«УТВЕРЖДАЮ»
Директор Института Водных
проблем АН РУз
_____ д.т.н. Махмудов Э.Ж..
«____»_________ 2009 г.

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ
О ВОЗМОЖНОСТИ ОПУБЛИКОВАНИЯ

Экспертная комиссия Института Водных проблем АН РУз, рассмотрев статью Юлдашова А. А., Палуанова Д.Т. Худайкулова С.И. на тему: «Математические проблемы осаждение и возмущение частиц дисперсной смеси» подтверждает, что в материале не содержатся сведения, предусмотренные разделом 3 Положения - 95. На публикацию материала не следует получить разрешение Академии наук Республики Узбекистан, а также других организаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: В результате рассмотрения материалов по существу их содержания комиссия считает, что рассмотренные материалы могут быть представлены в открытой печати, так как в них не содержатся секретные сведения.

Председатель комиссии _______________ д.т.н. Якубов М.А.

Патентовед _______________ к.т.н. Пейдо Л.П.

Инспектор по спец. части ______________ Масалова Н.М.

УДК 532.5 Юлдашов А. А., Худайкулов С.И.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ВОЗМУЩЕНИЯ И ЧАСТИЦ ОСАЖДЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ СМЕСИ

В техники и промышленности рассматриваются задачи об осаждении или подъеме частиц в вязкой жидкости. При этом, практически необходимо учет массопереноса при взаимодействия и взаимопроникания фаз жидкости меж собой. Теории движения многокомпонентных сред позволяет учета основных аспектов взаимодействий фаз с несущей средой (например, вязкая жидкость). В настоящей статье рассматривается осаждения частиц жидкости в одномерной постановке за счет сил тяжести и взаимодействия частиц, в модели многофазных взаимопроникающих сред Х.А. Рахматулина [3]. Предполагается, что над земной поверхности расположен слой вязкой жидкости с различными примесями, моделируются как задача об осаждении солей и мелких наносов в широких водоёмах. Задача неустановившейся и рассматривается одномерной постановке[1,4]. Уравнение вертикальных движений частиц в вязкой жидкости имеет вид:

$$\begin{aligned}\rho_{1i}\left(\frac{\partial w_1}{\partial t}+w_1\frac{\partial w_1}{\partial z}\right)&=-\rho_{1i}g-\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{k}{f_1}(w_1-w_2)+\frac{\mu_1}{f_1}\frac{\partial}{\partial z}\left(f_1\frac{\partial w_1}{\partial z}\right)\\ \rho_{2i}\left(\frac{\partial w_2}{\partial t}+w_2\frac{\partial w_2}{\partial z}\right)&=-\rho_{2i}g-\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{k}{f_2}(w_2-w_1)+\frac{\mu_2}{f_{21}}\frac{\partial}{\partial z}\left(f_2\frac{\partial w_2}{\partial z}\right)\end{aligned} \qquad 1)$$

А уравнение неразрывности напишем следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1}{\partial t}+\frac{\partial(f_1w_1)}{\partial z}&=0\\ \frac{\partial f_2}{\partial t}+\frac{\partial(f_2w_2)}{\partial z}&=0\end{aligned} \qquad 2)$$

Зарони известно, что объёмные концентрации обеих фаз удовлетворяют условию:

$$f_1+f_2=1 \qquad 3)$$

где w_1, w_2 - вертикальные скорости частиц жидкости и примеси, ρ_{1i}, ρ_{2i} - истинные плотности жидкости и примеси.

Уравнения (1) и (2) написаны для несжимаемой двухфазной жидкости (т.е. $\rho_{ni}=const$). Для решения задач имеем следующие начальные условия:

$$\begin{aligned}w_2(z,0)&=w_H\psi_1(z)\\ f_2(z,0)&=f_{20}\psi_1(z)\end{aligned} \qquad 4)$$

где $z=\dfrac{z}{H}$. Граничные условия:

$$\begin{gathered}w_1(0,\tau)=0;\ \ f_2(0,\tau)=\begin{cases}f_{20}\varphi(\tau),\,0<z<1\\ 0\,,1<z<\infty\end{cases}\\ w_2(H_0,\tau)=0;\ \ f_2(H_0,\tau)=0\end{gathered} \qquad 5)$$

где $\tau=t\sqrt{\dfrac{g}{H_0}}$.

Учитывая уравнение неразрывности, будем иметь равенство

$$\frac{\partial\left(f_1 w_1 + f_2 w_2\right)}{\partial z} = 0$$

откуда находим,

$$f_1 w_1 + f_2 w_2 = f_{10} w_{01} + f_{20} w_{20} \qquad 6)$$

Значить зависимость между скоростями обеих слоев имеют зависимости вида:

$$w_1 = \frac{1}{1 - f_2}\left[f_{10} w_{01} + f_{20} w_{20} - f_2 w_2\right] \qquad 7)$$

Тогда уравнения (1) и (2) принимает вид:

$$\rho_{2i}\left(\frac{\partial w_2}{\partial t} + w_2 \frac{\partial w_2}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{k}{f_2}\left(\frac{w_2}{1 - f_2}\right) + \frac{\mu_2}{f_{21}}\frac{\partial}{\partial z}\left(f_2 \frac{\partial w_2}{\partial z}\right)$$

$$\rho_{1i}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{f_2 w_2}{1 - f_2}\cdot\frac{f_{20} w_{20}}{1 - f_2}\right)\right] + \frac{f_{10} w_{01} + f_{20} w_{20} - f_2 w_2}{1 - f_2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f_{10} w_{01} + f_{20} w_{20} - f_2 w_2}{1 - f_2}\right) =$$

$$= -\rho_{1i} g - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{k}{f_1}\left(w_2 - \frac{f_2}{1 - f_2} w_2\right) + \frac{\mu_1}{f_1}\frac{\partial}{\partial z}\left[f_1 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f_{10} w_{01} + f_{20} w_{20} - f_2 w_2}{1 - f_2}\right)\right]$$

Учитывая граничные и начальные условия (4) примем, что $w_{10} = 0, w_{20} = 0$. Осаждение начинается при $t = 0$ и скорости частиц, $w_1(z,0) = 0, w_2(z,0) = 0$ т.е. $w_{10} = 0, w_{20} = 0$. Учитывая это из полученной системы исключим слагаемое давление, путем вычитания второго уравнения от первой. Тогда получим уравнение для определения концентрации $f_2(z,t)$ и скорости осаждения частиц $w_2(z,t)$ в виде:

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} + \rho\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{f_2}{1 - f_2} w_2\right] + w_2\frac{\partial w_2}{\partial z} - \rho\frac{f_2}{1 - f_2} w_2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f_2 w_2}{1 - f_2}\right) = g(1 - \rho) +$$

$$+ \frac{\mu_2}{f_2 \rho_{2i}}\frac{\partial}{\partial z}\left(f_2 \frac{\partial w_2}{\partial z}\right) + \frac{\mu_1}{f_2 (1 - f_2)\rho_{2i}\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left[(1 - f_2)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f_2 w_2}{1 - f_2}\right)\right] - \frac{k w_2}{f_2 (1 - f_2)^2 \rho_{2i}} \qquad 8)$$

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + \frac{\partial f_2 w_2}{\partial z} = 0 \qquad 9)$$

Таким образом, получили два уравнения для искомых концентраций $f_2(z,t)$ и скорости осаждения примеси жидкости.

При интенсивном переносе большого количества солей следует учитывать взаимное влияние несущей среды и несомых частиц (солей и соленосных примесей). С этой целью рассмотрим задачу о распространении дисперсных частиц в модели многофазных взаимопроникающих сред. Расчёты показывают при концентрации $f_2 \geq 0{,}15$ несомой фазы необходимо учесть наличие другой фазы. Ниже рассматривается одномерная задача.

Предположим, что имеется поток двух вязких жидкостей, с различными скоростями и концентрациями, над плоской поверхностью, которые вдали имеют скорости V_{n0} и концентрацию f_{n0}. Когда каждая фаза несжимаема и отсутствует фазовая превращения между фаз, уравнения движения, уравнения неразрывности и зависимости концентрации фаз, имеют такой вид:

$$\begin{cases} \rho_{ni}\left[f_n \dfrac{\partial u_n}{\partial t} + f_n u_n \dfrac{\partial u_n}{\partial x} + f_n w_n \dfrac{\partial u_n}{\partial z} \right] = -f_n \dfrac{\partial P}{\partial x} + \mu_n \dfrac{\partial}{\partial x}\left(f_n \dfrac{\partial u_n}{\partial x} \right) + \\ + \mu_n \dfrac{\partial}{\partial z}\left(f_n \dfrac{\partial u_n}{\partial z} \right) - k\left(u_n - u_p\right); \\ \rho_{ni}\left[f_n \dfrac{\partial w_n}{\partial t} + f_n u_n \dfrac{\partial w_n}{\partial x} + f_n w_n \dfrac{\partial w_n}{\partial z} \right] = -f_n \dfrac{\partial P}{\partial x} + \mu_n \dfrac{\partial}{\partial x}\left(f_n \dfrac{\partial w_n}{\partial x} \right) + \\ + \mu_n \dfrac{\partial}{\partial z}\left(f_n \dfrac{\partial w_n}{\partial z} \right) - \rho_{ni} g - k\left(w_n - w_p\right) \end{cases} \qquad 1)$$

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} + div\left[f_n \vec{V}_n\right] = 0; \; f_1 + f_2 = 1; \; \rho_n = f_n \rho_{ni} \qquad 2)$$

где ρ_n, ρ_{ni}, f_n - приведенные, истинные плотности и концентрации фаз; u_n, w_n - горизонтальные и вертикальные скорости фаз; k - коэффициент взаимодействия фаз.

Для решения систем уравнений (1), (2) имеем начальные и горизонтально-граничные условия:

$$\vec{V}(x,z,0) = \vec{V}_{n0}\varphi_n(x,y); \; f_n(x,z,0) = f_{n0}\varphi_n(x,z) \qquad 3)$$

$$V(x,0,t) = V_{n0}\rho_n(x,t); \; f_n(x,0,t) = f_{n0} l_n(x,t) \qquad 4)$$

и условия на бесконечности $\vec{V}_n\Big|_{\sqrt{x^2+z^2}\to\infty} = 0$. Из уравнений (2) будем иметь

$$\vec{V}_1 = \frac{f_2}{1-f_2}\vec{V} \qquad 5)$$

Это равенство установлено при решении задачи об осаждении частиц в покоящейся жидкости [6].

Предположим, что в процессе распространения примесей происходят малые изменения скоростей и концентрации второй фазы сред имеют малые возмущения (пульсации):

$$u_2 = u_{20} + u_2'; \; w_2 = w_{20} + w_2'; \; f_2 = f_{20} + f_2'; \; f_{10} + f_{20} = 1 \qquad 6)$$

Тогда, исключая градиент давления из системы уравнений (1) и учитывая малость возмущений u_2', w_2' и f_2', а также введя безразмерные переменные $u_2' = u_{20}\hat{u}_2$, $w_2' = u_{20}\hat{w}_2$; $t = \dfrac{L}{u_{20}}\tau$, получим следующую систему уравнений для скорости и концентрации второй фазы – соли или соленосных примесей, в виде:

$$a\frac{\partial u_2}{\partial \tau}+b\frac{\partial u_2}{\partial x}+b\frac{w_{20}}{u_{20}}\frac{\partial u_2}{\partial z}=c_2\nabla^2 u_2-k_0u_2$$

$$a\frac{\partial u_2}{\partial \tau}+b\frac{\partial u_2}{\partial x}+b\frac{w_2}{u_{20}}\frac{\partial u_2}{\partial z}=c\nabla^2 w_2-k_0w_2-\frac{1-\rho}{Fr_2} \qquad 7)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \tau}=c\nabla^2 f_2-k_1 f_2'$$

где

$$c_2=\frac{1}{\mathrm{Re}_1}\left(1+\rho\frac{f_{20}^2}{(1-f_{20})^2}\right);\; c_0=\frac{1}{\mathrm{Re}_1}\frac{f_{20}}{1-f_{20}};\; k_0=\frac{kL}{\rho_{2i}u_{10}(1-f_{20})^3};$$

$$k_1=k_0(1-3f_{20});\; a=1+\rho\frac{f_{20}}{1-f_{20}};\; b=1-\rho\frac{f_{20}^2}{(1-f_{20})^2};\; \rho=\frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \qquad 8)$$

L - характерная длина.
Для решения полученных уравнений имеем начальные:

$$u_2^*(x,z,0)=\tilde{\varphi}_1(x,z);$$

$$\tilde{w}_2(x,z,0)=\left(\frac{w_{20}}{u_{20}}-\frac{1-\rho}{k_0Fr}\right)\tilde{\varphi}_2(x,z) \qquad 9)$$

$$f_2'(x,z,0)=0;$$

$$u_2^*(x,0,\tau)=0;$$

ı граничные условия: $$\tilde{w}_2(x,0,\tau)=-\frac{1-\rho}{k_0Fr}\psi_2(x,\tau);$$

$$f_2(x,0,\tau)=\psi_3(x,\tau) \qquad 10)$$

Введя функции $F_n(\hat{x},\hat{z},\tau)$ в виде

$$\tilde{u}_2(x,z,\tau)=F_1(x,z,\tau)\cdot\exp(\alpha_1\tau+\beta_1x+\gamma_1z)$$

$$\tilde{w}_2(x,z,\tau)=F_2(x,z,\tau)\cdot\exp(\alpha_2\tau+\beta_2x+\gamma_2z) \qquad 11)$$

$$f_2=F_{20}(x,z,\tau)\cdot\exp(\alpha_3\tau+\beta_3x+\gamma_3z)$$

принимаем

$$\alpha_1=\alpha_2=-\left[\frac{b}{4ac_2}\left(1+\frac{w_{20}^2}{u_{20}^2}\right)+\frac{k_0}{a}\right];\; \beta_1=\beta_2=\frac{b}{2c_2};\; \gamma_1=\gamma_2=\frac{b}{2c_2}\frac{w_{20}}{u_{20}};$$

$$\alpha_3=-k_1;\; \beta_3=0;\; \gamma_3=0$$

Тогда система уравнений (6) и (7) приводится к виду

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau}=c_2^*\nabla^2F_2;\; \frac{\partial F_2}{\partial \tau}=c_2^*\nabla^2F_2;\; -\infty<x<\infty;\; -\infty<z<\infty;\; \tau<\infty \qquad 12)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \tau}=c_0\nabla^3F_3;\; -\infty<x<\infty;\; -\infty<z<\infty;\; 0<\tau<\infty \qquad 13)$$

где $c_2^* = \dfrac{c_2}{a}$.

Для искомых функций $F_1(x,z,\tau)$, $F_2(x,z,\tau)$ и $F_3(x,z,\tau)$, согласно равенствам (9) и (10), будем иметь следующие начальные и граничные условия:

$$\begin{gathered} F_1(x,z,0) = \varphi_1(x,z)\exp(-\beta_1 x - \gamma_1 z) \;\text{ при } -\infty < x < \infty;\; 0 < z < \infty \\ F_1(x,0,\tau) = 0 \;\text{ при } -\infty < x < \infty;\; 0 < z < \infty \end{gathered} \qquad 14)$$

$$F_2(x,z,0) = \left(\frac{w_{20}}{u_{20}} - \frac{1-\rho}{k_0 Fr}\right)\varphi_2(x,z,0) \;\text{ при } -\infty < x < \infty;\; 0 < z < \infty$$

$$F_2(x,0,\tau) = -\frac{1-\rho}{k_0 Fr}\psi_2(x,\tau) \;\text{ при } -\infty < x < \infty;\; 0 < \tau < \infty$$

$$\begin{gathered} F_3(x,z,0) = 0 \;\text{ при } -\infty < x < \infty;\; 0 < z < \infty \\ F_3(x,0,\tau) = f_{20}\psi(x,\tau) \;\text{ при } -\infty < x < \infty;\; 0 < \tau < \infty \end{gathered} \qquad 15)$$

Учитывая эти начальные и граничные условия и пользуясь методом интегральных представлений, получим аналитические выражения для искомых функций:

$$F_n(x,z,\tau) \;\; \left(n = \overline{1,3}\right) \qquad 16)$$

Тогда, пользуясь равенствами (11), получаем распределения $u_2(x,z,\tau)$ - горизонтальной, $w_2(x,z,\tau)$ - вертикальной скоростей и концентрации $f_2(x,z,\tau)$ примесей в области течения:

$$u_2(x,z,\tau) = \frac{1}{2\left(\sqrt{c_2^* \pi\tau}\right)^3}\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_0^{\xi} \varphi_1(\xi,\eta)\exp[-\beta_1\xi - \gamma_1\zeta]\left[\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}{4\tau c_2^*}\right] - \right.$$
$$\left. - \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + (z+\zeta)^2}{4\tau c_2^*}\right]\right] d\zeta$$

$$w_2(x,z,\tau) = \frac{a}{4\pi c_2 \tau}\left(\frac{w_{20}}{u_{20}} - \frac{1-\rho}{k_0 Fr}\right)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_0^{\xi} \varphi_1(\xi,\tau)\exp[-\beta_1\xi - \gamma_1\zeta]\left[\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}{4\tau c_2}a\right] - \right.$$
$$\left. - exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + (z+\zeta)^2}{4\tau c_2^*}\right]\right] d\zeta + \frac{(1-\rho)az}{4\pi c_2 k_0 Fr}\left\{\int_0^{\tau} \frac{dt}{(t-\tau)^2}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + z^2}{4c_2(t-\tau)}a\right] \times \right.$$
$$\left. \times \psi_2(\xi,t)\exp(-\alpha_1 t - \beta_1\xi)d\xi\right\}\exp(\alpha_1\tau + \beta_1 x + \gamma_1 z)$$

$$f_2(x,z,\tau) = \left\{\frac{za}{4\pi c_2}\int_0^{\tau} \frac{dt}{(t-\tau)^2}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + z^2}{4c_0(t-\tau)}a\right] \times \right.$$
$$\left. \times \psi_2(\xi,t)\exp(-\alpha_3 t - \beta_3\xi)d\xi \exp(\alpha_1\tau + \beta_1 x + \gamma_1 z)\right\} f_{20}$$

Пользуясь полученными решениями к равенствам (2) и (3), распределение скоростей и концентрации несущей жидкости $u_1(x,z,\tau)$, $w_1(x,z,\tau)$ и $f_1(x,z,\tau)$ определяются из равенств

$$u_1(x,z,\tau) = -\frac{f_2(x,z,\tau)}{1-f_2(x,z,\tau)} u_2(x,z,\tau)$$

$$w_1(x,z,\tau) = -\frac{f_2(x,z,\tau)}{1-f_2(x,z,\tau)} w_2(x,z,\tau)$$

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Бызова Н.Л. Рассеяние примесей а пограничном слое атмосферы. М: Гидрометеоиздат. 1975.

[2] Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений многокомпонент-ных сред.// ПММ. Т. XX. Вып. 2. 1956

[3] Рахматулин Х.А., Шульгин Д.Ф. К теории взаимопроникающих движений многокомпонентных сред. // Доклады АН Уз. 1966. №2

[4] Бегматов А., Маматова Н. К расчету переноса солей и соленосных песков с бассейна Аральского моря. // Проблемы механики. 2002. №6

[5] Хамидов А.А., Худайкулов С.И. Теория струй многофазных вязких жидкостей. Ташкент-2003.»ФАН».

[6] Тихонов А.Н., Самарский А.А.Уравнения математической физики. М.: Наука.1977.

УДК 532.5 Юлдашов А. А, Худайкулов С.И.

Аннотация

К статье «Математические проблемы возмущения и осаждения частиц дисперсной смеси»

Рассматривается процесс возмущение и осаждение дисперсных смесей в одномерной постановке за счет сил тяжести и взаимодействия частиц, в модели многофазных взаимопроникающих сред Х.А. Рахматуллина.

УДК 532.5 Юлдашов А., Худайкулов С.И.

Аннотация

«Дисперс аралашма заррачаларининг тебраниши ва чукиши математик муаммоси»

Маколада дисперс аралашмадаги майда заррачаларнинг тебраниш ва чукиш конунияти аралашма концентрацияси узгаришига боглик равишда куп фазали узаро киришувчан ва узаро таъсирланувчан модель ,яъни Х.А. Рахматуллина модели оркали урганилади...

UДК 532.5 Yuldashov A. A, Hudaykulov S.I.

The summary

To clause « Mathematical problems indignation of particles dispersive of a mix»

The process were disturbance dispersive of mixes in one-dimensional statement is considered (examined) at the expense of forces of weight and interaction of particles, in model multiphase of environments (Wednesdays) H.À. Rahmatulin.