

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI QISHLOQ VA SUV XO'JALIGI
VAZIRLIGI**

SAMARQAND QISHLOQ XO'JALIK INSTITUTI

QISHLOQ XO'JALIGIDA MENEJMENT FAKULTETI

**OLIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI
KAFEDRASI**

REFERAT

Mavzu: Funksiya tushunchasi.

Bajardi: Iqtisodiyot yo'nalishi 101 guruh talabasi Normuminov Sherzod

Tekshirdi: Kenjayev Sh.

Mavzu: Funksiya tushunchasi.

1. Funksiya tushunchasi
2. Funksiyaning berilish usullari
3. Funksiyalarni sinflash
4. Bir qiymatli va ko'p qiymatli funksiyalar
5. Oshkor va oshkormas funksiyalar
6. Elementar va elementar bo'lmagan funksiyalar
7. Asosiy elementar funksiyalar

1. Funksiya tushunchasi

Faraz qilaylik, x va y o'zgaruvchilar berilgan hamda bu o'zgaruvchilarning o'zgarish sohalari mos ravishda X va Y lardan iborat bo'lsin.

Ta'rif. Agar x ning X sohadagi aniq qiymatiga biror qonun yoki qoida bo'yicha y ning Y sohadagi aniq bir qiymati mos qo'yilsa, u holda, y o'zgaruvchi x o'zgaruvchining X sohasidagi **funksiyasi** deyiladi.

Bu holda x -**argument** (erkli o'zgaruvchi), y - **funksiya** (erksiz o'zgaruvchi) deyiladi.

X va Y lar orasidagi bog'lanish **funksional bog'lanish** deb aytiladi. Funktsional bog'lanishni quyidagi ko'rinishlarda ifodalash mumkin:

$$y = f(x), \quad y = F(x), \quad y = g(x), \quad y = \varphi(x)$$

$y = f(x)$ funksiya bunday o'qiladi: «igrik ef iks» yoki «igrik ef iksning funksiyasi».

Ta'rif. Funksiyaning argumentning berilgan son qiymatiga mos keluvchi qiymati shu **funksiyaning xususiy qiymati** deyiladi. Masalan, $y = f(x)$ funksiya $x = a$ va $y = f(a)$ xususiy qiymatga ega bo'ladi.

$y = f(x)$ funksiya qaralganda ikki to'plam, ya'ni x argumentning hamda y funksiyaning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlar to'plami e'tiborga olinadi. Shuning uchun bunday to'plamlarni oydinlashtirish lozim.

Ta'rif. $y = f(x)$ funksiyaning x argumenti qabul qilishi mumkin bo'lgan barcha qiymatlari to'plamiga shu funksiyaning **aniqlanish sohasi** deyiladi.

Ta'rif. y funksiyaning o'zi qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plamiga shu funksiyaning **o'zgarish sohasi** yoki **qiymatlar to'plami** deyiladi.

2. Funksiyaning berilish usullari

Funksiyalar asosan uch xilda beriladi: analitik (formulaviy) usul, grafikaviy usul va jadval usuli.

1) Funksiyaning analitik usulda berilishi

Formula yordamida berilgan funksiyalarga **analitik usulda berilgan funksiya** deyiladi. Bunday usulda erksiz o'zgaruvchi miqdor (funksiya)ni erkli o'zgaruvchi miqdorlar (argument) bilan bog'lovchi formula beriladi.

Masalan, $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$; $y = \lg x$; $s = \pi r^2$; $v = \frac{s}{t}$ va hokazo.

Analitik funksiyalarga doir quyidagi misollarni qaraylik.

2) Funksiyaning grafik usulda berilishi

$y = f(x)$ **funksiyaning grafigi** deb, koordinatalari shu funksiyaning to'g'ri tenglikka aylantiruvchi tekislikdagi barcha nuqtalar to'plamining geometrik o'rniga aytiladi.

Agar shu funksiyaning grafigi tasvirlangan bo'lsa, **funksiya grafik usulda berilgan** deyiladi.

Ko'pincha funksiyaning analitik usulda berish qiyin bo'lgan hollarda u grafik ko'rinishda beriladi. Bundan tashqari, ko'pgina jarayonlarni o'rganishda formula tilida gaplasha olmaydigan asboblarning yordamida shunday egri chiziqlar hosil qilinadi, bu yerga chiziqlarga qadar bir o'zgaruvchi miqdorning ikkinchi o'zgaruvchi miqdorning o'zgarishiga bog'liq ravishda o'zgarish xarakteri haqida hukm chiqarish mumkin bo'ladi. Funksiya grafigi aniq va ko'rgazmali bo'lganligi uchun uning xossalari tekshirishda yordamchi vosita vazifasini o'taydi. Masalan, medisinada elektrokardiograf yordamida chizilgan kardiogrammlar yurak muskulida hosil bo'ladigan elektr impulslarining o'zgarishini tasvirlovchi egri chiziqlardan iborat bo'ladi. Bunday egri chiziqlar yurakning ishlashi haqida to'g'ri xulosa chiqarishga yordam beradi.

Har qanday egri chiziq biror funksiyaning tashkil qilish yoki qilmasligini aniqlash uchun koordinatalar sistemasida Oy o'qiga parallel to'g'ri chiziqlar chiziladi. Agar to'g'ri chiziq egri chiziq bilan kamida ikkita nuqtada kesishsa- grafik funksiyaning ifodalamaydi, agar bitta nuqtada kesishsa- grafik funksiyaning ifodalaydi.

3) Funksiyaning jadval usulida berilishi

Bunday usulda argumentning qiymatlari va funksiyaning ularga mos qiymatlari jadval ko'rinishida beriladi. Ba'zi jarayonlarni o'rganishda funksiyaning jadval usulida berilishidan foydalanish qulayliklar tug'diradi. Masalan, meteorologlar yerning sharining turli nuqtalariga tushgan yog'inlar

jadvalini tuzishadi. Yer sharining ana shu turli nuqtalari «argument qiymatlari», yoqin miqdori esa «funksiyaning qiymatlari» vazifasini bajaradi.

Suvga ixtiyoriy bosim berilsa, bu bosimga mos kelgan suvning qaynash temperaturasi aniqlash mumkin bo'ladi. Bunda temperatura bosimning funksiyasi bo'lib, ular orasidagi bog'lanish formula bilan emas, balki jadval asosida beriladi. Bundagi tajriba asosida olingan ma'lumot qiymatlar bir-biriga taqqoslanadi.

Jadval usulining yana bir afzallik tomoni shundaki, tayyor jadvallar asosida jarayonning grafigini tuzish, jadval va grafik asosida esa funksiyaning analitik ko'rinishini, ya'ni formulaviy ifodasini keltirib chiqarish mumkin bo'ladi.

3. Funksiyalarni sinflash

Funksiyalar o'z ko'rinishlari, tuzilishi, xususiyatlari va mazmuniga qarab quyidagi turlarga ajraladi:

- bir qiymatli va ko'p qiymatli;
- oshkor va oshkormas;
- elementar va elementar bo'lmagan funksiyalar.

Har qanday funksiya bu uch turning barchasiga qarashli bo'lib, ularning u yoki bu qismiga tegishli bo'ladi.

4. Bir qiymatli va ko'p qiymatli funksiyalar

Funksiyalar bir qiymatli va ko'p qiymatli funksiyalarga ajraladi. Faraz o'ilylik, x o'zgaruvchining barcha elementlari biror X to'plamda, y o'zgaruvchining barcha elementlari esa Y to'plamda joylashgan bo'lsin. U holda 3-§da berilgan funksiyaning ta'rifini bir qiymatli funksiyaning ta'ri deb qarash mumkin bo'ladi, chunki x ning X to'plamdan olingan har bir qiymatiga y ning Y to'plamdan olingan faqatgina bitta qiymati mos keladi, xolos.

Ko'p qiymatli funksiya keng ma'noli funksiya tushunchasi bo'lib, bunda x argumentning X to'plamdan olingan har bir qiymatiga y o'zgaruvchining Y to'plamdan olingan bir necha (hatto cheksiz ko'p) qiymati

mos keladi deb qaraladi. Bunday hollarda bir qiymatli funksiyadan farqlash uchun bu funktsiyani **ko'p qiymatli funksiya** deb nomlash mumkin bo'ladi.

Ko'p qiymatli funksiyalar ko'pincha bir nechta bir qiymatli funksiyalar yordamida ifodalanadi. Masalan $y^2 = x$ munosabat bilan aniqlangan ikki qiymatli y funksiya quyidagi ikkita funksiya orqali berilishi mumkin:

$$y = +\sqrt{x} \text{ va } y = -\sqrt{x}.$$

5. Oshkor va oshkormas funksiyalar

Analitik, ya'ni formula usulida berilgan funksiyalar oshkor yoki oshkormas funksiyalarga ajraladi.

Funksiyaga nisbatan yechilgan analitik funksiya **oshkor funksiya** deyiladi. Masalan,

$$y = x + 1, \quad y = x^2, \quad y = \frac{x+1}{x-1} \text{ va hokazo.}$$

Funksiyaga nisbatan yechilmagan analitik funksiya **oshkormas funksiya** deyiladi. Masalan,

$$5x - 3y = 2, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad f(x, y) = 0 \text{ va hokazo.}$$

Umumiy holda oshkormas funksiyalar $F(x, y) = 0$ kabi ifodalanadi.

Har qanday oshkormas funktsiyani ham oshkor funksiya shaklida ifodalash mumkin bo'lavermaydi.

Ta'rif. Agar $y = f(u)$ funksiya berilgan bo'lib, $u = \varphi(x)$ dan iborat bo'lsa, berilgan y funksiya **murakkab funksiya** deyiladi va quyidagicha belgidanadi:

$$y = f(\varphi(x)).$$

Masalan, $y = F(x)$, $z = f(x)$, $y = \log_a(x^3 + 1)$, $y = \operatorname{tg}(x^2 - 1)$, $y = 5^{x-2}$ lar murakkab funksiyalardir.

Ta'rif. Berilgan $y = f(x)$ funksiyaga **teskari funksiya** deb, shunday $x = \varphi(y)$ funksiyaga aytiladiki, unda x va y o'zgaruvchilar orasidagi moslik qonuni xudi berilgan $f(x)$ funksiyadagi singari bo'ladi, ammo x - funksiya, y esa argument deb hisoblanadi.

Ta'rifni boshqacha berish ham mumkin, ya'ni:

Y ning har bir qiymati uchun X ning shunday $x = \varphi(y)$ qiymatlari mos qo'yiladiki, bu qiymatlarda $f(x) = y$ bo'ladi. Masalan, $y = f(x) = x^2$ funksiyaga teskari funksiya $x = f(y) = \sqrt{y}$ funksiya bo'ladi, chunki $f(\sqrt{y}) = (\sqrt{y})^2 = y$ va $f(\sqrt{y}) = (\sqrt{y})^2 = y$.

Teskari funksiyaning aniqlanish sohasi - berilgan to'g'ri funksiyaning qiymatlari sohasi, to'g'ri funksiyaning aniqlanish sohasi esa teskari funksiyaning qiymatlari to'plami bo'ladi.

6. Elementar va elementar bo'lmagan funksiyalar

Ko'phadlar, rasional funksiyalar, ko'rsatkichli, logorifmik, trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalar, shuningdek, bu funksiyalardan to'rt arifmetik amal, rasional darajaga ko'tarish va chekli marta qo'llanilgan superpozitsiyalar natijasida hosil qilinadigan funksiyalarga **elementar funksiyalar**; bu qonuniyatlarga bo'ysinmaydigan funksiyalarga esa **elementar bo'lmagan funksiyalar** deyiladi.

Funksiyaning superpozitsiyasi deyilganda, funksiyaning argumenti o'rniga boshqa argumentga bog'liq bo'lgan funksiyaning qo'yish tushuniladi. Masalan, $y = \cos x$ va $z = \log y$ funksiyalarning superpozitsiyasidan iborat bo'lgan tenglik bunday yoziladi: $z = \log \cos x$.

Navbatdagi paragrafda elementar funksiyalar sinfiga tegishli bo'lgan hamda ko'p ishlatiladigan ba'zi asosiy funksiyalar bilan alohida-alohida tanishamiz.

7. Asosiy elementar funksiyalar

Elementar funksiyalar quyidagi sinflarga ajraladi: aglgebravik va transsendent funksiyalar.

1. Algebraik funksiyalar

Funksiyaning xususiy qiymatini hisoblashda argument ustida qo'shish, ayirish, ko'paytirish va rasional ko'rsatkichli darajaga ko'tarish amallari bajarilsa hamda bunday amallar soni chekli bo'lsa, bunday funksiyalarga **algebraik funksiyalar** deyiladi.

Algebraik funksiyalar sinfiga quyidagilar kiradi:

- **Butun – rasional funksiyalar.** x ga nisbatan butun ko'phad bilan ifodalangan funksiyaga **butun rasional funksiya** deyiladi va umumiy holda bunday yoziladi:

$$y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n. \quad (1)$$

- **Kasr – rasional funksiyalar.** Ikkita butun – rasional ko'phad (funksiya)ning nisbatiga **kasr –rasional funksiya** deyiladi va bunday umumiy ko'rinishga ega bo'ladi:

$$y = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_{m-1}x + b_m}. \quad (2)$$

Bu funksiya x ning maxrajini nolga aylantirmaydigan barcha qiymatlarida ma'noga egadir:

- **Rasional funksiyalar.** Butun – rasional va kasr –rasional funksiyalar birgalikda **rasional funksiyalar** deyiladi.

-**Irrasional funksiyalar.** Argument ustida qo'shish, ayirish, ko'paytirish, butun musbat darajaga ko'tarish, argumentga bo'lish, argumentdan ildiz chiqarish (ya'ni rasional ko'rsatkichli darajaga ko'tarish) va chekli marta qo'llanilgan superpozitsiyalar natijasida hosil bo'lgan funksiyalarga **irrasional funksiyalar** deyiladi. Masalan,

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad f(x) = x + \sqrt{x}, \quad f(x) = \sqrt{\frac{2x^2 + 3x - 5}{3x^2 - x + 7}} + \sqrt{x + x^3}.$$

kabilarning har biri irrasional funksiyalardir.

2. Transsendent funksiyalar

Algebraik bo'lmagan funksiyalarga **transsendent funksiyalar** deyiladi. Transsendent funksiyalar sinfiga quyidagilar kiradi:

1. Darajali funksiya (bunda daraja ko'rsatkichi irrasional son bo'lgan hol nazarda tutiladi). Masalan,

$$f(x) = x^{\sqrt{3}}, \quad f(x) = (x+1)^{\sqrt[3]{2}}, \quad f(x) = x^{\sqrt{2}+1} - 3 \text{ va hokazo.}$$

2. Ko'rsatkichli funksiya (bunda, darajada noma'lum ishtirok etadi).

Masalan, $f(x) = 3^x$, $f(x) = 5^{\frac{1}{x}}$, $f(x) = a^x$ (bunda $a > 0$) va hokazo.

3. Logarifmik funksiya. Masalan,

$$f(x) = \log_3 x^2, \quad f(x) = \log_2 (x^2 + x - 1), \quad f(x) = \log_a x \quad (a \neq 1, a > 0) \text{ va hokazo.}$$

4. Trigonometrik funksiyalar. Masalan,

$$f(x) = \sin x, \quad f(x) = \cos x, \quad f(x) = \operatorname{ctgx}, \quad f(x) = \sin x + \operatorname{tg} x \text{ va hokazo.}$$

5. Teskari trigonometrik funksiyalar. Bunday funksiyalarni doiraviy funksiyalar deb ham atash mumkin.

$$\begin{aligned} f(x) &= \arcsin x, & f(x) &= \arccos x, & f(x) &= \operatorname{arctg} x, & f(x) &= \operatorname{arcctg} x, \\ f(x) &= \operatorname{arcsec} x, & f(x) &= \operatorname{arccosec} x, & f(x) &= \arcsin \frac{x}{x+1}, \dots \end{aligned}$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdalimov V. Oliy matematika. – Toshkent: O'qituvchi, 1994.
2. Abdalimov V., Solixov Sh. Oliy matematika qisqa kursi.- Toshkent: O'qituvchi, 1983.
3. Abdalimov V. Oliy matematikadan misol va masalalar to'plami. - Toshkent: Milliy ensiklopediya, 2003
4. Soatov Yo.U. Oliy matematika: Oliy texnika o'quv yurtlari uchun darslik. – Toshkent: O'qituvchi, 1992