

Trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechishning bir necha usullari

Xushmatova Nilufar

QVXTXQTMOI o'qituvchisi

Trigonometrik funksiyalar

UO'T DTS da 8-sinf geometriya dasturida to'g'riburchakli uchburchakda tomonlar bilan burchaklar orasidagi munosabatlar 14 soat, 9-sinf algebra dasturida trigonometriya elementlariga 31 soat ajratilgan.

Trigonometrik funksiyalar qadimgi Gretsiyada astronomiya va geometriyadagi tekshirishlar bilan bog'liq holda paydo bo'ldi. Bizning eramizgacha bo'lgan III asrda Arximed, Appolloniya Pergskogo, Yevklid va boshqalarning ishlarida uchragan bo'lib, trigonometrik funktsiyani aniqlanishga to'g'riburchakli uchburchakning tomonlarini nisbatidan iboratdir. Trigonometrik funksiyalar nazariyasining hozirgi zamon shaklini va umuman trigonometriyani L.Eyler ta'riflagan. U trigonometrik funksiyalarni ta'rifini va hozirgi kundagi belgilashlarni kiritgan.

Trigonometrik funksiyalar (grekcha so'z trigonon- «uchburchak» va metreo – «o'lchayman»)-funksiyalarning eng muhim sinflaridan biridir.

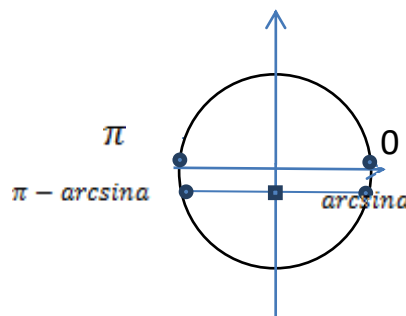
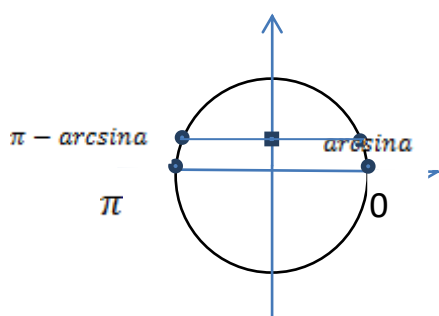
Trigonometrik funksiyalar qatnashgan tenglamalar trigonometrik tenglamalar deyiladi.

Eng sodda trigonometrik tenglamalar

$\sin x = a$ tenglama

Bilamizki, har qanday x uchun $\sin x \in [-1; 1]$. Shuning uchun, $\sin x = a$ tenglama $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, ya'ni $|a| > 1$ bo'lganda yechimga ega emas.

Aytaylik, $|a| \leq 1$ bo'lsin. Aylanada sinusi a bo'lgan nuqtalarni belgilaymiz.



Chizmadan ko'rinadiki, $\sin x = a$ tenglama $|a| < 1$ da ikkita asosiy yechimga ega. Ular:

$$x_1 = \arcsin a, \quad x_2 = \pi - \arcsin a.$$

$P_\alpha = P_{\alpha+2\pi k}, k \in \mathbb{Z}$, bo'lganligidan $x_1 = \arcsin a$ yechimdan

$$x_1 = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$x_2 = \pi - \arcsin a$ yechimdan esa

$$x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$$

yechimlar o'lasini hosil qilamiz. Yechimlarni

$$x_1 = \arcsin a + 2\pi k, x_2 = -\arcsin a + (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z},$$

ko'rinishda ham yozish mumkin.

Bu yechimlarni o'xshash ko'rinishga keltirib olamiz:

$$x_1 = (-1)^{2k+1} \arcsin a + (2k+1)\pi,$$

bu yerda $k \in \mathbb{Z}$ lekin, $2k$ va $2k+1$ sonlar $k \in \mathbb{Z}$ da barcha butun sonlarni

ifodalagani uchun ularni umumiy $n \in \mathbb{Z}$ bilan almashtirish mumkin:

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Shunday qilib, $\sin x = a$ tenglama $|a| > 1$ da yechimga ega emas, $|a| \leq 1$ da esa yechimlari $(-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$, formula bilan beriladi.

Misol. 1) $\sin x = \frac{2}{7}$ tenglamaning yechimi

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{2}{7} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

2) $\sin x = -\frac{1}{2}$ tenglama yechimi

$$x = (-1)^n \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n$$

$$x = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$\sin x = 0$ tenglamaning yechimi aylananing ikkita nuqasidan iborat:

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$\sin x = \sin y$ tenglamani qaraylik. Bevosita $\sin x = a$ tenglamaning yechimidan

$$\sin x = \sin y \Leftrightarrow x = (-1)^n y + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

hosil bo'ladi.

Misol. $\sin x = \sin 3x$ tenglamani yeching.

Formulaga ko'ra,

$$x = (-1)^n 3x + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Lekin, $n \in \mathbb{Z}$ bo'lganda

$$x = (-1)^n 3x + \pi n$$

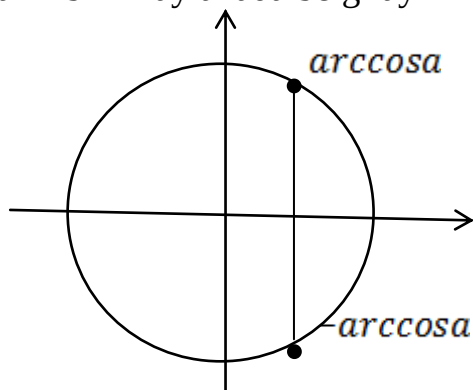
$$\begin{cases} x = 3x + 2\pi k, \text{ bunda } k = 2n \\ x = -3x + \pi + 2\pi k, \text{ bunda } k = 2n + 1 \end{cases}, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\begin{cases} x = \pi k \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$\cos x = a$ tenglama

$|a| > 1$ da $\cos x = a$ tenglama yechimga ega emas.

$|a| \leq 1$ bo'lgan nuqtalarni birlik aylanada belgilaymiz.



Demak, $\cos x = a$ tenglama ikkita

$$x_1 = \arccos a$$

va

$$x_2 = -\arccos a$$

ildizlarga ega. $P_\alpha = P_{\alpha+2\pi k}, k \in Z$, ga ko'ra tenglama ildizlari

$$x_1 = \arccos a + 2\pi k, k \in Z,$$

hamda

$$x_2 = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z.$$

Ularni birgalikda

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z,$$

ko'rinishda yoziladi.

Misol. 1) $\cos x = \frac{2}{3}$ tenglama ildizi

$$x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2\pi k, k \in Z.$$

2) $\cos x = -\frac{1}{2}$ tenglama ildizi

$$x = \pm \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z.$$

$\cos x = \cos y$ tenglamani qaraylik. $\cos x = a$ tenglamaning yechimidan

$$\cos x = \cos y \Leftrightarrow x = \pm y + 2\pi k, k \in Z.$$

Misol. $\cos x = \cos 3x$ tenglamani yeching.

Bilamizki,

$$x = \pm 3x + 2\pi k, k \in Z.$$

Demak,

$$x = \pm 3x + 2\pi k \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3x + 2\pi k \\ x = -3x + 2\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k \\ x = \frac{\pi}{2} k \end{cases}, k \in Z.$$

**Trigonometrik tenglamalarni ko'paytuvchilarga ajratish yo'li bilan
tenglamani yechish**

Misol. $2 \cos x \cos 2x = \cos x$ tenglamani yeching.

Yechish.

$$\cos x(2 \cos 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2 \cos 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Javob: $\frac{\pi}{2} + n\pi, \pm \frac{\pi}{6} + \pi k \ (k, n \in \mathbb{Z})$

a) $\sqrt{2} \cos^2 7x - \cos 7x = 0$

b) $2 \sin x + \operatorname{tg} x = 0$

v) $3 \cos x - \operatorname{ctg} x = 0$

Kvadrat tenglamaga keltiriladigan tenglamalarni yechish.

Misol. $3 \cos^2 x - 10 \cos x + 3 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. $\cos x = t, 3t^2 - 10t + 3 = 0, t_1 = \frac{1}{3}, t_2 = 3$

$t_2 = 3$ qiymat shartni qanoatlantirmaydi, chunki $|\cos x| \leq 1$

Bundan $\cos x = \frac{1}{3}$; $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Javob: $\pm \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi n, (n \in \mathbb{Z})$

Bir jinsli va unga keltiriladigan tenglamalarni yechish.

$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + a_2 \sin^{n-2} \cos^2 x + \dots + a_{n-1} \sin x \cos^{n-1} x + a_n \cos^n x = 0,$
 $a_0, a_1, \dots, a_n$ – haqiqiy sonlar,

$\cos x$ nisbatan bir jinsli deyiladi. $\cos \neq 0$ da

$a_0 \operatorname{tg}^n x + a_1 \operatorname{tg}^{n-1} x + \dots + a_n = 0$ tenglamaga ekvivalentdir.

Misol. Tenglamani yeching

$6 \sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x = 3.$

Yechish.

$$6 \sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x - 3(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$3 \sin^2 x - \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

tenglamani yechimi emas va

$$\cos x \neq 0,$$

$$3\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 4 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = -1, x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \quad \text{va } \cos x \neq 0$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{4}{3}, x = \operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Javob: } -\frac{\pi}{4} + n\pi, \operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) + \pi k, (k, n \in \mathbb{Z})$$

Trigonometrik funksiyalar yig'indisini ko'paytmaga keltirish yordamida tenglamani yechish.

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

6-misol. $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$ tenglamani yeching.

$$\text{Yechish: } \cos 3x + (\sin 2x - \sin 4x) = 0$$

$$\cos 3x + (-2 \sin x \cos 3x) = 0$$

$$\cos 3x(1 - 2 \sin x) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}, x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, x = (-1)^{\frac{\pi}{6}} + \pi k, (n, k \in \mathbb{Z}).$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, (k \in \mathbb{Z}) \text{ yechimlar to'plami to'laligicha}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} (n \in \mathbb{Z}) \text{ yechimlar to'plamida saqlanadi}$$

$$\text{Javob: } \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, (n \in \mathbb{Z})$$

Darajani pasaytirish yordamida tenglamani yechish.

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Misol. $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$ tenglamani yeching.

Yechish.

$$\frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1-\cos 4x}{2} = 1 \Rightarrow \cos 2x + \cos 4x = 0 \Rightarrow 2\cos 3x \cos x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Rightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + \pi m, x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} n, n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Javob: } x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, (n \in \mathbb{Z})$$

Ikkilangan va uchlangan argumentlar formulasini qo'llash yordamida tenglamani yechish.

$$\text{a) } \sin 2x = \sqrt{2} \cos x$$

$$\text{b) } 2\sin \frac{x}{2} \cos^2 x - 2\sin \frac{x}{2} \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

$$\text{v) } \sin x - 2\cos 2x = 1$$

$$\text{g) } \cos 2x - 3\cos x = 4\cos^2 \frac{x}{2}$$

$$\text{a) } \sin \frac{2}{3}x = \frac{1}{2} \text{ tenglamani yeching.}$$

Yechish. Bu tenglamani yechimi

$$\text{iborat } \frac{2}{3}x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + n\pi, \frac{2}{3}x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{K}: x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{b) } \sin \frac{3}{4}x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\left(x = (-1)^n \frac{4}{9}\pi + \frac{4}{3}n\pi, n \in \mathbb{Z} \right)$$

$$\text{v) } \sin \frac{4\pi}{x^2} = 1$$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4n+1}}, n \in \mathbb{N}_0$$

$$\text{g) } \sin \sqrt{\frac{\pi}{x}} = 0, \left(x = \frac{1}{k^2\pi}, k \in \mathbb{N} \right)$$

2) $\cos x = a$ ko'rinishdagi tenglama

$$\text{a) } \cos(1-2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(2x-1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, 2x-1 = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2n\pi,$$

$$2x-1 = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2n\pi, 2x = 1 \pm \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2n\pi,$$

$$2x = 1 \pm \frac{3\pi}{4} + 2n\pi, x = \frac{1}{2} \pm \frac{3\pi}{8} + n\pi, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathcal{K}: x = \frac{1}{2} \pm \frac{3\pi}{8} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$\operatorname{tg} x = a, a \in \mathbb{R}$ ko'rinishdagi tenglama

$$\operatorname{tg} \frac{2}{3x} = -1$$

$$\operatorname{tg} \frac{2}{3x} = -1, \frac{2}{3x} = \operatorname{arctg}(-1) + n\pi, \frac{2}{3x} = -\operatorname{arctg} 1 + n\pi,$$

$$\frac{2}{3x} = -\frac{\pi}{4} + n\pi, \frac{2}{3x} = (4n-1)\frac{\pi}{4}, \frac{1}{x} = (4n-1)\frac{3\pi}{8},$$

$$x = \frac{8}{(4n-1)3\pi}, n \in \mathbb{Z}$$

$\operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R}$ ko'rinishidagi tenglama

$$\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}, 3x = \operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + n\pi, 3x = \pi - \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} + n\pi,$$

$$3x = \pi - \frac{\pi}{3} + n\pi, 3x = \frac{2}{3}\pi + n\pi, 3x = (3n+2) \cdot \frac{\pi}{3}, x = (3n+2) \cdot \frac{\pi}{9}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{K}: x = (3n+2) \cdot \frac{\pi}{9}, n \in \mathbb{Z}$$

Eslatma: Qaralgan barcha holler uchun mustaqil bajarishga doir topshiriqlar javoblari bilan berilgan. Ushbu topshiriqlardan test materiallari sifatida ham bimalol foydalanish mumkin.

9-SINF

Fan: Geometriya

Mavzu: O'tkir burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi.

Darsning ta'limiy maqsadi: O'quvchilarga o'tkir burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi haqida tushuncha berish. O'tkir burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi ta'riflaridan er ustida o'lchash ishlarida foydalanishni o'rgatish.

Darsning tarbiyaviy maqsadi: O'quvchilarning o'tkir burchak sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi to'g'risidagi bilimlari va dunyoqarashlarini shakllantirish.

Darsning rivojlantiruvchi maqsadi: O'quvchilarning bilimlarini zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida boyitish, mustaqil fikrlashga undash, mustaqil ishlashga o'rgatish, nutq va madaniyatini rivojlantirish.

Dars turi: Ma'ruza, amaliyot va suhbat asosida interfaol usullardan foydalanib yangi bilimlarni o'rganish.

Kutilayotgan natija: a) O'qituvchidan: yangi texnologik usullarni qo'llash; mavzu bo'yicha maqsadni tushuntirish; o'quvchilarda qiziqish uyg'otish; o'quvchilar bilimini shakllantirish.

b) O'quvchilardan: o'tkir burchak sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi haqida ma'lumotga ega bo'lish; ulardan er ustida o'lchash ishlarinida foydalanishni qo'llay bilish; mavzuga taalluqli barcha ma'lumotlarni qiziqish bilan qabul qilish.

Dars jihozi: Kodoskop, rangli ko'rgazmali qurollar, ko'rgazmali slaydlar.

Darsning texnologik xaritasi.

Mashg'ulotning bosqichlari		Vaqt	Mashg'ulotning mazmuni	Ta'lim texnologiyasi elementlari		
				Usul	Shakl	Vosita
Kirish		3	a) Salomlashish b) Davomatni aniqlash. v) Sinf tozaligini na-zorat qilish.	Suhbat	Jamoa	Doska, bo`r
ASOSIY QISM	O`tilgan mavzu	10	«Ko`pburchaklar o`xshashli-gi» mavzusi bo`yicha «Kichik guruhlarda ish-lash» usulidan foydalanib so`rash va baholash.	Noan`ana-viy	Kichik guruhlar	Topshiriq-lar yozilgan kartochkalar
		2	O`tilgan mavzuni xulosa-lash. O`qituvchi o`quvchilar bilan birgalikda o`tilgan mavzu yuzasidan xulosa chiqarish.	Suhbat	Jamoa	
	Yangi mavzu	15	«O`tkir burchak sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi» mavzusini kodoskop, rangli ko`rgaz-malar va slaydlardan foydalanib tushuntirish.	Ma`ruza	Jamoa	Doska, kodoskop, rangli ko`rgazma va slaydlar
		5	Darsni mustahkamlash. «Bahs-munozara» usuli asosida darsni tashkil etish.	Interfaol	Jamoa	Doska, bo`r
		5	O`quvchilar bilimini charxlash. «Boshqotirma» va «Aql charxi» usulidan foydalanish.	O`yinli	Induktiv	Doska, boshqotirmali plakatlar
	Yakuniy qism	5	Bajarilgan ishlarni baholash va umumlash-tirish. Faol o`quvchilarni rag`batlantirish. O`tilgan mashg`ulot bo`yicha o`quvchi-larning fikr-mulohazalarini tinglash. Uy vazifasi berish.	Muhokama	Jamoa	

I. Tashkiliy qism.

Darsning boshlanishida o`quvchilar bilan salomlashish, davomatni aniqlash va tozalikni tekshirish ishlari amalga oshiriladi.

II. Asosiy qism.

2.1. O`tilgan mavzuni mustahkamlash. «Ko`pburchaklar o`xshashligi» mavzusi bo`yicha guruhlariga savollar bo`lib berish. (Kichik guruhlarda ishlash» usuli bo`yicha).

«Kichik guruhlarda ishlash» usuli orqali sinfdagi o`quvchilar to`rtta guruhga bo`linadi. Har bir guruhga o`tilgan «Ko`pburchaklar o`xshashligi» mavzusi to`rtta qismga ajratilgan holda savol qilib beriladi. Har bir guruh savollar bilan tanishgach, qisqa fursat ichida o`zaro kelishib o`z guruhining taqdimotini o`tkazib berishlari lozim bo`ladi.

«KICHIK GURUHLARDA ISHLASH» usuli:

Kichik guruhlarda ishlash -o`qituvchi tomonidan berilgan ma`lum bir topshiriqni hamkorlikda bajarish uchun o`quvchilarni kichik guruhlariga ajratib, berilgan topshiriqning echish yo`llarini ishlab chiqishni taqozo etuvchi usulddir. Ushbu usul qo`llanilganda o`quvchi kichik guruhlarda ishlab, darsda faol ishtirok etish huquqiga, boshlovchi rolida bo`lishga, bir-biridan o`rganishga va turli nuqtai-nazarlarni qadrlash imkoniga ega bo`ladi.

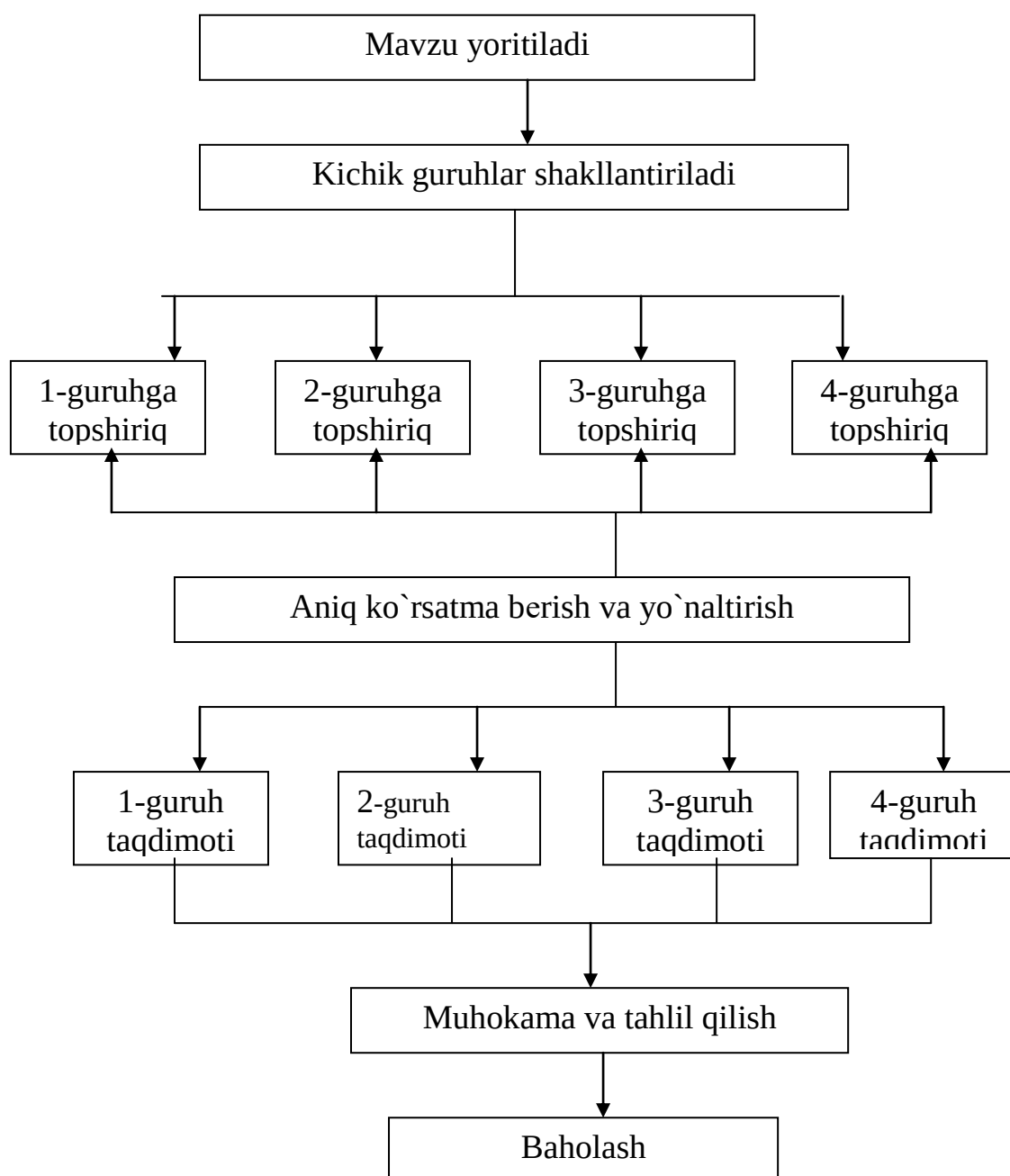
Kichik guruhlarda ishlash metodi qo`llanilganda o`qituvchi boshqa noan`anaviy metodlarga qaraganda vaqtni tejash imkoniyatiga ega bo`ladi. Chunki o`qituvchi bir vaqtning o`zida barcha o`quvchilarni mavzuga jalb eta oladi va baholay oladi.

«Kichik guruhlarda ishlash» usulini qo`llash bosqichlari:

1. Faoliyat yo`nalishi aniqlanadi. Muammodan bir-biriga bog`liq bo`lgan masalalar belgilanadi.
2. Kichik guruhlar belgilanadi. O`quvchilar guruhlariga 3-5 kishidan bo`linishlari mumkin.
3. Kichik guruhlar topshiriqni bajarishga kirishadilar.
4. O`qituvchi tomonidan aniq ko`rsatmalar beriladi va o`qituvchi tomonidan yo`naltirib turiladi.
5. Kichik guruhlar taqdimot qiladilar.

6. Bajarilgan topshiriqlar muhokama va tahlil qilinadi.
7. Kichik guruhlar baholanadi.

«Kichik guruhlarda ishlash» usulining tarkibiy tuzilmasi



Guruhlarga beriladigan savollar:

1-savol. Uchburchaklar o'xshashligining birinchi alomati.

2-savol. Uchburchaklar o'xshashligining ikkinchi alomati.

3-savol. Uchburchaklar o'xshashligining uchinchi alomati.

4-savol. O'xshash ko'pburchaklarning xossalari. Gomotetiya va o'xshashlik.

Har bir guruh a'zolaridan bir nafari savollardan birini tanlaydi va guruhi bilan birgalikda muhokama qilib, javob tayyorlaydi. Har bir guruh ko'rgazmalar asosida o'ziga tegishli savol javobini yoritib berishadi, ya'ni taqdimot o'tkazishadi.

2.2. O'tilgan mavzuni xulosalash. Guruhlarning javoblari umumlashtirilib, «O'xshash ko'pburchaklar» mavzusi bo'yicha o'quvchilarning javoblari o'qituvchi tomonidan to'ldiriladi va o'quvchilar bilimi baholanadi. Shundan so'ng o'qituvchi tabiatdagi mavjud o'xshash geometrik shakllar, ularning xossalari hamda amaliyotda qo'llanilishi xaqida tushuncha berib, o'tilgan mavzuni xulosalaydi.

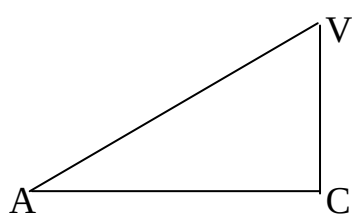
2.3. Yangi mavzu bayoni.

1. To'g'ri burchakli uchburchakning asosiy elementlari.

2. O'tkir burchak sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi ta'rifi.

O'xshash to'g'ri burchakli uchburchaklar o'tkir burchaklari sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi xaqidagi teorema.

To'g'ri burchakli ABC uchburchakda $\angle C = 90^\circ$ bo'lsa, AB tomon gipotenuza, BC tomon – A burchak qarshisidagi katet, AC tomon esa A burchakka yopishgan katet deyiladi.



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB}, \quad \cos \alpha = \frac{AC}{AB}$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{AC}{BC}$$

To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchagining sinusi deb shu burchak qarshisidagi katetning gipotenuzaga nisbatiga aytiladi.

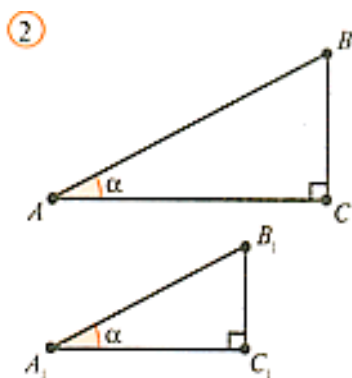
To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchagining kosinusi deb shu burchakka yopishgan katetning gipotenuzaga nisbatiga aytiladi.

To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchagining tangensi deb shu burchak qarshisidagi katetning yopishgan katetga nisbatiga aytiladi.

To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchagining kotangensi deb shu burchakka yopishgan katetning qarshisidagi katetga nisbatiga aytiladi.

α burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi mos ravishda $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ va $\operatorname{ctg} \alpha$ shaklida belgilanadi hamda «sinus alfa», «kosinus alfa», «tangens alfa», «kotangens alfa» kabi o'qiladi.

$$\begin{aligned} 1. \left. \begin{aligned} \frac{\sin A}{\cos A} &= \frac{BC}{AB}, \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC} \\ \operatorname{tg} A &= \frac{BC}{AC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A} \quad 2. \left. \begin{aligned} \frac{\cos A}{\sin A} &= \frac{AC}{AB}, \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC} \\ \operatorname{ctg} A &= \frac{AC}{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{ctg} A = \frac{\cos A}{\sin A} \\ 3. \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{ctg} A &= \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{BC} = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{ctg} A = 1. \end{aligned}$$



Teorema. Bir to'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchagi ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchagiga teng bo'lsa, bu o'tkir burchaklarning sinuslari (kosinuslari, tangenslari va kotangenslari) ham teng bo'ladi.

Isboti: To'g'ri burchakli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda ($\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$) $\angle A = \angle A_1$ bo'lsin. U holda ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar uchburchaklar o'xshashligining birinchi alomatiga ko'ra o'xshash bo'ladi. Shuning uchun,

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}. \text{ Bu tengliklardan } \frac{BC}{AB} = \frac{B_1C_1}{A_1B_1} \text{ yoki } \sin A = \sin A_1 \text{ ekanligini}$$

topamiz.

Bu o'tkir burchaklarning kosinusi, tangensi va kotangenslari ham teng bo'lishi yuqoridagiga o'xshash isbotlanadi. Teorema isbotlandi.

Masala. ABC uchburchakda $\angle S = 90^\circ$, $AS = 8 \text{ sm}$, $VS = 15 \text{ sm}$ bo'lsa, uning B burchagi sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensini toping.

Yechilishi. Pifogor teoremasidan foydalanib, uchburchakning gipotenuzasini topamiz:

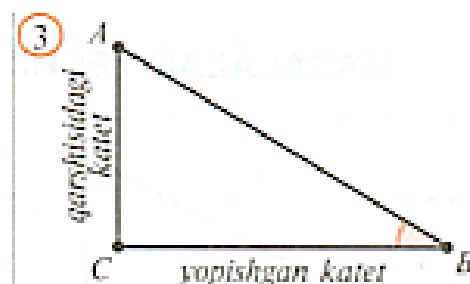
$$AV^2 = AS^2 + VS^2 = 8^2 + 15^2 = 289, AV = 17 \text{ sm}.$$

Uchburchakning B burchagi qarshisidagi katet AC, B burchagiga yopishgan katet esa BC. Unda, ta'rifga ko'ra,

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{17}; \quad \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{15}{17}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{15} \quad \operatorname{ctg} B = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{8}$$

$$\text{Javob: } \frac{8}{17}; \frac{15}{17}; \frac{8}{15}; \frac{15}{8}.$$



2.4. Darsni mustahkamlash.

Darsda o'tilgan mavzuni mustahkamlash uchun interfaol usullardan foydalanish qulay. Buning uchun «Bahs-munozara» usulidan foydalanamiz.

«BAHS-MUNOZARA» usuli

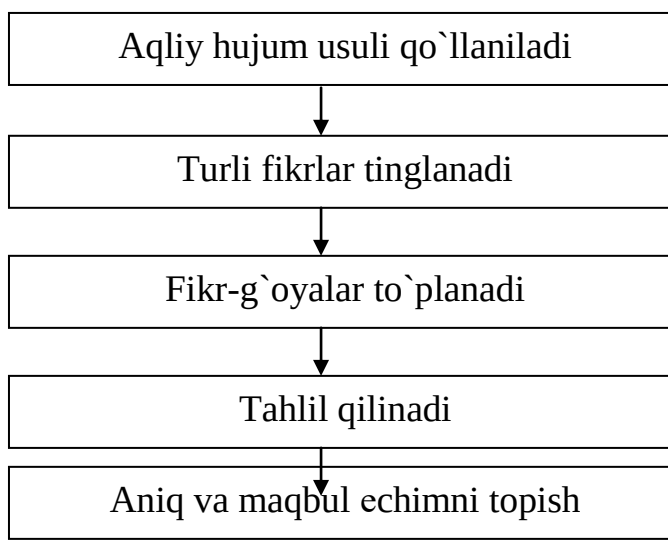
Bahs-munozara-o'quvchilarni ikki guruhga bo'lgan holda, biror mavzu bo'yicha o'zaro bahs, fikr almashinuv tarzida o'tkaziladigan o'qitish usulidir.

Har qanday mavzu va muammolar mavjud bilimlar va tajribalar asosida muhokama qilinishi nazarda tutilgan holda ushbu usul qo'llaniladi. Bahs-munozarani boshqarib borish vazifasini o'quvchilarning biriga topshirish mumkin. Bahs-munozarani erkin holatda olib borish va har bir o'quvchini munozaraga jalb etishga harakat qilish lozim. Ushbu usul olib borilayotganda o'quvchilar orasida paydo bo'ladigan nizolarni darhol bartaraf etishga harakat qilish kerak.

Bahs-munozara usulining afzalliklari:

- o'quvchilarni mustaqil fikrlashga undaydi;
- o'quvchilar o'z fikrining to'g'riligini isbotlashga harakat qiladilar;
- o'quvchilarda eshitish qobiliyatining rivojlanishiga yordam beradi.

«Bahs-munozara» metodining tarkibiy tuzilmasi



Bahs-munozara usulini o`tkazish bosqichlari:

1. O`qituvchi munozara mavzusini tanlaydi va qatnashuvchilarni taklif etadi.
2. O`qituvchi «Aqliy hujum» usulidan foydalanib, o`quvchilarga mavzu bo`yicha savol beradi.
3. O`qituvchi bildirilgan g`oya va fikrlarni yozib borish uchun kotib tayinlaydi. Bu bosqichda o`qituvchi guruh qatnashchilariga o`z fikrini bildirishga sharoit yaratib beradi.
4. Qatnashchilar bildirilgan fikr va g`oyalarni guruhlashtirib, ularni tahlil qilishga o`tishadi.
5. Tahlil orqali qo`yilgan vazifaning eng maqbul yechimini topishga harakat qilinadi.

2.5. O`quvchilar bilimini charxlash.

Yangi mavzuni o`zlashtirishda «O`quvchilar bilimini charxlash» usuli yaxshi natija beradi. Bunda «Boshqotirma» o`yin-mashqidan foydalanish mumkin. Bunda o`tilgan mavzular bo`yicha geometrik tushunchalar yuzasidan quyidagi boshqotirmani topish o`quvchilardan talab qilinadi.

1.									X				
				2.					X				
			3.						X				
							4.		X				
		5.							X				
							6.		X				
	7.								X				
						8			X				
9.									X				

Boshqotirmani echish uchun:

1. Qarama-qarshi tomonlari parallel to`rtburchak;
2. Isbot talab qilinmaydigan jumla;
3. Isbot talab qilinadigan jumla;

4. Tomonlari teng parallelogramm;
5. Tomonlari teng to'g'ri to'rtburchak;
6. To'g'ri chiziqning ikki nuqtasi bilan chegaralangan qismi;
7. Geometriya bo'limlaridan biri;
8. Tekislikning aylana bilan chegaralangan qismi;
9. Er ustida o'lchash bilan shug'ullanuvchi fan;

Izoh: Boshqotirma hal qilingach, «X» katakchalar o'rnida o'xshash almashtirishlardan biri «GOMOTETIYA» so'zi vertikal holatda hosil bo'ladi.

III. Yakuniy qism.

O'qituvchi tomonidan o'quvchilarni baholash.

O'quvchilar tomonidan bajarilgan ishlar o'qituvchi tomonidan umumlashtirilib, faol o'quvchilar rag'batlantiriladi. Yangi o'quvchilarning fikr-mulohazalari tinglanib, umumiy xulosa chiqariladi.

Uyga topshiriq. Maslalani yeching.

1. To'g'ri burchakli ABC uchburchakning AB gipotenuzasi 13 sm ga, AC kateti esa 12 sm ga teng. Uchburchakning A burchagi sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensini toping.
2. Agar ABC uchburchakda $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{60}{61}$ va $AS = 3$ sm bo'lsa, uchburchakning qolgan tomonlarini toping.

