ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАН ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ 16.07.2013.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

САМАТОВ БАХРОМ ТАДЖИАХМАТОВИЧ

ЧИЗИҚЛИ, ИНТЕГРАЛ ВА ТУРЛИ ХИЛ ЧЕГАРАЛАНИШЛИ ҚУВИШ-ҚОЧИШ МАСАЛАЛАРИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2016

УДК: 517.957

Докторлик диссертацияси автореферати мундарижаси
Оглавление автореферата докторской диссертации
Content of the abstract of doctoral dissertation

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАН
ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ 16.07.2013.FM.01.01
РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

САМАТОВ БАХРОМ ТАДЖИАХМАТОВИЧ

ЧИЗИҚЛИ, ИНТЕГРАЛ ВА ТУРЛИ ХИЛ ЧЕГАРАЛАНИШЛИ ҚУВИШ-ҚОЧИШ МАСАЛАЛАРИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2016

Докторлик диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида № 18.11.2015/B2015.3-4.FM228 рақам билан рўйхатга олинган.

Докторлик диссертацияси Наманган давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http://ik-fizmat.nuu.uz/) ва «ZIYONET» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи: **Азамов Абдулла Азамович**
физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар: **Югай Лев Павлович**
физика-математика фанлари доктори, профессор

Мўминов Ғуломжон Мадаминович
физика-математика фанлари доктори

Тўхтасинов Мўминжон
физика-математика фанлари доктори

Етакчи ташкилот: **Россия Халқлар Дўстлиги университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги 16.07.2013.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг «_____»_______________2016 йил соат______ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nu.uz.)

Докторлик диссертацияси билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (______________________рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24.)

Диссертация автореферати 2016 йил «_______» _________________куни тарқатилди.
(2016 йил «_______» ____________________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.А.Абдушукуров
Фан доктори илмий даражасини берувчи Илмий кенгаш раис ўринбосари, ф.-м.ф.д., профессор

А.Х.Худойбердиев
Фан доктори илмий даражасини берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

М.С.Салоҳитдинов
Фан доктори илмий даражасини берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., академик

Кириш (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳондаги илмий-техник тараққиётнинг тез суратлар билан ривожланиши сабабли мураккаб системаларни бошқаришда математик усуллар муҳим восита сифатида катта аҳамият касб этади. Маълумки, кўплаб иқтисодий ва техник жараёнларни бошқариш давомида қарама-қарши мақсадли турли томонлар иштирок этиши мумкин. Натижада, математиканинг янги соҳаси, яъни динамик ўйинлар назарияси дунёга келган ва бу икки катта қисмдан – дискрет ва дифференциал ўйинлар назарияларидан ташкил топган. Бугунги кундаги зиддиятли бозор иқтисодиёти шароитида бу назариялар кўплаб иқтисодий ва техник масалаланинг ҳал қилишда ўзининг муҳим ўрнини эгалламоқда.

Мамлакатимиз мустақилликка эришгач, фан ва технологияларни ривожлантиришда чуқур ислоҳотлар амалга оширилмоқда. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2006 йил 7 августдаги “Фан ва технологияларни ривожлантиришни мувофиқлаштириш ва бошқаришни такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ҳамда 2008 йил 15 июлдаги “Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида”ги қарорлари ва бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда фундаментал фанлар ва уларни турли лойиҳаларга жорий этилишига алоҳида эътибор қаратилган. Бошқарув жараёнларининг математик усуллари назариясининг бевосита ривожи бўлган дифференциал ўйинлар назарияси динамиклик, бошқарувчанлик, қарши таъсир, ахборотнинг зарурийлиги, оптималлик каби бир қатор муҳим хусусиятларни ўзида мужассам қилади ва техник, иқтисодий, ҳарбий, сиёсий жараёнларнинг мураккаб математик моделлари сифатида катта аҳамият касб этади.

Дифференциал ўйинлар назариясининг аксарият қувиш-қочиш масалаларига оид илмий натижаларда бошқарув функциялари тайин чегара билан чекланган синфлардан танланган. Бошқарув функциясига нисбатан қўйилган бундай геометрик чегараланиш бошқарув объектининг конструктив имкониятлари чегараланганлигини ифодалайди. Математик моделларнинг амалий масалаларга мутаносиблигини янада ошириш мақсадида дифференциал ўйинлар назариясида интеграл чегараланишли бошқарув функциялар ҳам қаралади. Бу тоифа чекловлар, масалан, энергия манбасининг чекланганлигини, ҳаракат давомида сарфланадиган бошқа ресурсларнинг камайиб боришини ўзида ифода этади. Бу эса айниқса техник жараёнларни математик моделларини тадқиқ қилишда муҳим илмий-амалий ахамиятга эга.

Бошқарув системаларини умумий ҳолда ўрганиш бошқарувларга бир вақтда геометрик ва интеграл чегараланишларни ёки уларни бирлаштирувчи чизиқли моделларни қарашга олиб келади. Бошқарув функцияларига қўйилган чегараланишларнинг турли хил берилишларида дифференциал ўйинларнинг қувиш-қочиш назарияси асосларини яратиш, қарама-қарши мақсадли бошқарув жараёнларининг адекват математик моделларини қуриш, ҳамда улар билан боғлиқ масалаларни ечиш усулларини тадқиқ этиш ушбу диссертация тадқиқотида мухим ўрин тутади ва математик бошқарув назариясини ҳам фундаментал, ҳам амалий ривожига муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи[1]. Дифференциал ўйинлар назариясининг умумий ечиш усулларини топишга ва турли чегараланишли қувиш-қочиш назарияси муаммоларини тадқиқ этишга йўналтирилган илмий изланишлар жаҳоннинг етакчи илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан, RAND Corporation (АҚШ), University of Princeton (АҚШ), University of Illinois (АҚШ), University of Cambridge (Англия), University of Brest (Франция), Москва давлат университети, Россия Фанлар академиясининг Математика институти, Математика ва механика институти (Екатеренбург), Урал федерал университети, Россия халқлар дўстлиги университети, Санкт-Петербург давлат университети (Россия), Украина Фанлар академиясининг илмий-тадқиқот институтларида олиб борилмоқда.

Дифференциал ўйинлар назариясининг умумий ечиш усуллари ва турли чегараланишли қувиш-қочиш назарияси муаммоларига оид жаҳонда олиб борилган тадқиқотлар натижасида қатор, жумладан, қуйидаги илмий натижалар олинган: Айзекс-Беллман-Понтрягиннинг характеристикалар усули кашф этилган (RAND Corporation, АҚШ ва Россия Фанлар академиясининг Математика институти); вариацион ҳисоб усуллари асосида дифференциал ўйин ечимининг эгар нуқта тарзида мавжудлиги учун зарурий шарт аниқланган (University of Princeton, АҚШ); дифференциал ўйинларни чекли ўйинлар билан апроксимациялаш натижасида ўйиннинг қийматини мавжудлиги исботланган (The Ohio State University, АҚШ ва Санкт-Петербург давлат университети, Россия); тайин чекли вақт оралигида берилган дифференциал ўйинлар учун ўйин қийматининг мавжудлиги кўрсатилган (Россия Фанлар академиясининг Математика ва механика

---

[1] Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: Isaacs R. (1971): Differential Games. New York. John &Wiley; Friedman A. (1971): Differential Games. New York.Wiley Interscience; Fleming W. H. The convergence problem for differential games.1961.J. Math. Anal. Appl.Vol.3,pp.102-116; Berkovitz L.D. 1998. Characterization of the values of differential games. Appl. Math. Optim.Vol.17,pp.177-183; Elliot R. J., Kalton N. J. (1972): The Existence of Value for Differential Games. Amer.Math.Soc.; Понтрягин Л.С. (1988): Избранные научные труды М. Наука,Том 2; Красовский Н.Н., Субботин А.И. (1974):.Позиционные дифференциальные игры. М. Наука; Petrosyan L.A. (1993):Differential games of pursuit. London.World Scientific Publ.Co Pte.Ltd.;Williams J.D. (2007):The Compleat Strategyst: Being a Primer on the Theory of Games of Strategy. New York.RAND Corporation, USA.;Yeung D., Petrosyan L.A. (2006): Cooperative Stochastic Differential Games. New York. Springer; Haurie A., Krawczyk J., Zaccour G. (2012): Games and Dynamic Games. London.World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd.; Yong J. (2015): Differential Game. A Concise Introduction.Washington.World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd ва бошқа манбалар асосида фойдаланилган.

институти, Екатеренбург, Москва давлат университети); ҳильберт фазоларида дифференциал ўйинларнинг максимум масалалари ечилган (University of Cambridge, Англия); геометрик, интеграл ва турли чегараланишли қувиш-қочиш масалаларини ечишнинг самарали усуллари топилган (Россия Фанлар академиясининг Математика институти ҳамда Математика ва механика институти).

Дунёда дифференциал ўйинлар назариясини ривожлантириш ва тадбиқ этиш бўйича қатор, жумладан, қуйидаги устувор йўналишларда тадқиқотлар олиб борилмоқда: реал жараёнларни янада мутаносиб равишда ўзида акс эттирган бошқарувларга турли хил чегараланишлар қўйилган қувиш-қочиш масалаларини аниқлаш; гуруҳли қувиш-қочиш масалаларини ечиш; стохастик дифференциал ўйинларни тадқиқ этиш; зиддиятли бошқарув жараёнларини сонли ечиш усулларини ишлаб чиқиш.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. “Дифференциал ўйин” тушунчаси дастлаб 20-асрнинг 50-йилларида америкалик математик Р.Айзекснинг RAND корпорациясининг (АҚШ) ёпиқ илмий лойиҳаси бўйича бажарилган ишларида киритилган. Р.Айзекснинг изланишларида кўплаб турли амалий мисолларнинг таҳлиллари келтирилган. Унинг илмий изланишлари интеграл чегараланишли масалаларни ўрганиш муаммоларига бағишланган, аммо уларни чуқуррoқ ўрганиш кейинчалик бошқа олимлар томонидан амалга оширилган.

Л.С.Понтрягиннинг қувиш масаласига доир биринчи бевосита ечиш усули интеграл чегараланишлар учун дастлаб М.С.Никольский томонидан ўрганилган. Сўнгра, бу усул А.Я.Азимов, Ф.В.Гусейнов, А.В.Мезенцев, Н.Л.Григоренко ва бошқалар томонидан ривожлантирилган. Интеграл чегараланишли масалаларга янгича ёндашув Н.Н.Красовский, Ю.М.Репин ва В.Е.Третьяков томонидан таклиф этилган ва бу кейинчалик А.Б.Куржанский, А.И.Субботин, В.Н.Ушаков, В.И.Ухоботов, Н.Ю.Лукоянов, М.Д.Локшин, А.Н.Дарьин, Д.В.Корневлар томонидан ривожлантирилган. Позицион яқинлашишнинг регуляр ҳоли Б.Н.Пшеничний ва Ю.Н.Онопчук ишларида қўрилган ва бу бошқарув функцияларига турли хилдаги чегараланишлар қўйилганда И.С.Раппопорт, С.И.Тарлинский, М.С.Габриэльян, А.А.Чикрий ва бошқалар томонидан ривожлантирилган.

Интеграл чегараланишли бошқарув масалалари хақида сўз борганда, уларни фазовий чекловли бошқарув масаласига келтириш мумкинлигига эътибор қаратиш лозим. Фазовий чекловли оптимал бошқарув масалалари Р.В.Гамкрелидзе, А.Б.Куржанский, Ю.С.Осипов, А.В.Арутюнов, M.A.Farreira, R.B.Vinter, F.L.Pereyralар томонидан тадқиқ этилган ва функциялар назариясидаги ўлчов тушунчаси асосида зарурийлик шарти баён қилинган. Дифференциал ўйинлар назариясига нисбатан интеграл чегараланишли масалаларни, фазовий чегараланишли масалаларга келтириш натижа бермаган, чунки дифференциал ўйинлар назариясида ечим синтез тарзида қурилиши лозим бўлган.

Дифференциал ўйинлар назариясида қувиш-қочиш масалалари алоҳида ўрин тутади. Улардан бири – турлича усулларни тадбиқини кенглиги, ҳамда олинган натижаларни ўзига хослигидадир. Бу хусусият айниқса модел масалаларда ўзини яққол намоён этган. Мисол сифатида, иштирокчилар оддий ҳаракатланишаётганда Р.Айзекснинг “қутулиш чизиғи” муаммоси Л.А.Петросян томонидан етишиш соҳасининг хоссалари асосида ечилган. Бунда параллел қувиш стратегиясининг оптимал эканлиги исботланган. Кейинчалик, Н.Ю.Сатимов, Б.Н.Пшеничний, А.А.Чикрий, А.А.Азамов, И.С.Раппопорт, Б.Н.Григоренко, Б.Б.Рихсиев, Н.Н.Петров, В.И.Ухоботов, А.И.Благодатских ва бошқалар томонидан параллел қувиш стратегияси асосида ечим берувчи функциялар усули таклиф этилган ва унинг ёрдамида геометрик чегараланишли ҳол учун гуруҳли қувиш масалалари ечилган.

Шу ўринда таъкидлаб ўтиш жоизки, Ўзбекистонда ҳам дифференциал ўйинлар назарияси бўйича Н.Ю.Сатимов томонидан асос солинган ва бугунги кунда А.А.Азамов раҳбарлик қилаётган илмий мактаб ўз фаолиятини олиб бормоқда. Ушбу илмий мактаб вакиллари томонидан интеграл чегараланишли ҳол учун гуруҳли тутиш масаласини ечиш бўйича янги услуб таклиф этилган (Н.Ю.Сатимов, А.З.Фазылов, Б.Б.Рихсиев, Г.И.Ибрагимов, А.А.Хамдамов). Бу услуб қувловчиларнинг бошқарув ресурслари тақсимотига асосланган. Интеграл чегараланишли ҳол учун қочиш масаласи эса Н.Ю.Сатимов, Л.П.Югая, Б.Б.Рихсиев ва бошқалар томонидан ўрганилган. Параметрлари тақсимотга эга система учун қувиш-қочиш масалалари турли чегараланишли бошқарувларда Н.Ю.Сатимов, М.М.Тухтасинов ва М.Ш.Маматовлар томонидан ўрганилган. А.А.Азамов ва А.Ш.Кўчқоровлар томонидан бошқарувлар турли чегараланишли чизиқли системалар учун қувиш, бошқарилувчанлик ва турғунлик масалаларининг ўзаро боғлиқлиги исботланган. Г.И.Ибрагимов ҳильберт фазосидаги эволюцион тенглама билан берилган оптимал қувиш масаласини интеграл чегараланишли чексиз дифференциал тенгламаларга келтириш усили билан ечишни таклиф этган. А.Ш.Кучкаров томонидан ўйинчилар Риман сиртида харакатланиётган ҳолдаги қувиш-қочиш масаласи ўрганилган.

Дифференциал ўйинлар назариясининг кўплаб модел масалаларида параллел қувиш стратегияси муҳим ўрин тутади. Геометрик чекловлардан фарқли равишда, интеграл ва комплекс чегараланишли ҳолларда ечим берувчи функцияларни қуриш маълум тўсиқларни келтириб чиқариши мумкин. А.А.Чикрий, И.С.Раппопорт, А.А.Белоусов, В.В.Безмагорычный, Л.В.Барановская ишларида маълум ҳоллар учун бундай масалалар кўрилган. Аммо, умуман олганда бу муаммо очиқ турган эди. Р.Айзекснинг “қутилиш чизиғи” масаласига келсак, бу масала интеграл ва комплекс ҳоллар учун деярли ўрганилмаганлигини такидлаш лозим.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилаётган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Наманган давлат университетининг илмий-тадқиқот ишлари режасининг ОТ-Ф1-002. “Системали таҳлил, бошқарув ва ахборотларни қайта ишлаш” (2010-2015йй.) мавзусидаги амалий лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади ўйинчилар бошқарувига интеграл, чизиқли ва турли хил чегараланишлар қўйилган ҳоллар учун параллел қувиш стратегиясининг аналогларини қуриш ва қувиш-қочиш назарияси масалаларини ечишга тадбиқ этишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

қувиш-қочиш масаласини нуқталар ҳаракати инертциясиз бўлган, ҳамда бошқарувларга интеграл, турлича ва комплекс чегараланишлар қўйилган ҳолда ёритиш;

белгиланган бошқарувлар интеграл, турлича ва комплекс чегараланишларни қаноатлантирганда, оптимал яқинлашишни кафолотловчи параллел қувиш стратегияларининг аналогларини қуриш ва тадбиқ этиш;

қувувчининг бошқарувига геометрик ва интеграл, қочувчининг бошқарувига геометрик чегараланиш қўйилган ҳол учун альтернативлик теоремасини исботлаш ва қувиш-қочиш масаласини ечиш;

қувувчининг бошқарувига геометрик ва интеграл чегараланишларни ўзида бирлаштирувчи чизиқли чегараланиш, қочувчининг бошқарувига эса геометрик чегараланиш қўйилганда альтернативлик теоремасини исботлаш ва қувиш-қочиш масаласини ечиш;

қувувчи ва қочувчи бошқарувларига чизиқли чегараланишлар қўйилганда қувиш масаласи ечиш ва бунда оптимал яқинлашишни кафолатловчи параллель қувиш стратегияларини қуриш;

ўйинчилар ҳаракати чизиқли дифференциал тенгламалар билан берилганда, бошқарувларга эса бир неча турдаги чегараланишлар қўйилганда Айзекс-Петросяннннинг “қутилиш чизиғи” муаммосини ҳал этиш;

Понтрягин ёндашуви асосида ечим берувчи функциялар усулини бошқарувлар интеграл чегараланишли гуруҳли қувиш масаласи учун ривожлантириш.

Тадқиқотнинг объекти сифатида бошқарув функциялари геометрик, интеграл, чизиқли ва турли хил чегараланишли функциялар синфларига тегишли бўлган қувиш-қочиш масалалари ташкил этади.

Тадқиқотнинг предмети турли чегараланишли қувиш-қочиш масалаларида қувловчи учун оптимал яқинлашишни кафолатловчи параллел қувиш стратегияси ташкил этса, қочувчи учун эса қочишни кафолотловчи бошқарув ташкил этади.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда дифференциал ўйинлар назариясининг параллел қувиш, йўналиш бўйича қочиш, ечим берувчи функциялар, гуруҳли тақиб этиш усуллари қўлланилган ва қабариқ таҳлил воситаларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

қувиш масаласи учун ўйинчилар ҳаракати инертциясиз бўлганда бошқарувга геометрик ёки интеграл, ёки бир вақтда ҳам геометрик, ҳам интеграл чегараланишлар қўйилган турли ҳолларда параллел қувиш стратегиялари қурилган ва уларнинг муҳим хоссалари аниқланган, қочувчи учун эса яқинлашишнинг қуйи чегаралари баҳоланган;

қувувчининг бошқарувига геометрик ва интеграл, қочувчининг бошқарувига геометрик чегараланиш қўйилган ҳол учун альтернативлик теоремаси исботланган ва қувиш-қочиш масаласи ечилган;

интеграл ва геометрик чегараланишларни ўзида умумлаштирган янги кўринишдаги чегараланиш киритилган ва унинг учун мутаносиб равишда параллел қувиш стратегиялари қурилган;

қувувчининг бошқарувига геометрик ва интеграл чегараланишларни ўзида бирлаштирувчи чизиқли чегараланиш, қочувчининг бошқарувига эса геометрик чегараланиш қўйилганда альтернативлик теоремаси исботланган ва қувиш-қочиш масаласи ечилган;

ўйинчилар ҳаракати чизиқли дифференциал тенгламалар асосида берилганда Айзекс-Петросяннинг "қутилиш чизиғи" муаммоси қувувчи бошқарувга геометрик, интеграл ёки комплекс чегараланишлар қўйилган ҳоллари учун ечилган;

ечим берувчи функциялар усули ёрдамида интеграл чегараланишли гуруҳли қувиш масаласи ечилган ва етарлилик шартлари аниқланган;

Л.С.Понтрягиннинг умумлаштирилган мисоли, ҳамда «l-тутиш» масаласи, бошқарувларга интеграл чегараланишлар қўйилган ҳолларда гуруҳли тутиш масалалари учун ишлаб чиқилган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси дифференциал ўйинлар назарияси асосларини реал жараёнларга мутаносиб равишда ривожлантирган ҳолда, қарама-қарши бошқарувли техник ва иқтисодий жараёнлар масалаларнинг математик моделлари таҳлил этилган ва такомиллаштиришган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги ишда қўлланилган ёндашув ва усуллар, унинг доирасида фойдаланилган дифференциал тенгламалар назарияси, функционал таҳлил, оптимал бошқарув назарияси, ҳамда дифференциал ўйинлар назариясининг қувиш-қочиш масалаларидаги математик қатийликлар, ҳамда олинган натижаларнинг ваколатли нашриётлар томонидан нашрга тавсиялари билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти бошқарувларга турли чегараланишлар қўйилганда оптималликни кафолатловчи стратегияларнинг қурилиши ва тадбиқ этилишидадир. Олинган натижалар бошқарув назариясининг асосларини ривожлантириш ва динамик ўйин масалаларини такомиллашган ечиш усулларини топишда фойдаланиш билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти динамик ўйин моделларидаги ресурс бошқарувларини такомиллашган тақсимотининг берилиши, ҳамда уларнинг ҳисоблаш алгоритмларини қуриш орқали уларни техника ва иқтисодиётга тадбиқ этишга мутаносиблиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Диссертация тадқиқоти жараёнида олинган илмий натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

қувувчи бошқарувига комплекс (яъни бир вақтда ҳам интеграл, ҳам геометрик) чегараланиш, қочувчи бошқарувига эса геометрик чегараланиш қўйилган ҳолдаги қувиш-қочиш масаласини ечиш бўйича олинган натижалар Россия фундаментал тадқиқотлар фондининг “Бошқарув масалаларида оптимал конструкция ва апроксимациялаш” мавзуси бўйича 14-01-31319мол_а рақамли илмий грантида чизиқли-қабариқ масалаларни динамик оптимизациялашда бошқарувга интеграл ва геометрик чегараланиш(комплекс), системага акс таъсир этувчи функцияга эса геометрик чегараланиш қўйилган ҳолда ресурслар тақсимотини берилишида тадбиқ этилган (Россия Фанлар академияси Урал бўлимининг Математика ва механика институтининг 2016 йил 12 майдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланиши чегараланишли бошқарув функциялари синфлари нотерминал сифат кўрсаткичларни ҳисоблашга хизмат қилган;

объектлар бошқарувларига интеграл чегараланиш қўйилган ҳолда гуруҳли параллел қувиш усули 01-01-13-1228FR фундаментал илмий лойиҳасида бошқарувлар интеграл чегараланишли ҳол учун бир неча қувувчи ва битта қочувчи қатнашган ҳолда масаласини ечишда қўлланилган (Малайзиянинг Путра университетининг 2016 йил 12 февралдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланиши дифференциал ўйинлар назариясининг интеграл ва турли чегараланишли ҳоллари учун чизиқли дифференциал системаларда берилган қувиш-қочиш масалаларини ва бошқарувларга интеграл чегараланиш қўйилган ҳолда бир неча қувловчи ва битта қочувчи учун содда ҳаракатли дифференциал ўйинда қочиш масаласини ечишга хизмат қилган;

бошқарувларга геометрик, интеграл ёки комплекс чегараланишлар қўйилганда Айзекснинг “қутилиш чизиғи” муаммосини ечиш усули 01-01-00904-а «Чекланмаган вақтдаги даражали дифференциал ўйинлар» (РФТФ, 2001-2003), 06-01-39005-ГФЕН_а «Зиддият ва кооперациянинг математик таҳлили» (РФТФ, 2006-2007), 09-01-00334-а «Кўп тармоқли симсиз алоқалар оптимизацияси» (РФТФ, 2009-2010) фундаментал илмий лойҳаларда оптимал стратегияларни турли кўринишларини умумлашмаларини ҳосил қилишда тадбиқ этилган (Санкт-Петербург давлат университетининг 31 май, 2016 йилги маълумотномаси). Илмий натижаларни қўлланиши параллел яқинлашиш стратегияси (П-стратегия) аналогларини зиддиятли бошқарув (динамик ўйинлар) масалаларини умумлашган ечимларини топишга хизмат қилган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Тадқиқот натижалари 12 та илмий анжуманларда, жумладан, “Science and Technology in XXI Century” (Тошкент, 2003), “Dynamical system modeling and stability investigation” (Киев, Украина, 2003), “Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы” (Стерлитамак, Россия, 2003), “Современные проблемы математической физики и информационной технологии” (Тошкент, 2003), “Актуальные проблемы теории устойчивости и управления” (APSCT-2009, Екатеринбург, Россия, 2009), “Управление и оптимизация динамических систем” (CODS-2009, Тошкент, 2009), “Операторные алгебры и смежные проблемы” (Тошкент, 2012), “System Dynamics and Control Processes” (Россия, Екатеринбург, 2014), «Современные методы математической физики и их приложения» (Тошкент, апрель, 2015),“Теория управ-ления и математическое моделирование” (Россия, Ижевск, июнь, 2015), “Game Theory and Applications”(С.-Петербург, 2008) ва “Game Theory and Management” (С.-Петербург, 2010, 2011), шунингдек Ўзбекистон Миллий университетининг “Амалий математика” кафедрасида (Тошкент, 1990-2006 йй.), Санкт-Петербург университетининг “Математическая теория статистики, теории надежности и массового обслуживания” кафедрасида (Россия, 1990й., 2014 й.), ЎзМУ тасарруфидаги Математика институнинг Дифференциал тенгламалар ва математик физика (Тошкент, 1990-2016 йй.) ва Амалий математика (Тошкент, 1995-2016 йй.) бўлимларининг илмий семинарларида маъруза кўринишида баён этилган ҳамда апробациядан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши. Диссертация мавзуси бўйича жами 30 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 10 та мақола, жумладан, 5 таси республика ва 5 таси хорижий журналларда нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация таркиби кириш, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 200 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирил-ган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар берилган.

Диссертациянинг **“Аралаш чегараланишли ҳол учун қувиш-қочиш масалалари”** деб номланган биринчи бобида дифференциал ўйинлар назариясининг содда ҳаркатли қувиш-қочиш масалалари бошқарувларга геометрик ёки интеграл (G-чегараланиш ва I-чегараланиш), ёки ҳам геометрик, ҳам интеграл (C-чегараланиш) қўйилган ҳоллар учун кўрилган.

Ўйин жараёнида қочувчи деб номланган **X** объект ва қувувчи деб номланган **Y** объект $\mathbb{R}^n$ фазода ҳаракатланишаётган бўлишсин. Қувувчининг вектор ҳолатини x, қочувчининг вектор ҳолатини эса y деб белгилаймиз. Объектлар инертциясиз ҳаракатни амалга оширишаётгандаги қувиш-қочиш масаласини кўрамиз, яъни уларнинг ҳаракат тенгламалари мос равишда қуйидаги кўринишда берилган

$$\dot{x} = u, \qquad x(0) = x_0, \tag{1}$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0, \tag{2}$$

$(x,\ y,\ u,\ v \in \mathbb{R}^n,\ n \geq 1)$. Масала маъно касб этиши учун, $x_0 \neq y_0$ шарт объектларнинг бошланғич ҳолатлари x_0 ва y_0 учун бажарилсин. Вектор тезликлар u ва v мос равишда объектларнинг бошқарув параметрлари вазифасини ўтайди. Шу билан бир қаторда u векторининг вақт бўйича ўзгариши ўлчанувчи функция $u(\cdot):[0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ сифатида танланиб, унинг учун ёки интеграл (I-чегараланиш):

$$\int_0^\infty |u(t)|^2\, dt \leq \rho_0\ , \tag{3}$$

ёки геометрик (G-чегараланиш):

$$|u(t)| \leq \alpha \quad \text{деярли барча} \quad t \geq 0; \tag{4}$$

ёки бир вақтда (3), (4) (C-чегараланиш) бажарилсин.

Қувловчининг барча танланган бошқарувларини, яъни (3) I-чегараланишни (мос равишда (4) G-чегараланишни, (3)-(4) C-чегараланишни) қаноатлантирувчи синфни U_I (мос равишда U_G, U_C) билан белгилаймиз. Худди шундай, v вектор вақт бўйича ўзгариши ўлчанувчи функция $v(\cdot):[0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ сифатида танланади ва унинг учун ёки интеграл (I-чегараланиш):

$$\int_0^\infty |v(t)|^2\, dt \leq \sigma_0\ , \tag{5}$$

ёки геометрик (G-чегараланиш):

$$|v(t)| \leq \beta \quad \text{деярли барча} \quad t \geq 0; \tag{6}$$

ёки бир вақтда (5), (6) (C-чегараланиш) бажарилсин. Қочувчининг барча танланган бошқарувларини, яъни (5) I-чегараланишни (мос равишда (6) G-чегараланишни, (5)-(6) C-чегараланишни) қаноатлантирувчи синфни V_I (мос равишда V_G, V_C) билан белгилаймиз. Бу ерда α, β, ρ_0 ва σ_0 берилган сонли параметрлар. Қувловчи **X** нинг мақсади учрашувни, яъни $x(t) = y(t)$ тенгликни амалга ошириш, бунда $x(t), y(t)$ – мос равишда (1), (2) тенгламалар асосида ҳосил қилинган харакат траекторияларидир. Қочувчи **Y** эса учрашувдан қочишга, яъни ихтиёрий вақт t, $t \geq 0$ учун $x(t) \neq y(t)$

тенгсизликни амалга оширишга интилади, акс ҳолда имкон борича учрашиш $x(t^*)=y(t^*)$ вақти t^*ни узайтиришга ҳаракат қилади.

Ўйинчиларнинг бошқарувларига қўйилган чегараланишларга нисбатан (1)-(2) дифференциал ўйинни тўққиз хил вариантда таърифлаш мукин:

1) G-ўйин – $u(\cdot)\in U_G$, $v(\cdot)\in V_G$; 2) IG- ўйин – $u(\cdot)\in U_I$, $v(\cdot)\in V_G$;
3) CG-ўйин – $u(\cdot)\in U_C$, $v(\cdot)\in V_G$; 4) GI- ўйин – $u(\cdot)\in U_G$, $v(\cdot)\in V_I$;
5) I-ўйин – $u(\cdot)\in U_I$, $v(\cdot)\in V_I$; 6) CI- ўйин –$u(\cdot)\in U_C$, $v(\cdot)\in V_I$
7) GC-ўйин – $u(\cdot)\in U_G$, $v(\cdot)\in V_C$; 8) IC- ўйин – $u(\cdot)\in U_I$, $v(\cdot)\in V_C$;
9) C-ўйин – $u(\cdot)\in U_C$, $v(\cdot)\in V_C$.

(Бу ерда $u(\cdot)$ ва $v(\cdot)$ – бошқарувлар ўйин жараёни тугаллангунча танланади).

Қуйида U синф сифатида U_G, U_I, U_C синфлардан бирини, V синф сифатида эса V_G, V_I, V_C синфлардан бирини қараймиз.

Дифференциал ўйинлар назариясида стратегия тушунчаси асосий ўрин тутади. Шунинг учун бунда масаланинг хусусиятидан келиб чиқиб стратегия таърифи берилади. Бизни мақсад учун эса қуйидаги таъриф ўринли бўлади.

Таъриф 1. Берилган акслантириш $\mathbf{u}:V\to U$ қувувчининг стратегияси дейилади, агарда қуйидаги шартлар бажарилса:

1. Чегаравийлик. Ҳар бир $v(\cdot)\in V$ учун бирор $[0,t]$ вақт оралигида $u(\cdot)=\mathbf{u}(v(\cdot))\in U$; бунда функция $u(s)=\mathbf{u}(v(s))$ стратегия $\mathbf{u}$ нинг $[0,t]$ оралигидаги реализацияси дейлади.

2. Вольтерра. Агар ихтиёрий $v_1(\cdot),v_2(\cdot)\in V$ учун $v_1(s)=v_2(s)$ тенглик $[0,t]$ кесманинг деярли барча нуқталарида бажарилса, у ҳолда $u_1(s)=u_2(s)$ тенглик ҳам деярли барча $[0,t]$да ўринли, бунда $u_i(\cdot)=\mathbf{u}(v_i(\cdot))$, $i=1,2$, $s\in[0,t]$.

Таъриф 2. Берилган $\mathbf{u}(v)$ стратегия қувувчи учун $[0,T]$ да ютуқли дейилади, агар ихтиёрий $v(\cdot)\in V$ учун:

а) шундай вақт $t^*\in[0,T]$ мавжуд бўлсаки, бу вақтда $x(t^*)=y(t^*)$ тенглик бажарилса;

б) $\overline{u}(\cdot)\in U$, бунда $[0,t^*]$ ораликда $\overline{u}(t)$ функция $\mathbf{u}(v(\cdot))$ билан устма-уст тушсин ва $t\in(t^*,T]$ да $\overline{u}(t)\equiv 0$ бўлсин; T сонга кафолатланган қувиш вақти дейлади.

Дифференциал ўйинларнинг умумий назариясида иккинчи ўйинчининг ҳам аниқланган стратегиясини таърифини ҳам келтириш муҳим. Бунда қувловчи ва қочувчи стратегиялари синфлари орасида ҳам ўзаро информацион мутаносиблик бўлиши муҳим. Кўрилаётган масалаларда қочувчи стратегияси сифатида бошқарув функцияларни ўзини танлаш кифоя.

Таъриф 3. Бошқарув функция $v^*(\cdot)\in V$ ютуқли деб аталади, агарда ихтиёрий $u(\cdot)\in U$ учун Коши масаласи $\dot z=u(t)-v^*(t)$, $z(0)=z_0$ ечими

$z(t)$ барча $t \geq 0$ да нолдан фарқли бўлса, яъни $z(t) \neq 0$, $t \geq 0$, бунда $z = x - y$ ва $z_0 = x_0 - y_0$.

Биринчи бобнинг биринчи параграфида G-ўйин кўрилган. Бунда, умумий яхлитликни таъминлаш мақсадида Л.А.Петросяннинг параллел қувиш стратегияси асосий хоссалари келтирилади. Ўйинннинг параметрик ҳолати сифатида $p = (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^2$ – вектор белгиланган ва параметрик ҳолатлар текислиги қуйидаги тўпламларга ажратилган:

$$\mathbf{P}_G = \{p : \alpha > \beta, \alpha > 0, \beta \geq 0\}, \quad \mathbf{E}_G = \{p : \alpha \leq \beta, \alpha \geq 0, \beta > 0\}.$$

Таъриф 4. Берилган G-ўйинда қувловчининг Π_G-стратегияси деб $\mathbf{u}_G(v) = v - \lambda_G(v)\xi_0$, $v \in S_\beta$ функцияга айтамиз, бунда $\lambda_G(v) = \langle \xi_0, v \rangle + \sqrt{\langle \xi_0, v \rangle^2 + \alpha^2 - |v|^2}$, $\xi_0 = z_0/|z_0|$, $\langle \xi_0, v \rangle$ – ξ_0 ва v векторларнинг скаляр кўпайтмаси, S_β – радиуси β га, маркази эса нолда бўлган $\mathbb{R}^n$ даги шар.

Л.А.Петросян томонидан қуйидаги натижа олинган: агар $p \in \mathbf{P}_G$ бўлса, у ҳолда Π_G-стратегия G-ўйинда $[0, T_G]$ вақт орлиғида ютуқли бўлади, бунда $T_G = |z_0| / (\alpha - \beta)$; бундан ташқари, қочувчини тутиш нуқталари тўплами $\mathbb{R}^n$ фазонинг, маркази $c_G = (\alpha^2 y_0 - \beta^2 x_0) / (\alpha^2 - \beta^2)$, радиуси $R_G = \alpha\beta |z_0| / |\alpha^2 - \beta^2|$ бўлган Апполоний сфераси билан чегараланган $W_G(x_0, y_0) = \{w : |w - x_0| \geq (\alpha / \beta) |w - y_0|\}$ шардан иборат.

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида IG-ўйин ўрганилган бўлиб, параматрик ҳолат сифатида $p = (\rho_0, \beta, \zeta) \in \mathbb{R}_+^3$ – вектор қаралади, бунда $\zeta = |z_0|$. IG-ўйинда альтернатив тўпламламлар қуйидагича танланади

$$\mathbf{P}_{IG} = \{p : \rho_0 \geq 4\zeta\beta, \beta \geq 0, \rho > 0, \zeta \geq 0\},$$
$$\mathbf{E}_{IG} = \{p : \rho_0 < 4\zeta\beta, \beta > 0, \rho \geq 0, \zeta > 0\}$$

бунда $\mathbf{P}_{IG} \cup \mathbf{E}_{IG} = \mathbb{R}_+^3$, $\mathbf{P}_{IG} \cap \mathbf{E}_{IG} = \varnothing$.

Таъриф 5. Қувловчининг Π_{IG}-стратегияси деб $\mathbf{u}_{IG}(v) = v - \lambda_{IG}(v)\xi_0$, функцияга айтамиз, бунда

$$\lambda_{IG}(v) = \mu_0/2 + \langle \xi_0, v \rangle + \sqrt{(\mu_0/2 + \langle \xi_0, v \rangle)^2 - |v|^2}, \; \mu_0 = \rho_0/|z_0|, \xi_0 = z_0/|z_0|.$$

Теорема 1. а) Агар IG-ўйинда $p \in \mathbf{P}_{IG}$ бўлса, у ҳолда Π_{IG}-стратегия $[0, T_{IG}]$ вақт оралиғида ютуқли бўлади, бунда

$$T_{IG} = |z_0| / \left(\mu_0/2 - \beta + \sqrt{(\mu_0/2)^2 - \mu_0\beta} \right);$$

б) агар $p \in \mathbf{E}_{IG}$ бўлса, у ҳолда $v^* = -\beta\xi_0$ ўзгармас бошқарув қочувчи учун ютуқли бўлади ва бунда барча $t \geq 0$ учун $|z(t)| \geq |z_0| - \rho^2 / (4\beta)$ ўринли.

Теореманинг а) қисми аниқлик талаб этади. Айтайлик $p \in \mathbf{P}_{IG}$ бўлсин. У ҳолда қочувчининг ихтиёрий бошқаруви $v(\cdot) \in V_G$ учун қурилган Π_{IG}-стратегия $\mathbb{R}^n$ фазонинг

$$W_{IG}(x_0, y_0, \rho_0) = \left\{ w : | w - x_0 |^2 \geq (\rho_0 / \beta) | w - y_0 | \right\} \qquad (7)$$

тўпламига тегишли нуқталарида қувловчини тутади. Агар $\mathbb{R}^2$ текисликда қаралаётган бўлса, у ҳолда бу тўпламни чегараси: а) агар $\rho_0 = 4\beta |x_0 - y_0|$ бўлса, Паскал чиғаноғи ҳалқасидан; б) агар $\rho_0 > 4\beta |x_0 - y_0|$ бўлса, Декарт овалидан иборат бўлади. Умумий ҳолда (7) тўпламнинг чегараси шу чизиқларнинг ўйинчиларни туташтирувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирилишидан ҳосил бўлади.

Биринчи бобнинг учинчи параграфида CG-ўйин ўрганилган. Бунда бошланғич параметрик ҳолатлар фазосини икки қисмга ажратувчи альтернативлик теоремаси исботланган. Қувиш масаласи оптимал яқинлашишни таъминловчи параллел қувиш стратегияси (Π_{CG}-стратегия) асосида ечилади. Қочиш масаласи учун эса жараён давомида ўйинчилар орасидаги масофанинг чегараси катталиги кўрсатилган.

Биринчи бобнинг тўртинчи параграфида I-ўйин ўрганилган. Бу ерда бошланғич параметрик ҳолат сифатида $p = (\rho_0, \sigma_0) \in \mathbb{R}^2_+$ – вектор олинган ва альтернатив тўпламлар қуйидагича танланган

$$\mathbf{P}_I = \{p : \rho_0 > \sigma_0 , \rho_0 > 0, \sigma_0 \geq 0\}, \ \mathbf{E}_I = \{p : \rho_0 \leq \sigma_0 , \rho_0 \geq 0, \sigma_0 > 0\},$$

бунда $\mathbf{P}_I \cup \mathbf{E}_I = \mathbb{R}^2_+$, $\mathbf{P}_I \cap \mathbf{E}_I = \varnothing$.

Таъриф 6. Қувловчининг Π_I-стратегияси деб $\mathbf{u}_I(v) = v - \lambda_I(v)\xi_0$ функцияга айтамиз, бунда

$$\lambda_I(v) = max\{0, \delta_0 + 2\langle \xi_0, v \rangle\}, \ \delta_0 = (\rho_0 - \sigma_0)/|z_0|, \xi_0 = z_0/|z_0|, v \in \mathbb{R}^n .$$

*Теорема 2.*а) Агар I-ўйинда $p \in \mathbf{P}_I$ бўлса, у ҳолда қувловчи учун $[0, T_I]$ вақт оралигида Π_I-стратегия ютуқли бўлади, бунда $T_I = | z_0 |^2 / (\sqrt{\rho_0} - \sqrt{\sigma_0})^2$;

б) агарда $p \in \mathbf{E}_I$ бўлса, у ҳолда қочувчининг қуйидаги бошқаруви

$$v^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{агар } 0 \leq t < \varepsilon, \\ u(t - \varepsilon), & \text{агар } t \geq \varepsilon, \end{cases}$$

ютуқли бўлади, бунда ε –етарлича кичик мусбат сон.

Айтайлик $p \in \mathbf{P}_I$ бўлсин ва қувловчи Π_I-стратегияни тадбиқ этсин. У ҳолда қочувчининг ихтиёрий бошқаруви $v(\cdot) \in V_I$ да учрашиш нуқталари тўплами қуйидагича формула асосида берилиши кўрсатилади

$$W_I(x_0, \mathrm{y}_0, \rho_0, \sigma_0) = x_0 + \sqrt{\rho_0 \sigma_0} \ S / \delta_0 - \rho_0 \xi_0 / \delta_0 ,$$

бунда S – радиуси бирга ва маркази нол нуқтада бўлган $\mathbb{R}^n$ даги шар.

Биринчи бобнинг охирги бешинчи параграфида С-ўйин ўрганилади. Бу ҳолда параметрик ҳолат сифатида $p=(\alpha,\rho_0,\beta,\sigma_0,\zeta_0)\in\mathbb{R}^5_+$ – вектор олинади, бунда $\zeta_0=|z_0|$ ва қуйидаги тўпламлар танланади:

$$\mathbf{P}^1{}_C=\{p:\alpha>\beta,\rho_0\ \ge 4\zeta_0\beta,\alpha>0,\beta\ge 0,\rho_0>0,\sigma_0\ge 0,\zeta_0\ge 0\},$$

$$\mathbf{P}^2{}_C=\{p:\alpha\ge\beta,\rho_0>\sigma_0,\alpha>0,\beta\ge 0,\rho_0>0,\sigma_0\ge 0,\zeta_0\ge 0\},$$

$$\mathbf{P}_C=\mathbf{P}^1{}_C\cup\mathbf{P}^2{}_C.$$

Таъриф 7. Қувловчининг Π_C-стратегияси деб $\mathbf{u}_C(v)=v-\lambda_C(v)\xi_0,\ v\in S_\beta$ функцияга айтамиз, бунда

$$\lambda_C(v)=\begin{cases} min\{\lambda_G(v),\lambda_{IG}(v)\}, \text{ агар } |z_0|\le\rho_0/(4\beta),\\ min\{\lambda_G(v),\ \lambda_I(v)\}, \text{ агар } |z_0|>\rho_0/(4\beta).\end{cases}$$

Теорема 3. Агар $p\in\mathbf{P}_C$ бўлса, у ҳолда С-ўйинда қувловчи учун Π_C-стратегия $[0,T_C]$ вақт оралигида ютуқли бўлади, бунда T_C – кафолатланган қувиш вақти.

Диссертациянинг **«Чизиқли чегараланишли ҳол учун қувиш-қочиш масалалари»** деб номланган иккинчи бобида қувиш-қочиш масалаларида бошқарувларга янги чизиқли чегараланиш киритилади ва бу қайсидир маънода ҳам геометрик, ҳам интеграл чегараланишларни ўзида мужассамлаштиради.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида қувловчининг бошқарувига чизиқли, қочувчининг бошқарувига эса геометрик чегараланиш қўйилган ҳолдаги қувиш-қочиш масаласи (LG-ўйин) ўрганилади. Бу ерда оптимал қувиш масаласини ечиш учун яна параллел яқинлашиш усулидан фойдаланилади. Қочиш масаласида эса қувловчи ва қочувчи орасидаги масофа катталигининг қуйи чегараси аниқланган.

Қувловчи объект – **X** ва қочувчи объект – **Y,** мос равишда (1) ва (2) тенгламалар асосида ҳаракат қилишияпган бўлишсин. LG-ўйинда u векторга вақтга боғлиқ равишда ўлчанувчи функция бўлиб ўзгаришидан ташқари қуйидаги чегараланиш ҳам қўйилган

$$\int_0^t |u(s)|^2\,ds\le L_1(t),\quad t\ge 0, \tag{8}$$

бунда $L_1(t)=\rho_1 t+\rho_0$, ρ_1 – ихтиёрий, ρ_0 – эса манфий бўлмаган хақиқий сон. Бу ҳолда қочувчининг бошқарувига геометрик чегараланиш (6) қўйилганда масала ўрганилган. Қувловчи объект $\mathbf{X}$ нинг мақсади, худди биринчи параграф каби, $x(t)=y(t)$ тенгликни амалга ошириш бўлса, қочувчи объект $\mathbf{Y}$ нинг мақсади бу “учрашувдан” чекланиш, акс ҳолда имкон борича бу вақтни чўзиш. Учлик – (μ_0,ρ_1,β), бунда $\mu_0=\rho_0/|z_0|$, ўйиннинг бошланғич параметрик ҳолати дейлади ва p билан белгиланади. Қуйидаги ҳолатларнинг альтернатив тўпламлари киритилади:

$$\mathbf{P}_{LG}=\mathbf{P}_1\cup\mathbf{P}_2\cup\mathbf{P}_3,\qquad \mathbf{E}_{\mathbf{LG}}=\Delta\setminus\mathbf{P}_{\mathbf{LG}},$$

бунда $\mathbf{P}_1 = \{p : \mu_0 \geq 0,\ \ \rho_1 > \beta^2,\ \beta \geq 0\}$, $\mathbf{P}_2 = \{p : \mu_0 > 2\beta,\ \ \rho_1 = \beta^2,\ \ \beta \geq 0\}$, $\mathbf{P}_3 = \{p:\ \mu_0 \geq 2(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}),\ \ \ \rho_1 < \beta^2,\ \ \beta \geq 0\}$.

Таъриф 8. Қувловчининг Π_{LG}-стратегияси деб $\mathbf{u}_{LG}(v) = v - \lambda_{LG}(v)\xi_0$, $v \in S_\beta$ – функцияга айтамиз, бунда

$$\lambda_{LG}(v) = \mu_0 / 2 + \langle \xi_0, v\rangle + \ \ + \sqrt{(\mu_0 / 2 + \langle \xi_0, v\rangle)^2 + \rho_1 - |v|^2}\ .$$

Теорема 4. а) Агар $p \in \mathbf{P_{LG}}$ бўлса, у ҳолда у ҳолда Π_{LG}-стратегия қувловчи учун $[0, T_{LG}]$ оралигида ютуқли бўлади, бунда $T_{LG} = |z_0| / \lambda^*_{LG}$ ва $\lambda^*_{LG} = \mu_0 / 2 - \beta + \sqrt{(\mu_0 / 2 - \beta)^2 + \rho_1 - \beta^2}$;

б) агарда $p \in \mathbf{E_{LG}}$ бўлса, у ҳолда $v^* = -\beta\xi_0$ ўзгармас бошқарув қочувчи учун ютуқли бўлади ва бунда барча $t \geq 0$ учун:

1) $p \in \mathbf{E_1} = \{p : 0 \leq \mu_0 \leq 2\beta, \rho_1 = \beta^2, \beta \geq 0\}$ бўлганда

$$|z(t)| > \begin{cases} |z_0|\,(2\beta - \mu_0)/(2\beta), \text{агар} & \beta > 0, \\ |z_0|, & \text{агар } \beta = 0; \end{cases}$$

2) $p \in \mathbf{E_2} = \{p : 0 \leq \mu_0 < 2(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}), \rho_1 < \beta^2, \beta \geq 0\}$ бўлганда

$$|z(t)| \geq |z_0|\,(\beta - \mu_0 / 2 + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}) / (\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1});$$

бунда $\mathbf{E_{LG}} = \mathbf{E_1} \cup \mathbf{E_2}$.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида L-ўйин ўрганилган бўлиб, қувловчи бошқаруви учун (8) чегараланиш қўйилган ва буда ρ_1 – манфий бўлмаган сон, қочувчи бошқарувига эса

$$\int_0^t |v(s)|^2\, ds \leq L_2(t), \quad t \geq 0, \tag{9}$$

кўринишидаги чегараланиш қўйилган, бунда $L_2(t) = \sigma_1 t + \sigma_0$ ва σ_1, σ_0 – манфий бўлмаган сонлар.

L-ўйинда ρ_1, σ_1 параметрларга боғлиқ равишда П-стратегиянинг янги хусусияти вужудга келиб, унинг таърифи икки усул бўйича келтирилади.

Таъриф 9. Агар $\rho_1 \geq \sigma_1$ бўлса, қувловчининг $\boldsymbol{\Pi}^*_L$-стратегияси деб $\mathbf{u}^*_L(v) = v - \lambda^*_L(v)\xi_0$, $v \in \mathbb{R}^n$ – функцияга айтамиз, бунда $\lambda^*_L(v) = \mu_0 + \langle v, \xi_0\rangle + \sqrt{(\mu_0 + \langle v, \xi_0\rangle)^2 + \rho_1 - \sigma_1}$, $\mu_0 = \delta_0 / 2|z_0|$, $\xi_0 = z_0 / |z_0|$.

Теорема 5. Қуйидаги шартлардан ҳеч бўлмаганда бири бажарилсин: а) $\rho_1 > \sigma_1$; б) $\rho_1 = \sigma_1$ ва $\rho_0 > \sigma_0 + 2\sqrt{\rho_1}\,|z_0|$. У ҳолда L –ўйинда қувловчи учун $\boldsymbol{\Pi}^*_L$-стратегия $[0, T^*_L]$ вақт оралигида ютуқли бўлади, бунда T^*_L,

$$\sqrt{\rho_1 T^2 + \rho_0 T} - \sqrt{\sigma_1 T^2 + \sigma_0 T} = |z_0|$$

тенгламанинг биринчи мусбат ечими.

Таъриф 10. Агар $\rho_1 < \sigma_1$ бўлса, қувловчининг Π_{*L} – стратегияси деб $\mathbf{u}_{*L}(v) = v - \lambda_{*L}(v)\xi_0, \quad v \in \mathbb{R}^n$ – функцияга айтамиз, бунда $\lambda_{*L}(v) = \nu_0 + +\langle v, \xi_0\rangle + \sqrt{(\nu_0 + \langle v, \xi_0\rangle)^2 + \rho_1 - 2\sigma_1 + |v|^2}, \nu_0 = \gamma_0 / 2|z_0|, \gamma_0 = \rho_0 - 2\sigma_0$.

Теорема 6. Қуйидаги шартлар: $\rho_1 < \sigma_1$ ва $\nu_0 \geq \sqrt{2(2\sigma_1 - \rho_1)}$ бажарилсин. У ҳолда қувловчи учун $\boldsymbol{\Pi}_{*\mathrm{L}}$-стратегия $[0, T_{*L}]$ вақт оралигида ютуқли бўлади, бунда $T_{*L} = 2|z_0|/[\nu_0 + \sqrt{\nu_0^2 + 2(\rho_1 - 2\sigma_1)}]$.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида (8) ва (9) кўринишидаги чизиқли чегараланиш тушунчаси қуйидаги кўринишдаги дифференциал ўйин учун умумлаштирилади

$$\dot{z} = kz + Bu - Cv, \ \ z(0) = z_0,$$

бунда $z, u, v \in \mathbb{R}^n$, B ва $C - n \times n$ тартибли хосмас квадрат матрицалардир, k – мусбат бўлмаган сон, $z_0 \neq 0$. Қувувчининг мақсади – аввалдан берилган T вақтгача $z(t) = 0$ тенгликка эришиш бўлса, қочувчининг мақсади – бунга қарама-қаршидир. Қувувчи учун ўйинчиларнинг оптимал яқинлашишини таъминловчи параллел қувиш стратегиясининг бу ҳол учун қурилиши келтирилган.

Иккинчи бобнинг охирги тўртинчи параграфида Понтрягиннинг «Контрол масаласи» бошқарувлар L-чегараланишга эга ҳол учун ўрганилган, бунда ечим берувчи функциянинг ошкор кўриниши топилган ва унинг асосида қувиш масаласи ечилган.

Диссертациянинг учинчи **“Қутилиш чизиқли дифференциал ўйинлар”** номли боби Р.Айзекснинг баъзи ҳал этилмаган масалаларига бағишланган. Бу ерда қувувчининг бошқарувига интеграл ёки аралаш чегараланиш қўйилган ҳолдаги масалалар ўрганилган.

Берилган $\mathbb{R}^n$ евклид фазосида **X** нуқта **Y** нуқтани таъқиб этаяпган, ҳамда уларнинг ҳаракатлари мос равишда қуйидаги тенгламаларга асосланган бўлсин

$$\dot{x} = kx + Bu, \quad x(0) = x_0, \tag{10}$$

$$\dot{y} = ky + Cv, \quad y(0) = y_0, \tag{11}$$

бунда $x, y, u, v \in \mathbb{R}^n, n \geq 1;$ B ва C – $n \times n$ тартибли хос бўлмаган квадрат матрицалар; k – мусбат бўлмаган сон, x_0, y_0 – нуқталарнинг бошланғич ҳолатлари, $x_0 \neq y_0$, u – **X** нуқтанинг бошқарув параметри; v – **Y** нуқтанинг бошқарув параметри. Берилган ҳолда, фазонинг чегараланиш сифатида $\mathbb{R}^n$ фазонинг **A** тўплам остиси қаралади, уни айнан “қутилиш чизиғи” деб юритилган. Бу ерда **X** нуқтанинг мақсади, **Y** нуқта **A** тўпламнинг ташқарисида харакатланияпганда, яъни $\mathrm{y(s)} \notin \mathbf{A}, \quad 0 \leq \mathrm{s} \leq \mathrm{t}$ бўлган ҳолда, бирор $t, t > 0$ вақтда $x(t) = y(t)$ тенгликни амалга оширишдан иборат. Диссертацияда **A** тўплам қувловчи **X** нинг харакатини амалга оширишига ҳалақит бермайдиган ҳолда қўрилади. Қочувчининг мақсади эса, бирор чекли вақт t, $t>0$ да $y(t)\in\mathbf{A}$ тегишлиликни $x(s)\neq y(s)$, $0\le s<t$ бўлганда, ёки барча $t\ge 0$ учун $y(t)\neq x(t)$ тенгсизликни амалга оширишдан иборатдир.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида “қутилиш чизиғи” ўйини (10)-(11) чизиқли системаларда бошқарувларга (4) ва (6) кўринишдаги G-чегараланишлар қўйилган ҳолда ўрганилган. Бу ерда ечим қуйидаги ечим берувчи функцияга асосланган

$$\lambda_G(v)=\langle\xi_0,\Phi v\rangle+(\langle\xi_0,\Phi v\rangle^2+\alpha^2-|\Phi v|^2)^{1/2},$$

бунда $\Phi=B^{-1}C,\ \xi_0=B^{-1}z_0/\zeta,\ \zeta=\left|B^{-1}z_0\right|,\ \gamma=\beta\|\Phi\|$ ва $\|\Phi\|=\max\limits_{|v|=1}|\Phi v|$ – Φ матрицанинг нормаси.

Таъриф 11. Чизиқли диффереациал ўйин (10)-(11) учун (4) ва (6) G-чегараланишли ҳолда $\mathbf{u}_G(v)=\Phi v-\lambda_G(v)\xi_0$ – функция қувловчининг Π_G – стратегияси дейлади.

Таъриф 12. “Қутилиш чизиғи” ўйинида қувловчининг $\mathbf{u}_G(v)$ стратегияси $[0,T]$ вақт оралигида ютуқли дейлади, агар ҳар бир $v(\cdot)\in V_G$ учун шундай $t^*\in[0,T]$ дақиқа мавжуд бўлсаки, бунда қуйидаги шартлар бажарилса

$a)\ x(t^*)=y(t^*);\quad b)\ y(\mathrm{s})\notin\mathbf{A}$ токи $s\in\left[0,t^*\right]$.

Таъриф 13. “Қутилиш чизиғи” ўйинида қочувчининг бошқаруви $v^*(\cdot)\in V_G$ ютуқли дейлади, агар ҳар бир $u(\cdot)\in U_G$ учун қуйидаги шартлар бажарилса: а) шундай чекли дақиқа θ мавжуд бўлсаки, бунда $y(\theta)\in\mathbf{A}$ ва $y(t)\neq x(t)$ токи $t\in[0,\theta)$; б) $y(t)\neq x(t)$ барча $t\ge 0$ учун.

Теорема 7. Агар $k\le 0$, $\alpha>\gamma$ ва $e^{kt}BW_G(x_0,y_0)$ барча $t\in\left[0,t^*\right]$ учун $\mathbf{A}$ тўплам билан кесишмаса, у ҳолда Π_G-стратегия “қутилиш чизиғи” ўйинида қувловчи учун ютуқли бўлади, , бунда

$$W_G(x_0,y_0)==\left\{w:\left|w-B^{-1}x_0\right|\ge(\alpha/\gamma)\left|w-B^{-1}y_0\right|\right\}.$$

Теоремада умуман олганда зарур ва етарлилик шарти келтирилган: агар $e^{kt}BW_G(x_0,y_0)$ бирор $t=\theta$ вақтда $\mathbf{A}$ тўплам билан кесишса, у ҳолда қочувчи учун ўзгармас бўлган ютуқли бошқарув мавжуд.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида (10)-(11) чизиқли дифференциал ўйин учун “Қутилиш жизиғи” масаласи ўрганилади, бунда қувловчининг бошқарувига қуйидаги кўринишдаги интеграл чегараланиш қўйилган

$$\int_0^\infty e^{-kt}\,|u(t)|^2\,dt\le\rho_0^{\,2}\quad(\rho_0>0),\tag{12}$$

қочувчининг бошқаруви эса (6) геометрик чегараланиш билан берилган. Қочувчининг етишиш соҳаси динамикасининг тенгламаси келтирилган. Учрашиш нуқталари тўпламининг чегараси текисликда Паскал чиғаноғи ҳалқасидан ёки Декарт овалидан иборатлиги кўрсатилган. Масала ечими қувловчининг фойдасига ҳал бўлиши учун қуйидаги ечим берувчи функция қурилган

$$\lambda_{IG}(v) = \mu/2 + \langle \xi_0, \Phi v\rangle + \left[\left(\mu/2 + \langle \xi_0, \Phi v\rangle\right)^2 - |\Phi v|^2\right]^{1/2},$$

бунда $\Phi = B^{-1}C,\ \xi_0 = B^{-1}z_0/\nu,\ \mu = \rho_0{}^2/\nu,\ \nu = |B^{-1}z_0| > 0,\ \gamma = \beta\|\Phi\|$.

Таъриф 14. Дифференциал ўйин (10)-(11) учун (6) ва (12) чегараланишлар бажарилса, у ҳолда $\mathbf{u}_{IG}(v) = \Phi v - \lambda_{IG}(v)\xi_0$ функцияга қувловчининг Π_{IG} - стратегияси дейлади.

Π_{IG}-стратегия ва қочувчи бошқарувининг ютуқлилиги аввалги таърифлар 12 ва 13 каби бўлганлиги учун уларни бу ерда такрорий келтирилмаган.

Теорема 8. Агар $\mu \ge 4\gamma$ ва $e^{kt}BW_{IG}(x_0, y_0, \rho_0)$ тўплам барча $t \in \left[0, t^*\right]$ учун **A** тўплам билан кесишмаса, у ҳолда Π_{IG}-стратегия қувловчи учун IG-чегараланишли (10)-(11) “қутилиш чизиғи” ўйинида ютуқли бўлади, бунда $W_{IG}(x_0, y_0, \rho_0) = \left\{w : \left|w - B^{-1}x_0\right|^2 \ge \left(\rho_0{}^2/\gamma\right)\left|w - B^{-1}y_0\right|\right\}$.

Бу ерда ҳам теорема 7 нинг изоҳи ўринлидир.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида “қутилиш чизиғи” ўйини қувловчининг бошқаруви $L_2 \cap L_\infty$ синфга, қочувчининг бошқаруви эса L_∞ синфга тегишли бўлган ҳолда ўрганилади. Бунда қочувчининг етишиш соҳаси динамикаси тенгламаси келтирилган ва унинг асосида “қутилиш чизиғи” ўйинининг ечими кўрилаётган ҳол учун берилади.

Диссертациянинг охирги **“Интеграл чегараланишли ҳол учун гуруҳли қувиш масалалари”** номли тўртинчи бобида асосий эътибор интеграл чегараланишли дифференциал ўйинларда етарлилик шартларини ҳосил қилишга қаратилган бўлиб, бунда битта қочувчини бир неча қувловчи томонидан тутиш масаласи модели ўрганилади. Бу ерда ечим берувчи функциялар усули ривожлантирилган.

Ушбу бобнинг биринчи параграфида чекли ўлчовли евклид фазосида қуйидаги тенгламалар системаси орқали берилган чизиқли дифференциал ўйинлар ўрганилади

$$\dot{z}_i = A_i z_i + B_i u_i - C_i v, \quad z_i(0) = z_i^0, \tag{13}$$

бунда $z_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}^{p_i}$, $v \in \mathbb{R}^q$; $n_i \ge 1$, $p_i \ge 1$, $q \ge 1$, $i \in \overline{1,m}$. Бу ерда $i \in \overline{1,m}$ – 1 дан m гача бўлган бутун сонлар тўплами; A_i, B_i, C_i – мос равишда $n_i \times n_i$, $n_i \times p_i$ ва $n_i \times q$ тартибли ўзгармас матрицалар; $z^0 = (z_1^0, z_2^0, \ldots, z_m^0)$ – ўйиннинг бошланғич ҳолати; $(u_1, u_2, \ldots, u_m)$ – қувловчининг бошқарув параметрлари; v – қочувчининг бошқарув параметри. u_i, $i \in \overline{1,m}$ ва v параметрларнинг реализацияси ўйинни тугаш жараёнида ўлчанувчи функциялар синфи $L_p[0,T]$, $p>1$ тегишли бўлиб қуйидаги чегараланишни қаноатлантириши лозим

$$\int_0^T |u_i(\tau)|^p \, d\tau \le \rho_i, \ \rho_i > 0, \ i \in \overline{1,m}, \tag{14}$$

$$\int_0^T |v(\tau)|^p \, d\tau \le \sigma, \sigma \ge 0, \tag{15}$$

бунда $T-$ ўзгармас мусбат сон ($T=+\infty$ бўлиши ҳам мумкин). Бундай бошқарувларни йўл қўйилган бошқарувлар деб аталади, ҳамда келгусида уларни тўпламини мос равишла U_T^i, $i \in \overline{1,m}$, ва V_T сифатида белгилаймиз.

Терминал тўплам M_1, $M_2,...,M_m$ тўпламларнинг бирлашмасидан иборат бўлади, ҳамда уларни ҳар бири $M_i = M_i^0 + M_i^0$ кўринишга эга бўлиб, бунда M_i^0 – $\mathbb{R}^{n_i}$ нинг чизиқли қисм фазоси, M_i^1 – эса $\mathbb{R}^{n_i}$ да M_i^0 га ортогонал тўлдирувчи бўлган L_i нинг қабариқ компакт тўплам остисидир.

Таъриф 15. (13)-(15) ўйинда бошланғич z^0 ҳолатдан $T=T\left(z^0\right)$ вақтда ўйинни туғаллаш мумкин дейлади, агар шундай $(u_1(\cdot),u_2(\cdot),...,u_m(\cdot))$, бунда $u_i(\cdot)=u_i(\cdot,v(\cdot))\in U_T^i$, $i\in\overline{1,m}$ стратегиялар мавжуд булсаки, ихтиёрий бошқарув $v(\cdot)\in V_T$ учун, хеч бўлмаганда битта i, $i\in\overline{1,m}$ қийматда Коши масаласининг $\dot{z}_i = A_i z_i + B_i u_i(t,v(t)) - C_i v(t)$, $z_i(0)=z_i^0$ абсолют узликсиз ечими $z_i(t)$, терминал тўплам M_i га $T=T\left(z^0\right)$ вақтгача тушсин, яъни $z_i\left(t^*\right)\in M_i$ бирор $t^*\in[0,T]$. $T\left(z^0\right)$ – сонга қувишнинг кафолатланган вақти.

π_i – оператор $\mathbb{R}^{n_i}$ дан унинг қисм фазоси L_i га ортогонал проекцияловчи акслантириш бўлсин.

Фараз 1. $\pi_i e^{A_i t} B_i \Phi = \pi_i e^{A_i t} C_i$ тенглама барча t, $t\ge 0$ учун уликсиз ва хос бўлмаган $\Phi_i(t)$ матрицавий ечимга эга.

Берилган

$$\chi_i(t,s) = \sup_{v(\cdot)\in V_1[s,t]} \int_s^t |\Phi_i(t-\tau)v(\tau)|^p \, d\tau, \, 0\le s\le t,$$

бунда $V_1[s,t]=\left(v(\cdot): \int_s^t |v(\tau)|^p \, d\tau \le 1\right)$, ҳамда $\mu_i = \sup_{0\le s\le t<\infty} \chi_i(t,s)$. Кўриш мумкинки $\mu_i > 0$, ҳолбуки $\mu_i = +\infty$ ҳол ҳам инкор этилмайди.

Фараз 2. $\rho_1/\mu_1 + \rho_2/\mu_2 + ... + \rho_m/\mu_m > \sigma$.

Фараз 2 дан келиб чиқадики, барча μ_i коэффициенлар бир вақтда $+\infty$ га тенг бўла олмасликлари. Бунда икки ҳол бўлиши мумкин: I. $\rho_i / \mu_i \le \sigma$ барча i да. II. $\rho_i / \mu_i > \sigma$ айрим i учун.

Фараз қиламиз I-ҳол ўринли деб. У ҳолда $\sigma_i = (\sigma\rho_i/\mu_i)(\rho_1/\mu_1+\rho_2/\mu_2+...+\rho_m/\mu_m)^{-1}$ деймиз, бунда $\sigma=\sigma_1+\sigma_2+...+\sigma_m$. Сўнгра ечим берувчи τ ва v лар бўйича юқоридан ярим узликсиз функциялар $\lambda_i(t-t_i,t-\tau,v,z_i)$ ни қурамиз. Берилган

$$\Lambda_i(t,t_i,z_i)=1-\inf_{v(\cdot)\in V_{\sigma_i}[t_i,t]}\int_{t_i}^{t}\lambda_i(t-t_i,t-\tau,v(\tau),z_i)d\tau,\quad 0\le t_i\le t,$$

бунда $V_{\sigma_i}[t_i,t]=\left\{v(\cdot):\int_{t_i}^{t}|v(\tau)|^p\,d\tau\le\sigma_i\right\}$, t_i – қувиш жараёнида аниқланадиган вақт, $z_i\in\mathbb{R}^{n_i}$. Агар t нисбатан қўрилаяпган $\Lambda_i(t,t_i,z_i)=0$ тенглама мусбат ечимларга эга бўлса, у ҳолда уларнинг энг кичигини $T_i=T_i(t_i,z_i)$ деб белгилаймиз, акс ҳолда $T_i=+\infty$ деб оламиз.

Фараз 3. Узлилаксиз акснтиришлар мажмуи $T_i:[0,+\infty)\times\mathbb{R}^{n_i}\to\mathbb{R}^1$ мавжуд бўлсин.

Теорема 9. Агар берилган бошланғич ҳолат z^0 учун 1-3 фаразлар бажарилса, у ҳолда (14)-(15) чегараланишли (13) ўйинда кафолатланган вақт $T=T(z^0)$ да ўйинни тугаллаш мумкин.

Энди II-ҳолни кўрамиз. Аввал ечим берувчи функция $\lambda_i(t,t-\tau,v,z_i^0)$, $0\le\tau\le t$, $v(\in\mathbb{R}^q)$ қурилади ва унинг ёрдамида

$$\Lambda(t,z^0)=1-\inf_{v(\cdot)\in V_q[0,t]}\max_{i\in 1m}\int_0^t\lambda_i(t,t-\tau,v(\tau),z_i^0)d\tau$$

функция аниқланади, бунда $V_\sigma[0,t]=\left\{v(\cdot):\int_0^t|v(\tau)|^p\,d\tau\le\sigma\right\}$. $T'=T'(z^0)$ орқали $\Lambda(t,z^0)=0$ тенгламанинг биринчи мусбат ечимини белгилаймиз, агар бундай ечим мавжуд бўлмаса $T'(z^0)=+\infty$ деб фараз қиламиз.

Фараз 4. Берилган бошланғич ҳолат z^0 учун чекли вақт $T'=T'(z^0)$ мавжуд.

Теорема 10. Агар берилган бошланғич ҳолат z^0 учун 1-2 ва 4 фаразлар бажарилса, у ҳолда (14)-(15) чегараланишли (13) ўйинда кафолатланган чекли вақт $T'=T'(z^0)$ да ўйинни тугаллаш мумкин.

Тўртинчи бобнинг иккинчи ва учинчи параграфларида аввалги параграфда келтирилган гуруҳли қувиш усули интеграл чегараланишли ҳол учун Л.С.Понтрягиннинг контрол мисоли ва қочувчини l-тутиш масаласига қўлланилади.

ХУЛОСА

1. Нуқталар ҳаракати инерциясиз бўлганда бошқарувлар интеграл, турли ва аралаш бўлган ҳоллар учун қувиш-қочиш масалалари ечилган. Ушбу ҳоллар учун оптимал яқинлашишни таъминловчи параллел қувиш стратегиялари қурилганлигини таъкидлаш мумкин.

2. Дифференциал ўйинлар назарясида бошқарувларга қўйиладиган одатдаги геометрик ва интеграл чегараланишларни янада кучайтирувчи янги турдаги чизиқли чегараланиш кўрилган.

3. Қувувчининг бошқарувига чизиқли, қочувчининг бошқарувига эса геометрик чегараланиш қўйилган ҳолда қувиш-қочиш масаласи тўла ҳал қилинган, бунда Красовскийнинг альтернативлик теоремаси ўринлилиги исботланганлигини қайд этиш лозим.

4. Қувувчи ва қочувчининг бошқарувларига чизиқли чегараланиш қўйилган ҳол учун оптимал яқинлашишни кафолатловчи параллел қувиш стратегиялари қурилган ва улар асосида қувиш масаласи ечилган.

5. Ўйинчилар ҳаракати маълум турдаги чизиқли дифференциал тенгламалар билан берилган, бошқарувларга геометрик, интеграл ва аралаш чегараланишлар қўйилган ҳоллар учун Айзекс-Петросяннинг “қутилиш чизиғи” масаласи ечилганлигини келтириш лозим.

6. Ечим берувчи функциялар усули бошқарувларга интеграл чегараланишлар қўйилганда гуруҳли қувиш масаласига тадбиқ этилган, ҳамда Л.С.Понтрягин ёндашуви бўйича ечимлар олиш учун янги зарурий шартлар топилганлиги қайд этиш лозим.

Диссертация назарий ҳарактерга эга. Дифференциал ўйинлар назриясининг марказида ўйинчиларнинг оптимал стратегияларини қуриш ва тадбиқ этиш муҳим ўрин тутади. Диссертацияда олинган асосий натижалар бошқарувларга турли чегараланишлар қўйилганда шундай стратегияларнинг қурилиши ва тадбиқ этилишидадир. Бу натижалар моҳиятига кўра бошқарув назариясининг асосларини ривожлантиришга қаратилганлиги билан алоҳида ўрин тутади.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ 16.07.2013.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК
ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

НАМАНГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

САМАТОВ БАХРОМ ТАДЖИАХМАТОВИЧ

ЗАДАЧИ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ-УБЕГАНИЯ ПРИ ЛИНЕЙНЫХ, ИНТЕГРАЛЬНЫХ И РАЗНОТИПНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДОКТОРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ

Ташкент – 2016

Тема докторской диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № 18.11.2015/B2015.3-4.FM228.

Докторская диссертация выполнена в Наманганском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и информационно-образовательном портале «ZIYONET» (www.ziyonet.uz)

Научный консультант:	**Азамов Абдулла Азамович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Югай Лев Павлович** доктор физико-математических наук, профессор
	Муминов Гуломжон Мадаминович доктор физико-математических наук
	Тухтасинов Муминжон доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	**Российский университет Дружбы Народов**

Защита диссертации состоится «_______» __________________2016 года в ____ часов на заседании Научного совета 16.07.2013.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871)227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nu.uz.).

С докторской диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №__________________). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871)246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «_______» _____________________2016 года.
(протокол рассылки №______ от «______» ___________________2016 года).

А.А.Абдушукуров
Заместитель председателя Научного совета по присуждению ученой степени доктора наук, д.ф.-м.н.,профессор

А.Х.Худойбердиев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученой степени доктора наук, д.ф.-м.н.

М.С.Салахитдинов
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению ученой степени доктора наук, д.ф.-м.н., академик.

Введение (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. В связи бурного развития научно-технического прогресса в мире математические методы стали важным средством в управлении сложных систем. В управлении многих экономических и технических процессов требуется учесть еще конфликтность различных сторон. В связи с этим создан новый область математики, т.е. теория динамических игр, которая слагается из двух компонент – теории дискретных и дифференциальных игр. В сегоднящных сложных рыночных отношениях при решении многих экономических и технических задач эти теории находят свои важные приложения.

После того, как наша страна приобрела независимость, с целью развития науки и технологии были разработаны ряд реформ. В постановлениях Президента Республики Узбекистан от 7 августа 2006 года «О мерах по совершенствованию координации и управления развитием науки и технологии», а также от 15 июля 2008 года «О дополнительных мерах по стимулированию внедрения инновационных проектов и технологий производства» и в других нормативно-правовых актах фундаментальные науки и их внедрения в различные проекты были особо отмечены. Дифференциальные игры, как развития теории математических методов управляемых процессов, сочетают в себе динамичность, управляемость, противодействие, информированность, оптимальность и ряд других важных качеств и представляют собой одну из сложных математических моделей реальных процессов имеющее большое прикладное значение.

В абсолютном большинстве работ, посвященных дифференциальным играм преследования-убегания, рассматривались системы, в которых управления выбирались только из класса ограниченных функций. Такие геометрические ограничения наложенные на управления выражают определенные конструктивные возможности управляемого устройства. Стремление к большей адекватности математических моделей с практическими задачами привело к необходимости изучения дифференциальных игр с интегральными ограничениями на управления игроков. Такие ограничения выражают, например, ограниченность энергии управления, уменшение других веществ, затрачиваемых по ходу процесса. Особенно при исследовании математических моделей технических процессов ограничение такого характера имеет важное значение в научно-прикладном аспекте.

Необходимость изучения управляемых систем в общей постановке требует рассмотрение моделей, когда на управления налагаются одновременно оба типа геометрические и интегральные ограничения, или же их линейное объединение. Актуальность диссертации заключается в развитии основ дифференциальных игр в направлении теории преследования-убегания при различных ограничениях на управления игроков, в построении адекватных математических моделей в противодействующих управляемых процессах, а так же разработка методов в решении таких задач, что позволяет развитию теории математических методов управления и в фундаментальном, и в прикладном аспекте.

Связь исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данная диссертация выполнена в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий IV. «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации[1]. В направлении нахождения общего метода решении теории дифференциальных игр и в решении задач преследования-убегания при различных ограничениях, ведутся широкие научные исследования в научных центрах и университетах ведущих стран мира, в том числе в RAND Corporation (США), University of Princeton (США), University of Illinois (США), University of Cambridge (Англия), University of Brest (Франция), Московский государственный университет, Математический институт РАН, Институт математики и механики УрО РАН, Уральский федеральный университет, Российский университет дружбы народов, Санкт-Петербургский государственный университет (Россия), научно-исследовательский институтах АН Украины и др.

В результате научных исследований, проведенных по описанию общих методов решения дифференциальных игр и решению задач преследования-убегания при различных ограничениях, в мировом масштабе решен целый ряд актуальных задач, в том числе, были получены следующие научные результаты: описан метод характеристик Айзекса-Беллмана-Понтрягина (RAND Corporation, США, Институт математики РАН); на основе подхода вариационного исчисления было выведено необходимое условие нахождение седловой точки, как решения дифференциальной игры (University of Princeton, США); установлено существование значения игры, на основе аппроксимации конечными играми (The Ohio State University, США и Санкт-Петербургский государственный университет, Россия); для фиксированного промежутка времени доказана существование значения дифференциальной игры (Институт математики и механики УрО РАН, Московский государственный университет); изучена максиминная дифференциальная игра в гильбертовом пространстве (University of Cambridge, Англия);

---

[1] Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: Isaacs R. (1971): Differential Games. New York. John &Wiley; Friedman A. (1971): Differential Games. New York.Wiley Interscience; Fleming W. H. The convergence problem for differential games.1961.J. Math. Anal. Appl.Vol.3,pp.102-116; Berkovitz L.D. 1998. Characterization of the values of differential games. Appl. Math. Optim.Vol.17,pp.177-183; Elliot R. J., Kalton N. J. (1972): The Existence of Value for Differential Games. Amer.Math.Soc.; Понтрягин Л.С. (1988): Избранные научные труды М. Наука,Том 2; Красовский Н.Н., Субботин А.И. (1974):.Позиционные дифференциальные игры. М. Наука; Petrosyan L.A. (1993):Differential games of pursuit. London.World Scientific Publ.Co Pte.Ltd.;Williams J.D. (2007):The Compleat Strategyst: Being a Primer on the Theory of Games of Strategy. New York.RAND Corporation, USA.;Yeung D., Petrosyan L.A. (2006): Cooperative Stochastic Differential Games. New York. Springer; Haurie A., Krawczyk J., Zaccour G. (2012): Games and Dynamic Games. London.World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd.; Yong J. (2015): Differential Game. A Concise Introduction.Washington.World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd., были использованы и другие источники.

получены эффективные методы исследования задач преследования-убегания при геометрических, интегральных и различных ограничениях (Математический институт РАН, Институт математики и механики УрО РАН).

В мировом уровне осуществляются ряд научно-исследовательские работы по теории дифференциальных игр и их приложений, в частности, осуществляются разработки в таких приоритетных направлениях, как: задачи преследования-убегания, когда на управления игроков налагаются различные ограничения, более адекватно отражающие реальные процессы; решения задач группового преследования-убегания; исследование стохастических дифференциальных игр; выявляются новые численные принципы оптимальности в конфликтно управляемых процессах.

Степень изученности проблемы. Понятие «дифференциальная игра» впервые появилась в цикле засекреченных работ американского математика Р.Айзекса по проекту корпорации RAND (США), выполненных в начале 50-годов 20-века. Исследования Р.Айзекса были опубликованы в 1965 г. в виде монографии, в которой рассматривались многочисленные примеры, а теоретические вопросы были только затронуты. Возможность интегрального ограничения в дифференциальных играх была отмечена в этой книге Р.Айзекса, но первые результаты были получены значительно позже.

Первый прямой метод Л.С.Понтрягина переносился на случай интегральных ограничений М.С.Никольским. Этот подход был развит в работах А.Я.Азимова, Ф.В.Гусейнова, А.В.Мезенцева, Н.Л.Григоренко и др. Более основательный подход, разработанный исходя из метода экстремального прицеливания Н.Н.Красовского для решения дифференциальных игр с интегральными ограничениями, была развита в работах Н.Н.Красовского, Ю.М.Репина и В.Е.Третьякова, затем А.Б.Куржанским, А.И.Субботиным, В.Н.Ушаковым, Н.Ю.Лукояновым, М.Д.Локшиным, В.И.Ухоботовым, А.Н.Дарьиным, Д.В.Корневым и др. Позиционный способ сближения для регулярного случая был перенесен на случай интегральных ограничений в работе Б.Н.Пшеничного и Ю.Н.Онопчука и были продолжены в работах И.С.Раппопорта, С.И.Тарлинского, М.С.Габриэльяна, А.А.Чикрия и др. для игр с разнотипными ограничениями.

Когда речь идет о задачах управления при наличии интегральных ограничений на параметры управления, в первую очередь следует отметить, что в принципе такие задачи могут быть сведены к задаче управления с фазовыми ограничениями. В случае задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями необходимые условия были получены Р.В.Гамкрелидзе, А.Б.Куржанским, Ю.С.Осиповым, А.В.Арутюновым, M.M.A.Farreira, R.B.Vinter, F.L. Pereyra на основе теории меры. Что касается дифференциальных игр, сведение интегральных ограничений к фазовым малоэффективно, так как здесь требуется построение решения в виде синтеза управления.

В общей теории дифференциальных игр задачи преследования-убегания занимают особое место в силу ряда специфических качеств. Одно из них – большое разнообразие как по применяемым методам, так и по характеру результатов. Это качество проявляется уже при рассмотрении модельных примеров. Например, Л.А.Петросяном была решена проблема Р.Айзекса об игре с «линией жизни» в случае простых движений на основе специфического свойства области достижимости. При этом удается доказать оптимальность стратегии параллельного преследования (Π-стратегии). В даль-нейшем на основе стратегии параллельного преследования был разработан метод разрешающих функций для решения задач группового преследования с геометрическими ограничениями (Н.Ю.Сатимов, Б.Н.Пшеничный, А.А. Чикрий, А.А.Азамов, И.С.Раппопорт, Б.Н.Григоренко, Н.Н.Петров, В.И.Ухоботов, А.И.Благодатских и др.).

Следует отметить, что в Узбекистане сформировалась научная школа по дифференциальным играм, основанная Н.Ю.Сатимовым и ныне руководимая А.А.Азамовым. Представителями этой школы был предложен новый метод решения задач группового преследования с интегральными огра-ничениями (Н.Ю.Сатимов, А.З.Фазылов, Б.Б.Рихсиев, Г.И.Ибрагимов, А.А. Хамдамов). Этот метод основывается на разделения ресурса управления между преследователями. К задаче убегания с интегральными ограни-чениями были посвящены работы Н.Ю.Сатимова, Л.П.Югая, Б.Б.Рихсиева и др. Задача преследования-убегания в системах с распределенными параметрами при различных ограничениях на управления исследовались в работах Н.Ю.Сатимова, М.М.Тухтасинова, М.Ш.Маматова. А.А.Азамовым и А.Ш.Кучкаровым установлена связь между задачами преследования, управляемости и устойчивости в целом в линейных системах с разнотипными ограничениями. Г.И.Ибрагимов исследует игровую задачу опти-мального преследования, описываемую эволюционным уравнением в гиль-бертовом пространстве, сводящимся к бесконечной системе дифференциальных уравнений с интегральными ограничениями. А.Ш.Кучкаров рассмотрел задачу преследования-убегания, когда игроки перемещаются на римановых поверхностях.

Во многих задачах для модельных дифференциальных игр ключевую роль играет стратегия параллельного преследования. В отличие от геометрических ограничений, в случае интегральных и комплексных ограничений построение разрешающих функций наталкивается на определенные препятствия. Со стороны А.А.Чикрия, И.С.Раппопорт, А.А.Белоусова, В.В.Безмагорычного и Л.В.Барановской такое построение было осуществлено для отдельных случаев. Однако, в общем случае эта проблема оставалась открытой. Что касается игры Айзекса с «линией жизни», то она для случаев с интегральными и комплексными ограничениями практически не рассматривалась.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего учебного заведения, в которой выполняется диссертация.

Диссертационное исследование выполнено в соответствии с планом научного исследования Наманганского государственного университета ОТ-Ф1-002 «Системный анализ, управление и обработка информационных данных» (2010-2015гг.).

Целью исследования является построение аналогов стратегии параллельного преследования для интегральных, линейных и разнотипных ограничений на управления игроков и их применение для решения задач преследования-убегания.

Задачи исследования:

изучение задач преследования-убегания, когда точки движутся без инерции, а на управления игроков наложены интегральные, разнотипные и комплексные ограничения;

построение и применение аналогов стратегии параллельного преследования, гарантирующей оптимальное сближение, когда допустимые управления игроков удовлетворяют интегральным, разнотипным, а также комплексным ограничениям;

доказательство теоремы об альтернативе и решение задачи преследования-убегания, когда на управление преследователя наложено одно-временно геометрическое и интегральное ограничения, а на управлние убе-гающего только геометрическое;

доказательство теоремы об альтернативе и решение задачи преследования-убегания, когда на управление преследователя наложено линейное ограничение, сочетающое в себе как геометрическое, так и интегральное ограничение, а на управление убегающего – чисто геометрическое;

решение задачи преследования в случае, когда на управления преследователя и убегающего наложены линейные ограничения, а также постро-ение соответствующих стратегий параллельного преследования, гаранти-рующих оптимальное сближение;

решение задачи Айзекса-Петросяна об игре с «линией жизни», когда движение игроков описывается линейными дифференциальными уравнениями с несколькими типами ограничений на управления игроков;

развитие метода разрешающих функций применительно к задаче группового преследования с интегральными ограничениями на управления игроков в постановке Понтрягина.

Объект исследования является задачи преследования-убегания с управлениями из класса функций с геометрическими, линейными, интегральными, разнотипными и комплексными ограничениями.

Предмет исследования является стратегии параллельного преследования, гарантирующие оптимальное сближение для преследователя, а для убегающего управление гарантирующее убегание.

Методы исследования. В диссертации для решения задач преследования применяется метод параллельного сближения игроков, а для задач убегания метод уклонения по направлению, а также используется метод разрешающих функций при решении задач группового преследования и применяются средства выпуклого анализа.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

для решения задач преследования-убегания с простыми движениями игроков, когда на управление игроков наложены или геометрические, или интегральные, или же одновременно геометрические и интегральные ограничения для преследователя, построены стратегии параллельного преследования и установлены их новые свойства, а для задачи убегания получены нижние оценки сближения;

вводится новое понятие, названное линейным ограничением на класс управлений игроков, которое содержит в себе как частный случай и интегральные, и геометрические ограничения, для соответствующих типов игр построены стратегии параллельного преследования;

дано решение задачи Айзекса-Петросяна об игре с «линией жизни», когда движения игроков описываются линейными дифференциальными уравнениями, а на управления игроков наложены геометрические, интегральные или комплексные ограничения в определенных сочетаниях;

метод разрешающих функций применен к решению задачи группового преследования с интегральными ограничениями на управления игроков и получены новые достаточные условия разрешимости;

получены достаточные условия разрешимости задач группового преследования для контрольного примера Л.С.Понтрягина, а также для задачи об «l-поимке» в случае интегральных ограничений на управления.

Практические результаты исследования заключается в развитии основ теории дифференциальных игр преследования, позволяющих решать задачи математического моделирования и прогнозирования реальных процессов в технических задачах и социально-экономической сфере.

Достоверность результатов исследования. Все результаты диссертации обоснованы со строгостью, принятой в математике, с использованием методов теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории оптимального управления, теории дифференциальных игр преследования-убегания, а также публикацией всех полученных результатов диссертации в известных рецензируемых изданиях.

Научная и практическая значимость результатов исследования. В основе теории дифференциальных игр центральное место занимает построение оптимальных и гарантирующих стратегий для игроков. Научное значение полученных результатов исследования заключается в построении таких стратегий при различных ограничениях на управления и их применения. Отметим, что полученные результаты составят основу нового направления в теории управления и могут быть использованы при решении задач динамических игр и их приложений в технике и экономике.

Практическое значение диссертационного исследования заключается в том, что построены в явной форме принципы управления ресурсами в динамических игровых моделях и их приспособленность для разработки вычислительных алгоритмов и компьютерных реализаций.

Внедрение результатов исследования. Полученные в диссертации результаты были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

метод решения задачи преследования-убегания, когда на управления преследователя налагается комплексное (т.е. одновременно и интегральное, и геометрическое) ограничение, были использованы при выполнении научно-исследовательского проекта №14-01-31319мол_а, «Оптимальные конструкции и апроксимации в задачах управления», финансируемого Российским фондом фундаментальных иследований (РФФИ) для линейно-выпуклых задач динамической оптимизации, когда на управляющее воздействие наложены геометрические и интегральные оганичения, а на воздействие системы неконтролируемой помехой только геометрическое ограничение (Институте математики и механики УрО РАН, справка от 12 мая 2016 года). Конкретно, для описании нетерминального показателя качества, в случае различных ограничений на управляющие воздействия;

решение задачи группового параллельного преследования при интегральном ограничении на управления объектов были использованы в фундаментальных исследованиях проекта 01-01-13-1228FR, для решения задачи с несколькими преследователями и с одним убегающим при интегральных ограничениях на управления игроков (Университет Путра Малайзия, справка от 12 февраля 2016 года).. На основе полученных результатов, также решены задачи преследования-убегания для линейных дифференциальных систем с интегральными и разнотипными ограничениями и дифференциальные игры убегания с интегральными ограничениями на функции управления при нескольких преследователей и одного убегающего, при простых движениях участников;

метод решения задачи Айзекса об игре «линией жизни», в случаях когда на управления игроков наложены геометрические, интегральные или комплексные ограничения в определенных сочетаниях, были использованы в научно-исследовательских проектах 01-01-00904-а «Дифференциальные игры степени с неограниченной продолжительностью» (РФФИ, 2001-2003), 06-01-39005-ГФЕН_а «Математический анализ конфликта и кооперации» (РФФИ, 2006-2007), 09-01-00334-а «Оптимизация в многоагентных беспроводных сетях» (РФФИ, 2009-2010), в частности этот метод применен для конкретизации структуры оптимальных стратегий в различных обобщениях этой игры (Санкт-Петербургский государственный университет, справка от 31 мая 2016 года). При этом полученные результаты по построению аналогов стратегии параллельного сближения (П-стратегии), применены для решения задач конфликтного управления (динамических игр) более общего вида.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалась на 12 научных конференциях, в частности, “Science and Technology in XXI Century” (Ташкент, 2003), “Dynamical system modeling and stability investigation” (Киев, Украина, 2003), “Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы” (Стерлитамак, Россия, 2003), “Современные проблемы математической физики и информационной технологии” (Ташкент, 2003), “Актуальные проблемы теории устойчивости и управления” (APSCT-2009, Екатеринбург, Россия, 2009), “Управление и оптимизация динамических систем” (CODS-2009, Ташкент, 2009), “Операторные алгебры и смежные проблемы” (Ташкент, 2012), “System Dynamics and Control Processes” (Россия, Екатеринбург, 2014), «Современные методы математической физики и их приложения» (Ташкент, апрель, 2015), “Теория управления и математическое моделирование’’(Россия, Ижевск, июнь, 2015), на ежегодных международных конференциях “Game Theory and Applications”(С.-Петербург, 2008) и “Game Theory and Management” (Санкт-Петербург, 2010, 2011), а также в научных семинарах кафедры “Прикладная математика” в НУУз (Ташкент, 1990-2006гг.), на кафедре “Математическая теория статистики, теории надежности и массового обслуживания” Санкт-Петербургского государ-ственного университета (Россия, 1990 г., 2014 г.), на семинарах отделов «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (Ташкент, 1990-2016 гг.) и «Прикладная математика» (Ташкент, 1995-2016 гг.) Института математики и информационных технологии при Национальном университете Узбекистана.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 30 научных работ, из них 10 выходит в перечень научных изданий предложенных Высшей аттестационной комиссией Республике Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе из них 5 опубликовано в республиканских научных журналах и 5 статей в зарубежных научных изданиях.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертации составляет 200 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дается обоснование актуальности и востребованности темы диссертации, определяется соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий в республике, приводится обзор зарубежных и отечественных научных исследований по теме диссертации, описывается и степень изученности проблемы, формулируются цели и задачи, указываются объект и предмет, излагаются научная новизна и практические результаты исследования, раскрываются теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даются сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, с названием **«Задачи преследования-убегания при разнотипных ограничениях»** рассматриваются дифференциальные игры преследования-убегания с простыми движениями игроков, когда на управления игроков налагаются либо геометрические, либо интегральные ограничения (короче G-ограничения и I-ограничения соответственно), либо одновременно и геометрические, и интегральные ограничения (C-ограничения).

В процессе игры в пространстве $\mathbb{R}^n$ движутся объект **X**, называемый преследователем, и объект **Y**, называемый убегающим. Вектор состояния преследователя обозначается x, а вектор состояния убегающего – y. Рассматривается задача преследования-убегания, когда объекты двигаются без инерции, т.е. уравнения движения имеют вид

$$\dot{x} = u, \qquad x(0) = x_0, \tag{1}$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0 \tag{2}$$

соответственно ($x,\ y,\ u,\ v \in \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$). Задача будет содержательной, если начальные состояния x_0 и y_0 объектов удовлетворяют условиям $x_0 \neq y_0$. Векторы скорости u и v служат параметрами управления соответствующего объекта. При этом временное изменение вектора u должно быть измеримой функцией $u(\cdot):[0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ и удовлетворять либо интегральному ограничению (I-ограничению):

$$\int_0^\infty |u(t)|^2\, dt \leq \rho_0\ , \tag{3}$$

либо геометрическому (G-ограничению):

$$|u(t)| \leq \alpha \quad \text{почти для всех} \quad t \geq 0; \tag{4}$$

либо обоим ограничениям (1.3), (1.4) одновременно (C-ограничению).

Класс допустимых управлений преследователя, т.е. всех измеримых функций, удовлетворяющих I-ограничению (3) (соответственно, G-ограничению (4), C-ограничению (3)-(4)), обозначается U_I (соответственно U_G, U_C). Аналогично, временное изменение вектора v должно быть измеримой функцией $v(\cdot):[0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ и удовлетворять либо интегральному ограничению (I-ограничению):

$$\int_0^\infty |v(t)|^2\, dt \leq \sigma_0\ , \tag{5}$$

либо геометрическому (G-ограничению):

$$|v(t)| \leq \beta \quad \text{почти для всех} \quad t \geq 0; \tag{6}$$

либо обоим ограничениям (5)-(6) одновременно (C-ограничению). Класс допустимых управлений убегающего, удовлетворяющих I-ограничению (5) (соответственно, G-ограничению (6) , C-ограничению (5)-(6)), обозначается V_I (соответственно V_G, V_C). В этих определениях α, β, ρ_0 и σ_0 известные числовые параметры. Целью преследователя **X** является осуществление поимки, т.е. равенства $x(t) = y(t)$, где $x(t)$, $y(t)$ – траектории, порождаемые в соответствии с уравнениями (1), (2) в процессе движения. Убегающий **Y** стремится уклониться от встречи, т.е. чтобы $x(t) \neq y(t)$ при всех t, $t \geq 0$, а если это невозможно, то как можно дольше отодвинуть момент встречи t^*, когда $x(t^*) = y(t^*)$.

В зависимости от ограничений на управления игроков, для дифференциальной игры (1)-(2) возможны девять вариантов:

1) G-игра – $u(\cdot) \in U_G$, $v(\cdot) \in V_G$; 2) IG-игра – $u(\cdot) \in U_I$, $v(\cdot) \in V_G$;
3) CG-игра – $u(\cdot) \in U_C$, $v(\cdot) \in V_G$; 4) GI-игра – $u(\cdot) \in U_G$, $v(\cdot) \in V_I$;
5) I-игра – $u(\cdot) \in U_I$, $v(\cdot) \in V_I$; 6) CI-игра –$u(\cdot) \in U_C$ $v(\cdot) \in V_I$;
7) GC-игра – $u(\cdot) \in U_G$, $v(\cdot) \in V_C$; 8) IC-игра – $u(\cdot) \in U_I$, $v(\cdot) \in V_C$;
9) C-игра – $u(\cdot) \in U_C$, $v(\cdot) \in V_C$.

(Здесь $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ – реализованные по окончании процесса игры управления).

В дальнейшем, в качестве класса U выбран один из классов U_G, U_I, U_C, а в качестве класса V один из V_G, V_I, V_C.

Ключевым в теории дифференциальных игр является понятие стратегии. Это понятие уточняется в зависимости от особенностей изучаемой задачи. Для нашей цели удобно следующее определение.

Определение 1. Отображение $\mathbf{u}: V \to U$ называется стратегией преследователя, если выполнены следующие условия:

1. Допустимость. Для каждого $v(\cdot) \in V$ выполнено включение $u(\cdot) = \mathbf{u}(v(\cdot)) \in U$ в некотором промежутке времени $[0,t]$; при этом функция $u(s) = \mathbf{u}(v(s))$ называется реализацией стратегии $\mathbf{u}$ в $[0,t]$.

2. Вольтерровость. Если для $v_1(\cdot), v_2(\cdot) \in V$ выполнено равенство $v_1(s) = v_2(s)$ п.в. на $[0,t]$, то $u_1(s) = u_2(s)$ п.в. на $[0,t]$, где $u_i(\cdot) = \mathbf{u}(v_i(\cdot))$, $i = 1{,}2$, $s \in [0,t]$.

Определение 2. Стратегия $\mathbf{u}(v)$ называется выигрышной для преследователя в промежутке времени $[0,T]$, если для любого $v(\cdot) \in V$:

а) существует такой момент времени $t^* \in [0,T]$, что выполнено равенство $x(t^*) = y(t^*)$;

б) $\overline{u}(\cdot) \in U$, где $\overline{u}(t)$ на интервале $[0,t^*]$ совпадает с $\mathbf{u}(v(\cdot))$ и $\overline{u}(t) \equiv 0$ для $t \in [t^*,T]$; число T называется гарантированным временем преследования.

В общей теории дифференциальных игр следует определить допустимые стратегии и для второго участника игры. При этом между классами стратегий преследователя и убегающего должна быть информационная согласованность. В случаях, изучаемых в настоящей работе, специфика задачи убегания позволяет обойтись управлениями игроков вместо стратегий.

Определение 3. Управление $v^*(\cdot)\in V$ называется выигрышным для убегающего, если для любого $u(\cdot)\in U$ решение $z(t)$ задачи Коши: $\dot z = u(t)-v^*(t),\quad z(0)=z_0$, отлично от нуля при всех $t\ge 0$, т.е. $z(t)\ne 0$ при $t\ge 0$, где $z=x-y$ и $z_0=x_0-y_0$.

В первом параграфе первой главы рассматривается G-игра. При этом, для полноты изложения приводятся известные сведения, касающиеся стратегии параллельного преследования Л.А.Петросяна. Вводится понятие параметрического состояния игры – вектор $p=(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2_+$. На плоскости параметрических состояний выделяются множества:

$$\mathbf{P}_G=\{p:\alpha>\beta,\alpha>0,\beta\ge 0\},\quad \mathbf{E}_G=\{p:\alpha\le\beta,\alpha\ge 0,\beta>0\}.$$

Определение 4. В G-игре Π_G-стратегией преследователя называется функция $\mathbf{u}_G(v)=v-\lambda_G(v)\xi_0$, где $\lambda_G(v)=\langle\xi_0,v\rangle+\sqrt{\langle\xi_0,v\rangle^2+\alpha^2-|v|^2}$, $\xi_0=z_0/|z_0|$, $v\in S_\beta$, $\langle\xi_0,v\rangle$ – скалярное произведение векторов ξ_0 и v, S_β – шар с центром в нуле и радиусом β в $\mathbb{R}^n$.

Л.А.Петросяном был получен следующий результат: если $p\in\mathbf{P}_G$, то Π_G-стратегия является выигрышной в G-игре в промежутке времени $[0,T_G]$, где $T_G=|z_0|/(\alpha-\beta)$; более того, устанавливается, что поимка убегающего осуществляется в точке пространства $\mathbb{R}^n$, принадлежащей множеству

$$W_G(x_0,y_0)=\{w:|w-x_0|\ge(\alpha/\beta)|w-y_0|\},$$

границей которого служит сфера Аполония с центром в точке $c_G=(\alpha^2y_0-\beta^2x_0)/(\alpha^2-\beta^2)$ и радиусом $R_G=\alpha\beta|z_0|/|\alpha^2-\beta^2|$.

Во втором параграфе первой главы, исследуется IG-игра. В этом случае в качестве параметрического состояния игры принимается вектор $p=(\rho_0,\beta,\zeta)\in\mathbb{R}^3_+$, где $\zeta=|z_0|$. Для IG-игры альтернативные множества определяются в виде

$$\mathbf{P}_{IG}=\{p:\rho_0\ge 4\zeta\beta,\beta\ge 0,\rho>0,\zeta\ge 0\},$$

$$\mathbf{E}_{IG}=\{p:\rho_0<4\zeta\beta,\beta>0,\rho\ge 0,\zeta>0\},$$

так что $\mathbf{P}_{IG}\cup\mathbf{E}_{IG}=\mathbb{R}^3_+$, $\mathbf{P}_{IG}\cap\mathbf{E}_{IG}=\varnothing$.

Определение 5. Функция $\mathbf{u}_{IG}(v)=v-\lambda_{IG}(v)\xi_0$, $v\in S_\beta$, где

$$\lambda_{IG}(v)=\mu_0/2+\langle\xi_0,v\rangle+\sqrt{(\mu_0/2+\langle\xi_0,v\rangle)^2-|v|^2},\ \mu_0=\rho_0/|z_0|,\ \xi_0=z_0/|z_0|,$$

называется Π_{IG}-стратегией преследователя.

Теорема 1. а) Если в IG-игре $p\in\mathbf{P}_{IG}$, то Π_{IG}-стратегия является выигрышной в промежутке времени $[0,T_{IG}]$, где

$$T_{IG}=|z_0|/\left(\mu_0/2-\beta+\sqrt{(\mu_0/2)^2-\mu_0\beta}\right);$$

б) если же $p \in \mathbf{E}_{IG}$, то постоянное управление убегающего $v^* = -\beta\xi_0$ является выигрышным и при этом $|z(t)| \geq |z_0| - \rho^2 / (4\beta)$ для всех $t \geq 0$.

Часть а) теоремы 1 допускает следующее уточнение. Пусть $p \in \mathbf{P}_{IG}$. Тогда при каждом управлении убегающего $v(\cdot) \in V_G$ реализация Π_{IG}-стратегии завершает поимку убегающего в точке пространства $\mathbb{R}^n$, пренадлежащей множеству

$$W_{IG}(x_0, y_0, \rho_0) = \left\{ w : |w - x_0|^2 \geq (\rho_0 / \beta)\, |w - y_0| \right\}. \qquad (7)$$

Если игра рассматривается на плоскости $\mathbb{R}^2$, граница этого множества представляет собой: а) петлу улитки Паскаля, если $\rho_0 = 4\beta|x_0 - y_0|$; б) овал Декарта, если $\rho_0 > 4\beta|x_0 - y_0|$. В общем случае граница (7) получается из вращения этих кривых вокруг прямой проходящий через точки нахождения игроков.

В третьем параграфе первой главы исследуется CG-игра. Доказывается теорема об альтернативе, дающая разбиение пространства начальных состояний и параметрических велечин. При этом решение задачи преследования осуществляется построением стратегии параллельного преследования (Π_{CG}-стратегия), гарантирующая оптимальное сближение. Решается так же задача убегания с выводом нижней оценки для расстояния между игроками.

В четвертом параграфе первой главы рассматривается I-игра. Здесь в качестве параметрического состояния принимается вектор $p = (\rho_0, \sigma_0) \in \mathbb{R}^2_+$, а альтернативные множества вводятся в соответствии с формулами

$$\mathbf{P}_I = \{p : \rho_0 > \sigma_0, \rho_0 > 0, \sigma_0 \geq 0\}, \qquad \mathbf{E}_I = \{p : \rho_0 \leq \sigma_0, \rho_0 \geq 0, \sigma_0 > 0\},$$

так что $\mathbf{P}_I \cup \mathbf{E}_I = \mathbb{R}^2_+$, $\mathbf{P}_I \cap \mathbf{E}_I = \varnothing$.

Определение 6. Функция $\mathbf{u}_I(v) = v - \lambda_I(v)\xi_0$, $v \in \mathbb{R}^n$, где $\lambda_I(v) = max\{0, \delta_0 + 2\langle \xi_0, v\rangle\}$, $\delta_0 = (\rho_0 - \sigma_0)/|z_0|, \xi_0 = z_0 / |z_0|$, называется Π_I-стратегией преследователя.

Теорема 2. а) Если в I-игре $p \in \mathbf{P}_I$, то Π_I-стратегия выигрышна для преследователя в промежутке времени $[0, T_I]$, где $T_I = |z_0|^2 / (\sqrt{\rho_0} - \sqrt{\sigma_0})^2$;

б) если же $p \in \mathbf{E}_I$, то убегающий применая управление вида

$$v^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq t < \varepsilon, \\ u(t - \varepsilon), & \text{если } t \geq \varepsilon, \end{cases}$$

где ε – достаточно малое число, остается выигрышным.

Далее доказывается, что если $p \in \mathbf{P}_I$, то при применении преследователем Π_I-стратегии, а убегаюшим – произвольное управление, то совокупность точек встреч заполняет множество вида

$$W_I(x_0, \mathrm{y}_0, \rho_0, \sigma_0) = x_0 + \sqrt{\rho_0\sigma_0}\ S\big/\delta_0 - \rho_0\xi_0\big/\delta_0\ ,$$

где S – шар с центром в нуле и радиусом единицы в $\mathbb{R}^n$.

В последнем пятом параграфе первой главы решается **C**-игра. В этом случае в качестве параметрического состояния принимается вектор $p = (\alpha, \rho_0, \beta, \sigma_0, \zeta_0) \in \mathbb{R}^5_+$, где $\zeta_0 = |\, z_0\,|$ и определяются множества:

$$\mathbf{P}^1{}_C = \{p : \alpha > \beta, \rho_0 \ \geq 4\zeta_0\beta, \alpha > 0, \beta \geq 0, \rho_0 > 0, \sigma_0 \geq 0, \zeta_0 \geq 0\},$$

$$\mathbf{P}^2{}_C = \{p : \alpha \geq \beta, \rho_0 > \sigma_0, \alpha > 0, \beta \geq 0, \rho_0 > 0, \sigma_0 \geq 0, \zeta_0 \geq 0\},$$

$$\mathbf{P}_C = \mathbf{P}^1{}_C \cup \mathbf{P}^2{}_C\,.$$

Определение 7. Функция $\mathbf{u}_C(v) = v - \lambda_C(v)\xi_0, \quad v \in S_\beta$, где

$$\lambda_C(v) = \begin{cases} \min\{\lambda_G(v), \lambda_{IG}(v)\}, \text{ если } |z_0| \leq \rho_0/(4\beta), \\ \min\{\lambda_G(v),\ \lambda_I(v)\}, \text{ если } |z_0| > \rho_0/(4\beta), \end{cases}$$

называется Π_C-стратегией преследователя.

Теорема 3. Если $p \in \mathbf{P}_C$, то $\mathit{\Pi}_C$-стратегия является выигрышной в C-игре в промежутке времени $[0, T_C]$, где T_C – гарантированное время преследования в **C**-игре.

Во второй главе диссертации с заглавием «**Задачи преследования-убегания при линейных ограничениях»,** выпервые рассматривается новый тип задач преследования-убегания, в которых на управления игроков налагаются ограничения названный линейным, который в некотором смысле объединяет в одно интегральные и геометрические ограничения.

В первом параграфе второй главы исследуется задача преследования-убегания, когда управления преследователя должно удовлетворять линейному ограничению, а управление убегающего – только геометрическому (LG-игра) ограничению. Решается задача оптимального преследования посредством стратегии, основанной на параллельном сближении игроков. В задаче убегания устанавливается нижная оценка для расстоянии между преследователем и убегающим.

Пусть объект **X** – преследователь и объект **Y** – убегающий двигаются в соответствии с уравнениями (1) и (2). В LG-игре на временное изменение вектора u, кроме измеримости налагается ограничение вида

$$\int_0^t |\,u(s)\,|^2\, ds \leq L_1(t), \quad t \geq 0, \tag{8}$$

где $L_1(t) = \rho_1 t + \rho_0$, ρ_1 – произвольное, ρ_0 – неотрицательное действительное число. В рассматриваемом случае управление убегающего удовлетворяет только геометрическому ограничению (6). Целью объекта **X** является так же, как в первом параграфе первой главе, осуществление равенства $x(t) = y(t)$, а убегающий **Y** стремится уклониться от встречи, а если это невозможно, то как можно дольше отодвинуть момент встречи. Далее, тройку (μ_0, ρ_1, β), где $\mu_0 = \rho_0 / |\, z_0\,|$, назовём параметрическим состоянием и обозначим через p. Введем в рассмотрение следующие альтернативные множества состояний:

$$\mathbf{P}_{LG} = \mathbf{P}_1 \cup \mathbf{P}_2 \cup \mathbf{P}_3, \qquad \mathbf{E}_{\mathbf{LG}} = \Delta \setminus \mathbf{P}_{\mathbf{LG}},$$

где $\mathbf{P}_1 = \{p : \mu_0 \geq 0,\ \ \rho_1 > \beta^2,\ \beta \geq 0\}$, $\mathbf{P}_2 = \{p : \mu_0 > 2\beta,\ \ \rho_1 = \beta^2,\ \ \beta \geq 0\}$, $\mathbf{P}_3 = \{p :\ \mu_0 \geq 2(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}),\ \ \rho_1 < \beta^2,\ \ \beta \geq 0\}$.

Определение 8. Функция $\mathbf{u}_{LG}(v) = v - \lambda_{LG}(v)\xi_0, \quad v \in S_\beta$, где $\lambda_{LG}(v) = \mu_0 / 2 + \langle \xi_0, v\rangle + \sqrt{(\mu_0 / 2 + \langle \xi_0, v\rangle)^2 + \rho_1 - |v|^2}$, называется Π_{LG}-стратегией преследователя.

Теорема 4. а) Если $p \in \mathbf{P}_{\mathbf{LG}}$, то Π_{LG}-стратегия выигрышная для преследователя в LG-игре в промежутке времени $[0, T_{LG}]$, где $T_{LG} = |z_0| / \lambda^*_{LG}$ и $\lambda^*_{LG} = \mu_0 / 2 - \beta + \sqrt{(\mu_0 / 2 - \beta)^2 + \rho_1 - \beta^2}$;

б) если же $p \in \mathbf{E}_{\mathbf{LG}}$, то постоянное управление убегающего $v^* = -\beta\xi_0$ выигрышное для убегающего и при этом выполняется оценка для всех $t \geq 0$:

1) если $p \in \mathbf{E}_1 = \{p : 0 \leq \mu_0 \leq 2\beta, \rho_1 = \beta^2, \beta \geq 0\}$, то

$$|\mathrm{z(t)}| > \begin{cases} |\mathrm{z}_0|(2\beta - \mu_0)/(2\beta), & \text{при}\,\beta > 0,\\ |\mathrm{z}_0|, & \text{при}\ \ \beta = 0; \end{cases}$$

2) если $p \in \mathbf{E}_2 = \{p : 0 \leq \mu_0 < 2(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}), \rho_1 < \beta^2, \beta \geq 0\}$, то

$$|z(t)| \geq |z_0|(\beta - \mu_0 / 2 + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}) / (\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1});$$

где $\mathbf{E}_{\mathbf{LG}} = \mathbf{E}_1 \cup \mathbf{E}_2$.

Во втором параграфе второй главы рассматривается L-игра, в которой управление преследователя удовлетворяет ограничению (8) и ρ_1 – неотрицательное число, а управления убегающего ограничению вида

$$\int_0^t |v(s)|^2\, ds \leq L_2(t), \quad t \geq 0, \tag{9}$$

где $L_2(t) = \sigma_1 t + \sigma_0$ и σ_1, σ_0 – неотрицательные числа.

В L-игре проявляется новая особенность: в зависимости от значений параметров ρ_1, σ_1 приходится применять П-стратегию, определяемую по разному.

Определение 9. При $\rho_1 \geq \sigma_1$ функция $\mathbf{u}^*_L(v) = v - \lambda^*_L(v)\xi_0$, $v \in \mathbb{R}^n$, где $\lambda^*_L(v) = \mu_0 + \langle v, \xi_0\rangle + \sqrt{(\mu_0 + \langle v, \xi_0\rangle)^2 + \rho_1 - \sigma_1}$, $\mu_0 = \delta_0 / 2|z_0|$, $\xi_0 = z_0 / |z_0|$, называется $\boldsymbol{\Pi}^*_L$-стратегией преследователя .

Теорема 5. Пусть выполнено хотя бы одно из условий: а) $\rho_1 > \sigma_1$;

б) $\rho_1 = \sigma_1$ и $\rho_0 > \sigma_0 + 2\sqrt{\rho_1}\,|z_0|$. Тогда $\boldsymbol{\Pi}^*{}_L$-стратегия гарантирует завершение преследование в L-игре в промежутке времени $[0, T^*{}_L]$, где $T^*{}_L$ – первый положительный корень уравнения

$$\sqrt{\rho_1 T^2 + \rho_0 T} - \sqrt{\sigma_1 T^2 + \sigma_0 T} = |z_0|.$$

Определение 10. При $\rho_1 < \sigma_1$ функция $\mathbf{u}_{*L}(v) = v - \lambda_{*L}(v)\xi_0, \quad v \in \mathbb{R}^n$, где $\lambda_{*L}(v) = \nu_0 + \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{(\nu_0 + \langle v, \xi_0 \rangle)^2 + \rho_1 - 2\sigma_1 + |v|^2}$, $\nu_0 = \gamma_0 / 2|z_0|$, $\gamma_0 = \rho_0 - 2\sigma_0$, называется Π_{*L} – стратегией преследователя.

Теорема 6. Пусть $\rho_1 < \sigma_1$ и $\nu_0 \geq \sqrt{2(2\sigma_1 - \rho_1)}$. Тогда $\boldsymbol{\Pi}_{*\mathrm{L}}$-стратегия гарантирует завершение преследование в L-игре в промежутке времени $[0, T_{*L}]$, где $T_{*L} = 2|z_0|/[\nu_0 + \sqrt{\nu_0^2 + 2(\rho_1 - 2\sigma_1)}]$.

В третьем параграфе второй главы понятие линейного ограничения вида (8) и (9) обобщается на дифференциальные игры, описываемые уравнением вида

$$\dot{z} = kz + Bu - Cv, \ \ z(0) = z_0,$$

где $z, u, v \in \mathbb{R}^n$, B и C – невырожденные квадратные матрицы порядка $n \times n$, k – неположительное число, $z_0 \neq 0$. Цель преследователя – осуществление равенства $z(t) = 0$ по возможности за заранее определяемое время T, а у убегающего – противоположная. Для рассматриваемого случая дается конструкция стратегии параллельного преследования обеспечивающая оптимальное сближение игроков.

В последнем четвертом параграфе второй главы, методом разрешающих функций изучается «Контрольный пример» Понтрягина для случая L-ограничений на управления игроков, при том разрешающая функция строится в явном виде, которая применяется к решению задачи преследования.

В третьей главе диссертации под названием «**Дифференциальные игры с линией жизни»,** изучается известная задача Р.Айзекса с которой связаны несколько проблем, среди которых остаются и нерешенные. Здесь эта задача впервые рассматривается для случая, когда на управления преследователя наложены интегральные или смешанные ограничения.

Пусть в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ точка **X** преследует точку **Y**, движение которых описывается соответственно уравнениями

$$\dot{x} = k\,x + Bu, \quad x(0) = x_0, \qquad (10)$$

$$\dot{y} = k\,y + Cv, \quad y(0) = y_0, \qquad (11)$$

где $x,\ y,\ u,\ v \in \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$; B и C – невырожденные квадратные матрицы порядка $n \times n$; k – неположительное число, x_0, y_0 – начальные состояния точек, $x_0 \neq y_0$, u – управляющий параметр точки **X**; v – управляющий параметр точки **Y**. В данном случае фазовым ограничением служит подмножество **A** пространства $\mathbb{R}^n$, которое называется «линией жизни». Теперь целью точки **X** является осуществление равенства $x(t) = y(t)$ при некотором $t, t > 0$, пока точка **Y** остается за пределами множества **A**, т.е. $y(s) \notin \mathbf{A}$ когда $0 \le s \le t$. В этой диссертации рассматривается игра, когда множество **A** никак не стесняет движение преследующей точки **X**. Соответственно, цель – убегающей точки **Y** состоит в осуществлении включения $y(t) \in \mathbf{A}$ при некотором конечном $t,\ t > 0$, соблюдая неравенство $x(s) \ne y(s)$ при $0 \le s < t$, либо обеспечить выполнение неравенства $y(t) \ne x(t)$ для всех $t \ge 0$.

В первом параграфе третьей главы изучается игра с «линией жизни» для линейных систем (10)-(11), когда на управления игроков наложены G-ограничения (4) и (6). Здесь решение опирается на разрешающую функцию вида

$$\lambda_G(v) = \langle \xi_0, \Phi v \rangle + (\langle \xi_0, \Phi v \rangle^2 + \alpha^2 - |\Phi v|^2)^{1/2},$$

где $\Phi = B^{-1}C,\ \xi_0 = B^{-1}z_0 / \zeta,\ \zeta = \left|B^{-1}z_0\right|,\ \gamma = \beta \|\Phi\|$ и $\|\Phi\| = \max\limits_{|v|=1} |\Phi v|$ – норма матрицы Φ.

Определение 11. В линейной дифференциальной игре (10)-(11) с G-ограничениями (4) и (6) функция $\mathbf{u}_G(v) = \Phi v - \lambda_G(v)\xi_0$ называется Π_G – стратегией преследователя.

*Определение 12***.** Стратегия преследователя $\mathbf{u}_G(v)$ называется выигрышной в игре с «линией жизни» в промежутке времени $[0, T]$, если для любого $v(\cdot) \in V_G$ существует момент $t^* \in [0, T]$, что выполнены условия

$a)\ x(t^*) = y(t^*);\quad b)\ y(\mathrm{s}) \notin \mathbf{A}$ пока $s \in \left[0, t^*\right]$.

Определение 13. Управление убегающего $v^*(\cdot) \in V_G$ называется выигрышным в игре с «линией жизни», если для каждого $u(\cdot) \in U_G$ выполнено хотя бы одно из условий: а) существует конечный момент θ, что $y(\theta) \in \mathbf{A}$ и при этом $y(t) \ne x(t)$ пока $t \in [0, \theta)$; б) $y(t) \ne x(t)$ при всех $t \ge 0$.

Теорема 7. Если $k \le 0,\ \alpha > \gamma$ и множество $e^{kt} B W_G(x_0, y_0)$ не пересекается с множеством **A** при всех $t \in \left[0, t^*\right]$, где

$$W_G(x_0, y_0) = \left\{ w : \left|w - B^{-1}x_0\right| \ge (\alpha / \gamma)\left|w - B^{-1}y_0\right| \right\},$$

то Π_G – стратегия является выигрышной для **X** в игре с «линией жизни».

Условие теоремы фактически является необходимым и достаточным: если $e^{kt} B W_G(x_0, y_0)$ пересекается с множеством **A** при некотором $t = \theta$, то для убегающего указывается постоянное управление, которое окажется выигрышной.

Во втором параграфе третьей главы исследуется линейная дифференциальная игра (10)-(11) с "линией жизни", в которой управление преследователя удовлетворяет интегральному ограничению вида

$$\int_0^\infty e^{-kt}\,|u(t)|^2\,dt\le\rho_0^{\,2}\quad(\rho_0>0),\tag{12}$$

а управление убегающего стеснено геометрическим ограничением (6). Выводится уравнение, описывающее динамику области достижимости убегающего. Показано, что граница множества точек встречи в плоскости состоит из петли улитки Паскаля или овала Декарта. Для решения задачи в пользу преследователя строится разрешающая функция, который в этом случае имеет вид

$$\lambda_{IG}(v)=\mu/2+\langle\xi_0,\Phi v\rangle+\left[\left(\mu/2+\langle\xi_0,\Phi v\rangle\right)^2-|\Phi v|^2\right]^{1/2},$$

где $\Phi=B^{-1}C,\ \xi_0=B^{-1}z_0/\nu,\ \mu=\rho_0^{\,2}/\nu,\ \nu=|B^{-1}z_0|>0,\ \gamma=\beta\|\Phi\|$.

Определение 14. Функция $\mathbf{u}_{IG}(v)=\Phi v-\lambda_{IG}(v)\xi_0$ называется Π_{IG}-стратегией преследователя в игре (10)-(11) с IG-ограничениями вида (6) и (12).

Поскольку, определении выигрышности Π_{IG}-стратегии и выигрышности управлении убегающего приводятся аналогично так же, как в определениях 12 и 13, то здесь небудем повторятся.

Теорема 8. Если $\mu\ge4\gamma$ и множество $e^{kt}BW_{IG}(x_0,y_0,\rho_0)$, где

$$W_{IG}(x_0,y_0,\rho_0)=\left\{w:\left|w-B^{-1}x_0\right|^2\ge\left(\rho_0^{\,2}/\gamma\right)\left|w-B^{-1}y_0\right|\right\},$$

не пересекается с множеством **A** при всех $t\in\left[0,t^*\right]$, то Π_{IG}-стратегия является выигрышной для преследователя **X** в игре (10)-(11) с "линией жизни" при IG-ограничениях.

Здесь так же сохряняет силу примечание к теореме 7.

В третьем параграфе третьей главы исследуется игра с «линией жизни», когда управление преследователя выбирается из класса функций $L_2\cap L_\infty$, а управление убегающего – из класса L_∞. Введено уравнение, описывающее динамику области достижимости убегающего и на этой основе решается игра с «линией жизни».

В последней четвертой главе диссертации «**О задачах группового преследования при интегральных ограничениях**» основное внимание уделяется получению достаточных условий разрешимости линейных дифференциальных игр с интегральными ограничениями, моделирующих задачу преследования одного убегающего несколькими преследователям. С этой целью развивается метода разрешающих функций.

В первом параграфе этой главы объектом изучения является линейная дифференциальная игра в конечномерном евклидовом пространстве, описываемая системой уравнений

$$\dot{z}_i = A_i z_i + B_i u_i - C_i v, \quad z_i(0) = z_i^0, \tag{13}$$

где $z_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}^{p_i}$, $v \in \mathbb{R}^q$; $n_i \geq 1$, $p_i \geq 1$, $q \geq 1$, $i \in \overline{1,m}$. Здесь $i \in \overline{1,m}$ – множество целых чисел от 1 до m; A_i, B_i, C_i – постоянные прямоугольные матрицы порядка $n_i \times n_i$, $n_i \times p_i$ и $n_i \times q$ соответственно; $z^0 = (z_1^0, z_2^0, ..., z_m^0)$ – начальное состояние игры; $(u_1, u_2, ..., u_m)$ – параметры управления преследования; v – параметр управление убегания. Реализации параметров u_i, $i \in \overline{1,m}$ и v по завершении процесса должны быть измеримыми функциями из класса $L_p[0,T]$, $p > 1$ и удовлетворять соответственно ограничениям

$$\int_0^T |u_i(\tau)|^p \, d\tau \leq \rho_i, \ \rho_i > 0, \ i \in \overline{1,m}, \tag{14}$$

$$\int_0^T |v(\tau)|^p \, d\tau \leq \sigma, \sigma \geq 0, \tag{15}$$

где $T-$ фиксированное положительное число (случай $T = +\infty$ не исключается). Такие управления в дальнейшем будут называться допустимыми, а их совокупности – обозначаться U_T^i, $i \in \overline{1,m}$, и V_T соответственно.

Терминальное множество состоит из объединения множеств M_1, $M_2, ..., M_m$, каждое из которых имеет вид $M_i = M_i^0 + M_i^0$, где M_i^0- линейное подпространство из $\mathbb{R}^{n_i}$, а M_i^1 – выпуклое компактное подмножество ортогонального дополнения L_i к подпространству M_i^0 в $\mathbb{R}^{n_i}$.

Определение 15. Из начального положения z^0 можно завершить преследования за время $T = T(z^0)$ в игре (13)-(15), если существует такой набор стратегий $(u_1(\cdot), u_2(\cdot), ..., u_m(\cdot))$, где $u_i(\cdot) = u_i(\cdot, v(\cdot)) \in U_T^i$, $i \in \overline{1,m}$, что какова бы не было управление $v(\cdot) \in V_T$, хотя бы для одного значения $i, i \in \overline{1,m}$, абсолютное непрерывное решение $z_i(t)$ задачи Коши $\dot{z}_i = A_i z_i + B_i u_i(t, v(t)) - C_i v(t)$, $z_i(0) = z_i^0$, попадает на терминальное множество M_i за время, не превосходящее числа $T = T(z^0)$ т.е. $z_i(t^*) \in M_i$ при некотором $t^* \in [0,T]$. Число $T(z^0)$ называется гарантированным временем преследования.

Пусть π_i – оператор ортогонального проектирования из $\mathbb{R}^{n_i}$ на подпространство L_i.

Предположение 1. Уравнение $\pi_i e^{A_i t} B_i \varPhi = \pi_i e^{A_i t} C_i$ имеет решение $\varPhi_i(t)$ являющееся непрерывной и неособой матрицей при всех t, $t \geq 0$.

Положим

$$\chi_i\left(t,s\right)=\sup_{v(\cdot)\in V_1[s,t]}\int_s^t |\Phi_i\left(t-\tau\right)v\left(\tau\right)|^p\, d\tau,\ 0\le s\le t,$$

где $V_1\left[s,t\right]=\left(v\left(\cdot\right):\int_s^t |v\left(\tau\right)|^p\, d\tau\le 1\right)$, а так же $\mu_i=\sup_{0\le s\le t<\infty}\chi_i\left(t,s\right)$. Легко убедиться, что $\mu_i>0$, но при этом возможно $\mu_i=+\infty$.

Предположение 2. $\rho_1/\mu_1+\rho_2/\mu_2+\ldots+\rho_m/\mu_m>\sigma$.

Из предположения 2 вытекает, что все коэффициенты μ_i одновременно не могут равняться $+\infty$. Возможны два случая: I. $\rho_i\,/\,\mu_i\le\sigma$ для любого i. II. $\rho_i\,/\,\mu_i>\sigma$ для некоторых i.

Пусть имеет место случай I. Тогда положим $\sigma_i=$ $=(\sigma\rho_i/\mu_i)\left(\rho_1/\mu_1+\rho_2/\mu_2+\ldots+\rho_m/\mu_m\right)^{-1}$, так что $\sigma=\sigma_1+\sigma_2+\ldots+\sigma_m$. Затем строятся разрешающие функции $\lambda_i(t-t_i,t-\tau,v,z_i)$ полунепрерывные сверху по τ и v. Пусть

$$\Lambda_i(t,t_i,z_i)=1-\inf_{v(\cdot)\in V_{\sigma_i}[t_i,t]}\int_{t_i}^t\lambda_i(t-t_i,t-\tau,v(\tau),z_i)d\tau,\quad 0\le t_i\le t,$$

где $V_{\sigma_i}[t_i,t]=\left\{v(\cdot):\int_{t_i}^t |v(\tau)|^p\, d\tau\le\sigma_i\right\}$, t_i – некоторый момент времени, который определяется в процессе преследования, $z_i\in\mathbb{R}^{n_i}$. Если уравнение $\Lambda_i(t,t_i,z_i)=0$ относительно t имеет положительный корень, то наименьший из них обозначим $T_i=T_i(t_i,z_i)$, в противном случае положим $T_i=\infty$.

Предположение 3. Существует набор непрерывных отображение $T_i:\left[0,+\infty\right)\times\mathbb{R}^{n_i}\to\mathbb{R}^1$.

Теорема 9. Если для заданного начального состояния z^0 выполнены предположения 1-3, то в игре (13) с ограничениями (14)-(15) возможно завершения преследования за гарантированное время $T=T(z^0)$.

Пусть теперь имеет место случай II. Строится разрешающая функция $\lambda_i(t,t-\tau,v,z_i^0)$, $0\le\tau\le t$, $v(\in\mathbb{R}^q)$ и с её помощью определяется функция

$$\Lambda(t,z^0)=1-\inf_{v(\cdot)\in V_q[0,t]}\max_{i\in\overline{1m}}\int_0^t\lambda_i(t,t-\tau,v(\tau),z_i^0)d\tau,$$

где $V_\sigma[0,t]=\left\{v(\cdot):\int_0^t |v(\tau)|^p\, d\tau\le\sigma\right\}$. Обозначим через $T'=T'(z^0)$ первый положительный корень уравнения $\Lambda(t,z^0)=0$, если такого не существует то полагаем $T'(z^0)=+\infty$.

Предположение 4. Для начального состояния z^0 существует конечный момент времени $T'=T'(z^0)$.

Теорема 10. Если для заданного начального состояния z^0 выполнены предположения 1-2 и 4, то в игре (13) с ограничениями (14)-(15) возможно завершения преследования за гарантированное время $T' = T'(z^0)$.

Во втором и третьем параграфе четвертой главы, метод группового преследования, разработанный в предыдущем параграфе, применяется к контрольному примеру Л.С.Понтрягина и для задачи об l-поимки убегающего при интегральных ограничениях на управления игроков.

ЗАКЛЮЧЕНИЯ

1. Решены задачи преследования-убегания, когда точки движутся без инерции, а на управления игроков налагаются интегральные, разнотипные или комплексные ограничения. Для этих случаев построены аналоги стратегии параллельного преследования, гарантирующие оптимальные сближения.
2. Выпервые рассмотрены дифференциальные игры нового типа с линейными ограничениями на управление игроков, усиливающие традиционные интегральные и геометрические ограничения.
3. Получено полное решение задачи преследования-убегания, когда на управление преследователя налагается линейное ограничение, а на управление убегающего – чисто геометрическое, установлена справедливость теоремы об альтернативе Красовского.
4. Получено решение задача преследования в случае, когда на управления преследователя и убегающего наложены линейные ограничения, построены соответствующие стратегии параллельного преследования, так же гарантирующие оптимальные сближения.
5. Исследована задача Айзекса-Петросяна об игре с «линией жизни», когда движения игроков описываются однотипными линейными дифференциальными уравнениями при нескольких типах ограничений на управления игроков, получено соотношение выражающее изменение динамики множества точек встречи.
6. Развита метод разрешающих функций применительно к задаче группового преследования с интегральными ограничениями на управления игроков, получены новые достаточные условия разрешимости задачи преследования в постановке Л.С.Понтрягина.

Работа носит теоретический характер. В основе теории дифференциальных игр центральное место занимает построение оптимальных и гарантирующих стратегий для игроков. Научное значение полученных результатов исследования заключается в построении таких стратегий при различных ограничениях на управления и их применения. Отметим, что полученные результаты по своему содержанию составят основу нового направления в теории управления.

SCIENTIFIC COUNCIL 16.07.2013.FM.01.01 ON AWARD OF
SCIENTIFIC DEGREE OF DOCTOR OF SCIENCES AT NATIONAL
UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NAMANGAN STATE UNIVERSITY

SAMATOV BAHROM TADJIAHMATOVICH

PURSUIT-EVASION PROBLEMS WITH LINEAR, INTEGRAL AND COMPLEX CONSTRAINTS

01.01.02 – Differential Equations and Mathematical Physics
(Physical and Mathematical Sciences)

ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION

Tashkent – 2016

The subject of doctoral dissertation is registered in the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan with number № 18.11.2015/B2015.3-4.FM228.

Doctoral dissertation is carried out at Institute of mathematics, National University of Uzbekistan.

Abstract of dissertation in three languages (Uzbek, Russian and English) is placed on web page of Scientific Council (http://ik-fizmat.nuu.uz/) and information-educational portal «ZIYONET» (www.ziyonet.uz)

Scientific adviser:	**Azamov Abdulla Azamovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Yugay Lev Pavlovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
	Muminov Gulomjon Madaminovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences
	Tohtasinov Muminjon Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Peoples' Friendship University of Russia**

Defense will take place «______» _______________________ *2016 at* _______at the meeting of Scientific Council number 16.07.2013.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str. 4, Ph.: (99871)227-12-24, fax: (99871)246-53-21, e-mail: nauka@nu.uz.)

Doctoral dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № _______________________) (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar district, University str., 4. Ph.: (99871) 246-02-24.)

Abstract of dissertation sent out on «_____» _____________________ 2016 year
(Mailing report № on «_____» _____________________ 2016 year)

A.A.Abdushukurov
Deputy chairman of Scientific Council on award of scientific degree of Doctor of Sciences,
D.F.M.S.,Professor

A.Kh.Khudoyberdiyev
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degree of Doctor of Sciences,
D.F.M.S

M.S.Salakhiddinov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degree of Doctor of Sciences, D.F.M.S., Academician

Introduction (abstract of doctoral dissertation)

Actuality and demand of the theme of dissertation. Due to the rapid development of scientific and technological progress in the world mathematical methods have become an important tool in the control of complex systems. In the control of many economic and technical processes it also needs to take into account conflict of different participants. In this regard, it has been created a new branch of mathematics, theory of dynamic games, which consists of two components - the theory of discrete and differential games. In today's complex market relations in solving many economic and technical problems these theories find their important applications.

After our country gained its independence, in order to promote science and technology a number of reforms have been developed. The President of Uzbekistan decrees dated 7 August 2006 "On measures to improve the coordination and management of the development of science and technology", and of 15 July 2008 "On additional measures to stimulate innovative projects and technologies" and other legal acts of fundamental sciences and their application in various projects were highlighted. Differential games set as the theory of development of mathematical methods of control processes, combines the dynamism, control, fighting, awareness, and optimal number of other important qualities, and represent one of the most complicated mathematical models of real processes having great practical importance.

In the vast majority of works devoted to differential games of pursuit-evasion, it was considered systems in which control were chosen only from the class of bounded functions. Such geometry constraints imposed on the control expressed some constructive opportunities controlling device. The desire for greater adequacy of mathematical models to practical problems led to the necessity of studying differential games with integral constraints on the player controls. Such restrictions express, for example, limitations of energy control, a decrease of other substances, which are spent during the process. Especially in the study of mathematical models of technical processes constraints of this nature it is important in scientific and applied aspect.

The need for the study of control systems in the general statement of requires consideration of models when on the control it is imposed simultaneously both types of geometric and integral constraints, or their linear association. The relevance of the thesis is to develop the foundations of differential games in the direction of pursuit-evasion theory under various constraints on the player controls in the construction of adequate mathematical models to counteract the controlled processes, as well as the development of methods to solve such problems, allowing the development of the theory of mathematical methods of management and fundamental and applied aspects.

Connection of the research with prior directions of development of Science with the priority direction of development of Science and Technologies VI. “Mathematics, Mechanics and Informatics”.

Review of foreign scientific research on the theme of the dissertation[1]**.** In the direction of finding a general method for solving differential game theory and decision pursuit-evasion problems under various constraints, it was carried out extensive research in the research centers and universities in the leading countries of the world, including the RAND Corporation (USA), University of Princeton (USA) University of Illinois (CSHA), University of Cambridge (England), University of Brest (France), Moscow State University, Mathematical Institute Russian Academy of Sciences, Institute of mathematics and mechanics Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Ural federal University, Russian peoples' friendship University, Saint Petersburg State University (Russia), research institutes of Academy of Sciences of Ukrain and others.

As a result of research conducted by the description of general methods for solving differential games and the decision of prosecution-evasion problems under various constraints, globally it was resolved a number of pressing problems, including the following scientific results were obtained: a method is described Isaacs-Bellman-Pontryagin characteristics (RAND Corporation, USA, Institute of mathematics, Russian Academy of Sciences); a necessary condition for finding a saddle point, as the solution of the differential game (University of Princeton, USA) was derived based on the approach of calculus of variations; the existence of the value of the game, based on the approximation of the final games (The Ohio State University, USA and Saint Petersburg State University, Russia); for a fixed period of time the existence of the value of the differential game was proved (Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Moscow State University); maximin differential game in Hilbert Space was studied (University of Cambridge, England); effective methods of investigation tasks pursuit-evasion with geometric, integrated, and various restrictions were received (Mathematical Institute, Russian Academy of Sciences, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences).

On a global level, a series of research papers on the theory of differential games and applications are carried out, in particular, development is carried out in such priority areas as: the problem of pursuit-evasion, when imposed various restrictions, more accurately reflecting the real processes in the controls of the players; solving problems of group pursuit-evasion; Study stochastic differential

---

[1] Review of foreign scientific research on the theme of the dissertation: Isaacs R. (1971): Differential Games. New York. John &Wiley; Friedman A. (1971): Differential Games. New York.Wiley Interscience; Fleming W. H. The convergence problem for differential games.1961.J. Math. Anal. Appl.Vol.3,pp.102-116; Berkovitz L.D. 1998. Characterization of the values of differential games. Appl. Math. Optim.Vol.17,pp.177-183; Elliot R. J., Kalton N. J. (1972): The Existence of Value for Differential Games. Amer.Math.Soc.; Понтрягин Л.С. (1988): Избранные научные труды М. Наука,Том 2; Красовский Н.Н., Субботин А.И. (1974):.Позиционные дифференциальные игры. М. Наука; Petrosyan L.A. (1993):Differential games of pursuit. London.World Scientific Publ.Co Pte.Ltd.;Williams J.D. (2007):The Compleat Strategyst: Being a Primer on the Theory of Games of Strategy. New York.RAND Corporation, USA.;Yeung D., Petrosyan L.A. (2006): Cooperative Stochastic Differential Games. New York. Springer; Haurie A., Krawczyk J., Zaccour G. (2012): Games and Dynamic Games. London.World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd.; Yong J. (2015): Differential Game. A Concise Introduction.Washington.World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd., to be have and another sources.

games; new numerical optimality principles in conflict-controlled processes is identified.

The degree of scrutiny of the problem. The concept of "differential game" first appeared in a series of secret works of American mathematician R. Isaacs on project of Corporation RAND (USA), made in the early 50's of the 20th-century. R. Isaacs studies were published in 1965 in the form of monographs, in which numerous examples were examined and theoretical questions were only touched upon. Possibility integral constraints in differential games have been featured in the book of R. Isaacs, but the first results were obtained much later.

The first direct method of Pontryagin was transferred to the case of integral constraints by M.S.Nikolski. This approach was developed by A.Ya.Azimov, F.V.Guseynova, A.V.Mezentseva, N.L.Grigorenko and others. For more thorough approach, developed on the basis of the method of extreme aiming of N. N. Krasovski for solving differential games with integral constraints, was developed by N. N. Krasovskii, U. M. Repina, V. E. Tretyakova and then A.B.Kurzhanski, A. I. Subbotin, V.N.Ushakov, N.Y.Lukoyanov, M.D.Lokshin, V.I.Uhobotov, A.N.Darin, D.V.Kornev and others. Stepping closer way to the regular case was transferred to the case of integral constraints in works of B.N.Pshenichniy and Y. N.Onopchuk and continued in the works of I.S.Rappoport, S.I.Tarlinskiy, M.S.Gabrielyan, A.A.Chikriy and so on for games with multi-type constraints.

When it comes to the management in the presence of integral constraints on the control parameters of the problem in the first place it should be noted that in principle these problems can be reduced to a control problem with state constraints. In the case of an optimal control problem with state constraints necessary conditions were obtained by RV Gamkrelidze, A.B.Kurzhanskiy, Yu.S.Osipov, A.V.Arutyunov, M.M.A.Farreira, R.B.Vinter, F.L. Pereyra based on measure theory. With regard to differential games, the reduction of integral constraints in phase is ineffective, since it requires the construction of solutions in the form of control synthesis.

In the general theory of differential games problems of pursuit-evasion occupy a special place due to a number of specific qualities. One of them is a great variety of both in the methods used and in the nature of the results. This quality is already apparent when considering the model examples. For example, the problem of R. Isaacs about game with the "life line" in the case of simple movements on the basis of the specific properties of the reachable area was solved by L.A.Petrosyan. This can prove the optimality of the strategy of parallel prosecution (Π-strategy). In what follows, on basis of strategy Parallel prosecution had developed a method of resolving functions for solving problems of group pursuit with geometric constraints (N.Yu.Satimov, B.N.Pshenichny, AA Chikrii, A.A.Azamov, IS .Rappoport, B.N.Grigorenko, N.N.Petrov, V.I.Uho bots, A.I.Blagodatskih and etc.).

It should be noted that in Uzbekistan it has been formed a scientific school on differential games founded by N.Yu.Satimov and is now led by A.A.Azamov. Representatives of the school proposed a new method for solving the problems of group pursuit with integral constraints (N.Yu.Satimov, A.Z.Fazilov, B.B.Rihsiev, G.I.Ibragimov, Khamdamov AA). This method is based on the division of resource control between the persecutors. On the evasion problem with integral constraints were devoted works of N.Yu.Satimov, L.P.Yugay, B.B.Rihsiev and others. The task of pursuit-evasion in systems with distributed parameters under various constraints on management were investigated in the works of N.Yu.Satimov, M.M.Tuhtasinov, M.Sh.Mamatov. A.A.Azamov and A.Sh.Kuchkarov established connection between the objectives of persecution, handling and stability at large in linear systems with different types of constraints. G.I.Ibragimov explores the game problem of optimal prosecution, described the evolution equation in the Gilbertov's space which is reducible to an infinite system of differential-equations with integral constraints. A.Sh.Kuchkarov considered the problem of pursuit-evasion when players move on Riemann surfaces.

In many problems for the model of differential games is key strategy of parallel proceedings. Unlike the geometric constraints in the case of integral construction of complex constraints allowing certain functions encounters obstacles. In the works of A.A.Chikrii, I.S.Rappoport, A.A.Belousov, V.V.Bezmagorichni and L.V.Baranovskaya this construction was carried out for individual cases. However, in general, the problem remains open. As for the game R. Isaacs a «life line», it is for cases with integral and complex constraints are not considered.

Connection of the theme of the dissertation with the research works of the higher education institution, where the dissertation is carried out. The dissertation research is carried out in accordance with the Research Plan of the Namangan State University OT-F1-002 "System analysis, management and processing of information data" (2010-2015.)

The aim of the research is to build a unique parallel prosecution strategy for integrated, linear and different types of restrictions on the controls of players and their application to solving problems of pursuit-evasion.

Research problems:

study of pursuit-evasion problems when the points move without inertia, and imposed on the integrated control of the players, heterogeneous and complex constraints;

construction and application of unique strategy of parallel pursuit, ensuring optimal convergence when allowed players satisfy the integral control, polytypic, and complex constraints;

proof of the theorem about an alternative solution to the problem and pursuit-evasion when to the control of the pursuer it is imposed simultaneous geometric and integral limits, and the controls on the escaping of the incoming are only geometric;

proof of the theorem about an alternative solution to the problem and pursuit-evasion when to the control of the pursuer imposed a linear constraint combining both geometric and integral limit and runaway control is purely geometric;

solution of the pursuit problem in the case when the control of pursuer and escaper imposed linear constraints and construct appropriate strategies parallel pursuit, guaranteeing optimal convergence;

solution of the Isaacs-Petrosyan's game with the «life line», when the movement of players is described by linear differential equations with several types of constraints on the player controls;

development of the method of resolving functions in relation to the problem of group pursuit with integral constraints on the player controls in the formulation of the Pontryagin.

The object of research is the problem of pursuit-evasion with control of the class functions with geometric, integrals, linear and complex constraints.

The subject of research is a strategy of parallel pursuit ensuring optimum convergence for the pursuer, and to the evader control of guaranteeing runaway.

Methods of research. The thesis for solving problems of pursuit method is applied parallel convergence players, and to evasion problems method of evasion in the direction as well as the method of resolving functions in solving problems of group pursuit and apply tools of convex analysis.

Scientific novelty consists of the following:

to meet the challenges of persecution, escape with simple movements of the players, when control of players imposed or geometry, or integral, or both geometric and integral constraints pursuer, built parallel prosecution strategy and set of new features, and lower estimates of convergence are obtained for the runaway problem;

It introduces a new concept called a linear constraint on the class of player controls, which contains as a special case and integral, and geometric constraints for the respective types of games built strategy of parallel proceedings;

we solve the problem of the Isaacs-Petrosyan's game with the "life line" when player movement described by linear differential equations, and in the management of players imposed geometric integrals-General or comprehensive restrictions in certain combinations;

method of resolving functions is applied to the solution of the problem of group pursuit with integral constraints on the player controls, and new sufficient conditions for the solvability;

sufficient conditions for the solvability of the group pursuit tasks to control example of Pontryagin, as well as the problem of "l-catch" in the case of integral constraints on the control.

Practical results of the research is to develop the foundations of the theory of differential games of pursuit, allowing to solve problems of mathematical modeling and forecasting of real processes in the technical problems and the economic sphere.

The reliability of the research results. All results dissertation justified with rigor adopted in mathematics, using the methods of the theory of differential equations, functional analysis, optimal control theory, the theory of differential games pres-research-escape, as well as the publication of all the results obtained in the thesis renowned peer-reviewed journals.

The scientific and practical significance of the research results. The scientific value of the results of research is to build such strategies under various constraints on the management and use. Note that the results will form the basis of a new direction in the theory of control and can be used in solving dynamic games and their applications.

The practical significance of the research lies in the fact that the built expressly management principles in dynamic game models and their suitability for the development of numerical algorithms and computer implementations.

Implementation of the research results. The results obtained in the thesis the results were used in the following research projects:

method of solving the problem of pursuit-evasion, when the pursuer is imposed control systems (both integral and geometrical) limit, were used in carrying out the research project №14-01-31319mol_a, "Optimal construction and approximation to problems of management ", funded by the Russian Foundation for basic study researches (RFBR) for linear-convex problems of dynamic optimization, when the control action applied geometry and integral constraints, and on the impact of an uncontrolled system hindrance only geometric limitation (Institute of mathematics and mechanics UB RAS, certificate dated 12 May 2016). Specifically, for a description of the tasks of dynamic optimization that combine complex restrictions on the control actions in the case of nonterminal quality indicator;

parallel solution to the problem of group pursuit with integral constraints on the control of objects were used in fundamental research 01-01-13-1228FR project, to address problems with several pursuers and one evader with integral constraints on the player controls (University Putra Malaysia, a certificate dated 12 February 2016). On the basis of these resolved pursuit-evasion problem for linear differential systems with integral and heterogeneous constraints and problems with several pursuers and one evader with integral constraints on the controls;

method of solving the game's «life line» Isaacs problem in cases when the player controls imposed geometric, integral or complex restrictions in certain combinations, have been used in research projects 01-01-00904-a «Degree of differential games with unlimited duration» (RFPF, 2001-2003), 06-01-39005-GFEN_a «Mathematical analysis of conflict and cooperation» (RFPF, 2006-2007), 09-01-00334-a «Multi-agent optimization in wireless networks» (RFPF, 2009-2010), in particular, this method is used for specifying the structure of optimal strategies in the various generalizations of this game (Saint Petersburg State University, a certificate dated 31 May 2016). At the same time the results to build a unique parallel convergence strategy (*П*-strategies) used for solve problems of conflict control (dynamic games) are more general form.

Approbation of the research results. The main content of the thesis discussed at the 12 conferences, in particular, "Science and Technology in XXI Century" (Tashkent, 2003), "Dynamical system modeling and stability investigation" (Kiev, Ukraine, 2003), "Spectral theory of differential operators and related problems "(Sterlitamak, Russia, 2003)," Modern problems of mathematical physics and information technology "(Tashkent, 2003)," Actual problems of stability and control theory "(APSCT-2009, Yekaterinburg, Russia, 2009)," management and optimization of dynamic systems "(cODS-2009, Tashkent, 2009)," Operator algebra and related Topics "(Tashkent, 2012)," System Dynamics and Control Processes "(Russia, Moscow, 2014)," Modern methods of mathematical physics and their applications "(Tashkent , April 2015), "The theory of management and mathematical modeling '(Russia, Izhevsk, June 2015), the annual international conference" Game Theory and Applications "(St. Petersburg, 2008) and" Game Theory and management "(St. Petersburg, 2010, 2011), as well as in scientific seminars of department" Applied mathematics "in NUUz (Tashkent, 1990-2006yy.), at the department of" Mathematical theory of statistics, reliability, and queuing theory "of the St. Petersburg state university (Russia, 1990, 2014), at the seminar of the department "Differential equations and mathematical physics" (Tashkent, 1990-2016 yy.) and "Applied mathematics" (Tashkent, 1995-2016 yy.), Institute of mathematics and information technology at the National University of Uzbekistan.

Publications of the research results. Theme dissertation published 30 scientific papers, 10 of them out in the list of scientific publications proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for Protection of doctoral theses, including 5 of them published in national scientific journals and 5 papers in international scientific journals.

The volume and structure of the dissertation. The thesis consists of an introduction, four chapters, conclusion and bibliography. The total volume of the thesis is 200 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

In introduction the actuality and demand for the theme of dissertation is verificated, connection of the research to priority directions of development of Science and Technologies of the Republic is stated, review of foreign scientific research on the theme of the dissertation and the degree of scrutiny of the problem are provided, the aim and problems are formulated, the object and the subject of research are described, scientific novelty and practical results of research are stated, the theoretical and practical significance of obtained results is revealed, the implementation of research results in practice, the list of published works and the dissertation structure are given.

In the first chapter of dissertation which named **«Pursuit-evasion problems with complex constraints»** discusses the differential game of pursuit-evasion with simple movements of the players when imposed either geometric or integral constraint (shorter, G-constraint and I-constraint, respectively) on the player controls, or both geometric and integral constraints (C- constraint).

During the game in the space $\mathbb{R}^n$ of moving an object X, called a Pursuit, and an object Y, called Evasion. The state vector of the pursuer is designated x , and the vector state evader – y. The problem of pursuit-evasion when objects move without inertia, ie, the equations of motion have the form

$$\dot{x} = u, \qquad x(0) = x_0, \tag{1}$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0, \tag{2}$$

$(x,\ y,\ u,\ v \in \mathbb{R}^n,\ n \geq 1)$. The task will be meaningful if the initial conditions x_0 and y_0 facilities satisfy the conditions $x_0 \neq y_0$. Vectors of speed u and v control parameters are relevant object. This temporary change of the vector u should be a measurable function $u(\cdot):[0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ and comply with any restriction of the integral (I-constraint):

$$\int_0^\infty |u(t)|^2\, dt \leq \rho_0 \ , \tag{3}$$

or geometric (G- constraint):

$$|u(t)| \leq \alpha \quad \text{almost all} \ \ t \geq 0; \tag{4}$$

or both of the constraints (1.3), (1.4) at the same time (C-constraint).

The class of admissible controls pursuer, i.e. all measurable functions satisfying I- constraint (3) (respectively, G- constraint (4), C-constraint (3) - (4)), denoted by U_I (respectively U_G, U_C). Similarly, the temporary change of the vector v should be a measurable function $v(\cdot):[0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ and comply with any restriction of the integral (I-constraint):

$$\int_0^\infty |v(t)|^2\, dt \leq \sigma_0 \ , \tag{5}$$

or geometric (G- constraint):

$$|v(t)| \leq \beta \quad \text{almost all} \ \ t \geq 0; \tag{6}$$

or both of the constraints (5) - (6) at the same time (C-constraint). The class of admissible controls a fleeing satisfying I- constraint (5) (respectively, G- constraint (6), C-constraint (5) - (6)), denoted by (respectively). In these definitions $\alpha,\ \beta,\ \rho_0$ and σ_0 the known numerical parameters. The aim is to implement the pursuer X caught, ie $x(t) = y(t),$ where $x(t), y(t)$ - path generated in accordance with equations (1), (2) during movement. A runaway Y seeks to avoid the meeting, ie, that $x(t) \neq y(t)$ at all $t,\ \ t \geq 0$, and if this is not possible as long as possible to push back the time of the meeting t^*, when $x(t^*) = y(t^*)$.

Depending on the constraints on the player controls for the differential game (1) - (2) are possible nine options:

1) G-Game – $u(\cdot) \in U_G,\ v(\cdot) \in V_G$; 2) IG-game – $u(\cdot) \in U_I,\ v(\cdot) \in V_G$;
3) CG-game – $u(\cdot) \in U_C,\ v(\cdot) \in V_G$; 4) GI-game – $u(\cdot) \in U_G,\ v(\cdot) \in V_I$;
5) I-game – $u(\cdot) \in U_I,\ v(\cdot) \in V_I$; 6) CI-game – $u(\cdot) \in U_C \ \ v(\cdot) \in V_I$;
7) GC-game – $u(\cdot) \in U_G,\ v(\cdot) \in V_C$; 8) IC-game – $u(\cdot) \in U_I,\ v(\cdot) \in V_C$;

9) C-game – $u(\cdot)\in U_C$, $v(\cdot)\in V_C$.
(Here $u(\cdot)$ and $v(\cdot)$ – implemented at the end of the game control process).

Further, one of the classes U, as well as the selected class as a class one U_G, U_I, U_C and one of the classes V, as well as the selected class as a class one V_G, V_I, V_C.

The key to the theory of differential games is the concept of strategy. This concept is too broad content, which would be defined in the general case. In the theory of differential games is specified depending on the characteristics of the studied problem. For our purpose it is convenient to the following definition.

Definition 1. The mapping $\mathbf{u}:V\to U$ is called a strategy of the pursuer, if the following conditions are met:

1. Affordability. For each $v(\cdot)\in V$ the inclusion $u(\cdot)=\mathbf{u}(v(\cdot))\in U$ in a certain period of time $[0,t]$; this function $u(t)=\mathbf{u}(v(t))$ is called when the implementation strategy $\mathbf{u}$ in $[0,t]$.

2. Volterra. If for $v_1(\cdot),v_2(\cdot)\in V$ the equality $v_1(s)=v_2(s)$ a.e. on $[0,t]$, then $u_1(s)=u_2(s)$ a.e. on $[0,t]$, where $u_i(\cdot)=\mathbf{u}(v_i(\cdot))$, $i=1,2$, $t\in[0,T]$.

Definition 2. The strategy $\mathbf{u}(v)$ is called winning for pursuer in $[0,T]$, if any $v(\cdot)\in V$:

a) there exists a time $t^*\in[0,T]$, that the equality $x(t^*)=y(t^*)$;

b) $\bar{u}(\cdot)\in U$, where $\bar{u}(t)$ coincides with $\mathbf{u}(v(\cdot))$ in $[0,t^*]$ and $\bar{u}(t)\equiv 0$; number T is called a guaranteed pursuit time.

In the general theory of differential games should be allowed to determine the strategy for the second player in the game. At the same time between the pursuer and evader strategy classes should be the consistency of information. In the cases studied in this paper, the specific objectives of escape eliminates the offices of players instead of strategies.

Definition 3. A measurable control function $v^*(\cdot)\in V$ is called winning for evader, if for any $u(\cdot)\in U$ solution $z(t)$ of the Cauchy problem $\dot{z}=u(t)-v^*(t)$, $z(0)=z_0$, is different from zero for all $t\geq 0$, i.e. $z(t)\neq 0$, $t\geq 0$, where $z=x-y$ and $z_0=x_0-y_0$.

In the first paragraph of the first chapter examines the G-game. At the same time, for the sake of completeness are known information concerning the strategy of parallel prosecution L.A.Petrosyan. The concept of parametric state of the game is a vector $p=(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2_+$. On the plane of the parametric states of the plurality of allocated:

$$\mathbf{P}_G=\{p:\alpha>\beta,\alpha>0,\beta\geq 0\},\quad \mathbf{E}_G=\{p:\alpha\leq\beta,\alpha\geq 0,\beta>0\}.$$

Definition 4. The G-game Π_G-strategy is a function $\mathbf{u}_G(v)=v-\lambda_G(v)\xi_0$, where $\lambda_G(v)=\langle\xi_0,v\rangle+\sqrt{\langle\xi_0,v\rangle^2+\alpha^2-|v|^2}$, $\xi_0=z_0/|z_0|$, $v\in S_\beta$, $\langle\xi_0,v\rangle$ –

the scalar product of vectors ξ_0 and v, S_β – a ball in $\mathbb{R}^n$ with center at the origin and radius β.

L.A.Petrosyan obtained the following result: if $p \in \mathbf{P}_G$, then Π_G-strategy is winning in the G-game in a while $[0, T_G]$, where $T_G = |z_0|/(\alpha-\beta)$; moreover, it is established that the capture of the fleeing carried out at the point of the space $\mathbb{R}^n$ belonging to the set

$$W_G(x_0, y_0) = \{w : |w - x_0| \geq (\alpha/\beta)|w - y_0|\},$$

the boundary of which is the sphere of Apollonian with center $c_G = (\alpha^2 y_0 - \beta^2 x_0)/(\alpha^2 - \beta^2)$ and radius $R_G = \alpha\beta|z_0|/|\alpha^2 - \beta^2|$.

In the second paragraph of the first chapter, we investigate IG-game. In this case, as the state assumed by the parametric vector is $p = (\rho_0, \beta, \zeta) \in \mathbb{R}^3_+$, where $\zeta = |z_0|$. For IG-game alternative sets are defined as

$$\mathbf{P}_{IG} = \{p : \rho_0 \geq 4\zeta\beta, \beta \geq 0, \rho > 0, \zeta \geq 0\},$$

$$\mathbf{E}_{IG} = \{p : \rho_0 < 4\zeta\beta, \beta > 0, \rho \geq 0, \zeta > 0\},$$

where $\mathbf{P}_{IG} \cup \mathbf{E}_{IG} = \mathbb{R}^3_+$, $\mathbf{P}_{IG} \cap \mathbf{E}_{IG} = \varnothing$.

Definition 5. A function $\mathbf{u}_{IG}(v) = v - \lambda_{IG}(v)\xi_0$, $v \in S_\beta$, is called the Π_{IG}-strategy of pursuer, where

$$\lambda_{IG}(v) = \mu_0/2 + \langle\xi_0, v\rangle + \sqrt{(\mu_0/2 + \langle\xi_0, v\rangle)^2 - |v|^2}, \ \mu_0 = \rho_0/|z_0|, \xi_0 = z_0/|z_0|.$$

Theorem 1. a) If the IG-game $p \in \mathbf{P}_{IG}$, then Π_{IG}-strategy is winning in $[0, T_{IG}]$, where $T_{IG} = |z_0| / \left(\mu_0/2 - \beta + \sqrt{(\mu_0/2)^2 - \mu_0\beta}\right)$;

b) if $p \in \mathbf{E}_{IG}$, then control of the evader $v^* = -\beta\xi_0$ is a winning and thus $|z(t)| \geq |z_0| - \rho^2/(4\beta)$ for all $t \geq 0$.

Part a) of Theorem 1 admits the following refinement. Let $p \in \mathbf{P}_{IG}$. Then for each $v(\cdot) \in V_G$ $\mathit{\Pi}_{IG}$-strategy implementation fleeing completes the capture of fleeing in point of space $\mathbb{R}^n$, a variety of set

$$W_{IG}(x_0, y_0, \rho_0) = \{w : |w - x_0|^2 \geq (\rho_0/\beta)|w - y_0|\}. \tag{7}$$

If the game is seen on a plane $\mathbb{R}^2$, the boundary of this set is: a) loop snail Pascal if $\rho_0 = 4\beta|x_0 - y_0|$; b) an oval of Descartes, if $\rho_0 > 4\beta|x_0 - y_0|$. In general, the border (7) is obtained from rotation these curves around the line passing through the point of finding players.

In the third paragraph of the first chapter explores CG-game. We prove a theorem on the alternative giving a partition of the initial states and parametric values. This solution of the problem of persecution carried out the construction of a parallel prosecution strategy ($\mathit{\Pi}_{CG}$-strategy), which guarantees an optimal convergence. We solve the same problem of escape from the lower estimates are derived for the distance between the players.

In the fourth paragraph of the first chapter examines the I- game. Here, as the state assumed parametric vector $p=(\rho_0,\sigma_0\ )\in\mathbb{R}_+^2$, and introduced alternative set in accordance with the formulas

$$\mathbf{P}_I=\{p:\rho_0>\sigma_0\ ,\rho_0>0,\sigma_0\ \geq 0\},\quad \mathbf{E}_I=\{p:\rho_0\leq\sigma_0\ ,\rho_0\geq 0,\sigma_0\ >0\},$$

where $\mathbf{P}_I\cup\mathbf{E}_I=\mathbb{R}_+^2$, $\mathbf{P}_I\cap\mathbf{E}_I=\varnothing$.

Definition 6. The function $\mathbf{u}_I(v)=v-\lambda_I(v)\xi_0,\quad v\in\mathbb{R}^n$ – called Π_I-strategy of the pursuer, where

$$\lambda_I(v)=max\{0,\delta_0+2\langle\xi_0,v\rangle\},\ \delta_0=(\rho_0-\sigma_0)/|z_0|,\xi_0=z_0/|z_0|.$$

Theorem 2. a) If the I-game $p\in\mathbf{P}_I$, then Π_I-strategy is a winning for the pursuer in a while $[0,T_I]$, where $T_I=|z_0|^2/(\sqrt{\rho_0}-\sqrt{\sigma_0})^2$;

b) if $p\in\mathbf{E}_I$, then evader to apply the type of control

$$v^*(t)=\begin{cases}0, & if\ \ 0\leq t<\varepsilon,\\ u(t-\varepsilon), & if\ \ t\geq\varepsilon,\end{cases}$$

is a winner , where ε - fairly small positive number.

Next, we prove that if $p\in\mathbf{P}_I$, when pursuer application the Π_I-strategy and evader - arbitrary control $v(\cdot)\in V_I$, then the set of points meeting fills the set

$$W_I(x_0,y_0,\rho_0,\sigma_0)=x_0+\sqrt{\rho_0\sigma_0}\ S/\delta_0-\rho_0\xi_0/\delta_0\ ,$$

where $S-$ the ball centered at the origin and unit radius in $\mathbb{R}^n$.

In the latter the fifth paragraph of the first chapter is solved the C-game. In this case, the parametric vector state is $p=(\alpha,\rho_0,\beta,\sigma_0,\zeta_0)\in\mathbb{R}_+^5$, where $\zeta_0=|z_0|$ and defined sets:

$$\mathbf{P}^1{}_C=\{p:\alpha>\beta,\rho_0\ \geq 4\zeta_0\beta,\alpha>0,\beta\geq 0,\rho_0>0,\sigma_0\geq 0,\zeta_0\geq 0\},$$

$$\mathbf{P}^2{}_C=\{p:\alpha\geq\beta,\rho_0>\sigma_0,\alpha>0,\beta\geq 0,\rho_0>0,\sigma_0\geq 0,\zeta_0\geq 0\},$$

$$\mathbf{P}_C=\mathbf{P}^1{}_C\cup\mathbf{P}^2{}_C,$$

$$\mathbf{E}_C=\{p:\rho_0<\sigma_0,\rho_0\ <4\zeta_0\beta,\alpha\geq 0,\beta>0,\rho_0\geq 0,\sigma_0>0,\zeta_0>0\}\ .$$

Definition 7. The function $\mathbf{u}_C(v)=v-\lambda_C(v)\xi_0,\quad v\in S_\beta$ – called Π_C-strategy for the pursuer, where

$$\lambda_C(v)=\begin{cases}min\{\lambda_G(v),\lambda_{IG}(v)\}, if\ |z_0|\leq\rho_0/(4\beta),\\ min\{\lambda_G(v),\ \lambda_I(v)\}, if\ |z_0|>\rho_0/(4\beta).\end{cases}$$

Theorem 3. If $p\in\mathbf{P}_C$, then Π_C-strategy is a winning in the C-game in a while $[0,T_C]$, where T_C – is guaranteed pursuit time.

In the second chapter of the thesis with the title «**Pursuit-Evasion problems with linear constraints**» considered a new type of pursuit-evasion problems in which the constraints imposed called linear, which in a sense are united into one integral and geometric constraints on the player controls.

In the first paragraph of the second chapter studies the problem of pursuit-evasion when control of the pursuer must satisfy the linear constraints, and control of the evader - only geometric (LG-game) constraint. The problem of the optimal pursuit through a strategy based on a parallel convergence of players. The evasion problem sets a lower bound for the distance between the pursuer and evader.

Let the object **X** is pursuer and object Y is evader and they move in accordance with the equations (1) and (2). The LG-game change of the vector u except measurability kind imposed restriction

$$\int_0^t |u(s)|^2\, ds \le L_1(t), \quad t \ge 0, \tag{8}$$

where $L_1(t) = \rho_1 t + \rho_0$, ρ_1 – arbitrary and ρ_0 – a non-negative real number. In this case, control of the evader satisfies only geometric constraint (6). The purpose of the object **X** is the same as in the first paragraph of the first chapter, the implementation of equality $x(t) = y(t)$ and object **Y** to avoid running away from the meeting, and if this is not possible as long as possible to push back the time of the meeting. Further, three of (μ_0, ρ_1, β), where $\mu_0 = \rho_0 / |z_0|$, will be called parametric state and is denoted by p. Consider the following alternative sets:

$$\mathbf{P}_{LG} = \mathbf{P_1} \cup \mathbf{P_2} \cup \mathbf{P_3}, \qquad \mathbf{E_{LG}} = \Delta \setminus \mathbf{P_{LG}},$$

where $\mathbf{P_1} = \{p : \mu_0 \ge 0,\ \ \rho_1 > \beta^2,\ \beta \ge 0\}$, $\mathbf{P_2} = \{p : \mu_0 > 2\beta,\ \ \rho_1 = \beta^2,\ \beta \ge 0\}$, $\mathbf{P_3} = \{p:\ \mu_0 \ge 2(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}),\ \ \rho_1 < \beta^2,\ \beta \ge 0\}$.

Definition 8 . The function $\mathbf{u}_{LG}(v) = v - \lambda_{LG}(v)\xi_0, \quad v \in S_\beta$ – called Π_{LG}-strategy for the pursuer, where

$$\lambda_{LG}(v) = \mu_0/2 + \langle \xi_0, v\rangle + \sqrt{(\mu_0/2 + \langle \xi_0, v\rangle)^2 + \rho_1 - |v|^2}.$$

Theorem 4. a) If $p \in \mathbf{P_{LG}}$, then Π_{LG}-strategy is a winning for the pursuer in-game in $[0, T_{LG}]$, where

$$T_{LG} = |z_0| / \lambda^*_{LG} \text{and } \lambda^*_{LG} = \mu_0/2 - \beta + \sqrt{(\mu_0/2 - \beta)^2 + \rho_1 - \beta^2}\ ;$$

b) if $p \in \mathbf{E_{LG}}$, then on the constant control $v^* = -\beta\xi_0$ is for the evader to winning and thus the estimate for all $t \ge 0$:

1) if $p \in \mathbf{E_1} = \{p : 0 \le \mu_0 \le 2\beta, \rho_1 = \beta^2, \beta \ge 0\}$, then

$$|\mathrm{z(t)}| > \begin{cases} |\mathrm{z}_0|(2\beta - \mu_0)/(2\beta), & \text{when } \beta > 0, \\ |\mathrm{z}_0|, & \text{when } \beta = 0; \end{cases}$$

2) if $p \in \mathbf{E_2} = \{p : 0 \le \mu_0 < 2(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1}), \rho_1 < \beta^2, \beta \ge 0\}$, then

$$|z(t)| \ge |z_0|(\beta - \mu_0/2 + \sqrt{\beta^2 - \rho_1})/(\beta + \sqrt{\beta^2 - \rho_1});$$

where $\mathbf{E_{LG}} = \mathbf{E_1} \cup \mathbf{E_2}$.

In the second section of the second chapter examines the L-game in which the pursuer control satisfies the restriction (8) and ρ_1– a non-negative integer, and control of the evader restriction type

$$\int_0^t |v(s)|^2\, ds \le L_2(t), \quad t \ge 0, \tag{9}$$

where $L_2(t) = \sigma_1 t + \sigma_0$ and σ_1, σ_0 – non-negative numbers.

In the L-game appears a new feature: depending on the parameters ρ_1, σ_1 have to use Π_L-strategy defined in different ways.

Definition 9 . When $\rho_1 \ge \sigma_1$, then the function $\mathbf{u}^*_L(v) = v - \lambda^*_L(v)\xi_0$, $v \in \mathbb{R}^n$ is called $\boldsymbol{\Pi}^*_L$-strategy for the pursuer, where

$$\lambda^*_L(v) = \mu_0 + \langle v, \xi_0\rangle + \sqrt{(\mu_0 + \langle v, \xi_0\rangle)^2 + \rho_1 - \sigma_1},\ \mu_0 = \delta_0 / 2|z_0|,\ \xi_0 = z_0/|z_0|.$$

Theorem 5. Suppose that at least one of the following conditions: a) $\rho_1 > \sigma_1$; б) $\rho_1 = \sigma_1$ and $\rho_0 > \sigma_0 + 2\sqrt{\rho_1}\,|z_0|$. Then $\boldsymbol{\Pi}^*_L$-strategy is guarantees the completion of the persecution in the L-game in $[0, T^*_L]$, where T^*_L– the first positive root of the equation

$$\sqrt{\rho_1 T^2 + \rho_0 T} - \sqrt{\sigma_1 T^2 + \sigma_0 T} = |z_0|.$$

Definition 10. When $\rho_1 < \sigma_1$ the function $\mathbf{u}_{*L}(v) = v - \lambda_{*L}(v)\xi_0$, $v \in \mathbb{R}^n$ is called the Π_{*L}-strategy of the pursuer, where

$$\lambda_{*L}(v) = \nu_0 + \langle v, \xi_0\rangle + \sqrt{(\nu_0 + \langle v, \xi_0\rangle)^2 + \rho_1 - 2\sigma_1 + |v|^2},\ \nu_0 = \gamma_0 / 2|z_0|,$$
$$\gamma_0 = \rho_0 - 2\sigma_0.$$

Theorem 6. Let $\rho_1 < \sigma_1$ and $\nu_0 \ge \sqrt{2(2\sigma_1 - \rho_1)}$. Then Π_{*L}-strategy guarantees the completion of the persecution in the L-game in $[0, T_{*L}]$, where $T_{*L} = 2|z_0| / [\nu_0 + \sqrt{\nu_0^2 + 2(\rho_1 - 2\sigma_1)}]$.

In the third section of the second chapter the concept of linear constraints of the form (8) and (9) is summarized in the differential game described by the equation of the form

$$\dot{z} = kz + Bu - Cv,\ z(0) = z_0,$$

where $z, u, v \in \mathbb{R}^n$, B and C– non-singular square matrices of order $n \times n$, k – non-positive number, $z_0 \ne 0$. The purpose of the pursuer is realize equality $z(t) = 0$, for evader aim is the opposite. For the case given the design strategy of the parallel pursuit for optimal convergence of the players.

In the latter the fourth paragraph of the second chapter, we study the method of resolving functions for the control example by Pontryagin in case *L*-constraints at controls of the players, with the resolution function is constructed in explicit form, which is applied to the solution of the pursuit problem.

In the third chapter of the thesis entitled **«Differential games with a line of life»** study problem of R.Isaacs which is associated with several problems, among which remain unresolved. Here, this problem was first considered for the case when the integral or mixed constraints imposed on the control of the pursuer.

Suppose that in Euclidean space $\mathbb{R}^n$ point **X** pursues point **Y**, motion is described by the equations

$$\dot{x} = kx + Bu, \quad x(0) = x_0, \tag{10}$$

$$\dot{y} = ky + Cv, \quad y(0) = y_0, \tag{11}$$

where $x, y, u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$; B and C – non-singular square matrix of order $n \times n$; k – non-positive number, x_0, y_0 – initial state points, u – parameter of control **X**; v – parameter of control **Y**. In this case, the point of a phase constraint is a subset **A** of the space $\mathbb{R}^n$, which is called «life line». Now the purpose of the point **X** is the implementation of equality $x(t) = y(t)$ for some $t, t > 0$, while point **Y** is outside the set **A** or $y(s) \notin \mathbf{A}$ when $0 \leq s \leq t$. In this thesis examines the game, when the set **A** does not restrict movement of the pursuing point **X**. Consequently, aim **Y** point is to enable the implementation of $\mathrm{y(t)} \in \mathbf{A}$ at some finite t, $t > 0$, while keeping inequality $x(s) \neq y(s)$ when $0 \leq s < t$, or to ensure that the inequality $y(t) \neq x(t)$ for all $t \geq 0$.

In the first section of the third chapter studied the game with the «life line» for linear systems (10) - (11), when the G-constraints (4) and (6) on the player controls. Here the solution is based on the resolution function of the form

$$\lambda_G(v) = \langle \xi_0, \Phi v \rangle + (\langle \xi_0, \Phi v \rangle^2 + \alpha^2 - |\Phi v|^2)^{1/2},$$

where $\Phi = B^{-1}C$, $\xi_0 = B^{-1}z_0 / \zeta$, $\zeta = |B^{-1}z_0|$, $\gamma = \beta\|\Phi\|$ and $\|\Phi\| = \max\limits_{|v|=1} |\Phi v|$ – the norm of the matrix Φ.

Definition 11. The function $\mathbf{u}_G(v) = \Phi v - \lambda_G(v)\xi_0$ is called Π_G-strategy of the pursuer in the linear differential game (10) - (11) with G-constraints (4) and (6).

Definition 12. The $\mathbf{u}_G(v)$ strategy of the pursuer is called winning the game with a "life line" in $[0,T]$ if any $v(\cdot) \in V_G$ exist time $t^* \in [0,T]$ that realize the conditions $a)\ x(t^*) = y(t^*)$; $\quad b)\ y(\mathrm{s}) \notin \mathbf{A}$ yet $s \in [0,t^*]$.

Definition 13. Evader of the control $v^*(\cdot) \in V_G$ is called winning the game with a "life line" if for each $u(\cdot) \in U_G$ performed at least one of the following conditions: a) there is a finite time θ that $y(\theta) \in \mathbf{A}$ and $y(t) \neq x(t)$ yet $t \in [0,\theta)$; b) $y(t) \neq x(t)$ at all $t \geq 0$.

Theorem 7. If $k \leq 0$, $\alpha > \gamma$ and set $e^{kt}BW_G(x_0, y_0)$ do not intersect the set **A** at all $t \in [0,t^*]$, where $W_G(x_0, y_0) = \{w : |w - B^{-1}x_0| \geq (\alpha/\gamma)|w - B^{-1}y_0|\}$. Then

Π_G- strategy is a winning for the **X** in the game with a "life line".

The condition of the theorem is actually a necessary and sufficient condition: if $e^{kt}BW_G(x_0,y_0)$ intersect the set A for some $t=\theta$, it is indicated for the evader constant control, which would be advantageous.

In the second section of the third chapter explores linear differential game (10) - (11) with the «life line», in which control of the pursuer satisfies the integral type of restriction

$$\int_0^{\infty} e^{-kt}\,|u(t)|^2\,dt \le \rho_0{}^2 \quad (\rho_0>0), \tag{12}$$

and control of evader is satisfies geometric constraint (6). Derivation of equations describing the dynamics of attainable evader. It is shown that the boundary of the meeting points in the plane is out of the loop or the Pascal snail oval of Descartes. resolution function is constructed to solve the problem in favor of the pursuer, which in this case has the form

$$\lambda_{IG}(v)=\mu/2+\langle\xi_0,\Phi v\rangle+\left[\left(\mu/2+\langle\xi_0,\Phi v\rangle\right)^2-|\Phi v|^2\right]^{1/2},$$

where $\Phi=B^{-1}C,\ \xi_0=B^{-1}z_0/\nu,\ \mu=\rho_0{}^2/\nu,\ \nu=|B^{-1}z_0|>0,\ \gamma=\beta\|\Phi\|$.

Definition 14. A function $\mathbf{u}_{IG}(v)=\Phi v-\lambda_{IG}(v)\xi_0$ is called Π_{IG}- strategy of the pursuer in the game (10) - (11) IG-constraints of the form (6) and (12).

The determination of the winning Π_{IG}-strategy and control of the evader a winning are similar to the same as in the definitions of 12 and 13.

Theorem 8. If $\mu\ge 4\gamma$ and the set $e^{kt}BW_{IG}(x_0,y_0,\rho_0)$ not intersect the set **A** at all $t\in\left[0,t^*\right]$, where $W_{IG}(x_0,y_0,\rho_0)=\left\{w:\left|w-B^{-1}x_0\right|^2\ge\left(\rho_0{}^2/\gamma\right)\left|w-B^{-1}y_0\right|\right\}$. Then Π_{IG}-strategy is a winning for the pursuer in the IG-game (10) - (11) with the «life line».

There also satisfying the note to Theorem 7.

In the third section of the third chapter explores the game with the «life line» when the pursuer is selected from the of class control functions $L_2\cap L_\infty$, the evader control functions from the of class L_∞. Permission equation describing the dynamics of attainable evader and on this basis, decides to play a «life line».

In the fourth and final chapter of the dissertation **«The problems of group pursuit with integral constraints»** the focus is on obtaining sufficient conditions for the solvability of linear differential games with integral constraints, simulating the problem of pursuit one evader by means of several pursuers. Here developed a method of resolving functions.

In the first section of this chapter is study the linear differential game in Euclidean space, described by a system of equations

$$\dot z_i=A_iz_i+B_iu_i-C_iv,\quad z_i\left(0\right)=z_i^0, \tag{13}$$

where $z_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}^{p_i}$, $v \in \mathbb{R}^q$; $n_i \geq 1$, $p_i \geq 1$, $q \geq 1$, $i \in \overline{1,m}$. Here $i \in \overline{1,m}$ – the set of integers from 1 to m; A_i, B_i, C_i – permanent rectangular matrices of order $n_i \times n_i$, $n_i \times p_i$ and $n_i \times q$, respectively; $z^0 = (z_1^0, z_2^0, ..., z_m^0)$ – the initial state of the game; $(u_1, u_2, ..., u_m)$ –control parameters of pursuers; v – control parameter of evader. Realization the control parameters of players should be measurable from the class functions $L_p[0,T]$, $p > 1$ and meet the constraints, respectively

$$\int_0^T |u_i(\tau)|^p \, d\tau \leq \rho_i, \ \rho_i > 0, \ i \in \overline{1,m}, \tag{14}$$

$$\int_0^T |v(\tau)|^p \, d\tau \leq \sigma, \sigma \geq 0, \tag{15}$$

where T – fixed positive number (the case $T = +\infty$ is not excluded). Such control will continue to be called acceptable, and their set designated U_T^i, $i \in \overline{1,m}$, and V_T respectively.

The terminal set is the union of sets M_1, $M_2, ..., M_m$, each of which has the form $M_i = M_i^0 + M_i^0$, where M_i^0 – linear subspace of $\mathbb{R}^{n_i}$ and M_i^1 – convex compact subset of the orthogonal complement L_i to the subspace M_i^0 in $\mathbb{R}^{n_i}$.

Definition 15. From the initial position z^0 can be completed during $T = T(z^0)$ the persecution in a game (13) - (15) if there is a set of strategies $(u_1(\cdot), u_2(\cdot), ..., u_m(\cdot))$, where $u_i(\cdot) = u_i(\cdot, v(\cdot)) \in U_T^i$, $i \in \overline{1,m}$, for all $v(\cdot) \in V_T$ at least one value $i, i \in \overline{1,m}$, that is absolutely continuous solution $z_i(t)$ of the Cauchy problem $\dot{z}_i = A_i z_i + B_i u_i(t, v(t)) - C_i v(t)$, $z_i(0) = z_i^0$ is falls on terminal set M_i in a time not exceeding the number $T = T(z^0)$ that $z_i(t^*) \in M_i$ for some $t^* \in [0,T]$. The number $T(z^0)$ is called a guaranteed pursuit time.

Let π_i – the orthogonal projection of $\mathbb{R}^{n_i}$ the subspace L_i.

Proposition 1. The equation $\pi_i e^{A_i t} B_i \Phi = \pi_i e^{A_i t} C_i$ has a solution $\Phi_i = \Phi_i(t)$ which is continuous and non-singular matrix at all t, $t \geq 0$.

Let

$$\chi_i(t,s) = \sup_{v(\cdot) \in V_1[s,t]} \int_s^t |\Phi_i(t-\tau) v(\tau)|^p \, d\tau, \ 0 \leq s \leq t,$$

where $V_1[s,t] = \left(v(\cdot) : \int_s^t |v(\tau)|^p \, d\tau \leq 1 \right)$, as well as $\mu_i = \sup_{0 \leq s \leq t < \infty} \chi_i(t,s)$. Easy to see that $\mu_i > 0$, but it is possible $\mu_i = +\infty$.

Proposition 2. $\rho_1/\mu_1+\rho_2/\mu_2+...+\rho_m/\mu_m>\sigma$.

From Proposition 2 it follows that all factors μ_i at the same time can not be equal $+\infty$. There are two possibilities: I. $\rho_i/\mu_i\le\sigma$ for all i . II. $\rho_i/\mu_i>\sigma$ for some i .

Let is case I. Then suppose $\sigma_i=(\sigma\rho_i/\mu_i)\left(\rho_1/\mu_1+\rho_2/\mu_2+...+\rho_m/\mu_m\right)^{-1}$, where $\sigma=\sigma_1+\sigma_2+...+\sigma_m$. Then, allowing semi-continuous functions $\lambda_i(t-t_i,t-\tau,v,z_i)$ are built on top of τ and v . Let

$$\varLambda_i(t,t_i,z_i)=1-\inf_{v(\cdot)\in V_{\sigma_i}[t_i,t]}\int_{t_i}^{t}\lambda_i(t-t_i,t-\tau,v(\tau),z_i)d\tau,\quad 0\le t_i\le t,$$

where $V_{\sigma_i}[t_i,t]=\left\{v(\cdot):\int_{t_i}^{t}|v(\tau)|^p\,d\tau\le\sigma_i\right\}$, t_i — a certain time, which is determined in the process of prosecution, $z_i\in\mathbb{R}^{n_i}$. If the equation $\varLambda_i(t,t_i,z_i)=0$ has a positive root of the relative *t*, the smallest of them denote $T_i=T_i(t_i,z_i)$, otherwise suppose $T_i=\infty$.

Proposition 3. There is a set of continuous mapping $T_i:\left[0,+\infty\right)\times\mathbb{R}^{n_i}\to\mathbb{R}$.

Theorem 9. If for a given initial state z^0 the Proposition 1-3 occur in a game (13) with constraints (14) - (15), then may complete the proceedings for a guaranteed time $T=T(z^0)$.

Suppose now that we have case II. Construct resolution function, and it can help determine the function $\lambda_i(t,t-\tau,v,z_i^0)$, τ, $0\le\tau\le t$, $v(\in\mathbb{R}^q)$ and

$$\Lambda(t,z^0)=1-\inf_{v(\cdot)\in V_q[0,t]}\max_{i\in\underline{1m}}\int_0^t\lambda_i(t,t-\tau,v(\tau),z_i^0)d\tau,$$

where $V_\sigma[0,t]=\left\{v(\cdot):\int_0^t|v(\tau)|^p\,d\tau\le\sigma\right\}$. Let $T'=T'(z^0)$ the first positive root of the equation $\Lambda(t,z^0)=0$, if this does not exist then we suppose $T'(z^0)=+\infty$.

Proposition 4. For the initial state z^0 of the finite time $T'=T'(z^0)$.

Theorem 10. If for a given initial state z^0 the Proposition 1-2 and 4, in a game (13) with constraints (14) - (15), then may complete the proceedings for a guaranteed time $T'=T'(z^0)$.

In the second and third sections of the fourth chapter, group pursuit method developed in the previous paragraph applies to the control example of Pontryagin and the problem of l -catch evader with integral constraints on the player controls.

CONCLUSIONS

1. The problems of pursuit-evasion is solved, when the points move without inertia and controls of the players satisfying integral, heterogeneous and complex constraints. For these cases constructed analogues of parallel strategies to ensure optimum convergence.

2. In first considered differential games with a new type of linear constraints on controls, reinforcing the traditional integrated and geometric constraints.

3. A complete solution the problem of pursuit-evasion, when the pursuer linear control imposed restriction, and control of the evader - purely geometric, the validity of the theorem on the alternative Krasovsky.

4. The solution of the problem of harassment in the case where the control of the pursuer and evader imposed linear constraints, appropriate strategies are built parallel to prosecution, as well to guarantee optimal convergence.

5. Investigate problems Isaacs-Petrosyan's game with the «life line», when the players of the same type of movement described by linear differential equations with several types of constraints on the player controls, obtained ratio expresses the change in the dynamics of the set meeting points.

6. Development of a method of resolving functions in relation to the problem of group pursuit with integral constraints on the player controls, obtain new sufficient conditions for the solvability of the pursuit problem in the production of Pontryagin.

The work is theoretical. The basis of the theory of differential games occupies a central place to build and ensure optimal strategies for the players. The scientific value of the results of research is to build such strategies under various constraints on the control and use. Note that the results in terms of content will form the basis of a new direction in the theory of controls.

Эълон қилинган ишлар рўйхати
Список опубликованных работ
List of published works
I бўлим (Часть I; Part I)

1. Саматов Б.Т. Об игре с «линией жизни» при наличии интегральных ограничений на управления // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 1985. - № 3. – С. 3-4. (01.00.00;№7).
2. Азамов А.А., Саматов Б.Т. Линейная дифференциальная игра с “линией жизни” при разнотипных классах управления игроков // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2011. - № 3. – С. 43-52. (01.00.00;№6).
3. Саматов Б.Т. Об одном классе дифференциальных игр с линейными ограничениями // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2013. - № 2. – С. 12-14. (01.00.00;№7).
4. Саматов Б.Т. Об одной задаче Айзекса для линейных дифференциальных игр // Узбекистон Миллий университети хабарлари. – Ташкент, 2016. - №1. – С.52-57. (01.00.00;№8).
5. Azamov A.A., Kuchkarov A.Sh., Samatov B.T. The Relation between Problems of Pursuit, Controllability and Stability in the Large in Linear Systems with Different Types of Constraints // J.Appl.Maths and Mechs. – Elsevier. - Netherlands, 2007. - Vol. 71. - № 2. – P. 229-233. (01.00.00; Мустакил давлатлар хамдустлиги нашрлари. №2, №40. ResearchGate. №40. IF=0.35).
6. Samatov B.T. The Game with "a Survival Zone" in the case integral-geometric constraints on the controls of the Pursuer // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2012. - № 7. – С. 64-72. (01.00.00;№6).
7. Samatov B.T. On a Pursuit-Evasion Problem under a Linear Change of the Pursuer Resource // Siberian Advances in Mathematics. - Allerton Press, Inc.Springer. – New York, 2013. - Vol. 23. - № 4. – P. 294-302. (01.00.00; Америка мамлакатлари нашрлари. №17).
8. Samatov B.T. The Pursuit- Evasion Problem under Integral-Geometric constraints on Pursuer controls // Automation and Remote Control. – Pleiades Publishing, Ltd. – New York, 2013. - Vol. 74. - №7. – P. 1072-1081. (№ 11.Springer. IF=0.27).
9. Samatov B.T. The Resolving Functions Method for the Pursuit Problem with Integral Constraints on Controls // Journal of Automation and Information Sciences. – Begell House, Inc. (USA). 2013. - Vol. 45,№8. – P. 41-58. (№ 40. ResearchGate. IF=0.024).
10. Samatov B.T. The П-strategy in a differential game with linear control constraints // J.Appl.Maths and Mechs. – Elsevier. - Netherlands, 2014. - Vol. 78. - № 3. – P. 258-263. (01.00.00; Мустакил давлатлар хамдустлиги нашрлари. №2, ResearchGate. №40. IF=0.35).

II бўлим (Часть II; Part II)

11. Азамов А.А. Саматов Б.Т. О модифицированном третьем методе в задачах преследования // сб. Неклассические задачи математической физики. Фан. – Ташкент, 1985. – С. 174-184.
12. Саматов Б.Т. Построение П -стратегий в игре простого преследования с интегральными ограничениями // сб. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Фан. – Ташкент. 1986. – С. 402-412.
13. Саматов Б.Т. Модельная игра с интегро-геометрическими ограничениями на управления преследователя // сб. Актуальные вопросы теории оптимального управления и дифференциальных игр. Фан. – Ташкент. 1996. – С. 71-75.
14. Azamov A.A., Samatov B.T. П-Strategy. An Elementary Introduction to the Theory of Differential Games // The National University of Uzbekistan. 2000. – Tashkent. - 32 p.
15. Samatov B.T. The problem of R.Isaacs “Game witn survival zone” at different constraints for controls // II-International Conference “Science and Technology in XXI Centure”. 18-22 ноября 2003. – Ташкент. – С. 108-109.
16. Саматов Б.Т. Стратегия параллельного преследования в модельной игре с комплексными ограничениями // International Conference “Dynamical system modelling and stability investigation”. 27-30 May 2003. – Kyiv. – P. 100-101.
17. Саматов Б.Т. Стратегия параллельного сближения в дифференциальных играх с разнотипными ограничениями на управления игроков // Труды межд. конф. “Современные проблемы математической физики и информационной технологии”. 20-23ноября 2003. – Ташкент. – С. 25-29.
18. Samatov B.T. The Differential Game with “a Survival Zone” with Different Classes of Admissible Control Functions // Game Theory and Applications. - Nova Science Publishers. - New York. 2011. - v.13. - P. 143-150.
19. Азамов А.А., Кучкаров А.Ш., Саматов Б.Т. Стратегия паралельного сближения: аналоги и обобщения // Тезисы докладов международной конференции “Актуальные проблемы теории устойчивости и управления”. 21-26 сентября 2009. – Екатеринбург, Россия. – С. 25-26.
20. Саматов Б.Т. Модельная дифференциальная игра с комплексными ограничениями // Тезисы докладов международной конференции “Управление и оптимизация динамических систем – CODS-2009”. 28-30 сентября 2009. – Ташкент. – С. 93-94.
21. Azamov A.A., Samatov B. T. The П-strategy: Analogies and Applications // Contributions to Game Theory and Management. – St. Petersburg University, 2011. - Vol. 4. – P. 33-46. (Среди топ 200 лучших вузов мира)

22. Azamov A.A., Samatov B.T. On The Application of П-Strategy When Pursuer is Slower Evader // The Fifth International Conferens “Game Theory and Management”. 27-29 June 2011. – St.Petersburg, Russia. – P.22-24.
23. Саматов Б.Т. П-стратегия при линейном изменении ресурса игроков // Респ. науч. конф. с участием зарубежных ученых “Операторные алгебры и смежные проблемы”. 12-14 сентября 2012. – Ташкент. – С.203-204.
24. Саматов Б.Т. Дифференциальные игры при линейном изменении ресурса игроков // Материалы республиканской научной конференции “Современные проблемы комплексного и функционального анализа”. 20-23 марта 2012. – Нукус. – С.186-189.
25. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the player.I // Cybernetics and Systems Analysis. - Springer International Publishing AG. – Switzerland, 2013. - Vol.49. - №5. – P.756-767.
26. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the player.II // Cybernetics and Systems Analysis. – Springer International Publishing AG - Switzerland, 2013. - Vol. 49. - №6. – P.907-924.
27. Саматов Б.Т. Дифференциальные игры с линейными ограничениями // Международная научная конференция “System Dynamics and Control Processes”. 14-16 сентября 2014. – Екатеринбург, Россия. – С. 162-164.
28. Саматов Б.Т. Об общности дифференциальной игры с линейными ограничениями по управлению // Международная научная конференция “Актуальные вопросы геометрии и её приложения”. 27-29 октября 2014. –Ташкент. – С.195-198.
29. Саматов Б.Т. Контрольный пример Понтрягина при линейных ограничениях // Респ. науч. конф. с участием зарубежных ученых “Современные методы математической физики и их приложения”. 15-17 апреля 2015. – Ташкент. – С.176-178.
30. Саматов Б.Т. О контрольном примере Понтрягина при линейных ограничениях на управления // Всероссийская конференция с международным участием “Теория управления и математическое моделирование”. 8-12 июня 2015. – Ижевск, Россия. – С. 201-203.

Авторефератнинг ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги нусхалари
«Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди.

06.06 2016 йил.

Босишга рухсат этилди: 14.06.2016 йил
Бичими 60x84 $^{1}/_{16}$, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди. Шартли
босма табоғи 5. Адади: 100. Буюртма: № _____.

Ўзбекистон Республикаси ИИВ Академияси,
100197, Тошкент, Интизор кўчаси, 68

«АКАДЕМИЯ НОШИРЛИК МАРКАЗИ» ДУК