

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

5130100-Matematika yo`nalishi, IV-bosqich,
401-guruh bitiruvchisi

To'xtamirzayev Muhammadjon Xusanboy o'g'lining

bakalavr darajasini olish uchun yozgan

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

MAVZU: “KVATERNIONLAR HALQASI”

Ilmiy rahbar:

f-m.f.d., prof. B.A.Omirov

Namangan-2015 yil

Mavzu: Kvaternionlar halqasi

REJA:

I. KIRISH

II. ASOSIY QISM

2.1. Halqa ta'rifi va uning sodda xossalari

2.2. Halqa ideallari

2.3. Faktor halqalar

2.4. Bosh idealar halqasi. Yevklid halqasi

2.5. Kvaternionlar. Kvaternionlar halqasi

2.6. Hayotiy faoliyat xavfsizligi

III. XULOSA

IV. FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

V. INTERNET MANBALARI VA MA'LUMOTLARI

KIRISH

Ma'lumki, davlatimiz rahbari I.A.Karimov respublikaga rahbar bo'lib tayinlangan kun 1989 – yilning 24 – iyunidan, aholi salomatligini, ilm – fan, ta'lim tarbiya, madaniyat va sport ishlariga muhim e'tibor qaratdi. Chunki respublikada ijtimoiy infratuzilma tarmoqlari, sog'liqni saqlash, xalq ta'limi, maktabgacha bolalar muassasalari juda og'ir ahvolga tushib qolgan edi. Maktab va kasalxonalarning 60 % i nobop binolarda joylashtirilgan edi. Insonning har tomonlama kamol topishi, uning shaxs sifatida ma'naviy rivojlanishi u yoqda tursin, ko'pincha yashash uchun kerak bo'lgan eng oddiy narsalar ham yetishmayotgan edi.

Yurtimizda ilm – fan rivojiga ham muhim e'tibor qaratildi. Respublikamiz ilm – fani ham boshqa sohalar kabi Markaz manfaati va mafkurasiga xizmat qilar edi. Markazdan bo'lgan tinimsiz tazyiqlarga qaramay, 80 – yillarning ikkinchi yarmida O'zbekiston ilm – fanida bir qator o'zgarishlar sodir bo'ldi. O'zbekiston Fanlar akademiyasi, oliy o'quv yurtlari tizimidagi ilmiy – tadqiqot muassasalari, ilmiy laboratoriyalar o'z faoliyatini takomillashtirishga harakat qila boshladi. Bu davrda tabiiy va ijtimoiy fanlar bo'yicha jiddiy izlanishlarga qo'l urilayotgan edi. Xususan, 1987 – yilda Toshkent viloyatining Parkent tumanida nihoyatda noyob ilmiy eksperimental majmua – “ Bizerkal` optika” – energetika qurilmasi foydalanishga topshirildi.

Ayniqsa, astronomiya sohasida katta ishlar amalga oshirildi. 80 – yillarning o'rtalaridan boshlab Astronomiya instituti olimlari fransuz olimlari bilan hamkorlikda Quyoshning global tenranishini tadqiq etish sohasida Yu. Solonin, I. Sattorov, Z. Korobova, Sh. Egamberdiyev kabi olimlarning xizmatlari kata bo'ldi. 1986 – yilda esa yuksak energiyali astrofizika bo'limi tashkil qilindi, unda gamma-astronomiya sohasida tadqiqotlar o'tkazish ishlari boshlab yuborildi. Shuningdek, biologiya, kibernetika, yadrofizika, kimyo va meditsina fanlari sohalarida ham bir qator muhim va dolzarb muammolar usulida ilmiy izlanishlar olib borildi.

Ilm fandagi bunday vaziyatni ko`ra olgan yurtboshimiz dastlabki oylardayoq bu soha rivojiga va uning xalqimiz, yurtimiz manfaatlari uchun xizmat qilishiga muhim e'tibor qaratdi. 1989 – yil 28 – noyabrda O'zbekiston Fanlar akademiyasida bo`lib o'tgan uchrashuvda so`zlagan nutqida I.A.karimov ilm – fanni yuksaltirish borasida mavjud muammo va vazifalarga atroflicha to`xtalib o`tdi. Unda fan sohasidagi kadrlarni jadal yetishtirish va yashartirish uchun, intellektual imkoniyatlarni keskin darajada oshirish uchun respublika rahbariyati zarur mablag`larni, jumladan, valyuta mablag`larini ajratishga, tegishli tashkiliy masalalarni hal qilishga tayyor ekanini ta'kidladi.

Bu borada respublika rahbariyati tomonidan 1990 – yildan boshlab mamlakat va chet ellardagi katta ilmiy markazlar, doktorantura va stajirovka o'tash uchun yosh olimlarimizga yuzta o`rin jaratish masalasi SSSR Fan va texnika davlat komiteti oldiga qo'yilishi ulkan amaliy tadbirlarning debochasi edi.

Mazkur taklifda biotexnologiya, molekulyar genetika, roboto texnika sistemasi mashinasozlik texnologiyalari, demografiya iqtisodiyoti kabi sohalarda, fan-texnika taraqqiyotining boshqa asosiy yo`nalishlarida ilmiy kadrlar tayyorlash ko`lamini kengaytirish masalasi ham ilgari surilgan edi. Unda ilm-fan yutuqlarini amaliyotga tadbqiq etish, qolaversa olimlar faoliyatini respublika xo`jaligi taraqqiyoti uchun ustuvor bo`lgan sohalarga yo`naltirish belgilab berildi.

Fanga istedadli yoshlarning kirib kelishini ta'minlash uchun oliy maktablarning, xatto umumta'lim maktablarining faoliyati takamollashtirilishi rejalashtirildi. Ushbu rejalarni muvaffaqiyatli amalga oshirish uchun quyidagi vazifalar belgilandi:

- Iste'dodli va iqtidorli yoshlarni izlab topish, qo'llab quvvatlash hamda ularning qobiliyatini rivojlantirish uchun barcha shart sharoitlarni yaratish;
- Maxsus respiblika fondini tashkil etish hamda iqtidorli bolalar uchun maktabda va internatlar tarmog`ini vujudga keltirish, yosh olimlar uchun turli mukofotlar ta'sis etish;

- Fanni mablag` bilan ta'minlash muammolarini ham puxta ishlab chiqish, yangi institutlar tashkil etish, mavjud institutlarni o`zgartirish;
- Respublikada uzog`i bilan 2010 – yilgacha ilmiy siyosat konseptsiyasini hamda O`zbekistonda fan va texnikani rivojlantirishning tegishli dasturini ishlab chiqish;

O`zbekiston rahbari jamiyat taraqqiyotida olimlarning o`rni masalasiga to`xtalib o`tar ekan: “ **Hozir har bir olim, ayniqsa, jamiyatshunos olim, o`z ilmiy faoliyatini respublika muammolariga, o`z xalqi va butun mamlakatimiz taqdiriga muofiqlashtirish lozim. Ravshanki, bunday intilish jamiyatshunos olimlar ilmiy va ijtimoiy faoliyatining birligi harakterini, ularning respublika ijtimoiy hayotidagi amaaliy ishtirokini belgilab berishi kerak**”¹ – deb ta’kidlash bilan birga ilmiy hodimlar o`z fikrlarini erkin, mas’uliyat bilan ifoda etishlari uchun sharoit yaratish, ularning ijodiy va ijtimoiy faolligini rag`batlantirish, ilmiy tadqiqotlarini bajarish uchun davlat buyurtmalarini tanlov sistemasini shakllantirishni ham bayon etdi.

Yurtboshimiz ziyolilarimizga bo`lgan ishonchi “O`zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida ” kitobidagi quyidagi so`zlarda o`z ifodasini topgan: “ **Sira mubolag`asiz aytish mumkinki, xalqni ma’naviy jihatdan sog`lomlashtirish sohasidagi ... katta isha ziyolilarimiz asosiy hal etuvchi o`rinni egallashlari darkor. Ziyolillarning so`zi odamlarning ongi, shuuri va qalbida hamisha aks sado beradi** ”.

Bugungi murakkab, ziddiyatli, turli larzalar chiqib turgan va majarolar bo`lib turgan vaziyatda ziyolilarimizning oqlovi so`zlari, hayrli ishlari odamlar va xalqlar o`rtasida insonparvarlik kabi ma’naviy normalarni saqlab qolishda eng muhim sharoitdir.

Respublika Fanlar akademiyasi olimlaridan umidimiz katta. Buning boisi bor, albatta. Respublikamizni inqirozdan chiqarishning yagona demaganda ham, asosiy yo`li ilm-fan madadiga tayanishidir. Fan texnika taraqqiyotiga yangi g`oyalar va kashfiyotlarga suyanishdadir.

¹ Islom Karimov – O`zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida – T: “O`zbekiston” NMIY, 2011. 89-bet.

Olimlarimizni tanqid qilish ham mumkin edi. Bunday tanqid, hatto, an'anaga ham aylanib ketgan edi. Lekin, meni ularni qo'llab quvvatlamochiman. Chunki, shunga imonim komilki, respublikamizda ancha yetuk olimlar bor, konkret ishlar ham qilingan, olimlarimiz xalq oldidagi mas'uliyatini ham tushunib turdilar. Yaqinda bo'lib o'tgan uchrashuvlar chog'ida ham bunga ishonch hosil qildim.

G'ayrat, shijoat va ijodkorlik ko'proq bo'lsa deymiz. Yosh olimlarga yordam beraylik. Shunday qilsak, O'zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida durust natijalarga erishamiz. Biz bu boradagi yordamni bundan buyon ham hech tejamaymiz.²

Darhaqiqat, 80 – yillarning ikkinchi yarmida xalq ta'limi, oliy ta'lim tizimida ham sustkashlik, foizbozlik illatlari chuqur ildiz ortib, milliy jihatlar inobatga olinmas edi. Manbaalarga ko'ra, 1987 – yilning sentyabrida respublikamizdagi jami maktablarning 5596 (72,1 %) 2 smenada, 23 tasi hatto 3 smenada ishlardi. 50 % maktab ta'lim tarbiya muassasalariga mos bo'lmagan binolarda joylashgan edi. Ularda 1204 ming o'quvchi o'rni bor edi. Faqat 2812 (49 %) ta maktabda moslangan sport zallari, 22 tasida “suzish basseini”, 1934 (25%) tasida sport turi mavjud edi. 80 – yillarning ohirida respublikadagi maktablarning 700 ga yaqini tezlik bilan ta'mirlanishga muhtoj holatda edi. Xalq ta'limini mablag' bilan ta'minlashning “ qoldiq” tamoyili kabi ham davom etayotgan edi. Respublikamizda tug'ulish ko'p bo'lgan holda, maktablar, ularning o'quv moddiy bazasi yetishmas edi.

Maktablarning o'qituvchilar bilan ta'minlanishi ham yetarllli darajada emas edi. Ayniqsa, ona tili, rus tili, matematika, fizika va boshqa bir qator fanlar bo'yicha o'qituvchilar yetishmas edi.

Maktablardagi ta'lim –tarbiyaning hayot bilan, ta'limning foydali mehnat bilan mustahkam bog'lanmaganini, “pedagogik kadrlar nazariy tayyorgarligi” ning pastligi, ta'lim tarbiya vazifalari va asosiy tamoyillarini aniqlashda aniq o'lchovlarni ishlab chiqilmagani, berilayotgan va olinayotgan bilimlar darajasining

² Ergashev Q. O'zbekistonda xalq ta'limi rivoji tarixi. _T. “O'qituvchi”, 1998 yil. – 41-bet.

talablarga javob bera olmasligining, o`quvchilarning bilimsizligiga, foizbozlikka olib keldi.

Xalq ta'limida ham buyruqbozlik, ko`rsatmabozlik avj oldi. Ta'lim tarbiya, kadrlar tayyorlash tizimidagi bu kamchiliklarni o`z vaqtida ko`ra olgan davlatimiz rahbari dastlabki kunlardan oq bu tizim rivojiga e'tibor qaratdi.

Yurtboshimiz 1989 yilning 25 oktabirida O`zbekiston SSSR Oliy Sovetining XI sessiyasida so`zlagan nutqida kadrlar tayyorlash ishiga muhim e'tibor qaratib quyidagi fikrlarni bildirgan edilar: **“ Agar, iqtisodiyotimiz baquvvat bo`lsa, yaxshi rivoj topsa, bunda madaniyatimiz ham madad oladi, rivoj topadi, agar ertangi kunimizni o`ylab ish qilmoqchi bo`lsak, kelajakda ishimizni davom ettiradigan bugungi yoshlarimizga sharoit yaratib, ularning hayoti haqida qayg`uradigan bo`lsak, avvalo, mahalliy yoshlarni tarbiyalash ishiga munosabatlarimizni mutloqo o`zgartirishimiz kerak. Mumkin qadar ko`proq iqtidorli yoshlarimizni ittifoqning eng ilg`or korxonalariga, shu jumladan, xatto, horijiy mamlakatlarga, kerak bo`lsa yangi texnologiya, yangicha ish tashkil qilishni o`rganish uchun Yaponiya Amerika hamda boshqa joylarga yuborib, ularning o`qishiga, tajriba ortirishiga imkoniyat yaratish lozim, iqtisodiyotimizni, hayotimizni o`zgartirish ana shularga bog`liq bo`ladi. Agar shuni qilmasak, bu yurishda katta yo`lga chiqishimiz qiyin bo`ladi.**

Aytish kerakki, kadrlarni puxta qilib tayyorlamasdan, ularning qadriga yetmasdan, ularga ishonmasdan va qo`llab quvvatlamasdan, o`ylaymanki, biron bir sohada ahvolni har qanaqa tarzda o`rganib bo`lmaydi”.³

Shu bilan birga, O`zbekiston Kompartiyasining 22 - sesyizdida (1990 yil 5 iyul) davlatimiz rahbari ta'lim tarbiyaga e'tibor qaratib, bu boradagi quyidagi vazifalarni ko`rsatib bergan edi: “ Xalq ta'limi, yosh avlodga ta'lim va tarbiya berish sohasi yangi tubdan yondoshuvlar talab etadi. Bolalarni maktabgacha tarbiya muassasalari bilan ta'minlashda keskin burilishga erishish zarur.

³ Islom Karimov. O`zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida. T. “O`zbekiston” NMIU 2011 yil. 70-71 – bet.

Uylardagi bolalar bog`chalarini, konsultatsiya punktlarini, qishloqdagi bolalar bog`chasi, maktab komplekslari shahobchalarini kengaytirilishi lozim”.

“ Iste’dodli bolalar uchun maktab internatlar tashkil etish davom ettiriladi. Bolalar bog`chasi, maktab bilan bir qatorda blalar poliknikalarini, cho`milish havzasi bo`lgan sport maydonchalari, balalar bilan maktabdan tashqari ish olib boruvchi muassasalarni o`z ichiga oladigan bolalar muassasalari territorial komplekslarni barpo etish to`g`risida chuqur o`ylab, bu ishni boshlab yuborish o`rinli bo`lur edi”.⁴

Ma`lumki, O`zbekiston respublikasi mustaqillikka erishgan kunlardan boshlab respublikamiz Prezidenti I.A.Karimov mamlakatimizdagi kadrlar tayyorlash masalasiga asosiy e`tiborni qaratib kelmoqda. Hususan, 1997 – yilning 29 – avgustida O`zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining 9-sessiyasida “Talim to`g`risida” gi qonunga asoslangan “ Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”ni qabul qildi. Bu dastur 3 bosqichdan iborat:

1-bosqich: 1997-2001 yillar. Bunda kadrlar tayyorlash milliy dasturining amalga oshirish uchun zarur shart sharoitlar yaratish.

2-bosqich: 2001-2005 yillar. Bunda xuquqiy me`yoriy xujjatlar asosida barkamol avlodni Davlat ta`limi standartiga javob beradigan qilib tayyorlash maqsad qilib qo`yilgan.

3-bosqich: 2005 yil va undan keyingi yillar. Bunda davr talabiga mos bo`lgan barkamol avlodni jamiyatimizning rivojlanishi darajasida tarbiyalab voyaga yetkazish maqsad qilib qo`yilgan.

Xozirgi paytda Respublikamizda “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”da nazarda tutilgan barcha rejalar muvaffaqiyat bilan amalga oshirildi va davom ettirilmoqda.

Muxtaram prezidentimiz I.A.Karimov muntazam ravishda yosh avlodning barkamol bo`lib yetishishi va mustaqil O`zbekistonining fidoyi kadrlari bo`lmog`i uchun sharoitlar yaratib bermoqdalar, o`zlarining har bir nutqlarida yoshlarning

⁴ Islom Karimov. O`zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida. T. “O`zbekiston” NMIU 2011 yil. 206-207 – bet

ta'lim tarbiyasi, bilim saviyasi, dunyoqarashini shakllantirish kabi dolzarb muammolarga alohida e'tibor qaratmoqdalar.

O'zbekiston mustaqillikka erishgach butun ta'lim tizimini tubdan isloh qilish rejalarini ishlab chiqildi, bunda asosiy e'tibor respublika uchun ilmiy kadrlar tayyorlashni kengaytirishga qaratilgandir. Bu haqda prezidentimiz I.A.Karimovning quyidagi fikrlarini keltirish joizdir.

- "... yoshlarni zamonaviy fan texnikaning umuman ilm fanning yutuqlaridan bahramand bo'lmagan turib, ularga yuqori malakali mutaxasislari bo'lib yetishlariga sharoit tug'dirmay turib, biz respublikamiz xalq xo'jaligini, sanoat sihlab chiqarish soxalarini tubdan o'zgartira olmaymiz, va har doim yodda turish kerak. Chunki, ishsizlik, maosh kamligi, mutahasislar yetishmasligi va boshqa ko'p yetishmovchiliklar ana shundan deb o'ylayman... Demak, xalq saylab qo'ygan deputatlarning birinchi navbatdagi vazifalaridan biri – yoshlarimiz tarbiyasi, milliy siyosatni, harakat dasturini ishlab chiqish masalasidir ”.

Yoshlarni ilm fanga qiziqtirish, respublikamiz hayotidagi dolzarb masalalarni hal etishga tayyorlab borish zarurdir.

- "... Ayniqsa, o'sib kelayotgan avlod taqdiriga hech kim befarq qaray olmaydi. Bunda oliy o'quv yurtlarining ahamiyati kattadir. Yoshlarni qa usulda o'qitish, ularni tarbiyalash, mustaqil mamlakatning yetuk mutahasislari bo'lishiga qayg'urish har birimizning muqaddas burchdir. Bunda oliy va o'rta maxsus ta'lim tizimi saviyasini jahon andozalariga yetkazish, xalq xo'jaligida kadrlarga bo'lgan talab va extiyojlarni ilmiy tahlilk asosida aniqlash, horijiy mamlakatrg'lar tajribasidan oqilona foydalanish shu kunning dolzarb masalalaridandir ... “ – deb ta'kidlagan muhtaram prezidentimiz I.A. Karimov ([2]. “Ilm ziyo salohiyati – yurt boyligi” nutqidan “Ma'rifat” gazetasi. 1993 yil 21 iyul).

Respublikamizda amalga oshirilayotgan barcha islohotlar ilm fanning yutuqlaridan foydalanish nazarda tutilgandir. Oliygohta ta'lim olayotgan barcha yoshlar asosiy e'tiborni fan asoslarini egallashga qaratmog'i kerak. Bu borada prezidentiumiz I.A.Karimovning ushbu fikrlari dasturi amal bo'lmog'i shart.

- “... Umuman men, fanni ilg`or, taraqqiyot, progres degan so`zlar bilan yonma – yon qabul qilaman. Fanning vazifasi kelajagimizning shakl tamoyilini yaratib berishi kerak, ularga kunimizning yo`nalishlarini, tabiiy qonuniyatlarini, uning qanday bo`lishini ko`rsatib berishdan iborat deb tushunaman. Odamlarga mustaqillikni afzalligini, mustaqil bo`lmagan millatning keljagi yo`qligini, bu tabiiy qonuniyat ekanini, isbotlab, tushuntirib berish lozim. Fan jamiyat taraqqiyotining ilg`or siljituvchi kuchi, vositasi bo`lmog`i lozim ”. (I. A. Karimov. “ Tarixiy hotirasiz kelajak yo`q” “Munajat” jurnali 1998 yil 5-son).

Endi matematikaning o`tmishi, qanday masalalarga tadbiiq etilganligi, nima uchun zarurligi haqida fikrlarni yuritamiz. Matematika fani insoniyat hayotida eng asosiy ahamiyat kasb etuvchi fan ekanini butun dunyo tan olgandir. Uning har bir kishi uchun har soniyada zarur ekani ravshan, undan hamma u yoki bu darajada foydalanadi, lekin, ushbu jarayonni o`zi anglab yetmaydi. Bunga misol qilib vaqt o`lchovini, kundalik harajatlarni, o`qiladigan darslar soni, mavzular nomeri, yo`nalish va va hakazolar. Matematikaning turli sohalarga xalq xo`jaligi, transportga, sanoatga, tibbiyotga, biologiya, kimyo, genetika va boshqa o`nlab fanlarga tadbiiqlari, turmush darajasi va turli fanlarning shahdam qadamlari bilan olg`a ketishiga omil ekani ravshan.

“Agar biz boshqa fanlarda shubhasiz aniqlikka va behato haqiqatga kelmoqchi bo`lsak, unda har qanday bilimning negizlarini matematikdan boshlamog`imiz lozim ” – deb yozgan edi nemis faylasufi Rojer Bekor.

Matematika, bir qarashda matematikadan yiroq bo`lgan sohalarga masalan, adabiyotga, tilshunoslikka, sport sohasiga, ruhshunoslikka, tarixga va boshqa sohalarga kirib bormoqda. Matematikaning insoniyat tarixida rivojlanish jarayonida nechog`lik ahamiyatga ega ekanligini juda ko`p allomlar munosib baholaganlar. Masalan, buyuk allomalarimizdan biri Mirzo Ulug`bek matematika haqida shunday yozganlar: "Matematika g`oyat bir yuksak fanki, unda bir olam mo`jiza yotadi".

Haqiqatan ham matematika ilmi insoniyat uchun bebaho ekanligini tan olmaydigan aqlli odamni topish amri mahol, chunki har bir fanning rivojlanish darajasi bu fan sohasiga matematik bilimlarning nechoqlik kirib borganligi bilan baholanadi.

Jonajon O'zbekistonimiz mustaqillikka erishgan kunlardan boshlaboq butun ta'lim tizimini tubdan isloh qilish rejalari ishlab chiqildi va bosqichma-bosqich amalga oshirilmoqda. Ushbu ta'lim tizimida aniq fanlarni, xususan matematika fanini rivojlantirish va uning olamshumul yutuqlarini hayotning turli jabxalariga tadbiq etib, davlatimizni dunyoning rivojlangan davlatlari qatoridan munosib joy olishiga erishish yo'lida tinmay ish olib borilmoqda.

Insoniyatning tarixiy bosib o'tgan yo'lida, odamzot ongli hayot kechira boshlagan kunlardan beri turli - tuman narsalarni sanashga, yil faollarini aniqlashga, muhim tarihiy sanalarni eslab qolishga, mashhur shaxslarning shajaralarini aniqlashga, daryo suvlarining toshishi va pasayishi davrini aniqlash, tunda karvonlarning adashmay harakat qilishi, dengizda suzish, saroy va qasrlar qurish, qo'shinning safar chog'ida ta'minlangan bo'lishi, me'ros bo'lish masalalari va boshqa minglab muammolarni hal etishda hisob - kitoblar katta ehtiyoj sezganlar. Bunday masalalar haqidagi ma'lumotlar Misr ehromlarida, Vavilon (Bobil), Xitoy (Chin), Hindiston va janubiy Amerikada topilgan sopol taxtachalar, papiruslar, haykallar, bitik toshlar, idishlar, g'orlarda yozib qoldirilgan suratlar va shunga o'xshash narsalarda yozib qoldirilgandir. Bunday namunalar bitik va dostonlarda, xalq yozma va og'zaki ijodi namunalarida o'z ifodasini topgandir.

O'tmishdagi har bir shoh, sulton, bek, amir, qirol, prezident, sarkarda, davlat boshliqlari - kim bo'lishidan qat'iy-nazar har bir ish uchun hisobga, aniq rejaga, zahira va imkoniyatlarni bilishga, davlat miqyosida o'tkaziladigan tadbir - islohotga ketadigan harajat, olinadigan foyda miqdori, ko'riladigan talofat va ziyonlar, foydalar ko'lamini haqida ma'lumotga zarurat sezganlar.

Sanab o'tilgan muammolarni hal etishga olimlar, shoirlar, musavvir, muhandislar va boshqa mutaxassislar zarur bo'lgani sababli madrasa va universitetlar, donishmandlik uylari, akademiyalar, maktablar tashkil etilgan va

ularning faoliyatlari davlat tomonidan nazorat qilib borilgandir, belgilangan maosh - oylik bilan muntazam ta'minlanib turibdi.

Bitiruv Malakaviy Ishining dolzarbligi.

„Ilmga intilish yo'qolsa, fan taraqqiy etmaydi, ilm fan rivojlanmasa jamiyatning kelajagini tasavvur etib bo'lmaydi ”.

Prezidentimizning bu so'zlari faqatgina mustaqil respublikamizning yoshlariga qaratilgan bo'libgina qolmay nafaqat jahon hamjamiyati dasturi amal qiladi deyish mumkin.

“Ilmu fan taraqqiyoti biz uchun eng ustuvor sohalardan biridir. Bu sohada xizmat qiladigan odamlarning saviyasi, obro'si haqida g'amho'rlik qilishimiz ularning hayotimizga qo'shadigan hissasiga qarab e'tibor berishimiz shart. O'zining kelajagini o'ylaydigan jamiyat, davlat avvalambor o'z olimlarini , ilm-ziyo ahliga xizmat qilishi kerak, ularni yuksak darajaga ko'tarish lozim.” (I.Karimov) XX-XXI asrda matematika barcha fanlarni rivojlanishiga asosiy turtki bo'lib qolmasdan ijtimoiy-iqtisodiy sohadagi rivojlanishini ma'lum bir modelini amalga oshiradigan aparat bo'lib xizmat qilmoqda.

Matematikaning qaysi sohasini olmang o'ziga xos tadbqiqga ega. Matematika fanlari orasida algebra va sonlar nazariyasi mantiqiy tafakkurni rivojlantirishda muhim o`rin egallaydi. Ayniqsa, halqalar nazariyasining rivojlanishi algebra va sonlar nazariyasini rivojida muhim ahamiyat kasb etadi. Jumladan, kvaternionlar va kvaternionlar halqasini o'rganish mavzuning dolzarbligini ifodalaydi.

Bitiruv Malakaviy Ishining maqsad va vazifalari.

Matematika inson faoliyatining barcha jabhalarida qo'llanilishi mumkin bo'lgan universalidir. Matematika biror sohaga tadbqiq qilinadigan bo'lsa, u bu sohaga shu qadar kirib ketadiki, natijada matematikaning yoki tadbqiq qilayotgan faningizni yoki yangi fan kelli chiqdimi bilmay qolasiz – hozirgi fan rivojlanish davri ana shunda.

Bitiruv Malakaviy Ishining asosiy maqsadi kvaternionlar va kvaternionlar halqasini o'rganishdir. Bitiruv Malakaviy Ishi asosiy vazifasi algebra va sonlar nazariyasini, kvaternionlar va kvaternionlar halqasini o'rganish va uning asosiy xossalarini bilib, uni fanning boshqa sohalariga tadbiqlarini o'rganishdan iborat.

Tadqiqot ob'yekti va tadqiqot usullari.

Tadqiqot ob'yekti halqalar nazariyasi, kvaternionlar va kvaternionlar halqasiga oid manba, adabiyotlar, kvaternionlar va kvaternionlar halqasini o'rganishga bag'ishlangan yurtimizdagi va horijdagi ilmiy tadqiqot ishlari, internet ma'lumotlaridan hamda turli gazeta va jurnallardagi mavzuga oid maqolalardan foydalanish.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi.

Bitiruv malakaviy ishi referativ xarakterga ega bo'lib, masalalar izchil, ketma-ketlikda bayon qilingan.

Ishning amaliy ahamiyati.

Ushbu bitiruv malakaviy ishi ham amaliy, ham nazariy va metodologik ahamiyatga ega bo'lib, mustaqil tadqiqotlarda, bitiruv malakaviy ishlari tayyorlashda, maktabda, kollej va litseylarda mahsus kurslar o'qitishda, to'garaklarda, matematik kechalarda foydalanilinish mumkin. Ayniqsa hozirgi kunda algebra va sonlar nazariyasining kirmagan sohasi yo'q, ishlab chiqarishda ham, iqtisodda ham, avtomobil va texnikada ham, ijtimoiy hayotimizda ham muhim rol o'ynaydi.

Bitiruv Malakaviy Ishining tarkibiy tuzilishi.

Bitiruv Malakaviy Ishi kirish, asosiy qism, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va internet ma'lumotlaridan iborat.

II. ASOSIY QISM

2.1. HALQA TA'RIFI VA UNING XOSSALARI

Aytaylik, biror bo'sh bo'lmagan K to'plam elementlari uchun ikkita algebraik amal aniqlangan bo'lsin, ya'ni tartiblangan (a,b) juftlikka yagona c element mos qo'yilgan bo'lib, $c \in K$ bo'lsin.

Bu algebraik amallarni biz **qo'shish** va **ko'paytirish** deb ataymiz.

1-ta'rif. Qo'shish va ko'paytirish amallari aniqlangan K to'plam elementlari uchun quyidagi aksiomalar o'rinli bo'lsa, u holda K to'plam **halqa** deyiladi:

1. Qo'shish qonunlari:

a) $\forall a,b,c \in K \quad a+(b+c)=(a+b)+c$ (qo'shishning assotsiativligi);

b) $\forall a,b \in K \quad a+b=b+a$ (qo'shishning kommutativligi);

c) $\forall a,b \in K, \exists x \in K \quad a+x=b$.

2. Ko'paytirish qonunlari:

$$\forall a,b,c \in K \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c \quad (\text{ko'paytirishning assotsiativligi});$$

3. Taqsimot qonuni (distributivlik):

a) $\forall a,b,c \in K \quad a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c;$

b) $\forall a,b,c \in K \quad (b+c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a.$

K to'plam hosil qilgan halqani H harfi orqali belgilaymiz. Agar H halqaning ixtiyoriy a va b elementlari uchun $a \cdot b = b \cdot a$ tenglik bajarilsa, u holda H halqani **kommutativ halqa** deyiladi.

Endi yuqoridagi aksiomalardan kelib chiqadigan ba'zi xulosalarni ko'rib o'tamiz:

Dastlabki uchta aksioma H halqaning qo'shish amaliga nisbatan abel gruppasi ekanligini bildiradi.

Demak, abel gruppasi uchun o'rinli bo'lgan hossalari halqada ham o'rinli bo'ladi, ya'ni halqada quyidagi hossalari o'rinli:

1^o. H halqaning ixtiyoriy a elementi uchun $a+q=a$ tenglikni qanoatlantiruvchi nol element mavjud va u yagonadir.

2°. H halqaning ixtiyoriy a elementi uchun shu halqada shunday $-a$ element topiladiki, $a + (-a) = q$ bo'ladi.

Bunda $-a$ element halqaning a ga **qarama-qarshi element** deyiladi.

3°. H halqada $a + x = b$ tenglama yechimga ega va u yagonadir. Bu yechim $x = -a + b$ bo'lib, biz uni $x = b - a$ orqali belgilaymiz.

2-ta'rif. Agar H halqaning ixtiyoriy a elementi uchun $ae = ea = a$ bo'lsa, u holda e element halqaning **birlik elementi** deyiladi.

4°. $a - b = a + (-b)$ bo'lgani uchun quyidagi tengliklarni yozish mumkin:

$$\forall a, b, c \in K \quad (a - b) - c = (a - c) - b.$$

5°. $-(-a) = a$ va $a - a = q$.

3-ta'rif. Qaralayotgan amal qo'shish bo'lganda n ta a ning yig'indisi $a + a + a + \dots + a = na$ kabi belgilanib, na ni a **elementning butun musbat n koeffitsientli karralisi** deb ataladi.

6°. H halqaning ixtiyoriy a va ixtiyoriy n natural son uchun $n(-a) = -(na) = -na$ tenglik o'rinli.

Haqiqatan, qo'shiluvchilarni guruhlab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$na + n(-a) = n(a + (-a)) = nq = q, \quad na + n(-a) = q.$$

Bundan $n(-a) = -na$ bo'ladi.

Assotsiativlik qonunining o'rinliliqi quyidagilarni talab etadi:

Qaralayotgan elementlar soni ikkitadan ortiq bo'lganda ular ustida bajarilgan algebraik amal ko'paytuvchi (qo'shiluvchi) larning guruhlanishlariga bog'liq bo'lib qolishi mumkin, boshqacha qilib aytganda, $u = bc, u = ab$ bo'lganda $au = uc$ tenglik bajarilmasligi mumkin. Halqadagi assotsiativlik qonuni esa shu ikkita elementning teng, ya'ni $a(bc) = (ab)c$ ekanligini bildiradi.

Halqada aniqlangan assotsiativlik qonuni har qanday chekli sondagi elementlar uchun ham o'rinli bo'ladi. Bu tasdiqning isbotini matematik induksiya prinsipi asosida olib boramiz. $n = 3$ da 2-aksiomaga asosan tasdiq o'rinli.

Aytaylik, $n > 3$ bo'lganda bu fikrimiz n dan kichik sondagi elementlar uchun rost bo'lsin, ya'ni

$$a_1(a_2 \cdot a_3 \cdot \mathbf{KK} \cdot a_k) \text{ va } a_{k+1}a_{k+2} \mathbf{KK} a_{n-1}) \cdot a_n$$

larning natijalari qavslarning qo'yilishiga bog'liq bo'lmasin.

Biz bu ikkita ifodani ko'paytirib, ko'paytmaning ham qavsga bog'liq emasligini ko'rsatamiz. Har bir ko'paytuvchidagi elementlar soni n dan kichik bo'lgani tufayli ularning har biri ham bir qiymatli usulda aniqlangan.

Shuning uchun biz har qanday k va l uchun rost

$$\begin{aligned} (a_1 \cdot a_2 \cdot \mathbf{KK} \cdot a_k)(a_{k+1} \cdot a_{k+2} \cdot \mathbf{KK} \cdot a_n) = \\ = (a_1 \cdot a_2 \cdot \mathbf{KK} \cdot a_i)(a_{i+1} \cdot a_{i+2} \cdot \mathbf{KK} \cdot a_n) \end{aligned}$$

tenglikning $l = k + 1$ uchun o'rinli ekanligini ko'rsatsak kifoya. Agar $l = k + 1$ bo'lganda

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \mathbf{KK} \cdot a_k = b, a_{k+2} \cdot a_{k+3} \cdot \mathbf{KK} \cdot a_n = c$$

desak uchta element ko'paytmasining assotsiativligiga ko'ra $b \cdot (a_{k+1} \cdot c) = (b \cdot a_{k+1}) \cdot c$ bo'ladi. Tasdiq isbot etildi.

4-ta'rif. Agar ko'paytuvchi elementlar n ta bo'lib, ular o'zaro teng bo'lsa, $a \cdot a \cdot a \cdot \mathbf{KK} \cdot a$ hosil bo'lib, bu ko'paytma a^n ko'rinishda belgilanadi. Unga **butun musbat darajali element** deyiladi.

Endi distributivlik qonunidan kelib chiqadigan ba'zi bir natijalarni ko'rib o'tamiz.

Bu qonunni chekli sondagi qo'shiluvchilar uchun o'rinli ekanligi matematik induksiya prinsipi asosida isbotlanadi. Bu qonun ayirish amaliga nisbatan ham saqlanadi.

Haqiqatan, ayirmaning aniqlanishiga asosan $b - a$ element uchun

$$a + (b - a) = b$$

tenglik o'rinli. Uning ikkala tomonini c ga ko'paytiramiz va qo'shishning ko'paytirishga nisbatan distributivligidan

$$ac + (b - a) \cdot c = bc$$

ni hosil qilamiz.

Bundan $(b-a)c$ element bc dan ac ning ayirmasiga teng ekanligi kelib chiqadi.

Demak, halqada ko'paytuvchilarning biri nol element bo'lsa, ko'paytma ham nol element bo'lar ekan.

Lekin ba'zi hollarda bu tasdiqning teskarisi o'rinli bo'lmaydi. Masalan,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

matritsalarini olsak, ularning har biri nol matritsa emas. Ammo ularning ko'paytmasi nol matritsadir.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5-ta'rif. Halqada $a \neq 0, b \neq 0$ bo'lganda $a \cdot b = 0$ o'rinli bo'lsa, u holda a va b elementlar ***nolning bo'luvchilari*** deyiladi.

Odatda, halqaning nol elementi ham nolning bo'luvchisi deb yuritiladi.

6-ta'rif. Agar halqada nolning o'zidan boshqa nolning bo'luvchilari mavjud bo'lmasa, bunday halqa ***nolning bo'luvchilariga ega bo'lmagan halqa*** deyiladi, ya'ni

$$\forall a, b \in H \quad a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$$

bo'lsa.

Misol: 1. $(-1,1)$ oraliqda uzluksiz bo'lgan funksiyalar to'plami qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa bo'ladi. Biz mazkur funksiyalardan ikkitasini quyidagi usulda olamiz:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{agar } x > 0, \\ 0, & \text{agar } x \leq 0; \end{cases}$$

$$j(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x > 0, \\ x, & \text{agar } x \leq 0; \end{cases}$$

O'z-o'zidan ma'lumki, bu funksiyalarning har biri noldan farqli, lekin ularning ko'paytmasi $j(x) \cdot f(x) = 0$ bo'ladi.

Yuqoridagi misolga binoan halqa nolning bo'luvchilariga ega bo'lar ekan.

2. Barcha butun sonlar to'plami kommutativ halqa bo'ladi, chunki bu to'plam qo'shish amaliga ko'ra abel gruppasidan iborat bo'lib, unda ko'paytirish amali yopiq va butun sonlarni ko'paytirish assotsiativ hamda bu amal qo'shishga nisbatan distributivdir.

3. Barcha juft sonlar to'plami halqa bo'ladi.

4. Barcha toq sonlar to'plami halqa bo'lmaydi, chunki ikkita toq son yig'indisi bu to'plamga tegishli emas.

5. Kompleks sonlar to'plami kommutativ halqa bo'ladi, chunki bu to'plamda ham halqaning barcha aksiomalari o'rinli bo'ladi.

Bu halqalar odatda *sonli halqalar* deb ataladi. Sonli halqalarning birortasi ham nolning bo'luvchilariga ega emas.

6. $A = \{0, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$ to'plam ham nolning bo'luvchilariga ega bo'lgan halqadir. Bu yerda $0, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$ lar $m=6$ modul bo'yicha chegirmalar sinflaridan iborat.

HALQA HARAKTERTISTIKASI

1-ta'rif. H halqa uchun biror M qism to'plam H da aniqlangan qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa bo'lsa, u holda M qism to'plam H halqaning qism halqasi deyiladi.

Masalan, juft sonlar to'plami butun sonlar halqasi uchun qism halqa bo'lib, butun sonlar to'plami esa ratsional sonlar halqasining qism halqasidir.

Quyidagi teorema H halqaning biror M qism to'plami halqa bo'lish-bo'lmasligini aniqlashda muhim ahamiyatga ega.

Teorema. H halqaning biror bo'sh bo'lmagan M qism to'plami qism halqa bo'lishi uchun M ga tegishli a va b elementlarning yig'indisi, ayirmasi va ko'paytmasi yana qism to'plamga tegishli bo'lishi zarur va yetarli.

Isboti. 1) Zaruriylik sharti. Faraz qilaylik, $\forall a, b \in M$ bo'lganda $a + b \in M$, $a - b \in M$, $a \times b \in M$ bo'lsin. $M \subset H$ ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatan, har qanday $a \in M$ va $b \in M$ uchun $a + b \in M$ va $a \cdot b \in M$ bo'lgani sababli mos ravishda $a + b, a \cdot b$ ni M dagi a va b elementlarni qo'shish va ko'paytirish amallari deb olishimiz mumkin.

Endi M to'plamning halqa ekanligiga ishonch hosil qilish uchun unda halqaning barcha aksiomalari bajarilishini ko'rsatish kifoya.

M to'plam H ning qism to'plami bo'lganligidan unda halqa ta'rifining 1- guruh aksiomalaridagi c) qismidan boshqa barchasi o'rinli. Biz hozir c) aksiomaning aksiomaning ham o'rinliligini ko'rsatamiz.

Teorema shartiga asosan $a \in M$ va $b \in M$ ekanligidan $b - a - c \in M$, ikkinchidan H halqada $a + (b - a) = b$ yoki $a + c = b$ bo'ladi. Shunday qilib, c) aksioma ham o'rinli.

Demak, M to'plam H halqaning qism halqasi ekan.

Eslatma. $a + b = a - (-b)$ bo'lgani uchun teoremadagi birinchi shartni, ya'ni $a + b \in M$ shartni olmasdan, qolgan ikkita shart bilan qanoatlansak ham bo'ladi.

2) Yetarlilik sharti. M qism halqa bo'lsin. U holda M da teoremadagi uchta shartning bajarilishi halqa aksiomalariga asosan kelib chiqadi.

Birlik elementga ega bo'lgan H halqa berilgan bo'lsin. Biz o'z oldimizga birlik elementni o'z ichiga oluvchi va boshqa barcha qism halqalar uchun qism halqa bo'ladigan, ya'ni eng kichik qism halqani topish vazifasini qo'yamiz. Bu qism halqada e birlik element bo'lsa, u holda $-e$ element ham bo'ladi. U holda $ne = e + e + \dots + e$ va

$-ne = (-e) + (-e) + \dots + (-e)$ ham bu qism halqaga tegishli bo'ladi.

$en - me = (n - m)e$ va $(ne)(me) = n \cdot m(e \cdot e) = nme$ bo'lgani uchun e elementning karralilari to'plami yana halqa bo'ladi.

Agar biz bu qism halqani H_1 desak, u H dagi e ni o'z ichiga oluvchi eng kichik qism halqa bo'ladi. Bunda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

a) barcha natural n lar uchun $ne \neq 0$;

b) birorta natural n uchun $ne = 0$.

Natural sonlarning istalgan to'plami doimo eng kichik elementga ega bo'lganligidan $me = 0$ shartni qanoatlantiruvchi natural sonlar ichida eng kichik natural m mavjud.

2-ta'rif. Agar barcha $n \neq 0$ larda $ne \neq 0$ bo'lsa, halqa **nol harakteristikali**, birorta $m \neq 0$ da $me = 0$ bo'lganda esa H_1 halqa m **harakteristikali** halqa deyiladi.

Sonli halqalarning barchasi nol harakteristikali halqa ekanligi o'z-o'zidan ayon.

Misollar. 1. Butun sonlar to'plami ratsional sonlar halqasi uchun qism halqa bo'ladi.

2. a va b butun sonlar bo'lganda $a + b\sqrt{p}$ (p — tub son) ko'rinishdagi elementlar to'plami haqiqiy sonlar halqasining qism halqasi bo'ladi.

Haqiqatan,

$$a) (a_1 + b_1\sqrt{p})(a_2 + b_2\sqrt{p}) = (a_1a_2 + b_1b_2p) + (a_1b_2 + a_2b_1)\sqrt{p} = a + b\sqrt{p}.$$

(bunda $a_1a_2 + b_1b_2p = a$, $a_1b_2 + a_2b_1 = b$.)

$$b) (a_1 + b_1\sqrt{p}) - (a_2 + b_2\sqrt{p}) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)\sqrt{p} = c + d\sqrt{p}.$$

(bunda $a_1 - a_2 = c$, $b_1 - b_2 = d$.)

Bu halqani biz $\mathbf{Z}[\sqrt{p}]$ deb yuritamiz.

Endi halqaga oid misollar ko'rsak.

1-misol.

L to'plam berilgan bo'lsin:

$$L = \{x \mid x = a + b\sqrt{3} + c\sqrt{5}, a, b, c \in \mathbf{Z}\}$$

L to'plam qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan halqa tashkil etadimi?

Buni bilish uchun berilgan to'plamni halqa shartlariga tekshiramiz:

1. Assotsiativlik sharti.

$$\forall x_1, x_2, x_3 \in L \text{ uchun } (x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3)$$

Shunga ko'ra

$$(a_1 + b_1\sqrt{3} + c_1\sqrt{5} + a_2 + b_2\sqrt{3} + c_2\sqrt{5}) + a_3 + b_3\sqrt{3} + c_3\sqrt{5} = a_1 + b_1\sqrt{3} + c_1\sqrt{5} + \\ + (a_2 + b_2\sqrt{3} + c_2\sqrt{5} + a_3 + b_3\sqrt{3} + c_3\sqrt{5})$$

Shart bajarildi;

2. Neytral element mavjudligi.

$$\forall x \in L \quad \exists e \in L : x + e = e + x = x \\ e = 0;$$

3. Simmetrik elementning mavjudligi.

$$\forall x \in L \quad \exists (-x) \in L : x + (-x) = (-x) + x = e;$$

4. Kommutativlik sharti.

$$\forall x_1, x_2 : x_1 + x_2 = x_2 + x_1$$

$$a_1 + b_1\sqrt{3} + c_1\sqrt{5} + a_2 + b_2\sqrt{3} + c_2\sqrt{5} = a_2 + b_2\sqrt{3} + c_2\sqrt{5} + a_1 + b_1\sqrt{3} + c_1\sqrt{5};$$

5. Distributivlik sharti.

$$\forall x_1, x_2, x_3 \in L : x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$$

$$(a_1 + b_1\sqrt{3} + c_1\sqrt{5}) \cdot (a_2 + b_2\sqrt{3} + c_2\sqrt{5} + a_3 + b_3\sqrt{3} + c_3\sqrt{5}) = a_1a_2 + a_1b_2\sqrt{3} + \\ + a_1c_2\sqrt{5} + a_1a_3 + a_1b_3\sqrt{3} + a_1c_3\sqrt{5} + a_2b_1\sqrt{3} + 3b_1b_2 + b_1c_2\sqrt{15} + a_3b_1\sqrt{3} + 3b_1b_3 + \\ + b_1c_3\sqrt{15} + a_2c_1\sqrt{5} + b_2c_1\sqrt{15} + 5c_1c_2 + a_3c_1\sqrt{5} + b_3c_1\sqrt{15} + 5c_1c_3 = a_1a_2 + a_1a_3 + \\ + 3b_1b_2 + 3b_1b_3 + 5c_1c_2 + 5c_1c_3 + (a_1b_2 + a_1b_3 + a_2b_1 + a_3b_1)\sqrt{3} + (a_1c_2 + a_1c_3 + a_2c_1 + \\ + a_3c_1)\sqrt{5} + (b_1c_2 + b_1c_3 + b_2c_1 + b_3c_1)\sqrt{15}$$

Distributivlik sharti bajarilmadi, chunki $\sqrt{15} \notin L$.

Demak, L to'plam qo'shish va ko'paytirish amallari bilan birgalikda halqa tashkil etmas ekan.

2-misol. $a + bi$ ko'rinishdagi ko'phad halqa tashkil etadimi, bu yerda $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}[i]$)?

Yechimi.

$$(a + bi) \pm (a_1 + b_1i) = (a \pm a_1) + (b \pm b_1)i, \\ (a + bi) \cdot (a_1 + b_1i) = (aa_1 - bb_1) + (ab_1 + a_1b)i.$$

Shunday qilib butun kompleks sonlar to'plami uch arifmetik amal: qo'shish, ayirish va ko'paytirish amallariga nisbatan yopiq, shu bilan birga qo'shish va ko'paytirish amallari kommutativlik, assotsiativlik va distributivlik qonunlariga bo'ysinadilar, chunki bu qonunlar barcha kompleks sonlar uchun o'rinli. Shunga ko'ra qaralayotgan to'plam halqa bo'ladi va bu halqani *butun Gauss sonlari halqasi* deb ataladi va $\mathbb{Z}[i]$ bilan belgilanadi.

BUTUNLIK SOHASI

Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, halqalar ikki hil va ularning ba'zilari nolning bo'luvchilariga ega, ba'zilari esa nolning bo'luvchilariga ega emas edi.

Ta'rif. Nolning bo'luvchilariga ega bo'lmagan kommutativ halqa **butunlik sohasi** deyiladi.

Butunlik sohasi halqa bo'lgani tufayli u birlik elementga ega bo'lishi ham, ega bo'lmasligi ham mumkin.

Barcha sonli halqalar butnlik sohasiga misol bo'ladi. H butunlik sohasi quyidagi muhim xossaga ega:

Agar $a \neq 0$ bo'lsa, u holda $ab = ac$ ekanligidan $b = c$ tenglik kelib chiqadi.

Bu fikrni isbotlash uchun $ab = ac$ ni $ab - ac = 0$ kabi yozib olamiz. Bundan $a(b - c) = 0$ tenglikda $a \neq 0$ bo'lganidan va H da nolning bo'luvchilari mavjud emasligidan $b - c = 0$, ya'ni $b = c$ kelib chiqadi.

Misollar. 1. Har qanday maydon butunlik sohasi bo'ladi.

Haqiqatan, P maydon bo'lgani uchun $a \neq 0$ shartda a^{-1} mavjud. Agar $a \cdot b = 0$ bo'lsa, u holda tenglikning ikkala tomonini a^{-1} ga ko'paytirib, $b = 0$ ga erishamiz. Demak maydonda $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ shart bajarilganligi tufayli maydon butunlik sohasi bo'ladi.

2. Barcha sonli halqalar butunlik sohasi bo'ladi. Chunki bu halqalar kommutativ bo'lib, nolning bo'luvchilariga ega emas.
3. Murakkab modul bo'yicha tuzilgan chegirmalar sinflari butunlik sohasi bo'lmaydi, chunki ular nolning bo'luvchilariga ega.

BUTUNLIK SOHASIDA ANIQLANGAN BO'LINISH MUNOSABATINING XOSSALARI

1-ta'rif. Agar H butunlik sohasida berilgan har qanday a va $b \neq 0$ elementlar uchun H da shunday q element mavjud bo'lsaki, natijada $a = bq$ tenglik bajarilsa, u holda a *element b elementga bo'linadi* deyiladi.

Agar a element b elementga bo'linsa, u holda a/b ko'rinishda belgilanadi.

2-ta'rif. Halqadagi a element uchun $ab = e$ (e – halqaning birlik elementi) tenglik o'rinli bo'lsa, u holda b element a ga teskari element deyiladi. Teskari elementga ega bo'lgan element odatda teskarilanuvchan deb yuritiladi va u e orqali belgilanadi. Teskarilanuvchi elementlar ba'zan *birning bo'luvchilari* ham deyiladi.

1-teorema. Agar a/b va e teskarilanuvchan element bo'lsa, a/be va ae/b bo'ladi.

Isboti. Ta'rifga ko'ra $a/b \Rightarrow a = bq$. e teskarilanuvchan bo'lgani uchun H da $e \cdot e_1 = e$ shartni qanoatlantiruvchi e_1 element mavjud. Bunday holda $a = bq \Rightarrow a = (be \cdot e_1)q \Rightarrow a = (be) \cdot e_1q$ bo'lgani uchun a/be o'rinli. Ikkinchidan, a/b va ixtiyoriy $e \in H$ uchun ae/b o'rinlidir.

3-ta'rif. H butunlik sohasining a va b elementlari uchun $a = b \cdot e$ o'rinli bo'lsa, bu elementlar o'zaro *assotsirlangan elementlar* deyiladi.

2-teorema. H butunlik sohasida a/b va b/a munosabatlar bajarilishi uchun a va b o'zaro assotsirlangan bo'lishi zarur va yetarli.

Isboti. 1) Yetarlilik sharti.

a va b elementlar assotsirlangan, ya'ni $a = be$ va $b = ae_1$ bo'lsin. Bu tengliklarning birinchisi a/b ni, ikkinchisi esa b/a ni bildiradi.

2) Zaruriylik sharti.

a/b va b/a bo'lsin. U holda

$$a/b \Rightarrow a = bq, \quad (1)$$

$$b/a \Rightarrow b = aq_1, \quad (2)$$

kelib chiqadi. (2) dan foydalanib (1) ni quyidagicha yozamiz:

$$a = bq \Rightarrow a(e - qq_1) = 0$$

H butunlik sohasi bo'lgani uchun $a(e - qq_1) = 0$ ni $e - qq_1 = 0$ kabi yozish mumkin. Oxirgi tenglikka asosan $qq_1 = e$. Demak, q va q_1 teskarilanuvchan elementlar ekan. Boshqacha aytganda, a va b o'zaro assotsirlangan elementlardir.

Misollar.

1. 1 va -1 sonlar butun sonlar halqasida teskarilanuvchandir.
2. $Z[i] = \{a + bi / a, b \in Z\}$ sonlar to'plamida to'rtta element, ya'ni 1, -1, i , $-i$ teskarilanuvchan bo'ladi.
3. Butun sonlar halqasida -7 va 7 sonlar assotsirlangan sonlardir.
4. $Z[\sqrt{3}]$ halqada $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$ bo'lgani uchun $5 + 2\sqrt{3}$ va $4 - \sqrt{3}$ elementlar o'zaro assotsirlangan elementlar bo'ladi. Haqiqatan, $4 - \sqrt{3} = (5 + 2\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$.

GOMOMORF VA IZOMORF HALQALAR

Ta'rif. A va B halqalar elementlari orasida biror moslik o'rnatilgan bo'lib, bu moslik bir qiymatli bo'lsa hamda quyidagi shartlar bajarilsa A halqa B ga gomomorf (izomorf) deyiladi:

1. $\forall a, b \in A, \forall a', b' \in B \quad a \xrightarrow{j} a' \wedge b \xrightarrow{j} b' \Rightarrow a + b \xrightarrow{j} a' + b'$;
2. $\forall a, b \in A, \forall a', b' \in B \quad a \xrightarrow{j} a' \wedge b \xrightarrow{j} b' \Rightarrow ab \xrightarrow{j} a'b'$.

A halqaning B halqaga gomomorfligi (izomorfligi) $A; B$ ($A \cong B$) kabi belgilanadi.

1-teorema. Ixtiyoriy H halqa va qo'shish hamda ko'paytirish amallari aniqlangan K' to'plam uchun $H; K'$ bo'lsa, u holda K' to'plam halqa bo'ladi.

Isboti. Teorema sharti bo'yicha $H; K'$ bo'lib, H halqadir. K' da ikkita algebraik amal aniqlangan va yopiq bo'lsin. Biz K' ning ham halqa ekanligini ko'rsatishimiz kerak. Buning uchun K' dan ixtiyoriy uchta a', b', c'

elementlarni olib, ular uchun ham halqaning barcha aksiomalari o'rinli ekanligini ko'rsatamiz.

Biz shulardan quyidagi ikitasini keltiramiz:

1. $a' \otimes (b' \oplus c') = a' \otimes b' \oplus a' \otimes c'$ - ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligi.

2. $a' \oplus x' = b'$ tenglamaning yechimga egaligi.

1. H halqa bo'lgani uchun $a(b+c) = ab+ac$ shart bajariladi. $a \xrightarrow{j} a', b \xrightarrow{j} b', c \xrightarrow{j} c'$ bo'lsin. Bu moslik H ning K' ga gomomorfligiga asosan qo'shish va ko'paytirishda ham saqlanadi. Shuning uchun

$$(a \xrightarrow{j} a') \wedge (b \xrightarrow{j} b') \wedge (c \xrightarrow{j} c') \wedge (a(b+c) = ab+ac) \Rightarrow a' \otimes (b' \oplus c') = a' \otimes b' \oplus a' \otimes c'.$$

2. $(a \rightarrow a') \wedge (b \rightarrow b') \wedge (x \rightarrow x') \Rightarrow (a+x=b) \rightarrow (a' \oplus x' = b')$ ($x \in H, x' \in K'$).

Boshqa aksiomalar ham xuddi shu usulda isbotlanadi. Demak, K' to'plam halqa ekan.

2-teorema. H halqa bo'lib, K' ga gomomorf bo'lsa,

1. $(q \xrightarrow{j} q') \wedge ((-a) \rightarrow (-a'))$ ($q; -a \in H, 0'; -a' \in K'$).

2. H birlik elementga ega bo'lsa, K' ham birlik elementga ega bo'ladi va $e \xrightarrow{j} e'$ ($e \in H, e' \in K'$) bo'ladi.

2.2. HALQA IDEALLARI

Biz yuqorida qism halqa tushunchasi bilan tanishdik. H halqaning biror H qism to'plami H ning qism halqasi bo'lishi uchun H to'plam a va b elementlar bilan birgalikda ularning ayirmasi va ko'paytmasini ham o'z ichiga olishi zarur va yetarli edi. Endi qism halqa tushunchasini aniqlovchi ikkinchi shart, $(\forall a, b \in H \Rightarrow a \cdot b \in H)$ ni biroz o'zgartirib quyidagi tushunchani kiritamiz:

1-ta'rif. Agar H halqaning biror bo'sh bo'lmagan I qism to'plami uchun quyidagi ikkita shart bajarilsa, ya'ni

a) $\forall a, b \in I \Rightarrow a - b \in I;$

b) $\forall r \in H \quad \forall a \in I \Rightarrow ar \in I$

bo'lsa, u holda I to'plam H halqaning **o'ng ideali** deyiladi.

2-ta'rif. Agar 1-ta'rifdagi a) shart bilan birgalikda

c) $\forall r \in H, \quad \forall a \in I \Rightarrow ra \in I$

bo'lsa, u holda I to'plam H halqaning **chap ideali** deyiladi.

3-ta'rif. Agar a), b), c) shartlar bajarilsa, ya'ni I ideal halqaning chap va o'ng ideali bo'lsa, u holda I to'plam H halqaning **ideali** deyiladi.

4-ta'rif. H halqaning a elementiga karrali bo'lgan barcha elementlar to'plami H halqaning **bosh ideali** deyiladi va u (a) orqali belgilanadi.

Yuqoridagi ta'riflardan ko'rinadiki, berilgan halqaning har qanday ideali shu halqa uchun qism halqa bo'ladi. Lekin, bu tasdiqning teskarisi o'rinli bo'lmasligi mumkin. Masalan, $\mathbb{Z}$ to'plam $\mathbb{Q}$ halqa uchun qism halqa, lekin ideal emas. Chunki istalgan r ratsional son uchun ra butun son bo'lmasligi mumkin.

Misollar. 1. Ixtiyoriy H halqaning o'zi va uning $\{0\}$ qism to'plami H halqa uchun ideal bo'ladi. Bu ideallar odatda **trivial** yoki **birlik** va **nol ideallar** deb yuritiladi hamda ular mos ravishda (e) va (0) kabi belgilanadi. H halqa boshqa ideallarga ega bo'lsa, ular **notrivial ideallar** deb yuritiladi.

2. Butun sonlar halqasini istalgan butun songa (noldan tashqari) karrali bo'lgan qism to'plamlari butun sonlar halqasining ideallari bo'ladi.

3. Ixtiyoriy H halqa berilgan bo'lsin. Bu halqadan biror a va ixtiyoriy r elementlarni olib, $ra + na$ ko'rinishdagi elementlar to'plamini (a) kabi belgilaylik, ya'ni

$$(a) = \{ra + na \mid a \in H, n \in \mathbb{Z}\}.$$

(a) to'plam H halqaning chap ideali bo'ladi. Haqiqatan,

a) $(r_1a + n_1a) - (r_2a + n_2a) = (r_1 - r_2)a + (n_1 - n_2)a = ra - na \in (a)$. Bunda $r_1 - r_2 = r, n_1 - n_2 = n$ deb olindi.

b) $\forall s \in N$ va $ra + na \in (a)$ uchun

$$s(ra + na) = sra + sna = (sr + sn)a = r'a + 0 \cdot a \in (a). \text{ Bunda } r' = sr + sn.$$

Shunday qilib, (a) to'plam uchun ideal bo'lishning ikkala sharti ham bajarilar ekan.

(a) ideal odatda H halqaning a yordamida hosil qilingan chap ideali deb yuritiladi.

$ra + na$ yig'indidagi na ko'paytmani har doim ham H halqa ikkita elementining ko'paytmasi deb qarash mumkin emas, chunki bu yerda n butun son bo'lgani uchun har doim ham H ga tegishli bo'lavermasligi mumkin. Darhaqiqat, bunday paytda

$$ra + na = ra + n \cdot ea = (r + ne)a = r'a$$

bo'lib, $r' = r + ne \in H$ bo'ladi.

c) $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ to'plam H halqaning biror qism to'plami bo'lsin. Bu qism to'plamning elementlari yordamida quyidagi to'plamni tuzamiz:

$$A = \{r_1a_1 + r_2a_2 + \dots + r_ka_k + n_1a_1 + n_2a_2 + \dots + n_ka_k \mid r_i, a_i \in H, n_i \in \mathbb{Z}, i = 1, k\}.$$

Bevosita tekshirish natijasida A to'plam H halqaning chap ideali ekanligiga ishinch hosil qilamiz.

Haqiqatan,

a)

$$(r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k + n_1 a_1 + n_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + n_k a_k) - (r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k + n_1 a_1 + n_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + n_k a_k) = (r_1 - r_1) a_1 + \mathbf{K} + (r_k - r_k) a_k + (n_1 - n_1) a_1 + \mathbf{K} + (n_k - n_k) a_k \in A$$

b) $\forall s \in H$

$$s(r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k + n_1 a_1 + n_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + n_k a_k) = (sr_1) a_1 + \mathbf{K} + (sr_k) a_k + n_1 (sa_1) + \mathbf{K} + n_k (sa_k) \in A$$

shartlar bajarilgani uchun yuqoridagi usulda aniqlangan A to'plam $a_1, a_2, \dots, a_k$ elementlar yordamida hosil qilingan chap ideal bo'ladi va u $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ kabi belgilanadi. $a_1, a_2, \dots, a_k$ esa $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ idealning bazisi deb ham yuritiladi.

Agar berilgan H halqa birlik elementga ega bo'lsa, u holda ushbu tenglik o'rinli:

$$r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k + n_1 a_1 + n_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + n_k a_k = r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k + n_1 e a_1 + n_2 e a_2 + \mathbf{K} + n_k e a_k = (r_1 + n_1 e) a_1 + (r_2 + n_2 e) a_2 + \mathbf{K} + (r_k + n_k e) a_k = r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k,$$

bu yerda $r_i + n_i e = r_i (i = 1, k)$

Demak, H halqa birlik elementga ega bo'lganda $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ idealni aniqlash uchun $r_1 a_1 + r_2 a_2 + \mathbf{K} \mathbf{K} + r_k a_k$ ko'rinishdagi yig'indilar to'plami bilan chegaralanish mumkin ekan.

Misollar.

1-misol. $\mathbb{Z}[i]$ halqada $J = \{a + bi \mid a, b \in 2\mathbb{Z}\}$ to'plam ideal bo'ladimi?

Yechimi:

$$1) \quad \forall a_1 + b_1 i, a_2 + b_2 i \in J_1 \quad (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) i \in J;$$

$$2) \quad \forall a + b i \in J, \forall c + d i \in \mathbb{Z}[i], (a + b i)(c + d i) = (ac - bd) + (bc + ad) i \in J.$$

demak, J to'plam $\mathbb{Z}[i]$ halqada ideal bo'ladi (kommutativ halqaning ta'rifiga ko'ra).

2-misol. $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, bu yerda $a, b \in \mathbb{Z}$, ko'rinishdagi matritsalarining M_2 to'plami

barcha ikkinchi tartibli matritsalar halqasida qism halqa bo'ladimi yoki ideal bo'ladimi?

Yechimi. Aytaylik

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} \in M_2,$$

bo'lsin. U holda:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-c & b-d \\ -(b-d) & a-c \end{pmatrix} \in M_2; \\ 2) \quad & \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac-bd & ad+bc \\ -ad-bc & ac-bd \end{pmatrix} \in M_2. \end{aligned}$$

Javob. M_2 ikkinchi tartibli matritsalar halqasida qism halqa bo'ladi, biroq ideal bo'lmaydi.

4-misol. $\mathbb{Z}_{16}$ halqaning teskarilanuvchi bo'lmagan elementlari to'plami shu halqada qism halqa bo'ladimi yoki ideal bo'ladimi?

Yechimi:

$\mathbb{Z}_{16} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}\}$. $\bar{a}$ teskarilanuvchi emas $\Leftrightarrow (a, 16) \neq 1$. $\mathbb{Z}_{16}$ halqaning barcha teskarilanuvchi bo'lmagan elementlari to'plamini J bilan belgilaylik:

$$J = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}\}.$$

J – ideal bo'ladi, chunki:

$$1) \quad \overline{a_1 - a_2} = \bar{a}_1 - \bar{a}_2 \in J;$$

$$2) \quad \forall \bar{a} \in J, \forall \bar{x} \in \mathbb{Z}_{16}, \bar{a} \cdot \bar{x} \in J.$$

$J = (\bar{2}) - \mathbb{Z}_{16}$ halqada bosh ideal bo'ladi.

5-misol .

$\mathbb{Z}_{24}$ halqaning teskarilanuvchi bo'lmagan elementlari to'plami shu halqada qism halqa bo'ladimi yoki ideal bo'ladimi?

Yechimi: $Z_{24} = \{\bar{0}, \bar{1}, \mathbf{KK}, \overline{23}\}$. $\bar{a}$ teskarilanuvchi emas $\Leftrightarrow (a, 24) \neq 1$.
 Aytaylik $J = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \mathbf{KK}, \overline{22}\}$. $J \subset Z_{24}$ halqada ideal bo'lmaydi, ideal ta'rifidagi
 birinchi shart bajarilmaydi, masalan: $\bar{3} - \bar{2} \notin J$.

IDEALLARNING BA'ZI BIR SODDA XOSSALARI

H halqaning ikkita I_1 va I_2 ideali berilgan bo'lsin.

1-teorema. *H halqa ikkita idealning kesishmasi yana shu halqaning ideali bo'ladi.*

Isboti. I_1 va I_2 lar H halqaning ideallari bo'lib, ularning kesishmasini $I_1 \cap I_2$ orqali belgilaylik.

Faraz qilaylik, $a \in I_1 \cap I_2$ va $b \in I_1 \cap I_2$ bo'lsin. U holda kesishma ta'rifiga asosan $a \in I_1, a \in I_2$ $b \in I_1, b \in I_2$ bo'ladi. I_1 va I_2 to'plamlar H da ideal bo'lgani uchun $a - b \in I_1$ hamda $a - b \in I_2$ bo'ladi. Oxirgi ikki munosabatdan $a - b \in I_1 \cap I_2$ ekanligi kelib chiqadi. Endi $(a \in I_1 \cap I_2) \wedge (r \in H) \Rightarrow ar \in I_1 \cap I_2$ ekanligi keltirib chiqaramiz. $a \in I_1 \cap I_2 \Rightarrow a \in I_1, a \in I_2$ bo'lib, I_1, I_2 ideal bo'lganidan $ra \in I_1, ra \in I_2$ bo'ladi. Demak, $ra \in I_1 \cap I_2$ ekan. Shunday qilib, $I_1 \cap I_2$ to'plam a va b elementlar bilan birgalikda ularning ayirmasi va $ra (r \in H)$ ko'paytmani o'z ichiga olgani uchun $I_1 \cap I_2$ to'plam halqaning ideali bo'ladi.

Bu teoremani chekli sondagi idfeallar kesishmasi uchun ham isbotlash mumkin. Bu isbot huddi yuqoridagi kabi bajariladi.

H halqaning ideallari uchun yana qo'shish, ko'paytirish, bo'lish va ildiz chiqarish tushunchalarini ham kiritish mumkin.

Endi H halqaning eng kichik ideali degan tushunchani kiritamiz. Faraz qilaylik, $A \subset H$ bo'lsin. A to'plamni o'z ichiga oluvchi barcha ideallar kesishmasini $I(A)$ deb belgilaymiz va $I(A)$ ni **A to'plamni o'z ichiga olgan eng kichik ideal** deb yuritamiz. $I(A)$ ham 1-teoremaga asosan ideal bo'ladi.

2-teorema. *H halqaning A to'plamni o'z ichiga oluvchi eng kichik $I(A)$ ideali A to'plam yordamida tuzilgan (A) iodeal bilan ustma-ust tushadi.*

Isboti. $A \subset (A)$ bo'lgani uchun (A) ideal A to'plamni o'z ichiga oluvchin ideallardan biridir. Demak, $l(A)$. Ikkinchidan, $A \subset (A)$ ga ko'ra A to'plamning barcha $a_1, a_2, \dots, a_k$ elementlari va $r_1 \in H$ bo'lganda $r_1 a_1 + r_2 a_2 + \dots + r_k a_k$ yig'indilar $l(A)$ ga tegishlidir. $\sum_{i=1}^k r_i a_i$ ko'rinishdagi elementlar to'plami esa (A) ni beradi. Demak, $(A) \subset l(A)$ ekan. U holda yuqoridagi tushunchalardan ushbu xulosaga kelamiz:

$$(l(A) \subset A) \wedge ((A) \subset l(A)) \Rightarrow (A) = l(A) .$$

3-teorema. *Agar H halqa birlik elementga ega bo'lib, bu birlik element idealga tegishli bo'lsa, u holda $l = H$ bo'ladi.*

Isboti. Ideal ta'rifiga asosan H halqaning istalgan r elementi va I idealning har qanday a elementi uchun $ra \in I$ kerak edi. Agar $a = e$ desak, $re = r$ bo'ladi. Bu esa

$$H \subseteq I \quad (1)$$

ekanligini bildiradi. Ideal ta'rifiga asosan esa

$$I \subseteq H \quad (2)$$

bo'ladi.

4-teorema. *Notrivial ideallarga ega bo'lmagan halqa maydon bo'ladi.*

Isboti. Faraz qilaylik, H halqa faqatgina ikkita (e) va (0) idealga ega bo'lsin. H halqadan biror $a \neq 0$ elementni olamiz. $a \neq 0$ bo'lgani uchun bosh ideal ta'rifiga asosan

$$(a) \neq (0) \quad (3)$$

bajariladi. H halqa faqatgina ikkita idealga ega bo'lganidan (3) ga ko'ra $(a) = (e)$ bo'ladi. Demak, H halqada shunday a^{-1} element mavjudki natijada $a \times a^{-1} = e$ tenglik o'rinli.

a element H halqaning noldan farqli ixtiyoriy elementi edi. Noldan farqli ixtiyoriy element teskarilantiruvchi bo'lgani uchun H halqa maydon bo'ladi.

2.3. FAKTOR HALQALAR

H halqaning istalgan ideali shu halqaning additiv gruppasining qism gruppasi bo'ladi. Additiv gruppaning istalgan qism gruppasi esa shu gruppaning normal bo'luvchisi bo'ladi. Demak, gruppalar nazariyasida normal bo'luvchi tushunchasi qanday ahamiyatga ega bo'lsa, halqalar nazariyasida ideallar tushunchasi ham shunday ahamiyatga egadir.

Halqa idealining ta'rifiga asosan $a, a_1 \in I$ bo'lganda $a - a_1 \in I$ bo'lar edi. Biz endi $a - a_1 \in I$ bo'lganda

$$a \equiv a_1 \pmod{I} \quad (1)$$

kabi yozuvni (belgilashni) kiritamiz. Bu yozuvni a, a_1 elementlar I modul bo'yicha taqqoslanadi deb o'qiymiz. (1) taqqoslamani qanoatlantiruvchi barcha elementlar to'plamini $\bar{a} = a_1 + I$ kabi yozish mumkin. (1) munosabat yordamida K halqa ekvivalent sinflarga ajraladi. Shuning uchun $\bar{a} = a_1 + I$ sinfga tegishli bo'lmagan biror b_1 elementni olsak, $b = b_1 + I$ sinf mavjud bo'ladi. Endi bu ekvivalent sinflar to'plamini

$$K/I = \{I, a_1 + I, b_1 + I, \dots, K\}$$

deb olamiz va uning halqa ekanligini ko'rsatamiz. K/I to'plam elementlari uchun qo'shish va ko'paytirish amallarini quyidagicha kiritamiz:

$$\bar{a} + \bar{b} = a_1 + b_1 + I, \quad (2)$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_1 \cdot b_1 + I, \quad (3)$$

ya'ni ikkita sinfni qo'shish (ko'paytirish) uchun shu sinflardan ixtiyoriy ravishda bittadan olingan ikkita elementni qo'shish (ko'paytirish) kifoya.

Taqqoslamalarda bo'lgani kabi har bir sinfning ixtiyoriy elementi shu *sinfning I modulga ko'ra chegirmasi* deyiladi. Yana shuni eslatib o'tamizki, ikkita sinfni qo'shish yoki ko'paytirish bu sinflarning qaysi chegirmasini olishga bog'liq emas. Darhaqiqat, $\bar{a}$ va $\bar{b}$ sinflardan a_1 va b_1 dan boshqa mos ravishda yana bittadan a_2 va b_2 elementlarni olaylik. $a_1, a_2 \in \bar{a}$ hamda

$b_1, b_2 \in \bar{b}$ bo'lganidan $a_2 \equiv a_1 \pmod{I}$ hamda $b_2 \equiv b_1 \pmod{I}$ bo'ladi. Agar oxirgi ikkita taqqoslamani qo'shsak va ko'paytirsak,

$$\bar{a} + \bar{b} = a_1 + b_1 + I \pmod{I},$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_1 \cdot b_1 + I \pmod{I}$$

taqqoslamalarga ega bo'lamiz. Demak, I modul bo'yicha tuzilgan sinflarni qo'shish va ko'paytirish bir qiymatli usulda aniqlanar ekan.

Endi K halqaning elementlari uchun j akslantirishni quyidagicha aniqlaymiz:

(1) taqqoslamani qanoatlantiruvchi ixtiyoriy $a \in K$ elementni j moslik $\bar{a} = a + I$ sinfga akslantirsin. Natijada, j akslantirish K halqani I modul bo'yicha tuzilgan ekvivalent sinflar to'plamiga gomomorf akslantiradi. Halqaning gomomorf tasviri yana halqa bo'lgani uchun K/I ham halqa bo'ladi. Ana shu halqa I modul bo'yicha tuzilgan faktor-halqa deb ataladi.

Misol. Z halqada $I = (5)$ ideal bo'yicha

$$\begin{aligned}\bar{0} &= \{5k \mid k \in Z\}, \quad \bar{1} = \{5k + 1 \mid k \in Z\}, \quad \bar{2} = \{5k + 2 \mid k \in Z\}, \\ \bar{3} &= \{5k + 3 \mid k \in Z\}, \quad \bar{4} = \{5k + 4 \mid k \in Z\}\end{aligned}$$

bo'lib, $Z/(5) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$ to'plam $I = (5)$ ideal bo'yicha faktor-halqa bo'ladi.

Ta'rif. h akslantirish H halqani H' halqa ustiga gomomorf akslantirsin. H' halqaning nol elementiga akslantiruvchi H halqaning barcha elementlari to'plami h gomomorflik yadrosi (o'zagi) deyiladi va u $I = \text{Ker} h$ kabi belgilanadi.

Teorema. (epimorfizm haqidagi teorema).

H halqa H akslantirish yordamida biror H' halqa ustiga gomomorf akslansin. I to'plam H ning shunday elementlari to'plami bo'lsinki, h akslantirish I ning barcha elementlarini H' ning nol elementiga akslantirsin. U holda H' halqa H/I ga izomorf bo'ladi va I to'plam H halqaning ideali bo'ladi.

Isboti. I ning ideal ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatan,

1) $\forall m_1, m_2 \in I$ bo'lganda, bu elementlarning har biri h akslantirish yordamida $0' \in H'$ ga o'tgani uchun

$$h(m_1 - m_2) = h(m_1) - h(m_2) = 0' - 0' = 0' \in H';$$

2) $\forall r \in H. \forall m \in I$ uchun $h(mr) = h(m) \cdot h(r) = 0' \times r' = 0' \in H'$ shartlar bajarilganligi uchun I to'plam H halqaning idealidir.

Endi H' halqaning bitta a' elementiga h yordamida akslanadigan H halqa elementlari to'plamini $M_{a'}$ deylik va bu to'plam elementlari qanday xossalarga ega ekanligini ko'rib o'taylik. Buning uchun $M_{a'}$ to'plamdan biror a va b elementlarni olib,

$$a + x = b \quad (4)$$

tenglamani tuzamiz. $M_{a'} \subseteq H$ va H halqa bo'lgani uchun (4) tenglama doimo H ga tegishli yagona yechimga ega. Shu yechimni biz m deb belgilaylik. U holda

$$a + m = b \quad (5)$$

tenglik o'rinli. Endi (5) tenglikning ikkala tomoniga h akslantirishni tadbqiq etamiz. Natijada

$$a' \oplus m' = b' \quad (6)$$

tenglik hosil bo'ladi.

Endi b element $M_{a'}$ qism to'plamga tegishli bo'lgan holni qarab o'taylik. Bunday holda h akslantirish b ni ham $a' \in H'$ elementga o'tkazgani uchun (6) tenglik

$$a' \oplus m' = a' \quad (7)$$

ko'rinishni oladi. Oxirgi tenglikdan $m' = 0'$ ekanligi ayon. Demak, $m \in I$ ekan. Agar $M_{a'}$ qism to'plam elementlariga e'tibor bersak, ularning barchasi $k \in Z$ bo'lganda $a + mk$ ko'rinishdagi elementlar to'plamidan, boshqacha qilib aytganda $\bar{a} = a + I$ sinf elementlaridan iborat. Demak, h akslantirish yordamida I modul bo'yicha tuzilgan har bir sunfning barcha elementlari H' ning bitta elementiga akslanadi, har xil sinflar esa H' har xil elementlariga o'tadi.

Endi $h : H/I \rightarrow H'$ akslantirishni quyidagicha kiritamiz:

$a' \in H'$, $\bar{a} = a + I$ sinfnig ixtiyoriy vakili (chegirmasi) bo'lganda $f(\bar{a}) = h(a)$ deb olamiz. Yuqorida ko'rib o'tganimizga binoan $h: H \rightarrow H'$ ustiga gomomorf akslantirish (epimorf akslantirish) bo'lgani uchun I ham epimorf akslantirish bo'ladi.

Endi shu akslantirishning izomorf akslantirish ekanligini ko'rsatamiz. $a \in \bar{a}$ va $b \in \bar{b}$ bo'lganda $f(\bar{a}) = f(\bar{b})$ bo'lsin. Biz $\bar{a} = \bar{b}$ ekanligini ko'rsatishimiz kerak. Haqiqatan, $f(\bar{a}) = f(\bar{b})$ bo'lganidan $h(a) = h(b)$. Bundan $0' = h(a) - h(b) = h(a - b)$ bo'lgani uchun $a - b \in I$. Demak, $a \equiv b \pmod{I}$, ya'ni $\bar{a} = \bar{b}$ ekan. Shunday qilib, I akslantirish izomorf akslantirish ekan.

Misollar.

1-misol. $Z[i]$ halqaning (3) ideal bo'yicha faktor-halqasini toping.

Yechimi:

$J = (3) = \{3(a + bi); a, b \in Z\}$. Masalan, $6 + 12i \in J$, $6 + 5i \notin J$.

J ideal bo'yicha taqqoslanadigan sonlar bitta sinfga tushadilar. Bo'lishi mumkin bo'lgan barcha imkoniyatlarni olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$Z[i]/(3) = \{\bar{0} = J, \bar{1}, \bar{2}, \bar{i}, \bar{2i}, \overline{1+i}, \overline{1+2i}, \overline{2+i}, \overline{2+2i}\}.$$

Masalan, $7 + 13i = (1 + i) + (6 + 12i) \in \overline{1+i}$, chunki $6 + 12i \in J$.

2-misol. $Z[i]$ halqaning $J = (1 + i)$ ideal bo'yicha faktor-halqasini toping.

Yechimi:

$$(1 + i) = \{z(1 + i) | z \in Z[i]\}.$$

Aytaylik $z = c + di$, $(c + di)(1 + i) = (c - d) + (c + d)i \in J$. $2 \in J$ bo'ladi, chunki $(1 - i)(1 + i) = 2$. U holda 2 ga karrali barcha sonlar J ga kiradi.

Javob : $Z[i]/(1 + i) = \{\bar{0} = (1 + i), \bar{1}\}$.

Masalan, $\bar{1} \in \bar{1}$, $i \in \bar{1}$ ($i = \overline{i + 2} = \overline{(i + 1) + 1} = \bar{1}$),

$7 + 3i = (6 + 2i) + (1 + i) \in J = \bar{0}$.

KOMMUTATIV HALQADA BO'LINISH MUNOSABATI.

BUTNLIK SOHASINING TUB VA MURAKKAB ELEMENTLARI

Aytaylik, H birlik elementga ega bo'lgan kommutativ halqa (butunlik sohasi) bo'lsin. Istalgan maydonni butunlik sohasi deb qarash mumkin. Maydonning $a \neq 0$ va ixtiyoriy b elementlari uchun

$$ax = b \quad (1)$$

tenglama doimo yagona yechumga ega bo'lar edi. Agar qaralayotgan butunlik sohasi maydon bo'lmasa, (1) tenglama yechimga ega bo'lmasligi yoki uning yechimlari soni bir nechta bo'lishi mumkin. Bunday holatlarni atroflicha o'rganish uchun mos ravishda halqada bo'linish munosabati hamdanolning bo'luvchilari tushunchalari bilan tanishamiz:

1-ta'rif. Agar H halqaning istalgan $a \neq 0$ va b elementlari uchun (1) tenglama H da yechimga ega bo'lsa, u holda a element b elementni bo'ladi deyiladi va u b/a yoki $b \mathbb{M} a$ kabi belgilanadi.

b/a belgi ba'zan b element a ga bo'linadi, b element a elementning karralisi deb o'qiladi. Yuqoridagi ta'rifni predikatlar yordamida quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$y/x \Leftrightarrow \exists z(xz = y). \quad (2)$$

Agar 1-ta'rifni qanoatlantiruvchi element mavjud bo'lmasa, a element b ni bo'lmaydi (b element a ga bo'linmaydi) deb yuritiladi va u $h \times a$ kabi belgilanadi.

Teorema. H butunlik sohasida aniqlangan bo'linish munosabati quyidagi hossalarga ega:

a) $\forall a \in H \quad (a \neq 0) \quad$ uchun $0/a; a/e; a/a$ dir (bunda 0 va e lar mos ravishda H ning nol va birlik elementlaridir);

b) $a \neq 0 \Rightarrow a \times 0 \wedge 0/a;$

c) $\forall a, b, c \in H \quad (a/b \wedge b/c \Rightarrow a/c) \quad (b, c \neq 0);$

d) $\forall a, b, c, d \in H \quad (a/b \wedge c/d \Rightarrow ac/bd) \quad (b, d \neq 0);$

e) $\forall a, b, 0 \neq c \in H \quad (bc/ac \Rightarrow b/a);$

f) $\forall a, a_i \in H \quad (i = \overline{1, n}) \quad (a_i/a \Rightarrow \sum_{i=1}^n a_i r_i / a)$

bu yerda $r_1, r_2, \dots, r_n \in H$.

Biz bu xossalardan faqatgina e va f qismlarini isbot qilamiz, qolganlarini isbotlashni esa o'quvchiga tavsiya qilamiz.

e) Ixtiyoriy $c \neq 0$ uchun bc/ac jumla (2) ga binoan

$$bc = ac \cdot d \quad (3)$$

ko'rinishda yoziladi. (3) tenglikni esa

$$c(b - ad) = 0 \quad (4)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Butunlik sohasi nolning bo'luvchilariga ega bo'lmagani uchun (4) tenglik, faqatgina

$$b = ad \quad (5)$$

bo'lganda bajariladi. Oxirgi tenglik esa b/a ekanligini bildiradi.

f) ning isboti. a_i/a ($i = \overline{1, n}$) bo'lgani uchun yana (2) ga asosan

$$\begin{aligned} a_1 &= ab_1, \\ a_2 &= ab_2, \\ \mathbf{KKKK} \\ \mathbf{KKKK} \\ a_n &= ab_n \end{aligned} \quad (6)$$

tengliklar sistemasini yoza olamiz. Bu tengliklarni mos ravishda $r_1, r_2, \mathbf{KK}, r_n$ ga ko'paytirib, qo'shsak,

$$\sum_{i=1}^n a_i r_i = a \sum_{i=1}^n b_i r_i \quad (7)$$

hosil bo'ladi. Bu tenglik esa $\sum_{i=1}^n a_i r_i / a$ ekanligini bildiradi.

Ratsional sonlar halqasida noldan farqli barcha elementlar birning bo'luvchilari bo'ladi.

Halqaning ixtiyoriy a elementi e (teskarilantuvchi element) va ae ga doimo bo'linadi. e va ae elementlar odatda a ning *trivial (eng sodda) bo'luvchilari* deb yuritiladi.

Masalan, $\mathbb{Z}$ to'plamda 8 ning trivial bo'luvchilari -1,1 va -8,8 bo'lib, trivial bo'lmagan bo'luvchilari esa -4,-2,2,4 dan iborat.

2-ta'rif. Birlik elementga ega bo'lgan H butunlik sohasining noldan, birning bo'luvchilaridan farqli biror p elementi faqatgina trivial bo'luvchilarga ega bo'lsa, u holda bunday p element H butunlik sohasining *tub yoki yoyilmaydigan elementi* deyiladi.

3-ta'rif. Birlik elementga ega bo'lgan H butunlik sohasining biror a elementi noldan va birning bo'luvchilaridan farqli bo'lib, trivial bo'lmagan bo'luvchilarga ega bo'lsa, u holda a element H butunlik sohasining *murakkab (yoyiluvchi) elementi* deyiladi.

Misol. Z to'plamning $\pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \pm 11, \mathbf{K K K K}$ elementlari tub elementlar, $\pm 4, \pm 6, \pm 8, \mathbf{K K K}$ elementlari esa murakkab elementlardir.

3-ta'rifga asosan p tub element bo'lib, $p = a \cdot b$ tenglik bajarilsa, yo a , yoki b birning bo'luvchilari bo'ladi. $p = a \cdot b$ tenglikda a va b ning ikkalasi ham birning bo'luvchilari bo'lmasa, p element murakkab bo'ladi.

Natija. Istalgan maydon hech qanday tub yoki murakkab elementlarga ega bo'lmaydi.

2.4. BOSH IDEALLAR HALQASI. YEVKLID HALQASI.

BOSH IDEALLAR HALQASI

Ma'lumki, butun sonlar halqasi elementlari uchun eng katta umumiy bo'luvchi (EKUB), eng kichik umumiy karrali (EKUK), murakkab va tub sonlar, istalgan murakkab sonni tub sonlar ko'paytmasi shaklida yozish kabi tushunchalar mavjud edi. Bunday tushunchalar istalgan halqa elementlari uchun ham o'rinli bo'lavermaydi. Bu tushunchalar faqatgina bosh ideallar halqasi deb ataluvchi halqa elementlari uchungina bajariladi.

1-ta'rif. Har bir ideali bosh idealdan iborat bo'lgan halqalar **bosh ideallar halqasi** deyiladi.

Misollar. 1. Har qanday P maydon bosh ideallar halqasi bo'ladi. Chunki maydon faqatgina ikkita idealga ega. Ular (0) va $(e) - P$ bosh ideallardir.

2. Butun sonlar halqasi bosh ideallar halqasidir.

2-ta'rif. Agar birlik elementga ega P butunlik sohasi berilgan bo'lib, uning barcha elementlari manfiymas butun sonlar to'plami N_0^+ ga bir qiymatli akslantiruvchi shunday j akslantirish mavjud bo'lsaki, uning uchun quyidagi shartlar bajarilsa, ya'ni

1) P ning istalgan a va b elementlari uchun shunday bir juft $q, r \in P$ elementlar topilsaki, ular uchun

$$a = tq + r \quad (1)$$

tenglik o'rinli;

2) (1) tenglikda $r = 0$ yoki $j(r) < f(q)$ bo'lsa, u holda H butunlik sohasi **Evklid halqasi** deyiladi.

Misollar. 1. Z halqa Evklid halqasi bo'ladi. Haqiqatan, $\forall x \in Z$ va $j(x) = |x|$ desak, Evklid halqasi ta'rifidagi ikkita shart bajariladi.

2. Har qanday maydon Evklid halqasi bo'ladi.

1-teorema. H bosh ideallar halqasining kamida bittasi noldan farqli bo'lgan $a_1, a_2, \mathbf{K}, a_n$ elementlari uchun EKUB mavjud va u birining

bo'luvchisi ko'paytmasi aniqligida yagonadir. $d \in H$ element $a_1, a_2, \mathbf{K}, a_n$ elementlarning EKUBi bo'lishi uchun

$$a_i = dq_i \quad (i = \overline{1, n}) \quad (2)$$

$$d = a_1 r_1 + a_2 r_2 + a_3 r_3 + \mathbf{K} + a_n r_n \quad (3)$$

tengliklar H halqaning ba'zi bir $q_1, q_2, \mathbf{K}, q_n$ va $r_1, r_2, \mathbf{K}, r_n$ elementlari uchun bajarilishi zarur va yetarli.

Isboti. 1. Zaruriylik sharti. Faraz qilaylik, H halqaning biror A qism to'plami elementlari (3) ko'rinishga ega bo'lsin. Bunday holda A ideal ekanligi bizga ma'lum. H halqa bosh ideallar halqasi bo'lgani uchun har bir ideali, shu jumladan, A ham bosh idealdir. Demak, shunday $d \in H$ topiladiki, $A = (d)$ bo'ladi.

Endi $d \in H$ element $a_1, a_2, \mathbf{K}, a_n$ elementlar uchun EKUB bo'lishini ko'rsatamiz.

Agar $r_i = e$ va $k \neq i$ da $r_k = 0$ desak, $a_1 r_1 + a_2 r_2 + a_3 r_3 + \mathbf{K} + a_n r_n$ yig'indi a_i ko'rinishni oladi. Demak, $a_i \in A$ bo'lib, $A = (d)$ ekaniga asosan a_i element d ga bo'linadi, ya'ni (2) hosil bo'ladi. Teorema shartiga binoan a_i ($i = \overline{1, n}$) lardan kjamida bittasi noldan farqli edi. Bundan, $d \neq 0$ degan xulosa kelamiz. $d \in A$ bo'lgani uchun (3) tenglik o'rinli bo'ladi.

2. Yetarlilik sharti. (2) va (3) tengliklarni qanoatlantiruvchi har qanday $d \in K$ element $a_1, a_2, \mathbf{K}, a_n$ elementlar uchun EKUB bo'ladi.

Haqiqatan, (2) tengliklar barcha a_i ($i = \overline{1, n}$) larning d ga bo'linishini ko'rsatadi, ya'ni d — umumiy bo'luvchi. Ikkinchidan, biror $b \in K$ boshqa biror umumiy bo'luvchi bo'lsa, $d \in K$ element b ga bo'linadi, chunki $a_i = bq_i$ bo'lsa (3) tenglikka asosan

$$d = b(q'_1 r_1 + q'_2 r_2 + \mathbf{K} + q'_n r_n)$$

tenglik o'rinli.

Endi EKUB birning bo'luvchisi ko'paytmasi aniqligida yagona ekanligini ko'rsatamiz . Agar $e \in H$ birning bo'luvchisi bo'lsa , u holda (2) tenglikni

$$a_i = (ed) \cdot (e^{-1}q_i) \quad (i = \overline{1, n}) \quad (2')$$

kabi yozish mumkin. Bunday holda (3) tenglik

$$ed = a_1(r_1e) + a_2(r_2e) + \mathbf{K} + a_n(r_ne) \quad (3')$$

kabi bo'ladi. (2') va (3') tengliklar ed ning ham $a_1, a_2, \mathbf{K}, a_n$ lar uchun EKUB bo'lishini ko'rsatadi . d va ed esa bir-biridan birning bo'luvchisi ko'paytmasiga farq qiladi, xolos .

Mazkur teorema bosh ideallar halqasining chekli sondagi elementlari uchun EKUB ning mavjudligini ko'rsatadi .

$a_1, a_2, \mathbf{K}, a_n$ elementlarning EKUBni topish masalasini ikkita elementning EKUBini topish masalasiga keltirish mumkin. Haqiqatan, $d_1 = (a_1, a_2)$ bo'lsa, yuqoridagi teorema binoan shunday $r_1, r_2 \in H$ lar topiladiki, natijada $d = a_1r_1 + a_2r_2$ bo'ladi. Faraz qilaylik, a_1, a_2, a_3 elementlar EKUB ni d_2 deb olaylik. d_2 element a_1, a_2 elementlarni bo'lgani uchun u d_1 ni ham bo'lishi kerak .

Demak, d_1 va a_3 ning EKUB a_1, a_2, a_3 elementlarning EKUB bilan bir hil bo'ladi. Bu fikrni davom ettirsak

$$d_k = (a_1, a_2, \mathbf{K}, a_k) = (d_{k-1}, a_k)$$

tenglikka kelamiz, bu yerda $d_{k-1} = (a_1, a_2, \mathbf{K}, a_{k-1})$ dir. Demak, n ta elementning EKUBini topish masalasi ikkita elementning EKUBini topish masalasiga keltirildi. Evklid xalqalarida ikkita EKUBni topish algoritmi deb ataluvchi ketma – ket bo'lish usuli yordamida topiladi . H Evklid halqasi va uning ikkita a va b elementi brilgan bo'lsin.

Bunda quyidagi ikkita hol bo'ladi:

- a) Agar $b = 0$ bo'lsa $(a; 0) = a$;

b) Agar $b \neq 0$ bo'lsa, a va b ga, b ni esa qoldiqqa, so'ngra oldingi qoldiqlarni keying qoldiqlarga bo'lish natijasida quyidagi ketma-ketliklar sistemasi hosil qilinadi:

$$\begin{aligned} a &= bq_1 + r, \\ b &= r_1q_2 + r_2, \\ r_1 &= r_2q_3 + r_3, \end{aligned} \quad (4)$$

KKKKKK

$$\begin{aligned} r_{k-2} &= r_{k-1}q_k + r_k, \\ r_{k-1} &= r_kq_{k+1}. \end{aligned}$$

(4) tenglik bajarilganda

$$j(r_k) < j(r_{k-1}) < \mathbf{K} < j(r_1) < j(b)$$

bo'lar edi. $j(r_i)$ ($i = \overline{1, k}$) lar manfiymas butun sonlardir. Har qanday manfiymas butun sonlar to'plami esa doimo quyidan chegaralangan. Shuning uchun k qadamdan so'ng $r_{k+1} = 0$ bo'ladi. Bunday holda $r_k \neq 0$ bo'lib, u biz izlagan EKUB bo'ladi.

$d = r_k$ uchun EKUB ning ikkila sharti bajarilishini tekshirib ko'ring.

2-teorema. *Evklid halqasi bosh ideallar halqasi bo'ladi.*

Isboti. Faraz qilaylik, H Evklid halqasi bo'lib, A ning biror ideali bo'lsin. A ning bosh ideal ekanligini ko'rsatamiz. Bu yerda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

a) A to'plam faqatgina bittagina nol elementga ega. Unda $A = (0)$ bosh idealdir.

b) $A \neq (0)$ bo'lsin. H halqa Evklid halqasi bo'lganligi uchun H dagi har qanday noldan farqli a elementni manfiymas butun songa akslantiruvchi hamda

$$a = bq + r$$

va $r = 0$ yoki $j(r) < j(b)$ shartlarni qanoatlantiruvchi $j : H \rightarrow N_0^+$ akslantiruvchi mavjud. Lekin manfiymas butun sonlarning har qanday qism to'plami quyidan chegaralangan. Demak, j akslantirish yordamida eng kichik manfiymas butun songa akslantiruvchi $d \in A$ element mavjud. Natijada A to'plamning ixtiyoriy a elementini

$$a = dq + r, 0 \leq j(r) < j(d) \quad (5)$$

kabi yoza olamiz.

Endi A dan olingan ixtiyoriy a elementning d ga bo'linishini ko'rsatamiz. $a = dq + r \Rightarrow a - dq = r$. Bunda $r \in A$, chunki $a \in A$ va $d \in A$ edi. Shuning uchun $r \neq 0$ bo'lsa, $j(d) < j(r)$ bo'lar edi, bu esa $j(d)$ ning eng kichik manfiymas butun son ekanligiga zid. Shuning uchun $r = 0$ bo'lib, a element d ga bo'linadi, ya'ni $A = (d)$ bosh ideal bo'ladi.

2.5. KVATERNIONLAR HALQASI

Ushbu mavzuni yoritishdan avval kvaternion son asoschisi haqida qisqacha ma'lumot keltirib o'tamiz.

Irland matematigi va mexanigi Uilam Rouan Gamilton

1805-08-04



Irland matematigi va mexanigi Uilam Rouan Gamilton 1805 yil 4 avgust kuni Dublinda dunyoga keladi. 1837 yildan Irlandiya FA prezidenti, 1827 yildan Dublin unversiteti asdtronomiya rasadxonasi professori va direktori bo'lgan. Kompleks sonlar nazariyasining aniq rasmiy bayonini bergan. 1843 yilda o'ziga xos sonlar sistemasi-kvaternionlar deb ataluvchi to'rt birlikli ($1, i, j, k$) sistemani tuzdi. Shu sistema to'g'risidagi nazariyasi vektorlar analizi taraqqiyotiga katta hissa bo'lib qo'shildi. Mexanik variatsion usulni (eng kam ta'sir prinsipini) mexanikaga tatbiq etdi (rus matematigi M.V.Ostrogradskiy ham mustaqil ravishda aniqlagan). Bu prinsip mexanik va fizik jarayonlarning differensial tenglamalarini keltirib chiqarishda asosiy vositalaridan hisoblanadi. Matematik 1865 yil 2 sentabr kuni Dansinkda vafot etadi.

1, 2, ...

0, 1, -1, ...

Natural sonlar	Butun sonlar
$1, -1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 12, \dots$	$1, -1, \frac{1}{2}, 0, 12, \pi, \sqrt{2}, \dots$
Ratsional sonlar	Haqiqiy sonlar
$-1, \frac{1}{2}, 0, 12, \pi, 3i + 2, e^{i\pi/3}, \dots$	$1, i, j, k, \pi j - \frac{1}{2}k, \dots$
Kompleks sonlar	Kvaternionlar

KVATERNIONLAR.

Bu yerda kvaternionlar uchun Gamilton tomonidan kiritilgan klassik belgilashlar qo'llaniladi.

Ta'rif. Kvaternion son yoki oddiygina kvaternion (dekart shaklda) – bu quyidagi ko'rinishdagi matematik obyekt:

$$q = a + bi + cj + dk ,$$

Bu yerda a, b, c, d - haqiqiy sonlar shu bilan birga a haqiqiy bir soining ko'paytuvchisi (odatda yozuvda tushirib qoldiriladi), i, j, k - mavhum kvaternion birliklar; ularning kvadratlari haqiqiy manfiy ishora bilan olingan birga teng.

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

Bu to'rt kvaternion birliklar uchun o'zaro ko'paytma qoidasi quyidagicha aniqlangan:

$$1i = i1 = i$$

$$1j = j1 = j$$

$$1k = k1 = k$$

$$ij = -ji = k$$

$$jk = -kj = i$$

$$ki = -ik = j$$

Ko'rinib turibdiki haqiqiy birliklar qatnashgan ko'paytma kommutativ, mavhum birlikli ko'paytma – antikommutativ.

Shunday qilib, kvaternion birliklar ko'paytmasining ($i^2 = -1$ bilan) to'liq jadvali 16 tenglik ko'rinishida yoziladi . Bu jadvalning ixcham ko'rinishi keying bo'limda berilgan.

Haqiqiy birlikning ko'paytuvchisi – q kvaternionning skalyar qismi deyiladi.

$$a = \text{scal } q$$

Mavhum birliklar bilan chiziqli kombinatsiyasi – vector qism deyiladi

$$\text{vect } q = bi + cj + dk$$

$q = a + bi + cj + dk$ ko'rinishdagi barcha sonlar kvaternionlar to'plamini tashkil etadi. $Q: q \in Q$

Ba'zida kvaternionlar ikkilantirilgan kompleks sonlar sistemasi deb ataluvchi jarayon orqali kiritiladi. Shuning uchun , xususiy holda boshqa sonlar sonlar sistemasi bilan birga, quyidagi ikkilantirish tartibi bilan, kvaternionlar **giperkompleks sonlar** deb ataladi.

MAVHUM BIRLIKLARNING IFODALANISHI

Kompleks sonlar algebrasidagi mavhum birliklar kabi kvaternionlar algebrasidagi mavhum birliklar algebrada 2×2 - matritsa ko'rinishini qabul qiladi , bu yerda haqiqiy birlik rolda diagonally birlik matritsa – E bo'ladi.

Agar ixtiyoriy komponentlar a, b, c, d, e, f bo'lgan ikki matritsadan

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} d & e \\ f & -d \end{pmatrix}$$

mavhum birlik tuzilsa

$$i = \frac{A}{\sqrt{\det A}} \Rightarrow i^2 = -E, \quad j = \frac{B}{\sqrt{\det B}} \Rightarrow j^2 = -E,$$

ularning ko'paytmasi

$$ij = \frac{AB}{\sqrt{\det A \det B}} = \frac{1}{\sqrt{\det(AB)}} \begin{pmatrix} ad + bf & ae - bd \\ cd - af & ec + ad \end{pmatrix}$$

ham “mavhum birlik”, biroq ko’paytma-matritsasining izi ham nolga teng bo’ladi degan shart ostida

$$2ad + bf + ec = 0.$$

Agar $ij=k$ orqali ifodalansa, bu yo’l bilan topilgan i, j, k matritsalar E birlik bilan kvaternion birliklar ko’paytmasi jadvalini qanoatlantirishini tekshirish qiyin emas. Bunday matritsalar uchligiga oddiy misol ma’lum Paul matritsasiga proporsionallar ($-i$ ko’paytuvchi bilan)

$$i = -i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad j = -i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad k = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Kvaternion birliklarning boshqach ifodalanishini ham taqdim etish mumkin. Xususiyl holda mavhum birlikning oxirgi berilishlarini

$$i = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

matritsa bilan almashtirish mavhum kvaternion birliklarni 4×4 – matritsalarining barcha haqiqiy komponentlari orqali ifodalanishga olib keladi.

Kvaternionlarning xossalarini o’rganish uchun aniq ifodaning ko’rinishi shart emas, lekin, masalan kvaternionlar ustidagi amallarni aniqlashda odatda ularning barchasi bir kvaternion birlik ustida tuzilgan deb hisoblanadi, ya’ni ko’riladigan barcha sonlar uchun bir birlik ko’rinish o’ylanadi: agar u o’zgarsa, bu hol darhol barcha sonlar uchun.

Kvaternionlarni qiyoslash, qo’shish va ko’paytirish.

Kompleks sonlar kabi, kvaternion sonlarni qiyoslash ham ularning tengligini aniqlashgagina keltiriladi.

$q_1 = a + bi + cj + dk$ kvaternion, $q_2 = e + fi + gj + hk$ kvaternionga mos koefitsientlari teng bo’lgan holda tengdir.

$$q_1 = q_2 \Leftrightarrow a = e, \quad b = f, \quad c = g, \quad d = h.$$

Kvaternionlarni qo’shish (ayirish) ularning tarkibiy qismlari har bir birlik koefitsientlarini qo’shish (ayirish) orqali amalga oshiriladi:

$$q_1 + q_2 = a + e + (b + f)i + (c + g)j + (d + h)k,$$

$$q_1 - q_2 = a - e + (b - f)i + (c - g)j + (d - h)k.$$

Kvaternionlar ko'phadlar kabi ko'paytiriladi, biroq yuqorida keltirib o'tilgan kvaternion birliklar uchun ko'paytiruv jadvalidan foydalangan holda

$$\begin{aligned} q_1 q_2 &= (a + bi + cj + dk)(e + fi + gj + hk) = ae - bf - cg - dh + \\ &+ (af + be)i + (ag + ec)j + (ah + ed)k + (bg - fc)ij + (ch - gd)jk + \\ &+ (df - hb)ki = ae - bf - cg - dh + (af + be + ch - gd)i + (ag + ec + \\ &+ df - hb)j + (ah + ed + bg - fc)k. \end{aligned}$$

Ko'rinib turibdiki, ko'paytirish nokommutativdir, ya'ni:

$$q_1 q_2 \neq q_2 q_1,$$

Shuning uchun, kvaternionlar bilan ishlashda o'ng va chap ko'paytma haqida aytib o'tish joiz. Biroq bir necha ko'paytuvchilar qatnashgan holda qavslarni ixtiyoriy joylashtirish mumkinligini tekshirish qiyin emas.

$$(q_1 q_2) q_3 = q_1 (q_2 q_3),$$

ya'ni, kvaternionlarni ko'paytirish amali (haqiqiy va kompleks sonlar kabi) assotsiativdir. Kvaternionlarni ko'paytirish (chap va o'ng ko'paytma uchun ham) va qo'shish amallarida distributivlik qonuni bajariladi.

$$q_1 (q_2 + q_3) = q_1 q_2 + q_1 q_3 \quad ; \quad (q_2 + q_3) q_1 = q_2 q_1 + q_3 q_1 .$$

KVATERNIONNING QO'SHMASINI TOPISH AMALI

Kompleks sonlar kabi kvaternionlarning ham qo'shmasini topish amali kiritilgan. Har qanday $q = a + bi + cj + dk$ kvaternion uchun qo'shma sifatida quyidagi kvaternionni mos qo'yish mumkin:

$$\bar{q} = q - bi - cj - dk .$$

Kvaternion qo'shmasini topish amali orqali uning skalyar va vector qismlarini ajratish mumkin

$$\text{scal } q = \frac{q + \bar{q}}{2}; \quad \text{vect } q = \frac{q - \bar{q}}{2}.$$

Qo'shma kvaternionlar uchun quyidagi tengliklar o'rinlidir:

$$\overline{q_1 + q_2} = \bar{q}_1 + \bar{q}_2; \quad \overline{q_1 q_2} = \bar{q}_1 \bar{q}_2.$$

Oxirgi tenglikda ko'paytuvchilarning teskari tartibi mavjud;

Xususiylashtirishda, shu tufayli kvaternionlar algebrasi "to'rt kvadrat ayniyati"ga keltiriladi.

Kvaternion sonni uning qo'shmasiga ko'paytmasi haqiqiy son; bu sondan arifmetik kvadrat ildizni **kvaternion moduli** deb ataladi.

$$|q| = \sqrt{q\bar{q}} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}.$$

Kvaternion moduli kvadrati uning normasi deyiladi.

$$\bar{q}\bar{q} = |q|^2;$$

bu yerdan berilgan kvaternionga teskari kvaternionni topish formulasini keltirib chiqarish mumkin

$$q^{-1} = \frac{\bar{q}}{|q|^2}.$$

Agar q, q_1 va q_2 ko'paytuvchilarning ko'paytmasi ko'rinishida berilgan bo'lsa, norma ta'rifidan

$$|q|^2 = |q_1 q_2|^2 = (q_1 q_2)(\overline{q_1 q_2}) = q_1 q_2 \bar{q}_2 \bar{q}_1 = q_1 \bar{q}_1 \bar{q}_2 q_2 = |q_1|^2 |q_2|^2,$$

ya'ni kvaternionlar ko'paytmasi moduli ko'paytuvchilar modullari ko'paytmasiga teng.

Kengaytirilgan holda – bu ma'lum kvaternionlar "to'rt kvadratlar ayniyati"dir. Agar

$$q_1 = a + bi + cj + dk, \quad q_2 = e + fi + gj + hk$$

bo'lsa, u holda

$$(ae - bf - cg - dh)^2 + (af + be + ch - gd)^2 + (ag + ec + df - hb)^2 + (ah + ed + bg - fc)^2 = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(e^2 + f^2 + g^2 + h^2).$$

Xuddi kompleks sonlardagidek, o'ngdan chapga o'qiladi. To'rt kvadrat yig'indisining to'rt kvadrat yig'indisiga ko'paytmasi yana to'rt kvadrat yig'indisi bo'ladi yoki ko'paytma normasi normalar ko'paytmasiga teng.

KVATERNIONLAR BO'LINMASI

Kvaternionlar ko'paytmasi nokommutativligidan q_1 ni $q_2 \neq 0$ ga bo'lishdagi bo'linmani chap ko'paytma $q_1 = y_l q_2$ va o'ng ko'paytma $q_1 = q_2 y_r$ tenglamalar yechimi ko'rinishida ifodalash mumkin. Bunda chap bo'linma

$$y_l = \frac{\overline{q_1 q_2}}{q_2 q_2} = \frac{\overline{q_1} \overline{q_2}}{|q_2|^2},$$

o'ng bo'linma

$$y_r = \frac{\overline{q_2 q_1}}{q_2 q_2} = \frac{\overline{q_2} \overline{q_1}}{|q_2|^2}.$$

ko'rinishni egallaydi.

Har bir bo'linma yagona ifodaga ega va kvaternion hisoblanadi. Bu bo'linmalar ko'rinishi kengaytirilgan holda $q_1 = a + bi + cj + dk$ va $q_2 = e + fi + gj + hk$ uchun ma'lum tarzda ifodalanadi.

KVATERNIONLAR ALGEBRASI

Kvaternionlar to'plami to'rt o'lchovli algebraning barcha xususiyatlariga ega (bazis biliklar soniga qarab), unda haqiqiy songa ko'paytirish, kvaternionlarni qo'shish va ko'paytirish amallari aniqlanadi.

Bu algebra ko'p tomonlama haqiqiy va kompleks sonlar algebrasiga yaqin. Bu algebra qo'shish vako'paytirish amallariga nisbatan assotsiativ, distributiv, birlik elementga ega (haqiqiy bir soni); unda ayirish va bo'lish amallari aniqlangan va unda to'rt kvadrat ayniyati bajariladi.

Biroq kvaternionlar algebrasi kichik o'lchamli algebralardan katta farq qiladi. U ko'paytirish amaliga nisbatan kommutativ emas, shuning uchun yuqori darajali xususiyatlariga qaramay kvaternionlar to'plami maydon hosil

qilmaydi, balki bo'linmali nokommutativ halqali obyekt sanaladi. Ba'zi hollarda “nokommutativ maydon” nomini ham uchratish mumkin.

Kvaternionlar algebrasini ajratib turuvchi muhim qirralardan biri shundaki, u birli va bo'linmali assotsiativ algebra o'lchamlari sonidan oxirgisi hisoblanadi. 1878 – yili nemis matematigi G.Frobenius quyidagi ajoyib teoremani isbotladi:

“Har qanday bo'linmali assotsiativ algebra uch algebralardan biri: haqiqiy sonlar algebrasi, kompleks sonlar algebrasi va kvaternionlar algebrasi bilan izomorfdir”.

Oktav – giperkompleks sonlar algebrasida o'lchamlar bo'yicha keyingisi 8 birlikka ega assotsiativ ko'paytma yo'qotilib, uning o'rnini analog – alternativlik egallaydi.

Biroq oktav algebrasi ham normallasuvchi hisoblanadi: unda kvadratlar yig'indisi ayniyati mavjud. Aynan shunday ayniyatni izlash ingliz matematigi A.Kelini oktavlar algebrasini kashf etishiga sababchi bo'ldi.

Ma'lum bo'ldiki, kvadratlar yig'indisi ayniyati bajariladigan yanada katta o'lchamli algebralar mavjud emas. Bu 1898 – yili nemis matematigi A.Gurvitsem tomonidan quyidagi teorema orqali isbotlangan:

“Har qanday normallangan algebra quyidagi algebralar bilan izomorf: Haqiqiy sonlar, kompleks sonlar, kvaternion va oktav”.

Oxirgi to'rt algebra, ularning o'lchamlarini 2 asosga ega ko'rsatkichli qator yordamida aniqlash mumkin:

algebra	Algebra o'lchami $n = 2^p$	p daraja ko'rsatkichi
Haqiqiy sonlar	$1 = 2^0$	0
Kompleks sonlar	$2 = 2^1$	1
Kvaternionlar	$4 = 2^2$	2
Oktavalar	$8 = 2^3$	3

Yana bir formali vaziyatni eslatib o'tish mumkin. Kvaternionlar algebrasi umumiy matematik konstruktsiya – klifford algebrasining xususiy holi sifatida ko'rilishi mumkin. So'ngisi birliklarni tashkil etuvchi natural sonlardan tuziladi, juft ko'paytmalarning yarim yig'indisi algebra o'lchami tartibining birlik matritsasidir. Shu nuqtai nazardan kelib chiqqan holda kvaternionlar algebrasi ikki o'lchovli klifford algebrasidir. Bu yerda yasovchilar sifatida ikkita ixtiyoriy mavhum birlik olinadi; qolgan birliklar yasovchilarning erkli ko'paytmasi sifatida aniqlanadi.

Adabiyotlarda kvaternionlar algebrasi H yoki H_R orqali belgilanadi (kvaternion birliklar ildidagi koeffitsientlar haqiqiylik ta'kidlanadi). Ba'zan Q bilan ham belgilanadi.

KVATERNIONLARNING GEOMETRIK IFODALANISHI

Barcha kvaternion to'plamlarni qanoatlantiruvchi geometrik obraz hali aniqlanmagan. Kvaternion algebralar o'lchamlari soni va bu o'lchamlardan birini ko'rsatib o'tish, kvaternion birliklar oldidagi koeffitsientlar xuddi fizik makon va zamon kontiniumida nuqtalarning koordinatalarini tushunishga undaydiganag o'xshaydi. Biroq bunday to'g'ri chiziqli yechim shoshqaloqlik bo'ladi. Har bir kvaternion algebradagi birlikning dekart o'qini ma'lum yo'nalish bilan bog'liqligi (kompleks sonlarni ifodalash kabi) unchalik umumiy emasligi ko'rinadi.

Asl vektor kvaternionlarning geometrik ifodalanishi ancha oson. Buning uchun quyidagilarni bilish yetarli, ya'ni ikki vektor kvaternion $p = x_1i + x_2j + x_3k$ va $q = y_1i + y_2j + y_3k$ ko'paytmasida:

$$pq = (x_1i + x_2j + x_3k)(y_1i + y_2j + y_3k) = -(x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3) + (x_2y_3 - x_3y_2)i + (x_3y_1 - x_1y_3)j + (x_1y_2 - x_2y_1)k$$

Skalyar qismida dekart koordinatadagi ikki vektorning skalyar ko'paytmasiga o'xshash ifoda mavjud, vektor qismida esa – vektor ko'paytmaga o'xshash ifoda; shunday xulosaga kelinadi:

Mavhum kvaternion birliklar o'ng dekart koordinata sistemasi yo'nalishini aniqlaydi, ular oldidagi koeffitsientlar esa shu koordinata sistemasidagi vektorning komponentlaridir.

U.Gamilton tomonidan vector kvaternionlarga berilgan bu tushuntirish Maksvell tomonidan uning elektrodinamik tenglamasini yozishda ishlatilgan. O.Xevisayd va D.Gibbsning nokvaternion bayonida vektor algebra bergan. Skalyar va vektor qismga ega, lekin moduli birga teng bo'lgan kvaternionlar o'zgach geometrik obrazga ega. Bunday normallangan kvaternionlarning ko'rinishi quyidagicha:

$$h = \frac{q}{|q|} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}} (a + bi + cj + dk) .$$

h ning vektor qismi esa quyidagicha tasvirlanishi mumkin:

$$\frac{bi + cj + dk}{|q|} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}{|q|} u, \\ uu = -1.$$

Agar quyidagicha belgilash kiritsak,

$$\frac{a}{|q|} = \cos a, \quad \frac{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}{|q|} = \sin a ,$$

normallangan kvaternion h oddiy ko'rinishga keladi, ya'ni:

$$h = \cos a + u \sin a .$$

Kompleks sonlarning odatiy ifodalanishidan farqli, bu yerda “mavhum birlik” u uzunlikka ega o'lchamli vector ma'nosiga ega.

Biror vektor kvaternion $a = a_1 i + a_2 j + a_3 k = |a|v$, $vv = -1$, u ga ortogonal yo'nalgan bo'lsin. U holda ko'paytmaning skalyar qismi uv nolga teng $\overline{uv} = 0$ yoki $\text{scal}(uv) = 0$, uv vektor qismi esa w vector kvaternionidir. u va v ortogonal: $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$ yoki $\text{vect}(np) = w$, $ww = -1$. Chapdan vector kvaternion a ga ko'paytmasini:

$$ha = (\cos a + u \sin a) |a|v = |a|(v \cos a + w \sin a)$$

Geometrik o'rnini vektor $\vec{a}$ nisbat a burchakka (soat miliga qarshi) u yo'nalish bo'yicha o'q atrofida burulishi ekaniga ishonch hosil qilish qiyin emas. Shunday qilib, normallangan kvaternionning geometrik obrazi sifatida aylana yoyi mos qo'yilishi mumkin (yoki sferaning kata aylanasi yoyi). Bunday yoyni unga mos burchak va aylana tekisligiga normal bo'lgan yo'nalgan birlik vektor orqali harakterlash mumkin.

Ko'rinib turibdiki, normallangan kvaternionni ortogonal vektor kvaternion fazoga ko'paytmasi berilgan vektorni burilishi va uning uzunligini chap ko'paytuvchi moduliga teng marta o'zgarishiga olib keladi.

Berilgan ma'lumotlardan foydalangan holda, qpq^{-1} ko'rinishdagi ko'paytma, bu yerda q, p – ixtiyoriy skalyar bo'lmagan kvaternion (ya'ni vektor qism bilan) modul va skalyar qismlari modulga va p skalyar qismga teng kvaternion ekanini ko'rsatish mumkin. qpq^{-1} vektor qismi $\text{vect}(p)$ ni cosinus bo'yicha $\text{vect}(q)$ o'q atrofida q ni harakterlovchi ikkilangan burchakka aylanishidan hosil bo'ladi.

Shunga o'xshash, fazodagi kvaternionlarning ko'rinishi va aylanishining qayta o'zgartirilishi: sferik geometriyadagi o'zaro munosabatlarni nisbatan oddiy xulosalanish (ifodalanish) chekli burilishlarni ta'riflash va qattiq jismni orientirlash kabi kinematik masalalarni yechishda ishlatiladi.

Kvaternionni aylana yoyi yoki fazoviy burilish yoyi bilan birlashmalarida mavhum birliklar asosiy o'rin egallaydi. Aslida, agar normallangan kvaternion sifatida haqiqiy birlik olinsa, $a = 0$ yoy uzunligi ham nolga teng bo'ladi. Yo'nalishi aniqlanmagan va haqiqiy birlik bilan ko'paytirilganda hech qanday vector kvaternion burilishi kuzatilmaydi.

Aksincha, mavhum birlikda, masalan, normallangan va fazoviy yo'nalgan kvaternion k ga aylana uzunligining to'rtidan bir qismiga teng uzunlikdagi

yoy mos keladi, k birlik unga orthogonal vector kvaternionni “aylantiradi”,

masalan, birlik i ni $\frac{p}{2}$ burchakka va uni j ga o'zgartiradi:

$$j = ki.$$

Boshqacha qilib aytganda, ixtiyoriy uch mavhum kvaternion birliklardan biri qolgan ikkitasining vector ko'paytmasi natijasidir va bundan aksial fazoviy vector xossalari kelib chiqadi. Bunday yo'naltiruvchi vectorli dekart sistema koordinata sistemasidan matematik farq qiladi.

Shunday qilib, vektorlarning kvaternion (nokommutativ) tavsifi va "an'anaviy" kommutativ ko'paytmali vektor algebrasi orasidagi farqni ta'kidlab o'tish mumkin.

2.6. Hayotiy faoliyat xavfsizligi

1. Hayotiy faoliyat xavfsizligining asosiy tushunchalari.

Respublikamizda chuqur iqtisodiy o'zgarish bo'layotgan bir davrda, kadrlar tayyorlashning milliy dasturi kuchga kirishi, yuqoridagi fikrni amalga oshirishning dastlabki bosqichi bo'lib xizmat qiladi. Ko'p bosqichli ta'lim tizimiga binoan oliygohlarda tayyorlanadigan bakalavrlar uchun o'quv rejasiga «Hayotiy faoliyat xavfsizligi» fanining kiritilishi bo'lg'usi mutaxassislarning bilimini chuqurlashtirilishiga yordam berishi so'zsizdir.

Hayotiy faoliyat xavfsizligi (HFX) fanining diqqat markaziga qo'yilgan maqsad bu insonning jamiyat taraqqiyotidagi rolidir. Hayotiy faoliyat xavfsizligi-bu har qanday sharoitdagi inson faoliyatidir. Insonning hamma faol harakati (mehnat jarayonida, dam olishda, uyda hamda sportda) uning faoliyatini tashkil qiladi.

Hayotiy faoliyat xavfsizligi fani o'z tarkibiga inson faoliyatining atrof-muhit bilan aloqasi, mehnat faoliyatidagi xavfsizligi va favqulodda vaziyatlardagi xavfsizligi bo'limlarini qamrab olgandir. Hayotiy faoliyat xavfsizligi printsip va usullar asosida: baxtsiz, hodisalar, qurbonlar va ular natijasida kelib chiqadigan

zararlarni kamaytirish masalalarini keng miqyosda qo'yadigan va hal qiladigan fandır. HFX-bu har qanday ko'rinishdagi faoliyatga qo'llanishi mumkin bo'lgan xavfsizlikning nazariy asosidir.

«Hayotiy faoliyat xavfsizligi» kursi bo'lg'usi mutaxassislarni mehnat muhofazasining ilmiy asoslariga doir bilimlar bilan qurollantirish va ularda ishlab chiqarishdagi mehnat sharoiti hamda mehnat muhofazasini yaxshilash muammolarini ijobiy hal etishga qiziqish uyg'otishga mo'ljallangan. Buning ilmiy zamini esa quyidagilardan iboratdir.: ishlab chiqarishda shikastlanish, kasalliklar, ishlab chiqarishda sodir bo'ladigan yong'in hamda portlashlar sabablarini har tomonlama tahlil qilish; ishlab chiqarishdagi xavflilik va zararlilik darajasini o'rganish; to'qimachilik, paxta, ipak va engil sanoatda qabul qilingan yoki joriy etishga tavsiya etiladigan, og'ir hamda sermehnat ishlarni mexanizatsiyalash va avtomatlashtirishni ko'zda tutuvchi texnologik jarayonlarni baholash. Mazkur kurs «Ergonomika», «Muhandislik psixologiyasi», «Mehnatni ilmiy tashkil qilish», «Texnik estetika», «Mehnat fiziologiyasi va gigienasi», «Huquqshunoslik», «Iqtisodiyot», «Atrof muhitni muhofaza qilish» kabi fanlar bilan bog'langandir.

HFX fanining diqqat markaziga qo'yilgan maqsad bu insonning jamiyat taraqqiyotidagi roli.

Mehnat muhofazasi insonni ishlab chiqarishdagi ahvoli, u bilan bog'liq masalalarni o'rganishni o'z oldiga maqsad qilib qo'yadi.

Hozirgi vaqtda inson-tabiiy, texnik, iqtisodiy va boshqa har xil xavf-xatar dunyosida ishlaydi. Shu xavf-xatarlar natijasida juda ko'p insonlar hayotdan ko'z yumadilar (Armanistodagi zilzila, Chernobil AES halokati, Jigaristondagi er siljishi, Admiral Naximov paroxodining cho'kishi, Serdlovskiyda Chelyabinsk-Ufa temir yo'l uchastkasida portlash va h.k.). Shuning natijasida 3000 dan ortiq odam halok bo'ldi. 20000 odam nogiron bo'ldi va 200000 odam kasallandi.

Birlashgan Millatlar Tashkilotining 42-sessiyasida 1991 yildan boshlab tabiiy ofat va falokatlarni kamaytirish bexatarlik yillari, deb belgilangan edi.

Hayotiy faoliyat xavfsizligi tushunchasida ko'p uchraydigan ta'riflar bilan belgilanadi.

Faoliyat-insonning jamiyatda mavjud bo'lishi uchun kerakli sharoit. Mehnat-faoliyatning yuqori shakli. Faylasuflarning fikricha, insonning ta'rifi-harakatdagi, mehnatdagi faoliyatidadir.

Mehnat va faoliyat shakllari turlicha bo'lib, ular hayotda uchraydigan aqliy, ma'naviy, madaniy, ilmiy va boshqa jarayonlarni o'z ichiga oladi.

Xavflar-yashirin (potensial) va haqiqiy bo'ladi. Yashirin xavflar amalga oshishi uchun aniq shartlar bo'lishi lozim. Bu shartlar sabab deb ataladi. Xavf va sabalarni misollar (raqamlarda) ko'rish mumkin:

So'nggi 30 yil ichida (69-1990 y.) tabiiy ofat ikki marta ko'paygan;

1909 yildan 1974 yilgacha asabiy kasalliklar 24 marta ko'paygan;

Dunyoda 500 mln. ga yaqin nogironlar bo'lib, ularning 1/5 qismi baxtsiz hodisa natijasida bo'lgan.

Har qanday faoliyat yashirin (potensial) xavflidir. Shu bilan birga xavf darajasini boshqarish ham mumkin. Bu ikr mutlaqo xavfsiz faoliyat bo'lmasligiga asoslangan.

Xavfsizlik – bu ayrim ehtimollarga asoslanib paydo bo'ladigan xavf-xatarlarni istisno etilgan faoliyat holatidir.

Xavfsizlik – bu maqsad, HFX bo'lsa shu maqsadga erishish uchun qo'llanadigan vositalar, yo'l-yo'riq, qo'llanmalar usullardir.

HFX – bu xavf-xatarlarni o'rganish va insonni himoya qilishni o'rganadigan fandir.

Xavfsizlikning umumiy nazariyasining tuzilishida tamoyil (printsip)lar va usullar ko'rilayotgan bilim sohasida aloqador to'g'rsida to'la tasavvur qilishga metodologik ahamiyatga ega.

Asos (negiz, printsip)-bu fikr, g'oya, maqsad (asosiy holatdir).

Usul-bu eng umumiy qonuniyatlarni bilish orqali maqsadga erishish yo'li.

Xavfsizlikni ta'minlash choralari – bu usullarni va asoslarni amaliy, tashkiliy, moddiy gavdalantirib amalga oshirishdir.

Asoslar, usullar, choralar – bu xavfsizlikni ta'min etishdagi mantiqiy pog'onalardir. Ularni tanlab olish faoliyatning aniq sharoitlariga, xavfning darajasiga va boshqa mezonlarga bog'liq.

2. Fuqarolar muhofazasi haqida umumiy tushuncha.

Ma'lumki, har bir mustaqil davlat o'zining mudofaa qudratiga ega. Mudofaa siyosatini qay tarzda amalga oshirish imkoniyatlari o'sha dav-latning qudratini belgilaydi. Chunki har bir davlat moddiy boyliklarim, texnikalarini, harbiy ahamiyatga molik bo'lgan inshootlarini, xalqini himoya qilishda, saqlashda yangi turdagi omillarni yaratadi va ishlab chiqaradi. Shu tariqa davlatlar ichida yangi-yangi qurollar yaratiladiki, bular nafaqat insoniyatga, balki butun jonli tabiatga, atrof-muhitga juda katta ziyon yetkazadi. 1990-yilgacha biz dunyoni ikki tizimga (kapitalis-tik va sotsialistik) bo'lib kelgan edik va har ikkalasida ham umumiy qirg'in qurollari yaratilganligini yaxshi bilamiz. Bunday qurollarni ba'zi birlari aynm davlatlar tomonidan sinab ko'rildi ham va hozirgi kunga-cha ulaming asoratlari to'g'risida eshitib kelyapmiz. Masalan, 1945-yilda Yaponiyaning Nagasaki va Xerosima shaharlariga AQSHning yadro quroli tashlandi. Keyinchalik Koreyaga, Vyetnamga turli xildagi napalmlar (dirildoq holdagi yondiruvchi modda), oskolkali (parchali), yondiruvchan bombalar tashlandi.

Yuqoridagi qurollar yer yuzida mavjud ekan, albatta, har bir davlat bunday qurollardan saqlanish vositalarini izlaydi, omillarini ishlab chi-qadi. Shuning uchun har bir davlatning mudofaa qudrati asosini fuqarolar muhofazasi tashkil etadi.

Fuqarolar muhofazasi - umumdavlat mudofaa siyosatlaridan bin bo'lib, u har qanday favqulodda holatlarda fuqarolarni, iqtisodiyot tarmoqlarini muhofaza qilishda, ulaming muttasil, ishlashini ta'minlashda hamda qutqarish va tiklash ishlarini bajarishda katta ahamiyat kasb etadi. Albatta, fuqarolar mudofaasi oldiga qo'yilgan yuqoridagi ishlar 1945-yildan to 1990-yillargacha yetib keldi, lekin shu davrgacha yuqoridagi ishlarm bajarish uchun ehtiyojlar boimadi. Afsuski, bu davrlarda (tinchlik davrlarida) tabiiy ofatlar, ishlab chiqarish avariylari, turli xil halokatlar yuz beradiki, xalqimiz, iqtisodiyotimiz bundan jiddiy zararlanadi.

Bunday holatlarda biz bir-birimizga yordam berishga tayyor emas edik. Mustaqillik davridagina favqulodda holatlarda fuqarolar muhofazasi tomonidan yetarli ijobiy ishlar qilina boshlandi. Jumladan, mustaqil-ligimizning dastlabki davrlarida fuqarolarni va hududlarni tabiiy ofatlardan, turli xildagi avariyalardan muhofaza qilish, fuqarolarning mo'tadil hayot faoliyatini ta'minlash borasidagi vazifalarni hal etish uchun O'zbekiston hukumati tomonidan 1991-yilda fuqaro mudofaasi tizimi fuqaro muhofazasi tizimiga aylantirildi. Yangidan tashkil etilgan ushbu tizim O'zbekiston Respublikasi Mudofaa vazirligi tarkibiga kiruvchi fuqaro mudofaasi va favqulodda vaziyatlar boshqarmasi sifatida tinchlik davrlardagi tabiiy ofatlar, ishlab chiqarish falokatlari va halokatlarning oldini olish va ularning oqibatlarini tugatish vazifalarini bajaradi. Mam-lakat fuqarolar muhofazasini rivojlantirishning asosiy konsepsiyasi O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning 1994-yil 9-ap-relda Toshkent shahrida bo'lib o'tgan Respublika faollarining Kenga-shida so'zlagan nutqida bayon etilgan. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 1996-yil 4-martdagi farmoniga binoan aholini va iqtisodiyot tarmoqlarining, inshootlarini tabiiy ofatlardan muhofaza qilishning sama-rali tizimini tashkil etish, Respublikada tabiiy va texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlarni oldini olish va oqibatlarini bartaraf etish maqsadida O'zbekiston Respublikasi Mudofaa vazirligining Fuqaro mudofaasi va favqulodda vaziyatlar boshqarmasi negizida O'zbekiston Respublikasi favqulodda vaziyatlar vazirligi (FVV) tashkil qilindi.

FVV ning asosiy vazifalari va faoliyat yo'nalishi asosan: favqulodda vaziyatlarni bartaraf etish, fuqarolar hayoti va salomatligini muhofaza qilish, favqulodda vaziyatlar yuz berganda ularning oqibatlarini tugatish hamda zararini kamaytirish sohasida davlat siyosatini ishlab chiqish va amalga oshirish, favqulodda vaziyatlarning oldini olish va bunday hol-larda harakatlarni boshqarishning davlat tizimi (FVDT)ni tashkil etish va uning faoliyatini ta'minlash, fuqaro muhofazasiga rahbarlik qilish, vazir-liklar, idoralar, mahalliy davlat organlari faoliyatini muvofiqlashtirib borish, maqsadli dasturlarni ishlab chiqish va hokazolarga qaratilgan.

FVV ning muvaffaqiyatli ish olib borishida mamlakatimizda yaratil-gan kuchli huquqiy bazaning ahamiyati katta. Jumladan, favqulodda vaziyatlai" masalasida O'zbekiston Respublikasining «Aholi va hudud-larni tabiiy va texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlardan muhofaza qilish to'g'risida» (1999-y.), «Fuqaro muhofazasi to'g'risida» (2000-y.), «Gidrotexmk inshootlarining xavfsizligi to'g'risida» (1999-y.), «Radiat-siyaviy xavfsizlik to'g'risida» (2000-y.), «Terrorizmga qarshi kurash to'g'risida»gi (2000-y.) Qonunlari, Respublika Prezidentining ikkita Farmoni, Vazirlar Mahkamasining 30 dan ortiq qaror va farmoyishlarini aytish mumkin. Qabul qilingan me'yoriy hujjatlarda Rossiya, AQSH, Germaniya, Fransiya, Ukraina, Buyuk Britaniya, Shveytsariya, Italiya va boshqa yetakchi davlatlarning fuqaro muhofazasi tizimini shakllantirish borasidagi tajribalari inobatga olingan.

O'zbekiston fuqarolarini favqulodda vaziyatlardan muhofaza etish-ning qonun bilan belgilangan asosiy tamoyillari: insonparvarlik, inson hayoti va sog'lig'ining ustuvorligi, axborotning o'z vaqtida berilishi va ishonchliligi, favqulodda vaziyatlardan fuqarolarni muhofaza qilish choralarining ko'rinishidir.

Respublika FVDT O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 1998-yil 11-dekabrdagi Farmoniga asosan Bosh vazir tomonidan boshqariladi. Hozirgi kunda FVDT ning Respublika, mahalliy va obyekt bosqichidan iborat 14 ta hududiy va 40 dan ortiq funksional quyi tizimdan iborat bo'lgan favqulodda vaziyatlarni oldini olish va ularda harakat qilish davlat tizimi o'z faoliyatini ko'rsatmoqda. Bu tizimning yagona konsepsiyani belgilash, bashoratlash, tahliliy ishlar, turli dasturlar yaratish va ulami amalga oshirish, fuqaro muhofazasi kuch va vositalarining doimiy tayyorgarligini ta'minlash, falokatlar, halokatlar, tabiiy ofatlarini bartaraf qilish hamda xalqaro hamkorlik borasida olib borilayotgan ishlar o'zining ijobiy natijalarini bermoqda.

Bu tizimni yanada rivojlantirish va mustahkamlashda hukumatimiz tomonidan fuqarolarni favqulodda vaziyatlardan muhofaza qilishga tayyorlashni tashkil etish, FV larni tasniflash, avariya-qutqaruv tizimlarini kengaytirish,

vazifalarini takomillashtirish va ulami zamonaviy jihozlar bilan ta'minlash, suv osti xizmatini yaratish kabi tadbirlar borasida katta yordam ko'rsatmoqda.

Hozirgi kunga kelib FVDT tarkibida «Najotkor» Respublika qidi-ruv-qutqaruv markazi, «Xaloskor» maxsus harbiylashtirilgan qidiruv-qutqaruv qismi, «Qutqaruvchi», «Qamchiq», «Olmazor» qismlari tashkil etilib, ular tomonidan 10 mingdan ortiq marotaba turli favqulodda vazi-yatlarda aholiga yordam berildi. Jumladan, Tojikiston Respublikasining Qayroqqum bekatida sodir bo'lgan temir yo'l halokati, 1998-yilda Sho-himardonda sodir bo'lgan sel ofati, 1999-yilda Turkiyada r'oy bergan Izmir zilzilasi, 1999-yilda Qamchiq dovonida yuzaga kelgan qor ko'chi-shi, 2001-yilda yuz bergan Toshkent viloyati Qodiriya bekatidagi temir yo'l halokati, 2003-yilda Qirg'izistondagi yer surilishi va boshqalarni misol tariqasida keltirish mumkin. Bu yo'nalishdagi ishlar saviyasini yanada oshirish maqsadida respublikaning ko'pgina shaharlarida, jumladan: Toshkent, Samarqand, Andijon, Jizzax, Chirchiq, Angren va boshqa joylarda maxsus «Qutqaruv xizmati» tizimlari tuzilgan va ularning zimmasiga har qanday ekstremal vaziyatlarda aholining hayotiga, salomatligiga xavf soluvchi holatlarda yordam berish vazifasi yuklatilgan. Qutqaruv xizmati tizimlarining o'z telefon raqamlari mavjud (masalan, Toshkent shahrida 050; Samarqand shahrida 911 va hokazo), ular tunu-kun o'z vazifalarini bajaradilar.

Shunday qilib, fuqarolar muhofazasi har qanday favqulodda vaziyatlarda fuqarolarni, moddiy resurslarni muhofaza qilish, fuqarolarni qanday xatti-harakat qilishi, ularga qanday chora-tadbirlar bilan yordam berishi, shikastlangan hududlarda qutqaruv va tiklov ishlarni olib bo'rish, ishlab chiqarish tarmoqlarini muttasil ishlashini ta'minlash vazifalarini bajaradi. Zero, yer yuzida umumiy qirg'in qurollari, hujumkor qurollarning zamonaviy turlari mavjud ekan, shu bilan birga tabiiy va texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlarni bo'lishligi muqarrar bo'lganligidan har bir davlatda va uning har bir hududida va bo'g'inida fuqarolar muhofazasi davlat tizimi tashkil etiladi va uning vazifalari aniq belgilanadi.

3. Favqulodda vaziyatlarda fuqarolar va xalq xo'jaligi sohalari ob'ektlarini himoyalashning qonuniy-huquqiy negizi.

“Jamiyatda fuqarolarning huquqlari va erkinliklarini himoya qilish ta'minlanganda u chinakam huquqiy fuqarolik jamiyati bo'ladi. Har bir kishi o'z huquqlarini aniq va ravshan bilishi, ulardan foydalana olishi, o'z huquqi va erkinliklarini himoya qila olishi lozim. Buning uchun avvalo mamlakatimiz aholisining huquqiy madaniyatini oshirish zarur” (I.Karimov. O'zbekiston XXI asrga intilmoqda, 31-bet).

XX asrning 60-yillaridan boshlab faoliyat ko'rsatib kelgan fuqaro mudofaasi tizimining asosiy vazifasi tinchlik davrida va urush sharoitida mamlakat aholisini yalpi kirg'in qurollari va boshqa xujum vositalaridan himoya qilish, urush sharoitida xalq xo'jaligi ob'ektlarining barqaror ishlashini ta'minlash hamda halokat o'choklarida kugqarish va tiklash ishlarini o'z vaqtida samarali amalga oshirishdan iborat edi.

Lekin aholi hayotiga faqatgina ommaviy kirg'in qurollari emas, balki boshqa xavf-xatarlar xam taxdid solib turadiki, ularni nazardan chetga qochirish aslo mumkin emas. Bular turli tabiiy, texnogen va ekologik xususiyatli favqulodda vaziyatlardir.

Yangi tizim tashkil etish zaruriyati tug'iddi. Fuqaro mudofaasi o'rnini bo'lishi mumkin bo'lgan yirik ko'lamdagi favqulodda vaziyatlarga avvaldan tayyorlikni ta'minlovchi yangi maxsus davlat tizimi egallashi, u tinchlik hamda urush davrida aholini va hududlarni favqulodda vaziyatlardan muhofaza qilishi lozim edi. Bu tizim axolini favqulodda vaziyatlardan muhofaza qilish va qutqaruv ishlarini o'tkazibgina qolmay, boshqa muhim tadbirlarni: tabiiy ofatlardan xavfli hududlar xaritalarini tuzish, seysmik mustaxkam bino va knshootlarni kurish, qisqa, o'rta va uzoq muddatli bashoratlash ishlarini tashkil qilishi va axoli tayyorligini amalga oshirishi lozim edi.

Shu o'rinda yana bir masalani oydinlashtirib olishga to'g'ri keladi. Favqulodda vaziyatning o'zi nima, undan aholi va hududlarni muhofaza kilish deganda nimani ko'zda tutishimiz lozim?

Favqulodda vaziyat - odamlar kurbon bo'lishiga, ularning sog'lig'i yoki atrof tabiiy muhitga zarar yetishiga, jiddiy moddiy talafotlar keltirib chiqarishga hamda odamlarning xayot faoliyati sharoiti izdan chiqishiga olib kelishi mumkin bo'lgan yoki olib kelgan avariya, halokat, xavfli tabiiy hodisa, tabiiy yoki boshqa ofat natijasida muayyan hududda yuzaga kelgan holat.

Aholini va hududlarni favqulodda vaziyatlardan muxofaza qilish - favqulodda vaziyatlarning oldini olish va ularni bartaraf etish choralari, mullari, vositalari tizimi, sa'y-harakatlari majmui.

Favqulodda vaziyatlarning oldini olish - oldindan o'tkaziladigan hamda favqulodda vaziyatlar ro'y berishi xavfini imkon qadar kamaytirishga, shunday vaziyatlar ro'y bergan takdirda esa, odamlarning hayotini saqlab qolish va sog'lig'ini saklashga, atrof tabiiy muhitga yetkaziladigan zarar va moddiy talafotlar miqdorini kamaytirishga qaratilgan tadbirlar kompleksi.

Favqulodda vaziyatlarni bartaraf etish - favqulodda vaziyatlar ro'y berganda o'tkaziladigan hamda odamlarning hayotini asrab qolish va sog'lig'ini saqlashga, atrof tabiiy muhitga yetkaziladigan zarar va moddiy talafotlar miqdorini kamaytirishga, shuningdek favqulodda vaziyatlar ro'y bergan kishilarning kengayishiga yo'l ko'ymaslikka hamda xavfli omillar ta'sirini tugatishga qaratilgan qutqaruv ishlari va kechiktirib bo'lmaydigan boshqa ishlar kompleksi.

Aholi va hududlarni favqulodda vaziyatlardan muxofaza qilish sohasida ko'yilgan dadil qadamlardan biri-avval Mudofaa vazirligi qoshida fuqaro mudofaasi va favqulodda vaziyatlar boshqarmasining, so'ngra esa shu boshkarma negizida **O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 1996 yil 4 martdagi 11F-1378 Farmoni** bilan Favqulodda vaziyatlar vazirligining tashkil qilishi bo'ldi.

Vazirlik faoliyat yurita boshlagandan so'ng aholi va hududlarni favqulodda vaziyatlardan muxofaza qilish sohasining huquqiy asosini tashkil etuvchi bir kator qonun va qarorlar qabul qilindi.

O'zbekiston Respublikasi qonunlari:

Aholini va hududlarni tabiiy hamda texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlardan muhofaza qilish to'g'risida (1999 yil 20 avgust) - 5 bo'lim va 27

moddadan iborat. Qonun aholini va hududlarni tabiiy hamda texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlardan muxofaza qilish sohasidagi ijtimoiy munosabatlarni tartibga soladi xamda favqulodda vaziyatlar ro'y berishi va rivojlanishining oldini olish, favqulodda vaziyatlar keltiradigan talafotlarni kamaytirish va favqulodda vaziyatlarni bartaraf etishni maqsad qilib ko'yadi.

Fuqaro muhofazasi to'g'risida (2000 yil 26 may) - 4 ta bo'lim va 23 moddadan iborat. Ushbu qonun fuqaro muhofazasi sohasidagi asosiy vazifalarni, ularni amalga oshirishning huquqiy asoslarini, davlat organlarining, muassasalar va tashkilotlarning vakolatlarini, O'zbekiston Respublikasi fuqarolarining xukuklari va majburiyatlarini, shuningdek fuqaro muhofazasi kuchlari va vositalarini belgilaydi.

Qutqaruv xizmati va qutqaruvchi maqomi to'g'risida (2008 yil 26 dekabr) - 5 ta bob, 31 ta modda. Ushbu Qonunning maqsadi kutkaruv xizmatlari va qutqaruv tuzilmalarining tashkil etilishi, faoliyati va tugatilishi sohasidagi munosabatlarni tartibga solishdan iborat.

O'zbekiston Respublikasining Ma'muriy javobgarlik to'g'risidagi kodeksiga qushimchalar kiritish haqida (2009 yil 15 dekabr) - 2 ta modda. Aholini va hududlarini tabiiy hamda texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlardan muxofaza qilish, shuningdek, fuqaro muhofazasi to'g'risidagi qonun hujjatlari talablarini bajarmaslik to'g'risidagi 204'-modda, O'zbekiston Respublikasi Favqulodda vaziyatlar vazirligi organlari to'g'risidagi 249'-moddalar kiritilgan.

«Aholini va hududlarni tabiiy xamda texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlardan muxofaza qilish to'g'risida»gi O'zbekiston Respublikasi Qonuniga o'zgartishlar kiritish haqida (2010 yil 17 sentyabr) - 2 ta modda. O'zbekiston Respublikasining «Aholini va hududlarni tabiiy hamda texnogen xususiyatli favqulodda vaziyatlardan muhofaza qilish to'g'risida»gi qonunining 2,8,9 va 22-moddalariga o'zgartishlar kiritilgan.

Odamning immunitet tanqisligi virusi bilan kasallanishning (OIV kasalligi)ning oldini olish to'g'risida (1999 yil 19 avgust) - 13 modda. Qonunda OITS/OIV kasalligining oldini olish sohasidagi davlat ta'minoti, kasallikning oldini

olish bo'yicha faoliyatni moliyalash, fuqarolarning huquq va majburiyatlariga doir masalalar yoritilgan.

Gidrotexnika inshootlarining xavfsizligi to'g'risida (1999 yil 20 avgust) - 15 modda. Ushbu qonunning maqsadi gidrotexnika inshootlarini loyihalashtirish, kurish, foydalanishga topshirish, ulardan foydalanish, ularni rekonstruksiya qilish, tiklash, konservasiyalash va tugatishda xavfsizlikni ta'minlash bo'yicha faoliyatni amalga oshirishda yuzaga keladigan munosabatlarni tartibga solishdir.

Qishloq xo'jalik o'simliklarini zararkunandalar, kasalliklar va begona o'tlardan himoya qilish to'g'risida (2000 yil 31 avgust) - 28 modda. Ushbu qonunning maqsadi qishloq xo'jalik o'simliklarini zararkunandalar, kasalliklar va begona o'tlardan himoya qilishni ta'minlash, o'simliklarni himoya qilish vositalarining inson sog'lig'iga, atrof tabiiy muhitga zararli ta'sirining oldini olish bilan bog'lik munosabatlarni tartibga solishdan iborat.

Radiasiyaviy xavfsizlik to'g'risida (2000 yil 31 avgust) - 5 bo'lim va 28 moddadan iborat. Qonunning maqsadi radiasiyaviy xavfsizlikni, fuqarolar hayoti, soglig'i va mol-mulki, shuningdek, atrof muhitni ionlashtiruvchi nurlanishning zararli ta'siridan muhofaza qilishni ta'minlash bilan bog'liq munosabatlarni tartibga solishdan iborat.

Terrorizmga qarshi kurash to'g'risida (2000 yil 15 dekabr) - 6 bo'lim va 31 moddadan iborat. Ushbu qonunning maqsadi terrorizmga qarshi kurash sohasidagi munosabatlarni tartibga solishdan iborat. Qonunning asosiy vazifalari shahs, jamiyat va davlatning suverenitetini va hududiy yaxlitligini himoya qilish, fuqarolar tinchligi va milliy totuvlikni saklashdan iborat.

Xavfli ishlab chiqarish ob'ektlarining sanoat xavfsizligi to'g'risida (2006 yil 28 sentyabr) - 23 modda. Qonunning maqsadi xavfli ishlab chiqarish ob'ektlarining sanoat xavfsizligi sohasidagi munosabatlarni tartibga solishdan iborat.

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti qarori:

Toshqinlar, sel oqimlari, qor ko'chish va yer ko'chki hodisalari bilan bog'liq favqulodda vaziyatlarning oldini olish hamda ularning oqibatlarini

tugatish borasidagi chora-tadbirlar to'g'risida (2007 yil 19 fevral, PQ-585-soyush). Toshqinlar, sel okimlari, qor ko'chish va yer kuchki hodisalari bilan bog'lik favqulodda vaziyatlardan aholi va hududlarni muhofaza qilish bo'yicha ishlarni o'z vaqtida va samarali tashkil etish, shuningdek ularning ehtimol tutilgan oqibatlarini tezkorlik bilan tugatish maqsadida kabul qilingan.

4. Favqulodda vaziyatlarda jarohatlanganlarga birinchi tibbiy yordam ko'rsatish.

Jarohat - organlar va to'qimalar (teri, shilliq parda, ko'pincha muskul, nerv, yirik tomir, suyak, bo'g'im, ichki organ va gavda bo'shliklari)ning tashqi ta'sir natijasida anatomik butunligi yoki fiziologik funksiyalarinish buzilishi.

Sanchilgan, kesilgan va majaqlangan jarohatlar kam yiring bog'laydi. Yirtilgan, lat yegan, tishlangan va o'q tekkan jarohat katta jarohatga kiradi. Yirtilgan (yulingan) jarohatda teri tagi bilan ko'chib ketishi, teri osti kletchatkalari qattiq shikastlanishi mumkin.

Qoya ketishi - qon tomirlari devori shikastlanishi yoki biror kasallsh oqibatida yemirilishi, o'tkazuvchanligining oshishi sababli ulardan qon oqish.

Arteriyani barmoq bilan bosish qon ketishini bir zumda to'xtatash imkoniyatini beradi. Bo'yinning yuqori va o'rta qismidagi, jag' osti va yuzdagi jarohatlardan kuchli qon ketishida umumiy uyqu arteriyasini bosish qulay. Oyoqdagi jarohatlardan kuchli qon ketganida son arteriyasi bosh barmoq yoki musht bilan bosiladi.

Tashqi kon ketishini vaktincha to'xtatish uchun bosuvchi bog'lamlar, asosai, maydaroq venalar va kapillyarlar hamda kichikroq arteriyalardan kon ketishida ko'yiladi. Jarohat ustiga steril doka yopiladi, uning ustidan dumaloq qilib o'rshshsh paxta yoki steril bint ko'yiladi, keyin bint bilan qatgaq qilib o'raladi.

Suyak singanida singan suyakni o'rniga ko'yishga urinish, ya'ni suyak yopiq singanda o'zgargan oyoq yoki ko'l shaklini to'g'rilashga, ochiq singanda esa chiqib turgan suyakni o'rniga solib qo'yishga harakat kilish mutlaqo yaramaydi. Suyak singan joyga har qanaqa qattiq narsa (yog'och, metall, plastmassa)dan darron taxtakach ko'yish lozim. Taxtakach singan ko'l yoki oyoqka bir necha joyidan, yaxshisi bint bilan, bint bo'lmasa kamar, gazlama, tizimcha va boshqalar bilan

bog'lab qo'yiladi. Taxtakach kilishga hech narsa bo'lmasa, shikastlangan oyoqni sog' oyoqqa bog'lab ko'yish mumkin. yelka suyagi singanda shikastlangan ko'lni uzatilgan holicha gavdaga bog'lab ko'ysa bo'ladi.

Suyak ochiq sinib, suyak singan joyda jarohat ham bo'lsa, uning atrofidagi teriga yod surtib, jarohatga toza paxta-doka bog'lamidan ko'yib bog'lash lozim.

Kuyganda birinchi yordam ko'rsatish uchun tezlikda tez yordamni chakirish va kuygan joyga xo'llangan sochiq yoki boshqa bironta matoni bosish lozim. Bu kompress ustiga suv kuyib, uni doim sovuq tutib turing.

I darajali kuyishda birinchi tibbiy yordam ko'rsatganda kuygan joyni sovuq suv oqimi ostida 20-25 daqika davomida og'riq to'xtaguncha ushlab turish lozim. Kaliy permanganatning kuchsiz eritmasi shimdirilgan doka, so'ngra steril bog'lam ko'yish zarur, Kuygan joyga spirt, atir, krem, yog' surtish yaramaydi.

II-III-IV-darajali kuyishda kuygan joyga steril bog'lam ko'yish va tezlikda vrachga murojaat kilish kerak.

Kislotadan kuyganda zararlangan joyni avval 20 daqika dazomida sovuq suv okimida tutib turish, keyin sovun eritmasi bilan yuvish kerak.

Ishqor bilan zararlanganda sovuq suv okimida yuvib, toza mato bilan yopish kerak. So'ndirilmagan ohak bilan kuyganda zarar ko'rgan joyga yog', moy surish kerak.

Kuyosh nurlaridan kuyganda organizmda yuz bergan o'zgarishlar o'tib ketgunicha bir necha kun davomida kuyosh nurlaridan sakdanish lozim. So'ngra qisqa muddatli kuyosh vannasi qabul qilsa bo'ladi. Birinchi yordam ko'rsatish uchun terini spirt, odekolon bilan artiladi.

Zaharlanish - zaharli modda organizmga me'da-ichak, nafas yo'llari orqali kirganda, teridan so'rilganda, teri ostiga, muskul orasiga, venaga yuborilganda ro'y beradigan kasallik holati.

Zahar organizmga teri yoki tashki shilliq pardalar orqali kirgan buyasa, uni ko'p mikdordagi suyuqdik - fiziologik eritma, ichimlik sodasi yoki limon kislotasi ko'shilgan eritma bilan yuviladi. Oshkozondagi zaharli modda oshqozonni yuvish yoki kusish orqali chiqarib tashlanadi. Jabrlanuvchini kustirish uchun unga 0,25-

0,5% li ichimlik sodasi eritmasi yoki kaliy permanganat (margansovka)ning nim pushti rang yoki osh tuzining ilik eritmasi (1 stakan suvga 2-4 choy qoshiq)dan bir necha stakan ichiriladi. Jabrlanuvchi kup miqsorda suyuqlik ichishi lozim.

Kislota bug'idanzaharlanganda bemorni ochiq havoga olib chiqib, tomoqni suv yoki 2% li ichimlik sodasi eritmasi bilan chayish yordam beradi. Ichimlik sodasi ko'shilgan iliq sug ichirish lozim. Ko'zni yuvish kerak.

Zaxar organizmga og'iz orqali kirganida ko'p mikdordagi suv bilan oshqozonni yuvish lozim. Tuxum oqsili, kraxmal, kisel, 100 g o'simlik yog'i yoki sO't ichirish tavsiya etiladi.

Nafas yo'llari zaharlanganda jabrlanuvchiga gazniqob kiydirish va zararlangan hududdan olib chiqish kerak. Gazniqobni yechgach, ko'zlarni suv bilan yuvish, xalkumni chayish kerak. Zaxar teriga tushganda terini sovunlab yuvish kerak. Zahar ko'zga tushganda 10-15 dakika davomida ko'zlarni yuvish lozim. Zahar ichga ketganida oshqozonni yuvish zarur.

Xlor bilan zaxarlanganda birinchi yordam ko'rsatish uchun jabrlanuvchit gazniqob kiydirish va tezda gaz ta'siri ostida bo'lgan hududdan olib chiqib ketish zarur. Gazniqob bo'lmagan hollarda nafas olish organlarini nam ro'molchp bilan berkitib olish zarur. Nafas olishni kiyinlashtirayotgan kiyimlaripp yechish, yoqalarini bo'shatish lozim. Jabrlanuvchini faqat yotkizgan holda olib chikish kerak.

Nafas olmayotgan bo'lsa, sun'iy nafas oldirish, yaxshisi bu ishni "ogizdan og'izga" usulida amalga oshirish kerak. Ko'z va teri achishsa, og'riq o'tiG> ketmaguncha suv bilan yuvib tashlash, iliq ichimlik berish zarur.

Ammiak bilan zaharlanganda gazniqob kiydirish va zudlik bilan xavfli hududdan olib chikish zarur. Iliq suv bug'ida nafas oldirish kerak. Bunda suvgn sirka yoki limon kislotasining bir nechta kristallarini ko'shib yuborish yaxshi samara beradi. Ko'zlarni yaxshilab suv bilan yuvish lozim. Ammiak teriga tushganda, kup mikdordagi suvda yuvish, teri kuygan bo'lsa, bog'lam ko'yish zarur.

Nafas olish to'xtab qolgan bo'lsa, "og'izdan og'izga" usulida nafas oldirish lozim.

Elektr toki urgan kishiga yordam berishda dastavval uni elektr toki ta'siridan qO'tkdrish kerak, chunki tok urgan kishi xushidan ketgan bo'lishi yoki yuqori kuchlanishli elektr simidan o'zini uzib olishga majoli yetmasligi mumkin. Bunday hollarda elektr manbaini o'chirish, buning iloji bo'lmasa quruq yog'och tayoq bilan simni yoki quruk arqon bilan shikastlangan kishini tortib olish kerak.

Badanning tok tegib yaralangan joyiga quruq sterillangan bog'lam ko'yish lozim. Agar tok urgan odam xushidan ketmagan bo'lsa, osmonga kzratib, oyokdarini yerdan 30 sm ko'tarib yoki yonboshi bilan boshini biroz ko'tarib yotqiziladi.

Oftob urgan yoki issik elitgan kishini darxol toza havoga olib chikib soyaga o'tqazib ko'yish, tanasini siqib turgan kiyimlarini yechib, yelpig'ich yoki choyshab bilan yelpish, badanini sovitish, boshini sovuq suv bilan namlash xerak. Unga ko'p suyuqlik - tuz qo'shilgan sovuq suv, sovuq choy va qahva ichirish tavsiya etiladi. Issiq urgan kishiga novshadil spirti hidlatiladi, badani uqalanada. Bemorning nafasi kiyinlashib yoki to'xtab qolgan bo'lsa, sun'iy nafas oldirish kerak.

Jarohatlanganlarni ko'chirishda qo'l ostidagi vositalardan foydalanish. Odam to'satdan kasal bo'lib qolganida, turli baxtsiz hodisalar ro'y berganida, albatta, tez yordam mashinasini chakirish zarur. Noiloj kolgan hollardagina kasal yoki shikastlangan kishini luch kelgan transportda davolash muassasasiga olib borishta to'g'ri keladi. Tibbiyot muassasasi yaqinroq bo'lsa, shikastlangan kishini ikki kishi ko'lga, stulga o'tqazib yoki zambilda ko'tarib olib borsa ham bo'ladi.

Engil va o'rtacha og'ir darajada jarohatlanganlarni yaqin masofaga ryukzak va tayoq yordamida olib borish mumkin. Buning uchun bo'sh ryukzak tasmlari orasidan uzunligi taxminan 1m keladigan tayoq tikiladi va ryukzak orkaga osiladi. Jabrlanuvchi orkd tomondan tayoqqa o'tiradi va yordam beruvchining yelkalaridan kuchoklab oladi.

Jabrlanuvchini ikki kishi bo'lib tayoqlar va kurtka yordamida xam olib borish mumkin. Buning uchun ikkita ryukzak, uzunligi kamida 2 m keladigan ikkita tayoq yoki changi, 3-4 ta kurtka kerak bo'ladi.

XULOSA

Mening “Kvaternionlar halqasi” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishim matematikada muxim ahamiyatga ega bo'lgan halqalar nazariyasini, jumladan kvaternionlar halqasini o'rganishga bag'ishlangan.

Ushbu BMI ning Kirish qismida Prezident Karimov.I.A ning ilmiy tadqiqot ishlariga bag'ishlangan fikr va mulohazalari, ilmiy tadqiqot ishlariga bag'ishlangan, milliy g'oya targ'iboti va ma'naviy-ma'rifiy ishlar samaradorligini oshirish to'g'risidagi qarorlari, iqtisodiy krizis, ma'naviy inqiroz, shu bilan birga prezidentimizning O'zbekiston Respublikasi Oliy majlisi qonunchilik palatasi va senatining 2010-yil 27-yanvar kuni bo'lib o'tgan qo'shma majlisidan “Mamlakatni barpo etish-ustuvor maqsadimizdir” hamda Vazirlar Mahkamasining 2010-yil 29-

yanvar kuni bo'lib o'tgan majlisidagi "Asosiy vazifamiz – vatanimiz taraqqiyoti va xalqimiz farovonligini yanada yuksaltirishdir" mavzulardan ham keng foydalanildi.

Bitiruv malakaviy ishining asosiy qismida halqa ta'rifi va uning sodda xossalari, halqa ideallari, faktor halqalar, bosh idealar halqasi, Yevklid halqasi, kvaternionlar va kvaternionlar halqasi haqida ma'lumotlar bayon qilingan va har bir bo'limga oid misollar keltirib o'tilgan.

Asosiy qismning oltinchi paragrafida hayotiy faoliyat xavfsizligining asosiy tushunchalari, fuqarolar muhofazasi haqida, favqulodda vaziyatlarda fuqarolar va xalq xo'jaligi sohalari ob'ektlarini himoyalashning qonuniy-huquqiy negizlari keltirilgan.

"Ta'lim – tarbiya tizimini o'zgartirmasdan turib, ongni o'zgartirib bo'lmaydi. Ongni, tafakkurni o'zgartirmasdan turib esa biz ko'zlagan oliy maqsad ozod va obod jamiyatni barpo etib bo'lmaydi" - deydi I.A.Karimov. Men ham Prezidentimizning ushbu gaplariga amal qilgan holda kelajakda vatanim uchun kerakli kadrlardan biri bo'lmoqchiman.

IV FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI.

1. Каримов.И.А . " Ўзбекистон XXI аср бўсағасида", Т.: 1997 йил.

2. Каримов.И.А Баркамол авлод орзуси "Кадрлар тайёрлаш миллий дастури"ни амалга ошириш борасидаги публицистик мулохазалар, "Шарқ" нашриёти-матбаа концерни Тошкент-1998

3. Каримов.И.А. Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори "Шарқ" нашриёти-матбаа концерни Тошкент-1998

4. Каримов.И.А. "Баркамол авлод орзуси", Т: 1999 й.

5. **Karimov I.A.** Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozi, O'zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo'llari va choralari, Toshkent- "O'zbekiston" – 2009
6. **Karimov I.A.** Yuksak ma'naviyat-yengilmas kuch, *ikkinchi nashri*, Toshkent "Ma'naviyat" 2010
7. **Karimov I.A.** "Mamlakatimizni modernizatsiya qilish yo'lini izchil davom ettirish– taraqqiyotimizning muhim omilidir", "Ishonch" gazetasi, 2010 yil, 8 dekabr.
8. **Karimov I.A.** "Barcha reja va dasturlarimiz vatanimiz taraqqiyotini yuksaltirish, xalqimiz farovonligini oshirishga xizmat qiladi", "Xalq so'zi" gazetasi, 2011 yil, 22 yanvar.
9. Р.И.Искандаров "Олий алгебра". ЎзССР Давлат Ўқитувчи нашриёти Тошкент-1960.
10. Р.Н.Назаров, Б.Т.Тошпўлатов, А.Д.Дўсумбетов «Алгебра ва сонлар назарияси II» Тошкент. "Ўқитувчи" 1995.
11. "Sonlar nazariyasining aditiv masalalari". I.A.Allakov Termiz-2007.
12. И.М.Виноградов «Сонлар назарияси асоси». Тошкент 1967
М. «Наука», 1983 й.
13. И.В.Проскуряков "Сборник задач по линейной алгеброй" – М. «Наука»1984 й.
14. М.Исроилов, А. Soliev «Sonlar nazariyasiga kirish»
Toshkent. Fan nashriyoti. 2003 y
15. I. Nigmayov, M. Tojiyev "Favqulotda vaziyatlar va fuqoro muhofazasi"
Toshkent "Iqtisod-moliya" 2011.
16. **WWW.ZIYONET.UZ**

17. WWW.GOOGLE.UZ

18. WWW.matematik.com

19. WWW.edu.uz

20. WWW.krelib.com

21. WWW.techlibrary.ru

INTERNET MA'LUMOTLARI.

MUNDARIJA:

I. KIRISH.....	3
II. ASOSIY QISM.....	14
2.1 Halqa ta'rifi va uning sodda xossalari.....	14
2.2 Halqa ideallari.....	26
2.3 Faktor halqalar.....	32
2.4 Bosh idealar halqasi. Yevklid halqasi.....	39
2.5 Kvaternionlar. Kvaternionlar halqasi.....	44
2.6. Hayotiy faoliyat xavfsizligi.....	54

III. XULOSA.....	69
IV. FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO`YXATI.....	70
V. INTERNET MANBALARI VA MA'LUMOTLARI.....	71