МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

БУХАРСКИЙ ИНЖЕНЕРНО- ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ВЫСОКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Информатика и информационные технологии»

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по предмету

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ОСНОВЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ (часть 2)

БУХАРА -2011

А Н Н О Т А Ц И Я

Курс «Информационные основы вычислительных машин» занимает особое место в программе подготовки специалистов по специальности «Информатика и информационные технологии», так как является базовым, отправным для ряда других специальных дисциплин . Изучение курса сопряжено с определенными трудностями, являющимися следствием его специфичности. Эти трудности усугубляются тем, что по данному курсу не хватает учебников.

Сборник лекций по предмету «ИОВС» (часть1) полностью соответствует программе курса «Информационные основы вычислительных машин» . В нем методически переработан материал ряда литературных источников, перечень которых приведен в конце сборника.

Курс предмета «Информационные основы вычислительных машин» читается 2 семестра : 4- й и 5- й. В предлагаемый конспект вошли лекции, посвященные изучению арифметических основ цифровых машин: рассмотрены способы представления информации в вычислительных машинах, способы выполнения арифметических операций над числами в различных системах счисления.

Конспект состоит из 9 лекций. Каждая лекция завершается набором ключевых слов и контрольных вопросов.

Рекомендовано к печати по решению Учебно- методического

Совета института (протокол № __ от ________________)

Составитель : к.т.н. Убайдуллаева Ш.Р.

В В Е Д Е Н И Е

Потребность в вычислениях возникла у людей на самых ранних стадиях развития человеческого общества. Причем с самого начала для облегчения счета люди использовали различные приспособления. Многие из них были весьма интересными и остроумными по принципу действия, но все они требовали, чтобы в процессе вычислений активно участвовал человек.

Качественно новый этап наступил с созданием компьютеров и внедрением информационных технологий во многие сферы жизнедеятельности человека. Компьютеры вторгаются в область умственного людей, выполняют те функции, которые раннее были доступны только человеку.

В компьютерах числа представлены в виде последовательности цифр, переменные в виде последовательности множества значений . Для представления любой цифры используется какой- либо элемент, который может находиться в одном из нескольких устойчивых (четко разграниченных между собой) состояний.

Современным компьютерам присущи все свойства, необходимые для решения математических задач:

а) выполнение всех элементарных арифметических и логических операций в произвольной последовательности;

б) запоминание большого числа промежуточных результатов и исходных данных;

в) автоматическое изменение направления вычислительного процесса в зависимости от результатов отдельных операций.

В современных компьютерах для запоминания чисел и выполнения действий с ними используется двоичная система счисления. Это обусловлено, главным образом, наличием двоичных элементов и функциональных узлов, которые оказались удобными для этих целей.

Лекция №1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

План

1. Основные понятия алгебры логики
2. Основные законы алгебры логики

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.
2. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
3. Нешумова К.А. “ЭВМ и системы”. Москва. Высшая школа. 1989г.

В алгебре логики операции выполняются над логическими высказываниями. Под высказванием понимают любое утверждение , в отношении которого имеет смысл утверждать , истинно оно или ложно. Высказывания могут быть простыми и сложными : первые не зависят от других высказываний, а вторые образуются из двух или более простых высказываний.

Простые высказывания называют логическими переменными, а сложные — логическими функциями этих переменных.

Высказывания оценивают только по их истинности или ложности. Считают , что высказывание равно 1, если оно истинно, и равно 0, если оно ложно. Два высказывания называют эквивалентными, если их значения истинности одинаковы.

В алгебре логики логические переменные обозначают буквами латинского алфавита. Например, запись A=1 означает , что значение истинности логической переменной A равно 1; A=B — что логические переменные A и B эквивалентны и т.п.

В ЭВМ для представления логических переменных используют двухпозиционные электронные элементы.

Для любой логической функции X= f(A,B,C,...,N), называемой также переключательной или булевой функцией, сама функция X и ее переменные A,B,C,...,N могут принимать только значение 0 или 1. Значение переключательной функции X зависит от A, B, C,..., N.

Построение логических схем ЭВМ обычно осуществляется на основе переключательной функции, записанной в аналитической форме. Наиболее наглядной формой задания переключательной функции является таблица истинности, отражающая значения (0 или 1) всевозможных комбинаций логических переменных, образующих эту функцию.

Операции алгебры логики

Образование переключательной функции X из ее логических переменных A,B,C,...,N осуществляется с помощью основных логических операций НЕ, ИЛИ, И. Электронные схемы, реализующие эти логические операции, называются логическими элементами.

Таблица 2.1

A	X
0	1
1	0

Таблица 2.2

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Таблица 2.3

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Операция НЕ (логическое отрицание, инверсия). Отрицание высказывания A называется операция, результат которой X истинен , когда A ложно, и ложен , когда A истинно (табл. 2.1).

Отрицание обозначается черточкой над высказыванием A :

$$X=\overline{A},$$

которая читается так : X есть инверсия от A.

Электронная схема, реализующая логическую операцию отрицания, называется инвертором или схемой НЕ, условное графической обозначение которой приведено на рис 2.2, а. На выходе элемента появляется сигнал при его отсутствии на входе.

Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция). Эта логическая операция над двумя переменными A и B , результат X которой истинен , если хотя бы одна из составляющих его переменных истинна (табл. 2.2). Операция ИЛИ обозначается символом «V», который соответствует союзу «или»; знаком «+», обозначающим логическое сложение :

$$X = A \vee B \quad \text{или} \quad X = A + B.$$

Электронная схема , реализующая операцию ИЛИ, называется логической схемой ИЛИ , дизъюнктором , собирательной или разделительной схемой, условное графическое обозначение элемента ИЛИ приведено на рис. 2.2, б. На выходе элемента ИЛИ сигнал ,

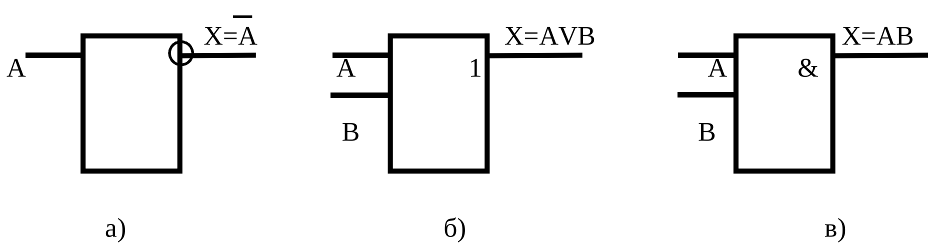


Рис. 2.2. Условные графические обозначения логических элементов НЕ (а), ИЛИ (б), И (в)

соответствующий 1, появляется в том случае , если есть сигнал 1 хотя бы на одном из его входов. Операция ИЛИ справедлива при любом числе логических переменных , т.е.

$$X = A \vee B \vee C \vee \ldots \vee N.$$

Операция И (логическое умножение, конъюнкция). Это логическая операция над двумя переменными А и В , результат Х который истинен , если истинны значения обеих переменных (табл. 2.3). Операция И обозначается символом «Λ», который соответствует союзу «и»; знаком «•», обозначающим логическое умножение :

$$X = A \wedge B \quad \text{или} \quad X = A \bullet B.$$

Электронная схема, реализующая операцию И, называется логической схемой И , конъюнктором, схемой совпадения. Условное графическое обозначение элемента И приведено на рис. 2.2, в. На выходе элемента И сигнал, соответствующий 1 , появляется только в том случае , если есть сигналы на всех его входах.

Операция И справедлива для любого числа логических переменных, т.е.

$$X = A \bullet B \bullet C \bullet \ldots \bullet N.$$

Точка , обозначающая знак логического умножения обычно опускается.

Основные законы алгебры логики

В алгебре логики имеется четыре основных закона:

1. Переместительный, или закон коммутативности для сложения и умножения соответственно :

$$A \vee B = B \vee A; \qquad (2.1)$$

$$A B = B A. \qquad (2.2)$$

2. Сочетательный, или закон ассоциативности для сложения и умножения соответственно :

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C); \qquad (2.3)$$

$$(A\,B)\,C = A\,(B\,C). \qquad (2.4)$$

3. Закон двойственности или инверсии (правило де Моргана) для сложения и умножения соответственно :

$$\overline{A \vee B} = \overline{A}\,\overline{B}; \qquad (2.5)$$

$$\overline{A\,B} = \overline{A} \vee \overline{B}. \qquad (2.6)$$

4. Распределительный, или закон дистрибутивности для сложения и умножения соответственно :

$$(A \vee B)\,C = A\,C \vee B\,C \qquad (2.7)$$

$$(A\,B) \vee C = (A \vee C)\,(B \vee C) \qquad (2.8)$$

Справедливость этих законов можно доказать с помощью таблиц истинности сложных логических связей, описываемых законом.

Для преобразования логических выражений используются легко доказываемыми торжествами :

$$A \vee 0 = A; \quad A \bullet 1 = A; \qquad (2.9)$$

$$A \vee 1 = 1; \quad A \bullet 0 = 0; \qquad (2.10)$$

$$A \vee A = A; \quad A \bullet A = A; \qquad (2.11)$$

$$A \vee \overline{A} = 1; \quad A \bullet \overline{A} = 0; \qquad (2.12)$$

$$\overline{\overline{A}} = A. \qquad (2.13)$$

С помощью законов алгебры логики и торжеств могут быть доказаны соотношения , получившие названия правил поглощения :

$$A \vee AB = A; \quad A\,(A \vee B) = A; \qquad (2.14)$$

и склеивания :

$$A B \vee A \bar{B} = A;$$

$$(A \vee B)(A \vee \bar{B}) = A. \qquad (2.15)$$

Эти правила широко используются для преобразования переключательных функций с целью их упрощения.

Из законов де Моргана (2.5) и (2.6) вытекают следствия

$$A \vee B = \overline{\bar{A}\ \bar{B}}; \qquad AB = \overline{\bar{A} \vee \bar{B}}, \qquad (2.16)$$

с помощью которых появляется возможность выражать дизъюнкцию через конъюнкцию и отрицание, а конъюнкцию — через дизъюнкцию и отрицание.

Законы двойственности (2.5) и (2.6) и их следствия (2.16) справедливы для любого числа переменных :

$$\overline{(A \vee B \vee C \vee \dots \vee N)} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \dots \cdot \bar{N}.$$

$$\overline{(A B C \dots N)} = \bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C} \dots \vee \bar{N}.$$

Все законы алгебры логики и тождества действуют как для дизъюнкции, так и для конъюнкции, что делает эти операции , как говорят , двойственными. Формы переключательной функции являются двойственными , если одна получается из другой путем замены всех символов операции И на символы операции ИЛИ и наоборот; всех нулей на единицы и наоборот. Например , задана переключательная функция :

$$X = (A \vee B)(\overline{B \vee C}) \vee A B. \qquad (2.17)$$

Заменив в ней операции ИЛИ на операцию И и , наоборот , операцию И на ИЛИ , получим двойственную переключательную функцию

$$X_{дв} = (AB \vee \overline{BC})(A \vee B). \qquad (2.18)$$

Двойственные формы (2.18) переключательных функций Х отличаются от инверсных значений этих функций, в чем нетрудно убедится, если к функции (2.17) применить операцию инвертирования.

В алгебре логики широко используют закон двойственности : если переключательные функции X_1 и X_2 равносильны, то и двойственные им формы $Xдв_1$ и $Xдв_2$ также равносильны.

Используя закон двойственности , можно запомнить лишь те равносильности , которые справедливы для конъюнкции, а равносильности для дизъюнкции получать из них по закону двойственности или , наоборот, запомнить равносильности для дизъюнкции, а равносильности для конъюнкции получить по закону двойственности.

Контрольные вопросы

1. Какая функция может считаться переключательной или булевой функцией?
2. Напишите произвольную коньюнкцию и дизьюнкцию для булевой функции из четырех переменных.
3. Напишите законы де Моргана для 4- х переменных.
4. Докажите справедливость распределительного закона для логического умножения.

Ключевые слова

1. Логическая переменная
2. Логическая функция
3. Переключательная функция
4. Конъюнктор
5. Дизъюнктор
6. Инвертор

Лекция №2

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

План

1. Аналитическая и табличная форма записи логических функций
2. Нормальные формы
3. Совершенные нормальные формы

Л И Т Е Р А Т У Р А

4. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.

5. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой

3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Переключательные функции могут быть представлены как в табличной , так и аналитической формах. Первый способ представлен в табл. 2.1, 2.2 и 2.3. В этих таблицах каждый из возможных наборов переменных ставится в соответствие значение функции (0 или 1). Этот способ показателен и может быть применен для записи функции от любого числа переменных. Однако такая запись не является компактной. Количество наборов, определяющих функцию табличным способом, равно 2^n , где n — число переменных. Естественно, что при больших значениях n таблица станет громоздкой.

Построение таблицы истинности переключательной функции чаще всего является лишь первым этапом при проектировании какой-либо сложной схемы ЭВМ.

Проще выглядит аналитическая запись переключательных функций в виде формул. На практике различают различные формы аналитической записи переключательных функций.

Нормальные формы. Эти формы представляют собой лишь дизъюнкции элементарных конъюнкций или конъюнкции элементарных дизъюнкций.

Элементарные конъюнкции (дизъюнкции) - это конъюнкция (дизъюнкция), в которой конъюнктивно (дизъюнктивно) связываются только отдельные переменные. Например , элементарными конъюнкциями будут

$$\bar{A}BC,\ ABC,\ AB,\ A\bar{C},\ CD,\ ABC\bar{D},$$

а элементарными дизъюнкциями

$$(A \vee B),\ (\bar{A} \vee \bar{C}),\ (A \vee B \vee C),\ (\bar{A} \vee \bar{B} \vee C).$$

Нормальная форма , представленная в виде дизъюнкции элементарных конъюнкций, называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ), например

$$X_{днф}=\bar{A}\bar{B}C \vee AB$$

Нормальная форма, представленная в вид конъюнкции элементарных дизъюнкций, называется конъюнктивной нормальной формой (КНФ), например

$$X_{кнф}=(A \vee C)(A \vee \bar{B})(\bar{A} \vee B).$$

Совершенные нормальные формы. Любая переключательная функция может иметь несколько ДНФ и КНФ. Однозначность представления переключательной функции возможна при ее записи в совершенных нормальных формах. Совершенные нормальные формы переключательной функции получают с помощью таблиц истинности этой функции.

Совершенная дизюъюнктивная нормальная форма (СДНФ) представления переключательной функции - запись функции X в виде дизъюнкции конъюнкций, для которых значение функции равно 1.

Каждая конъюнкция этой дизъюнкции включает каждую переменную только один раз в прямом или инверсном виде, при определенном наборе значений переменных истинна и носит название конституэнты единицы или минтерма.

Таблица 2.4

Номер набора i	A	B	C	$X_i=f_i$ (A,B,C)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Алгоритм перехода от табличного задания переключательной функции к ее записи в СДНФ заключается в следующем :

1. Составить минтермы для строк таблицы истинности, на которых функция X равна 1. Если значение переменной (A,B,C, ...) в строке равно 0, то в минтерме записывается отрицание этой переменной.

2. Записать дизъюнкцию составленных минтермов , которая и будет представлять переключательную функцию в СДНФ.

Это правило называют правилом записи переключательной функции по единицам.

Так , запись переключательной функции (табл. 2.4) в СДНФ будет иметь следующий вид:

$$X_{\text{сднф}}=\bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee A\bar{B}\bar{C} \vee ABC. \qquad (2.19)$$

Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ) представления переключательной функции - запись функции X в виде конъюнкции дизъюнкций, для которых значение функции равно 0. Каждая дизъюнкция этой конъюнкции включает каждую переменную только один раз в прямом или инверсном виде.

При определенном наборе значений переменных такие дизъюнкции обращаются в нуль и носят название конституэнты нуля или макстермов.

Алгоритм перехода от табличного значения переключательной функции к ее записи в СКНФ заключается в следующем :

1. Составить макстермы для строк таблицы истинности, на которых функции X равна 0. Если значение переменной (A,B,C,....) в строке равно 1, то в макстерме записывается отрицание этой переменной.

2. Записать конъюнкцию составленных макстермов, которая и будет представлять переключательную функцию в СКНФ.

Это правило называют также правилом записи переключательной функции по нулям.

Например, переключательная функция (табл. 2.4) в СКНФ будет иметь вид

$$X_{\text{скнф}}=(A \vee B \vee C)(A \vee \bar{B} \vee \bar{C})(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})(\bar{A} \vee \bar{B} \vee C) \qquad (2.20)$$

Применив операцию инвертирования к (2.20), получим связь между СНДФ и СКНФ переключательной функции :

$$X_{\text{скнф}}=\overline{X}_{\text{сднф}} \qquad (2.21)$$

Для n логических переменных число минтермов m и макстермов M одинаково и равно m=M=2n. Однако в (2.19) и (2.20) содержатся соответственно четыре минтерма и макстерма, так как остальные минтермы торжественно равны нулю, а макстермы - единицы.

Количество переменных , содержащихся в логическом выражении (минтерме или макстерме), называется рангом. Так , в выражениях (2.19) и (2.20) минтермы и макстермы имеют четвертый ранг.

Если минтермам (макстермам) присвоить индекс i (табл. 2.4), то переключательная функция X=f(A,B,C) в СДНФ и СКНФ может быть записана:

$$X_{\text{СДНФ}}=m_1 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_7;$$

$$X_{\text{СКНФ}}=M_0 M_3 M_5 M_6.$$

За индекс i минтерма (макстерма) принимается десятичный эквивалент двоичного кода (ABC), соответствующего строке таблицы истинности данного минтерма (макстерма).

Не полностью определенные переключательные функции - функции , для которых не определенно их значение хотя бы на одном наборе переменных. Пусть, например, задана переключательная функция X таблицей истинности (табл. 2.5), в которой для второго набора значений переменных (A=0, B=1, C=0) не указано значение функции. Это означает , что для 2-го набора функция X не определена и она может принимать любое значение из двух значений - 0 или 1.

Доопределение такой функции , т.е. придание ей нулевого или единичного значения при этом наборе , производится на разных этапах обработки информации в зависимости от конкретной задачи. Иногда функцию доопределяют сразу же при написании СДНФ и СКНФ. В данном случае можно записать два варианта СДНФ и два варианта

Таблица 2.5

Номер набора i	A	B	C	$X_i=f_i\,(A,B,C)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	X
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

СКНФ в зависимости от того, примем мы для второго набора значение функции X , равное 1 или 0. В первом случае

$$X_{сднф_1}=\bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}\bar{C} \vee ABC$$

и

$$X_{скнф_1}=(A \vee B \vee C)(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})(\bar{A} \vee \bar{B} \vee C);$$

во втором

$$X_{сднф_2}=\bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}\bar{C} \vee ABC$$

и

$$X_{скнф_2}=(A \vee B \vee C)(A \vee \bar{B} \vee C)(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})(\bar{A} \vee \bar{B} \vee C).$$

Конституэнты СДНФ и СКНФ соответствующие наборам значений переменных, на которых функция не определена, называются условными. При синтезе логических схем обычно конституэнты разложения единицы, вошедшие в СДНФ, так же, как и конституэнты разложения нуля, называют обязательными конституэнтами, а не вошедшие — запрещенными конституэнтами соответствующих форм.

СДНФ и СКНФ переключательных функций широко используют для синтеза и анализа логических схем ЭВМ. При синтезе логических схем применяют логические элементы с одни или несколькими входами. Условия функционирования таких элементов определяются переключательными функциями одного или нескольких переменных.

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры элементарных дизъюнкций.

2. Приведите примеры элементарных конъюнкций.
3. Что такое СДНФ представления логической функции?
4. Что такое СКНФ представления логической функции?
5. Правило записи логической функции по единицам.
6. Правило записи логической функции по нулям.

Ключевые слова

1. Элементарные конъюнкции
2. Элементарные дъюнкции
3. Нормальные формы
4. Совершенные нормальные формы

Лекция №3

ПОЛНАЯ СОВОКУПНОСТЬ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

План

1. Логические функции одной переменной
2. Логические функции двух переменных

Л И Т Е Р А Т У Р А

6. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.
7. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

<u>Переключательные функции одной переменной</u> представлены в табл. 2.6, из которой видно , что только две функции не зависят от переменной А (в этих случаях переменная фиктивна).

Таблица 2.6

X=f(A)	A		Условное Обозначение	Название Функции
	0	1		
$X_0=f_0(A)$	0	0	0	Константа 0
$X_1=f_1(A)$	0	1	$\overline{A}$	Переменная А
$X_2=f_2(A)$	1	0	A	Инверсия А
$X_3=f_3(A)$	1	1	1	Константа 1

Переключательные функции двух переменных представлены в табл. 2.7, из которой видно , что только 10 функций существенно зависят от переменных А и В. Поясним некоторые из этих функций.

Штрих Шеффера — функция f_{14}(A,B), которая ложна только тогда , когда А и В истинны. В качестве знака этой операции используется символ «|» (штрих Шеффера). Условное обозначение функции Шеффера

$$f_{14}(A,B)= A \mid B$$

читают так : неверно , что f_{14} есть А и В. Из СДНФ (табл. 2.7) функция Шеффера может быть приведена к виду

$$f_{14}(A,B) = \overline{A} \vee \overline{B} = \overline{AB},$$

т.е. результат операции Шеффера есть отрицание конъюнкции тех же переменных. Поэтому операцию Шеффера называют также операцией И-НЕ.

Стрелка Пирса - функция f_8(A,B), которая истинна только тогда, когда значение ее переменных А и В ложны. В качестве знака этой операции используется символ «↓» (стрелка Пирса). Условное обозначение функции Пирса

$$f_8(A,B)= A \downarrow B,$$

читают так : функция f_8(A,B) есть ни А, ни В.

Из СДНФ (табл. 2.7) функция Пирса может быть приведена к виду

$$f_8(A,B)= \overline{A \vee B},$$

т.е. результат операции Пирса есть отрицание дизъюнкции тех же переменных. Поэтому операцию Пирса называют операцией ИЛИ-НЕ.

Функция равнозначности, или эквивалентности, — функция f_9(A,B), которая истинна при равных значениях А и В. Для операции равнозначности принят символ «». Условное обозначение функции равнозначности

$$f_9(A,B)= A \quad B,$$

читают так : функция $f_9(A,B)$ есть ни A, ни B или A и B.

Функция неравнозначности, или сложения по модулю 2, — функция $f_6(A,B)$, которая истинна при неравных значениях A и B. Для операции неравнозначности принят символ «⊕». Условное обозначение фукции неравнозначности

$$f_6(A,B)= A\oplus B,$$

читают так : функция $f_6(A,B)$ есть ни A или B, но не то и другое вместе, т.е. исключающее ИЛИ.

Функции $f_2(A,B)$ и $f_4(A,B)$ носят название переключательных функций запрета.

Функция запрета $f_2(A,B)$ истинна , когда B истинно, а A ложно. Функция запрета $f_4(A,B)$ истинна , когда A истинно, а B ложно. Для операции запрета принят символ «Δ».

Условное обозначение функций запрета

$$f_2(A,B) = A\Delta B \quad \text{и} \quad f_4(A,B) = A\Delta B$$

читают так : не B, а A и не A , а B соответственно.

Функции $f_{11}(A,B)$ и $f_{13}(A,B)$ называют переключательными функциями импликации. Функция импликации $f_{11}(A,B)$ ложна тогда и только тогда, когда A ложно и B истинно. Функция импликации $f_{13}(A,B)$ ложна тогда и только тогда, когда A истинно и B ложно. Для импликации принят символ «→».

Условное обозначение функций импликации

$$f_{11}(A,B) = A\rightarrow B \quad \text{и} \quad f_{13}(A,B) = A\rightarrow B$$

читают так : если B, то A и если A , то B соответственно.

Таблица 2.7

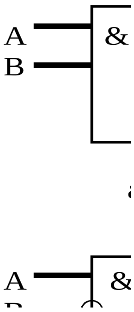
X=(A,B)	A 0 0 1 1 B 0 1 0 1	Название функции	Условное обозначение	Обозначение Символов
$X_0=f_0(A,B)$	0 0 0 0.	Константа нуль	0	«–» - инверсия

$X_1=f_1(A,B)$	0 0 0 1	Логическое произведение, конъюнкция	AB	Δ– запрет
$X_2=f_2(A,B)$	0 0 1 0	Функция запрета по В	AΔB	⊕– неравнознач-ность
$X_3=f_3(A,B)$	0 0 1 1	Переменная А	A	V– логическое сложение
$X_4=f_4(A,B)$	0 1 0 0	Функция запрета А	BΔA	↓– операция Пирса
$X_5=f_5(A,B)$	0 1 0 1	Переменная В	B	∞– эквивалент-ность
$X_6=f_6(A,B)$	0 1 1 0	Логическая неравнозначность, сумма по модулю 2	A⊕B	→ – импли-кация.
$X_7=f_7(A,B)$	0 1 1 1	Логическое сложение, дизъюнкция	AvB	–штрих Шеффера
$X_8=f_8(A,B)$	1 0 0 0	Операция Пирса, операция Вебба	A↓B	
$X_9=f_9(A,B)$	1 0 0 1	Логическая равнозначность Эквивалентность	A∞B	
$X_{10}=f_{10}(A,B)$	1 0 1 0	Инверсия В	$\overline{B}$	
$X_{11}=f_{11}(A,B)$	1 0 1 1	Импликация от В к А	B→A	
$X_{12}=f_{12}(A,B)$	1 1 0 0	Инверсия А	$\overline{A}$	
$X_{13}=f_{13}(A,B)$	1 1 0 1	Импликация от А к В	A→ B	
$X_{14}=f_{14}(A,B)$	1 1 1 0	Операция (штрих) Шеффера	A B	
$X_{15}=f_{15}(A,B)$	1 1 1 1	Константа 1	1	

На рис. 2.3 приведены условные графические обозначения элементов, реализующих некоторые переключательные функции двух переменных.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение функции «Штрих Шеффера»
2. Дайте определение функции «Стрелка Пирса»
3. Дайте определение функции неравнозначности.
4. Дайте определение функции импликации.
5. Напишите функцию Шеффера и Пирса для 3- х переменных.



Ключевые слова

1. Штрих Шеффера.
2. Стрелка Пирса.
3. Функция запрета.
4. Функция импликации.
5. Функция эквивалентности.

Лекция №4

СПОСОБЫ ПЕРЕХОДА ОТ НОРМАЛЬНОЙ К СОВЕРШЕННЫМ ФОРМАМ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

План

1.Аналитический способ

2. Графический способ

Л И Т Е Р А Т У Р А

8. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.

9. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Переход от нормальной к совершенным формам переключательной функции осуществляется аналитически или графически.

Аналитический способ. Совершенная нормальная форма в отличие от нормальной всегда содержит дизъюнкции (СКНФ) или конъюнкции (СДНФ) только максимального ранга r. Это дает возможность производить переход по следующим правилам.

Для перехода от произвольной ДНФ к СДНФ r-го ранга необходимо конъюнкции входящие в ДНФ, k-го (k<r) ранга последовательно умно-жить на логическое выражение

$(Y_i \vee \overline{Y_i})$, где Y_i=A, B, C, . . . , N — одна из переменных, которая не входит в данную конъюнкцию. Число таких преобразований для каждой конъюнкции должно быть (r-k).

Пример 2.1. Преобразовать в СДНФ переключательную функцию , заданную в ДНФ : $f_{днф}(A,B,C)=AB \vee C$.

1. Используя законы (2.1), (2.2), (2.7) и тождество (2.12) алгебры логики , преобразуем конъюнкции заданной функции в минтермы 3-го ранга:

$$AB\,(C \vee \overline{C}) = ABC \vee AB\overline{C};$$

$$C=C(A \vee \overline{A})=(AC \vee \overline{A}C)\,(B \vee \overline{B}) = ABC \vee \overline{A}BC \vee A\overline{B}C \vee \overline{A}\,\overline{B}C.$$

2.В результате преобразований полученные минтермы соединим символом дизъюнкции и, используя торжество (2.11) , получим

$$f_{сднф}(A, B, C)=ABC \vee AB\overline{C} \vee A\overline{B}C \vee \overline{A}BC \vee \overline{A}\,\overline{B}C.$$

Для перехода от произвольной КНФ к СКНФ r-го ранга необходимо дизъюнкции, входящие в КНФ, k-го (k-r) ранга последовательно суммировать с логическим выражением

$Y_i\bar{Y}_i$, где Y_i=A, B, C, . . . , N — одна из переменных, которая не входит в данную дизъюнкцию. Число таких преобразований для каждой дизъюнкции должно быть (r-k).

Пример 2.2. Преобразовать в СКНФ переключательную функцию, заданную в КНФ :

$$f_{кнф}(A,B,C)= A\,(B\ V\ \bar{C}).$$

1. Используя законы (2.3) , (2.8) и торжество (2.9) алгебры логики, преобразуем дизъюнкции заданной функции в макстермы 3-го ранга :

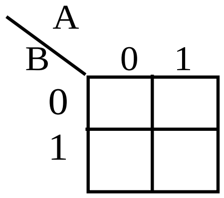
$$A= A\ V\ B\bar{B}= (A V\ B)\ (A\ V\ \bar{B})= (A\ V\ B\ V\ C\bar{C})(A\ V\ \bar{B}\ V\ C\bar{C})=$$

$$= (A\ V\ B\ V\ C)(A\ V\ B\ V\ \bar{C})(A\ V\ \bar{B}\ V\ C)(A\ V\ \bar{B}\ V\ \bar{C});$$

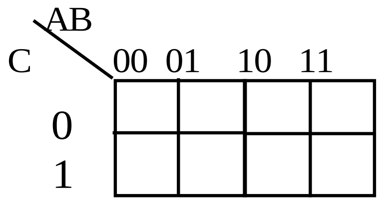
$$B\ V\ \bar{C}=B\ V\ \bar{C}\ V\ A\bar{A}=(A\ V\ B\ V\ \bar{C})(\bar{A}\ V\ B\ V\ \bar{C}).$$

2. В результате преобразований полученные макстермы соединим символом дизъюнкции и , используя торжество (2..11) , получим

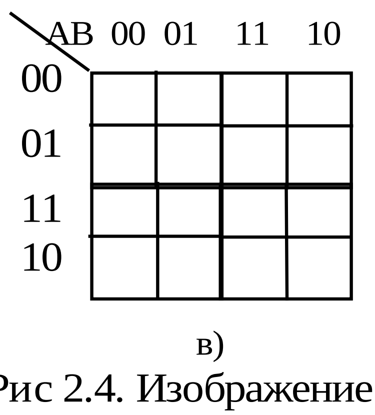
$$f_{скнф}(A,\bar{B},C)=(\bar{A}\ V\ B\ V\ C)(\bar{A}\ V\ \bar{B}\ V\ \bar{C})(A\ V\ \bar{B}\ V\ C)(A\ V\ B\ V\ C)\ (A\ V\ B\ V\ C).$$



а)



б)



в)

Рис 2.4. Изображение карт Карно для двух (а), трех (б) и четырех (в) переменных

<u>Графический способ.</u> Наиболее наглядным и простым графическим способом преобразования переключательной функции из нормальной формы в совершенную являются карты Карно-Вейча.

Карта Карно — графическое представление всех минтермов (2^n) для данного числа переменных (n). Каждый минтерм изображается в виде клетки, расположенной так , что минтермы, находящиеся в соседних клетках, отличают одной переменной. на рис. 2.4 представлены изображения карт Карно для функции двух, трех и четырех переменных. Переменные записаны по обе стороны диагональной черты в левом углу карты. Значения переменных обозначаются с внешней стороны карты посредством двоичных цифр : 0 соответствует инверсному значению переменной, а 1 — прямому. Такая условность дает возможность легко представить для каждой клетки карты Карно соответствующий ей минтерм.

В картах Карно соседними также считаются крайние клетки

каждого столбца или строки, так как расположенные в них минтермы отличаются значением одной переменной.

Алгоритм преобразований переключательной функции из ДНФ в СКНФ с помощью карты Карно заключается в следующем :

1. Для заданной переключательной функции изобразить карту Карно.

2. Поставить в клетках карты Карно 1 для тех минтермов, в состав которых входят конъюнкции заданной функции.

3. Отмеченные 1 минтермы соединить символами дизъюнкции — это и будет СДНФ заданной переключательной функции.

Пример 2.3. С помощью карты Карно преобразовать переключательную функцию f(A,B,C)= AB V C из ДНФ в СДНФ.

Решение. 1. Для заданной переключательной функции строим карту Карно (рис. 2.5), на которой 1 отмечает минтермы, в состав которых входят конъюнкция AB и переменная C.

2. Запишем значение переключательной функции в СДНФ соединив отмеченные минтермы символами дизъюнкции :

$f_{сднф}(A, B, C)=\bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}C \vee AB\bar{C} \vee ABC.$

Переход от КНФ переключательной функции к СКНФ может быть также осуществлен с помощью карты Карно.

Поясним это на примере.

Пример 2.4. Преобразовать в СКНФ переключательную функцию, заданную в КНФ : fкнф(A,B,C,D)= (A V B V C)(A V B V D).

Решение. 1. От заданной функции в КНФ получим ее инверсное значение:

$$\overline{f_{кнф}(A,B,C,D)} = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{D}.$$

2. Для полученой перключательной функции строим карту Карно (рис. 2.6), на которой 1 отмечаем минтермы, заключающие в себя переменные $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ и $\bar{A}B\bar{D}$.

3. Пользуясь картой Карно (рис. 2.6) , запишем инверсное значение переключательной функции в СКНФ.

$$\overline{f_{скнф}(A,B,C,D)} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \vee \bar{A}B\bar{C}\bar{D} \vee \bar{A}BC\bar{D}.$$

Рис.2.5 Карта Карно для функции

f(A,B,C)= AB V C

4. На основании торжества (2.13) инверсное значение для этой функции имеет вид

fскнф(A,B,C,D)= (A V B V C V D) (A V B V C V D) (A V B V C V D)

x(A V $\bar{B}$ V $\bar{C}$ V D)

и будет представлять заданную переключательную функцию в СКНФ.

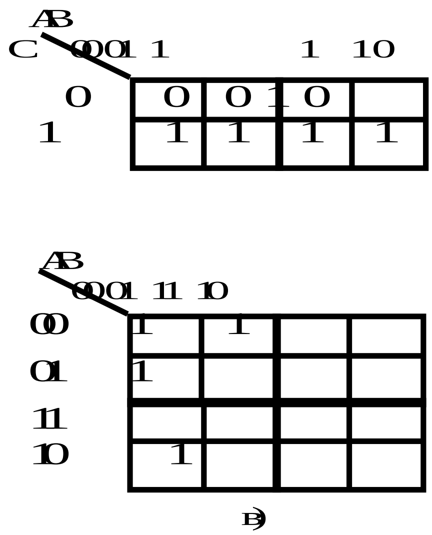


Рис.2.5. Карта Карно для функции

fкнф= ABC V ABD

Контрольные вопросы

1. Правило перехода от произвольной ДНФ к СДНФ.
2. Правило перехода от произвольной КНФ к СКНФ.
3. Преобразуйте в СДНФ и СКНФ логические функции

$$X1 = A \vee \bar{B}C \vee A\bar{B}C,$$

$$X2 = A \vee \bar{B}C,$$

а) аналитическим способом,

б) графическим способом.

Ключевые слова

1. Конъюнктивная нормальная форма.
2. Дизъюнктивная нормальная форма.
3. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.
4. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

5. Карты Карно.
6. СДНФ

Лекция №5

ФУНКЦИОНАЛЬНО ПОЛНЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

План

1. Функционально полные системы переключательных функций алгебры логики

Л И Т Е Р А Т У Р А

10. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.
11. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
12. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

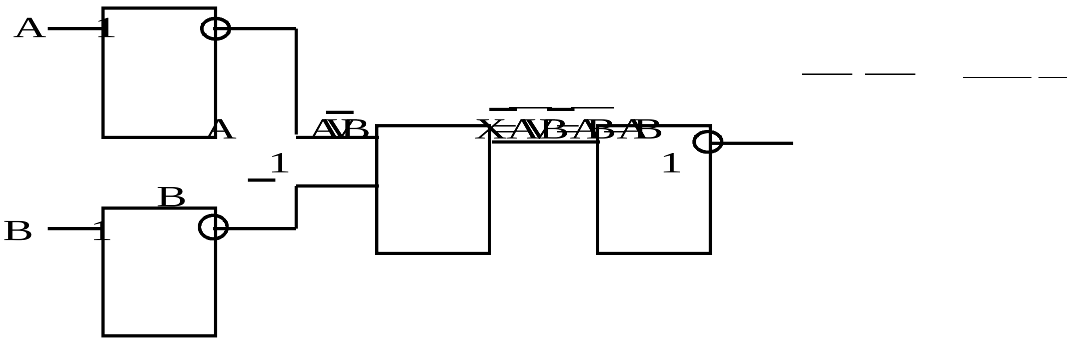
Функционально полной системой, или базисом, переключательных функций называют систему переключательных функций X_1, X_2, X_3, . . . , X_n, с помощью которой может быть представлена любая функция алгебры логики. Функционально полными системами являются базисы: И, ИЛИ, НЕ (базис 1); И, НЕ (базис 2); ИЛИ, НЕ (базис 3); И-НЕ или базис Шеффера (базис 4); ИЛИ-НЕ или Пирса (базис 5) и И-ИЛИ-НЕ (базис 6).

Базис И, ИЛИ, НЕ принято называть основным, так как любая сложная переключательная функция может быть записана в виде СДНФ или СКНФ.

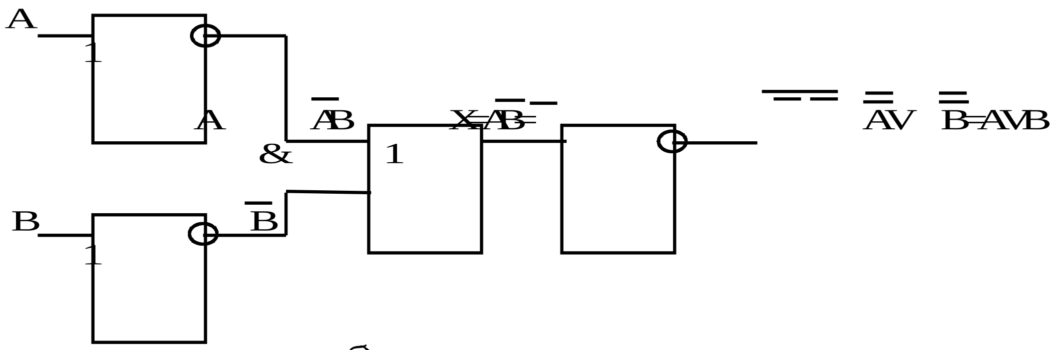
Базисы могут быть избыточными и минимальными. Базис И, ИЛИ, НЕ является избыточной системой, так как возможно исключение из него некоторых функций. Например, используя законы де Моргана, можно исключить либо функцию И (базис 3), заменяя ее на ИЛИ и НЕ , либо ИЛИ (базис 4), заменяя ее на И и НЕ. На рис. 2.7 приведены структуры логических элементов НЕ и ИЛИ , и ИЛИ, состоящего из элементов НЕ и И.

Базисы И, НЕ и ИЛИ, НЕ называют нормальными базисами, так как при удалении из этих базисов хотя бы одной функции полная система превращается в неполную.

Структуры логических элементов НЕ, И , ИЛИ состоящие из элементов Шеффера , приведена рис. 2.8.

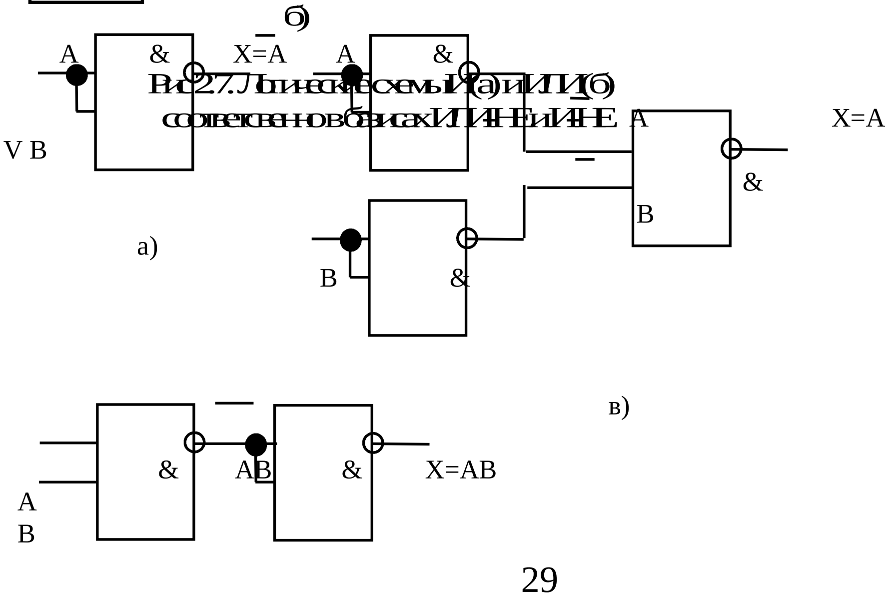


а)



б)

Рис 2.7. Логические схемы И (а) и ИЛИ (б) соответственно в базисах ИЛИ-НЕ и И-НЕ

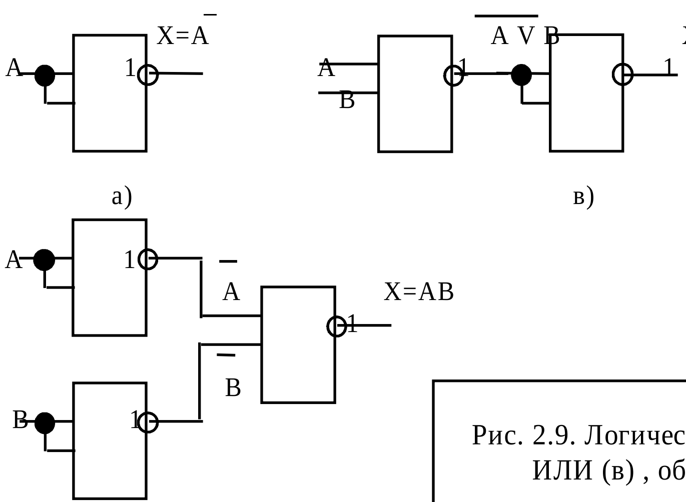


а) в) б)

Структуры логических элементов НЕ, ИЛИ, И , состоящие из элемен-тов Пирса, приведены на рис. 2.9.

При построении узлов ЭВМ на ИС применяют часто базис И-ИЛИ-НЕ (рис. 2.10).

Связующим звеном между реальным элементом и его переключательной функцией служит полярность логики. Различают положительную (позитивную) и отрицательную (негативную) логики. При положительной логике в качестве логической единицы принят высокий уровень сигнала, при отрицательной — низкий уровень сигнала. В зависимости от типа выбранной логики одни и те же логические элементы могут реализовывать различные функции. Из



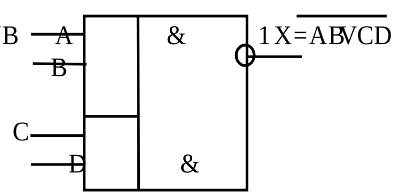


Рис 2.10. Условное графическое обозначение элемента И-ИЛИ-НЕ

Рис. 2.9. Логические схемы для функций НЕ (а), И (б), ИЛИ (в) , образованные из элементов Пирса

принципа дуальности следует, что одно и тоже логическое выражение может быть представлено двояко, например

$$X = A\ B \text{ и } \overline{X} = \overline{A} \vee \overline{B}.$$

Это значит , что один и тот же элемент будет реализовывать с точки зрения положительной логики функцию конъюнкции, а с точки зрения отрицательной логики — дизъюнкцию.

В дальнейшем для единообразия в качестве единицы везде будет принят высокий уровень напряжения (положительная логика).

Контрольные вопросы

1. Что называется базисом логических функций?
2. Какой базис называется основным?
3. Какой базис является избыточной системой?
4. Какие базисы называются нормальными?

Ключевые слова

1. Базис И, НЕ.
2. Базис ИЛИ, НЕ.
3. Базис Шеффера.
4. Базис Пирса.
5. Базис И- ИЛИ- НЕ.

Лекция№ 6

МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ ПЕРЕМЕНЫХ. МЕТОД КВАЙНА

План

1. Метод последовательного исключения переменых
2. Метод Квайна

Л И Т Е Р А Т У Р А

13. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.
14. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Минимальной формой представления переключательной функции называют такую форму, которая не допускает больше никаких упрощений. Процесс упрощения переключательной функции с целью получения минимальной нормальной формы называют минимизацией. При минимизации исходят из требований минимальной затраты оборудования, так как каждой элементарной логической функции соответствует определенный физический элемент. Для минимизации переключательных функций применяют различные методы : последовательного исключения переменных с помощью законов и торжеств алгебры логики, Квайна, минимизирующих карт Карно и др.

Метод последовательного исключения переменых с помощью законов и торжеств алгебры логики является наиболее простым методом минимизации. Любое упрощение переключательной функции происходит при вынесении за скобки общих множителей из таких минтермов , суммирование которых приводит к исключению отдельных переменных. Очевидно, что исключение какой-либо переменной из данного минтерма произойдет при прибавлении к нему минтерма, отличающегося лишь значение этой переменной. Подобный процесс подбора пары минтермов, сопровождающийся понижением ранга переменой, называется склеиванием минтермов.

Пример 2.5 Минимизировать переключательную функцию

$X_{сднф} = A\bar{B}\bar{C} \vee AB\bar{C} \vee ABC$ методом последовательного исключения переменных .

Решение.

Для данной переключательной функции группируя минтермы и используя выражения (2.1), (2.4), (2.8), и (2.12) , получим

$$X=A\bar{B}\bar{C} \vee AB(C \vee \bar{C}) = A\bar{B}\bar{C} \vee AB = A(B \vee \bar{B})(B \vee \bar{C})=A(B \vee \bar{C})$$

Выявление групп минтермов, отличающихся между собой комбинациями значений одних и тех же переменных, при большом числе переменных является задачей довольно сложной. Кроме того, некоторые минтермы могут входить одновременно в несколько таких групп и , следовательно, задача образования этих групп не может быть решена однозначно. Группируя минтермы различными способами , можно получить различные упрощенные формы заданной функции, однако при этом не можем быть уверены, что какая-то полученная форма является минимальной. Возможно, что получена одна из тупиковых форм, т.е. такая , которая больше не упрощается, но не является минимальной. Например , для переключательной функции

$$X_{сднф}= \bar{A}BC \vee \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C} \vee AB\bar{C} \vee ABC, \qquad (2.22)$$

группируя минтермы, получим

$$X=(\bar{A}BC \vee \bar{A}\bar{B}C)\vee(\bar{A}BC \vee ABC)\vee(\bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C})\vee(\bar{A}B\bar{C} \vee AB\bar{C}).$$

Используя выражения (2.8) и (2.12) , преобразуем данную функцию к виду

$$X=\bar{B}C(A \vee \bar{A}) \vee AC(B + \bar{B}) \vee \bar{A}\bar{C}(B \vee \bar{B}) \vee B\bar{C}(A \vee \bar{A}) =$$

$$= B\bar{C} \vee AC \vee \bar{A}\bar{C} \vee B\bar{C}. \qquad (2.23)$$

Как увидим в дальнейшем эта форма переключательной функции (2.23) не является минимальной , однако упростить ее уже нельзя. Конъюнкции, входящие в такую сокращенную нормальную форму, называются импликантами.

<u>Метод Квайна</u> применяется для переключательных функций невысокого ранга при условии , что исходные функции заданы в СДНФ.

В целях сравнения тупиковых форм с минимальными формами переключательной функции рассмотрим этот метод на примере переключательной функции, заданной логическим выражением (2.22).

Метод Квайна выполняется в несколько этапов.

Этап 1-й. Нахождение сокращенной нормальной формы.

Составляется табл. 2.8, с помощью которой подбираются пары минтермов, отличающихся друг от друга значением лишь переменной. Сумма двух таких минтермов — первичные импликанты второго ранга записывается в табл. 2.8 на пересечении склеиваемых минтермов.

В результате склеивания исходное выражение (2.22) на данном шаге 1-го этапа преобразования будет представлять дизъюнкцию простых импликант второго порядка. Минтермов, не подвергающихся поглощению в данном примере, нет.

На основании табл. 2 .8 и с учетом (2.11) исходное выражение приводится к виду

$$X = \bar{B}C \vee \bar{A}\bar{B} \vee \bar{A}\bar{C} \vee B\bar{C} \vee AB \vee AC. \qquad (2.24)$$

Таблица 2.8

Минтермы	$AB\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}$	$A\bar{B}\bar{C}$	$AB\bar{C}$	ABC

ABC	1	BC				AC
$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{B}C$	1	AB			
ABC		AB	1	AC		
ABC			AC	1	BC	
ABC				BC	1	AB
ABC	AC				AB	1

Так как в выражение (2.24) входят только импликанты второго ранга, следовательно, дальнейшее упрощение выражения операцией поглощения невозможно. Выражение (2.24) и будет представлять собой сокращенную нормальную форму заданной функции.

Этап 2-й. Расстановка меток и выбор минимального перекрытия.

Составляется табл. 2.9, число строк которой равно числу полученных импликант в выражении (2.24) при склеивании , а в столбцах расположены все минтермы, входящие в исходное выражение (2.22) заданной переключательной функции. Метки проставляются в клетках на пересечении строк со столбцами в тех случаях , если простая импликанта входят в данных минтерм.

Таблица 2.9

Минтер Имп- Ликанты	ABC	ABC	ABC	ABC	AB	ABC
B	+	+				
AB		+	+			

A			+	+		
BC				+	+	
AB					+	+
AC	+					+

Каждой переключательной функции соответствует только одна сокращенная нормальная форма, тогда как минимальных форм может быть несколько. Все минимальные формы могут быть получены из табл. 2.9 следующим образом. Минимальная форма переключательной функции должна содержать импликанты , перекрывающие все минтермы заданной функции. Из табл. 2.9 легко видеть, что все минтермы заданной функции оказываются перекрытыми импликантами BC, AB и AC или AB, BC и AC, а следовательно , для рассматриваемой функции можно получить две минимальные нормальные формы :

$$X_{мин1}=\bar{B}C \vee \bar{A}\bar{C} \vee AB, \qquad (2.25)$$

$$X_{мин2}=\bar{A}\bar{B} \vee B\bar{C} \vee AC, \qquad (2.26)$$

не совпадающие с полученной ранее тупиковой формой (2.23).

Равносильности этих выражений легко проверить подстановкой произвольных значений переменных в данные уравнения.

Для числа переменных больше пяти метод Квайна нецелесообразно применять ввиду его громоздкости.

Контрольные вопросы

1. Что называется минимальной формой представления логической функции?
2. Что называется минимизацией логической функции?

3. Объясните метод Квайна.

4. Минимизировать переключательную функцию

Хсднф = $\overline{A}BC$ V $AB\overline{C}$ V $\overline{AB}C$ методом последовательного исключения переменных .

5. Что называется импликантами ?

Ключевые слова

1. Минимизация.
2. Тупиковая форма.
3. Склеивание минтермов.
4. Импликанты.

Лекция № 7

МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ.

МЕТОД МИНИМИЗИРУЮЩИХ КАРТ КАРНО.

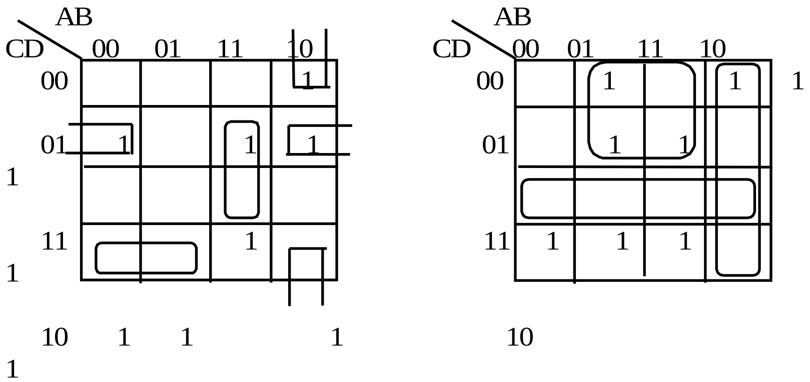
План.

1. Метод минимизирующих карт карно.

Л И Т Е Р А Т У Р А

15. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.
16. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Метод минимизирующих карт Карно находит широкое применение для минимизации переключательных функций.



Основу их минимизации с помощью карты Карно составляет следующее : два минтерма, находящиеся в соседних клетках карты , могут быть заменены одной конъюнкцией, содержащей на одну переменную меньше. Если соседними являются две пары минтермов, то такая группа из четырех минтермов может быть заменена конъюнкцией, которая содержит на две переменых меньше. В общем случае наличие минтермов в 2^n соседних клетках позволяет исключить n переменных. В этом нетрудно убедится, если соседние пары минтермов преобразовать методом последовательного исключения переменых, используя при этом законы (2.7), (2.8), правила поглощеня (2.14) и склеивания (2.15).

При минимизации необходимо помнить , что соседними клетками являются не только клетки, располженные рядом по горизонтами и вертикали, но и клетки на противополжных границах карты Карно;

клетки могут объединятся по две (рис. 2.11, а), четыре (рис. 2.11, б) и т.д. ;

одна и таже клетка карты Карно может входить в несколько групп.

Картами Карно можно пользоваться для минимизации переключательных функций, задаваемых как в СДНФ, так и в СКНФ.

Пример 2.6. Переключательную функцию (2.22), заданную в СДНФ, минизировать с помощью карты Карно.

Решение. 1. Изобразим карту Карно для трёх переменных A, B, C и отметим

в ней 1 минтермы $AB\bar{C}$, $\bar{A}\bar{B}C$, $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$, $AB\bar{C}$, ABC и $\bar{A}B\bar{C}$ (рис. 2.12, а).

2. В карте Карно (рис. 2.12, а) минтермы образуют три группы, каждая из которых содержит два минтерма. Первая состоит из ABC и ABC. На основании тождества (2.17) переменная B может

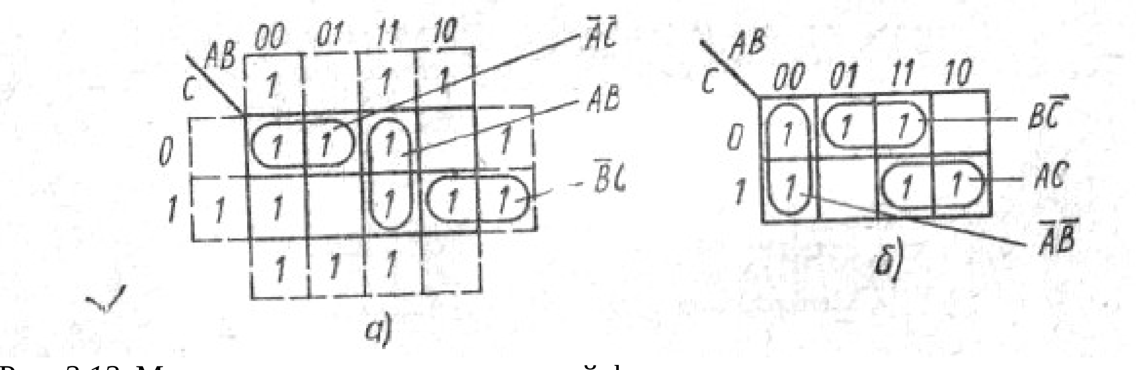


Рис. *2.12.* Минимизация переключательной функции

$X = AB\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C} \vee A\bar{B}C \vee ABC$ *с* помощью карты Карно .

быть исключена из этой группы. Вторая группа состоит из ABC и ABC и из этой группы может быть исключена переменная C. Третья группа состоит из $A\bar{B}C$ и $\bar{A}\bar{B}C$, из которой может быть исключена переменная A.

3. Записываем минимизированную переключа тельную функцию в ДНФ:

$$X_{мин1} = AB \vee \bar{B}C \vee \bar{A}\bar{C} \qquad (2.27)$$

Выбирая группы минифмов по-другому (рис. 2.12, б), получаем вторую минимальную форму переключательной функции, заданной уравнением (2.22):

$$X_{мин2} = \bar{A}\bar{B} \vee B\bar{C} \vee AC \qquad (2.28)$$

Полученные выражения (2.27) в (2.28) совпадают с выражениями (2.25) и (2.26) соответственно.

Пример 2.7. Переключательную функцию, заданную таблицей истинности (табл. 2.10), минимизировать с помощью карты Карно в ДНФ и КНФ.

Решение. 1. Изобразим карту Карно (рис. 2.13, *а)* для четырех переменных A, B, C, D и отметим в ней 1 минтермы, входящие в данную функцию на основе табл. 2.10.

Таблица 2.10

Номер набора I	A	B	C	D	X	Номер набора I	A	B	C	D	X
0	0	0	0	0	1	8	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	9	1	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0	10	1	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1	11	1	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0	12	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1	13	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	14	1	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	15	1	1	1	1	1

2. В карте Карно (рис. 2.13, а) минтермы функции образуют три группы. Первая состоит из двух минтермов: $\bar{A}BCD$ и $\bar{A}BC\bar{D}$; на основании тождеств (2.12) переменная D из этой группы может быть исключена.

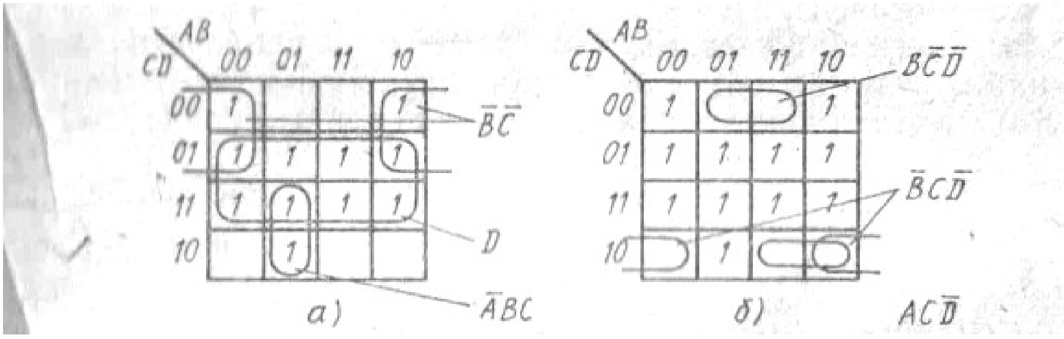


Рис. 2.13. Минимизация переключательной функции X=f*(A,B, C, D),* заданной таблицей истинности (табл. 10) с помощью карты Карно.

Вторая группа состоит из двух пар минтермов:

$A\overline{B}\,\overline{C}D$, $A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$, $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$ и $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$,т. е. включает $4=2^2$ единиц. Представим дизъюнкцию минтермов этой группы в виде выражения:

$\overline{B}\,\overline{C}\ [A\ (D \vee \overline{D})\ V\ \overline{A}(D \vee \overline{D})]$,

из которого видно, что из этой группы минтермов исключаются две переменные A и D.

Третья группа состоит из строк, для которых D=1, и включает $8=2^3$ единиц. Следовательно, из этой группы могут быть исключены переменные A,B и C

3.Запись минимизированной переключательной функции в ДНФ:

$$X_{ДНФмин} = (\overline{A}BC)\ V\ (\overline{B}\,\overline{C})\ V\ D.$$

4. Для получения переключательной функции в минимальной КНФ группируем минтермы карты Карно (рис. 2.13, б), соответствующие пустым клеткам.

Первая группа содержит минтермы $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$, $AB\overline{C}\,\overline{D}$, из которой может быть исключена переменная A. Вторая — минтермы $ABC\overline{D}$ и $A\overline{B}C\overline{D}$, из которой может быть исключена переменная B. Третья группа содержит минтермы $\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}$ и $A\overline{B}C\overline{D}$, из которой может быть исключена переменная *A.*

5. На основании равенства (2.21) можно записать, что

$$X_{КНФмин} = \overline{X}_{ДНФмин} = \overline{(B\overline{C}\,\overline{D})\ V(AC\overline{D})\ v(\overline{B}C\overline{D})} =$$

$$= (\overline{B} \vee C \vee D)\ (\overline{A} \vee \overline{C}\ V\ D)\ (B \vee \overline{C}\ V\ D).$$

Контрольные вопросы.

1.Особенности минимизации логических функций с помощью карт Карно.

2. Минимизируйте с помощью карт Карно логические функции:

$X_1= \bar{A}BC \vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}C \vee ABC$

$X_2= A\bar{B}CD \vee \bar{A}\bar{B}CD \vee \bar{A}\bar{B}CD \vee ABCD$

3.Может ли входить одна и та же клетка карты Карно в несколько групп ?

4. Преобразуйте с помощью карт Карно переключательные функции в СДНФ:

$X1=(\bar{A}BC) \vee (A\bar{B}C) \vee (\bar{A}B\bar{C})$

$X2=(AB\bar{C}\bar{D}) \vee (\bar{A}D) \vee (\bar{B}C\bar{D})$

5. В чём отличие между СДНФ и СКНФ ?

Ключевые слова

1.Минимизация.

2.Тупиковая форма.

3.Склеивание минтермов.

4.Импликанты.

5.Переключательная функция.

6. Логическая функция.

Лекция №8

ЗАПИСЬ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В УНИВЕРСАЛЬНЫХ БАЗИСАХ

План

1. Запись логических функций в базисе И-НЕ.
2. Запись логических функций в базисе ИЛИ-НЕ.

Л И Т Е Р А Т У Р А

17. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.
18. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой
3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Запись переключательных функций в универсальных базисах И-НЕ и ИЛИ-НЕ производится в такой последовательности:

1. Заданная переключательная функция минимизируется в базисе И, ИЛИ, НЕ.
2. Над полученным выражением переключательной функции ставят двойное отрицание с помощью выражений (2.16) осуществляют переход в универсальный базис И-НЕ или ИЛИ – НЕ

3. При преобразовании переключательной функции (п.2) используют следующие выражения:

а) в базисе И-НЕ

$$A\overline{B}=A(\overline{AB}),$$

$$(\overline{A}B) \vee (A\overline{B})=\overline{\overline{[A(\overline{AB})]}\;\overline{[(\overline{AB})B},]}$$

$$\overline{A}=\overline{A* 1}\ ,$$

$$\overline{A} = \overline{A* A}$$

б) в базисе ИЛИ-НЕ

$A\ V\ \overline{B} = A\ V\ (\overline{A\ V\ B}),$

$(A\ V\ \overline{B})\ (\overline{A}\ V\ B) = \overline{\overline{A\ V(\overline{A\ V\ B})}\ V\ \overline{B\ V(\overline{A\ V\ B})}},$

$\overline{A} = \overline{A\ V\ 0},$

$\overline{A} = \overline{A\ V\ A},$

Пример 2.8 Переключательную функцию

$X = \overline{C}D\ V\ \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D}\ V\ \ ABD\ V\ ABC\ V\ ACD$

записать в базисе И- Не и ИЛИ-НЕ, в минимальной ДНФ и КНФ.

Решение. 1. Изобразим карту Карно для четырех переменных A, B, C и D (рис. 2,14) и отметим в ней 1 минтермы, содержащие конъюнкции, входящие в заданную функцию.

2. В результате склеивание минтермов в карте Карно, для которых заданная переключательная функция X=1, получим выражения для исходной функции в минимальной ДНФ:

$X_{ДНФМИН} = \overline{C}\ V\ \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D}\ V\ A\ B\ \overline{D},$ (2.31а)

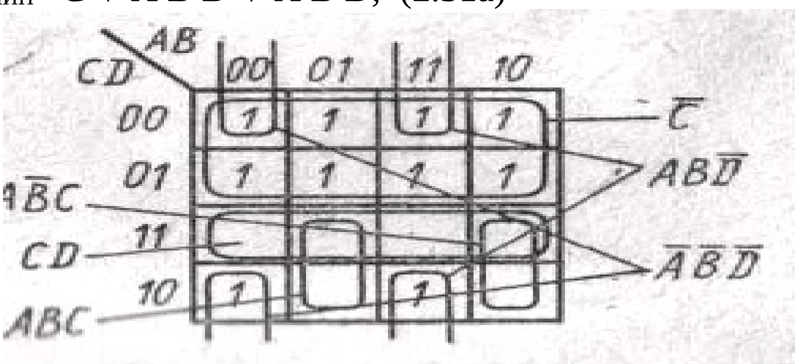


Рис. 2.14. Минимизация переключательной функции $X = \overline{C}D$ V $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}$ V $AB\overline{D}$ V $\overline{A}B\overline{C}$ V $A\overline{C}\,\overline{D}$ с помощью карты Карно.

а в результате склеивания минтермов, для которых переключательная функция X=0, получим выражение для исходной функции в минимальной КНФ:

$X_{КНФМИН} = \overline{CD \vee A\bar{B}C \vee AB\bar{C}} = (C \vee \bar{D})(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})(\bar{A} \vee \bar{B} \vee C)$ (2.31 б)

3. Для записи переключательных функций (2.31,а) и (2.31,б) в базисе И-НЕ применим к правой части этих выражений двойное отрицание. Используя выражения (2.29), после преобразований получим:

$$X_{ДНФМИН} = \overline{\overline{\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}\bar{D} \vee AB\bar{D}}} = \overline{C\,\overline{(\bar{A}\bar{B}\bar{D})}\,\overline{(AB\bar{D})}} \qquad (2.31\ в)$$

и

$$X_{КНФМИН} = \overline{\overline{(\bar{C} \vee \bar{D})(A \vee \bar{B} \vee \bar{C})(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})}} = \overline{\overline{(\overline{CD})\,\overline{(\bar{A}BC)}\,\overline{(A\bar{B}C)}}}.$$

(2.31 г)

Анализ минимальной КНФ (2.31 в) и (2.31 г) показывает, что функциональная схема (рис. 2.15), реализующая заданную функцию, будет содержать меньше количество элементов Шеффера, если ее строить, используя выражение (2.31 в).

4. Для записи переключательных функций (2.31 а) и (2.31 б) в базисе ИЛИ-НЕ применим также к правой части этих выражений двойное отрицание. Используя выражение (2.30) после преобразований получим:

$$ХДНФ_{МИН} = \overline{\overline{\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}\bar{D} \vee AB\bar{D}}} = \overline{\overline{\bar{C} \vee \overline{(A \vee B \vee D)} \vee \overline{(\bar{A} \vee \bar{B} \vee D)}}}, \qquad (2.31\ д)$$

$$ХКНФ_{МИН} = (\bar{C} \vee \bar{D})(A \vee \bar{B} \vee \bar{C})(\bar{A} \vee B \vee \bar{C}) =$$

$$= \overline{\overline{\overline{(\bar{C} \vee \bar{D})} \vee \overline{(A \vee \bar{B} \vee \bar{C})} \vee \overline{(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})}}}. \qquad (2.31\ е)$$

Анализ минимальной ДНФ (2.31 е) показывает, что функциональные схемы, реализующие эти выражения, будут содержать одинаковое количество элементов Пирса. На рис. 2.16 приведена функциональная схема, реализующая переключательную функцию (2.31 е).

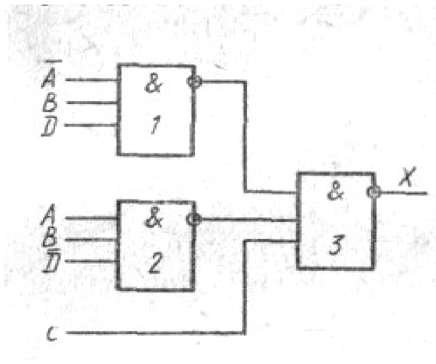


Рис.2.15. Функциональная схема, реализующая переключательную функцию

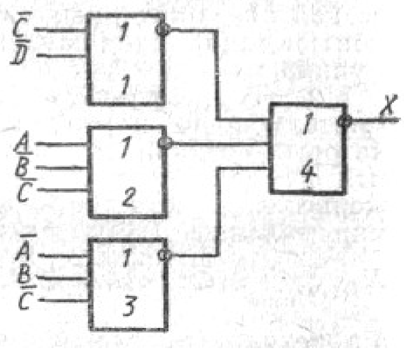


Рис. 2.16. Функциональная схема, реализующая переключательную функцию

$$X_{ДНФмин} = \overline{\bar{C}\,\overline{(\bar{A}\bar{B}D)}\,\overline{(\bar{A}BD)}}$$

$$XКНФ_{мин} = \overline{\overline{(\bar{C} \vee \bar{D})} \vee \overline{(\bar{A} \vee \bar{B} \vee C)} \vee \overline{(\bar{A} \vee B \vee C)}}$$

Вывод. При построении функциональных схем на элементах Шеффера переключательную функцию представляют в минимальной ДНФ, а при построении функциональных схем на элементах Пирса - в минимальной КНФ. В этом случае функциональные схемы содержат минимальное количество элементов и более просты при построении.

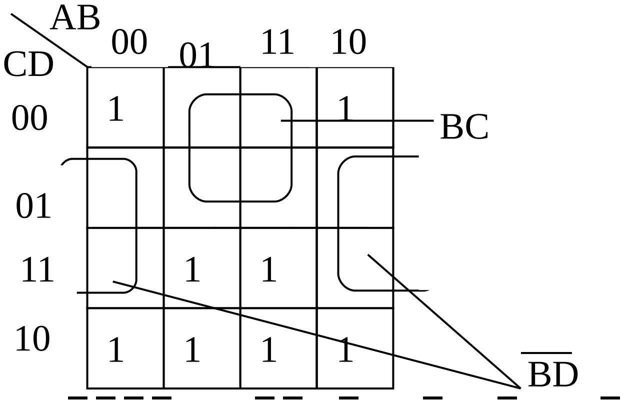


Рис. 2.17. Минимизация с помощью карты Карно переключательной функции

$X=(\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}) \vee (\bar{A}\bar{B}C\bar{D}) \vee (\bar{A}BC\bar{D}) \vee (\bar{A}BCD) \vee$

V $(A B C \bar{D})$ V $(ABCD)$ V $(\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D})$ V $(A\bar{B}C\bar{D})$

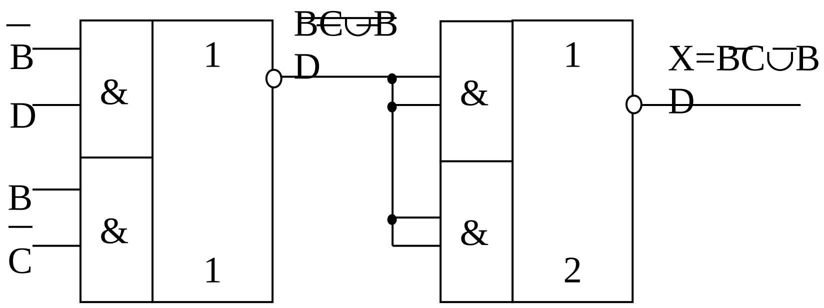


Рис. 2.18. Функциональная схема, реализующая переключательную функцию $X_{ДНФмин} = (B\bar{C})$ V $(B\bar{D})$

Запись переключательных функций в базисе И – ИЛИ – НЕ производится следующим образом: в базисе И, ИЛИ, НЕ минимизируется инверсное значение заданной функции, а затем над полученным выражением заданной функции ставят отрицание и с помощью законов де Моргана (2.16) осуществляют переход к базису И – ИЛИ – НЕ.

Пример. 2.9. Запись в базисе И – ИЛИ – НЕ в нормальной ДНФ переключательную функцию:

$X = (\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D})$ V $(\bar{A}\bar{B}C\bar{D})$ V $(\bar{A}BC\bar{D})$ V $(\bar{A}BCD)$ V $(ABC\bar{D})$ V $(ABCD)$ V

V $(\bar{A}\bar{B}\bar{C}D)$ V $(A\bar{B}C\bar{D})$.

Решение. 1. Минимизируем заданную функцию с помощью карты Карно (рис. 2.17). группируя минтермы, соответствующих пустым клеткам Карно, получим

$ХДНФ_{мин}$ = (BC) V (BD).

2. Взяв инверсию от полученного выражения, перейдем к базису И – ИЛИ – НЕ:

$ХДНФ_{мин} = \overline{(BC)}$ V (BD).На рис. 2.18 представлена логическая схема на элементах И-ИЛИ-НЕ, реализующая выражение (2.32).

Контрольные вопросы.

1.Запишите в базисе И– НЕ в нормальной ДНФ переключательную функцию:

$X = ABC \vee \bar{A}\bar{B}C \vee AB\bar{C} \vee A\bar{B}C$

и синтезируйте комбинационную схему на элементах Шеффера.

2.Запишите в базисе И–ИЛИ-НЕ в нормальной ДНФ переключательную функцию:

$X=(A\bar{B}\bar{C}D) \vee (AB\bar{C}D) \vee (A\bar{B}CD) \vee (ABCD)$

и синтезируйте комбинационную схему на элементах И–ИЛИ-НЕ.

3.Какие выражения используют при преобразовании

переключательной функции в базисе И-НЕ ?

4.Какие выражения используют при преобразовании переключательной функции в базисе ИЛИ-НЕ ?

5.Записать в базисе И-ИЛИ-НЕ внормальной ДНФ переключательную функцию:

$X=(\bar{A}B\bar{C}D) \vee (A\bar{B}\bar{C}D) \vee (\bar{A}\bar{B}\bar{C}D) \vee (\bar{A}B\bar{C}D) \vee (A\bar{B}CD) \vee (ABC\bar{D}) \vee$

$(ABCD) \vee (AB\bar{C}D)$

Ключевые слова

1. Базис И-НЕ.
2. Базис ИЛИ-НЕ.
3. Минимизация.
4. Тупиковая форма.
5. Склеивание минтермов.
6. Импликанты.

Лекция №9

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

План

1. Анализ комбинационных схем.
2. Синтез комбинационных схем.

Л И Т Е Р А Т У Р А

19. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.

20. Информатика. Учебник под редакцией Макаровой

3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Будем считать, что комбинационная схема (КС) (рис. 2.19) задана полностью, если известен закон ее функционирования,

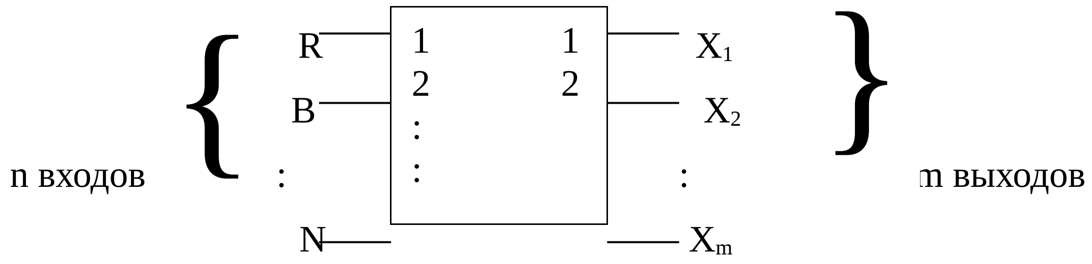


рис.2.19Условное графическое обозначение комбинационной схемы.

описываемых системой переключательных функций:

$$\left.\begin{array}{l} X_1 = f_1(A, B, C, \ldots N); \\ X_2 = f_2(A, B, C, \ldots N); \end{array}\right\}$$

. . . .

$$X_n = f_n (A, B, C, . . . N);$$

Анализ комбинационных схем (КС), включающий описание функционирования заданной схемы переключательными функциями, производится в следующем порядке.

1. Последовательно описывая переключательной функцией работу каждого элемента заданной *КС,* получают переключательные функции, описывающие закон функционирования *КС.*

2. Проводится анализ полученных переключательных функций с целью устранения лишних элементов в схеме.

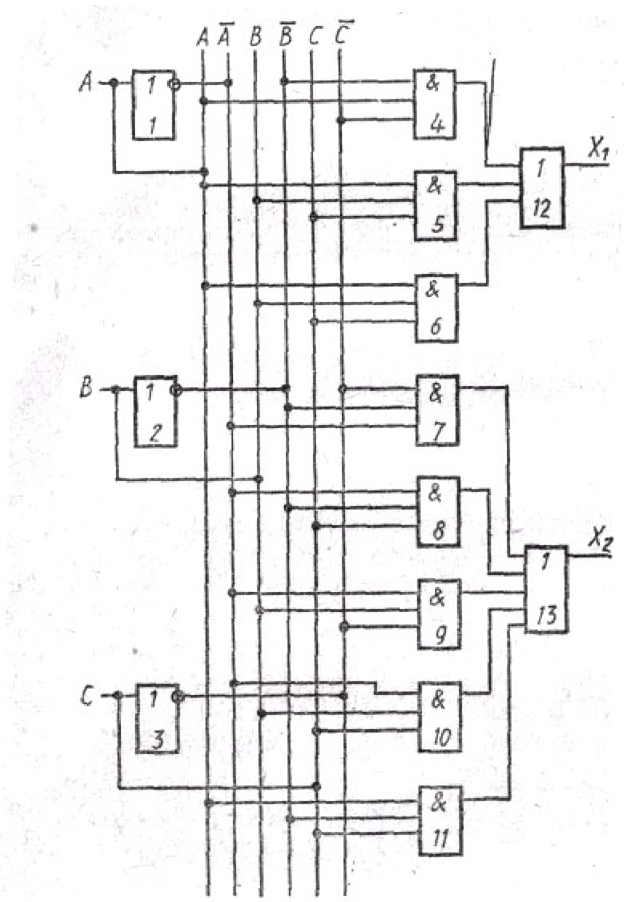


Рис. 2. 20. Логическая структура комбинационной схемы с двумя выходами.

П р и м е р 2.10. Произвести анализ логической структуры *КС*, приведенной на рис. 2.20.

Решение. 1. Описываем последовательную работу каждого логического элемента КС (рис. 2.20) переключательной функцией:

$$X_1 = ABC \vee ABC \vee ABC;$$

$$X_2 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}C.$$

3. Используя полученные выражения, составим карты Карно (рис. 2.21), на основании которых получим минимальные ДНФ функции, описывающих работу КС:

$$X_{мин1} = AB \vee A\bar{C} \text{ (рис. 2.21 а)}$$

$$X_{мин2} = A \vee \bar{B}C \text{ (рис. 2.21 б)} \quad (2.33)$$

На рис. 2.22 приведена логическая схема, реализующая минимальные формы переключательных функций (2.33). Полученная КС содержит меньшее количество схем И и с меньшим числом входов по сравнению с заданной КС (см. рис. 2.20).

Синтез – проектирование схемы, реализующей заданный закон ее функционирования. Рассмотрим последовательность этапов синтеза КС на следующем примере.

Пример 2.11. Построить КС в базисе И – НЕ, закон функционирования которой задан таблицей истинности (табл. 2.11).

Решение. 1. Запишем переключательную функцию КС в базисе И, ИЛИ, НЕ, используя табл. 2.11:

таблица 2.11

A	B	C	X

0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$X_{СДНФ} = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}C,$$

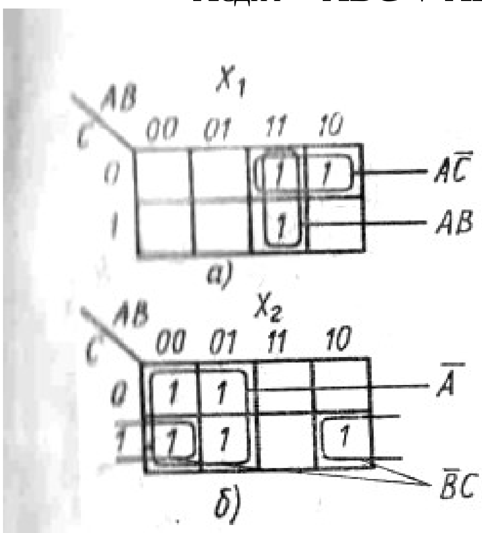


Рис. 2.21. Карты Карно для переключательных функций:

$X_1 = A\bar{B}\bar{C} \vee AB\bar{C} \vee ABC$;

$X_2 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee$

$\vee \bar{A}BC \vee A\bar{B}C$.

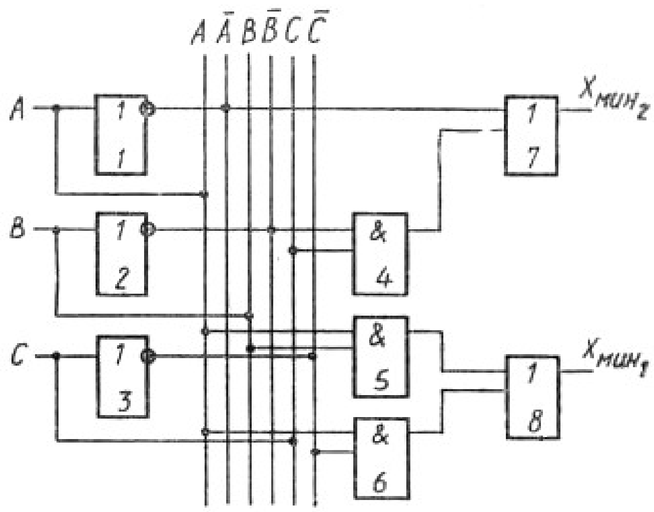


Рис. 2.22. Функциональная схема, реализующая переключательные функции: $X_{мин1} = AB \vee A\bar{C}$;

$X_{мин2} = \bar{A} \vee \bar{B}C$

2. Минимизируем полученную переключательную функцию с помощью карты Карно (рис. 2.23):

$X_{ДНФмин} = \overline{A}\,\overline{C} \vee \overline{A}B \vee A\overline{B}C.$

3. Запишем $X_{ДНФмин}$ в базисе И – НЕ: $X_{ДНФмин} = \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{C} \vee \overline{A}B \vee A\overline{B}C}} =$

$= \overline{(\overline{\overline{A}\,\overline{C}})\,(\overline{\overline{A}B})\,(\overline{A\overline{B}C})}.$

4. Строим на элементах Шеффера КС (рис. 2.24) Реализующую переключательную функцию (2.34).

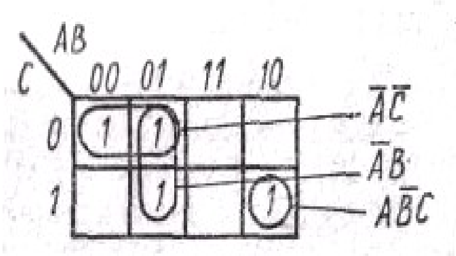


Рис.2. 23. Минимизация с помощью карты
Карно переключательной

функции $X_{сднф} = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} \vee \overline{A}B\overline{C} \vee \overline{A}BC \vee A\overline{B}C$

При выборе оптимального варианта КС необходимо учитывать ограничения, которые накладываются характеристиками реальных логических элементов: коэффициентом разветвления, числом входов логического элемента и конечным временем распространения сигнала в логических элементах.

Контрольные вопросы.

1.В каком порядке производится анализ комбинационных схем ?

2.Минимизировать при помощи карты Карно переключательную функцию:

$X_{сднф} = A\overline{B}C \vee AB\overline{C} \vee \overline{A}BC \vee \overline{A}BC$.

3.Дайте определение синтезу комбинационных схем ?

4.Построить КС в базисе И-НЕ , закон функционирования которой задан таблицей истинности

A	B	C	X

0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	1

5.Какие нужно учитывать ограничения при выборе оптимального варианта КС ?

Ключевые слова

1. Анализ КС.
2. Синтез.
3. Логическая структура.
4. Коэффициент разветвления.
5. Логический элемент.

Лекция №10

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ.

План

1. Задача синтеза цифровых автоматов.
2. Закон функционирования цифровых автоматов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1.Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. Минск. «Высшая школа» . 1980 г.

2.Информатика. Учебник под редакцией Макаровой

3. Нешумова К.А.ЭВМ и системы. Москва. Высшая школа. 1989г.

Задача синтеза цифровых автоматов (ЦА) обычно сводится к синтезу КС цифрового автомата. Закон функционирования ЦА может быть представлен в виде совмещенной таблицы переходов и выходов либо в форме направленного графа.

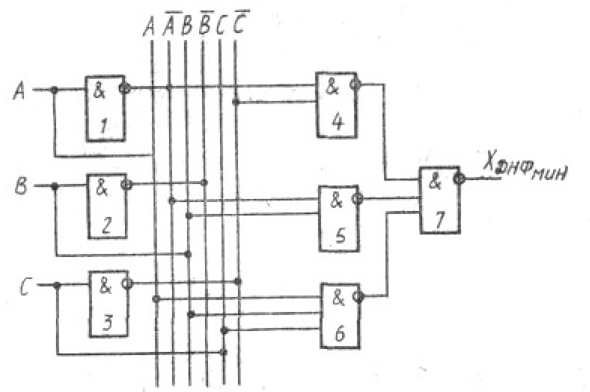


Рис. 2.24. Функциональная схема, реализующая переключательную функцию

Хднфмин = $(\overline{A}\,\overline{C}) \wedge (\overline{A}B) \wedge (\overline{A}BC)$

Табличная форма функционирования ЦА позволяет определить тип автомата и составитть функции перехоов и выходов по принципу образования СДНФ или СКНФ.

Пример 2.12. Произвести синтез *ЦА*, закон функционирования которого задан совмещенной таблицей переходов и выходов (табл. 2.12), в которой t и t+1 обозначают последовательные моменты времени. Момент времени t+l наступает тогда, когда сигнал на выходе *ЦА* принимает значения, соответствующие последующему состоянию.

Таблица 2.12

Номер набора I	Xt	Qt	Q(t+1)	Y(t+1)
0	0	0	1	1
1	0	1	1	1
2	1	0	0	0
3	1	1	1	1

Решение. 1. Анализ табл. 2.12 показывает, что она соответствует автомату Мили, так как выходная переменная Y_{t+1} в любом наборе зависит от внутреннего состояния Qt и от входной переменной Xt.

2. Пользуясь табл. 2.12, составляем в СДНФ функции переходов и выходов:

$Q_{(t+1)} = \bar{X}t\bar{Q}t \vee \bar{X}tQt \vee XtQt$;

$Y_{(t+1)} = Q_{(t+1)}$.

3. Минимизируем полученные функции:

$Q_{(t+1)} = \bar{X}t \vee Qt$; $Y_{(t+1)} = Q_{(t+1)}$. (2.35)

4. Строим функциональную схему Ц А, реализующего функции (2.35) Функциональная схема ЦА (рис. 2.25) построена на логических элементах НЕ, ИЛИ (комбинационная часть автомата) и асинхронного RS-триггера (элемента памяти автомата).

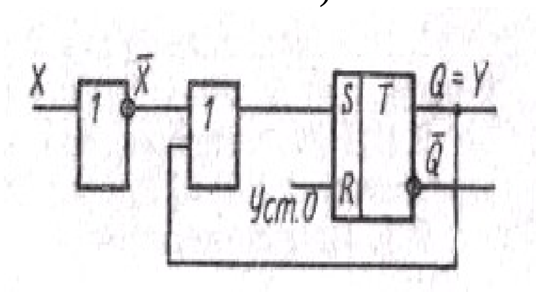


Рис.2.25. Функциональная схема цифрового автомата, реализующего переключательные функции: $Q_{(t+1)} = Xt \vee Qt$ и $Y_{(t+1)} = Q_{(t+1)}$

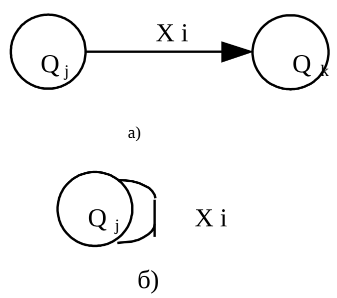


Рис. 2.26. Обозначения переходов в цифровых автоматах

Графы автоматов более наглядно задают закон функционирования ЦА. Внутреннее состояние ЦА изображается узловыми окружностями (вершинами) графа, а переходы между состояниями — ветвями (ребрами). Если входной сигнал X_i вызывает переход из состояния Q_j в состояние Q_k ,

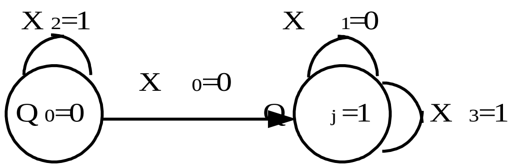


Рис. 2.27. Граф цифрового автомата, реализующего закон функционирования, заданного табл. 2.11

то на графе ЦА переходу (Q_j,Q_k) соответствует обозначение, приведенное на рис. 2.26, а. Если состояния Q_j и Q_k совпадают , то сохранение ЦА Q_j состояния при воздействии сигнала изображается как на рис. 2.26, б.

На рис. 2.27 приведена схема графа, описывающего закон функционирования ЦА , заданного табл. 2.12. ЦА имеет один вход Xi, один выход $Y_{(i+1)}$ и два состояния Q_0=0 и Q_1=1. Из графа следует , что под действием сигнала Xi, поступающнго в моменты времени t=0,1,2,3, ЦА последовательно переходит из начального состояния Q_0 в состояния Q_1, Q_1, Q_0, Q_1 и при этом генерируется выходная последовательность сигналов Y_{i+1}.

Для графа характерна наглядность изображения закона функционирования автоматов. Однако при большом количестве состояний автомата удобной является табличная форма описания закона функционирования.

Контрольные вопросы.

1.Чем отличается комбинационная схема от цифрового автомата ?

2.Как обозначаются переходы в цифровых автоматах ?

3.Что такое графы автоматов?

4.Преобразуйте с помощью карт Карно переключательные функции в СДНФ:

$$X1=(A\bar{B}C) \vee (\bar{A}BC) \vee (AB\bar{C})$$

$$X2=(\bar{A}\bar{B}CD) \vee (A\bar{D}) \vee (B\bar{C}D)$$

5. Запишите в нормальной форме ДНФ в базисе И-ИЛИ-НЕ

переключательную функцию $X= AB\bar{C}\bar{D} \vee A\bar{B}CD \vee AB\bar{C}D$ и синтезируйте комбинационную схему на элементах И-ИЛИ-НЕ.

Ключевые слова

1.Цифровые автоматы.

2. Графы автоматов.

3.Функционирование ЦА.

4.Вершина.

5.Ребро

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ………………………………………………………………….3

Лекция №1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ……………………………………………………….4

Лекция №2

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ……………….11

Лекция №3

ПОЛНАЯ СОВОКУПНОСТЬ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ…………………………………………………………………….18

Лекция №4

СПОСОБЫ ПЕРЕХОДА ОТ НОРМАЛЬНОЙ К СОВЕРШЕННЫМ ФОРМАМ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ…………………………..23

Лекция №5

ФУНКЦИОНАЛЬНО ПОЛНЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ……………………………………….....28

Лекция № 6

МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ ПЕРЕМЕНЫХ. МЕТОД КВАЙНА………………………………………..33

Лекция №7

МИНИМИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ОГИКИ.МЕТОД МИНИМИЗИРУЮЩИХ КАРТ КАРНО………………...39

Лекция №8

ЗАПИСЬ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В УНИВЕРСАЛЬНЫХ БАЗИСАХ………………………………………………………………44

Лекция №9

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ……………………50

Лекция №10

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ…………………………………..56