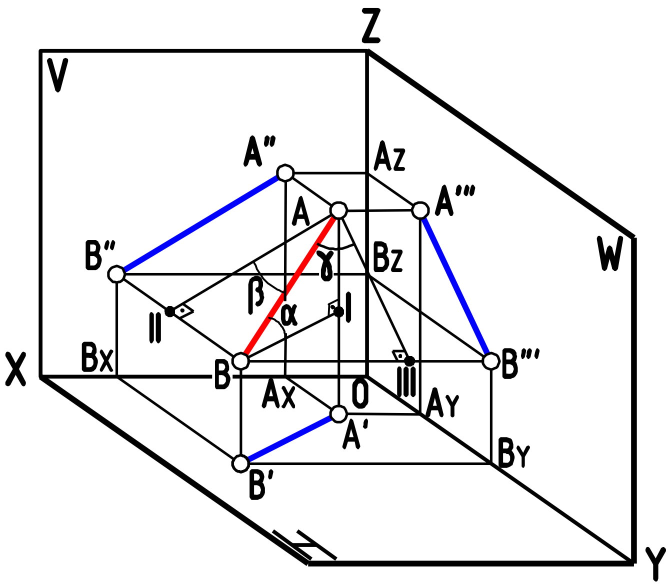
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ТАШКЕНТСКИЙ ИНСТИТУТ ТЕКСТИЛЬНОЙ И ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Ф.А.Абдурахимова

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ



ТАШКЕНТ-2015

АННОТАЦИЯ

Конспект лекции по начертательной геометрии. Ф.А.Абдурахимова /Ташк. Институт текстильной и легкой промышленности,. Ташкент, 2015.149 с.

Настоящие лекции по начертательной геометрии составлены на основании типовой программы высшего профессионального образования и предназначены для образовательных направлений высшего образования: инженерия и инженерное дело, легкая промышленность.

При составлении курса лекций автор основывался на свой многолетний опыт по методике чтения лекций и на опыт профессорско - преподавательского состава кафедры.

Курс лекций предназначен для студентов всех факультетов: легкой промышленности, механико-технологического факультета, управление, автоматизация и менежмента, и для педагогических специальностей. Курс состоит из 18 лекций.

Текст лекций составлен доступно для студентов и в короткие сроки позволяет темы курса. Он предназначен также для пространственного мышления при решении практических задач начертательной геометрии.

Кафедра «Начертательной геометрия и компьютерная графика»

Введение

Учебная дисциплина «Начертательная геометрия» входит в число общеобразовательных и общи профессиональных дисциплин, определенное Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования. Она является фундаментальной дисциплиной в подготовке бакалавра широкого профиля

Основная цель изучения «Начертательной геометрии» является развитие пространственного представления и конструктивно-геометрического мышления, развитие способности к анализу и синтезу и обобщению к способам проектирования различных геометрических, а также технических объектов, изучение, составление чертежей.

Основная задача курса - твердое изучение способов изображения пространственных форм на плоскости и применение его теоретических основ для решения проектируемых различных технических, конструкторских задач путем геометрических построений.

В основе изучения «Начертательной геометрии» лежит изучение и проецирование геометрических образов трехмерного пространства на координатные плоскости проекции: X - абсцисса, У - ордината, Z - аппликата.

«Начертательная геометрия», как учебная дисциплина, впервые представлена в научных трудах французского ученого-инженера Гаспара Монжа, опубликованных в 1798 г.

Гаспар Монж разработал . метод проецирования геометрических объектов на взаимно перпендикулярные плоскости проекции. Следовательно, ортогональное проецирование в курсе «Начертательной геометрии» связано с именем Монжа.

Обозначения символов применяемые в курсе лекции

Обозначения:	Содержания.
O x y z	Натуральная система координат
[ox)	Ось абсцисса
[oy)	Ось ордината
[oz)	Ось аппликата
H,V, W	Плоскости проекций
H	Горизонтальная плоскость проекций
V	Фронтальная плоскость проекций
W	Профильная плоскость проекций
Qi, QII	Биссекторные плоскости
A, B, C	Точки пространства
I,II,III	
A',B',C'	Горизонтальные проекции точек
1,2,3	
a", b",c"	Фронтальные проекции точек
1", 2", 3"	
a", b", c"	Профильные проекции точек
1"', 2"', 3"'	
A(x,y, z)	Координаты точки A
J	Ось вращения
I	Горизонтальная проекция оси вращения
I"	Фронтальная проекция оси вращения
I"'	Профильная проекция оси вращения
(AB)	Прямая линия
(a b)	Горизонтальная проекция прямой AB
(a"b")	Фронтальная проекция прямой AB
(a"' b"')	Профильная проекция прямой AB
|AB|	Расстояние между точками A и B (длина отрезка AB)
[AB)	Луч с началом в точке A
[AB]	Отрезок прямой линии
M_H, N_V	Следы прямой линии
M_H	Горизонтальный след прямой линии
$(AB)_O$ H= M_H	Горизонтальная проекция горизонтального следа
m_H = M_H	прямой AB; причем m_H совпадает M_H
m_H"	Фронтальная проекция горизонтального следа прямой линии
m_H"'	Профильная проекция горизонтального следа прямой линии
N_v	Фронтальный след прямой линии
N_v = $(AB)_O$V	
n_V	Горизонтальная проекция фронтального следа прямой линии
nv"	Фронтальная проекция фронтального следа прямой линии
nv"'	Профильная проекция фронтального следа прямой линии

P, Q, R, T Плоскости в пространстве $P_V.P_H.P_W$ Горизонтальный, фронтальный и профильный следы плоскости P

Символы	Содержание
=	Результат, равенство.
≡	Совпадение.
Конгруэнтность.	
~	Подобие.
‖	Параллельность.
⊥	Перпендикулярность.
—	Скрещивающиеся прямые,
∈∈	Принадлежит,
⊂ или ⊃	Содержит, включает в себя, проходит через,
∩	Пересекает (пересечение множества).
∪	Объединяет (объединение множества).
∪	Касание.
/ Отрицание высказывания.	
∅	Пустое множество.
$\varnothing_к$	Коническая поверхность.
$\varnothing_ц$	Цилиндрическая поверхность,
∧	Союз «и» (« и при этом ») - конъюнкция предложения.
∨	Союз «или» («либо») - дизъюнкция предложения
⇒	«Если» то, «следовательно» - имнпликаця.
⇔	«Если..., то...,»• о обе стороны, эквивалентность.
→	Отображается (преобразуется)
(•)	Точки.
X	Вращение
Δ	Треугольник

Введение

Учебная дисциплина «Начертательная геометрия» входит в число общеобразовательных и общи профессиональных дисциплин, определенное Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования. Она является фундаментальной дисциплиной в подготовке бакалавра широкого профиля

Основная цель изучения «Начертательной геометрии» является развитие пространственного представления и конструктивно-геометрического мышления, развитие способности к анализу и синтезу и обобщению к способам проектирования различных геометрических, а также технических объектов, изучение, составление чертежей.

Основная задача курса - твердое изучение способов изображения пространственных форм на плоскости и применение его теоретических основ для решения проектируемых различных технических, конструкторских задач путем геометрических построений.

В основе изучения «Начертательной геометрии» лежит изучение и проецирование геометрических образов трехмерного пространства на координатные плоскости проекции: X - абсцисса, У - ордината, Z - аппликата.

«Начертательная геометрия», как учебная дисциплина, впервые представлена в научных трудах французского ученого-инженера Гаспара Монжа, опубликованных в 1798 г.

Гаспар Монж разработал . метод проецирования геометрических объектов на взаимно перпендикулярные плоскости проекции. Следовательно, ортогональное проецирование в курсе «Начертательной геометрии» связано с именем Монжа.

1-ТЕМА

Предмет начертательной геометрии, ее задачи и роль в подготовке бакалавров. Методы проецирования. Метод Монжа.

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1.Предмет начертательной геометрии.

2.Методы проецирования.

3.Центральное проецирование.

4. Параллельное проецирование.

ПРЕДМЕТ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ, ЕЕ ЗАДАЧИ

Начертательная геометрия является специальным разделом математик» в котором рассматриваются следующие основные задачи:

1. Способы проецирования пространственных форм геометрических тел. (точек, прямых плоскостей, поверхностей) на плоскость.

2. Изучение и анализ геометрических свойств форм пространственных тел по их эпюрам (плоским чертежам).

3. Решение пространственных геометрических задач графическими способами

МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Проецирование - это мысленный процесс получения изображена предметов на плоскости при помощи пучка воображаемых проектирующие лучей.

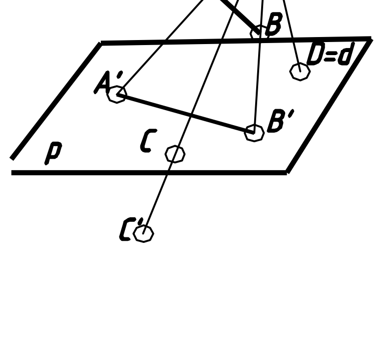
В зависимости от направления проецирующих лучен различают два метода проецирования

1. Центральное проецирование

Если проецирующие лучи исходят из одной точки, то что проецирование называется центральным.

Сущность этого метода заключается в том, что задается цент проецирования S неподвижным и все проецирующие лучи исходят из это неподвижной точки.

Например, в пространстве даны точки АЗ,С (рис. 1), необходим получить их проекции на плоскости Р. Для этого из этих точек проводи проецирующие лучи, проходящие из центра проецирования Проецирующие лучи, пересекаясь с плоскостью проекции Р, образуют точка а, b, с. Эти точки а, b,с являются Проекциями пространственных точек А,В,С на плоскости проекции Р.



P - плоскость проекций

S - центр проецирования.

A, B. C - точки в трехмерном пространстве.

[SA), [SB), [SC) - лучи проецирования.

[SA)$\cap$ P=A - центральная проекция пространственной точки A на плоскости P.

[SB) $\cap$ P=B — центральная проекция пространственной точки B на плоскости P.

[SC) $\cap$ P=C - центральная проекция пространственной точки C на плоскости P

Если точка D принадлежит плоскости проецирования P, то проекция диной точки совпадает с положением самой точки D, т.е.

(•)D$\in$ P$\Rightarrow$d=D

Точки A,B,C, D собственные точки плоскости P.

Если в пространстве выбрать точку K таким образом, что проецирующий луч, проходящий через него, будет параллельным плоскости **1**роекции P, то в этом случае проекция точки K теоретически образуется в бесконечности.

$$[SK) \parallel P \Rightarrow [SK) \cap P=k$$

Отсюда точка K является несобственной точкой плоскости P.

В заключение Можно сказать, что метод центрального проецирования широко применяется в изобразительном искусстве (дизайне) и при проектировании архитектурно-строительных чертежей (перспективе)

2. Параллельное проецирование.

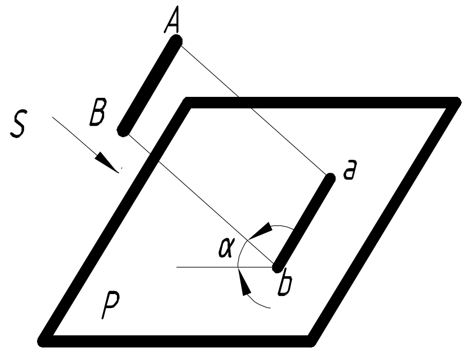
Если проецирующие лучи взаимно параллельны, то такое проецирование называется **параллельным проецированием.**

В этом методе предполагается, что центр проецирования находится бесконечности и, следовательно, задается направление проецирования S(рис.2).

S - направление проецирования (обычно задано)

[Aa) | | S

[Aa) $\cap$ P = a - параллельная проекция пространственной точки A на плоскости P



[Bb) | | S

[Bb ∩P=b - параллельная проекция пространственной точки В на плоскости Р.

α- угол наклона проецирующего луча к плоскости проекции Р.

$< \alpha = P \wedge (S)$

При $\alpha \neq 90°$параллельное: проецирование называется косоугольным проецированием.

При $\alpha = 90°$ проецирование называется прямоугольным (ортогональным) проецированием.

Метод прямоугольного проецирования создал в конце XVIII века французский ученый Гаспар Монж (1746-1818) и положил основу науки начертательная геометрия

Основные свойства параллельного проецировании.

1. Проекция точки на плоскости проекции есть точка.
2. Проекция прямей на плоскости проекции есть прямая.
3. Если точка принадлежит прямой, то есть проекция ив плоскости проекции также принадлежит прямой.
4. Проекции параллельных прямых па плоскость проекции также взаимно параллельны

2- ТЕМА.
Точка. Ортогональные проекции точки. Эпюр Монжа. Точки частного положения
Ортогональные проекции точки

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1.Точка.
2.Ортоганальные проекции точки.
3.Эпюр Монжа.
4. Точки частного положения.
5. Точки частного положения.

Перпендикулярное проецирование геометрических элементов, на взаимно перпендикулярные две плоскости проекции называется ортогональным проецированием (метод Гаспара Монжа). Слово ортогональное означает смысл прямоугольное. С точки зрения геометрии все геометрические образы можно разделить на геометрические части, т.е. всякое тело состоит из поверхности, поверхность из плоскости, плоскость из прямых, прямая из геометрической совокупности точек. Поэтому проецирование целесообразно начинать с проецирования точки на плоскость проекции

Одна проекция всякого геометрического элемента не может определить псе его размеры и положение в пространстве. Поэтому необходимо получение проекции на двух или трех плоскостях проекции.

Следовательно, рассмотрим ортогональное проецирование точки А, В на двух взаимно перпендикулярных плоскостях проекции (рис. 3).

Дано две взаимно перпендикулярные плоскости проекции $V \perp H$

Проецирование точки на две, три взаимно перпендикулярные плоскости проекций называется ортогональным проецированием

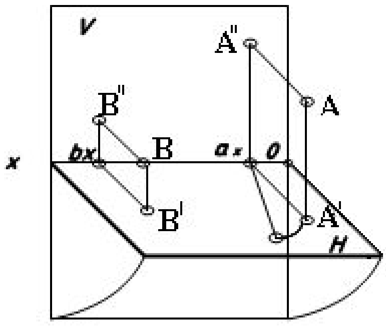


Рис. 3

V - фронтальная плоскость проекций.
H - горизонтальная плоскость проекций.
[OX)- ось проекции.
A - пространственная точка,
A'' - фронтальная проекция пространственной точки A.
A' - горизонтальная проекция пространственной точки A.
A_x - проекция пространственной точки A на оси проекции

Если из пространственной точки A провести плоскость Q перпендикулярно к фронтальной и горизонтальной плоскостям проекций, то в этом случае пространственное положение точки A можно проанализировать следующим образом:

$$Q \perp V \text{ и } Q \perp H.$$

Удаленность пространственной точки A относительно фронтальной плоскости проекции можно написать в следующем виде:

$$[Aa'] = [a\ a'_x] = |AV|.$$

Удаленность пространственное точки A относительно горизонтальной плоскости проекции можно написать в следующем виде:

$$[Aa''] = [a''\ a_x] = |AH|.$$

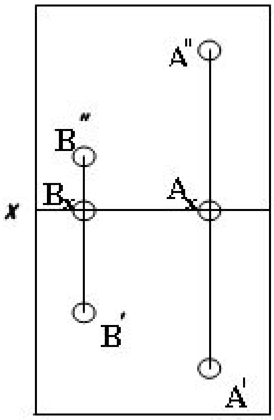
Для перехода из пространственного чертежа на эпюр горизонтальную I плоскость проекции H вращаем вокруг оси проекции [OX) по направлению часовой стрелки на 90^0. В результате горизонтальная плоскость проекции H и фронтальная плоскость проекции V будут совмещены на одну плоскость.

Такой чертёж называют эпюром Монжи (плоским чертежом).

Эпюра точки A представлена рис.4

[A A'] - линия связи,

[A A’] $\perp$ [ox)



Проекции точек на четвертях.

Взаимно перпендикулярные фронтальная плоскость проекции и горизонтальная плоскость проекции - V⊥H - пространство делят на четыре части, 1/4 часть называют четвертью.

Рассмотрим пространственное положение точек A,B,C,D, принадлежащие четвертям (рис.5) и проанализируем их эпюры (рис.6).

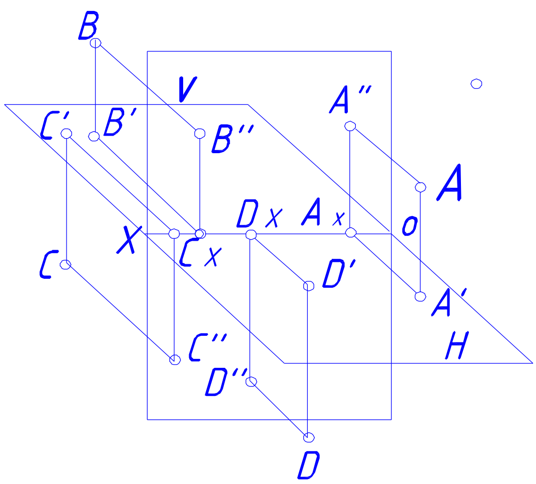


Рис - 5

Если точка A принадлежит первой четверти пространства, то на эпюре ее горизонтальная проекция а лежит ниже оси проекции [ox), а фронтальная проекция A' выше оси проекции ox.

Если точка B принадлежит второй четверти пространства, то на эпюре ее горизонтальная B' и фронтальная B'' проекции лежат выше оси проекции [OX).

Если точка C принадлежит третьей четверти пространства, то на эпюре ее горизонтальная проекция с лежит выше оси проекции [ox), а фронтальная проекция C' ниже оси проекции [ox).

Если точка D принадлежит четвертой четверти пространства, то на эпюре ее горизонтальная D' и фронтальная D'' проекции лежат ниже оси проекции [ox)

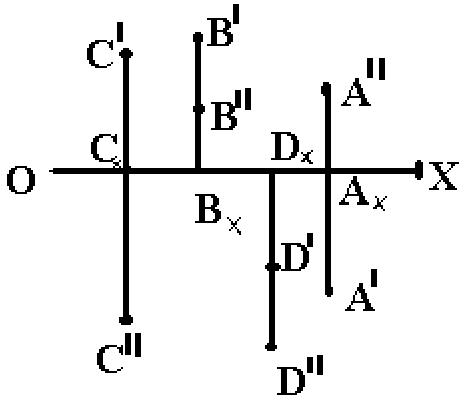


Рис-6

Проецирование точки на три взаимно перпендикулярные плоскости проекции

Три взаимно перпендикулярные плоскости проекции V⊥ H, V ⊥ W, H ⊥ W делят трехмерное пространство на восемь частей, 1/8 часть называют октантом.

Пространственный чертеж точки А в первом октанте представлен на рис.7.

W - профильная плоскость проекций

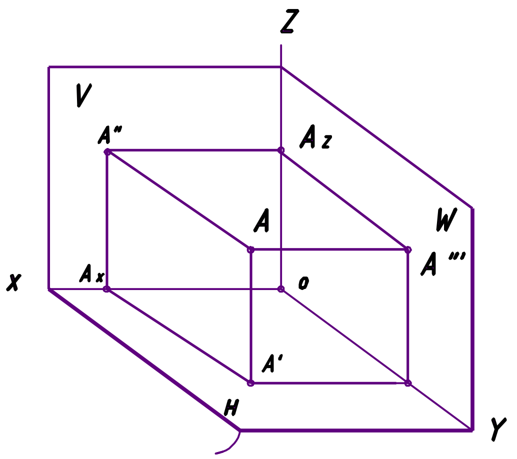


Рис 7

Значения расстояния точки до плоскости проекции называют координатами точки.

Например: Даны координаты (X,Y,Z) точки А.

Для построения горизонтальной проекции точки а необходимо использовать координаты (x,y), для фронтальной проекции а' координаты (x,z), для профильной проекции а" координаты (у*,г).*

В этом случае удаленность точки А относительно профильной плоскости проекции:

$$[\,A\ a'''] = |AW| = [O\ a_x] = X$$

Удаленность точки А относительно фронтальной плоскости проекции.

$$[A\ a'] = |AV| = [o\ a_y] = Y$$

Удаленность точки А относительно горизонтальной плоскости проекции.

$$[A\ O] = |AH| = [O\ a_z] = Z$$

Для перехода из пространственного чертежа -на эпюр горизонтальную плоскость проекции Н вращаем вокруг оси проекции [OX) по направлению часовой стрелки на *90°,* а профильную плоскость проекции W вращаем вокруг оси проекции [OZ) против часовой стрелки на 90°.

В результате горизонтальная, фронтальная, профильная плоскости проекций H, V, W, будут совмещены на одну плоскость (рис.8).

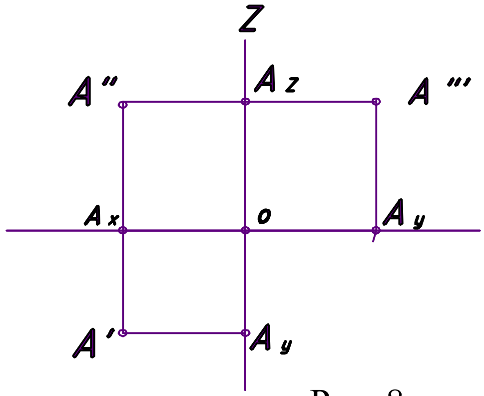


Рис. 8

Для построения фронтальной проекции точки А необходимо а''(x,z).

$$a(\bullet) \rightarrow a_x(\bullet) \| [oy] \cap a_y(\bullet) \ \| (ox)$$

Для построения фронтальной проекции точки А необходимо а'(x,z).

$$a'(\bullet) \rightarrow a_x(\bullet) \| [oz] \cap a_z(\bullet) \| [ox)$$

Горизонтальная и фронтальная проекции точки А лежат на одно! вертикальной линии связи

$$[a'\ a] \perp [ox)$$

Фронтальная и профильная проекции точки А лежат на одной горизонтальной линии связи.

$$[a'\ a''] \perp [oz)$$

Знаки оси проекции восьми октантов приведены в таблице

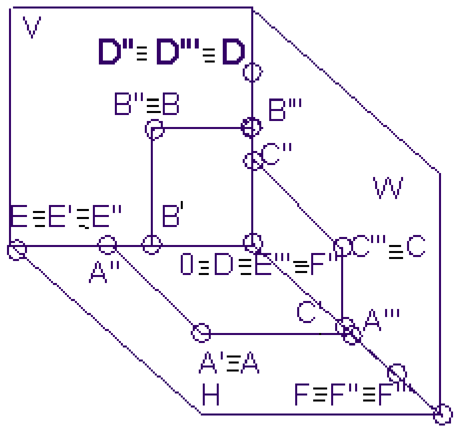
Таблица №

№	X	У	Z
I	+	+	+
11	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	-	-
V	-	+	+
VI	-	-	+
VII	-	-	-
VIII	-	+	-

Точки частного положения

Если одна из координат точки равно нулю, то тогда точка принадлежит одной из плоскостей проекции.

На рис.9 приведены точки частного положения, расположенные на первом октанте.



Если X ≠ O, Y = O, Z ≠ O, тогда точка ∈ V

Если X≠ O, Y ≠ O, Z = O, тогда точка ∈ H

Если X = O, Y≠ O, Z ≠ O, тогда точка ∈ W

Одна проекция точки, расположенная на плоскости проекции, совпадает с самой точкой, а две проекции точки лежат на осях проекции.

Если две координаты точки равны нулю, то тогда точка принадлежит одной из осей проекции

Если X ≠ O, Y = O, Z = O, тогда точка ∈ (ox)

Если X » O, Y≠ O, Z = O, тогда точка ∈ (oy)

Если X = O, Y = O, Z ≠ O, тогда точка ∈ (oz)

Две проекции точки, расположенные на оси проекции, совпадают самой точкой, а одна проекция лежит в начале координат.

Если все координаты точки равны нулю, то тогда точка совпадает началом координат.

Если X = O, Y = O, Z = O, тогда точка ∈o

Три проекции точки, расположенные в начале координат, совпадают самой точкой.

Задача: Построить эпюр точек C и Д заданной координатами (рис. 10).

C (40,20, -30,), 0(20,15,0)

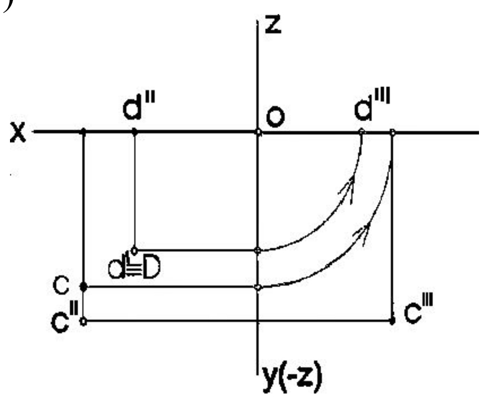


Рис. 10

Отсюда, следует, что точка C ∈ 4 четверти, и точки D ∈ H плоскости проекции.

3-ТЕМА

Прямая. Инвариантные свойства прямом в ортогональных проекциях. Определение натуральной величины отрезка прямой к углов наклона к плоскостям проекций.

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Прямая

1.Кратчайшее расстояние между двумя точками прямой есть отрезок прямой.

2. Определение натуральной величины отрезка прямой *углов* наклона к плоскостям проекция

3. Принадлежность точки прямой.

Прямая

Кратчайшее расстояние между двумя точками прямой есть отрезок прямой.

Инвариантные свойства прямой в ортогональных проекциях.

На рис.11 представлены пространственные чертежи отрезков: прямые [AB], [CDJ, [EF] и направление проецирования [S). Проецируя эти отрезки прямых на горизонтальную плоскость проекции H, рассмотрим инвариантные свойства прямых

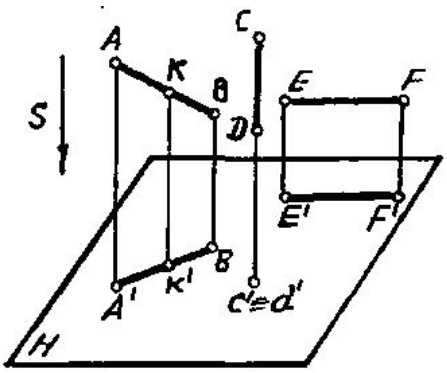


рис. 11

1. Если отрезок прямой [AB] не параллелен направлению проецирования [S), то это отрезок прямой [AB] проецируется на плоскость проекций H в виде отрезка прямой [a b].

[AB] # [S) => [a b] < [AB]

2. Если отрезок прямой [CD] параллелен направлению проецирования [S), то это отрезок прямой [CD] проецируется на плоскость проекций в точку.

[CD] || [S)=>[c=d]

3. Если отрезок прямой [EF] параллелен плоскости проекций H, то это| На пространственном чертеже построим прямоугольный треугольник отрезок прямой [EF] проецируется на эту плоскость проекций без изменений т.е. в натуральную величину

$$[EF] \parallel H \Rightarrow [e\ f] = |EF|$$

4. Если любая точка К принадлежит отрезку прямой [AB], то проекция этой точки К также принадлежит проекции данного отрезка прямой.

$$\forall(\bullet)K \in [AB] \Rightarrow (\bullet)\ K \in [a\ b]$$

5. Отношение отрезков прямых равняется отношению их проекциям на плоскости проекций.

$$[AK]/(KB] = m/n,\ [ak]/[kb] = m/n$$

Определение натуральной величины отрезка прямой *углов* наклона к плоскостям проекция

Прямая относительно плоскостей проекций (V, H, W) может - располагается в общем и частном положениях,

Если прямая не параллельна ни одной из плоскостей проекций, то тогда прямая называется прямой общего положения. Проекции такой прямой наклонены к оси проекций [ox).

Рассмотрим пространственный чертеж прямой общего положения заданной координатами (рис.12).

A (10; 15; 40), B(60; 35; 10).

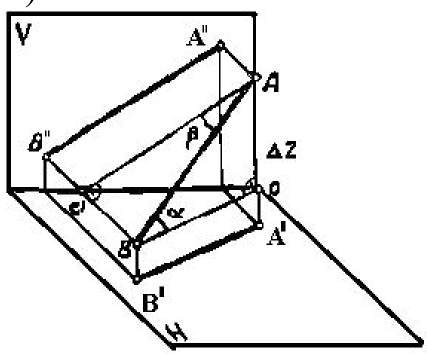


рис.12

На пространственном чертеже построим прямоугольный треугольник (ABC)

Отсюда 1 - катет [BC] = [a b]

2 - катет [AC] = [Aa] - [Bb]

Затем

$$[Aa] = |AH| = Za;\ [Bb] = |BH| = Zb;$$

Следовательно:

$$[Ac] = Za - Zb = Z$$

Угол а наклона отрезка прямой [AB] относительно горизонтальной плоскости проекций H

$$<a = [AB] \wedge H$$

Угол Э наклона отрезка прямой [AB] относительно фронтальной плоскости проекций V.

$$<\beta = [AB] \wedge V$$

Поэтому горизонтальная и фронтальная проекции отрезка прямой [AB] меньше истинной величины.

$$[ab] < [AB] \text{ ва } (a'b'] < [AB]$$

Построим эпюр отрезка прямой [AB] заданной координатами (рис. 13).

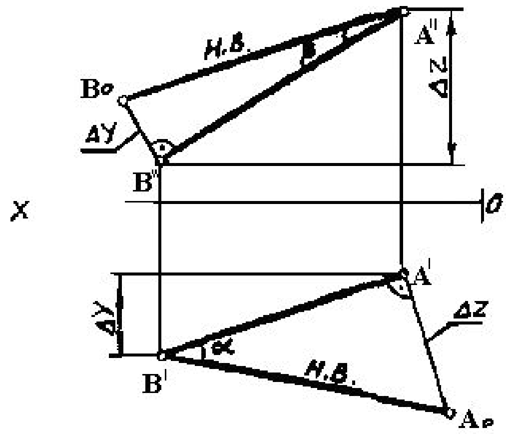


Рис.13.

Определим натуральную величину отрезка прямой [AB] и угол наклона к H-горизонтальной, V - фронтальной плоскостям проекций.

Для определения натуральной величины отрезка прямой [AB] используем способ прямоугольного треугольника.

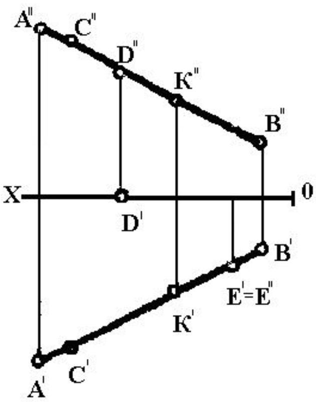
Для этого строится такой прямоугольный треугольник, у которого один катет равняется одной из проекций отрезка прямой [AB] (горизонтальная фронтальная, профильная), а второй катет равняется алгебраической разности координат концов отрезка прямой [ABJ (Δ Z=Za-Zb), (ΔУ=Уb-Уa), (ΔX=Xb-Xa) , тогда гипотенуза прямоугольного треугольника будет равняться натуральной величине отрезка прямой [AB].

Принадлежность точки прямой.

Если точка К принадлежит отрезку прямой [AB], то одноименные проекции этой точки на плоскостях проекции также принадлежат одноименным проекциям отрезка прямой [AB].

Т.е.: (●)К ∈ [AB] => (●) к ∈ [a b] ∧ (●)к' ∈ [a'b'] ∧(●) к'' ∈ [a''b'']

Пример: Определить: какая из данных точек C, D, К, E принадлежит отрезку прямой [AB] (рис.14)



Деление отрезка в заданном отношении.

Пример: На отрезке прямой [AB] определить точку К, должна его в отношений 2/3.(рис.15).

Дано: [AB] (a Ь, a'b')

Определить: (•)К ∈ [AB]^ [AK] / [KB] = 2/3 [a к] / [кb]=[a'к'] / [к’b']=[АК] / [КВ]=2/3

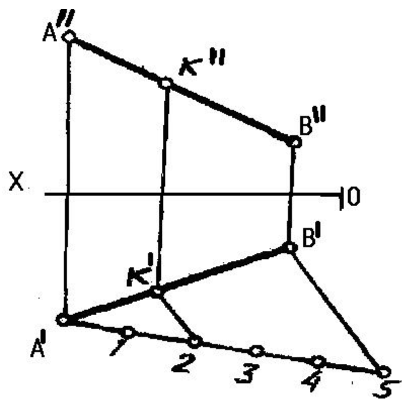


рис. 15

Этот пример решается на основании теоремы древне греческого ученого Фалеса.

Теорема: Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне ранние отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне.

4-ТЕМА.
Прямые частного положения. Следы прямой. Взаимно положение двух прямых.

1. **Прямые частного положения.**
2. **Следы прямой**
3. **Взаимно положение двух прямых.**

Прямые частного положения.

Прямые перпендикулярные или параллельные к плоскостям проекций V, H, W называются прямыми частного положения.

1. Прямые параллельные одной из плоскостей проекций.

а) Если прямая параллельна горизонтальной плоскости проекций, то такая прямая называется горизонтальной прямой.

[AB] || H - горизонтальная прямая.

Построим пространственный чертеж горизонтальной прямой [AB] п< заданным координатам (рис. 16)

A (20; 10; 30) B (50; 30; 30)

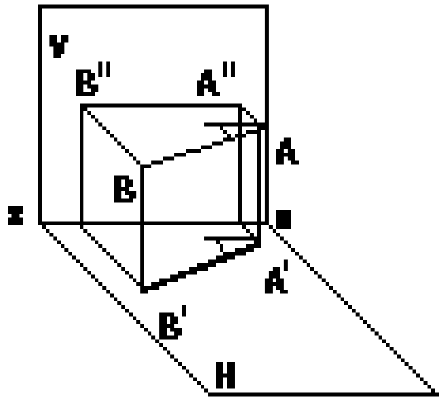


рис. 16

Построим эпюр этой горизонтальной прямой [AB] заданной координатами (рис.17)

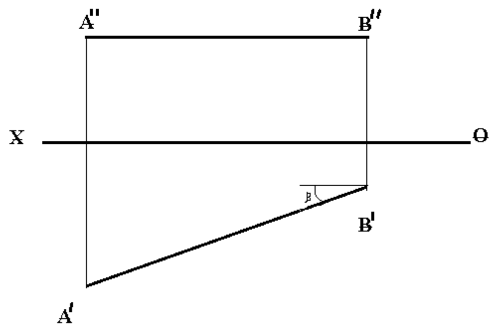


рис. 17

[AB] || H =>[ab'] || [ox) ^ [a b] = |AB|

Горизонтальная проекция горизонтальной прямой есть ее натуральная величина.

Угол наклона горизонтальной прямой к фронтальной плоскости проекций V есть угол β.

< β= [AB] ^V

б) Если прямая параллельна фронтальной плоскости проекций, то такая прямая называется фронтальной прямой.

[AB] || V - фронтальная пряная.

Построим пространственный чертеж фронтальной прямой [AB] по заданным координатам (рис. 18)

А (10; 20; 30) В < 50; 20; 10)

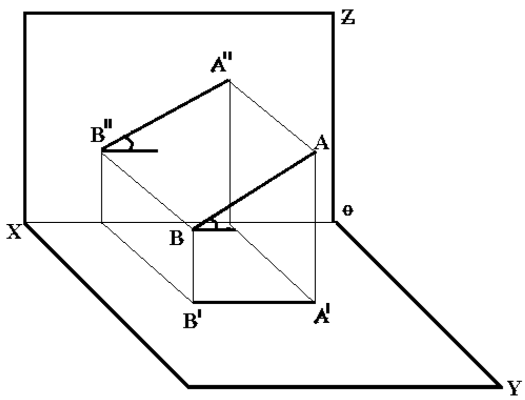


Рис 18

Построим эпюр этой фронтальной прямой [АВ] заданной координатами

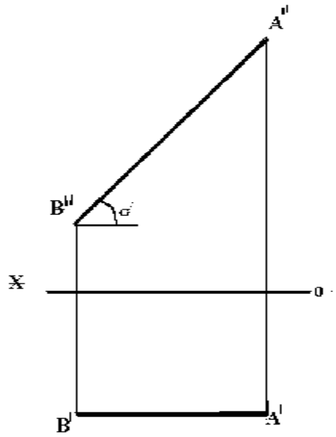


Рис.19

Фронтальная проекция горизонтально - проецирующей прямой есть ее натуральная величина

Угол наклона профильной прямой к горизонтальной плоскости проекций Н есть угол а.<а = [АВ]"Н

в) Если прямая параллельна фронтальной плоскости проекций, то такая прямая называется фронтальной прямой

[АВ] W-профильная прямая.

Построим пространственный чертеж горизонтально - проецирующей прямой (АВ) по заданным координатам (рис.20) А (25; 5; 30) В (25; 25; 10)

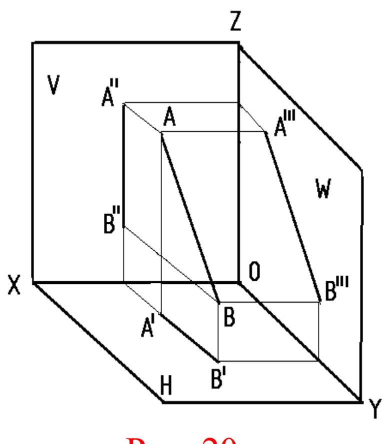


Рис. 20

Построим эпюр этой горизонтальной прямой [АВ] заданной координатами

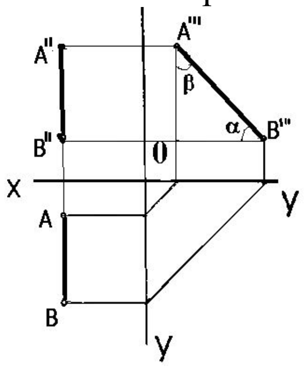


рис. 21

$[AK] \mid\mid W \Rightarrow [ab] \perp [ox] \wedge [a'b'] \perp (ox) \wedge [a''b'') = |AB|$

Профильная проекция профильной прямой есть ее натуральная величина

Угол наклона профильной прямой к горизонтальной плоскости проекций H есть угол a.

$$<a = [AB]\wedge H$$

Угол наклона профильной прямой к фронтальной плоскости проекций V есть угол β.

$$<\beta = [AB]\wedge V$$

Прямые перпендикулярные одной из плоскостей проекций называются проецирующими прямыми.

а) Если прямая параллельна горизонтальной плоскости проекций, то такая прямая называется горизонтальной – проецирующей прямой.

[AB] H - горизонтальная проецирующей прямая

Построим эпюр этой горизонтальной- проецирующей прямой [AB] по заданной координатам (рис. 22)

A (40; 10; 30) B (40; 10; 5)

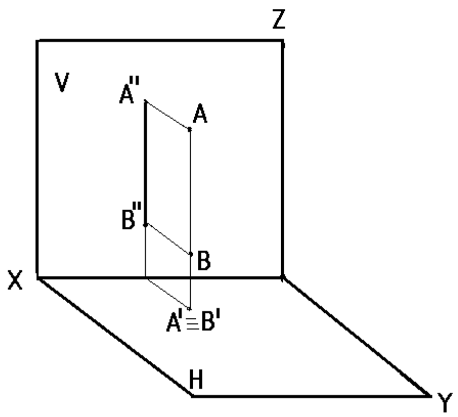


Рис.22

Построим эпюр этой горизонтальной- проецирующей прямой [AB] по заданной координатам (рис. 23)

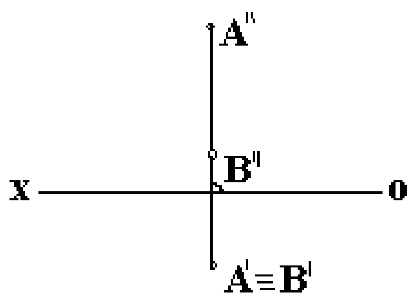


Рис.23

$$[AB] \perp H \Rightarrow [a'b'] \perp [ox] \wedge [a'b'] = |AB|$$

Фронтальная проекция горизонтально - проецирующей прямой есть ее натуральная величина.

Горизонтальная проекция горизонтально - проецирующей прямой есть точка [0=b].

б) Если прямая перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, тс такая прямая называется фронтально - проецирующей прямой.

[CD] 1V - фронтально-проецирующая прямая

Построим пространственный чертеж фронтально - проецирующей прямой [GD] по заданным координатам (рис.24)

C(30,5,15) D(30,30,15)

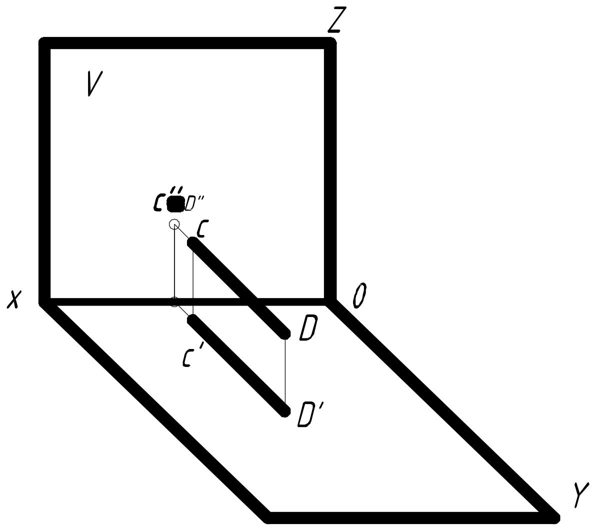


рис.24

Построим эпюр этой горизонтальной- проецирующей прямой [CD] по заданной координатам (рис. 25)

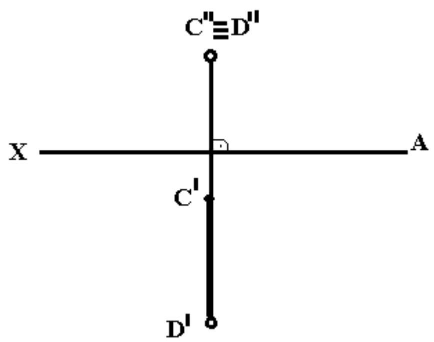


Рис.25

[CD] ⊥ V => [cd] ⊥ [ox) ^ [cd] | CD|

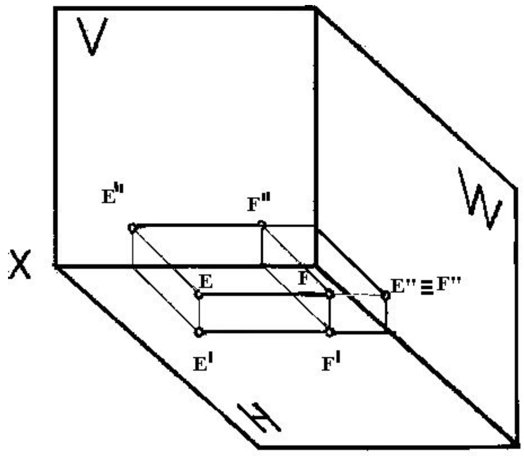
Горизонтальная проекция фронтально • проецирующей прямой есть натуральная величина.

Фронтальная проекция фронтально • проецирующей прямой есть точка [c'-d'].

в) Если прямая перпендикулярна профильной плоскости проекций, то такая прямая называется профильное - проецирующей прямой.

[EF] ±W - профильное - проецирующая прямая.

Построим пространственный чертеж профильное - проецирующей прямой [EF] по заданным координатам (рис.26)



E (25; 15; 5) F (5; 15; 5)

Рис.26.

Построим эпюр этой горизонтальной- проецирующей прямой [EF] по заданной координатам (рис. 27)

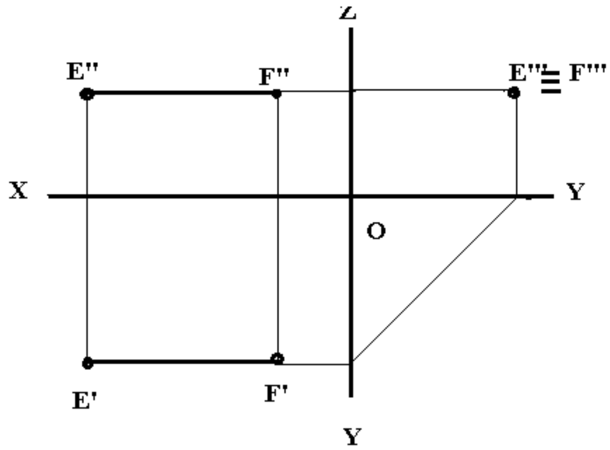


Рис.27

[EF] ⊥ W => [e'f'] ‖ (ox) ^ (ef] | | (ox) ^ (ef] = [e'f'] = |EF|

Фронтальная и горизонтальная проекции профильное проецирующей прямой есть натуральная величина прямой.

Профильная проекция профильное - проецирующей прямой есть точка [e''=f'']

Следы прямой.

Точки пересечения прямой с плоскостями проекций V, H, W называются **следами** прямой.

Построим пространственный чертеж прямой (AB) общего положения по заданным координатам (рис.28)

Дано: A(45,15,5) B(20,5,30) Определить: M_H-? N_V-?

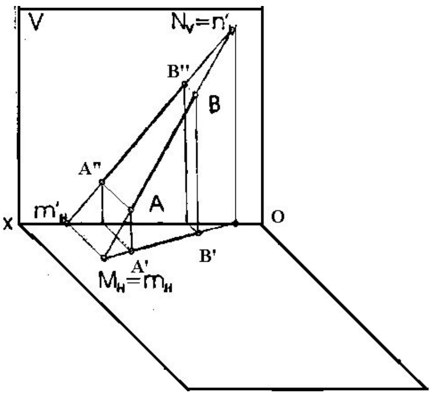


рис.28

Если продолжить прямую (АВ) до пересечения с горизонтальной плоскостью проекций Н, то получаем горизонтальный след M_H данной прямой.

(AB) $\cap$H = Mн (mн', mн) — горизонтальный след прямой.

Если продолжить прямую (АВ) до пересечения фронтальной плоскостью проекций V, то получаем фронтальный след Nv данной прямой.

(AB) $\cap$ V = Nv(nv’, nv) - фронтальный след прямой

Построим эпюр прямой (АВ) общего положения по заданным координатам (рис. 29)

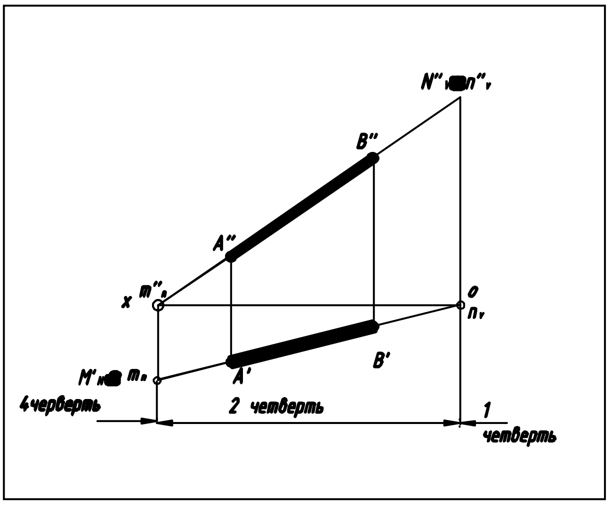


Рис.29

Для определения горизонтального следа Мн (Шн’, гпн) прямой продолжим фронтальную проекцию (о'Ь‘) до пересечения с осью проекций [ох). Затем вз точки пересечения (mu') проводим перпендикуляр к оси проекций [ох) до пересечения его с продолжением горизонтальной проекции (О Ь) прямой в точке (гпн).

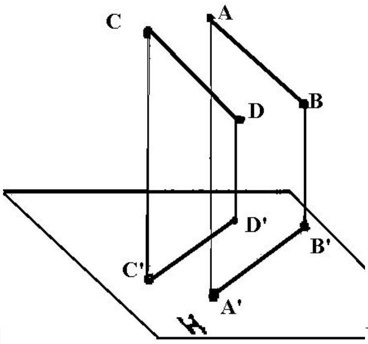
Для определения фронтального следа Nv (nv'. Dv) прямой продолжим горизонтальную проекцию (а Ь) до пересечения с осью проекций [ох). Затем из точки пересечения (riv) проводим перпендикуляр к оси проекции [ох) до пересечения его с продолжением фронтальной проекции (а'Ь’) прямой в точке (nv’),

В заключение можно сказать, что прямая (АВ) после фронтального следа Ny (nv', nv) переходит во II - четверть пространства, а после горизонтального следа Мн (тн', тн) переходит в IV - четверть пространства.

Взаимное положение двух прямых.

В пространстве две прямые могут располагаться в следующих положениях: I) параллельно; 2) пересекаться; 3) скрещиваться

1. на рис.30 приведен пространственный чертёж взаимно параллельных



прямых [AB] и [CD] Рис.30.

На рис.31 представлен эпюр взаимно - параллельных прямых [AB] и [CD]

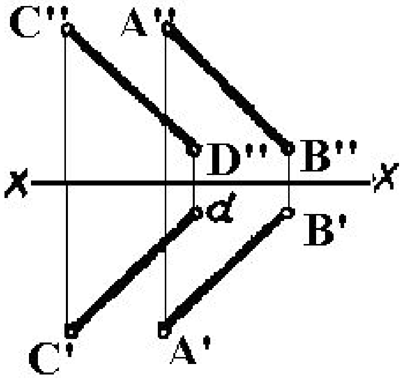


рис 31

Если одноименные проекции двух прямых взаимно - параллельны, то такие прямые называются параллельными прямыми .

То есть:

(AB) ‖ (CD) => (ab) | | (cd) ^ (a'b') | | (c'd’) ^ (c’b') ^ (c"d”)

На рис.32 приведен пространственный чертеж пересекающихся Прямых [AB] и [CD].

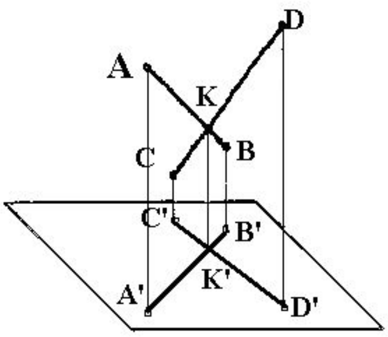


Рис.32.

На рис. 33 приведен эпюр двух пересекающихся прямых [AB] и [CD]

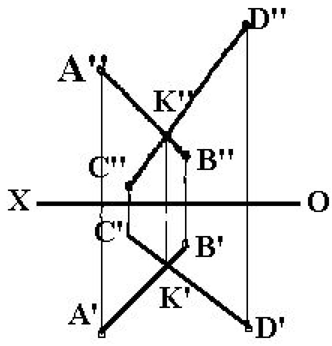


Рис. 33

Если две прямые имеют одну общую точку, то такие прямые называются пересекающимися прямыми.

На эгпорв одноименные просмрж перссскающнхсм HJMMMX имеют одну общую точку к к’, проекции которой лежат нп одной мертикплмюй линии связи, перпендикулярной к оси проекций [ох),

То сеть:

(АВ) ∩ (CD) = (•) К => (ab) ∩ (cd) = (•)k ^ (a'b') ∩ (c'd') =

(•)k’ ^ (a"b") ∩ (c"d") = (•)k”

На рис.34 приведен пространственный чертеж скрещивающихся прямых [АВ] и [CD]

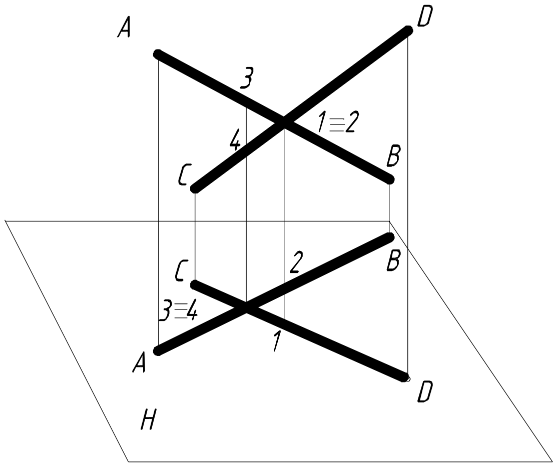
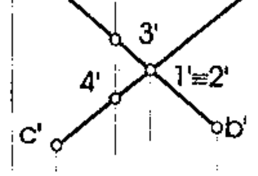


Рис.34

рис. 35 приведен эпюр скрещивающихся прямых АВ] и [CD].



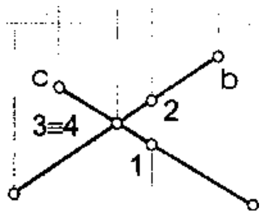


Рис. 35

Если две прямые не пересекаются и не параллельны, то такие прямые • называются скрещивающимся прямыми.

То есть:

(AB)_(CD) ^ (AB) ∩ (CD)

Их одноименные проекции могут пересекаться в точках, не лежащих на одной линии связи.

Конкурирующие точки. Точки, у которых совпадают горизонтальные или фронтальные проекции двух прямых, называются конкурирующие. С помощью конкурирующих точек определяют видимость и невидимость |«ометрических элементов

На чертеже точки 1 и 2, 3 н 4 - конкурирующие точки.

5- ТЕМА.

Проекции прямого угла. Плоскость. Способы задания плоскости из чертежей. Следы плоскости.

План лекции

1.Проекции прямого угла.

2. Плоскость.

3.Способы задания плоскости из чертежей.

4. Следы плоскости.

Проекции прямого угла.

Если две стороны треугольника относительно плоскости проекции распложены в общем положении, то проекция прямого угла проецируется на чту плоскость проекции год острый или тупой угол,

На рис.36 приведен пространственный чертеж и проекция на горизонтальную плоскость проекций двух взаимно перпендикулярных прямых (AB) и (BC).

(AB) ⊥ (BC)C

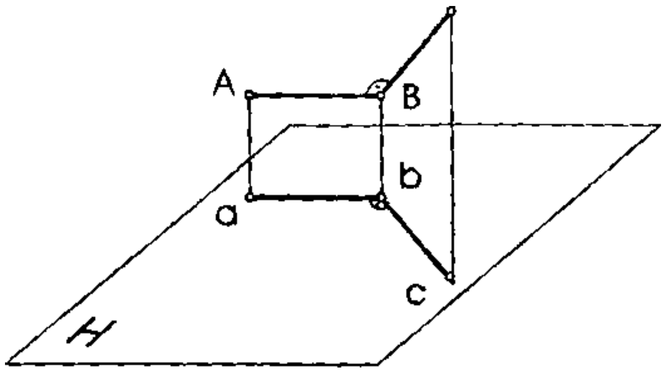


рис. 36

Теорема: Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая сторона не перпендикулярно этой плоскости проекции, то этот прямой угол проецируется на плоскость проекции без искажения, т.е. под прямым углом

(AB) || H ^ (BC) ⊥H< abc=ABC= 90°

Пример: Определить расстояние от точки С до прямой (AB) (рис.37).

Дано: (AB) || H ^ (•)C

Определить:

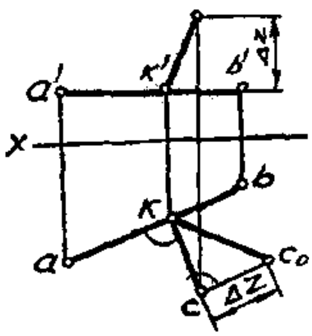


Рис. 37

Плоскость. Способы задания плоскости на чертеже.

Плоскость - это совокупность множества точек и является непрерывной поверхностью.

Через три точки всегда можно' провести две параллельные или две иересекающиеся прямые, поэтому плоскость на чертеже в основном задается в следующих видах.

1. Проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой P(A,B,C) (рис.38)

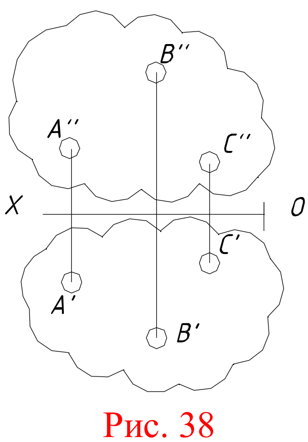
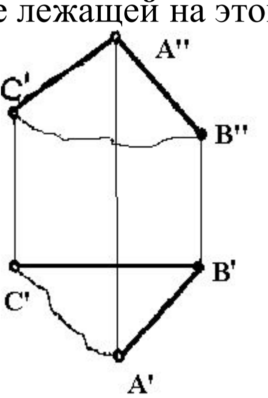


Рис. 38

2. Проекциями прямой и точки, не лежащей на этой прямой



P((AB) ^ (•)C), (•)C (AB) (рис.39)

Рис.39

3. Проекциями пересекающихся двух прямых P((AB) ∩ (CD))

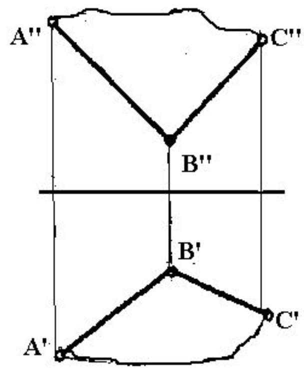


Рис. 40

Проекциями двух взаимно - параллельных прямых P((AB) (CD)) (рис.41)

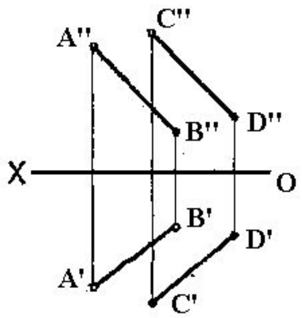


Рис.41

5. Плоскими геометрическими фигурами треугольника, четырехугольника, ромба н.т.д. P(Δ ABC), P(ABCD), P(ABCD).

6. Следами плоскости P(P_V, P_H, P_W) (рис.42)

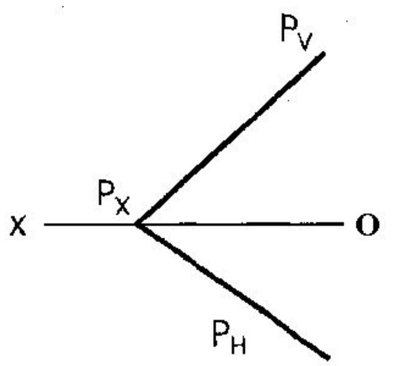


рис. 42

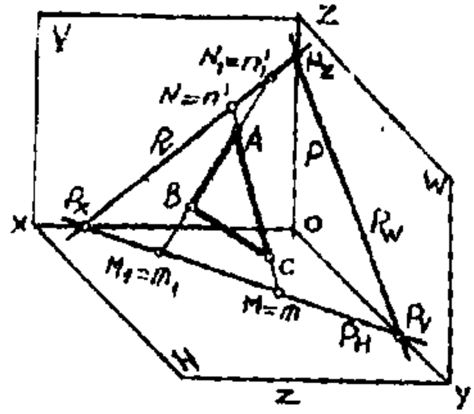
Следами плоскости

Линии пересечения плоскости с плоский ими прчгоннН V, H, W называют следами плоскости.

Относительно плоскостей проекции может занимать различное положение.

Плоскость, не перпендикулярна ни одной из основных плоскостей проекций V, H, W, называется плоскостью поиичч ттчжтшн

На рис.43 приведен пространственных чертеж плоскости общего положения P



$P \cap H = P_H$ - горизонтальный след плоскости P .

$P \cap V = P_v$ - фронтальный след плоскости P

$P \cap W = P_W$ -профильный след плоскости P

$$P_H \cap P_V = P_x,\ P_H \cap P_W = P_V, P_y \cap P_W = P_z.$$

Px,Py,Pz - точка схода следов плоскости P

На плоскости общего положения ограничиваем тремя точ плоскость ΔABC . Определим горизонтальный и фронтальный следы сторон (AC) плоскости ABC, затем горизонтальный и фронтальный следы сторон (AB).

Из чертежа видно, что одноименные след сторон ΔABC совпадают с одноименными следами плоскости P.

$M_H\ (m_H, m_H') \in P_H$ ^ $N_V(n_V, n_V) \in P_v$

Пример; Построить следы Pv и $P_н$ плоскости P заданной ДАВС (рис.44) Эта задача является домашне - графической работой (эотор I) студентов. Координата (X, Y, Z) точек A, B, C задаются в миллиметрах согласно варианта

Дано: P(ΔABC);

Определить: P(Pv,ph)-?

№	X	Y	Z
A	65	20	10
B	35	10	40
C	10	45	20

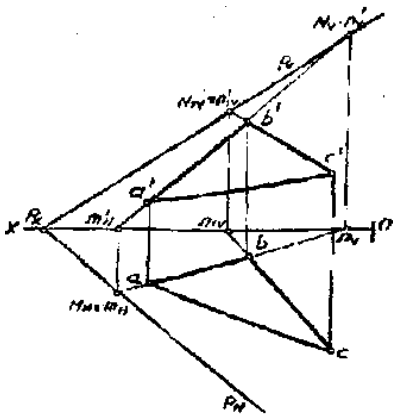


Рис.44.

Алгоритм решения первого эпюра:

1. (AB) ∩ H = Mн(mн, mн')
2. (AB) ∩V=Nv{mv,nv')
3. (BC) ∩V= Niv (niv, niv')
4. Nv ∩Niv = Pv
5. Pv ∩ [ox) = Px
6. Px ∩Mн = Pн

6-ТЕМА

Плоскости ЧАСТНОГО положения.

ПЛАН ЛЕКЦИИ.

1. **Горизонтальная плоскость**.
2. **Фронтальная плоскость.**
3. **Профильная плоскость.**
4. **Горизонтально - проецирующая плоскость.**
5. **Фронтально - проецирующая плоскость.**

6. Профильно - проецирующая плоскость.

Плоскости перпендикулярные или параллельные к основным плоскостям проекций называются плоскостями **частного положения.**.

1. Если плоскость параллельна горюоишпмкШ ниш мн ш проекций, то ее называют горизонтальной плоскостью Р IIН,

На рис. 45 приведен пространственный чертёж горизонтальной плоскости

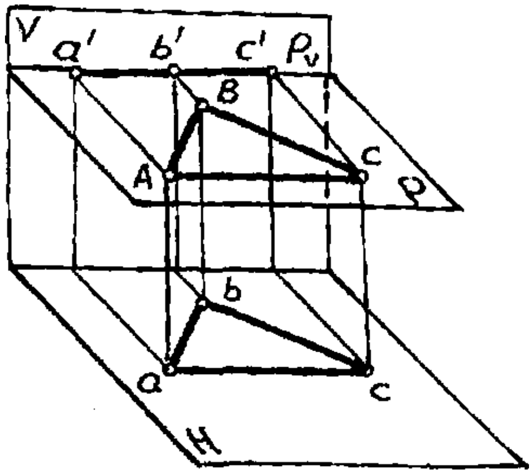
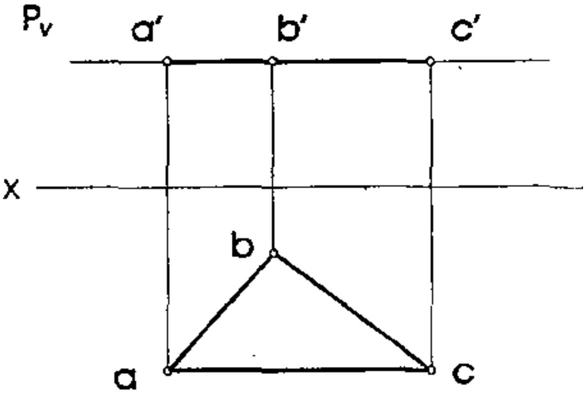


Рис. 45

Как видно из чертежа, точка, прямая к плоскость Δ АВС' принадлежат горизонтальной плоскости Р и фронтальные проекции их проецированы на фронтальный след плоскости.

На рис. 46 приведен эпюр горизонтальной плоскости Р.



Фронтальный след P_v горизонтальной плоскости Р параллелен оси проекций [ox)

Р II Н =>P_v II [ox)

Свойство горизонтальной плоскости:

Если всякая точка, прямая, плоскость принадлежат горизонтальной плоскости Р, то фронтальные проекции всякой точки, прямом, плоскости проецируются на фронтальный след горизонтальной плоскости.

То есть:

IV V(•) А ∈ Р || Н => а' ∈ P_v

В этом случае, следует отметить, что плоскость Д АВС проецируется на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину

$(\Delta\ ABC) \in\ P \parallel H \Rightarrow (\Delta\ abc) = |\Delta\ ABC|$

2. Если плоскость параллельна фронтальной плоскости проекций, то ее называют **фронтальной плоскостью** $P \parallel V$.

На рис 47 приведен пространственный чертеж фронтальной плоскости

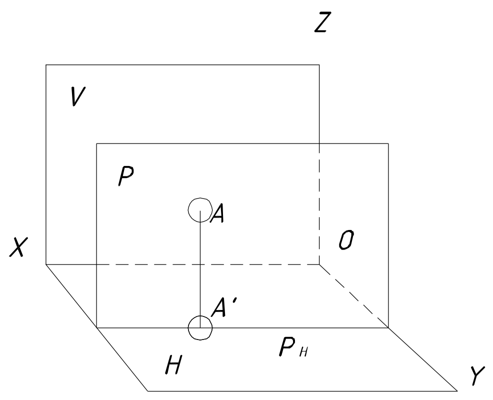


Рис.47

Как видно из чертежа, точка, прямая и плоскость Д АВС принадлежат фронтальной плоскости Р и горизонтальные проекции их проецированы на горизонтальный след фронтальной плоскости.

На рис. 48 приведен эпюр фронтальной плоскости Р

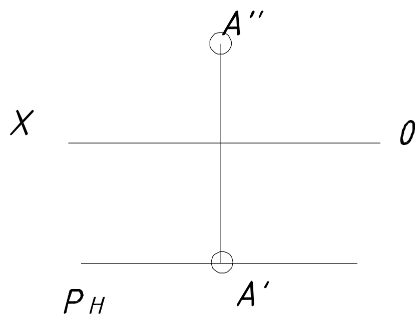


Рис-48

Горизонтальный след Р,, фронтальной плоскости Р параллелен оси проекции [ox) .

$P \text{ II } V \Rightarrow P_H | \, | \, [ox)$

Свойство фронтальной плоскости:

Если всякая точка, прямая, плоскость принадлежат фронтальной плоскости Р, то горизонтальные проекции всякой точки, прямой, плоскости проецируются на горизонтальный след фронтальной плоскости .

Тоесть:$A\ (\bullet)\ A\ \in P \parallel V \Rightarrow a \in Ph$

В этом случае следует отметить, что плоскость *А*АВС проецируется на фронтальную плоскость проекций в натуральную величину

$$(\Delta\ ABC) \in P \parallel V \Rightarrow (\Delta\ a'Ъ'C') = |\Delta Д\ ABC|$$

3. Если плоскость параллельна профильной плоскости проекций, то ее называют **профильной плоскостью** P II W.

На рис.49, приведен пространственный чертеж профильной плоскости

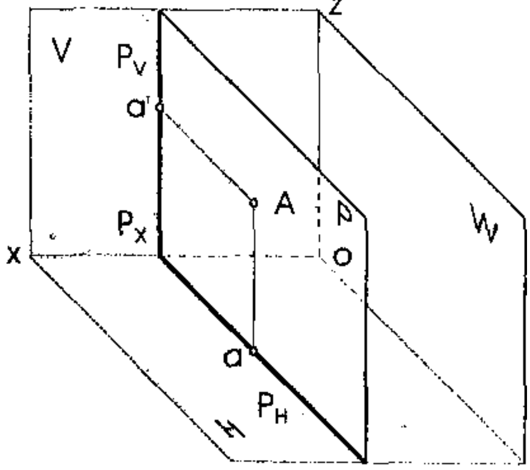


рис. 49

Как видно из чертежа, точка, прямая и плоскость Д АВС принадлежат профильной плоскости Р, и одноименные проекции их лроепируются на одноименные следы профильной плоскости.

На рис. 50 приведен эпюр профильной плоскости Р

рис.50

Горизонтальный след Рн н фронишшмй ш 1'¥ профильной^ плоскости перпендикулярны оси проекции [ox).

$P \parallel W \Rightarrow Ph\perp$ ox) ^ $P_v \perp$ [ox)

Свойство профильной плоскости

Если всякая точка, прямая, плоскость прмнццмсжат профильной плоскости Р, то горизонтальные н фронтальные нроскшш ненкой точки, прямой, плоскости проецируются на горизонтальный н фронтальный слеш профильной плоскости .

То есть:

v V(•) A ∈ P II W =>a ∈ Pн ^ a'∈ Pv

В этом случае следует отметить, что плоскость ΔАВС проецируется на профильную плоскость проекций в натуральную величину.

(Д АВС) ∈ Р II W => (Д *a"Ь"C"*) = 1Л АВСI

Плоскости, перпендикулярные к плоскостям проекций (V, H, W) называются **проецирующими плоскостями**

1. Если плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, то ее называют горизонтально - проецирующей плоскостью $P \perp H$.

На рис. 51 приведен пространственный чертеж горизонтально-проецирующей плоскости.

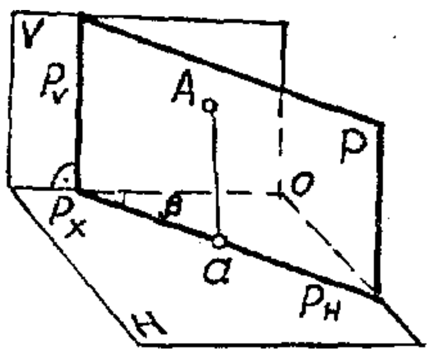


Рис.51

Как видно из чертежа, точка, прямая н плоскость ΔABCпринадлежат горизонтально - проецирующей плоскости P и горизонтальные проекции их проецируются на горизонтальный след плоскости.

На рис.52 приведен эпюр горизонтально-проецирующей плоскости P.

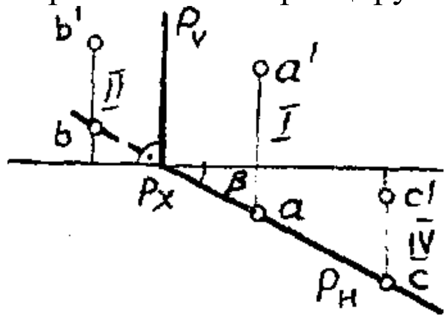


Рис. 52

Фронтальный след P_v горизонтально- проецирующей плоскости перпендикулярен к оси проекций (ox).

$$P\perp H \Rightarrow P_v \perp \mathbf{(ox)}$$

Свойство горизонтально –проецирующей плоскости ,

Если всякая точка, прямая, плоскость принадлежат горизонтально проецирующей плоскости P, то горизонтальная проекции всякой точки, прямой, плоскости проецирующей на горизонтальный след горизонтально-проецирующей плоскости.

То есть:

$$V(\bullet)\ A \in \mathbf{P}\perp \mathbf{H} \Rightarrow \mathbf{A} \in P_H$$

Угол наклона горизонтально- проецирующей плоскости к фронтальной плоскости проекций V есть угол β.

$$<\beta = P \wedge V$$

Выберем точки A. B, C, D, принадлежащие горизонтально- проецирующей плоскости.

$$(\bullet)\ A \in P \wedge (\bullet)\ A \in I$$

$$(\bullet)\ B \in P \wedge (\bullet)\ B \in II$$

$$(\bullet)\ D \in P \wedge (\bullet) \in Ш$$

$(\bullet)\ C \in P \wedge (\bullet)\ \in C\ \ IV$

Заключение: горизонтально - проецирующая плоскость проходит через I, II, III, IV четверти пространства.

2. Если плоскость перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, то ее называют **фронтально - проецирующей плоскостью** $P \perp V$.

На- рис.53 приведен пространственный чертеж фронтально- проецирующей плоскости

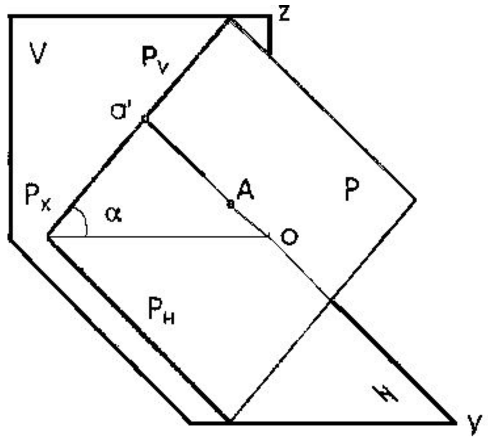


рис.53

Как видно из чертежа, точка прямая, плоскость Д АВС принадлежа! фронтально - проецирующей плоскости Р, и фронтальные проекции проецируются на фронтальный след плоскости.

На рис.54 приведен эпюр фронтально - проецирующей плоскости Р

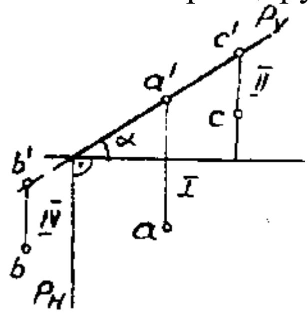


Рис. 54

Горизонтальный след P_H фронтально - проецирующей плоскости перпендикулярен к оси проекций |ох),

$$P \perp V \Rightarrow \mathbf{P_н} \perp (ox)$$

Свойство фронтально проецирующей плоскости:

Если всякая точка, прямая плоскости принадлежат фронтально - проецирующей плоскости Р, то фронтально – проекции всякой точки прямой, плоскости проецируются на фронтальный след фронтально - проецирующей плоскости Р.

То есть:

$$V\ (\cdot)\ A \in \mathbf{P} \perp \mathbf{H} \Rightarrow \mathbf{a} \in P_H$$

Угол наклона фронтально - проецирующей плоскости к горизонтальной плоскости проекций II - есть угол α

$$<\alpha = P \hat{} V$$

Выберем точки A, B. C, D принадлежащие фронтально- проецирующей плоскости P.

$$(\bullet)\ A \in P \wedge (\bullet)\ A \in \ I$$

$$(\bullet)\ C \in P \wedge (\bullet)\ C \in II$$

$$(\bullet)\ D \in P \wedge (\bullet) D \in III$$

$$(\bullet)\ B \in P \wedge (\bullet)\ B \in IV$$

Заключение: фронтально - проецирующая плоскость проходит через I, II, III, IV четверти пространства.

3. Если плоскость перпендикулярна профильной Плоскости проекци[1] то ее называет профильное - проецирующей плоскостью $P \perp W$.

На рис 55 приведен пространственный чертеж профильное проецирующей плоскости P

Рис.55

Как видно из чертежа, точка, прямая, плоскость Д ABC принадлежат профильное - проецирующей плоскости P и профильные проекции их проецируются на профильный след плоскости P.

На рис.56 приведен эпюр профильное - проецирующей плоскости P

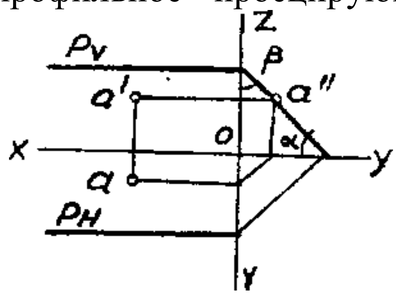


Рис. 56

Горизонтальный след $P_н$ и фронтальный след P_V профильное проецирующей плоскости параллельно к оси проекций (ox)

$$P \perp W \Rightarrow P_H \parallel [ox) \wedge P \parallel [ox)$$

Свойство профильно - проецирующей плоскости:

Если всякая точка, прямая, плоскость. принадлежат профильно- проецирующей плоскости P, то профильный проекции всякой точки, прямой, плоскости проецируются на профильные след профильно - проецирующей плоскости P.

То есть:

$$V\ (\bullet)\ A \in P \perp W \Rightarrow a'' \in P_W$$

Угол наклона профильно - проецирующей плоскости P к горизонтальной плоскости проекций H – есть угол α

$$<\alpha = P \wedge H$$

Угол наклона профильно • проецирующей плоскости P к фронтальной плоскости проекций V - есть угол β.

$$<\beta = P \wedge V$$

Выберем точку A, принадлежащей профильно - проецирующей плоскости P.

$$(\cdot)\ A \in P \wedge\ (\bullet)\ A \in I$$

Заключение: профильно - проецирующая плоскость проходит через I, II, IV четверти пространства.

Одна из проекций всякой точки, прямой, плоской фигуры принадлежащих проецирующим плоскостям, лежит на соответствуют следах проецирующих плоскостей, т.е. проецирующие плоскости обладают свойством сбора

Проецирующая плоскость, проходящая через ось проекций [OX) (рис. 57)

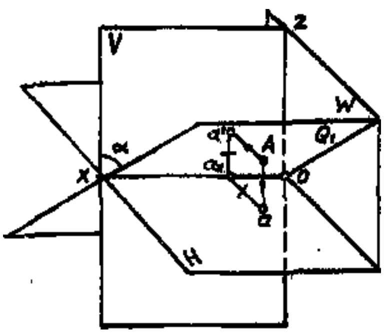


рис. 57

Эта плоскость T является частнымслучаем профильно -проецирующей плоскости. Если α= 45° , то плоскость T называют биссекторным (рис.58).

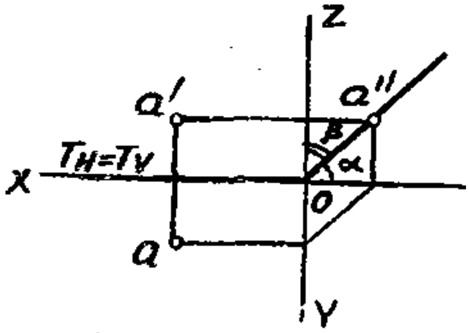


Рис 58

Q, - первая биссекторная плоскость - плоскость, проходящая через первый и третий углы пространства.

QH - вторая биссекторная плоскость - плоскость, проходящая через второй и четвертый углы пространства.

Свойство: Бели всякая точка A принадлежит биссекторион плоскости, то она равноудалена от горизонтальной и фронтальной плоскостей проекций.

7-ТЕМА.

Принадлежность прямой и точки плоскости. Главные линии плоскости.

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. **Принадлежность прямой и точки плоскости.**
2. **Главные линии плоскости.**

Принадлежность прямой и точки плоскости основана на геометрию (рис.59).

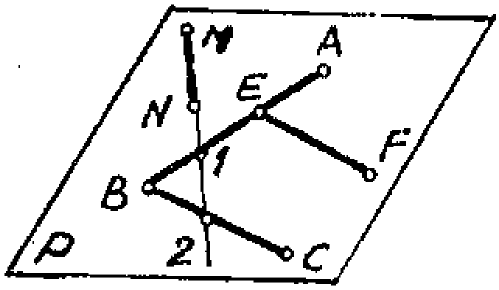


рис.59

1. Если прямая (MN) с плоскостью P имеет лис (1.2) общие точки, то она принадлежит данной плоскости P. (MN) с P.

Если прямая (EF) проходит через точку (E), принадлежащую плоскости P и параллельно некоторой прямой (BC) ' плоскости, то эта прямая (EF) также принадлежит данной плоскости P

$$(EF) \cap (AB) = (\bullet)\ E \in P \wedge (EF) \parallel (BC) \Rightarrow (EF) \subset P$$

Пример: Определить недостающую проекцию примой (MN), принадлежащей плоскости P. выраженной в виде двух пересекающих прямых

(AB) и (BC) (рис.60).

Дано:

$P((AB) \cap (BC)) \wedge$

$(MN) \subset P$

Определить:

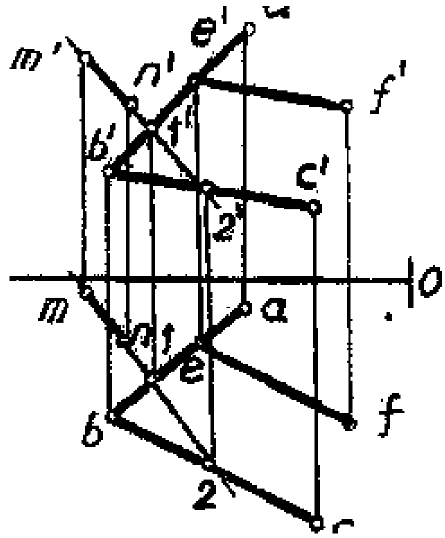


Рис. 60

1. Если одноименные следы прямой (АВ) принадлежат одноименным следам плоскости Р; то эта прямая (АВ) также принадлежит плоскости Р.

$$(AB) \cap H = M_н \in P_н \wedge (AB) \cap V = N_v \in P_v \Rightarrow (AB) \subset P$$

Пример: Определить горизонтальную проекцию прямой (АВ), принадлежащей плоскости Р. (рис.61)

Дани:

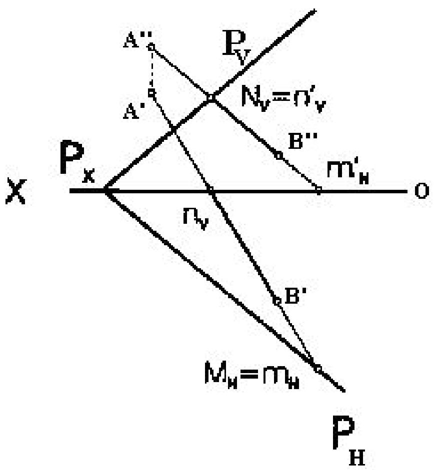


Рис.61

4.Если точка (•) К принадлежит некоторой прямой (MN) плоскости Р, то точка (•) К также принадлежит плоскости Р

$$(\bullet)K \in (MN) \subset P \Rightarrow (\bullet)K \in P$$

Пример: Определить горизонтальную проекцию точки принадлежащей профильно - проецирующей плоскости Р (рис.62)

Дано: $P(P_V, P_н) \perp W \wedge$

$(\bullet)$ К $\in$ Р

Определить:

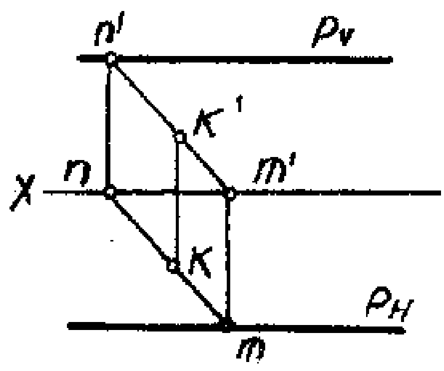


Рис.62

Главные линии плоскости.

Прямые, принадлежащие плоскости и одной из плоскостей проекций V, H, W, называются главными линиями плоскости.

Рассмотрим пространственный чертеж плоскости общего положения (рис. 63)

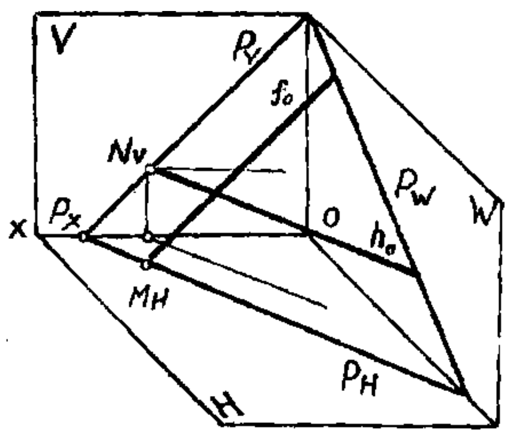


рис.63

h_0- горизонталь плоскости.

f_0 - фронталь плоскости.

Горизонталь плоскости - это прямая, принадлежащая плоскости Р и параллельная плоскости проекций Н

$$h_o \subset P \wedge h_0 \parallel H$$

Фронталь плоскости - это прямая, принадлежащая плоскости Р и параллельная плоскости проекций V $f_0 \subset P \wedge f_0 \parallel V$

рассмотрим эпюр плоскости общего положения Р (рис. 64)

рис.64

Из рисунка видно, что фронтальная проекция горизонтали плоскости Р параллельна оси проекций [ox) и горизонтальная проекция горизонтали параллельна горизонтальному следу данной плоскости Р.

$$h_o \subset P \wedge h_0 \parallel H \Rightarrow h' \parallel [ox) \wedge h \parallel P_H$$

Из рисунка видно, что горизонтальная проекция фронтами плоскости Р параллельна оси проекций {ox) н фронтальная проекция фронтали параллельна фронтальному следу данной плоскости Р.

$$f_0 \subset P \wedge f_0 \parallel V \Rightarrow f \parallel [ox) \wedge f' \parallel P_v$$

Линии ската плоскости.

Линии, принадлежащие плоскости і перпендикулярные 10рию»гга:1ям и фронталям плоскости, называют **линиями ската плоскости.**

Рассмотрим пространственный чертеж линии скача плоскости Р относительно горизонтальной плоскости проекции (рис.65)

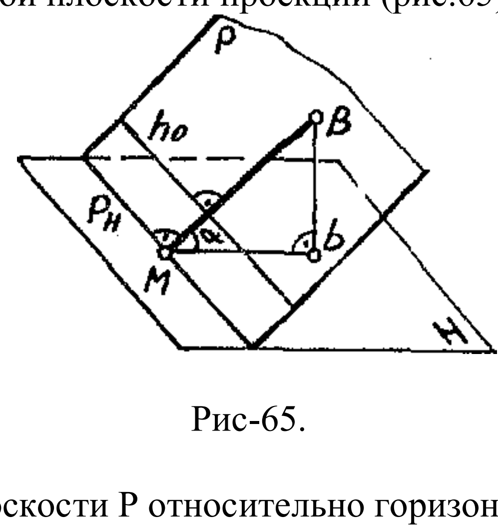


Рис-65.

(BM) - линия ската плоскости Р относительно горизонтальной плоскости проекций Н

$$(BM) \subset P \wedge (BM) \perp h_0 \wedge (BM) \perp P_н$$

Пример: Определить угол наклона плоскости Р относительна горизонтальной плоскости проекции Н (рис. 66)

8-ТЕМА.
Взаимное положение прямой и плоскости. Пересечение прямой с плоскостью частного положения. Пересечение плоскостей, одна из которых - частного положения.

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. **Взаимное положение прямой и плоскости.**
2. **Пересечение прямой с плоскостью частного положения.**
3. **Пересечение плоскостей, одна из которых - частного положения.**

В пространстве прямая и плоскость могут быть в следующих положениях:

1) Пересекаться в собственной точке.

$$(AB) \cap P = (\bullet)\ K$$

2) Пересекаться в несобственной точке.

$$(AB) \cap P = (\cdot)\ K$$

В этом случае прямая параллельна плоскости.

В пространстве две плоскости могут быть в следующих положениях:
1)Пересекаться в собственной прямой.

$$P \cap Q = (MN)$$

2)Пересекаться в несобственной прямой.

$$P \cap Q = (MN)$$

В этом случае две плоскости параллельны.

Пересечение прямой с плоскостью частного положения

Рассмотрим пространственный чертеж горизонтально- проецирующей плоскости P и прямую (AB) общего положения (рис.67).

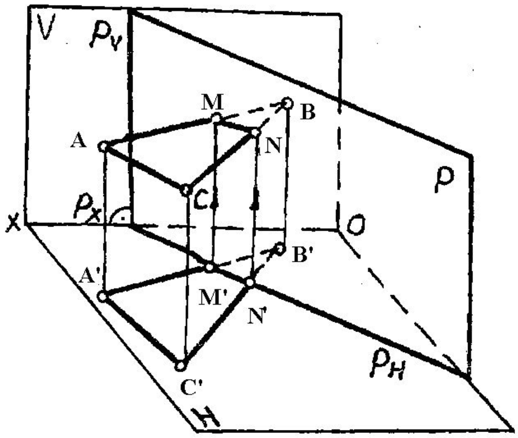


рис 67

Прямая (AB) с плоскостью P пересекается в одной точке.

Следует ответить, что точка пересечения прямом с плоскость одновременно принадлежит к примой и плоскости. В случае, если плоскость частною положения, то решение задачи упрощается. т.к. одна проекция течки пересечения с такой плоскостью будет на соответствующе следе плоскости. Обозначив ее с помощью вертикальной линии связи пахшим вторую проекцию точки пересечения прямой с проецирующей плоскостью P (рис.68)

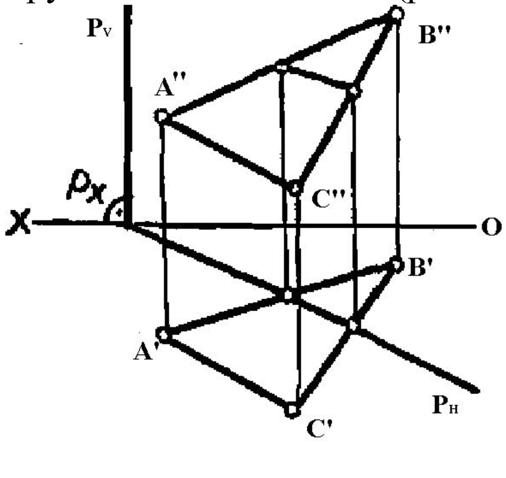


Рис.68

Из точки B прямой (AB) проводим прямую общего положения (BC) и рассмотрим пересечение ее с плоскостью P. (рис.67,68).

Пересечения плоскостей, одна из которых - частного положения

Пересекающие прямые (AB) и *(BC)* образуют плоскость общего положения. Плоскость общего положения - ΔABC пересекается с плоскостью P частного положения по прямой линии,

$$(MN) \subset P \wedge (MN) \subset (ABC) \Rightarrow P \cap (ABC) = (MN)$$

Горизонтальная проекция линии пересечения этих плоскостей проецируется на горизонтальный след горизонтально* проецирующей плоскости P.

Заключение: Если одна из пересекающихся плоскостей является плоскостью частного положения, то в этом случае одна проекция линии их пересечения будет известно. Обозначив его, находят вторую проекцию линии пересечения этик двух плоскостей.

Пример: Определить линию пересечения плоскости общего положения Q(Δ ABC) с горизонтальной плоскостью P. (рис. 69)

Дано:
Q(ΔABC) ∧ P(Pv),P||H
Определить:
(MN) = P ∩ Q

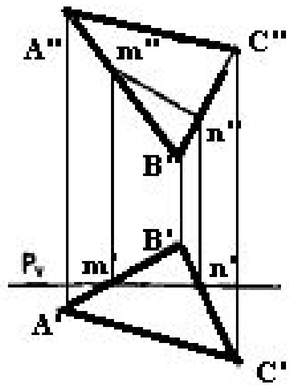


Рис. 69

Пример: Определить линию пересечения плоскости общего положения P(Pv Pн), с горизонтальной плоскостью Q. (рис.70).
Дано
P(Pv Pн) ∧ Q(Qv), Q) || H
Определеть:P ∩ Q=(MN)||H

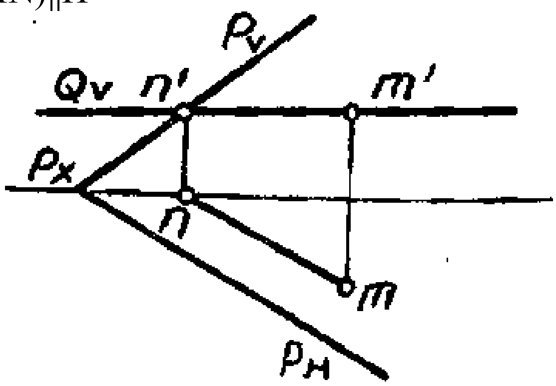


Рис. 70

Заключение: Коша одна из пересекающихся плоскостей общего положения, а другая - горизонтальная плоскость, следовательно, характер линии пересечения этих плоскостей - горизонтальная прямая

9-ТЕМА.
Пересечение двух плоскостей общего положения. Пересечение прямой линии общего положения с плоскостью общего положения.
Пересечение двух плоскостей общего положения.

ПЛАН ЛЕКЦИИ.

1. **Пересечение двух плоскостей общего положения.**
2. **Пересечение прямой линии общего положения с плоскостью общего положения.**

3.Пересечение двух плоскостей общего положения.

Пространственный чертеж пересечения двух плоскостей общего положения Q(Q_V. QH) и P(Pv. Pн) приведен на рис.71

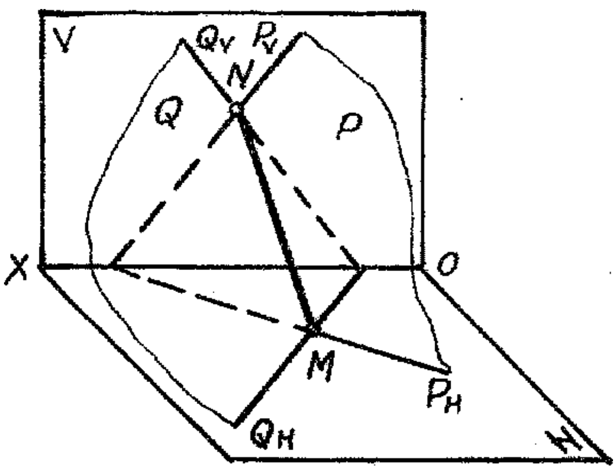


Рис.71

Из чертежа видно, что две плоскости пересекаются но прямой линии (MN), чтобы провести ее достаточно было обозначить точки пересечения одноименных следов заданных плоскостей.$Q_v \cap P_v$ = (•)N(n', n) ва $Q_H \cap P_н$ = (•)M(m', m)

Построение линия пересечения плоскостей Q и P приведено на шпоре

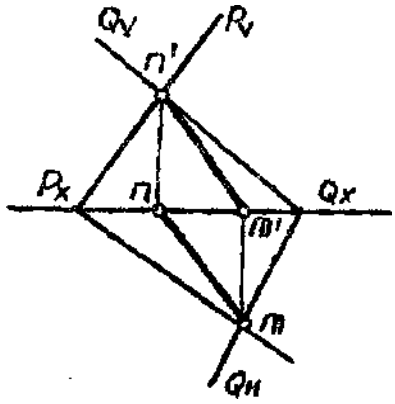


рис.72

Если одноименные следы двух пересекающихся плоскостей общего положения не пересекаются в пределах чертежа, то в эти случае для построения линии пересечении данных плоскостей используют вспомогательную плоскость и в качестве такой плоскости берут плоскости частного положения.

На рис. 73 приведен эпюр двух пересекающихся плоскостей общего положения.

Рис.73

Дано: $Q(Q_V, Q_H) \wedge P(P_V, P_a)$

Определить: $(MN) = Q \cap P$

Решение: 1) Для определения точки M(m', m) отмечаем пересечения • горизонтальных следов плоскостей Q и P.

2) для определения точки N (п', п) проводим вспомогательную горизонтальную плоскость S.

$$(S \cap P) \cap (S \cap Q) = N(n', n).$$

Вспомогательная горизонтальная плоскость S, пересекаясь данными двумя плоскостями, образует горизонтальную прямую (1,2) и в свою очередь, горизонтальная прямая пересекается в точке N(n', n).

Если одна из пересекающихся плоскостей общего положения выражена следами, а другая в виде треугольника, то также используют вспомогательную плоскость частного положения.

Пример: Определить линию пересечения двух плоскостей общего положения Q (Δ ABC) и $P(P_V, P_H)$ (рис.74)

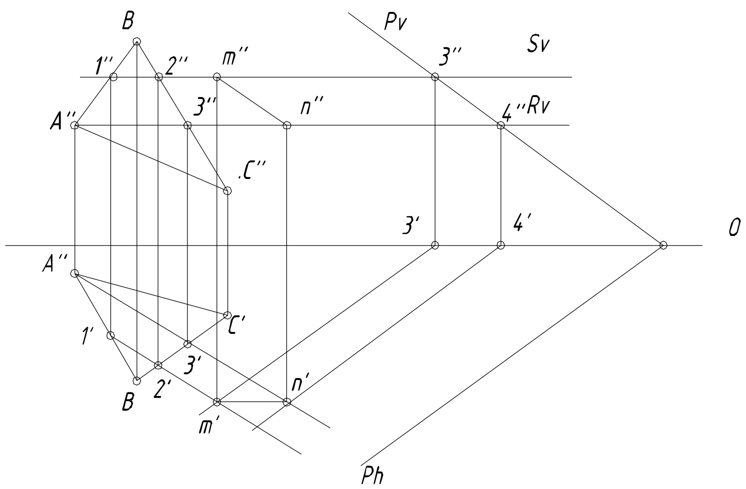


Рис.74

Дано: Q (Δ ABC) $\wedge$ P(P_V, P_H)
Определить: (MN) = Q$\cap$ P
Решение: 1) Для определении точки M (in’, m) проводим вспомогательную горизонтальную плоскость S.

$$(S\cap P)\cap(S\cap Q)=M(m',m)$$

2) для определения точки N(n', n) проводим вспомогательную горизонтальную плоскость R.

$$(R\cap P)\cap(R\cap Q) = N(n', n)$$

Заключение: Если из пересекающихся плоскостей обе общего положения, то характер линии их пересечения будет также общего положения.

Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

На рис. 75 приведен пространственный чертеж прямой (AB) и плоскости P общего положения

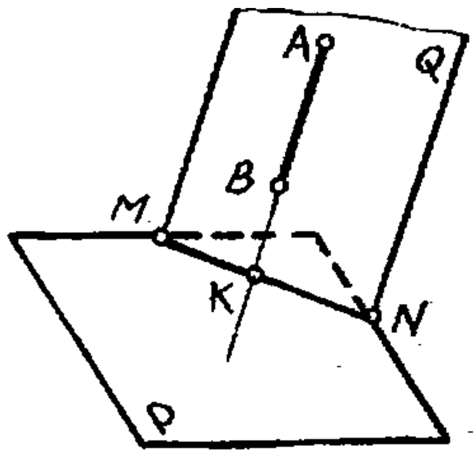


Рис. 75

Для построения Точки пересечения прямой с плоскостью общего положения необходимо выполнить следующие три условия:

$$(AB)\cap P=(\cdot)K$$

1. Через данную прямую (AB) провести некоторую вспомогательную плоскость Q частного положения.

$$(AB)\subset Q$$

2. Построить прямую (MN) пересечения данной плоскости P со вспомогательной Q с

$$Q\cap P = (MN)$$

3. Определить точку встречи K данной прямой (AB) с линией пересечения (MN) двух плоскостей P и Q.

$$(MN)\cap(AB) = (\cdot)K$$

Пример: Определить точку встречи прямой (AB) с плоскостью P общего положения (рис. 76)

Дано:

$P(P_V P_H)$ ^(AB)

Определить:

(•)K=(AB)∩P

Рис.76

Пример: Определить точку встречи прямой (AB) с плоскостью P(ΔCDE) общего положения (рис. 77)

Дано: P(ΔCDE) ^(AB)

Определить: (•)K=(AB)∩P

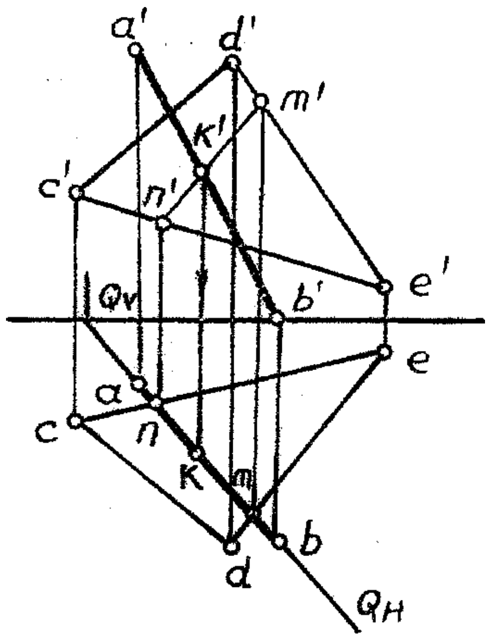


Рис.77

10-ТЕМА

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. **Перпендикулярность прямой к плоскости.**
2. **Алгоритмы решения задач.**
3. **Перпенднкулярность двух плоскостей.**

.

Перпендикулярность прямой к плоскости

Расстояние от точки до плоскости определяется вапичинои перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость

Прямая является перпендикуляром, если она перденднкулчрна двум пересекающимся прямым, принадлежащих плоскости (рис.78).

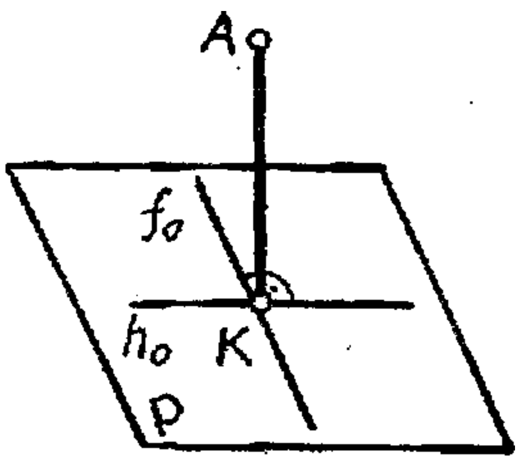


Рис. 78

Из чертежа видно, что с качестве пересекающихся прямых ичюль ованы горизонталь (h^) и фронталь (fo) данной плоскости Р.

1.Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. (рис.79,80)

$$(АК) \perp P \Rightarrow (ak) \perp h \wedge (a'к') \perp f'$$

2. Если прямая перпендикулярна плоскости, то одноименные проекции прямой перпендикулярны одноименным следам плоскости.

$$(АК) \perp P\ (ak) \Rightarrow \perp P_н \wedge (a'k') \perp P_v$$

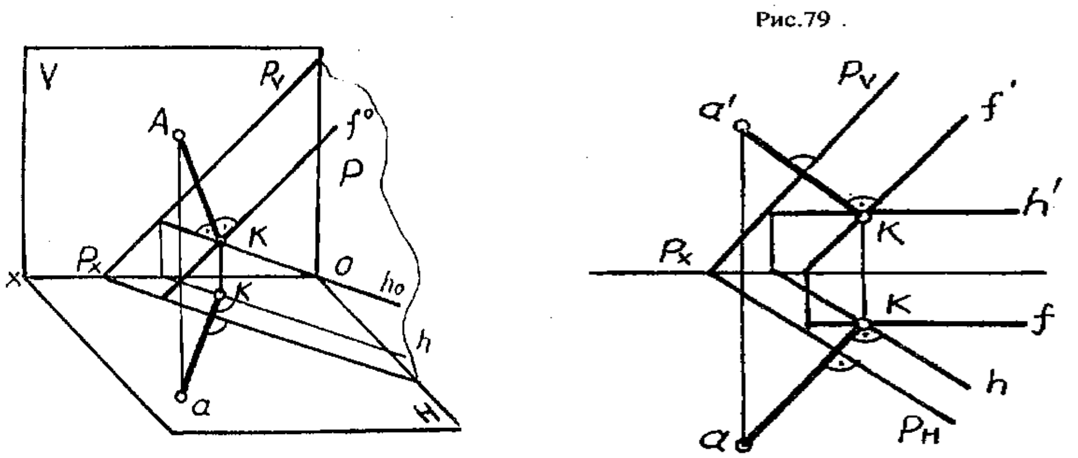


Рис. 80

Алгоритмы решения задачи

Пример: Определить расстояние от точки S до плоскости Р(А АВС) (рис,81)

Эта задача является домашне - графической работой (эпюр 2} студентов. Координаты (Х,У,Z) точки S и точек А,В.С задаются в миллиметрах, согласно варианта/

Дано:

Определить:

№'	X	Y	Z
A	65	20	10
B	35	10	40

C	10	45	20
S	55	50	50

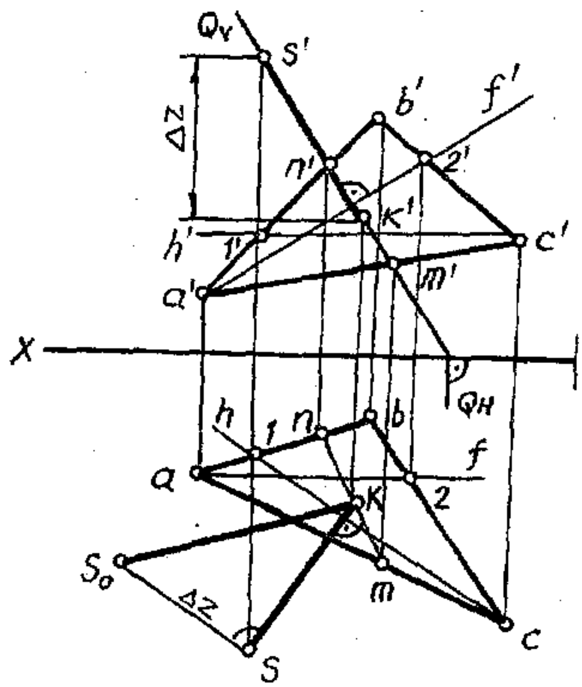


Рис. 81

Алгоритм решения второго эпюрп .

1) $h_0(h,h') \subset (\cdot)\ C\ (c,c')$, $f_0(f,f') \subset (\cdot)\ A(a,a')$
2) $s' \perp (f')$, $s \perp (h)$
3) $\perp_{(\cdot)s} \subset Q \perp \mathbf{V}$
4) $Q \cap P(\Delta ABC) = (MN)$
5) $(MN) \cap \perp_{(\cdot)S} = (\cdot)K(k, k')$

6) $\lceil SK \lceil = [\ S_0k\ ] = ?$ mm

Пример; Построить плоскость $R(M_V.)$, проходящую через точку A, перпендикулярной к прямой (BC) плоскости $P(\Delta ABC)$ (рис 82). Эта задача является домашне – графической работой (эпюр 2) студентов. Координаты (X,У,Z) точек A,B,C задаются в миллиметрах согласно варианта

Дано: $P(\Delta\ ABC)$

Определить:

№	X	Y	Z
A	60	30	10
B	40	10	45

C	15	40	25

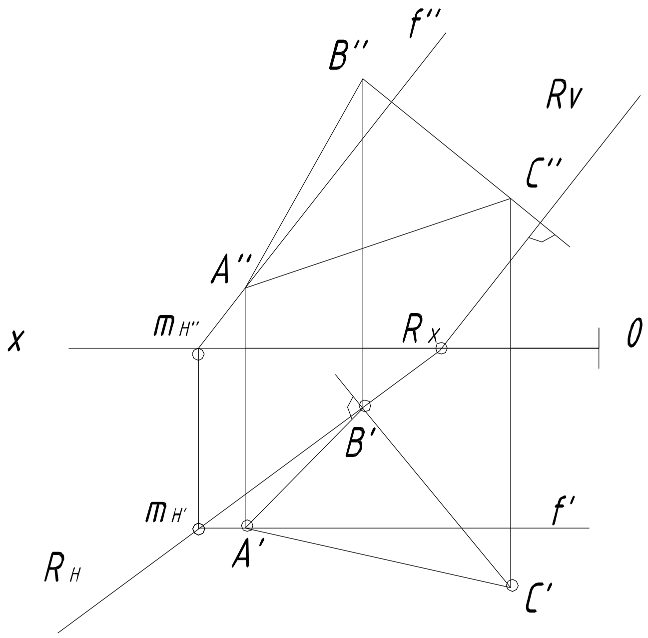


Рис. 82

Алгоритм решения третьего эпюра

1) $f_0\ (f,\ f') \subset (\bullet)A\{a,\ a'\},\ f' \perp (b',c') \wedge f \parallel [ox)$

2) $f_0 \cap H = M_H(m_H',m_H)$

3) $M_H(m_H) \in R_H \perp (b,\ c)$

4) $R_H \cap [ox) = R_x$

5) $R_x \in R_v \perp (b',\ c') \wedge R_v \parallel f'$

Перпендикулярность двух плоскостей.

Если одна плоскость проходит через прямую перпендикулярную второй плоскости, то эти две плоскости взаимно перпендикулярны (рис.83).

$$(AK) \perp P \wedge (AK) \subset Q \Rightarrow Q \perp P$$

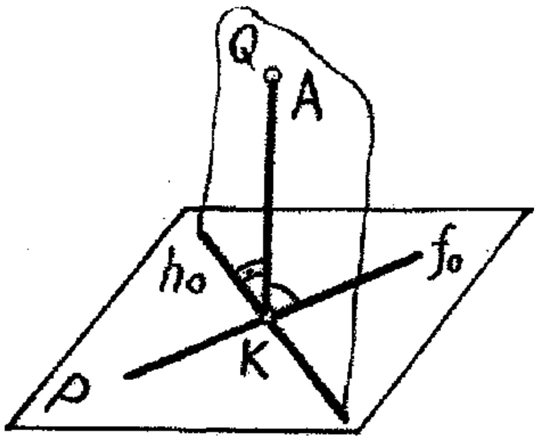


Рис. 83

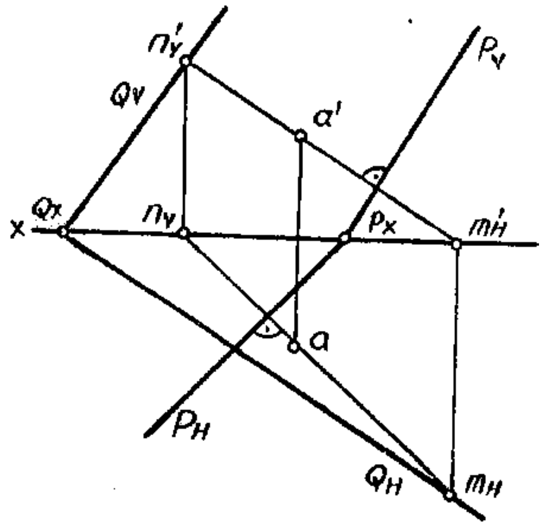
Пример: Даны плоскость P следами, точки A и точки сходи следов Q_x

плоскости Q. Через точку A провести перпендикулярную плоскость Q к данной плоскости P (рис.84).

дано: $P(P_v, P_н)$

$(\bullet)A \wedge (\cdot)Qx$

Определить: $(\bullet)A \in Q \perp P$



Алгоритм решения задачи.

1) $(\cdot)A \perp P$

2) $\perp_{(\cdot)A} \cap H = M_н(m_н', m_н)$

3) $\perp_{(\cdot)A} \cap V = N_v(n_v', n_v)$

4) $(\cdot)N_v(n_v') \cup (\cdot)Q_X = Q_v$, $(\bullet)M_H(m_H) \cup (\cdot)Q_X = Q_H$

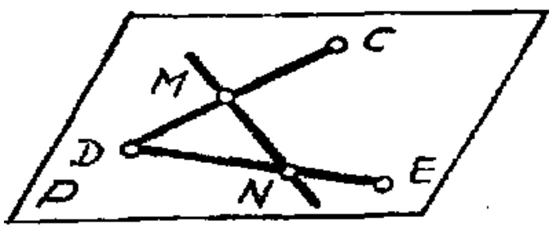
11- ТЕМА.

План лекции.

1. **Параллельность прямой к плоскости.**
2. **Параллельность двух плоскостей.**
3. **Алгоритмы решения задач.**

Бени пространственная прямая (AB) параллельна некоторой прямой (MN), принадлежащей плоскости P, то данная прямая (AB) параллельная плоскости P. (рис.85).

$$(AB) \parallel (MN) \subset P \Rightarrow (AB) \parallel P$$



Пример: Определить горизонтальную проекцию прямой (AB) параллельной плоскости P((CD) ∩ (DE)) (рис.86)

Дано: P((CD ∩ DE)),

(AB)||P

Определить:

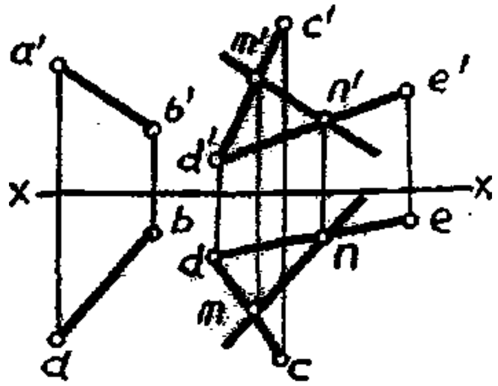


Рис. 86

Пример: Определить горизонтальную проекцию прямой (AB) параллельной профильно - проецирующей плоскости P (рис.87)

Дано:

P(Pv, P_H), (AB) ||P

Определить:

(a b)-?

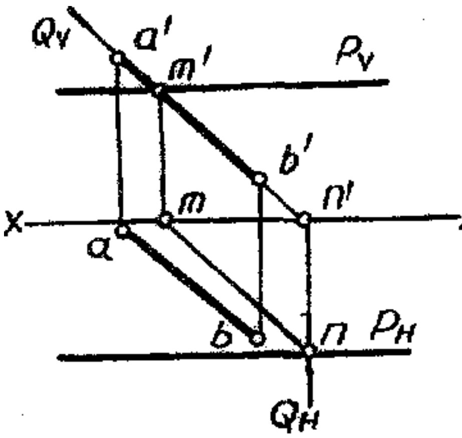


Рис. 87

Алгоритм решения задачи .

1) (AB) ⊂ Q ⊥ V

2) Q ∩ P = (MN)

3) (AB) || (MN)

Параллельность двух плоскостей

1. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым агорой плоскости. то эти две плоскости взаимно параллельны (рис.88) н (рис.89).

(AB) II (A,B,) л (BC) II (B,C,) => P 1I-Q

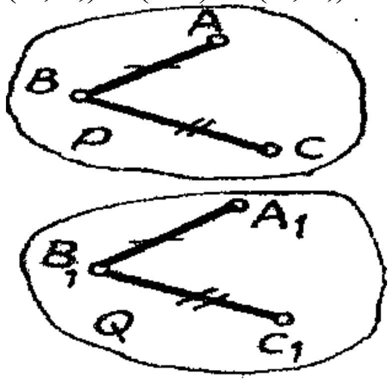
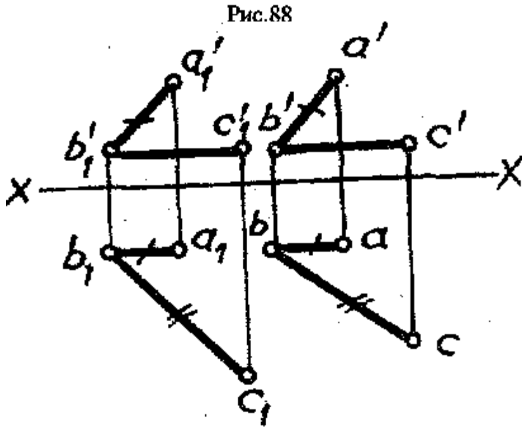


Рис.88



2. Если две плоскости параллельны, то одноименные следы плоскостей также взаимно параллельны (рис.90)

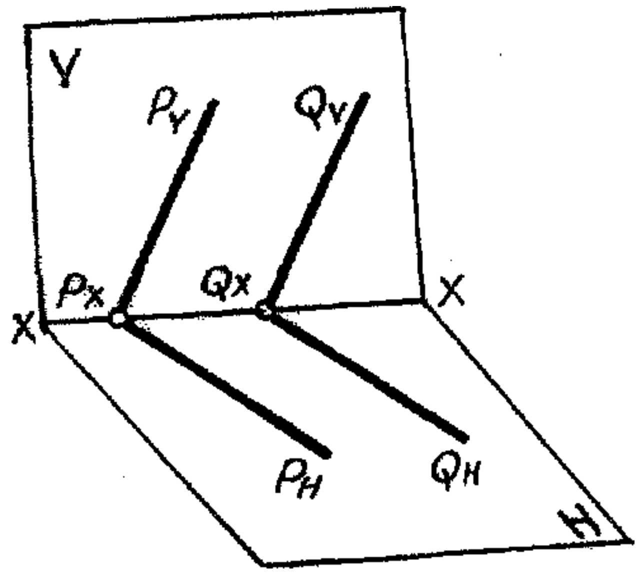


Рис. 90

Пример: Через точку E провести плоскость Q параллельной плоскости P (рис.91)

Дано:

Определить:

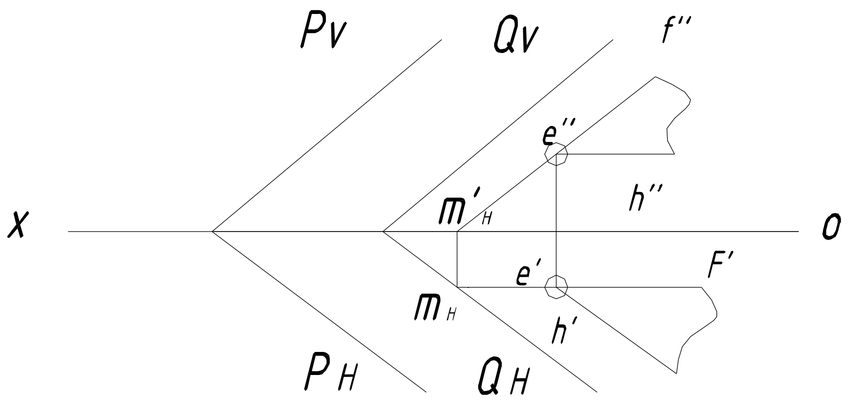


Рис. 91

Алгоритмы решения задачи.

Пример: Построить плоскость Q следами параллельной данной P(ΔABC) на расстоянии 20 мм (рис.92). Эта задача является домашне - графической работой (эпюр 4) студентов. Координаты (X,У,2) точек A,B,C задаются в миллиметрах согласно варианта.

Дано: P(Δ ABC)

Определить: $Q(Q_V, Q_H) \parallel P \wedge \lceil QP \lceil = 20$

№	X	Y	Z
A	65	20	10
B	35	10	40
C	10	45	20

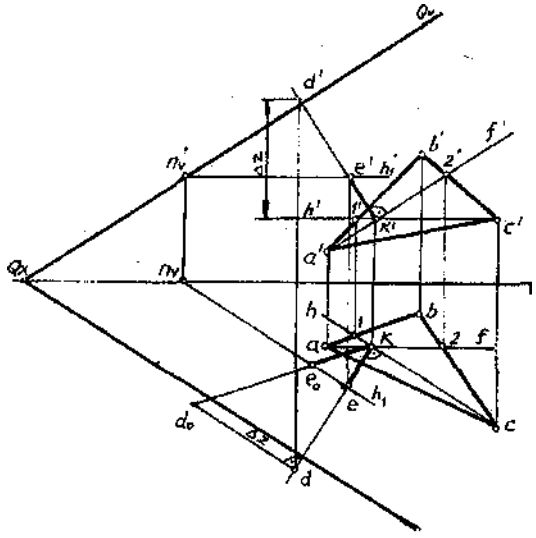


Рис.92

Алгоритм решения четвертого эпюра.

1) h_0 (h, h') $\subset$ ($\cdot$)C(c, c'), f_0 (f,f ') $\subset$ ($\cdot$)A(a, a')

2) К (k^1, k) = $h_0 \cap f_0$, (k',k) $\perp$ **[ox)**

3) ($\cdot$)K $\perp$ P,($\cdot$)**k'$\perp$f'**$\wedge$($\cdot$)k$\perp$**h**

4) $\lceil KD \lceil$ =[kd_0]

5) $|KE|$=[ke_0]

6) ($\cdot$)E $\in$ $h_1 \cap$ V =N_V

7) $n_V' \in Q_V \parallel f' \wedge Q_H \parallel h$

8) $Q \parallel P \wedge \lceil QP \lceil = 20mm$

12-ЛЕКЦИЯ. Способы преобразования чертежа. Способ перемены плоскостей проекции. Алгоритмы решения задач.

Способы преобразования чертежа

Для перевода геометрических элементом из общего положении на частное с построением новых положении проекций называют преобразованием чертежа.

Преобразование могут быть выполнены следуюшими способами:.

1. Переменой (заменой) плоскости проекций с условием, что |рассматриваемый объект или его элементы должны занимать одно из частных положений относительно новой плоскости проекций.

2. Перемещением (вращением) геометрическое образа в пространстве так, чтобы он занимал определенное соглцсио условию поставленной задачи частное положение относительно плоскости проекций.

При способе совмещения плоскость общего положения, вращается вокруг одного из своих следов и его называют частным случаем способа вращения. ,

Способ перемены плоскостей проекций

Сущность этого способа заключается в том» что геометрический образ в пространстве сохраняет свое положение, а вместо V, H вводятся дополнительные плоскости проекций.

При замене обязательно сохраняется взаимная перпендикулярность двух плоскостей проекции.

Одна система заменяется второй системой по следующей схеме.

При одной замене:

X V/H =► X, V,/H или X V/HXgV/H,

Для перехода на новую систему берем фронтальную плоскость проекций с условием, что $V \perp H$ (рис.93)

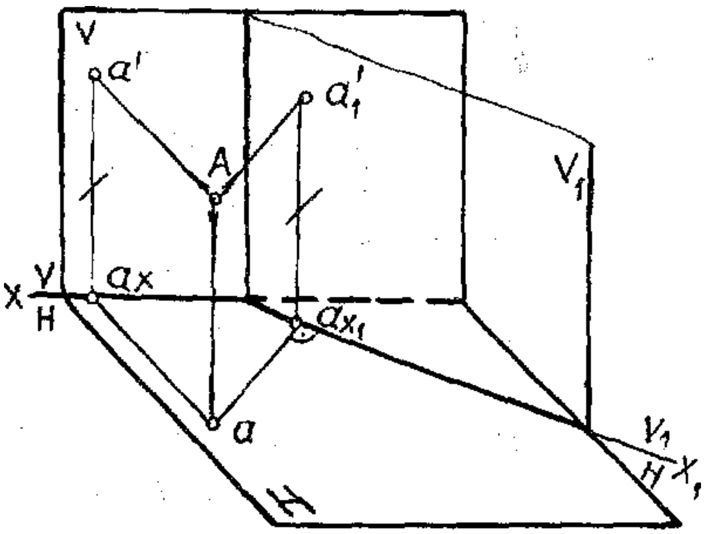


Рис. 93

Пространственную точку А проецируем на старую систему плоскости проекции, затем проецируем ее на новую фронтальную плоскость проекций.

X V/H - старая система.

X - старая ось проекция X_1 V_1,/H - новая система.

V_1 - новая фронтальная плоскость проекций.

$V_1 \cap H – X_1|$ - новая ось проекций.

(•)А пространственная точка,

а - горизонтальная проекция точки А.

а' - фронтальная проекция точки А.

a_1' - новая фронтальная проекций точки А.

На рис. 94 приведен эпюр точки А.

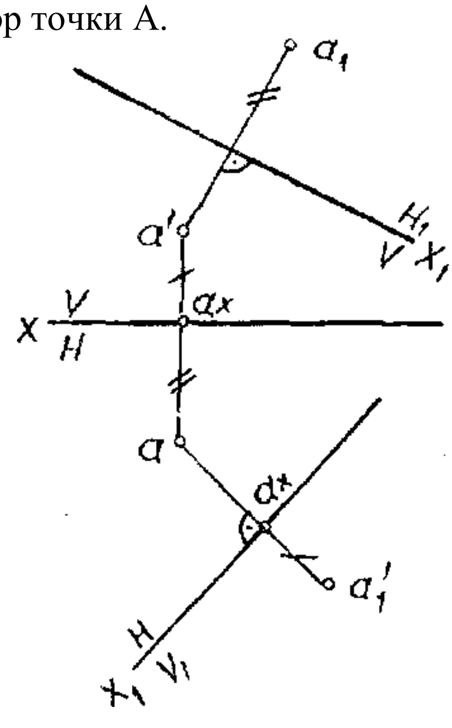


Рис. 94

Для определении новой фронтальной проекции точки А откладываем от новой оси проекций удаленность точки А относительно горизонтально плоскости проекций

То есть: $[a_{1,} a_{x1}] = [a', ax]$

Пример: Определить натуральную величину отрезка IABI (рис.95).

Дано: [AB]

Определить: | AB |

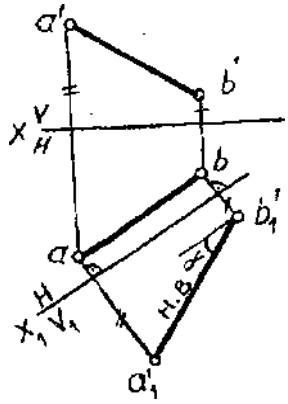


Рис.95

Алгоритм решения задачи.

1) $V \Rightarrow V_1, X_1 . \| [ab]$

2) $[a_1' b_1'] = [AB]. [A_1 B_1] \,|\,|\, V_1 < a = [AB] \wedge H$

Пример: Отрезок [AB] перевести в горизонтально - проецирующее положение (рис.96).

Дано: [AB]

Определить:

$[A,B,] \perp V_1$

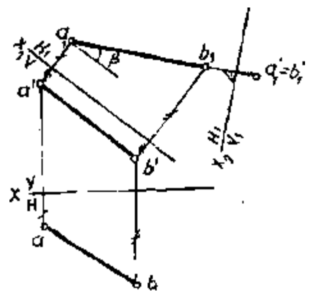


Рис. 96

Алгоритм решения задачи.

1) $H \Rightarrow H_1, X_1 \| [a'b'], [A_1B_1] \| H_1$

2) $V \Rightarrow V_1 , X_2 \perp [a_1 b_1], [A_1 B_1] \perp V,$

Перед решением 5-эпюра целесообразно определить величину треугольной плоскости частного положения.

Алгоритм решения задачи.

Пример: Определить натуральную величину треугольника ΔABC (рис. 97). Эта задача является домашне - графической работой (эпюр 5) студентов. Координаты (X,У,Z) точек A.B.C задаются в миллиметрах согласно варианта.

Дано: P(Δ ABC)

Определить: (Δ ABC)

№	X	Y	Z
A	60	30	10
B	30	10	40
C	10	40	20

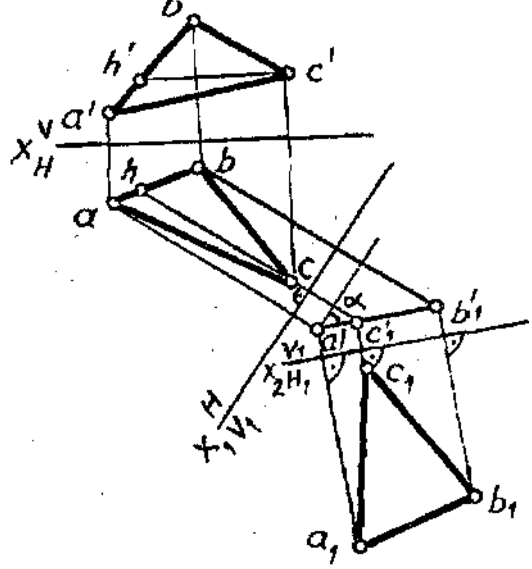


Рис.97 .

Алгоритм решения пятого эпюра

1) $h_0(h,h') \subset (\bullet)C(c,c'), h'||[ox)$

2) $V \Rightarrow V_1$, $(\Delta\ A_1\ B_1C_1) \perp V_1$,

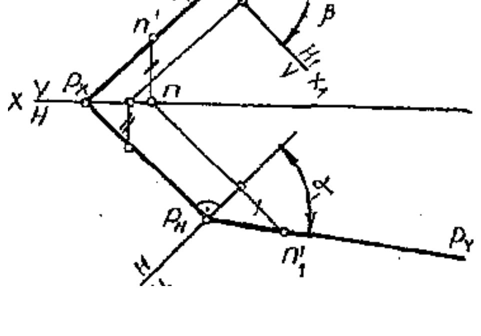
3) $H \Rightarrow H_1, X_2||(a_1'b_2'C_2')$

4) $(\Delta\ A_1B_1C_1)\ ||\ H$. $(\Delta\ a_1b_1;c_1) = [\Delta\ ABC]$

Пример: Определить угол наклона плоскости P к плоскостям проекций фронтальной V и горизонтальной H (рис.98)

Дано:P(Pv, Pн)

Определить: $< \alpha = P \wedge H$, $< \beta = P \wedge V$



Алгоритм решения задачи.

1) $V \Rightarrow V_1$, $X_1 \perp P_н$,

2) $N(n^1, n) \in P_v$

3) $N \Rightarrow N_1(n_1')$

4) $P_{x1} \cup n_1' = P_{vi}$

5) $< \alpha = P$ ^H ,

1)$H \Rightarrow Hi$, $X_1 \perp P_v$,

2) $M(m^1, m) \in P_н$

3)$M \Rightarrow M_1(m_1)$

4) $P_{x1} \cup mi = P_{н1}$

5) $< \beta = P$ ^ V

13-ЛЕКЦИЯ. Способ вращения. Алгоритмы решения задач.

Способ вращения.

Сущность этого метода заточается в том, что плоскость проекции сохраняет свое положение, а пространственный геометрическим образ подлежит вращению.

На рис. 99 приведен пространственный чертеж способа вращения точки А

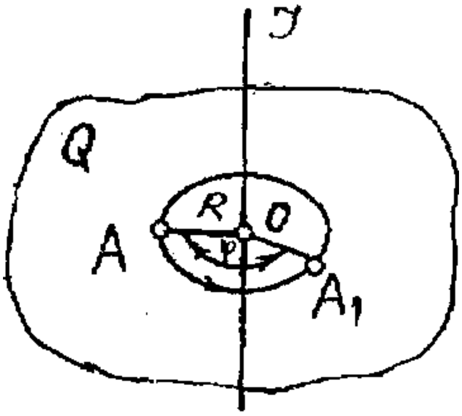


Рис. 99.

J - ось вращения, она может быть $J \perp H$, $J \perp V$, J| | H, J| | V.

О - плоскость вращения, она может быть Q $\perp$H, Q$\perp$V.QIIH, QIIV.

Плоскость вращения и ось вращения всегда взаимно перпендикулярны

$Q_{\perp}$ J ва $J \cap Q = O$

O - центр «ращения.

A - пространственная точка.

R - радиус вращения. 1 OA) = R

A_1 - новое положение точки А

φ - угол вращения точки А

(•)A X $J \perp H \rightarrow$ (•)A_1|

Эпюр способа вращения точки А приведен на рис.100

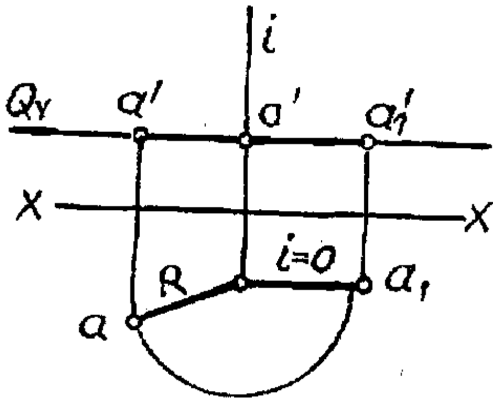


рис.100

Алгоритм решения задачи

1) (•)A∈ Q⊥J ^ Q II H , Q_v | | [ox)
2) J ∩ Q = 0(o', o)
3) O ∪A = [OA] = R = [oa|

Если точка A вращается вокруг оси перпендикулярной горизонтальной плоскости проекций H, то горизонтальная проекция этой точки вращается по окружности, а фронтальная проекция точки перемешается по прямой параллельной оси проекций [ox).

Если точка A вращается вокруг оси перпендикулярной фронтальной плоскости проекций V, то фронтальная проекция этой точки вращается по окружности, а горизонтальная проекция точки перемещается по прямой параллельной оси проекций (ox).

Пример: Определить натуральную величину отрезка [AB] (рис.101)

Дано: JAB] Определить: [AB]

Алгоритм решения задачи

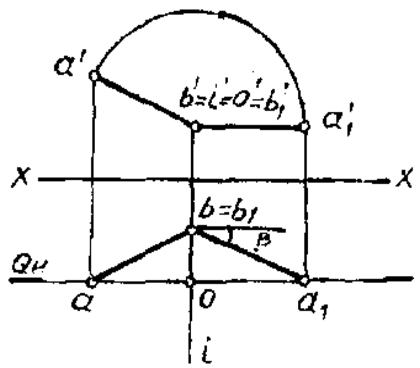


Рис.101

Алгоритм решения задачи

U.V, Q II V , Z P < [AB] ' V

Пример: Вращением отрезок [AB] перевести в параллельное положение к оси проекции [OZ) (рис.102).

Дано: [AB]

Определить:

[AB] || [OZ)

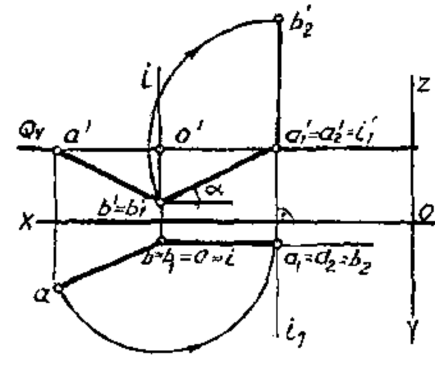


Рис. 102

Алгоритм решения задачи.

1) $[AB]\ X\ J_{\perp H} \rightarrow [A_lB_lI$ ва $[(a_l'b_l'] = IABI, <a= [AB]\ \hat{}H$

2) $[A_lB_l]\ X\ J_{l\perp v} \rightarrow [A_2B_2] \parallel [OZ)$

Пример: Вращением определить натуральную величину треугольника АВС (рис. 103).

Дано:

$(\Delta ABC) \perp V$

Определить: $|\Delta\ ABC|$

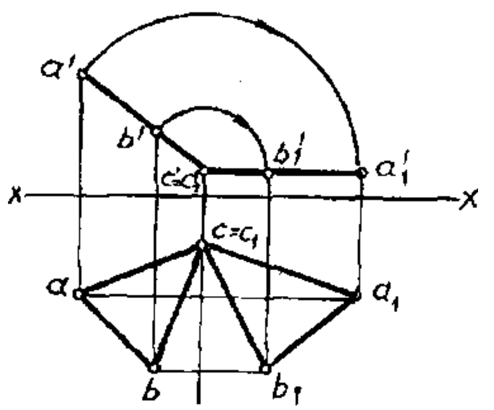


Рис.103

Алгоритм решения задачи.

$$(\Delta ABC)\ X\ J_{\perp v} \rightarrow (\Delta A_1B_1C_1) \parallel H$$

Вращения вокруг горизонтали или фронтали

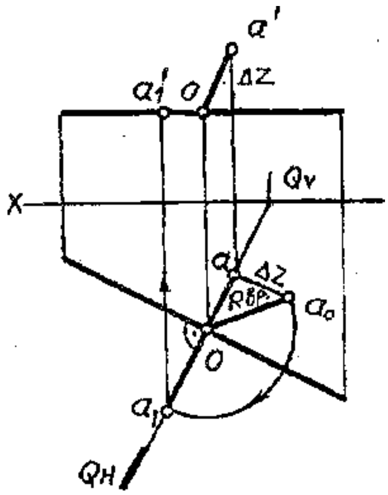
Поворотом вокруг горизонтали ввести точку А на уровень горизонтали (рис. 104)

Дано:

$J \parallel H$ ^ (•)A

Определить:

(•)A X $J|_{H}$ → (•)A_1



Алгоритм решения задачи.

1) (•)A ∈ Q ⊥ J

2) Q ∩ J = O

3) [o a_0] = R

Пример: Вращением вокруг горизонтали или фронтали определить натуральную величину треугольника Δ ABC (рис. 105). Эта задача является домашне - графической работой (эпюр 6) студентов. Координаты (X,У,Z) точек A,B,C задаются и миллиметрах согласно вариант.

Дано: P(Δ ABC)

Определить: |Δ ABC| - ?

№	X	Y	Z
A	70	30	10
B	40	15	40
C	10	40	20

$(\Delta\ ABC)\ X\ J_{\parallel н} \rightarrow (\Delta\ A_1B_1C_1)\ I\ ABC\ I$

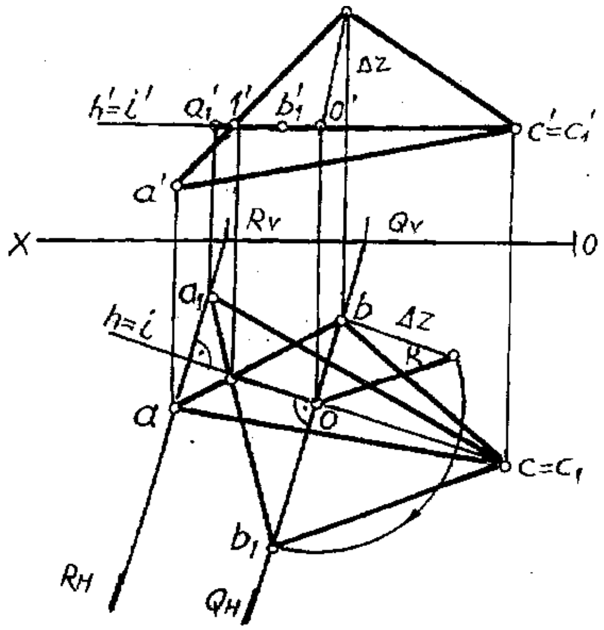


Рис. 105

Алгоритм решения шестоого эпюра

1) h_0 (h, h') ⊂ (•)C(c, c') , h' ∥ [ox)

2) (•)C ∈ $J_{\|H}$ → $C_1 \equiv C$

3) (•)B ∈ $J_{\|H}$ → B_1

4) (•)A ∈ $J_{\|H}$ → A_1

5) (•)A_1 ∪ (•)B_1 и (.)C_1 → (Δ $A_1B_1C_1$) = |Δ ABC|

14-ЛЕКЦИЯ. Способ совмещения. Совмещения плоскостей частного положения.

Способ совмещения (Вращения вокруг следов плоскости)

При способе совмещения за ось вращения берется горизонтальный или фронтальный след плоскости|

Если плоскость совмещается с горизонтальной плоскостью проекций H, то горизонтальный след плоскости является осью вращения (рис. 106).

Если плоскость совмещается с фронтальной плоскостью проекций V, то фронтальный след плоскости яnляется осью вращения (рис. 107).

Совместить плоскость общего положения P с горизонтальной плоскостью проекций H (рис. 106).

$$P \ X \ J_{PH} \rightarrow P_1 \subset H$$

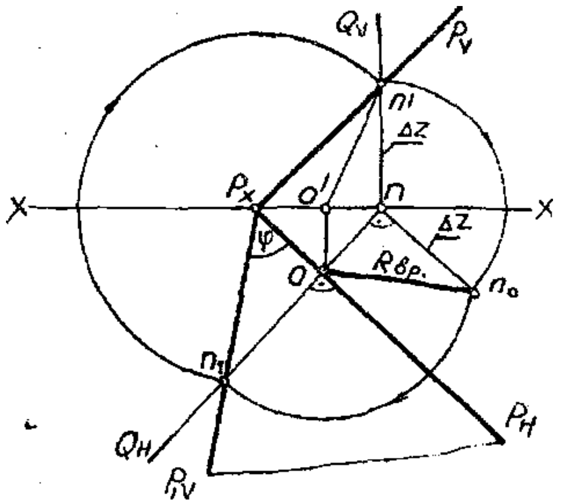


Рис. 106

Алгоритм решения задачи.

1) $N\ (n, n') \in P_v$

2) $(\bullet)N\ X\ J_{pH} \rightarrow (\bullet)N_1$

3) $[Px\ n'] = [P_x\ n_1]$

Пример: Определить натуральную величину отрезка [AB] принадлежащей плоскости $P(P_V, P_н)$ (рис.107).

Дано: $P(Pv, PH)$^

$[AB] \subset P$

Определить:

$|AB|$ - ?

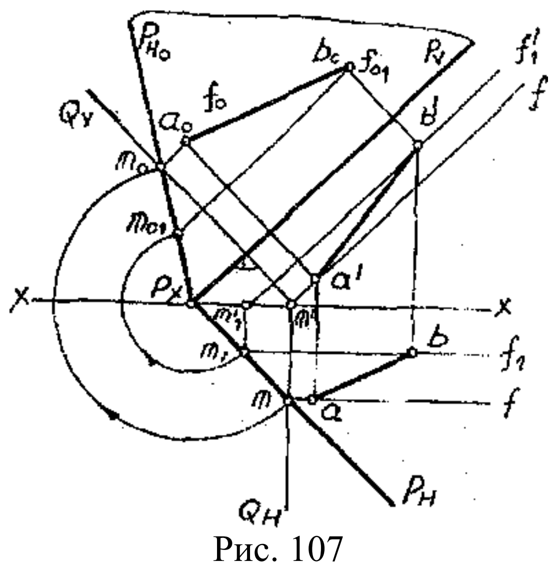


Рис. 107

Алгоритм решения задачи

1) $f_0(f, f') \in (\bullet)A$ => a', $f_1\ (f_1, f_1') \in (\bullet)B$ =>b'

2) $P\,X\,J_{pv} \rightarrow P_1 \subset V$

3) $(\bullet)M\ X\ J_{pv} \rightarrow (\bullet)\ M_0$

4) $(\bullet)M_1\ X\ J_{PV} \rightarrow (\bullet)M_{10}$

5) $f_0 \parallel P_v$, $[a_0\ b_0] = |AB|$

Совмещение плоскостей частого положения

Совместить вращением вокруг горизонтального следа фронтально-проецирующую плоскость Р с горизонтальной плоскостью проекций Н (рис.108).

$P \times J_{pH} \rightarrow P_{vo} \subset H$

Дано:
$P(Pv,Pn) \perp V$
Определить:
$< \varphi = Pv\ P_H = 90°$

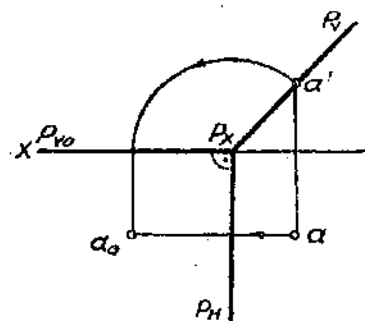


рис.108

Совместить вращением вокруг горизонтального следа горизонтально - проецирующую плоскость Q с горизонтальной плоскостью проекций H. (рис. 109).

$Q \times J_{QH} \rightarrow Q_{VO} \subset H$

Дано:
$Q(Q_V,Q_H) \perp H$
Определить:
$< \varphi = Q_v \wedge Q_H = 90°$

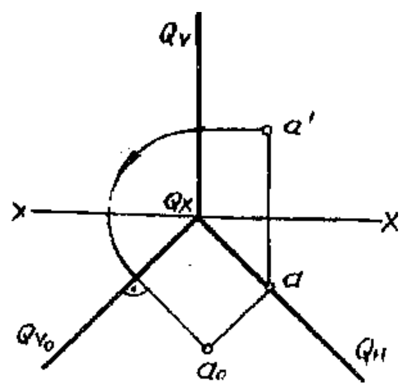


рис. 109

Совместить вращением вокруг фронтальною следа фронгально- проецирующую плоскость P с фронтальной плоскостью проекций V (рис.110).

$P \times J_{pv} \rightarrow P_{H0} \subset V$

Дано:
$P(Pv, P_H) \perp V$
Определить:
$<\varphi = P_v \wedge P_H = 90°$

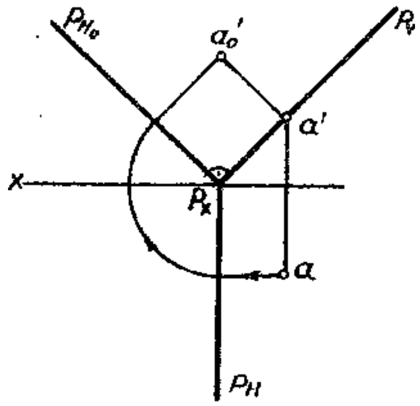


Рис. 110.

Совместить вращением вокруг фронтального следа горизонтально-проецирующую плоскость Q с фронтальной плоскостью проекций V.(рис.111).

$$Q\ X\ J_{QV} \rightarrow Q_{H0} \subset V$$

Дано:

$Q(Q_V, Q_H) \perp H$

Определить: Л

$<\varphi = Q_v \wedge Q_H = 90°$

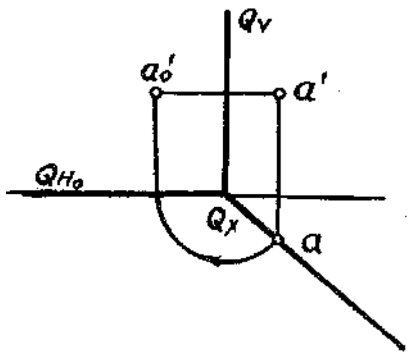


Рис.-111

15-ТЕМА

ПЛАН ТЕМЫ

1. **Поверхности.**
2. **Классификация поверхностей.**
3. **Поверхности.**
4. **Классификация поверхностей**
5. **Коническая поверхность**
6. **Цилиндрическая поверхность.**

7. **Поверхности с плоскостью параллелизма.**

8. **Поверхности вращения.**

Поверхности. Классификация поверхностей.

Поверхности

Поверхностью называется совокупность последовательных линий,, движущихся в пространстве по определенному закону. Эту движущую линию называют образующей и она может постоянной ими бесконечно меняющейся.

Линия, определяющая характер движения образующей, называется направляющей.

Классификация поверхностей

Поверхности по характеру образующей делят на два вида.

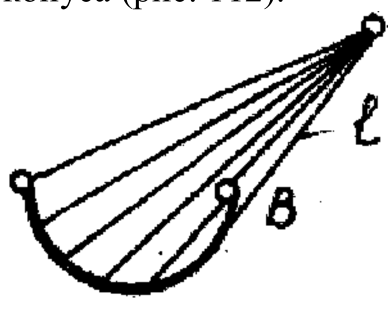
1.Прямолинейные поверхности

2.Криволинейные поверхности

Поверхности линейчатые могут быть образованы движением прямой линии. Линейчатые - поверхности, у которых образующие параллельные или пересекаются, являются развертывающимися. К ним относятся поверхности конуса, пирамиды, цилиндра и призмы.

Коническая поверхность

В общем случае коническая поверхность задается направляющей кривой линии и вершиной конуса (рис. 112).



S - вершина конуса

L - образующая.

АВ - направляющая

Бели направляющая ломаная линия, то образуется пирамида (рис. 113)

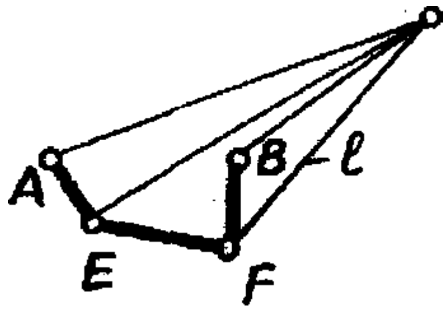


Рис .113 **.**

Цилиндрическая поверхность.

В общем случае цилиндрическая поверхность задается направляющей н направлением образующей (рис. 114)

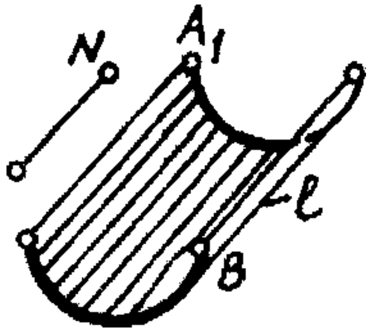


Рис. 114

L - образующая
MN-направление образующей
AB и A_1B_1- направляющая

Бели направляющая ломаная линия, то образуется призма (рис.115)

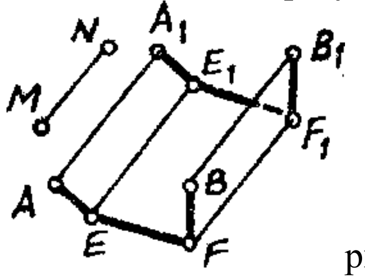


рис. 115

Линейчатые поверхности, образующие которых скрещиваются, называются не развертывающимися. К ним относятся цилиндроид, коноид, гиперболический параболоид или косая плоскость.

Поверхности с плоскостью параллелизма

Цилиндроид. Поверхность, называемая цилиндроидом, образуется при перемещении прямой линии, во всех своих положениях сохраняющей параллельность некоторой заданной плоскости (плоскости параллелизма) и пересекающей две кривые линии (две направляющие) (рис. 116).

Рис. 116

Коноид. Поверхность, называемая коноидом, образуется при - перемещении прямой линии, во всех своих положениях сохраняющей параллельность некоторой заданной плоскости (плоскости параллелизма) и пересекающей две направляющие, одна из которых - кривая, а другая — прямая линия (рис.117).

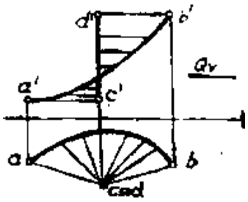


рис.117

Гиперболический параболоид или косая плоскость.

На рис, 118 даны рисунок и чертеж поверхности, называемой косой плоскостью или гиперболическим параболоидом. Образование этой поверхности можно рассматривать как результат перемещения прямолинейной образующей по двум направляющим- скрещивающимся прямым линиям - параллельно некоторой плоскости параллелизма. На рисунке плоскостью параллелизма является плоскость R, а направляющим -прямые AB и CD

Рис.118.

Итак для рассматриваемых поверхностей - цилиндроида, коноида и косой плоскости образующей является прямая линия, которая должна одновременно пересекать две направляющие линии и оставаться постоянно параллельной некоторой плоскости, причем эти направляющие и плоскость параллелизма должны быть в неизменном положении между собой.

Криволинейные поверхности. Криволинейные поверхности образуются движением плоской или пространственной кривой. Они не могут быть образованы движением прямой линии. К кривым поверхностям относятся: поверхности вращения общего вида, не линейчатые поверхности второго порядка, циклические поверхности общего вида, поверхности переноса, каркасные поверхности, винтовые поверхности общего вида.

К поверхностям вращения относятся: сфера, тор, кольцо, эллипсоид вращения, параболоид вращения, однополосный гиперболоид вращения, двухполосный гиперболоид вращения.

Криволинейные поверхности развертываются приближенно.

Поверхности вращения.

Поверхности вращения образуются вращательным перемещением производящей линии вокруг неподвижной оси. Обычно за ось вращения принимается вертикальная прямая.

Ходом любой точки (А,В) производящей линией поверхности вращения является окружность, которую называют параллелью поверхности вращения (рис. 119).

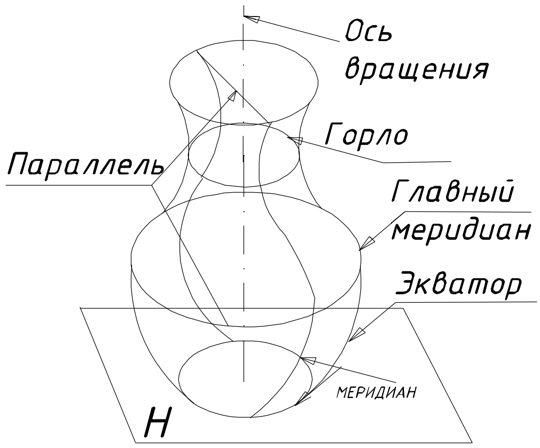


Рис.119

Плоскости параллелей перпендикулярны оси поверхности. Все параллели (окружности) без искажения проецируются (окружностями с общим центром) на плоскость, перпендикулярную оси.

Наибольшую из параллелей поверхности вращения называют экватором поверхности, а наименьшую - горлом (шейкой).

Плоскости, проходящие через ось поверхности вращения, называют меридиональными, а линии, по которым они пересекают поверхность - меридианами.

Поверхность вращения называют закрытой, если меридиональное сечение поверхности является замкнутой кривой линией, пересекающей ось поверхности в двух точках.

Каркас поверхности вращения можно представить параллелями или меридианами поверхности, а также сетью, состоящей из параллелей, и меридианов.

Ниже перечислены основные свойства поверхностей вращения:

если меридиан проходит через две точки поверхности, то ею отрезок-кратчайшее расстояние (геодезическая линия) на поверхности между этими точками, все меридианы равны между собой, каждая из параллелей поверхности вращения пересекает меридианы под прямым углом, т.е. параллели и меридианы образуют прямоугольную сеть на поверхности вращения, любая из нормалей к поверхности вращения пересекают ось поверхности

Поверхность вращения можно представить' заданной очертаниями (очерками). Фронтальным очерком является фронтальная проекция фронтального меридиана, а горизонтальным - горизонтальная проекция наибольшей параллели.

Критерием задания поверхности является принадлежность точки поверхности. Если на чертеже поверхности по известной одной проекцией точки определяется вторая ее проекция, то поверхность задана однозначно.

16-ТЕМА

План темы

1. Пересечение поверхности с плоскостью частного положения.
2. Пересечение призмы с плоскостью частного положения
3. Сечения цилиндра с проецирующей плоскостью
4. Сечения конуса с проецирующей плоскостью.
5. Пересечения поверхностей с плоскостью общего положения
6. Пересечение призмы с плоскостью общего положения
7. Пересечение цилиндра с плоскостью обшего положения.

Пересечение поверхностен с плоскостью частного положения.

Пересечение призмы с плоскостью частного положения

Линия пересечения многогранника с плоскостью определяется по точкам пересечения ребер многогранника или по линиям пересечения граней многогранника с данной плоскостью. Такая задача сводится к определению точек пересечения прямой с плоскостью или к определению линий пересечения двух плоскостей.

При пересечении многогранника с проецирующей плоскостью, многоугольник сечения определяется по точкам пересечения ребер многогранника с плоскостью я одна проекция фигуры сечения преобразуется е прямую, совпадающую со следом данной проецирующей плоскости.

Пример: Определить проекции сечения прямой призмы с плоскостью частного положения и натуральный вил фигуры сечения, (рис. 120).

Эта задача является домашнее - графической работой (эпюр 7 и 8) студентов. Исходные чертежи, согласно варианта, студенты берут с наглядного стенда кафедры.

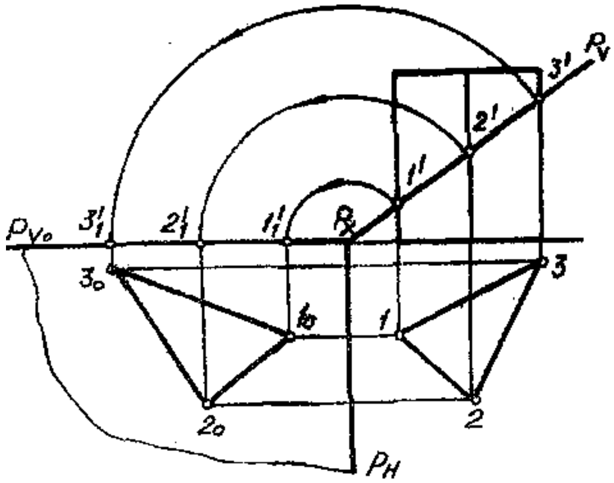


Рис. 120

Пример: Определить проекции сечения прямой призмы с профильно-проецирующей плоскостью не прибегая к помощи профильной проекции (рис.121).

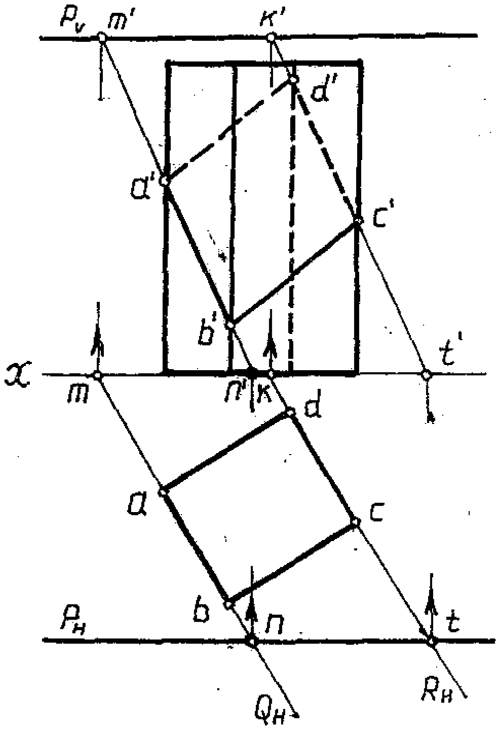


Рис.121

Сечения цилиндра с проецирующей плоскостью

При пересечении цилиндра с проецирующей плоскостью образуются следующие фигуры сечения (рис. 122)

$\varnothing_ц$ - цилиндрическая поверхность.

J - ось цилиндра.

P - секущая плоскость

1) $P \perp J \Rightarrow P \cap \varnothing_ц$ - образуется окружность.

2) $P \wedge J \Rightarrow P \cap \varnothing_ц$ - образуется эллипс .

3) $P \wedge J \Rightarrow P \cap \varnothing_ц$ - образуется часть эллипса

4) $P \parallel J \Rightarrow P \cap \varnothing_ц$ - образуются две параллельные прямые или прямоугольник

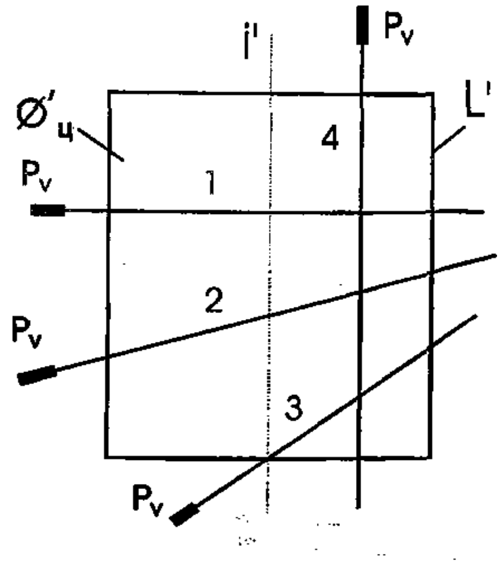


Рис.122.

Пример: Определить проекции сечения цилиндра с фронтально-проецирующей плоскостью Р и' натуральный вид фигуры сечения (рис.123)

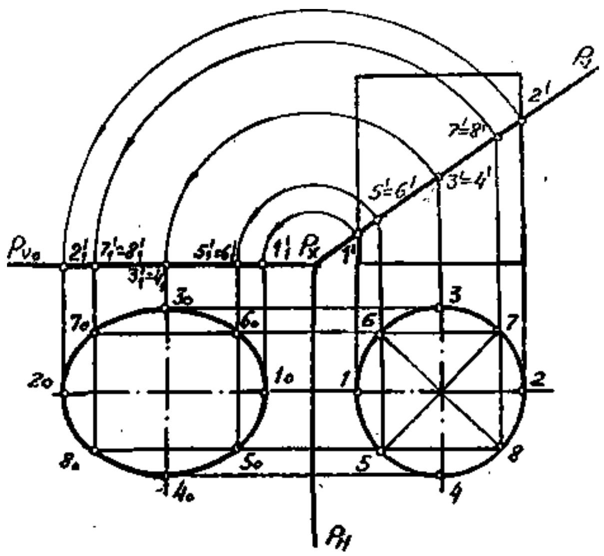


рис. 123

1,2- большая ось эллипса.

3,4 - малая ось эллипса.

Сечения конуса с проецирующей плоскостью

При пересечении конуса с проецирующей плоскостью образуются следующие фигуры сечения (рис. 124).

Ǿ к - поверхность конуса.

J- ось конуса.

Р - секушая плоскость '

L - образующая конуса,

α- угол наклона, образующей к оси конуса

Ө- угол наклона секущей плоскости к оси конуса

1) Ө = 9О°=>Р $\cap$Ǿ$_к$- образуется окружность

2) $\Theta > a \Rightarrow P \cap \acute{\varnothing}_{к}$ - образуется эллипс.

3) $\Theta = a \Rightarrow P \cap \acute{\varnothing}_{к}$ - образуется парабола.

4) $\Theta < a \Rightarrow P \cap \acute{\varnothing}_{к}$ - образуется гипербола.

5) $(\bullet)S \subset P \Rightarrow P \cap \acute{\varnothing}_{к}$ - образуются треугольник или пересекающиеся пряные.

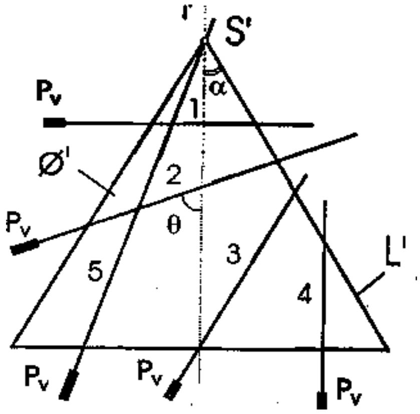


Рис.124

Пример: Определить проекции сечения конуса с фронтально- проецирующей плоскостью P и натуральный вид фигуры сечения (рис. 125)

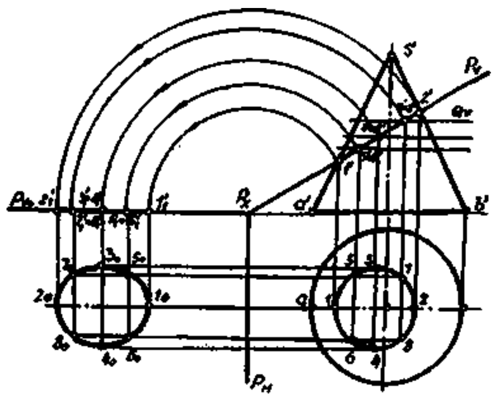


рис.125

1, 2 - большая ось эллипса.

3,4 - малая ось эллипса

Пример: Определить проекции сечения сферы с фронтально проецирующей плоскостью P и натуральный вид фигуры сечения (рис.126)

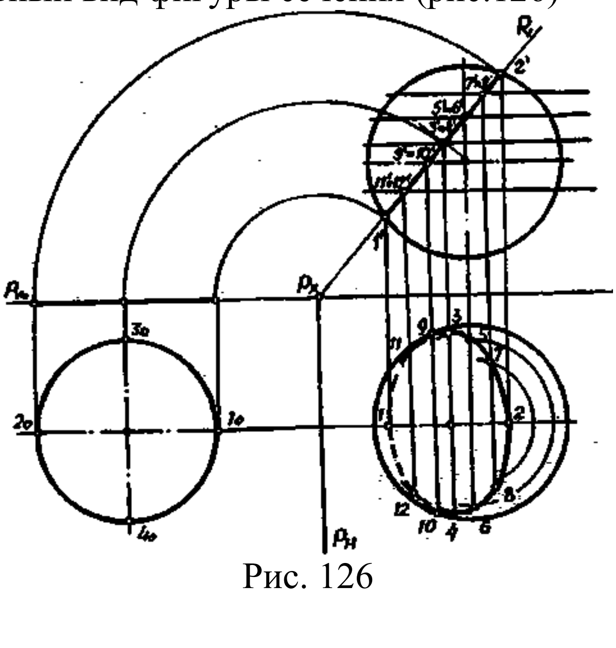


Рис. 126

Пересечения поверхностей с плоскостью общего положения
Пересечение призмы с плоскостью общего положения

Если поверхность является многогранником, то в этом случае построение линии пересечения поверхности с плоскостью общего положения упрощается

Пример: Определить проекции сечения треугольной прямой призмы с плоскостью общего положения и натуральный вид фигура сечения (рис. 127, рис.128). Эта задача является домашнее – графической работой (эпюр 7 и 8) студентов механического направления образования. Исходные чертежи, согласно варианта, студенты берут с наглядного стенда кафедры

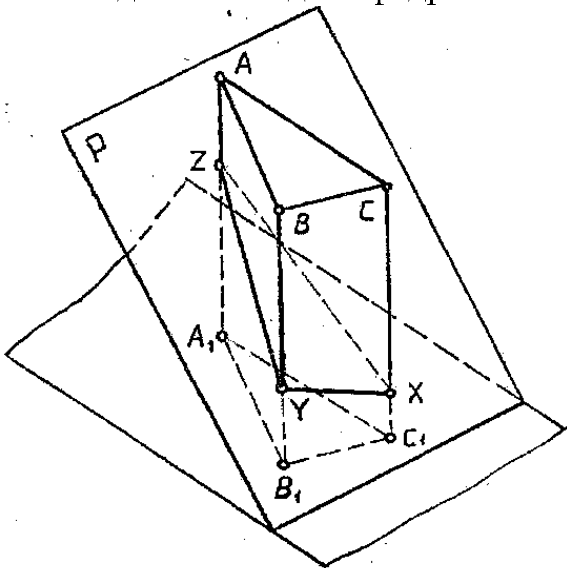


Рис.127

Задача решается в следующей последовательности

1) Определяют точки встречи плоскости с ребрами призмы.

2) Полученные точки соединяют между собой линией, Полученная фигура является результатом пересечения плоскости с призмой.

3) Способом совмещения определяют натуральный вид фигуры сечения.

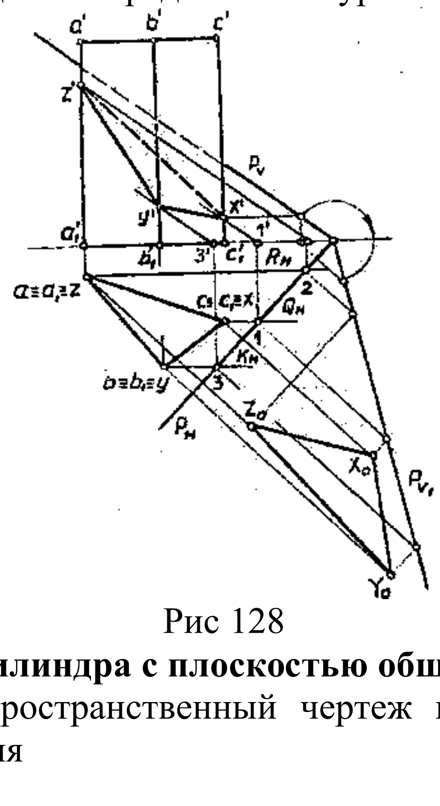


Рис 128

Пересечение цилиндра с плоскостью обшего положения.

На рис.129 приведен пространственный чертеж пересечения цилиндра с плоскостью общего положения

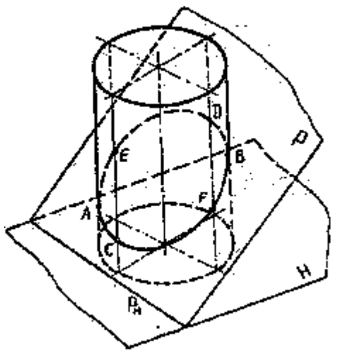


Рис. 129.

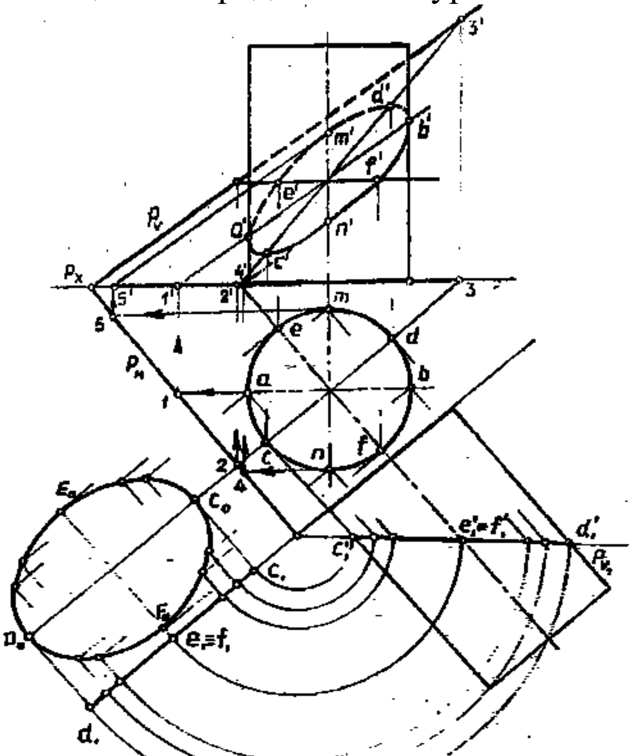
Пересечение цилиндра с плоскостью общего положения определяется следующей последовательности (рис. 130)

1) На поверхности цилиндра проводят несколько характерных образующих.

2) Определяют точки встречи этих образующих с плоскостью Р.

3) Соединяют найденные точки линией последовательно между собой получают фронтальную проекцию фигуры сечения.

4) Способом совмещения определяют натуральный вид фигуры сечения



17- ТЕМА.

План темы.

1. **Взаимное пересечение двух поверхностей.**
2. **Способ вспомогательных секущих плоскостей**

Взаимное пересечение двух поверхностей

В общем случае пересекающиеся две поверхности образуют пространственную линию

Линия, общая для двух пересекающихся поверхностей, называется линией пересечения (перехода). Чтобы определить проекции линии пересечения, необходимо найти проекции нескольких точек, общих для рассматриваемых поверхностей. Для определения точек, принадлежащих линии пересечения поверхностей, используют два способа:

1. Способ вспомогательных секущих плоскостей
2. Способ вспомогательных секущих сфер (шаров)

Использование каждого из этих способов зависит от видов данных поверхностей и от их взаимного расположения.

Способ вспомогательных секущих плоскостей

Этот способ применяют в случае, если две пересекающиеся поверхности являются многогранниками или одна из них многогранник, другая - поверхность вращения.

Сущность способа вспомогательных секущих плоскостей заключается в следующем:

1. Заданные две поверхности пересекают вспомогательной плоскостью.
2. Определяют линии пересечения двух поверхностей со вспомогательной плоскостью, (на каждой из заданных поверхностей в отдельности)
3. Находят точки пересечения полученных линий, которые и- принадлежат искомой проекции линии пересечения двух поверхностей.

На линии пересечения двух поверхностей, в первую очередь, определяют опорные точки, т.е. высшую и низшую, крайнее правую и левую, затем определяют промежуточные точки.

Для построения проекции линии пересечения двух поверхностей достаточно определить 7 или 9 точек. Полученные точки соединяют плавно с помощью линейки, лекало.

Пример: Построить проекции линии пересечения прямого кругового конуса вращения с прямой призмой (рис.131). Эта задача является домашней - графической работой (эпюр 9) студентов. Исходные чертежи, согласно варианта, студенты берут с наглядного стенда кафедры

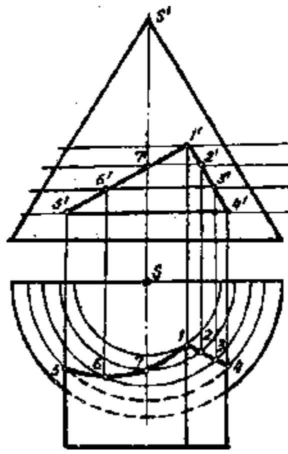


рис.131

Пример: Построить проекции линии пересечения полусферы цилиндром вращения (рис. 132)

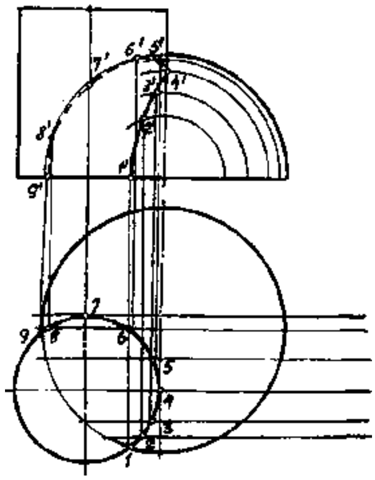


Рис. 132

Пример: Построить проекции линии пересечения двух призм (рис. 133)

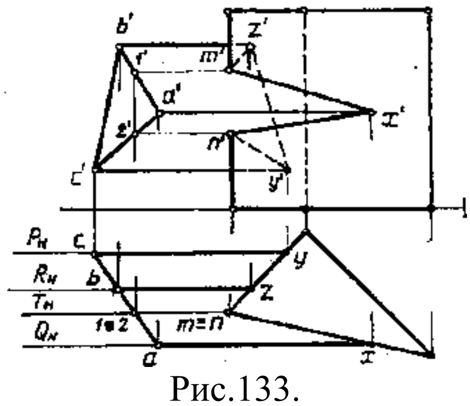


Рис.133.

Пример: Построить проекции линии пересечения прямой призмы с пирамидой (рис.134). Эта задача является домашне - графической работой студентов механического направления образования. Координаты (X,y,Z) точек A,B,C,Dпирамиды и E,K.U,Q призмы задаются в миллиметрах согласно варианта.

18-ТЕМА.

План темы.

1. **Способ вспомогательных секущих сфер**.

2 . Способ концентрических сфер.

3. **Способ эксцентрически сфер.**

Способ вспомогательных секущих сфер.

Этот способ применяют в случае, если две пересекающиеся поверхности являются поверхностями вращения, оси симметрии их пересекаются и параллельны одной из плоскостей проекций.

Различают два вида способа вспомогательных секущих сфер:

1. **Концентрических сфер** - т.е. вспомогательная сфера проводится с одного центра.
2. **Эксцентрически сфер** - т.е. вспомогательная сфера проводится с нескольких центров лежащих на одной линии.

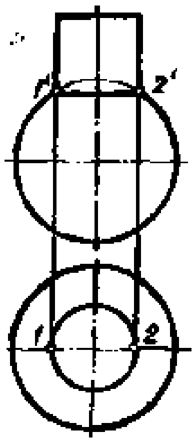
Сущность способа концентрических сфер заключается в том, что вспомогательная сфера проводится из тонки пересечения осей вращения двух поверхностей

Вспомогательная “min” сфера пересекает одну поверхность по окружности, а со второй касается по окружности. В пересечении этих окружностей получаются точки, общие для обеих поверхностей, принадлежащие проекции их линии пересечения.

Построение начинают с проведения минимальной сферы. Кроме минимальной сферы проводят три и более сфер. Обычно для построения проекции линии пересечения достаточно определить 7 или 9 точек.

Соосными поверхностями вращения называют поверхности, имеющие общую ось вращения. Если пересекающиеся поверхности имеют общую ось, то линия пересечения этих поверхностей будет окружностью перпендикулярной к оси вращения.

Пример: Пересечение сферы с цилиндром приведено на рис. 135. Пересечение сферы с конусом приведено на рис. 136



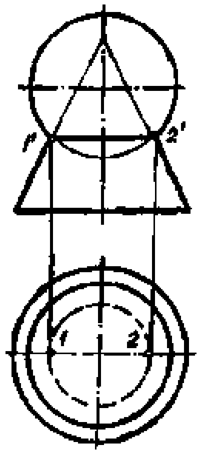


Рис. 135 рис. 136

Особенности пересечения соосных поверхностей вращения позволяет в качестве вспомогательных поверхностей при построении проекции линии пересечения поверхностей использовать сферы, соосные с данными поверхностями.

Пример: Пересечение двух цилиндрических поверхностей приведено на рис.137.

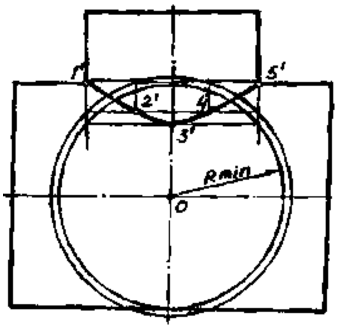


Рис.137.

Пример: Пересечение конуса с сферой приведено на рис.138

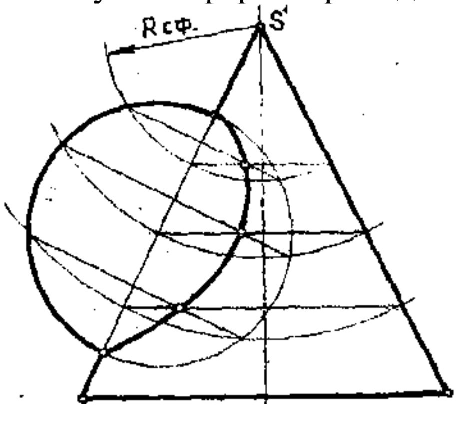


рис.138

Пример: Пересечение конуса с тором приведено на рис.139

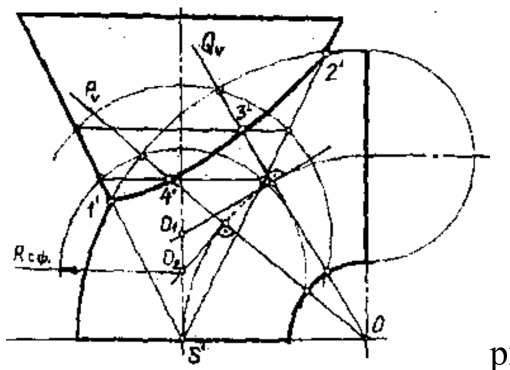


рис.139

Литература

1. Гордон В.О, Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Наука, 1988.
2. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. М.: Высшая школа, 1985.
3. Фролов С.А. Начертательная геометрия. М.: Машиностроение, 1983.
4. Климухин А.Г. Начертательная геометрия. М.: Стройиздат, 1973.
5. Фролов СЛ. Сборник задач по начертательной геометрии. М.: Машиностроение, 1986.
6. Арустамов *ХЛ.* Сборник задач по начертательной геометрии с решением типовых задач. М.: Машиностроение, 1971.
7. Федоренко В.А. н Шошнн А.И. Справочник по машиностроительному черчению. М.,1981.
8. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение. М., 1988.
9. ГОСТ. ЕСКД. Основные правила выполнения чертежей. М.,1984.
10. Усманов Ж.А. Курс начертательной геометрии.2014.Ташкент.

Приложения.

Ключевые слова, применяемые при письменной итоговой оценки по «Начертательной геометрии».

1. Проекция.
2. Ортогональная проекция.
3. Недостающая проекция.
4. Пространство.
5. Октант.
6. Четверть.
7. Квадрант.
8. Точка.
9. Точка частного положения
10. Опорная точка
11. Промежуточная точка.
12. Общая точка.
13. Прямая.
14. Отрезок.
15. Прямая общего положения
16. Следы прям
17. Горизонтальный след прямой.
18. Фронтальный след прямой.
19. Прямая частного положения.
20. Горизонтальная прямая.
21. Фронтальная прямая.
22. Профильная прямая

23. Горизонтально – проецирующая
24. Фронтально - проецирующая
25. Профильно — проецирующая
26. Две прямые.
27. Параллельная прямая
28. Пересекающая прямая
29. Конкурентные точки.
30. Плоскость.
31. Ось абсциссы
32. Ось ординаты
35. Ось аппликаты.
36. Горизонтальная плоскость проекции.
37. Фронтальная плоскость проекции.
38. Профильная плоскость проекции.
39. Горизонтальный след плоскости.
40. Фронтальный след плоскости.
41. Профильный след плоскости
42. Точка схода следов.
43. Плоскость общего положения.
44. Плоскость частного положения.
45. Горизонтально - проецирующая плоскость.
46. Фронтально — проецирующая плоскость.
47. Профильное - проецирующая плоскость.
48. Горизонтальная плоскость.
49. Фронтальная плоскость.
50. Профильная плоскость.
51. Биссекторная плоскость.
52. Главные линии плоскости.
53. Горизонталь плоскости.
54. Фронталь плоскости.
55. Линия наибольшего наклона.
56. Вспомогательная плоскость.
57. Прямой угол.
58. Угол.
59. Поверхность.
60. Характер.
61. Центр.
62- Ось.
63. Расстояние.
64. Ребро.
65. Боковая сторона.
66. Многогранник.
67. Верхнее основание-

68. Нижнее основание.
69. Призма.
70. Пирамида. ,
71. Цилиндр.
72. Конус.
73. Усеченный конус.
74. Сфера.
75. Вспомогательная сфера
76. Минимальная сфера.
77. Максимальная сфера.
78. Тор.
79. Принадлежность.
80. Параллельность.
81. Перпендикулярность.
82. Скрешиваюшаяся.
83. Пересекающаяся.
84. Пересечение двух поверхностей.
85. Пересечение поверхности с плоскостью.
86. Треугольник.
87. Натуральная величина треугольника.
88. Четырехугольник.
89. Многоугольник.
90. Ромб.
91. Равносторонний треугольник.
92. Равнобедренный треугольник.
93. Образующая.
94. Направляющая.
95. Способ прямоугольного треугольника..
96. Перемена, замена.
97. Вращение.
98. Совмещение.
99. Диаметр.
100. Радиус.
101. Равно.
102. Центр сферы.
103. Касательная.
104. Вершина конуса.
105. Вершина пирамиды.
106. Окружность, вписанный в треугольник.
107. Окружность, описанный около треугольника.
108. Высота.

109. Длина.
110. Дальность.
111. Направление.
112. Сторона.
113. Катет.
114. Гипотенуза.
115. Овал.
116. Эллипс
117. Парабола.
118. Гипербола.
119. Трапеция.
120. Концентрический.
121. Эксцентрический.
122. Симметрий.
123. Биссектриса.
124. Линия экватора.
125. Линия меридианы.
126. Очерковая образующая.
127. Прозрачный.
128. Плоскость вращения.
129. Ось вращения.
130. Центр вращения.
131. Радиус вращения.
132. Угол вращения.
133. Дуга окружности.
134. Относительно.
135. Двугранный угол.
136. Основная проекция.
137. Алгоритм.
138. Невидимая линия.
139. Линия связи.
140. Опорная точка.
141. Теорема.
142. Определение.
143. Свойство.
144. Луч.
145. Чертеж.
146. Периметр.
147. Подобный.
148. Представление.
121. Признак

149. Сечение.
150. Символика.
151. Соосный.
152. Сшэеоб.
153. Условия