

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA

O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

Al-Xorazmiy nomidagi Urganch Davlat

Universtiteti Fizika-Matematika fakulteti

302-matematika guruhi talabasi

Tangriberdiyeva Dilnozaning "Kompleks

o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan

REFERAT

Mavzu: "Butun funksiyalarning tipi va tartibi"

Topshirdi

Tangriberdiyeva D.

Qabul qildi

Ahmedov Q.

Mavzu: BUTUN FUNKSIYALARNING TIPI VA TARTIBI.

REJA:

I. Kirish.

1-§. Butun funksiya haqida tushuncha.

II. Asosiy qism.

1-§. Analitik funksiyalar.

2-§. Ko'mpleks argumentli funksiya tushunchasi.

3-§. Funksiya limiti.

4-§. Funksiyaning uzluksizligi.

5-§. Liuvill teoremasi.

III. Xulosa.

Foydalanilgan adabiyotlar.

Kirish

Ushbu kurs ishi Butun funksiyalarning tipi va tartibiga bag'ishlangan bo'ib, bu kirish, asosiy qism, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yhatidan iborat.

Kurs ishining asosiy qismi 4 bo'limdan iborat bo'lib, birinchi bo'limda quyidagilar o'rganiladi: Agar bir qiymatli $w = f(z)$ funksiya tekislikning qaysi nuqtalarida analitik bo'lsa, o'sha nuqtalar funksiyaning **to'g'ri** (regulyar) nuqtalari deyiladi. Funksiya aniqlanish sohasining ba'zi nuqtalarida analitik bo'lmay qolsa, ana shu nuqtalar funksiyaning **Maxsus nuqtalari** deyiladi.

Ikkinchi bo'limda esa ko'mpleks o'zgaruvchili funksiyalar haqida ta'rif va teoremlar o'rganiladi.

Uchinchi bo'limda funksiya limiti haqida ta'rif va teoremlar o'rganiladi: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsa ki z argumentning

$$0 < |z - z_0| < \delta$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarda

$$|f(z) - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, A ko'mpleks son $f(z)$ funksiyaning $z \rightarrow z_0$ dagi limiti deb ataladi va $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$

kabi belgilanadi

To'rtinchi bo'lim funksionalning uzluksizligi haqida ta'rif va teoremlar o'rganiladi.

Beshinchi bo'limda esa Liuvill teoremasiga bag'ishlanadi: Agar $f(z)$ funksiya tekislikning barcha nuqtalarida analitik va chegaralangan bo'lsa, u funksiya o'zgarmas son dan iboratdir.

1§.

Butun funksiya haqida tushuncha.

Ta’rif: Ushbu

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$$

Darajali qator bilan aniqlangan golomorf funksiyaning qaraylik, dastavval qatorning yaqinlashish radiusi uchun KOSHI-Adomar formulasi qaraylik

$$R = \frac{1}{\limsup_k \sqrt[k]{|a_k|}}$$

darajali qator yaqinlashish sohasida golomorf bo’lgan funksiyaning aniqlaydi.

Boshqa tomondan ushbu formula koordinata boshida $f(z)$ funksiyaning eng yaqin maxsus nuqtasigacha masofani aniqlaydi. Bundan xulosa sifatida butun kompleks tekislik golomorf bo’lgan funksiya uchun

$$R = \infty : \limsup_k \sqrt[k]{|a_k|} = 0$$

bo’lishi kelib chiqadi va ushbu kriteriya funksiya butun funksiya bo’lishi uchun lokal shar bo’lishi uchun xizmat qiladi.

Ta’rif: $f(z)$ butun funksiya chekli tartibli deyiladi, agar shunday $\mu > 0$ son topilib barcha $r > R$ uchun $M(r) < (e^r)^\mu$ tengsizlik o’rinli bo’lsa.

1§.

Analitik funksiyalar.

Ta’rif: Agar bir qiymatli $w = f(z)$ funksiya G sohaning barcha nuqtalarida differensiallanuvchi, ya’ni hosilaga ega bo’lsa, u funksiya o’sha **soxada analitik** (**golomorf, regulyar**) deyiladi.

Ta’rif: Agar $w = f(z)$ funksiyaning nuqtada va uning biror atrofida ham differensiallanuvchi bo’lsa, u funksiya shu nuqtada analitik deyiladi.

Agar $w = f(z)$ funksiya faqat nuqtada hosilaga ega bo’lib, lekin uning atrofida hosilasi mavjud bo’lmasa, u holda funksiya nuqtada **Monogen** bo’ladi. Demak, funksiyaning nuqtada analitik bo’lishi kelib chiqmaydi.

Ta’rif: Agar bir qiymatli $w = f(z)$ funksiya tekislikning qaysi nuqtalarida analitik bo’lsa, o’sha nuqtalar funksiyaning **to’g’ri** (regulyar) nuqtalari deyiladi. Funksiya aniqlanish sohasining ba’zi nuqtalarida analitik bo’lmay qolsa, ana shu nuqtalar funksiyaning **Maxsus nuqtalari** deyiladi.

Misol: $w = x^2 = y^2 + ixy^3$ ning analitik yoki analitik emasligini tekshirilsin.

$$u = x^2 + y^2, \quad v = xy^3;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2x, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 2y, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = y^3, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 3xy^2$$

Bulardan ko’rinadiki Dalmber Eyler shartlarini bajarishi uchun $x = 0, y = 0$ bo’lishi kerak Demak $(0,0)$ nuqtadagina differensiallanuvchi, boshqa nuqtalarda hosilasi yo’q, ya’ni berilgan funksiya analitik emas.

2§. Ko'mpleks argumentli funksiya tushunchasi.

Kompleks sonlar tekisligi C da biror E to'plam berilgan bo'lsin, ($E \subset C$)

Ta'rif: Agar E to'plamdagi xar bir z kompleks songa biror f qoida yoki qonunga ko'ra bitta w kompleks son mos qo'yilgan bo'lsa, w to'plamda funksiya berilgan deyiladi va u $f:z \rightarrow w$ yoki $w = f(z)$ kabi belgilanadi. Bunda E funksionalning aniqlanish toplami, z erkli o'zgaruvchi yoki funksiya argumenti f esa z o'zgaruvchining funksiyasi deyiladi.

Aytaylik $w = f(z)$ funksiya biror $E(E \subset C)$

to'plamda berilgan bo'lsin, ya'ni f qoidaga ko'ra har bir

$$z = x + iy \in E$$

kopleks songa bitta

$$w = u + iv \quad (u, v \in R)$$

Kompleks son mos qo'yilgan bo'lsin. Demak

$$w = u + iv = f = x + iy$$

Keyingi tenglikdan

$$u = u(x, y), v = v(x, y)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Demak, E toplamda $w = f(z)$ funksiyaning berilishi shu toplamda x va y haqiqiy o'zgaruvchilarning

$$u = u(x, y), v = v(x, y)$$

funksiyalarning berilishidek ekan.

Odatda,

$$u = u(x, y)$$

funksiya $f(z)$ funksiyaning haqiqiy qismi,

$$v = v(x, y)$$

esa $f(z)$ ning mavhum qismi deyiladi:

$$u = u(x, y), \operatorname{Re} f(z),$$

Demak E to'plamda

$$w = f(z)$$

funksiyaning berilishi O_{xy} -ko'mpleks tekislikdagi E to'plamni O_{uv} -ko'mpleks tekislikdagi F to'plamga aks ettirishdan iborat ekan.

Shu sababli funksiyaning E to'plamning F to'plamga akslantirish deb ham yuritiladi.

Faraz qilaylik

$$w = f(z)$$

funksiya E to'plamda berilgan bo'lib, $F = \{f(z): z \in E\}$

Bo'lsin . So'ngra F to'plamda o'z navbatida biror $\zeta = \zeta(f(z))$

funksiya berilgan bo'lsin. Natijada , E to'plamdan olingan har bir z ga F to'plamdan bitta w son $f: z \rightarrow w$ va F to'plamdan olingan bunday w songa bitta ζ Son $(\varphi: w \rightarrow \zeta)$ mos qo'yiladi;

$$z \xrightarrow{f} w \xrightarrow{\varphi} \zeta$$

Demak, E to'plamdan olingan har bir z ga bitta $\zeta (\zeta \in C)$ son mos qo'yilib, $z \rightarrow \zeta$ funksiya hosil bo'ladi. Bunday funksiya murakkab funksiya deyiladi va

$$\zeta = \varphi(f(z))$$

kabi belgilanadi. $w = f(z)$ funksiya E to'plamda berilgan bo'lib, F esa shu funksiya qiymatlaridan tuzilga to'plam bo'lsin.

$$F = \{f(z) : z \in E\}$$

F to'plamdan olingan har bir w songa E to'plamda bitta z son mos qo'yilishini ifodalovchi funksiya $W = f(z)$ funksiyaga nisbatan teskari funksiya deyiladi va

$$z = f^{-1}(w)$$

kabi belgilanadi.

Faraz qilaylik $W = f(z)$ funksiya E to'plamda berilgan bo'lsin,

Ta'rif. Agar z argumentning E to'plamdan olingan turli qiymatlarida $f(z)$ funksiyaning mos qiymatlari ham turlicha bo'lsa, boshqacha aytganda $f(z_1) = f(z_2)$

tenglikdan $z_1 = z_2$

tenglik kelib chiqsa $f(z)$ funksiya E to'plamda bir yaproqli funksiya deyiladi

3 §.

Funksiya limiti.

Faraz qilaylik, $w = f(z)$ funksiya $E (E \subset C)$

to'plamda berilgan bo'lib, z_0 nuqta E to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

Ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsaki z argumentning

$$0 < |z - z_0| < \delta$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarda

$$|f(z) - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, A ko'mpleks son $f(z)$ funksiyaning $z \rightarrow z_0$ dagi limiti deb ataladi va $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$

kabi belgilanadi.

Ta'rif: Agar $\forall M > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(M) > 0$ son topilsaki, z argumentning

$$0 < |z - z_0| < \delta$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarida

$$|f(z)| > M$$

tengsizlik bajarilsa, $z \rightarrow z_0$ dagi $f(z)$ funksiyaning limiti ∞ deyiladi.

Aytaylik $z = \infty$ nuqta E to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

Ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\rho = \rho(\varepsilon) > 0$ son topilsaki, z argumentning

$$|z| > \rho$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarida

$$|f(z) - A| > \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, A kompleks son $f(z)$ funksiyaning $z \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = A$$

kabi belgilanadi.

$$z = x + iy$$

$$z_0 = x_0 + iy_0$$

$$A = \alpha + i\beta$$

deb, so'ng

$$w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

ekanligini e'tiborgaolib, $z \rightarrow z_0$ da $f(z)$ funksiyaning A limitga ega bo'lishi

$x \rightarrow x_0, y \rightarrow y_0$ da $u(x, y)$ hamda $v(x, y)$ funksiylarning mos ravishda

α va β limitga ega bo'lishiga ekvivalent ekanligini ifodalovchi teoremani keltiramiz.

Teorema: $w = f(z)$ funksiyaning $z \rightarrow z_0$ da A limitga

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$$

Ega bo'lishi uchun

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = \alpha, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = \beta$$

bo'lishi zarur va yetarli.

Isboti: z a r u r i y l i g i. Aytaylik

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$$

bo'lsin. Limit ta'rifiga binoan $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topiladiki, z argumentning

$$0 < |z - z_0| < \delta$$

Tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarida

$$|f(z) - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajariladi.

Ravshanki,

$$|z - z_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$f(z) - A = [u(x, y) - \alpha] + i[v(x, y) - \beta]$$

bo'lib,

$$|z - z_0| < \delta$$

bo'lishidan

$$|x - x_0| < \delta, \quad |y - y_0| < \delta$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Ikkinchi tomondan quyidagi

$$|u(x, y) - \alpha| = |\operatorname{Re}(f(z) - A)| \leq |f(z) - A| < \varepsilon,$$

$$|v(x, y) - \beta| = |\operatorname{Im}(f(z) - A)| \leq |f(z) - A| < \varepsilon$$

Tengsizliklar o'rinli bo'ladi. Demak, $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topiladiki,

$$|x - x_0| < \delta, \quad |y - y_0| < \delta$$

bo'lganda

$$\begin{aligned} |u(x, y) - \alpha| &< \varepsilon \\ |v(x, y) - \beta| &< \varepsilon \end{aligned}$$

tengsizliklar bajariladi. Bu esa

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = \alpha, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = \beta$$

ekanligini bildiradi.

Y e t a r l i l i g i :

Aytaylik,

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = \alpha$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = \beta$$

bo'lsin. Limit ta'rifiga asosan, $\forall \varepsilon > 0$ olinganda ham, $\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$ ga ko'ra

shunday $\delta_0 > 0$ son topiladiki,

$$|x - x_0| < \delta_0,$$

$$|y - y_0| < \delta_0$$

tengsizliklarni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy x, y da

$$|u(x, y) - \alpha| < \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

$$|v(x, y) - \beta| < \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

Shuningdek tengsizliklar bajariladi. Bu tengsizliklardan foydalanib, topamiz

$$\begin{aligned} |f(z) - A| &= |u(x, y) + iv(x, y) - (\alpha + i\beta)| = |(u(x, y) - \alpha) + i(v(x, y) - \beta)| = \\ &= \sqrt{(u(x, y) - \alpha)^2 + (v(x, y) - \beta)^2} < \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\varepsilon^2}{2}} = \varepsilon \end{aligned}$$

Demak, $\lim_{z \rightarrow Z_0} f(z) = A$.

Teorema isbot bo'ldi.

Yuqorida keltirilgan teorema ko'mpleks o'zgaruvchili funksiyaning limitini o'rganishni haqiqiy o'zgaruvchili funksiylarning limitini o'rganishga keltirishni ifodalaydi. Ma'lumki, "Marematikanaliz" kursidan haqiqiy o'zgaruvchili funksiya limiti batafsil o'rganilgan. Shuni e'tiborga olib, ko'mpleks o'zgaruvchili funksiya limiti haqidagi tasdiqlarning ayrimlarini keltirish bilan kifoyalanamiz.

Aytaylik, $f(z)$ hamda $g(z)$ funksiylar E to'plamda $E \in C$ berilgan bo'lib, Z_0 nuqtada E to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

Agar

$$\lim_{z \rightarrow Z_0} f(z) = A, \quad \lim_{z \rightarrow Z_0} g(z) = B$$

bo'lsa, u holda

$$\lim_{z \rightarrow Z_0} [f(z) \pm g(z)] = A \pm B$$

$$\lim_{z \rightarrow Z_0} [f(z) \cdot g(z)] = A \cdot B$$

bo'ladi.

4§.

Funksionalning uzluksizligi.

Faraz qilaylik $w = f(z)$ funksiya E to'plamda berilgan bo'lib, nuqtada shu $E(E \subset C)$ to'plamning limit nuqtasibo'lsin.

Ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsaki, z argumentning

$$|z - z_0| < \delta$$

Tengsizligini qanoatlantiruvchi barcha $z \in E(E \subset C)$ qiymatlarida

$$|f(z) - f(z_0)| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz deb ataladi .

Odatda,

$$z - z_0$$

Ayirma funksiya argumentining orttirmasi deyiladi va Δz kabi belgilanadi:

$$\Delta z = z - z_0$$

Ushbu $f(z) - f(z_0)$

ayirma esa, funksiya orttirmasi deyiladi, uni Δf kabi belgilanadi .

Shu tushunchalardan foydalanib, funksiyaning nuqtada uzluksizligini quyidagicha ham ta'riflash mumkin.

Ta'rif: Agar $\Delta z \rightarrow 0$ da Δf ham nolga intilsa,

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \Delta f = 0$$

$f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz deyiladi

Ta'rif: Agar $f(z)$ funksiya E to'plamning har bir nuqtasida uzluksiz bo'lsa, $f(z)$ funksiya E to'plamda uzluksiz deyiladi.

Misol: Ushbu

$$f(z) = \frac{1}{z} \quad (z \neq 0)$$

funksiyaning ixtiyoriy $z_0 \in C \ (z_0 \neq 0)$ nuqtada uzluksiz bo'lishini ko'rsating.

$\forall z_0 \in C$ nuqtani ($z \neq 0$) olaylik. Bu nuqtaga Δz ortirma berib, funksiya

$$\text{orttirmasini topamiz: } \Delta f = f(z_0 + \Delta z) - f(z_0) = \frac{1}{z_0 + \Delta z} - \frac{1}{z_0} = \frac{-\Delta z}{z_0(z_0 + \Delta z)}$$

$$\text{Ravshanki, } \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \Delta f = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{-\Delta z}{z_0(z_0 + \Delta z)} = 0$$

Demak, berilgan funksiya $\forall z_0 \in C$ nuqtada ($z \neq 0$) uzluksiz bo'ladi.

Aytaylik, $w = f(z)$ funksiya nuqtada uzluksiz bo'lsin:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0)$$

so'ng

$$z = x + iy$$

$$z_0 = x_0 + iy_0$$

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

deylik.

Ushbu mavzuda keltirilgan 1 teoremaga ko'ra

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0)$$

munosabat

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = u(x_0, y_0)$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = v(x_0, y_0)$$

Munosabat ekvivalent bo'ladi .Bundan esa quyidagi teorema kelib chiqadi

Teorema: $w = f(z)$ funksiyaning z_0 nuqtada uzluksiz bo'lishi uchun

$$\operatorname{Re} f(z) = u(x, y)$$

$$\operatorname{Im} f(z) = v(x, y)$$

Funksiyaning (x_0, y_0) nuqtada uzluksiz bo'lishi zarur va yetarli.

Demak , ko'mpleks o'zgaruvchili $f(z)$ funksiyaning z_0 nuqtada uzluksiz bo'lishi,

ikki haqiqiy o'zgaruvchili $\begin{matrix} \operatorname{Re} f(z) = u(x, y) \\ \operatorname{Im} f(z) = v(x, y) \end{matrix}$

funksiyalarning (x_0, y_0) nuqtada uzluksiz bo'lishiga ekvivalent bo'lar ekan.

Bundan, haqiqiy o'zgaruvchili uzluksiz funksiyalar haqidagi tasdiqlar ko'mpleks o'zgaruvchili uzluksiz funksiyalar ham o'rinli bo'lishi kelib chiqadi.

Jumladan, quyidagi tasdiqlar o'rinlidir:

1) $f(z)$ hamda $g(z)$ funksiyalar z_0 nuqtada uzluksiz bo'lsa,

$$f(z) \pm g(z), \quad f(z) \cdot g(z), \quad \frac{f(z)}{g(z)} \quad g(z) \neq 0$$

funksiyalar ham z_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

- 1) Agar $f(z)$ funksiya yopiq $\bar{D}$ to'plamda uzluksiz bo'lsa, funksiya $\bar{D}$ da chegaralangan bo'ladi, ya'ni shunday o'zgarmas $M (M \in \mathbb{C})$ son mavjudki, $\forall z \in \bar{D}$ uchun

$$|f(z)| \leq M$$

bo'ladi.

- 2) Agar $f(z)$ funksiya yopiq $\bar{D}$ to'plamda uzluksiz bo'lsa, funksiya moduli $\bar{D}$ da o'zining aniq yuqori hamda aniq quyi chegaralariga erishadi, ya'ni $z_1, z_2 \in \bar{D}$ nuqtalar topildiki, $z \in \bar{D}$ uchun

$$|f(z)| \leq |f(z_1)|,$$

$$|f(z)| \geq |f(z_2)|$$

bo'ladi.

- 3) Agar $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz bo'lsa, $|f(z)|$ funksiya ham shu z_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

5 §.

Liuvill teoremasi.

Agar $f(z)$ funksiya tekislikning barcha nuqtalarida analitik va chegaralangan bo'lsa, u funksiya o'zgarmas son dan iboratdir.

Izoh:

Agar $f(z)$ funksiyaning darajali qatoriga yoyganda u qator tekislikning barcha nuqtalarida yaqinlashuvchi bo'lsa, $f(z)$ **Butun funksiya** deyilar edi. Demak, Liuvill teoremasiga ko'ra, agar butun funksiya chegaralangan bo'lsa, u o'zgarmas bo'ladi.

Isbot: Golomorf funksiyaning xossasiga ko'ra $f(z)$ funksiya

$$|z - a| < \rho$$

Doirada

$$z - a$$

ning darajalari bo'yicha Teylor qatoriga yoyiladi

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} C_n (z - a)^n \text{ bunda}$$

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi$$

Koshi tengsizligiga binoan $|f(z)| \leq M$ bo'lgani uchun va

$f(z) \in \mathcal{H}(C)$ ekanidan bu tengsizlikda ρ ni istaganicha katta qilib olish mumkin.

SHuning uchun $n=1, 2, 3, \dots$ bo'lganida

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{M}{\rho^n} = 0$$

bo'ladi. Ayni paytda Koshi tengsizligining chap tomoni ρ gabog'liq emas.

Binobarin $n=1, 2, 3, \dots$ bo'lganda $C_n = 0$ ($n=1, 2, 3, \dots$) bo'ladi. Demak, C da

$$f(z) = C_0 \quad (C_0 = \text{const})$$

Xulosa.

Ushbu kurs ishida butun funksiyalar, golomorf funksiyalar, ko'mpleks o'zgaruvchili funksiyalar haqida o'rganildi..

Demak, Agar $f(z)$ funksiyani darajali qatorga yoyganda u qator tekislikning barcha nuqtalarida yaqinlashuvchi bo'lsa, $f(z)$ **Butun funksiya** deyiladi.

Ko'mpleks o'zgaruvchili funksiya haqida esa quyidagini bilib oldim: : Agar E to'plamdagi xar bir z kompleks songa biror f qoida yoki qonunga ko'ra bitta w kompleks son mos qo'yilgan bo'lsa, w to'plamda funksiya berilgan deyiladi va u $f:z \rightarrow w$ yoki $w = f(z)$ kabi belgilanadi. Bunda E funksionalning aniqlanish toplami, z erkli o'zgaruvchi yoki funksiya argumenti f esa z o'zgaruvchining funksiyasi deyilar ekan.

Funksiyaning uzluksizligi esa quyidagicha bo'ladi.

Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsaki, z argumentning

$$|z - z_0| < \delta$$

Tengsizligini qanoatlantiruvchi barcha $z \in E (E \subset C)$ qiymatlarida

$$|f(z) - f(z_0)| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz deb ataladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. T.Jo'rayev, A.Sadullayev, G.Xudayberganov, H.Mansurov, A. Vorisov. Oliy matematika asoslari. 1- tom, Toshkent, "O'zbekiston" 1995.
2. T.Azlarov, H. Mansurov, Matematik analiz. 2-tom, Toshkent, "O'qituvchi" 1994
3. Sh. Maqsudov, M. Salohiddinov, S. Sirojiddinov. Ko'mpleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi. Toshkent, "O'qituvchi", 1996
4. Б. В.Шабат. Введение в комплексный анализ. 1-часть. М: Наука, 1982.