan to'g'ri chiziq bo'ladi.

Isbot. $CD//MK$,
 $DO_1//MO$ bo'lgani uchun
 $O_1C//OK$,
 $OK \cap (AA_1BB_1) = O$,
 $OK \cap (AA_1BB_1)$ dan
 $OK \cap (ABC) = K$, $OK \cap (AA_1CC_1) = K$,
 $OK \cap (A_1B_1C_1) = \emptyset$



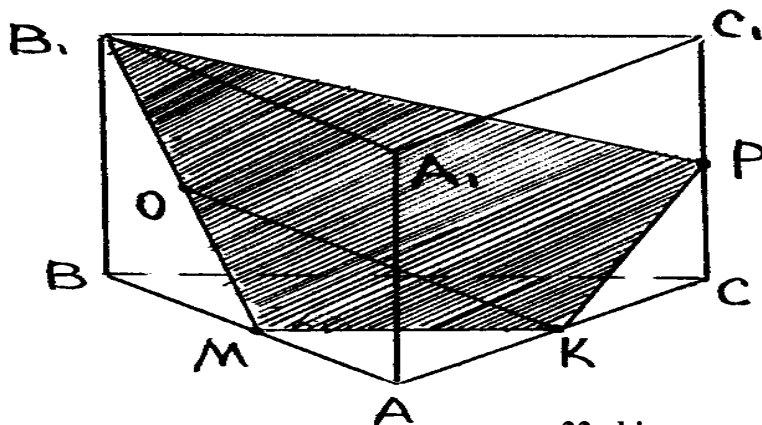
21-rasm

c) B_1P to'g'ri chiziqqa.

Bunda P nuqta CC_1 qirraning o'rtasi.

Yasash. B_1P va K nuqta shu tekislikda yotadi. K nuqtadan B_1P ga parallel KO ni yasaymiz va quyidagilarni hosil qilamiz.

$$OK \cap (AA_1BB_1) = O$$



22-chizma

$$OK \cap (ABC) = K$$

$$OK \cap (AA_1CC_1) = K$$

$$OK \cap (A_1B_1C_1) = \emptyset$$

$$OK \cap (BB_1CC_1) = \emptyset$$

d) NW chiziqqa. Bunda M nuqta BB kesma o'rtasi, W nuqta AB kesma o'rtasi.

Yasash. M va W nuqtalarni belgilab, M, W, K nuqtalar ustidan o'tuvchi $(MWKK_1)$ tekislikni yasaymiz. K nuqtadan MW ga parallel KQ ni o'tkazamiz. $MW // KQ$ bo'ladi.

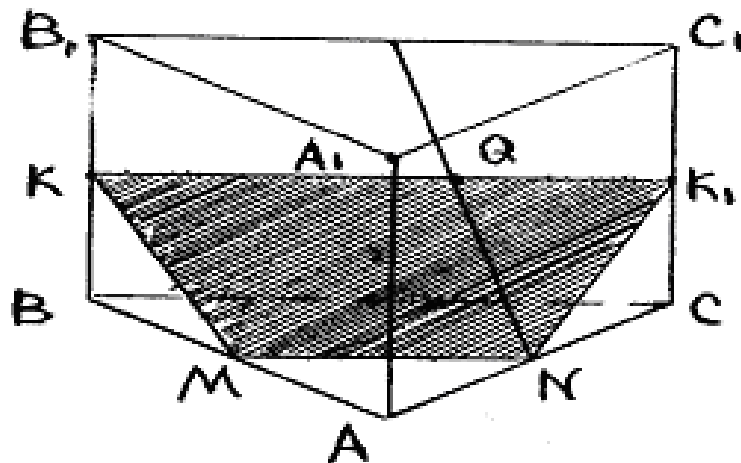
$$(KQ) \cap (BB_1CC_1) = Q$$

$$(KQ) \cap (ABC) = K$$

$$(KQ) \cap (AA_1CC_1) = K$$

$$(QK) \cap (A_1B_1C_1) = \emptyset$$

$$(QK) \cap (BB_1AA_1) = \emptyset \text{ ekanligini kelib chiqadi.}$$



23-chizma

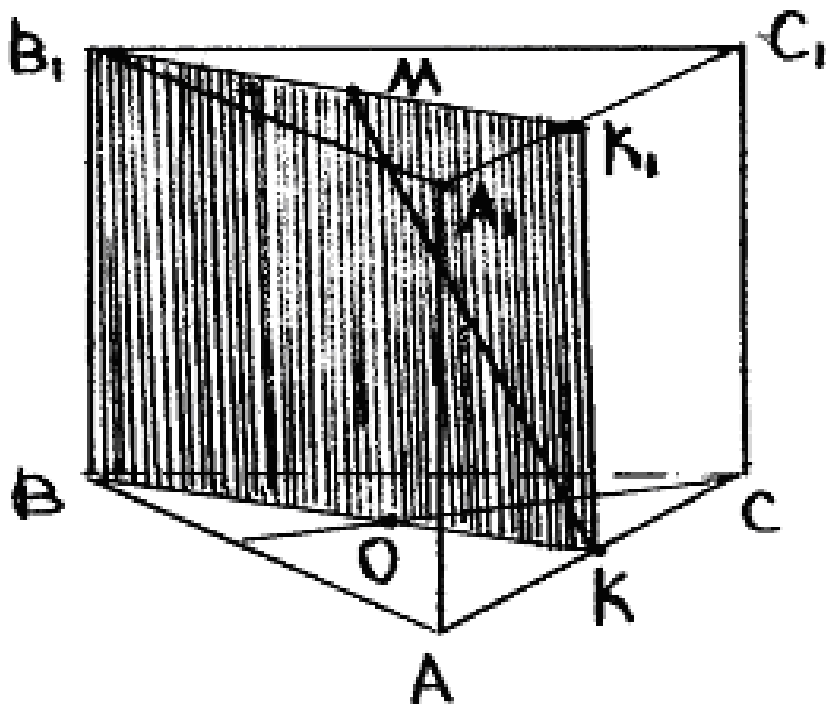
e) B_1O chiziqqa. Bunda O nuqta ABC yoqning og'irlik markazi.

Yasash. B_1O to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi (BB_1CC_1) tekislikni yasaymiz. K nuqtadan B_1O ga parallel MK to'g'ri chiziqni yasaymiz. $MK // B_1O$ bo'ladi.

$$MK \cap (A_1B_1C_1) = M, \quad MK \cap (AA_1CC_1) = K$$

$$MK \cap (ABC) = K, \quad MK \cap (AA_1BB_1) = MK \cap (BB_1CC_1) = \emptyset$$

k) B_1L chiziqqa. Bunda L nuqta C_1K kesmaning o'rtasi.



24-chizma

Yasash. B_1L to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi (B_1C_1KM) tekislikni o'tkazamiz. K nuqtadan $KF // B_1L$ to'g'ri chiziqni yasaymiz.

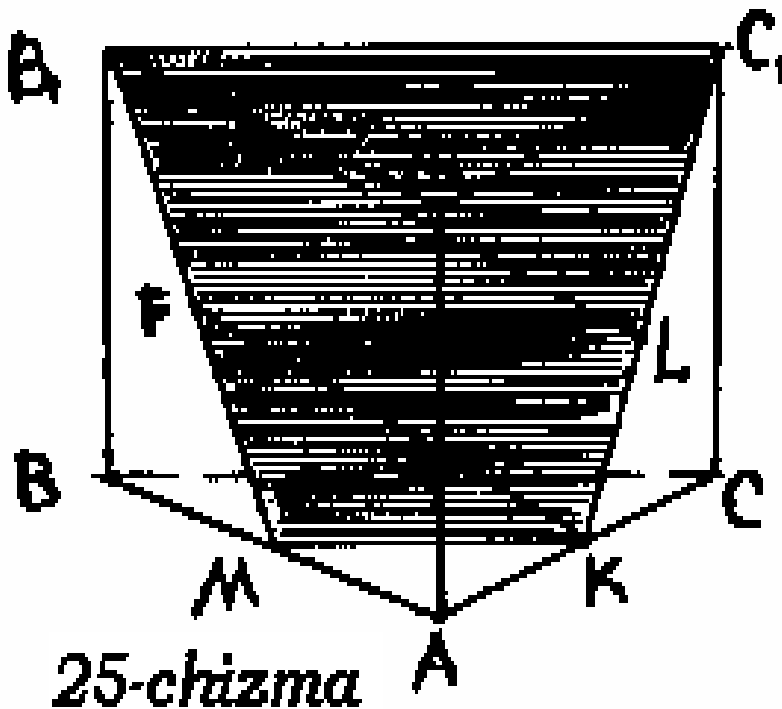
$$KF \cap (AA_1BB_1) = F$$

$$KF \cap (ABC) = K$$

$$KF \cap (AA_1CC_1) = K$$

$$KF \cap (A_1B_1C_1) = \emptyset$$

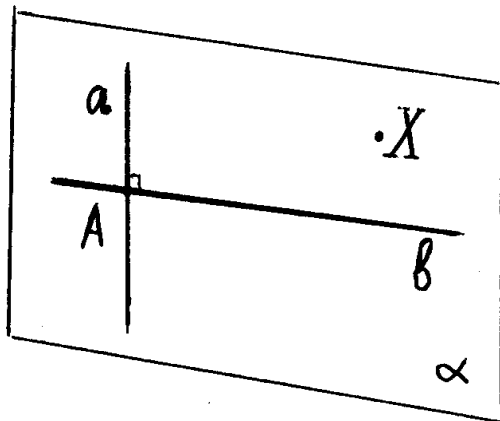
$$KF \cap (BB_1CC_1) = \emptyset$$



3 § .To'g'ri chiziqning tekislikka perpendikulyarligi

To'g'ri burchak ostida kesishgan ikki to'g'ri chiziq perpendikulyar to'g'ri chiziqlar deyiladi.

6-teorema. Fazodagi to'g'ri chiziqning istalgan nuqtasidan unga yagona perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

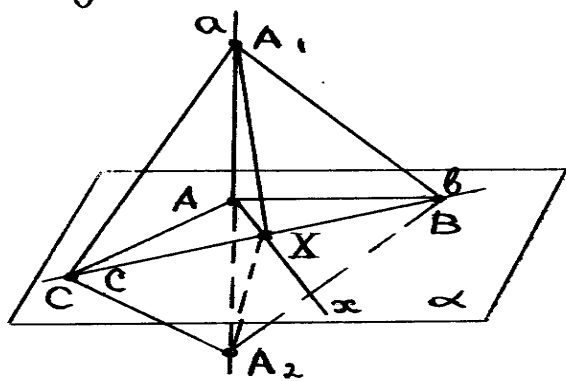


26-chizma α

Isboti: a -berilgan to'g'ri chiziq, A bu to'g'ri chiziqdagi nuqta bo'lsin. a to'g'ri chiziqdan tashqarida istagan X nuqtani olamiz, hamda bu nuqta bilan a to'g'ri chiziq orqali α tekislik o'tkazamiz. α tekislikda A nuqta orqali to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan b to'g'ri chiziqni o'tkazish mumkin. Teorema isbotlandi.

Agar tekislikni kesib to'g'ri chiziq tekislikdagi shu kesishish nuqtasidan o'tuvchi ustalgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, to'g'ri chiziq shu tekislikka perpendikulyar bo'ladi.

7-teorema. Agar ikki to'g'ri chiziq tekislikdagi kesushuvchi ikkita to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'ladi.



27-chizma

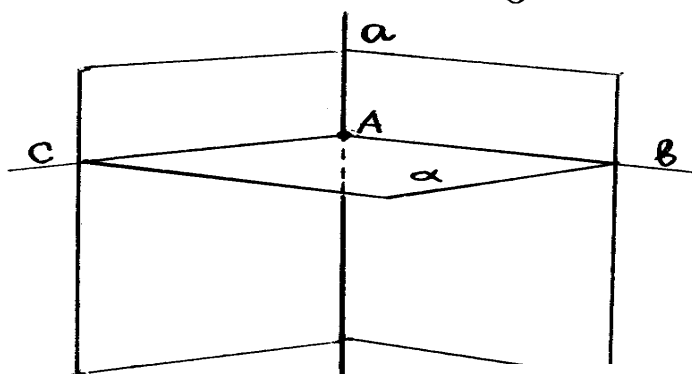
Isboti: a to'g'ri chiziq α tekislikdagi b va c to'g'ri chiziq'larga perpendikulyar bo'lsin. U holda a to'g'ri chiziq b va c to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi A orqali o'tadi. a to'g'ri chiziq α tekislikka perpendikulyar ekanligini isbotlaymiz.

α tekislikda A nuqta orqali ixtiyoriy x to'g'ri chiziqni o'tkazamiz va uning a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar ekanligini isbotlaymiz. α tekislikda A nuqtadan o'tmaydigan hamda b, c va x to'g'ri chiziq'larni kesib o'tuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Kesishish nuqtalari

B, C va X bo'lsin a to'g'ri chiziqda A nuqtadan turli tomonda AA_1 va AA_2 teng kesmalar ajratamiz. A_1CA_2 uchburchak teng yonli, chunki AC kesma teoremaning shartiga ko'ra balandlik bo'ladi va yasashga ko'ra ($AA_1=AA_2$) mediana bo'ladi. Shunga o'xshash A_1BA_2 uchburchak ham teng yonli. Demak, uchburchaklar tengligining uchinchi alomatiga ko'ra A_1BC va A_2BC uchburchaklar teng. A_1BC va A_2BC uchburchaklarning tengligidan A_1BX va A_2BX uchburchaklarning tengligi va demak, uchburchaklar tengligining birinchi alomatiga ko'ra ABX va ABX uchburchaklarning tengligi kelib chiqadi. Bu uchburchaklarning A_1X va A_2X tomonlarining tengligidan AXA uchburchak teng yonli ekan degan xulosa chiqaramiz. Shuning uchun uning XA medianasi bir vaqtda balandlik ham bo'ladi. Bu esa x to'g'ri chiziq a ga perpendikulyar demakdir. Ta'rifga ko'ra a to'ri chiziq α tekislikka perpendikulyar. Teorema isbotlandi.

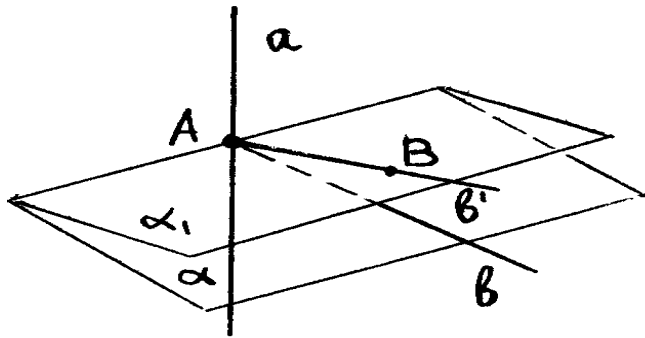
5-masala. Perpendikulyar to'g'ri chiziq va tekislikni yasash.

a) To'g'ri chiziqda berilgan nuqta orqali unga perpendikulyar tekislik yasang va uning yagonaligini isbotlang.



28-chizma

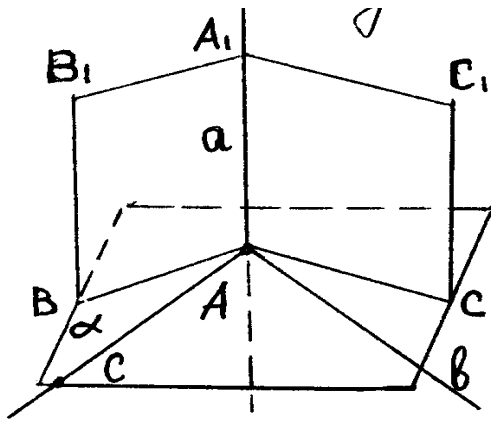
Yasash. a -berilgan to'g'ri chiziq va A -undagi nuqta bo'lsin. Bu to'ri chiziq orqali ikkita tekislik o'tkazamiz va ularda A nuqta orqali a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar va c to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqlar orqali o'tuvchi α tekislik a to'g'ri chiziqda perpendikulyar bo'ladi. Endi bu tekislikning yagonaligini isbotlaymiz. Faraz qilaylik, α tekislikdan tashqari A nuqtadan o'tuvchi va a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan boshqa α' tekislik mavjud bo'lsin. B nuqta va a to'g'ri chiziq orqali tekislik o'tkazamiz. Bu tekislik α' va α tekisliklarni a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan turli b va b' to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi. Lekin bunday bo'lishi mumkin emas, chunki tekislikda to'g'ri chiziqning berilgan nuqtasidan unga perpendikulyar faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi. Shunday qilib, A nuqtadan o'tib a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislik yagona ekan. Masala to'liq yechildi.



29-chizma

b) Tekislikda berilgan nuqta orqali uhga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazing va yagonaligini isbotlang.

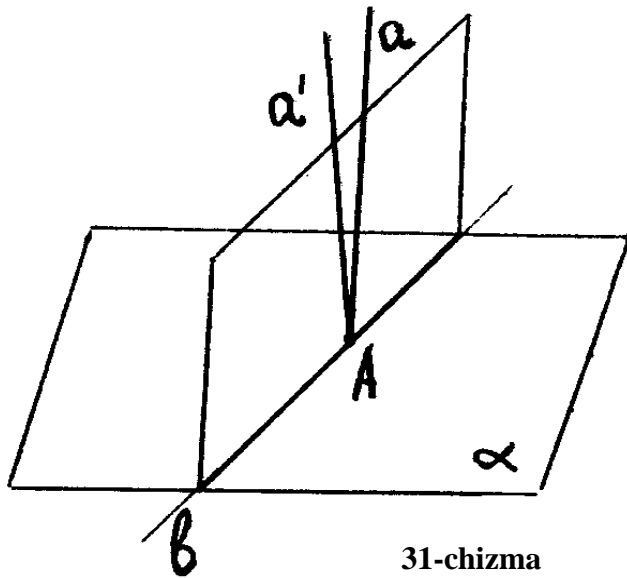
Yasash. α -berilgan tekislik va A undagi nuqta bo'lsin. α tekislik A nuqta orqali b va c to'g'i chiziqlarni o'tkazamiz. Ular b va c to'g'ri chiziqlarga perpendikulyar biror a to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Demak, a to'g'ri chiziq α tekislikka perpendikulyar bo'ladi. Bu to'g'ri chiziqning yagonaligini isbotlaymiz. Faraz qilaylik, a to'g'ri chiziqdan boshqa a' to'g'ri chiziq mavjud bo'lsin. a va a' to'g'ri chiziqlar orqali tekislik o'tkazamiz.



30-chizma

Bu tekislik α tekislikni a va a' to'g'ri chiziqlarga perpendikulyar biror b to'g'ri chiziq bo'yicha kesib o'tadi. Lekin bunday bo'lishi mumkin emas.

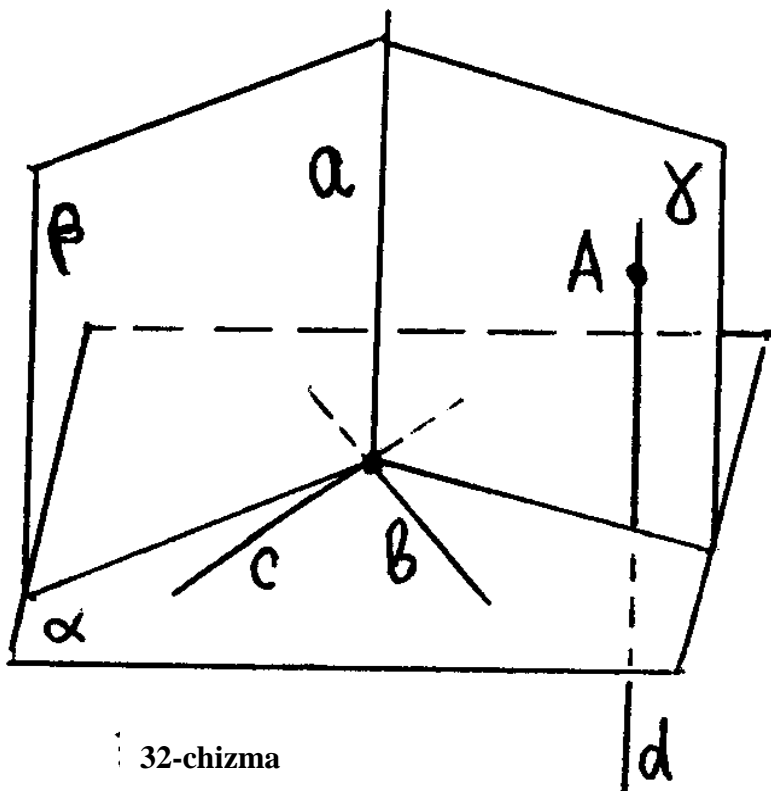
Shunday qilib, tekislikda berilgan nuqtadan o'tuvchi va bu tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziq yagona ekan.



31-chizma

c) Istalgan \hat{A} nuqta orqali α tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazish mumkinligini isbotlang va bu to'g'ri chiziqni yasang.

Yasash. α tekislikda kesishuvchi ikkita b va c to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Ularning kesishish nuqtasidan mos ravishda b va c to'g'ri chiziq'larga perpendikulyar bo'lgan β va γ tekisliklarni o'tkazamiz. Bu tekisliklar biror a to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. a to'g'ri chiziq b va c to'g'ri chiziq'larga perpendikulyar va demak, α tekislikka ham perpendikulyar. Endi A nuqta orqali a ga parallel to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. U α tekislikka perpendikulyar bo'ladi.

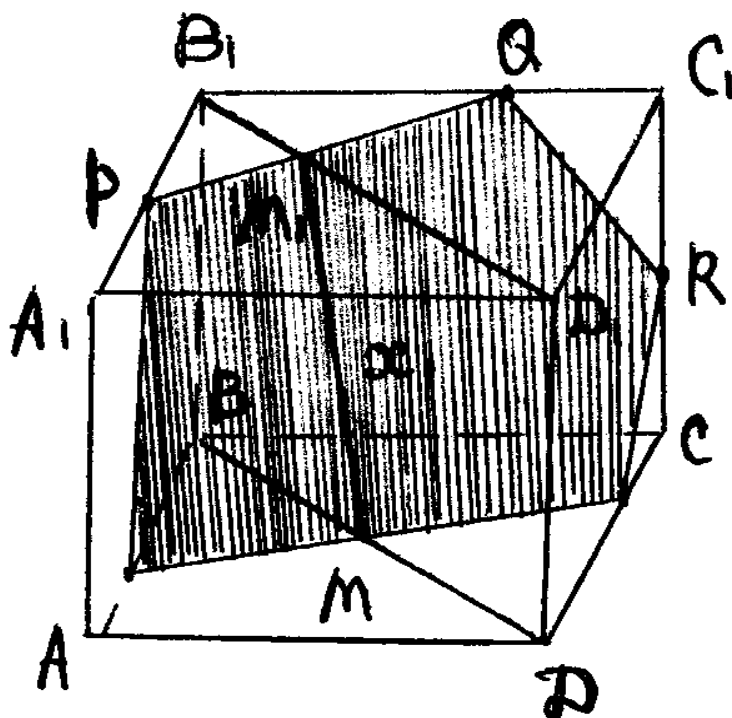


32-chizma

6-masala. $ABCD A_1B_1C_1D_1$ parallelepiped berilgan va P, Q, R nuqtalar berilgan. Bunda P nuqta A_1B_1 qarraning o'rtasi. Q nuqta B_1C_1 qirra ustida bo'lib, $B_1Q=3C_1Q$. R nuqta CC_1 qirraning o'rtasi. Parallelepipedning (PQR) tekislik bilan kesimini yasang va u tekislikning quyidagi chiziqlar bilan kesishgan nuqtasini yasang.

a) BD_1 chiziq bilan

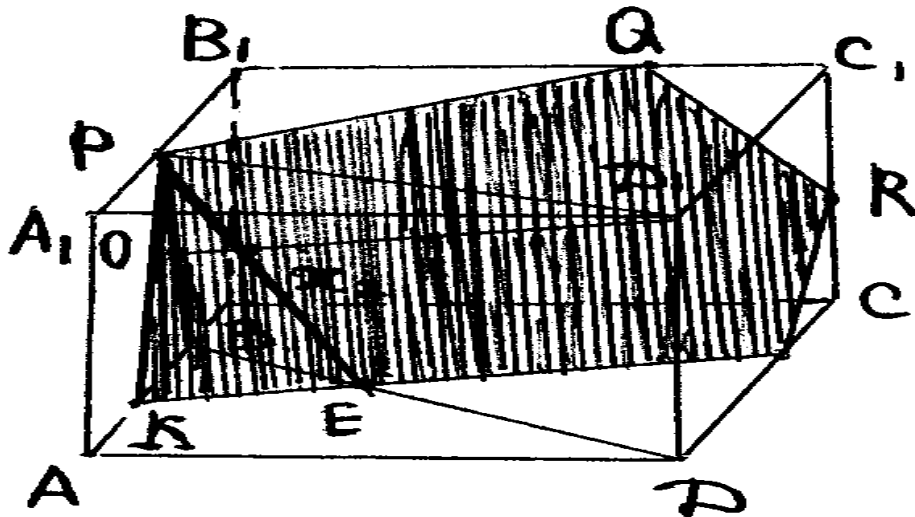
Yasash. Parallelepipedning (PQR) tekislik bilan kesimini yasaymiz. BD_1 chiziq ustidan o'tuvchi (DD_1BB_1) tekislikni yasaymiz. $(PQR) \cap (DD_1BB_1) = MM_1$ $MM_1 \cap BD_1 = x$ izlangan nuqta bo'lali.



33-chizma

b) D_1O_1 chiziq bilan. Bunda O_1 ABB_1A_1 yoqning o'g'irlik markazi.

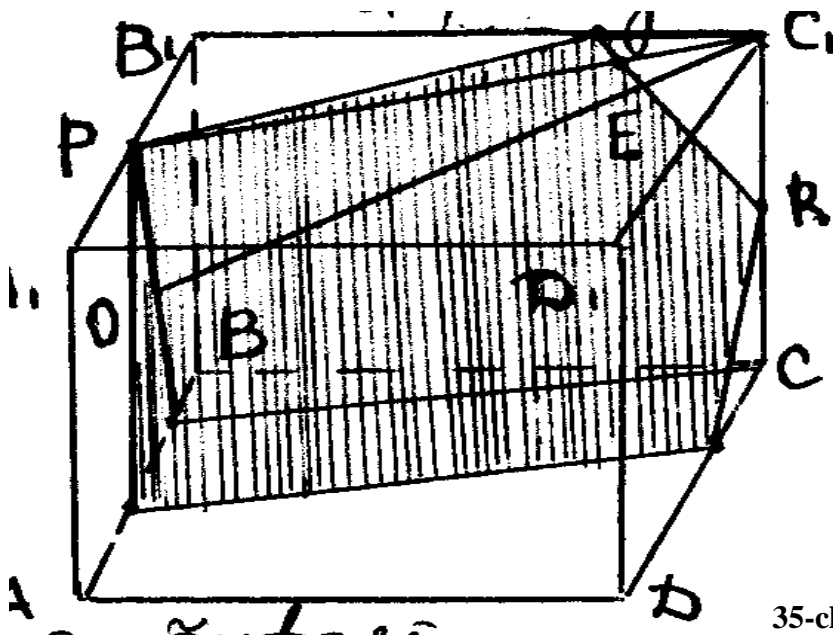
Yasash. Parallelepiped va (PQR) tekislikning kesishgan tekisligini yasaymiz. (ABB_1A_1) yoqning og'irlik markazi (diagonallarning kesishgan nuqtasi) ni topamiz. U O_1 nuqtadir. D_1O_1 to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. D_1O_1 chiziq ustidan o'tuvchi (DD_1PK) tekisligini o'tkazamiz. $(DD_1PK) \cap (PQR) = PE$, $PE \cap D_1O_1 = X_2$ izlahgan nuqtadir.



34-chizma

c) C_1O_1 chiziq bilan, O_1 nuqta ABB_1A_1 yoqning og'irlik markazi.

Yasash. Parallelepiped va (PQR) tekislikning kesimini yasaymiz. (ABB_1A_1) yoqning og'irlik markazi va C_1 nuqtani aniqlaymiz. C_1O_1 to'g'ri chiziq o'tkazamiz. C_1O_1 to'g'ri chiziq ustidan (CC_1PK) tekislikni o'tkazamiz.



35-chizma

$$(CC_1PK) \cap (PQR) = PE \quad PE \cap C_1O_1 = C_1. \text{ Ammo } C_1 \notin (PQR)$$

Demak, $C_1O_1 \cap (PQR) = \emptyset$

d) D_1E chiziq bilan. E nuqta BC ning o'rtasi.

Yasash. Parallelepiped va (PQR) tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan kesimni yasaymiz. D_1E to'g'ri chiziqni o'tkazib, uni ustidan o'tuvchi (DD_1QE) tekislikni o'tkazamiz. (DD_1QE) tekislikni

o'tkazamiz. $(DD_1QE) \cap (PQR) = QK$, $QK \cap D_1E = X_4$ izlangan nuqta bo'ladi.

e) AC chiziq bilan.

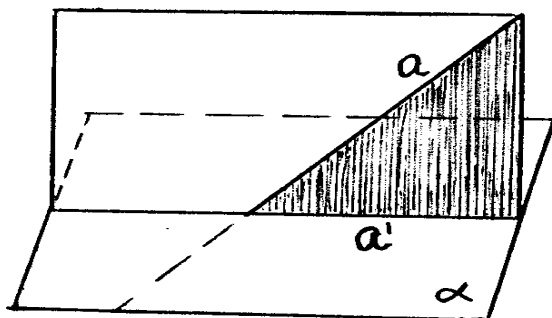
Yasash. Parallelepiped va (PQR) tekislik kesimini yasaymiz. A_1C to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. A_1C to'g'ri chiziq ustidan (A_1QCK) tekislikni o'tkazamiz.

$$(A_1QCK) \cap (PQR) = QK$$

$QK \cap A_1C = X_5$ izlangan nuqta bo'ladi.

4 § .To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak. Ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak

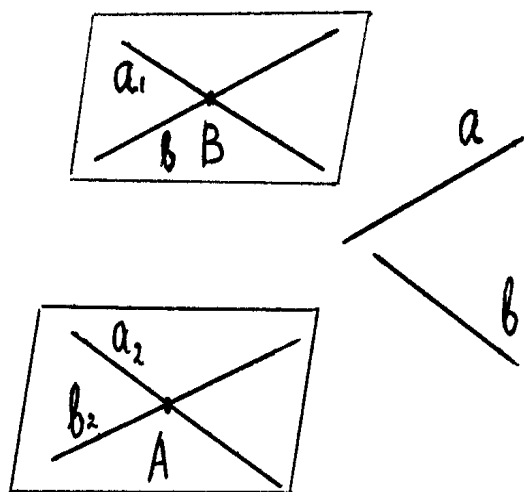
To'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi tushunchasiga ta'rif beramiz. α tekislik va a uni kesib o'tuvchi, lekin unga perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq bo'lsin. a to'g'ri chiziqning nuqtalaridan ikki tekislikka tushirilgan perpendikulyarlarning asoslari a to'g'ri chiziqda yotadi. Bu to'g'ri chiziq a to'g'ri chiziqning α tekislikdagi proeksiyasi bo'ladi. To'g'ri chiziq bilan uning tekislikdagi proeksiyasi orasidagi burchak to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchak deyiladi. Agar to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'lsa, ular orasidagi burchak 90° ga teng deb hisoblanadi. Agar ular parallel bo'lsa u holda 0° bo'ladi. a to'g'ri chiziq va uning tekislikdagi a proeksiyasi hamda α tekislikning a to'g'ri chiziq bilan kesishgan nuqtasidan tekislikka o'tkazilgan perpendikulyar bitta tekislikda yotgani uchun to'g'ri chiziq bilan tekislikka o'tkazilgan perpendikulyar orasidagi burchakni 90° ga to'ldiradi.



38-chizma

m

Parallel to'g'ri chiziqlarni kesib o'tuvchi to'g'ri chiziq ularni teng burchaklar o'rtasida kesib o'tadi. Mos holda parallel to'g'ri chiziqlarni kesib o'tuvchi tekislik ularni teng burchaklar ostida kesib o'tadi. Kesishmaydigan va bir tekislikda yotmaydigan to'g'ri chiziqlar ayqash to'g'ri chiziqlar deyiladi. Kesishadigan ikkita to'g'ri chiziq qo'shni va vertikal burchaklar hosil qiladi. Vertikal burchaklar teng, qo'shni burchaklar esa bir-birini 180° gacha to'ldiradi. Ulardan kichigining burchak o'lchovi to'g'ri chiziqlar orasidagi ta'rifiga ko'ra 90° ga teng. Parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni nol gradus deb hisoblaymiz. Ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak berilgan ayqash to'g'ri chiziq'larga parallel kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakka aytiladi. Bu burchak kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning tanlab olinishiga bog'liq emas.

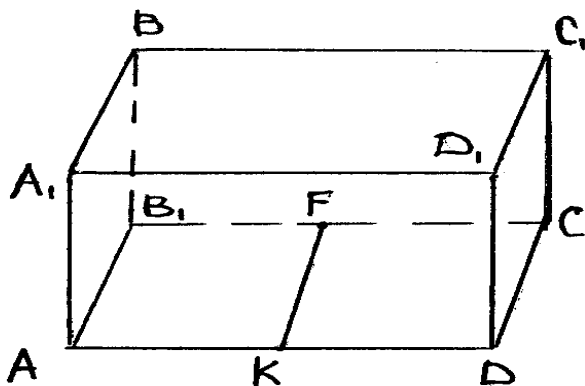


39-chizma

Shu fikrni isbotlaymiz: a_1 va b_1 -berilgan a_1 va b_1 ayqash to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lib, A nuqtada kesishuvchi to'g'ri chiziqlar bo'lsin. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel ikki to'g'ri chiziq parallel bo'lgani uchun a_1 va a_2 to'g'ri chiziqlar (yoki ustma-ust tushadi), b_1 va b_2 to'g'ri chiziqlar ham parallel (yoki ustma-ust tushadi) A nuqtani B nuqtaga parallel ko'chirishni o'tkazamiz. Parallel ko'chirishda har bir to'g'ri chiziq yo o'ziga yoki parallel to'g'ri chiziqqa o'tgani uchun ko'rsatilgan parallel ko'chirish a_1 to'g'ri chiziqni a_2 to'g'ri chiziqqa, b_1 to'g'ri chiziqni b_2 to'g'ri chiziqqa o'tkazadi. Parallel ko'chirish burchak kattaligini saqlagani uchun a_1 va b_1 to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak a_2 va b_2 to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakka teng. Shuni isbotlash talab etilgan edi. Ba'zan orasidagi burchagi 90° ga teng bo'lgan ayqash to'g'ri chiziqlar ham perpendikulyar to'g'ri chiziqlar deyiladi.

7-masala. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kub berilgan. K nuqta AD qirraning o'rtasi. K nuqtadan o'tuvchi shunday x to'g'ri chiziqni yasangki, u quyidagi to'g'ri chiziq'larga parallel bo'lsin.

a) $A_1 B_1$ to'g'ri chiziqqa. $A_1 B_1 // AB$ bo'lgani uchun K nuqtadan AB ga parallel KF ni yasaymiz. Bu izlangan to'g'ri chiziq bo'ladi, bu yerda $KF = a$

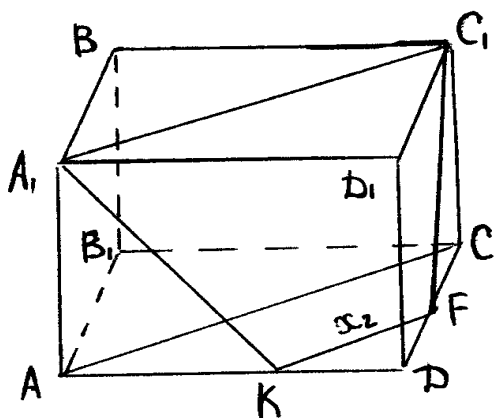


40-chizma

b) AC to'g'ri chiziqqa.

Yasash. K nuqta va $A_1 C_1$ to'g'ri Chiziq orqali o'tuvchi ($A_1 C_1 F K$) tekislikni yasaymiz. KF to'g'ri chiziq ADC uchburchakning o'rta chizig'i, chunki, $A_1 C_1 // KF$. K nuqta AD ning o'rtasi. Demak, F nuqta CD ning o'rtasi. To'g'riburchakli uchburchak ADC dan pifagor teoremasiga ko'ra

$$AC = a\sqrt{2}, \quad KF = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



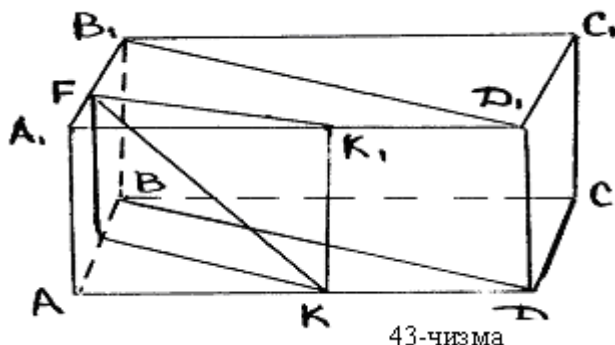
41-chizma

c) AL to'g'ri chiziqqa. Bunda α BB_1 qirra o'rtasi.

Yasash. AL va K nuqtadan o'tib, kubni kesib o'tuvchi ($ALED$) tekislikni o'tkazamiz. $AL // KF$ to'g'ri chiziqni yasaymiz. $MK = a$,

$BL=MF=\frac{a}{2}$ bo'lib, to'g'ri burchakli uchburchakdan, ya'ni KMF dan

Pifagor teoremasiga asosan $KF=\sqrt{KM^2+MF^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\sqrt{\frac{5a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$;



43-чизма

d) B_1D to'ri chiziqqa.

Yasash. B_1D to'ri chiziq orqali (B_1D_1DB) tekislikni o'tkazamiz. Knuqta orqali $(K_1KFE) \parallel (BB_1DD_1)$ tekislik yasaymiz. $EK \parallel BD, EF \parallel BB_1$ bo'lgani uchun $KF \parallel B_1D$, $EK = \frac{1}{2}BD$, chunki, to'g'ri burchakli uchburchak ABD da

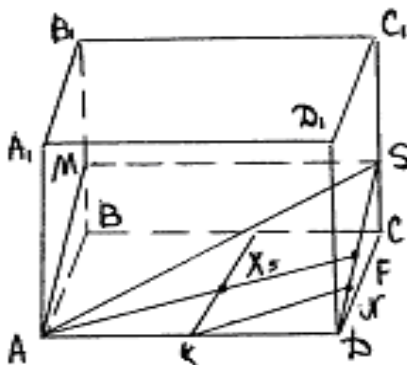
KF -o'rta chiziq. Pifagor teoremasiga asosan $KF = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$AK=AE=\frac{a}{2}$, $EF=a$. To'g'ri burchakli uchburchak FEK dan

$$FK = \sqrt{EK^2 + EF^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2};$$

e) AS da, bunda S CC_1 qirraning o'rtasi.

Yasash: AS va K nuqta orqali $(AMSD)$ tekislikni o'tkazamiz. AS to'ri chiziq AS ni $(ABCD)$ tekislikdagi proeksiyasi KF to'g'ri



44-чизма

chiziq ADS uchburchakning o'rta chizig'i, chunki $AK=KD$. $AS \parallel KF$ izlangan to'g'ri chiziq KF dir. To'g'ri burchakli uchburchak DCS dan

$$DS = \sqrt{DC^2 + CS^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{5}}{2};$$

Uchburchak ADS dan

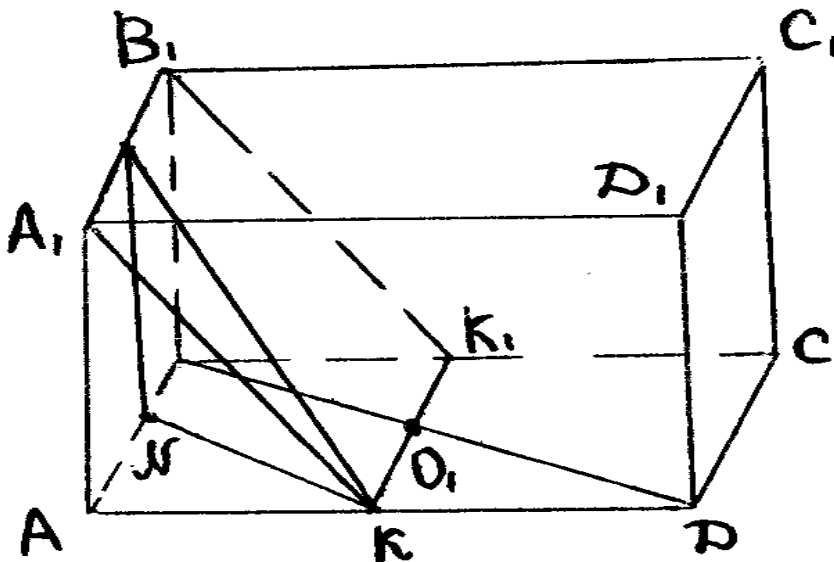
$$AS = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{5a^2}{4}} = \frac{3a}{2} = 1,5a;$$

$$KF = \frac{1}{2}AS = \frac{1,5a}{2} = 0,75a;$$

k) OB_1 to'g'ri chiziqqa, bunda O nuqta $ABCD$ yoqning og'irlik markazi.

Yasash: B_1O to'g'ri chiziq va K nuqta orqali (KK_1BB_1) tekislik o'tkazamiz. K nuqtadan $KF // B_1O$ ni yasaymiz. Bu izlangan X to'g'ri chiziq bo'ladi. $FW = BB_1 = a$, $NK = BO_1$, chunki, $O_1K // BW$ va $O_1K = BW$ bo'lgani uchun BO_1KM -parallogramm. BO_1 va WK shu parallelogramning qarama-qarshi tomonlari bo'lgani uchun $WK = BO_1$, Demak, to'g'ri burchakli uchburchak. FWK va B_1BO da $KF = B_1O$,

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



45-chizma

1) RQ ga bunda R nuqta AA_1 qirrada Q nuqtada BB_1 qirrada yotadi. $A_1R = 2AR$, $BQ = 2B_1Q$.

Yasash: PQ va K nuqtadan o'tib kubni kesib o'tuvchi ($RQWMK$) tekislikni yasaymiz. K nuqtadan $KF = RQ$ ni yasaymiz.

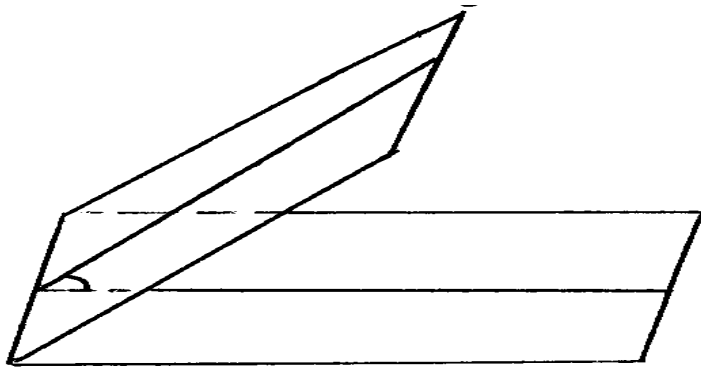
$RL = AB = a$. $QL = \frac{1}{3} BB_1 = \frac{a}{3}$; To'ri burchakli uchburchak RQL dan

$$RQ = \sqrt{RL^2 + LQ} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{9}} = \sqrt{\frac{10a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{10}}{3}$$

$$RQ = KF = \frac{a\sqrt{10}}{3};$$

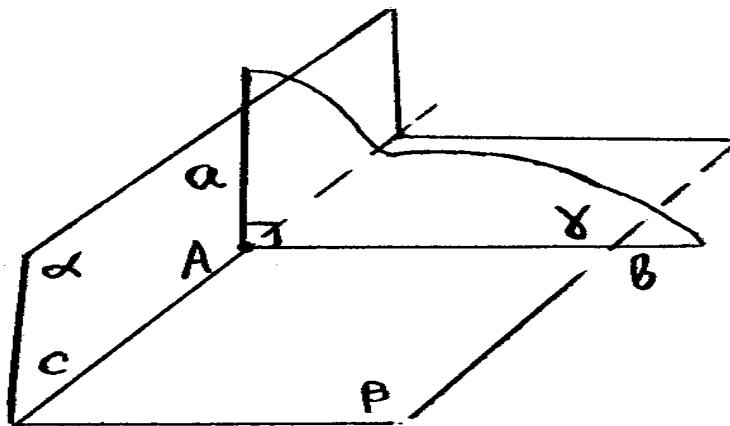
5 § . Ikki yoqli burchak. Perpendikulyar tekisliklar.

Ikkita yarim tekislikdan va ularni chegaralab turuvchi umumiy to'g'ri chiziqdan tashkil topgan figura ikki yoqli burchak deyiladi. Yarim tekisliklar ikki yoqli burchakning yoqlari, ularni chegarolovchi to'g'ri chiziq esa ikki yoqli burchakning qirrasiga perpendikulyar tekislik uning yoqlarini ikkita yarim to'ri chiziqlar bo'yicha kesib o'tadi. Bu yarim to'g'ri chiziqlardan tashkil topgan burchak ikki yoqli burchakning chiziqli burchagi deyiladi. Ikki yoqli burchakning o'lchovi uchovi qabul qilinadi. Ikki yoqli burchakning hamma chiziqli burchaklari parallel ko'chirish natijasida ustma-ust tushadi, demak, ular teng. Shuning uchun ikki yoqli burchakning o'lchovi chiziqli burchakning tanlab olinishiga bog'liq emas. Ikkita tekislik kesishganda ikki yoqli burchak hosil bo'ladi.



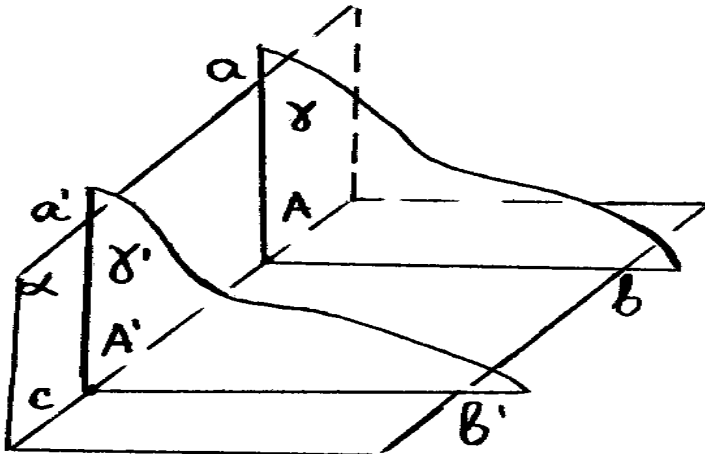
47-chizma

Kesishuvchi ikkita tekislikning kesishgan to'g'ri chizig'iga perpendikulyar bo'lgan uchinchi tekislik ularni perpendikulyar to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesib o'tadi, va bu ikki tekislik perpendikulyar tekislik deyiladi c to'g'ri chiziq bo'yicha ikkita α va β perpendikulyar tekisliklar berilgan. c to'g'ri chiziqqa perpendikulyar γ tekislik α va β tekisliklarni a va b perpendikulyar to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesib o'tadi.



48-chizma

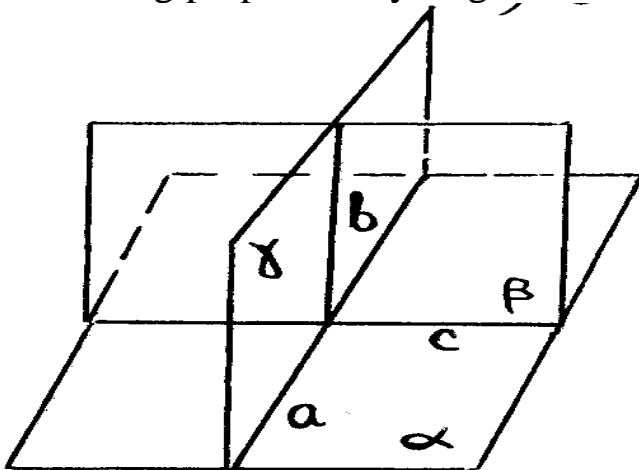
O'zaro perpendikulyar tekisliklarning kesishish chizig'iga perpendikulyar bo'lgan har qanday bu tekisliklarni perpendikulyar to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesib o'tadi. Xaqiqatdan, agar c to'g'ri chiziqqa perpendikulyar boshqa γ' tekislik olinsa, bu tekislik α tekislikni c to'g'ri chiziqqa perpendikulyar, demak, a to'g'ri chiziqqa parallel a' to'g'ri chiziq bo'yicha, β tekislikni esa c to'g'ri chiziqqa parallel b' to'g'ri chiziq bo'yicha kesib o'tadi. a va b to'g'ri chiziqlarning perpendikulyarligidan a' va b' to'g'ri chiziqlar perpendikulyar degan xulosa kelib chiqadi.



49-chizma

8-teorema. Agar tekislik boshqa bir tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziq orqali o'tsa, bu tekisliklar perpendikulyardir.

Isboti. α -yekslik, b -unga perpendikulyar to'g'ri chiziq va β esa b to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi tekislik, c to'g'ri chiziq α va β tekisliklarning perpendikulyarligini isbotlaymiz.



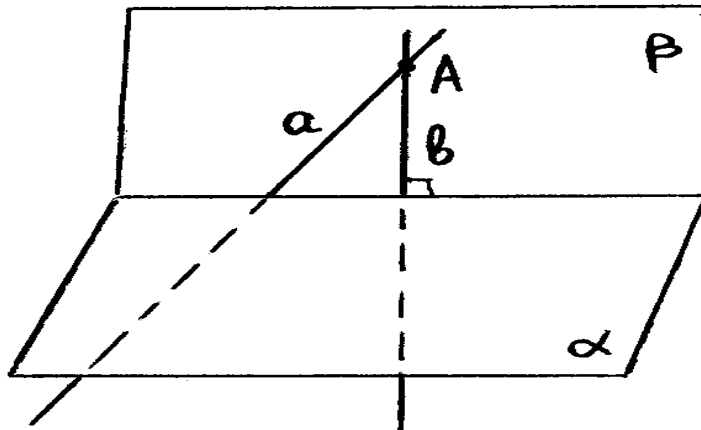
50-chizma

α tekislikda b to'g'ri chiziqning α tekislik bilan kesishishgan nuqtasi orqali c to'g'ri chiziqqa perpendikulyar a to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. a va b to'g'ri chiziqlar orqali γ tekislikni o'tkazamiz. U c to'g'ri chiziqqa

perpendikulyar, a va b to'g'ri chiziqlar perpendikulyar bo'lgani uchun α va β tekisliklar ham perpendikulyar bo'ladi. Teorema isbotlandi.

8-masala. a to'g'ri chiziq va α tekislik berilgan. a to'g'ri chiziq orqali α tekislikka perpendikulyar tekislikni o'tkazing.

Yasash. a to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasidan α tekislikka perpendikulyar qilib b to'g'ri chiziqni o'tkazing. a va b to'g'ri chiziqlar orqali β tekislikni o'tkazamiz. 8-teoremaga asosan β tekislik α tekislikka perpendikulyar.

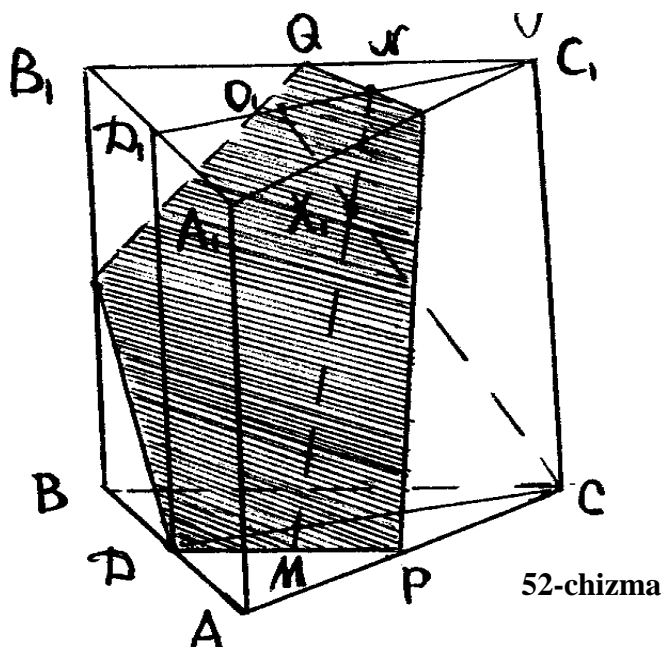


51-chizma

9-masala. $ABCA_1B_1C_1$ –uchburchakli prizma berilgan PQ va R nuqtalar prizma qirralari ustida bo'lib, P nuqta AC qirra o'rtasi, R - BB_1 ning o'rtasi, Q - B_1C_1 ning o'rtasi. Prizmaning PQR tekislik bilan kesimini va bu tekislik bilan quyidagi chiziqlarning kesishgan nuqtasi bo'lgan X nuqtani yasang.

a) CO_1 chiziq bilan. O_1 nuqta $A_1B_1C_1$ tekislikning og'irlik markazi.

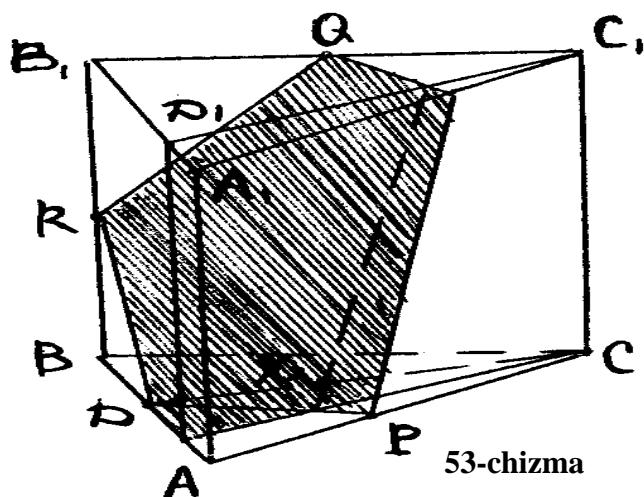
Yasash. PQR tekislik bilan prizma kesimini yasaymiz. CO_1 chiziq orqali o'tuvchi tekislikni yasaymiz. (CC_1DD_1) tekislik (PQR) tekislik bilan MW to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. MW va CO_1 to'g'ri chiziqlarni (CC_1DD_1) tekislikda yotgan to'g'ri chiziqlar bo'lgani uchun X nuqtada kesishadi.



b) CD chiziq bilan. Bunda D nuqta AB_1 ga va $BD=3AD$ bo'lgan diagonalning ustidagi nuqtasi.

Yasash. (PQR) tekislik bilan prizmaning kesishgan tekisligini yasaymiz.

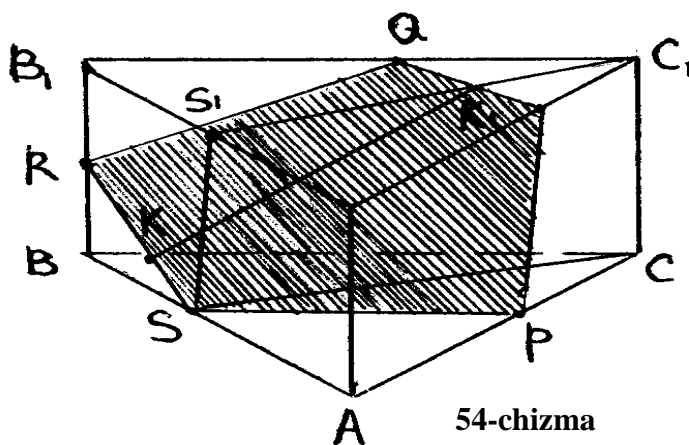
CD to'g'ri chiziq bilan (PQR) tekislikni kesishgan nuqtasini topish uchun CD orqali o'tuvchi (CC_1MD_1) tekislikni o'tkazamiz. X_2Y to'g'ri chiziq ikki tekislikni kesishgan chizig'i bilan CD to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi X_2 izlangan nuqta.



c) C_1S chiziq bilan, S nuqta AB da va $AS=3BS$ bo'lgan tomon ustidagi nuqta.

Yasash. (PQR) tekislik bilan prizmaning kesishgan tekisligini yasaymiz. $AS=3BS$ shartni qanoatlantiruvchi S nuqtani AB to'g'ri chiziq ustida olib SC_1 to'g'ri chiziqni yasaymiz. C_1S to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi (CC_1SS_1) tekislikni yasaymiz

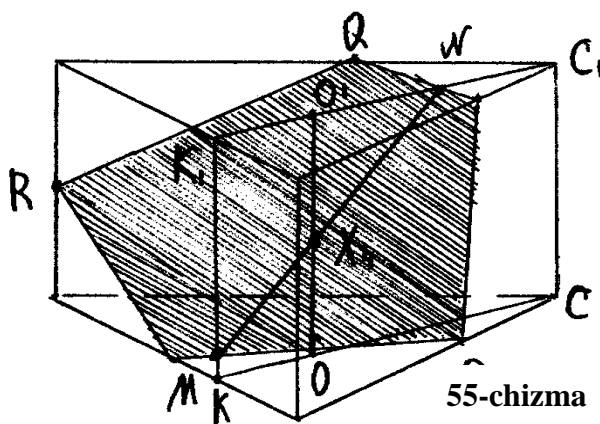
$(C_1CSS_1) \cap (PQR) = KK_1$, $KK_1 // SS_1$ bo'ladi. Demak, $(PQR) \cap SC_1 = \emptyset$



54-chizma

d) OO_1 to'g'ri chiziq bilan. O va O_1 nuqtalar ABC va $A_1B_1C_1$ yoqlarning og'irlik markazi.

Yasash. ABC yoqning og'irlik markazi (medianalarni kesishgan nuqtasi) O nuqtani va $(A_1B_1C_1C)$ ning og'irlik markazini topamiz. OO_1 to'g'ri chiziq ustidan (CC_1OO_1) tekislik o'tkazamiz. $(CC_1OO_1) \cap (PQR) = MW$ hosil bo'ladi. $MW \cap OO_1 = X_4$ kelib chiqadi.



55-chizma

d) CO_2 chiziq bilan. O_2 - nuqta (ABB_1A_1) yoqning og'irlik markazi.

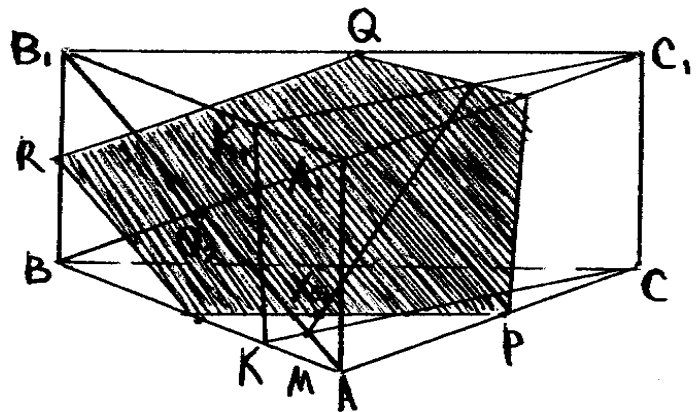
Yasash. (PQR) tekislikni yasaymiz.

(ABA_1B_1) yoqning og'irlik markazini topamiz. CO_2 to'g'ri chiziqni yasaymiz. CO_2 to'g'ri chiziq orqali (CC_1KK_1) tekislikni o'tkazamiz. $(C_1K_1KC) \cap (PQR) = MW$, $MW \cap CO_2 = X_5$. X_5 – izlangan nuqta bo'ladi.

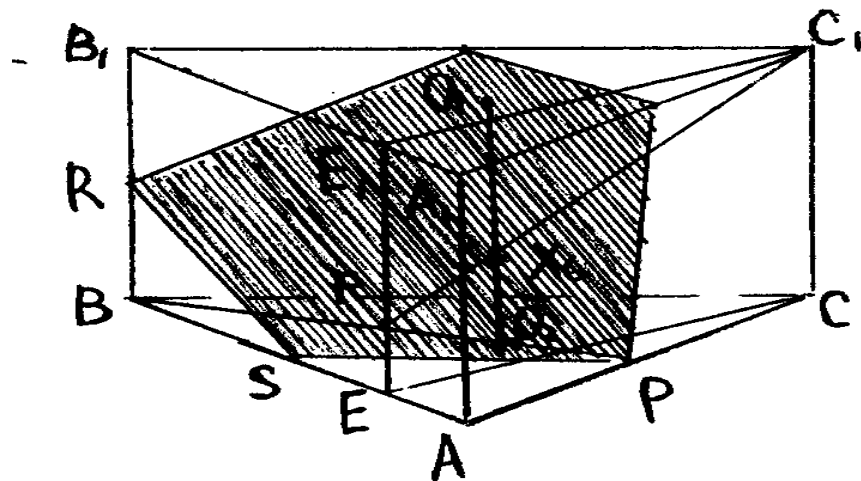
e) C_1F chiziq bilan, bunda F nuqta AB_1 va $B_1F = 2AF$ tomonning kesishgan nuqtasi.

Yasash. Prizmaning (PQR) tekislik bilan kesimini yasaymiz, so'ngra

CO_1 va (PQR) tekislik kesishgan nuqtasi K_1 va CF chiziq orqali (C_1E_1EC) tekislikni o'tkazamiz. EE_1 va C_1F chiziqning kesishgan nuqtasi izlangan X_5 nuqta bo'ladi.



56-chizma



57-chizma

Adabiyotlar

1. O'zbekiston Respublikasi Davlat ta'lim standarti. 5140100-Matematika va informatika yo'nalishi. TDPU. Toshkent 2003
2. I. Israilov, Z. Pashaev "Geometriyadan masalalar to'plami." "Yqituvchi" T. 2001
3. "Talim taraqqiyoti", "Sharq" nashriyoti. 4- maxsus son. T. 1998.
4. A.V. Pogorelov. "Geometriya". 7-11 sinf darsligai. T. 1992.
5. A.V. Pogorelov. "Geometriya". "Наука" M. 1983.
6. A.A. Chekmayarov. "Начертательная геометрия". "Наука" 1984.
7. N. Dadajanov. R. Yunusmetov, T. Abdullayev "Geometriya". "Yqituvchi" T. 1988.
8. J. Teshayev "Yasashga doir masalalarni yechish jarayonida oquvchilarning aqliy tasavvurlarini Shakillantirish" Buxoro. 1991.

Mundarija

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Kirish. | 3 |
| 1 §. Geometrik figuralarning tekislikda tasvirlanishiga oid teorema va aksiyomalar hamda ularning tatbiqlari. ... | 4 |
| 2 §. To'g'ri chiziqlar va tekislikdagi paralelligi | 15 |
| 3 §. To'g'ri chiziqning tekislikka perpendikulyarligi | 22 |
| 4 §. Ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak. To'g'ri chiziq va Tekislik orasidagi burchak | 29 |
| 5 §. Ikki yog'li burchaklar. Perpendikulyar tekisliklar | 34 |
| Adabiyotlar | 41 |

НДПИ к.б. №400 – Т. 100 – 2005

Босишга рухсат этилди.2.06. 2005

Шартли босма табоғи 3 Адади 100 нусха.

Муаллифлар хисобидан чоп этилди.