

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika-matematika fakulteti

5130100-Matematika yo'nalishi

4-kurs 402-guruh bitiruvchisi

QAYUMOVA SAYYORA

RAVSHANBEK QIZINING

Bakalavr darajasini olish uchun yozgan

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**Mavzu: "Furye integralining tor tebranishida
qo'llanilishi"**

Ilmiy rahbar:

f.m.f.n.dots. A.Mashrabboyev

Namangan– 2015 yil

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
FIZIKA - MATEMATIKA FAKULTETI
MATEMATIKA KAFEDRASI
5130100-MATEMATIKA YO'NALISHI
4-BOSQICH 402-GURUH BITIRUVCHISI
QAYUMOVA SAYYORANING
BAKALAVR DARAJASINI OLISH UCHUN YOZGAN

BITIRUV

MALAKAVIY ISHI

MAVZU: FURYE INTEGRALINING TOR TEBRANISHIDA
QO'LLANILISHI.

Ilmiy rahbar:

f-m.f.n., dots. A. Mashrabbboyev

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI
NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI**

FIZIKA - MATEMATIKA FAKULTETI

MATEMATIKA KAFEDRASI

**“DAKga tavsiya etaman”
Fizika-matematika fakulteti
dekani f.m.f.n. A. Mirzamov
”-----” ----- 2015yil**

**“FURYE INTEGRALINI TOR TEBRANISHGA
QO'LLANILISHI” MAVZUSIDAGI**

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Bajardi: “Matematika” fan yo'nalishi
bitiruvchisi 4-kurs talabasi Qayumova S.

Rahbar: f.m.f.n dotsenti Mashrabbayev A.

Bitiruv malakaviy ishi kafedradan dastlabki himoyadan o'tdi.

Kafedraning 10- sonli bayonnomasi. «27» may 2015yil

5. Bitiruv malakaviy ishni bajarish rejasi.

[illegible]

Bitiruv malakaviy ish rahbari _____ (familiyasi, ismi, sharifi) _____ (imzo)

Topshiriqni bajarishga oldim _____ (familiyasi, ismi, sharifi) _____ (imzo)

Topshiriq berilgan sana «_____» _____ 20__ yil.

Kafedra mudiri _____ (familiyasi, ismi, sharifi) _____ (imzo)

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
Bakalavr uchun bitiruv malakaviy ishga
TOPSHIRIQ VARAQASI

Matematika fakulteti 5130100 – Matematika yo`nalishi bo`yicha “Matematika” kafedrasining bitiruvchisi.....ning

1. Bitiruv Malakaviy ishi mavzusi.....

Ilmiy rahbari

Universitet rektorining ish mavzusi va rahbarini tasdiqlash to`g`risidagi buyrug`i

№ _____ A/s – sonli “_____ 20__ yil”.

Bitiruv Malakaviy Ishni topshirish muddati 2015 yil ____ - ____.

II. Bitiruv Malakaviy Ishni bajarish uchun zarur ma`lumotlar, mavzuni asoslash, tushuntirish xati 10-15 ming so`zdan iborat yozilishi kerak.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

III. Malakaviy ishni bajarish davomida yechilishi ko`zda tutilayotgan masalalarning qisqacha bayoni.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

IV. Taklif etilayotgan adabiyotlar

.....
.....
.....
.....
.....

Topshiriqni qabul qilish vaqti: 20__ yil sentyabr`.

Bitiruv malakaviy ishni kafedraga topshirish muddati 2015 yil ____ - ____ may.

Ushbu topshiriq reja “Matematika” kafedrasining 20__ yil ____ sentyabridagi majlisida qabul qilindi. (Bayonnoma №.....)

“Matematika”

kafedrasining mudiri, dotsent:

N.Xatamov

Ilmiy rahbar:

.....

Topshiriqni bajarish uchun qabul qildim:

BITIRUV MALAKAVIY ISHNING BAJARILISHI

5130100-Matematika yo`nalishi bo'yicha bakalavriat bosqichi bitiruvchisi

Ilmiy rahbari: _____

Nam DU rektorining BMI mavzusi va rahbarining biriktirilishi haqidagi buyrug`i
_____. _____. _____. _____ yil.

BMIning kafedraga topshirilgan vaqti «__» _____ 20__y.

Imzolar: Talaba _____

Ilmiy rahbar _____

Kafedra mudiri _____

Ishning taqrizga yuborilgan vaqti: _____

Taqriz qilingan vaqti: _____

Ishni himoyaga taqdim qilish haqida kafedra mudirining qarori:

Kafedra mudiri imzosi: _____ sana _____

Talaba _____ ning
bitiruv malakaviy ishi DAK ning «__» _____ 20__ yildagi yigi`lishiga himoyaga
tavsiya qilindi.

Fakultet dekani:

A.Mirzamov

**“Matematika” kafedrasining 2015 yil 27 -mayda bo’lib
o`tgan № - 10 sonli yig’ilishi bayonnomasidan**

KO`CHIRMA

Kun tartibi: Bitiruv malakaviy ishlarni himoyaga tavsiya etish.

1. Kafedra mudiri N.Xatamov talaba Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishini taqdim etdi.
2. Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishining mohiyatini qisqacha bayon etdi. (Bitiruv Malakaviy Ishning mavzusi va unda ko`rilgan ilmiy muammolar hamda ularning yechimi haqida).
3. **Savollar:**
M. Xolmurodov –Fur’e qatoriga ta’rif bering.
N. Xatamov –Tor tebranish tenglamasi haqida tushuncha bering.
4. Talabaning ilmiy rahbari A. Mashrabbayev talaba Qayumova Sayyora haqida ko`pgina ijobiy fikrlar bildirdi. Bitiruv malakaviy ishning amaldagi nizomga mos kelishini va DAK da himoya qilish uchun tavsiya etishlarini so`radi.

Kafedra yig’ilishi qaror qiladi:

1. Qayumova Sayyoraning **“Furye integralini tor tebranishida qo’llanilishi”** mavzusida bajarilgan Bitiruv malakaviy ishini DAK da himoya etish uchun tavsiya etilsin.
2. Bitiruv malakaviy ishi ichki taqriz uchun f.m.f.n, dotsent N. Xatamov, tashqi taqriz uchun NamMPIning “Oliy Matematika” kafedrasini f.m.f.n, dotsenti A. Rahmonovga yo’llansin.

Kafedra mudiri:

f.-m.f.n., dotsent, **N.Xatamov**

Namangan Davlat Universiteti
Fizika- matematika fakulteti
5130100-Matematika bakalavr
yo'nalishi bitiruvchisi
Qayumova Sayyoraning "Furye
integralini tor tebranishga qo'llanilishi"
mavzusidagi Bitiruv
malakaviy ishi
f-m.f.n., dotsent A. Mashrabboyevning

XULOSASI

Bitiruvchi Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishi

"Furye integralini tor tebranishga qo'llanilishi" deb nomlanib, Matematik fizik tenglamalar masalalari tadbiqiga oid bo'lib hozirgi davrda eng dolzarb muammolardan biridir .

Bitiruv Malakaviy Ishi _____ sahifadan iborat bo'lib unda kirish, asosiy qism, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar va internet ma'lumotlar iborat.

Ushbu Bitiruv Malakaviy Ishida tadqiqot mavzusining dolzarbligi, tadqiqotning maqsad va vazifalari, ishning o'rganilish darajasining qiyosiy taxlili, tadqiqotning ilmiy yangiligi, tadqiqot ob'ekti va predmeti, tadqiqotning ilmiy ahamiyati keltirilgan. Adabiyotlarni tahlil qilib, har tomonlama o'rganib, o'zbek tiliga o'girib uslubiy ko'rsatma shakliga keltirilgan. Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishi o'zining dolzarbligi, mazmun jihatdan aniqligi, hajmi va yozilishi bo'yicha bakalavr darajasini olish bo'yicha qo'yilgan nizom talablariga to'la javob beradi.

Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishi ijobiy baholashga loyiq deb hisoblayman va DAK himoyasiga tavsiya etaman.

Ilmiy rahbar :

A. Mashrabboyev

Namangan Davlat Universiteti Fizika-
matematika fakulteti 5130100-matematika
bakalavr yo'nalishi 4-kurs 402- guruh
talabasi Qayumova Sayyoraning "Furye
integralini tor tebranishga qo'llanilishi"
mavzusidagi Bitiruv malakaviy ishiga
"Matematika" kafedrası mudiri dotsent N.
Xatamov

T A Q R I Z I

Mazkur Bitiruv malakaviy ishi Furye integralini tor tebranishga qo'llanilishini o'rganishga bag'ishlangan bo'lib, u kirish, asosiy qism, xulosa, internet ma'lumotlari va foydalangan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

Kirish qismida masalaning umumiy bayoni, ishning maqsadi va mavzuning dolzarbligi keltirilgan, hamda mustaqillik yillarida hukumatimiz tomonidan chiqarilgan qonunlar, qarorlar tizimi keltirilgan.

Mazkur Bitiruv malakaviy ishining asosiy qismida Furye qatori haqida tushunchasini qo'llanilishi, tor tenglamasi, Furye integralini tor tenglamasida qo'llanilishi, Furye usulining umumiy sxemasi haqida bayon qilingan.

Xulosa qismida bajarilgan ishlarga yakun yasalgan, olingan natijalarning qo'llanilishi borasida fikr yuritilgan.

Talabaning bitiruv malakaviy ishida reja bo'yicha barcha bo'limlardagi qo'yilgan muammolar hal qilingan.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, bitiruvchi Qayumova Sayyoraning "Furye integralini tor tebranishga qo'llanilishi" mavzusidagi Bitiruv malakaviy ishi nizom talablari darajasida bajarilgan, uni DAK yig'ilishida himoya qilishga tavsiya etaman va ishni ijobiy baholash mumkin, deb hisoblayman.

Taqrizchi:

dots. N. Xatamov

Namangan Davlat Universiteti Fizika-
Matematika fakulteti 5130100- Matematika
bakalavr yo'nalishi bitiruvchisi Qayumova
Sayyoraning "Furye integralini tor
tebranishga qo'llanilishi" mavzusidagi
Bitiruv Malakaviy Ishiga f-m.f.n., dotsent A.
Rahmonovning

TAQRIZI

Bitiruvchi Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishi "Furye integralini tor tebranishga qo'llanilishi" deb nomlanib, Furye integraliga bag'ishlangan.

Furye integralini tadbqiq doirasi juda keng bo'lib, u yordamida matematik fizika tenglamalari Matematik analiz va boshqa fanlarda issiqliq tarqalish tenglamalarini keltirib chiqarishda foydalanish mumkin.

Bitiruv Malakaviy Ishi _____ sahifadan iborat bo'lib, unda kirish, asosiy qism, xulosa, internet ma'lumotlari, foydalanilgan adabiyotlar o'rin olgan.

Bitiruv Malakaviy Ishi referativ xarakterga ega bo'lib, har tomonlama o'rganib, uslubiy ko'rsatma shakliga keltirilgan.

Bitiruvchi tomonidan yozilgan Bitiruv Malakaviy Ishi o'zining dolzarbligi, mazmun jihatidan to'laligi, hajmi va yozilishi bo'yicha qo'yilgan barcha amaldagi Nizom talablariga to'la javob beradi.

Shuning uchun talaba Qayumova Sayyoraning Bitiruv Malakaviy Ishini ijobiy baholashga loyiq deb hisoblayman va DAK yig'ilishida himoya qilishiga tavsiya etaman.

Taqrizchi:

NamMTI, f-m.f.n., dotsent, A. Rahmonov

I Kirish.

II Asosiy qism:

2.1. Furiye qatori haqida tushuncha.

1. Furiye qatori ta'rifi.
2. Juft va toq funksiyalarning Furiye qatori.
3. $[l, l]$ oraliqda berilgan funksiyaning Furiye qatori.

2. 2. Furiye integrali to'g'risida ma'lumotlar.

1. Furiye integral ta'rifi.
2. Juft funksiyaning Furiye integrali.
3. Toq funksiyaning Furiye integrali.

2. 3. Tor tebranish tenglamasi.

2.4. Furiye integralini tor tebranishga qo'llanilishi.

1. Asosiy aralash masalani tor tebranish tenglamasi uchun yechish
2. Asosiy aralash masalani yechimini yagonaligi.
3. Bir jinsli bo'lmagan tor tenglamasi.

2. 5. Furiye usulining umumiy sxemasi.

III Xulosa.

IV Foydalanilgan adabiyotlar.

V Internet ma'lumotlar.

KIRISH

Bugungi kunda mamlakatimizning istiqloq yo'lidagi qadamlaridan biri buyuk ma'naviyatimizni tiklash va yanada yuksaltirish, milliy ta'lim –tarbiya tizimini takomillashtirish, uning milliy zaminini mustahkamlash, zamon talablari bilan uyg'unlashtirish asosida jahon andozalari va ko'nikmalari darajasiga chiqarish masalasiga katta ahamiyat berib kelinmoqda. Xususan maktab sohasida "Ta'lim to'g'risida" qonun qabul qilindi. 1996-1997 o'quv yilidan boshlab maktablarning birinchi sinflarida o'qish yangi alifboda olib borildi. Yangi imlo, alifboda o'qitish uchun zarur dastur qo'llanma va darsliklar yaratildi.

¹Shu davr mobaynida 300 ga yaqin yangi turdagi ta'lim muassasalari ochildi.

Oliy o'quv yurtlari qoshida 46 ta litsey tashkil etildi . 800 ga yaqin o'quvchi chet ellarda ta'lim oldi, ko'pgina o'qituvchilar horijiy davlatlarning ilg'or tajribalarini o'rganish maqsadida chet mamlakatlarga borib qaytdi. Joylarda maktablarga va o'qituvchi murabiylarga ularni moddiy va ma'naviy rag'batlantirish yordam berish masalalariga e'tibor. ancha kuchaytirildi.

Oliy ta'lim sohasida ham juda ko'plab yutuqlarga erishildi. Oliy maktab sohasida test usuli joriy etilishini viloyatlar markazlarida pedagogika institutlarining unversitetlarga aylantirilishi va joylardagi o'quv yurtlariga yuqori ta'sis nizomi berilishi tashkil etilgan milliy tashkilot va xalqaro jamoalar hisobidan chet ellarga tajriba almashish va talabalarni o'qishga yuborish yo'lga

¹ Prezident Islom Karimovning O'zbekiston respublikasi Oliy Majlisi IX sessiyasida so'zlagan nutqi

qo'yilishi, iqtisod va biznes sohasidagi mutaxassis va o'qituvchilarni qayta tayyorlash bo'yicha aniq

Maqsadga yo'naltirilgan ishlar olib borilishi o'tish davrida 2 mingdan ortiq talaba va mutaxassisning chet ellarda o'qib kelishi 200 dan ortiq chet el mutaxassisining respublikamiz o'quv muassasalariga jalb qilinishi qayd etib o'tilgan. Davlat va jamiyat qurilishi akademiyasi, bank-moliya akademiyalarini tashkil qilganimiz hozirdanoq o'z samarasini berayotganini katta mamnuniyat bilan ta'kidlashimiz lozim. O'qituvchi bolalarimizga zamonaviy bilim bersin deb talab qilamiz. Ammo zamonaviy bilim berish uchun avvalo murabiyning o'zi ana shunday bilimga ega bo'lishi lozim.

²Bolaning dunyoqarashi, didi, salohiyati shakllanadigan boshlang'ich sinflarga eng yetuk, eng tajribali murabbiylar biriktirib qo'yilishini oddiy mantiqning o'zi talab etadi. Hammamizga ma'lumki, ta'lim darslikdan boshlanadi. Biz darslik yaratishga eng ilg'or va eng sharaflil vazifa sifatida qarashimiz, yaxshi darslik yaratgan odamlarni boshimizga ko'tarishimiz kerak bo'lsa katta tanlov asosida yaratishimiz lozim. Hozirgi paytda xorijiy tillarni o'rganish va o'rgatishga yurtimizda katta ahamiyat berilmoqda. Bu ham, albatta bejiz emas. Bugun jahon hamjamiyatidan o'ziga munosib o'rin egallashga intilayotgan mamlakatimiz uchun, chet ellik sheriklarimiz bilan hamkorlikda o'z buyuk kelajagini ko'rayotgan xalqimiz uchun xorijiy tillarni mukammal bilishning ahamiyatini bilishni xojati yo'q. Bundan tashqari o'qituvchi va o'quvchi munosabatlarida majburiy itoatkorlik o'rnini ongli

²Prezident I.A.Karimov Barkamoavlod –O'zbekiston taraqqiyotining poydevori.

intizom egallashi lozim. O'qituvchining bosh vazifasi o'quvchilarda mustaqil fikr yuritish ko'nikmalarini hosil qilishdan iborat. Demokratik jamiyatda bolalar umuman har bir inson erkin fikirlaydigan etib tarbiyalanadi. Agar bolalar erkin fikirlashni o'rganmasa, berilgan ta'lim samarasi past bo'lishi muqarrar. Albatta, bilim kerak. Mustaqil fikrlash ham katta boylik. Bugungi kunda ta'lim –tarbiya sohasidagi islohotlarni yanada chuqurlashtirish, ta'lim standartlari va dasturlarini takomillashtirish, maktablar, litsey va kolejlar, oliy o'quv yurtlarining moddiy texnik bazasini yanada mustahkamlash masalalariga katta e'tibor berib kelinmoqda. Misol uchun 2013 –yilda 28 ta yangi kasb-hunar kolleji qurildi, 381 ta umumta'lim maktabi, oliy o'quv yurtlari tizimidagi 45 obyekt, 31 ta kasb-hunar kolleji va litseylar rekonstruksiya qilindi va kapital taminlandi. Shuningdek, 55 ta bolalar musiqa va san'at maktabi, 112 ta bolalar sporti obyekti va 4 ta suzish havzasi foydalanishga topshirilib, ularning barchasi zarur uskunalar bilan jihozlandi. Maktablarning 1-sinf o'quvchilari uchun chet tillarini o'rganish bo'yicha multimediya variant ilova qilingan 538 mingdan ortiq rangli darslik joriy qilindi. 2 ming nafarga yaqin chet tili o'qituvchisi tayyorlandi va ularning soni 26 ming kishiga yetdi. Mamlakatimizning barcha mintaqalarida chet tillarini bir xil sharoitda o'qitish, qishloq joylarga yuqori malakali ingliz tili o'qituvchilarini jalb etish maqsadida, 30 foiz qo'shimcha haq belgilandi.

Konfrensiya ishtirokchilari ushbu forumning bosh mavzusi ya'ni ta'lim tizimini isloh etish masalalari- zamonaviy davlatni izchil va barqaror taraqqiyoti avvalambor uning iqtisodiy rivojlanish yo'lidagi muammolarni yechish bilan bevosita bog'liq holda ko'rilayotgan masalaga e'tibor qaratgan bo'lsalar kerak.

Sir emaski, bu mavzu biz boshimizdan kechirayotgan hozirgi kunlarda dunyoda deyarli mutlaq ko'pchilik davlatlar 2008-yilda boshlangan, global miqyosdagi yangi retsessiya to'lqinlarini keltirib chiqarish xavfini tug'dirayotgan jahon moliyaviy iqtisodiy inqirozining salbiy ta'siri ostida qolib kelayotgan bir payitda alohida dolzarb ahamiyat kasb etadi. Bugungi kunda umumiy e'tirofga ko'ra XXI asr globallashuv va chegaralarning barham topish davri, axborot kommunikatsiya texnologiyalari va internet asri jahon maydonida va dunyo bozorida tobora kuchayib borayotgan raqobat asriga aylanib borayotganini isbotlab berishni iloji yo'q albatta.

Bunday sharoitda inson kapitaliga yo'naltirilayotgan investitsiya va qo'yilmalarning o'sishini, hozirgi zamonda demokratik taraqqiyot, modernizatsiya va yangilanish borasida belgilangan maqsadlarga erishishda eng muhim qadriyat va hal qiluvchi kuch bo'lgan bilimli va intellektual rivojlangan avlodni tarbiyalash vazifasini doimo o'zining asosiy ustuvor yo'nalishlari qatoriga qo'yadigan davlatgina o'zini namoyon eta olishi mumkin. Avvalo shuni ta'kidlash zarurki 15 yil oldin qabul qilingan kadrlar tayyorlash milliy dasturi deb nom olgan. Ta'lim sohasini isloh qilish dasturi mamlakatimizda yangi jamiyat qurishning bosqichma –bosqich va tadrijiy rivojlanish prinsipiga asoslangan iqtisodiy va siyosiy islohotlarning biz tanlagan “O'zbek modeli”- o'z taraqqiyot yo'limizning ajralmas tarkibiy qismidir. Ushbu dastur jiddiy izlanish va tadqiqotlarning jahondagi taraqqiy topgan ilg'or mamlakatlar tajribasini umumlashtirishning natijasi sifatida o'tmishda majburan singdirilgan komunistik mafkuralarning qolip va

andozalaridan butunlay voz kechish, odamlarning, birinchi navbatda, unib o'sib kelayotgan avlodning ongida demokratik qadriyatlarni mustahkamlashga qaratilgan bo'lib qisqacha qilib aytganda bu dastur o'z fikriga o'zining qarashlari va qat'iy grajdanlik pozitsiyasiga ega bo'lgan har tomonlama yetuk va mustaqil fikrlaydigan shaxsni shakllantirishni maqsad qilib qo'ygan.³

Endi matematika fanining o'tmishi va hozirgi ahvoli haqidagi ayrim fikrlarni keltiramiz.

“Agar biz boshqa fanlarda shubhasiz aniqlikka va bexato haqiqatga kelmoqchi bo'lsak, unda har qanday bilimning negizlarini matematikadan boshlamog'imiz kerak” – deb yozgan edi ingliz faylasufi Rojer Bekon. Haqiqatan ham, matematika eng qadimiy va hamisha insoniyatning o'sib – ulg'ayishiga asosiy omil bo'lib kelgan fandır. Insoniyat tarixidan ma'lumki, odamlar hali so'zlashishni o'rganmaslaridan avvalroq sanash ehtiyojini sezganlar. Matematika g'oyat bir universal fanki, u har bir fanning rivojlanishida muhim rol o'ynaydi.

Matematikaning qanchalik muhimligini shundan ham anglash mumkinki, hozirgi zamonda matematika kirib bormagan sohani topishning o'zi mushkul masalaga aylangan. Ushbu fanning katta ahamiyatini anglab etilgani bois, matematika fani, matematikadan juda yiroq, deb hisoblanib kelgan filologiya, adabiyot, huquqshunoslik, tarix va boshqa juda ko'p fanlarni o'rganish sistemalariga alohida fan bo'lib kiritildi. Masalan, o'zbek filologiyasi fakultetida matematikaning ushbu yo'nalishlari o'qitiladi: elementar matematika, matematika, matematik lingvistika, matematik statika elementlari, matematikaning adabiyot nazariyasiga tatbiqlari.

Matematikaning insoniyat tarixida va rivojlanishi jarayonida nechog'lik ahamiyatga ega ekanini juda ko'p allomalar munosib baholaganlar. Masalan, ulug' shoh va shoir, astronom, matematik – Mirzo Ulug'bek “Matematika g'oyat bir yuksak fanki, unda bir olam mo'jiza yotadi” – deb bashorat qilgandır.

³Adolat 2012 –yil 24-fevral soni

Haqiqatdan ham matematika ilmi insoniyat uchun bebaho ekanligini tan olmaydigan aqlli odamni topish amri mahol, chunki har bir fanning rivojlanish darajasi bu fan sohasiga matematik bilimlarning nechogʻlik kirib borganligi bilan baholanadi.

Oʻzbekistonimiz mustaqillikka erishgan kunlardan boshlaboq butun talim tizimini tubdan isloh qilish rejalari ishlab chiqildi va bosqichma – bosqich amalga oshirilmoqda. Ushbu taʼlim tizimida aniq fanlarni, xususan matematika fanini rivojlantirish va uning olamshumul yutuqlarini hayotning turli jabhalariga tatbiq etib, davlatimizni dunyoning rivojlangan davlatlari qatoridan munosib joy olishiga erishish yoʻlida tinmay ish olib borilmoqda.

Bashariyatning minglab yillik bosib oʻtgan yoʻlida, odamzot ongli hayot kechira boshlagan kunlardan beri turli – tuman narsalarni sanashga, yil fasllarini aniqlashga, muhim tarixiy sanalarni eslab qolishga, mashhur shaxslarning shajaralarini pasayishi davrini aniqlash, tunda karvonlarning adashmay harakat qilishi, dengizda suzish, saroy va qasrlar qurish, qoʻshinning safar chogʻida taminlangan boʻlishi, meros boʻlish masalalari va boshqa minglab muammolarni hal etishda hisob – kitoblarga katta ehtiyoj sezganlar. Bunday masalalar haqidagi maʼlumotlar Misr ehromlarida, Vavilon (Bobil), Xitoy (Chin), Hindiston va Janubiy Amerikada topilgan sopol taxtachalar, papiruslar, haykallar, bitik toshlar, idishlar, gʻorlarda yozib qoldirilgan suratlar va shunga oʻxshash narsalarda oʻz aksini topgandir.

Juda qadim zamonlardayoq shaharlar, saroy, madrasa, maqbara, sagʻana, toʻgʻonlar, mudofaa devorlari, istehkomlari harbiy yurishlarni tashkil etishda qoʻshindagi askarlar soni, qurol – yaroq miqdori, zahira hajmi, kiyim – kechak, ot – ulov, masofa, iqlim sharoitlari, geografik joylar xaritasi, daryo, sahro, togʻlardan oʻtish masalalari ham hal etilgan.

Oʻtmishdagi har bir shox, sulton, bek, amir, qirol, prezident, sarkarda, davlat boshliqlari – kim boʻlishidan qatʼiy nazar – har bir ish uchun hisobga, aniq rejaga, zaxira va imkoniyatlarni bilishga, davlat miqyosida oʻtkaziladigan tadbir – islohotga ketadigan harajat, olinadigan foyda miqdori, koʻriladigan talofat va ziyonlar, foydalar koʻlami haqida maʼlumotga zarurat sezganlar.

Sanab o‘tilgan muammolarni hal etishga olimlar, shoirlar, musavvir, muhandislar va boshqa mutaxassislar zarur bo‘lgani sababli madrasa va universitetlar, donishmandlik uylari, akademiyalar, maktablar tashkil etilgan va ularning faoliyatlari davlat tomonidan nazorat qilib borilgandir, allomalar, mutaxassislar davlat belgilagan maosh – oylik bilan muntazam taminlanib turilgan.

Ba’zi hollarda – ilm fanning rivojlanishini nazarda tutilmasa ham turli hukmdorlarning orzu – umidlari, istaklarini abdiylashtirish maqsadida qilingan, amalga oshirilgan buyuk, ulkan ishlar (masalan – Misr fir’avnlarning ehromlari – piramidalar, Bobilning aql bovar qilmaydigan darajada bunyod etilgan devor va qasrlari, Buyuk xitoy devori, budda ibodatxonalari, dunyoning “yetti mo‘jiza” atalmish yodgorliklari, Meksikadagi yerli xalq yaratgan zikkuratlar, hukmdorlar hayotini abadiylashtirish uchun yaratilgan buyurtma asarlar, ixtiyoriy tarzda qilingan ijod namunalari (masalan – “Boburnoma”), fir’avnlarning hayoti haqida pirmadilarda yozib qoldirilgan ieroglif yozuvli matnlar va boshqa yodgorliklar ilm – fanning rivojiga beqiyos darajada hissa qo‘shgandir. Qadimgi xitoy olimlari insho etgan “Matematikadan to‘qqiz kitob”, Hindiston olimlari tomonidan yozib qoldirilgan sanskrit tilidagi turli xil “sutra”lar, Misr papiruslaridagi ma’lumotlar (o‘rama kitoblar) – “Moskva papirusi”, Londonda asraluvchi – “Rind papirusi” va boshqa papiruslar, o‘rta asrlarda O‘rta Osiyoda yashab ulkan ilmiy meros qoldirgan al – Xorazmiy, al – Beruniy, ibn – Sino, Umar Xayyom, Ulug‘bek, Koshiy, Farg‘oniy va boshqalar; Keyinchalik Ovrupada uyg‘onish davridan keyin ijod etgin minglab olimu – ulamo, allomalarning qimmatbaho ishlarida o‘z zamonalarining dolzarb muammolari yechishga harakat qilingan, yuzlab asarlar yozib qoldirilganki – ularda harbiy yurishlar, olamshumul ahamiyatga ega bo‘lgan sayohatlar, meros masalalari va boshqa tadbirlar haqida batafsil ma’lumotlar yozib qoldirilgandir. Bu allomalarning asrlarining izlab topilishi, tarjima qilinishi va tanqidiy ruxda o‘rganib chiqilishi natijasida ilm – fanning turli sohalarida, xususan riyoziyot (matematika), hikmat (fizika), astronomiya (falakiyot), biologiya, jug‘rofiya, kimyo va boshqa o‘nlab sohalarning beqiyos darajada rivojlanishiga omil bo‘ldi, insoniyatning hayoti, turmush tarzi tanib

bo‘lmas darajada o‘zgardi, o‘ydi, yuksaldi. Qadimda aql bovar qilmaydigan ishlar – radio, telegraf, telefon, televideniya, internet aloqalari, samolyotlar, kemalar, avtomobillarning minglab markalari, kosmik kemalar va ko‘plab mo‘‘jizalar yaratildiki – bularning hammasi zamonamiz odamlariga xizmat qilmoqda.

Yer osti va yer ustidagi, okeanlar – ummonlar tubidagi qazilma boyliklar, neft, gaz zahiralarining ko‘lamini aniqlash, jahon ahamiyatiga ega iqtisodiy, texnik, ekologik, tibbiy muammolarning yechimlarini, iqtisodni, qishloq xo‘jalik ishlarini ilmiy asosda tashkil etish va rivojlantirish, rejalashtirish, tibbiy resurslardan ilmiy asosda foydalanish, turli xil yuqumli kasalliklarning tarqalishi oldini olish, tibbiy ofatlarning oldini olish, yangi energiya zahiralarini yaratish va boshqa olamshumul ishlarni amalga oshirishda matematika fanining hissasi beqiyosdir.

Vatanimiz – Jonajon O‘zbekiston mustaqillikka erishgan ushbu zamonda, olamshumul fazoviy parvozlar, super EHMLar asrida davlatimiz va dunyo miqyosida amalga oshirilayotgan global muammolarni yuqori saviyada amalga oshirish va o‘zlashtirish kabi yuzlab sohalarda ilm – fan yutuqlarini tatbiq etish, har bir aqlli mutaxassis, fermer, tadbirkor, iqtisodchi rahbarlar, dunyo tinchligini saqlayotgan va xalqaro terrorizmga, narkobiznesga qarshi kurashayotgan harbiy kuchlar vakillariga, bank va tijorat xodimlariga *matematik bilimlarsiz faoliyat yuritish mumkin emasligi ushbu kunda ravshan masaladir.*

Bunday fikrlarni dalili sifatida Respublikamiz Prezidenti I.A. Karimovning quyidagi so‘zlarini keltirishimiz maqsadga muvofiqdir:

- “Respublikamizda quyidagi yo‘nalishlar bo‘yicha jahon darajasidagi ilmiy maktablar yaratilgan bo‘lib, ularda tadqiqotlar muvaffaqiyatli olib borilmoqda.

Birinchi: Matematika, tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni modellash, informatika va hisoblash texnikasi sohasidagi tadqiqotlar...”⁴

“Shundan kelib chiqqan holda, bizning yaqin istiqbolimizdagi eng muhim vazifamiz, boshlagan ishlarimizni izchil davom ettirish – iste‘mol talabini kengaytirish maqsadida sotsial sohani rivojlantirish, mehnatga haq to‘lashni yanada oshirish, xizmat ko‘rsatish sektorini, infratuzilma ob‘ektlarini

⁴ I.A.Karimov, “O‘zbekiston XXI asr bo‘sag‘asida. Xavfsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyot kafolatlari”, 262 – bet.

rivojlantirishga, transport va kommunikatsiya loyihalarini amalga oshirishga alohida e'tibor berishdir".⁵

Hozirgi zamon matematikasining barcha yutuqlari haqida batafsil so'zlash imkoni kichik bir bitiruv malakaviy ish ichida beimkon muammodir, chunki *matematika fani shunchalik rivojlanib ketganki, uning yuzlab tarmoqlarida minglab ilmiy ishlar qilinmoqda, chop etilgan ishlarning bir necha foizigina o'rganilib, kundalik xayot ehtiyojlariga tatbiq etiladi xolos.*

sohaning har biri xalq xo'jaligining, harbiy salohiyatining, kosmik fazoning, yer osti va usti boyliklaridan unumli foydalanishning, aholishunoslik, ekologiya, sanoatning, ommaviy xizmat ko'rsatishning turli – tuman jabhalarida muvaffaqiyat bilan tatbiq etilmoqda, erishilayotgan yutuqlar borasida ularning ulushi kattadir.

Mulkdorlarning o'rta sinfini shakllantirish, ichki bozorni raqobatbardosh va sifatli mahsulotlar bilan to'ldirish, yangi ish o'rinlari yaratish va shu asosda aholi daromadlarini ko'paytirish va farovonligini oshirishning muhim omili, mamlakat taraqqiyoti yo'lidagi faol harakatlantiruvchi kuch sifatida kichik biznes va xususiy tadbirkorlikni yanada rivojlantirish uchun qulay shart-sharoitlarni yaratish bo'yicha aniq maqsadga yo'naltirilgan keng chora-tadbirlar kompleksini amalga oshirish maqsadida, shuningdek, 2011 yil O'zbekiston Respublikasida "Kichik biznes va xususiy tadbirkorlik yili" deb e'lon qilingan.

Ilm-fan ahli ish yuritishi uchun shunday tartib yaratish kerakki, agar hozir fanda juda ko'p urf bo'lib ketgan atamani tilga oladigan bo'lsak, fan ijtimoiy jarayonlarga faol ta'sir etadigan, bizni ishimiz mazmuni va xarakterini belgilab beradigan o'zini o'zi sozlab turadigan va o'zini o'zi boshqaradigan sistemaga aylanishi kerak. Endilikda ilm-fan yangi yo'llar ochishi, sifat jihatidan yangi texnologiyalarni jadallik bilan yaratishi, jamiyatning yangi holatga o'tishini ta'minlashi lozim.

Fan samaradorligini sifat jihatidan oshirishga quruq davlatlar bilangina erishish mumkin emas. Ilmiy kadrlarga munosabatni ham tubdan o'zgartirish,

⁵ "Mamlakatimizda demokratik islohotlarni yanada chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyatini rivojlantirish konsepsyasi", O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning O'zbekiston Respublikasi Oliy majlisi qonunchilik palatasi va Senatining qo'shma majlisidagi ma'ruzasi, Norin ovozi gazetasi, 2010 yil 19 – noyabr, №46(6747) – chi son.

ularning ijtimoiy maqomini qat'iyon oshirish, chuqur struktura o'zgarishlari qilish zarur.

Hayotiy faoliyat xavfsizligining asosiy tushunchalari

Respublikamizda chuqur iqtisodiy o'zgarish bo'layotgan bir davrda, kadrlar tayyorlashning milliy dasturi kuchga kirishi, yuqoridagi fikrni amalga oshirishning dastlabki bosqichi bo'lib xizmat qiladi. Ko'p bosqichli ta'lim tizimiga binoan oliygohlarda tayyorlanadigan bakalavrlar uchun o'quv rejasiga «Hayotiy faoliyat xavfsizligi» fanining kiritilishi bo'lg'usi mutaxassislarning bilimini chuqurlashtirilishiga yordam berishi so'zsizdir.

Hayotiy faoliyat xavfsizligi (HFX) fanining diqqat markaziga qo'yilgan maqsad bu insonning jamiyat taraqqiyotidagi rolidir. Hayotiy faoliyat xavfsizligi-bu har qanday sharoitdagi inson faoliyatidir. Insonning hamma faol harakati (mehnat jarayonida, dam olishda, uyda hamda sportda) uning faoliyatini tashkil qiladi.

Hayotiy faoliyat xavfsizligi fani o'z tarkibiga inson faoliyatining atrof-muhit bilan aloqasi, mehnat faoliyatidagi xavfsizligi va favqulodda vaziyatlardagi xavfsizligi bo'limlarini qamrab olgandir. Hayotiy faoliyat xavfsizligi printsip va usullar asosida: baxtsiz, hodisalar, qurbonlar va ular natijasida kelib chiqadigan zararlarni kamaytirish masalalarini keng miqyosda qo'yadigan va hal qiladigan fandir. HFX-bu har qanday ko'rinishdagi faoliyatga qo'llanishi mumkin bo'lgan xavfsizlikning nazariy asosidir.

«Hayotiy faoliyat xavfsizligi» kursi bo'lg'usi mutaxassislarni mehnat muhofazasining ilmiy asoslariga doir bilimlar bilan qurollantirish va ularda ishlab chiqarishdagi mehnat sharoiti hamda mehnat muhofazasini yaxshilash

muammolarini ijobiy hal etishga qiziqish uygʻotishga moʻljallangan. Buning ilmiy zamini esa quyidagilardan iboratdir: ishlab chiqarishda shikastlanish, kasalliklar, ishlab chiqarishda sodir boʻladigan yongʻin hamda portlashlar sabablarini har tomonlama tahlil qilish; ishlab chiqarishdagi xavflilik va zararlilik darajasini oʻrganish; toʻqimachilik, paxta, ipak va engil sanoatda qabul qilingan yoki joriy etishga tavsiya etiladigan, ogʻir hamda sermehnat ishlarni mexanizatsiyalash va avtomatlashtirishni koʻzda tutuvchi texnologik jarayonlarni baholash. Mazkur kurs «Ergonomika», «Muhandislik psixologiyasi», «Mehnatni ilmiy tashkil qilish», «Texnik estetika», «Mehnat fiziologiyasi va gigienasi», «Huquqshunoslik», «Iqtisodiyot», «Atrof muhitni muhofaza qilish» kabi fanlar bilan bogʻlangandir.

Mehnat muhofazasi insonni ishlab chiqarishdagi ahvoli, u bilan bogʻliq masalalarni oʻrganishni oʻz oldiga maqsad qilib qoʻyadi.

Hozirgi vaqtda inson-tabiiy, texnik, iqtisodiy va boshqa har xil xavf-xatar dunyosida ishlaydi. Shu xavf-xatarlar natijasida juda koʻp insonlar hayotdan koʻz yumadilar (Armanistodagi zilzila, Chernobil AES halokati, Jigaristondagi er siljishi, Admiral Naximov paroxodining choʻkishi, Serdlovskiyda Chelyabinsk-Ufa temir yoʻl uchastkasida portlash va h.k.). Shuning natijasida 3000 dan ortiq odam halok boʻldi. 20000 odam nogiron boʻldi va 200000 odam kasallandi.

Birlashgan Millatlar Tashkilotining 42-sessiyasida 1991 yildan boshlab tabiiy ofat va falokatlarni kamaytirish bexatarlik yillari, deb belgilangan edi.

Hayotiy faoliyat xafvsizligi tushunchasida koʻp uchraydigan taʼriflar bilan belgilanadi.

Faoliyat-insonning jamiyatda mavjud bo`lishi uchun kerakli sharoit. Mehnat-faoliyatning yuqori shakli. Faylasuflarning fikricha, inosnning ta'rifi-harakatdagi, mehnatdagi faoliyatidadir.

Xavfsizlikni ta`minlashda psixologiyaning ahamiyati

Mehnatni muhofaza qilishda psixologiya ham muhim o`rinni egallaydi. Zamonaviy ishlab chiqarishda avariylar, shikastlanishlar muammosi faqat muhandislik uslublari bilan yechilmaydi. Tajribalardan ma`lumki, avariya va shikastlanishlar muhandis-konstruktorlik ishlaridagi kamchiliklar asosida yuzaga keladi. Shuningdek, tashkiliy-psixologik sabablar, masalan kasb bo`yicha havfsizlik talablariga past darajada tayyorgarlik ko`rilishi, yetarli bo`lmagan tarbiya, mutaxassislarning havfsizlik choralariga e`tiborsizligi, xavfli ishlarga yuqori malakaga ega bo`lmagan shaxslarni jalb qilish, ishda odamlarni toliqqan va psixologik holatda bo`lishi ham sabab bo`ladi. Bular mutaxassisning faoliyatiga ishonchsizlikni (xavfsizlikni) pasaytiradi. Xalqaro tajriba, izlanishlarning ko`rsatishicha maishiy ishlab chiqarishdagi shikastlanishlarning 60-90% zarar ko`rgan kishilarnin aybi bilan sodir bo`ladi. Xavfsizlik psixologiyasi mehnatni muhofaza qilishda psixologik bilimlarni tadbqiq qilishni ifodalaydi. Bu yerda mehnat faoliyati jarayonida ko`rinadigan psixologik holatlar turlari to`liq tekshiriladi, psixologik jarayonlar, psixik xususiyatlar ko`rib chiqiladi. Xullas, maishiy va ishlab chiqarish sharoiti asosida insonning psixik holati barqaror bo`lishi uchun tadbir-choralar ko`rish, takomillashgan nazorat usulini uyushtirish asosiy vazifalardan biri bo`lib hisoblanadi.

MAVZUNING DOLZARBLIGI

Ilmu fan taraqqiyoti biz uchun eng ustuvor sohalardan biridir. Bu sohada xizmat qiladigan odamlarning saviyasi, obro'si haqida g'amho'rlik qilishimiz ularning hayotimizga qo'shadigan hissasiga qarab e'tibor berishimiz shart. O'zining kelajagini o'ylaydigan jamiyat, davlat avvalambor o'z olimlarini, ilmiy ahliga xizmat qilishi kerak, ularni yuksak darajaga ko'tarish lozim. (I.Karimov) XX-XXI asrda matematika barcha fanlarni rivojlanishiga asosiy turtki bo'lib qolmasdan ijtimoiy-iqtisodiy sohadagi rivojlanishini ma'lum bir modelini amalga oshiradigan aparat bo'lib xizmat qilmoqda. Hozirgi davrda deyarli barcha sohadagi ixtisoschilar, mutahassislar, Differensial tenglamadandan kelib chiqib amaliy ishlarni o'z sohalariga tadbiq qilmoqdalar. Chunki Differensial tenglamadandan kelib chiqadigan amaliy ishlar matematika sohasida muhim ahamiyat kasb etmoqda. Matematika esa hozirgi kunda har bir sohada oliy o'quv yurtlarida, sanoat va ishlab chiqarishda, bank va turli xil amalga oshiriladigan ko'plab hisoblashlarda xizmat qilib kelmoqda.

Matematikaning qaysi sohasini olmang o'ziga xos tadbiqqa ega. Differensial tenglamadan va ushbu fanning tarkibiy qismi bo'lmish furiye integralini tor tebranishga qo'llanilishi mavzusi matematika fanining eng muhim bo'limlaridan biri bo'lib, u nafaqat uning boshqa bo'limlarida o'zining salmog'li tadbiq'iga ega bo'lmay balki variatsion hisob, funksional analiz, kompleks analiz oddiy differensial tenglama matematik fizika tenglamalar fanlarining rivojida ham katta hissaga ega. Shu bois ushbu predmetni talab darajasida o'zlashtirish va matematikaning boshqa sohalariga hamda xayotga tadbiq qilish katta ahamiyatga egadir.

Mazkur bitiruv malakaviy ishi Furiye qatorlar, furiye integrallari, tor tenglamasi, Furiye integralini tor tebranishga qo'llanilishi, Furiye usulini umumiy sxemasini topish usullariga bag'ishlangan. Tenglamalarning yechimlarini topish matematikaning, xususan, differensial tenglamada muhim, qiziqarli masalalaridan biridir.

Ta'kidlash kerakki, Furiye integralini tor tebranishga qo'llanilishi juda katta nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Fizika va texnikaning ko'plab masalalari, juda

ko'p amaliy va iqtisodiy masalalar furiye integrallari orqali yechiladi. Shu bois keyingi yillarda bunday tenglamalar va ular orqali yechiladigan masalalar maxsus maktab dasturlariga hamda olimpiada masalalari turkumiga kiritilgan. Shu nuqtai nazardan furiye integrallarini o'rganish bugungi kunda dolzarb masalalardan biridir.

ISHNING MAQSAD VA VAZIFASI

Maqsad differensial tenglama fanining matematika va boshqa aniq fanlar bilan uzviy aloqadorligi. Uning matematikaning asosiy tarmoqlaridan biri ekanligi va bunday masalalar hozirgi kunda dolzarbligini va katta amaliy ahamiyat kasb etishini ilm ahliga yetkazish. Ana shu masalani talab darajasida xal etish uchun har bir talaba auditoriyada olgan bilimlarini mustaqil o'z ustida ishlash, referatlar yozish va mustaqil ishlarni bajarish jarayonida mustahkamlab borgani ayni muddaodir.

TANLANGAN OB'EKT VA TADQIQOT USULLARI

Tadqiqot ob'ekti kutubxonalar, informatsion resurs markazlari, gazetalar, turli hil adabiyotlar bo'ldi. Ushbu bitiruv malakaviy ish referativ harakterga ega.

Ishni yozish jarayonida taqqoslash, analiz va sintez, umumlashtirish, abstraktsiyalash, induktsiya va analogiya, xulosa chiqarish metodlaridan unumli foydalanishga harakat qilindi.

ISHNING AMALIY AXAMIYATI

Ushbu bitiruv malakaviy ishi ham amaliy, ham nazariy va metodologik ahamiyatga ega bo'lib, mustaqil tadqiqotlarda, bitiruv malakaviy ishlari tayyorlashda, magistrlik dissertatsiyalar tayyorlashda, kollej va litseylarda mahsus kurslar o'qitishda, krujoklarda, matematik kechalarda foydalanilinish mumkin.

ISHNING TUZILISHI

Bitiruv malakaviy ishini tuzilishi: kirish, asosiy qism, 5- bob, xulosa, adabiyotlar ro'yxati, internet ma'lumotlari va mundarijadan iborat.

Asosiy qism

2.1 Furye qatori haqida tushuncha.

Har bir hadi

$$u_n(x) = a_n \cos nx + b_n \sin nx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (1.1)$$

funksional qatorni *trigonometrik qator* deb ataladi.

$a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$ sonlar esa *trigonometrik qatorning koeffitsientlari* deyiladi.

Bu qatorda asosiy masala ularning koeffitsientlarini topishdan iborat

(1.1) trigonometrik qatorning qisman yig'indisi

$$T_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

trigonometrik ko'phad deb ataladi.

Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya $[-p, p]$ da berilgan va shu oraliqda integrallanuvchi

bo'lsin. U holda

$$f(x)\cos nx, f(x)\sin nx \quad (n=1, 2, \dots)$$

funksiyalar ham, ikkita integrallanuvchi funksiyalar ko'paytmasi sifatida $[-p, p]$

da integrallanuvchi bo'ladi. Bu funksiyalarning integrallarini hisoblab, ularni

quyidagicha belgilaylik:

$$a_0 = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx \quad (n=1,2,\dots) \quad (1.2)$$

$$b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx \quad (n=1,2,\dots)$$

Bu sonlardan foydalanib, ushbu

$$T(f; x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (1.3)$$

trigonometrik qatorni tuzamiz.

Ta'rif: $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$ koefisientlari (1.2) formulalar bilan aniqlangan

(1.3) trigonometrik qator $f(x)$ funksiyaning **Furye qatori** deb ataladi.

$a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n, \dots$ sonlar esa $f(x)$ funksiyaning *Furye koefisientlari* deyiladi.

Ta'rifga asosan:

$$f(x) \sim T(f; x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

bo'ladi.

Misol .Ushbu

$$f(x) = e^{ax} \quad (-p \leq x \leq p, a \neq 0)$$

funksiyaning Furye qatori tuzilsin.

(1.2) formuladan foydalanib, bu funksiyaning Furye koefisientlarini

topamiz:

$$a_0 = \frac{1}{p} \int_{-p}^p e^{ax} dx = \frac{1}{ap} (e^{ap} - e^{-ap}) = \frac{2}{ap} \text{shap}$$

$$a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p e^{ax} \cos nx dx = \frac{1}{p} \left. \frac{a \cos nx + n \sin nx}{a^2 + n^2} \right|_{-p}^p =$$

$$= (-1)^n \frac{1}{p} \frac{2a}{a^2 + n^2} \text{shap}, (n=1,2,3,\dots)$$

$$b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p e^{ax} \sin nx dx = \frac{1}{p} \frac{a \sin nx - n \cos nx}{a^2 + n^2} e^{ax} \Big|_{-p}^p =$$

$$= (-1)^{n-1} \frac{1}{p} \frac{2n}{a^2 + n^2} \text{shap} (n=1,2,3,...)$$

Demak, berilgan funksiyaning Furiye qatori

$$e^{ax} \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) =$$

$$= \frac{2\text{shap}}{p} \left\{ \frac{1}{2a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{a^2 + n^2} (a \cos nx - n \sin nx) \right\}$$

bo'ladi.

Faraz qilaylik, biror

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (1.3)$$

trigonometrik (funktional) qator $[-p, p]$ da yaqinlashuvchi bo'lsin. Uning yig'indisini $f(x)$ deb belgilaylik:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = f(x) \quad (1.4)$$

Bundan tashqari, (1.3) ni hamda uni $\cos kx$ va $\sin kx$ ($k=1,2,...$) larga

ko'paytirishdan hosil bo'lgan

$$\frac{a_0}{2} \cos kx + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx \cos kx + b_n \sin nx \cos kx) = f(x) \cos kx, \quad (1.5)$$

$$\frac{a_0}{2} \sin kx + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx \sin kx + b_n \sin nx \sin kx) = f(x) \sin kx$$

bu yerda, ($k=1,2,3,...$)

qatorlarni $[-p, p]$ da hadlab integrallash mumkin bo'lsin.

(1.4) va (1.5) larni $[-p, p]$ da integrallaymiz:

$$\begin{aligned}\int_{-p}^p f(x)dx &= \int_{-p}^p \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \right] dx = \\ &= \int_{-p}^p \frac{a_0}{2} dx + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \int_{-p}^p \cos nx dx + b_n \int_{-p}^p \sin nx dx \right) = pa_0 ,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{-p}^p f(x) \cos kx dx &= \int_{-p}^p \left[\frac{a_0}{2} \cos kx + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx \cos kx + b_n \sin nx \cos kx) \right] dx = \\ &= \frac{a_0}{2} \int_{-p}^p \cos kx dx + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \int_{-p}^p \cos nx \cos kx dx + b_n \int_{-p}^p \sin nx \cos kx dx \right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{-p}^p f(x) \sin kx dx &= \int_{-p}^p \left[\frac{a_0}{2} \sin kx + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx \sin kx + b_n \sin nx \sin kx) \right] dx = \\ &= \frac{a_0}{2} \int_{-p}^p \sin kx dx + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \int_{-p}^p \cos nx \sin kx dx + b_n \int_{-p}^p \sin nx \sin kx dx \right).\end{aligned}$$

Agar $n \neq k$ da

$$\begin{aligned}\int_{-p}^p \sin nx \sin kx dx &= \frac{1}{2} \int_{-p}^p [\cos(n-k)x - \cos(n+k)x] dx = \\ &= \left[\frac{\sin(n-k)x}{n-k} - \frac{\sin(n+k)x}{n+k} \right]_{-p}^p \frac{1}{2} = 0\end{aligned}$$

va

$$\int_{-p}^p \sin^2 nx dx = \frac{1}{2} \int_{-p}^p (1 - \cos 2nx) dx = p ,$$

shuningdek,

$$\int_{-p}^p \cos nx \cos kx dx = 0 (n \neq k), \int_{-p}^p \cos^2 nx dx = p, \int_{-p}^p \cos nx \sin kx dx = 0 (n, k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

bo'lishini e'tiborga olsak, u holda

$$\int_{-p}^p f(x) dx = pa_0 ,$$

$$\int_{-p}^p f(x) \cos kx dx = p a_k \quad (k=1,2,3,\dots)$$

$$\int_{-p}^p f(x) \sin kx dx = p b_k \quad (k=1,2,3,\dots)$$

ekanini topamiz. Bu tengliklardan esa

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) dx, \\ a_k &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos kx dx, \\ b_k &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin kx dx \quad (k=1,2,3,\dots) \end{aligned} \quad (1.2)$$

kelib chiqadi.

Demak, $f(x)$ funksiya trigonometrik qatorga yoyilgan bo'lsa va bu qator uchun yuqorida aytilgan shartlar bajarilsa, u holda bu trigonometrik qatorning koeffisientlari $f(x)$ funksiya orqali (1.2) formulalar bilan ifodalanadi, ya'ni $f(x)$ ning Furiye koeffisientlari bo'ladi.

Juft va toq funksiyalarning Furiye qatorlari.

Juft va toq funksiyalarning Furiye qatorlari birmuncha sodda ko'rinishga ega bo'ladi, ya'ni $f(x)$ funksiya $[-p, p]$ da berilgan juft funksiya bo'lsin. U shu $[-p, p]$ oraliqda integrallanuvchi bo'lsin. U holda $f(x)\cos nx$ juft funksiya, $f(x)\sin nx$ ($n=1,2,\dots$) esa toq funksiya bo'ladi va ular $[-p, p]$ da integrallanuvchi bo'ladi.

(1.2) formulalardan foydalanib, $f(x)$ funksiyaning Furiye koeffisientlarini topamiz:

$$a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx = \frac{1}{p} \left[\int_{-p}^0 f(x) \cos nx dx + \int_0^p f(x) \cos nx dx \right] =$$

$$= \frac{2}{p} \int_0^p f(x) \cos nx dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx = \frac{1}{p} \left[\int_{-p}^0 f(x) \sin nx dx + \int_0^p f(x) \sin nx dx \right] = \\ &= \frac{1}{p} \left[- \int_0^p f(x) \sin nx dx + \int_0^p f(x) \sin nx dx \right] = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \end{aligned}$$

Demak, juft $f(x)$ funksiyaning Furiye koeffisientlari

$$a_n = \frac{2}{p} \int_0^p f(x) \cos nx dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad b_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.6)$$

bo'lib, Furiye qatori esa

$$f(x) \sim T(f; x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \quad \text{bo'ladi.}$$

Endi $f(x)$ funksiya $[-p, p]$ da berilgan toq funksiya bo'lsin va u shu $[-p, p]$

oraligida integrallanuvchi bo'lsin. Bu holda $f(x) \cos nx$ toq funksiya, $f(x) \sin nx$

$(n = 1, 2, \dots)$ esa juft funksiya bo'ladi. (1.2) formulalardan foydalanib, $f(x)$

funksiyaning Furiye koeffisientlarini topamiz:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx = \frac{1}{p} \left[\int_{-p}^0 f(x) \cos nx dx + \int_0^p f(x) \cos nx dx \right] = \\ &= \frac{1}{p} \left[- \int_0^p f(x) \cos nx dx + \int_0^p f(x) \cos nx dx \right] = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \\ b_n &= \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx = \frac{1}{p} \left[\int_{-p}^0 f(x) \sin nx dx + \int_0^p f(x) \sin nx dx \right] = \\ &= \frac{2}{p} \int_0^p f(x) \sin nx dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \end{aligned}$$

Demak, toq $f(x)$ funksiyaning Furiye koeffisientlari

$$a_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

$$b_n = \frac{2}{p} \int_0^p f(x) \sin nx dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.7)$$

bo'lib, Furiye qatori esa

$$f(x) \sim T(f; x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

bo'ladi.

Misol. $f(x) = x^2$ ($-p \leq x \leq p$) funksiyaning Furiye qatori yozilsin. (1.6)

formulalardan foydalanib berilgan funksiyaning Furiye koeffisientlarini topamiz:

$$a_0 = \frac{2}{p} \int_0^p x^2 dx = \frac{2}{3} p^2,$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{p} \int_0^p x^2 \cos nx dx = \frac{2}{p} x^2 \frac{\sin nx}{n} \Big|_0^p - \frac{4}{np} \int_0^p x \sin nx dx = \\ &= -\frac{4}{np} \left[\left(-x \frac{\cos nx}{n} \right) \Big|_0^p + \int_0^p \cos nx dx \right] = (-1)^n \frac{4}{n^2} (n = 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

Bundan, $f(x) = x^2$ funksiyaning Furiye qatori ushbu

$$x^2 \sim \frac{p^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2} \cos nx = \frac{p^2}{3} - 4 \left(\cos x - \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} - \dots \right)$$

ko'rinishida bo'ladi.

$[-l, l]$ oraliqda berilgan funksiyaning Furiye qatori.

Biz yuqorida $[-p, p]$ oraliqda berilgan funksiya uchun uning Furiye qatori

tushunchasini kiritdik. Bunday tushunchani ixtiyoriy $[l, l]$ ($l > 0$) oraliqda berilgan funksiya uchun ham kiritish mumkin.

$f(x)$ funksiya $[l, l]$ ($l > 0$) da berilgan va shu oraliqda integrallanuvchi

bo'lsin.

$$t = \frac{p}{l} x \quad (1.8)$$

Almashtirish bajaramiz, bu almashtirish $[l, l]$ oraliqni $[-p, p]$ oraliqqa o'tkazadi.

Agar

$$f(x) = f\left(\frac{l}{p}t\right) = j(t)$$

deb olsak, u holda $j(t)$ funksiyani $[-p, p]$ da berilgan va shu oraliqda

integrallanuvchi bo'lishini ko'rish qiyin emas. Bu $j(t)$ funksiyaning Furiye qatori quyidagicha bo'ladi:

$$j(t) \sim T(j; t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt),$$

bu yerda

$$a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p j(t) \cos ntdt \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

$$b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p j(t) \sin ntdt \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Yuqoridagi (1.8) tenglikni e'tiborga olsak, u holda

$$j\left(\frac{p}{l}x\right) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos n\frac{p}{l}x + b_n \sin n\frac{p}{l}x \right)$$

bo'lib, uning koeffisientlari quyidagicha:

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l j\left(\frac{p}{l}x\right) \cos n\frac{p}{l}x dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l j\left(\frac{p}{l}x\right) \sin n\frac{p}{l}x dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

bo'ladi.

Natijada

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{np\pi x}{l} + b_n \sin \frac{np\pi x}{l} \right) \quad (1.9)$$

ga ega bo'lamiz, bu yerda

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{np\pi x}{l} dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \\ b_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{np\pi x}{l} dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \end{aligned} \quad (1.10)$$

(1.9) ning o'ng tomonidagi trigonometrik qatorni $[-l, l]$ da berilgan $f(x)$ ning Furiye qatori deyiladi, (1.10) Furiye koefitsientlari deyiladi.

Misol. Ushbu

$$f(x) = e^x \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

funksiyaning Furiye qatori yozilsin.

(1.10) formulalardan foydalanib berilgan funksiyaning Furiye koefitsientlarini topamiz (bunda $l=1$)

$$\begin{aligned} a_0 &= \int_{-1}^1 e^x dx = e - e^{-1}, \\ a_n &= \int_{-1}^1 e^x \cos np\pi x dx = \frac{np \sin np\pi x + \cos np\pi x}{1 + n^2 p^2} e^x \Big|_{-1}^{+1} = \\ &= \frac{1}{1 + n^2 p^2} (e \cos np - e^{-1} \cos np) = (-1)^n \frac{e - e^{-1}}{1 + n^2 p^2} \quad (n = 1, 2, \dots), \\ b_n &= \int_{-1}^1 e^x \sin np\pi x dx = \frac{\sin np\pi x - np \cos np\pi x}{1 + n^2 p^2} e^x \Big|_{-1}^{+1} = \\ &= \frac{1}{1 + n^2 p^2} (np \cos np + e^{-1} np \cos np) = \frac{np \cos np}{1 + n^2 p^2} (e^{-1} - e) = \\ &= \frac{np (-1)^n}{1 + n^2 p^2} (e^{-1} - e) = (-1)^{n+1} \frac{e - e^{-1}}{1 + n^2 p^2} np \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

Demak, $f(x) = e^x$ funksiyaning $(-1 \leq x \leq 1)$ Furiye qatori ushbu

$$e^x \sim \frac{e - e^{-1}}{2} + (e - e^{-1}) \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{1 + n^2 p^2} \cos np x + \frac{(-1)^{n+1}}{1 + n^2 p^2} p n \sin np x \right]$$

ko'rinishda bo'ladi.

2.2 Furiye integrali to'g'risida ma'lumotlar.

$(-l, l)$ kesmada aniqlangan $f(x)$ funksiya Dirixle teoremasi shartlarini

qanoatlantirsa, u holda

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{np x}{l} + b_n \sin \frac{np x}{l} \right) \quad (2.1)$$

ko'rinishdagi Fur'e qatori vositasida har tomonlama o'rganish mumkinligini

ko'rgan edik. (2.1) qator koeffitsientlari

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{np x}{l}$$

va

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{np x}{l}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

formular bilan hisoblanadi. Dirixle teoremasiga asosan (2.1) qatorning

yig'indisi $(-l, l)$ ga tegishli istalgan x uchun ushbu

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{np x}{l} + b_n \sin \frac{np x}{l} \right) = \frac{f(x+0) + f(x-0)}{2} \quad (2.3)$$

tenglikni qanoatlantiradi.

Soddalik uchun dastavval $f(x)$ ni $(-l, l)$ da Dirixle teoremasi shartlarini

qanoatlantiruvchi uzluksiz funksiya deb faraz qilamiz. U holda (2.3) tenglikning

o'ng tomoni istalgan $-l < x < l$ uchun $f(x)$ ga teng bo'ladi, ya'ni istalganda katta chekli $(-l, l)$ dagi o'zgarish qonuniyatini uning mos Furiye qatori vositasida to'liq o'rgana olamiz. Ammo l chekli ortga borib, ∞ ga intilsa ($l \rightarrow \infty$ da), masala ancha murakkablashadi va ushbu

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

Furiye qatori $(-l, l)$ dagi xosmas **Furiye integrali** deb ataluvchi integraldan iborat bo'ladi.

Darhaqiqat, agar (2.1) da a_n, b_n koeffisientlar o'rniga ularning (2.2) dagi ifodalarini qo'ysak, istalgan $x \in (-l, l)$ uchun

$$f(x) = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) dx + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{k(x-x)}{l} dx \quad (2.4)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Agar $f(x)$ funksiya $(-\infty, +\infty)$ da absolyut integrallanuvchi, ya'ni

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx = a < \infty \quad (2.5)$$

bo'lsa, u holda $l \rightarrow \infty$ da

$$f(x) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{kp}{l} (x-x) dx, \quad (2.6)$$

bunda $\frac{kp}{l} = t_k, \quad k = 1, 2, \dots$ desak, $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k = \frac{p}{l}$ bo'lib, istalgan k uchun

$\lim_{l \rightarrow \infty} \Delta t_k = 0$ bo'ladi va ushbu

$$f(x) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\int_{-l}^l f(x) \cos t_k (x-x) dx \right] \Delta t_k \quad (2.7)$$

tenglikni hosil qilamiz. Agar (2.7) da

$$\int_{-l}^l f(x) \cos t(x-x) dx = F(t, x)$$

deb olsak, (2.7) tenglikning o'ng tomonidagi limit belgisi ostidagi cheksiz yig'indisi $F(t, x)$ ning t ga nisbatan Riman integral yig'indisi bo'ladi.

Shuning uchun l ning juda katta qiymatlarida so'nggi tenglikning chap tomonidagi integral absolyut yaqinlashuvchi bo'lganidan foydalanib uni ushbu

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos t(x-x) dx$$

integral bilan almashtirsak, u holda

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos t_k(x-x) dx \right] \Delta t_k = \sum_{k=1}^{\infty} F(t, x) \Delta t_k$$

bo'ladi, $\Delta t_k \rightarrow 0$ dagi limitini ushbu

$$\int_0^{\infty} F(x, t) dt = \int_0^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos t(x-x) dx \right] dt$$

integral uchun Riman ma'nosidagi xosmas integral deb olamiz, u holda

$$f(x) = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos t(x-x) dx dt \quad (2.8)$$

tenglikni hosil qilamiz. Bu tenglikning o'ng tomonidagi integral Furiye integrali bo'lib, (2.8) esa $f(x)$ ning *Furiye integrali vositasidagi ifodasi* deyiladi.

Juft funksiyaning Furiye integrali.

Agar $f(x)$ funksiya $(-\infty, +\infty)$ da juft bo'lsa, u holda istalgan h uchun

$$a(h) = \frac{2}{p} \int_0^{\infty} f(x) \cosh x dx, \\ b(h) = 0 \quad (2.9)$$

bo'ladi. Bundan istalgan $x \in (-\infty, +\infty)$ uchun

$$\int_0^{\infty} a(h) \cosh x dh = \frac{f(x+0) + f(x-0)}{2} \quad (2.10)$$

bo'ladi. Agar x nuqta $f(x)$ ning uzluksizlik nuqtasi bo'lsa, u holda ushbu

$$f(x) = \int_0^{\infty} a(h) \cosh x dh \quad (2.11)$$

formulaga ega bo'lamiz.

M i s o l. Ushbu $f(x) = e^{-a|x|}$ funksiyaning Furiye integrali topilsin.

Bu funksiya juft bo'lgani uchun (2.9) ga asosan

$$a(h) = \frac{2}{p} \int_0^{\infty} e^{-ax} \cosh x dx$$

bo'ladi. Ushbu

$$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos bx + b \sin bx).$$

Formulaga ko'ra

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cosh x dx = \frac{e^{-ax}}{a^2 + h^2} (h \sin hx - a \cosh x) \Big|_0^{\infty} = \frac{a}{p(a^2 + h^2)}$$

va

$$b(h) = 0$$

bo'lib,

$$f(x) = \frac{2}{p} \int_0^{\infty} \frac{\cos xh}{a^2 + h^2} dh$$

integral hosil bo'ladi.

Toq funksiyaning Furiye integrali.

Agar $f(x)$ funksiya $(-\infty, +\infty)$ da toq funksiya bo'lsa, u holda istalgan x

uchun

$$a(h) = 0,$$

$$b(h) = \frac{2}{p} \int_0^{\infty} f(x) \sin xh dx \quad (2.12)$$

bo'ladi.

$a(h)$ va $b(h)$ larning qiymatlari ixtiyoriy $x \in (-\infty, +\infty)$ uchun

$$\int_0^{\infty} b(h) \sin xh dh = \frac{f(x+0) + f(x-0)}{2} \quad (2.13)$$

formula hosil bo'ladi. Bundan $f(x)$ ning uzluksizlik nuqtalari uchun

$$f(x) = \int_0^{\infty} b(h) \sin hx dh \quad (2.14)$$

munosabat kelib chiqadi.

M i s o l. Ushbu

$$f(x) = \begin{cases} |x| \leq l & \text{da } x, \\ |x| > l & \text{da } 0 \end{cases}$$

funksiyaning Furiye integrali yozilsin.

Y e c h i l i s h i. Bu funksiya toq bo'lgani uchun

$$\begin{aligned} b(h) &= \frac{2}{p} \int_0^l x \sin hx dx = \frac{2}{p} \left[-\frac{x \cosh x}{h} \Big|_0^l + \frac{1}{h} \int_0^l \cosh x dx \right] = \\ &= \frac{2}{p} \frac{\sin lh - lh \cos lh}{h^2}. \end{aligned}$$

Endi $b(h)$ ni (2.14) ga qo'ysak, istalgan x uchun

$$f(x) = \frac{2}{p} \int_0^{\infty} \frac{\sin lh - lh \cos lh}{h^2} \sin xh dh$$

bo'ladi.

2.3 Tor tebranish tenglamasi.

Asosiy tenglamalarni keltirib chiqarishdan avval matematik analizdan ma'lum bo'lgan E^n fazoda soha bo'yicha olingan n o'lchovli integralni sohaning chegarasi bo'yicha olingan $(n-1)$ o'lchovli integral bilan almashtirish imkonini beradigan Gauss –Ostrogradskiy formulasini eslatib o'tamiz.

$P_i(x) = P_i(x_1, \dots, x_n)$ funksiyalar bo'laklari silliq S sirt bilan chegaralangan $\Omega \cup S$ yopiq sohada uzluksiz bo'lib, ularning birinchi tartibli hosilalari Ω da uzluksiz bo'lsin. Quyidagi Gauss-Ostrogradskiy formulasi o'rinlidir:

$$\int_{\Omega} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial x_i} d\Omega = \int_S \sum_{i=1}^n P_i(x) \cos(v_i, x_i) dS$$

Bu yerda $v_i = \cos(v, x_i)$ lar S sirtga o'tkazilgan tashqi $v = (v_1, \dots, v_n)$ normalning yo'naltiruvchi kosinuslari. Agar $P_i(x)$ funksiyalarni biror P vektorning komponentlari deb hisoblab, uning tashqi normaldagi proyeksiyasini P_v orqali belgilab olsak, u holda

$$P_v = \sum_{i=1}^n P_i(x) \cos(v, x_i)$$

bo'ladi.

$$\operatorname{div} P = \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial x_i}$$

ni e'tiborga olsak, Gauss-Ostrogradskiy formulasi

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} P d\Omega = \int_S P_v dS$$

ko'rinishda yoziladi. Agar normal ichki bo'lsa, sirt bo'yicha integral oldida ”-“ ishora bo'ladi.

Mehanikaning (tor, sterjen, membrama, uch o'lchovli hajmlarning tebranishlari), fizikaning (elektromagnit tebranishlar) ko'p masalalari

$$p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \text{div}(p \text{grad} u) - qu + F(x, t) \quad (3.1)$$

ko'rinishdagi tebranish tenglamalariga olib kelinadi. Bundagi $u(x, t)$ noma'lum funksiya n ta fazoviy koordinatalariga hamda t vaqtga bo'g'liqdir. r, p, q koefitsientlar tebranish sodir bo'layotgan muhitning hossalari bilan aniqlanadi, ozod had $F(x, t)$ esa tashqi ta'sirning (ya'ni ta'sir qilayotgan tashqi kuchlarning) intensivligini ifodalaydi. (3.1) tenglamada ishtirok etayotgan div va grad operatorlar ta'rifga asosan

$$\text{div}(p \text{grad} u) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p \frac{\partial u}{\partial x_i} \right).$$

(3.1) tenglamaning keltirib chiqarilishini tor tebranishining misolida ko'rsatamiz. Tor deganda erkin egiladigan ingichka ip tushiniladi, boshqacha aytganda tor shunday qattiq jismki, uning uzunligi boshqa o'lchovlaridan anchagina ortiq bo'ladi. Torga ta'sir qilib turgan taranglik kuchi yetarli katta deb faraz qilamiz. Shu sababli torning egilgandagina qarshiligini tarangligiga nisbatan hisobga olmasa ham bo'ladi. Ikki nuqta orasida tarang qilib tortilgan torni tekshiramiz. Aniqlik uchun bu Ox o'qida joylashgan bo'lsin. Biz torning tekis ko'ndalang tebranishini tekshiramiz, ya'ni bu shunday tebranishki, tor hamma vaqt bir tekislikda yotadi va torning har bir nuqtasi Ox o'qqa perpendikulyar bo'yicha siljiydi. Bu degan so'z, muvozanat vaqtida x absissaga ega bo'lgan torning nuqtasi tebranish jarayonida ham shu absissaga ega bo'ladi.

Bu nuqtaning ordinatasi u vaqt o'tishi bilan o'zgaradi, ya'ni u torning

muozanat holatidan siljishidan iborat. Tor tebranishining matematik qonunini topish uchun u ning t vaqtga va x ga qanday bo'g'liqligini, ya'ni

$u = u(x, t)$ funksiyani topish kerak. Biz torning faqat kichik tebranishlarini

tekshiramiz, ya'ni $u(x, t)$ va $\frac{\partial u}{\partial x}$ ga nisbatan yuqori tartibli kichiklikdagi

$(u^2, (\frac{\partial u}{\partial x})^2, \dots)$ miqdorlarni hisobga olmaymiz.

Tor egilishga qarshilik ko'rsatmaganligi tufayli, uning t vaqtga x nuqtadagi tarangligi $T(x, t)$ x nuqtada torga o'tkazilgan urinma bo'yicha yo'nalgan bo'ladi.

Torning ixtiyoriy (x_1, x_2) qismini olamiz. Bu qism tebranish davrida

$M_1 M_2$ shaklga keladi. Buning t vaqtdagi yoy uzunligi

$$l = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} dx \approx x_2 - x_1,$$

ya'ni, kichik tebranishlarda tor qismlarining uzunligini cho'zilmaydi va

qisqarmaydi. Demak, Guk qonuniga asosan taranglik miqdori $|T(x, t)|$ x , t ga

bog'liq bo'lmagan o'zgarmas bo'lib qoladi, ya'ni $|T(x, t) = T_0|$.

Tor tebranishining tenglamasini chiqarish uchun Dalanber prinsipidan foydalanamiz.

Bunga asosan, torning ajratilgan qismiga ta'sir qiluvchi barcha kuchlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi kerak. Birlik uzunlikda hisoblangan va torga Ou

o'qqa parallel ta'sir qiladigan tashqi kuch $p(x, t)$ bo'lsin.

$M_1 M_2$ qismga ta'sir qiladigan kuch

$$\int_{x_1}^{x_2} p(x, t) dx$$

ga teng bo'ladi.

x_2 nuqtadagi taranglikning Ou dagi proeksiyasi $T_0 \sin a(x_2)$ ga x_1 nuqtadagi esa $-T_0 \sin a(x_1)$ ga teng bo'ladi. Ushbu

$$\sin a(x) = \frac{\operatorname{tg} a(x)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a(x)}} = \frac{u_x}{\sqrt{1 + u^2 x}} \approx u_x$$

formulaga asosan

$$\begin{aligned} & T_0 \sin a(x_2) - T_0 \sin a(x_1) = \\ & = T_0 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=x_2} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=x_1} \right] = T_0 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \end{aligned}$$

tenglikka ega bo'lamiz. Torning chiziqli zichligi, ya'ni tor kichkina bo'lagi massasining uning uzunligiga bo'lgan nisbatining limiti, $r(x)$ bo'lsin.

M nuqta tezligi $\frac{\partial u}{\partial t}$, tezlanishi $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ bo'lgani uchun $M_1 M_2$ bo'lakning inertsia kuchi

$$\int_{x_1}^{x_2} r(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

ga teng bo'ladi. Dalamber prinsipiga asosan

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[T_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + p(x, t) - r(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] dx = 0$$

tenglikka ega bo'lamiz. x_1, x_2 lar ixtiyoriy bo'lgani uchun

$$T_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + p(x, t) - r(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

Bu esa tor kichik ko'ndalang tebranishlarining tenglamasidir.

Agar chiziqlik $r(x)$ o'zgarmas bo'lsa, $r(x) = r$, torning tebranish tenglamasi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t) \quad (3.3)$$

ko'rinishda yoziladi, bunda $a^2 = \frac{T_0}{r}$, $f(x, t) = \frac{p(x, t)}{r}$. (13) tenglama odatda *bir o'lchovli to'lqin tenglamasi* ham deyiladi. Torga ta'sir qilayotgan tashqi kuch $r(x, t) = 0$ bo'lsa torning erkin tebranish tenglamasi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.4)$$

kelib chiqadi.

(3.1) ko'rinishdagi

$$rS \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(ES \frac{\partial u}{\partial x} \right) + F(x, t)$$

tenglama egiluvchan sterjenning kichik bo'lmasa tebranishlarini ham ifodalamaydi, bunda $S(x)$ –sterjen ko'ndalang kesimining yuzi, $E(x)$ -x nuqtadagi Yung moduli.

Xuddi tor tebranish tenglamasiga o'xshash membrananing kichik ko'ndalang tebranishlarining tenglamasi keltirib chiqariladi:

$$r \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) + p(x_1, x_2, t).$$

Agar $r = \text{const}$ bo'lsa, membrana tebranish tenglamasi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) + F(x_1, x_2, t), a^2 = \frac{T_0}{r}, F = \frac{p}{r} \quad (3.5)$$

Ikki o'lchovli to'lqin tenglamasi deyiladi. *Uch o'lchovli to'lqin tenglamasi*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} \right) + F(x_1, x_2, x_3, t) \quad (3.6)$$

Bir jinsli muhidda tovush tarqalishi va elektr o'tkazmaydigan bir jinsli muhitda elektromagnit to'lqinlari tarqalishini ifodalaydi. (3.6) tenglamani gazning zichligi, bosimi, tezliklarning potentsiali hamda elektr va magnit maydonlari kuchlanishlarining tashkil etuvchilari qanoatlantiradi.

$$(3.4), (3.5), (3.6) \text{ tenglamalar qisqacha } \Delta u = F \quad (3.7)$$

ko'rinishda yoziladi, bunda Δ -to'lqin operatori(Dalamber operatori):

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \Delta \quad (\Delta_1 = \Delta_2),$$

Δ –Laplas operatori

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$$

Tor yoki sterjen tebranish jarayoning fizik ma'nosidan shu narsa kelib chiqadiki, bu jarayonni bir qiymatli ifodalash uchun qo'shimcha u siljish va u_t tezlikning boshlang'ich vaqttdagi qiymaylarini (boshlang'ich shartlar) berish zarur:

$$u|_{t=0} = j(x), \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = j_1(x).$$

bundan tashqari torning chetga nuqtalardagi holatini ham ko'rsatish kerak.

Torning tekshirilayotgan $0 \leq x \leq l$ qismining ikki cheti mustahkamlangan bo'lsa, izlanayotgan yechim:

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0$$

shartlarni qanoatlantiradi. Agar torning yoki sterjenning chetlari

mustahkamlanmay, biror qonun bo'yicha harakatlanayotgan bo'lsa,

$$u|_{x=0} = f_1(t) \quad , \quad u|_{x=l} = f_2(t)$$

shartlarni berilgan bo'lsin.

Agar torning l chetiga berilgan $y(t)$ kuch ta'sir qilayotgan bo'lsa, u holda

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = \frac{y(t)}{T_0} \quad .$$

Haqiqatdan ham, bu holda

$$T_0 \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} \approx T_0 \sin a|_{x=l} = y(t) \quad .$$

Agar sterjenning ikki yoki bir cheti masalan $x=l$ elastik mustahkamlangan bo'lib, a – mustahkamlanganlik qattiqligi koeffisienti bo'lsa, Guk qonuniga asosan

$$\left(E \frac{\partial u}{\partial x} + au \right)_{x=l} = 0$$

bo'ladi, ya'ni $x=l$ chet siljishi mumkin, ammo mustahkamlanganlikning elaslik kuchlari bu chetda taranglik paydo bo'lishga sabab bo'ladi, bu esa siljigan chetni oldingi holatiga keltirishga intiladi.

2.4 Furiye integralini tor tebranishida

qo'llanilishi.

Asosiy aralash masalani tor tebranish tenglamasi uchun yechish.

Ma'lumki, bu masala

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4.1)$$

tenglamaning

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0 \quad (4.2)$$

chegaraviy shartlarni, hamda

$$u|_{t=0} = j_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = j_1(x) \quad (4.3)$$

bo'shlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topishdan iborat bo'ladi. Biz (4.1) tenglamaning aynan nolga teng bo'lmagan va (4.2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini

$$u(x, t) = X(x)T(t) \quad (4.4)$$

ko'rinishda izlaymiz. Biz bu yerda $X(x)$ ni faqat x ga, $T(t)$ ni esa faqat t ga bo'g'liq deb hisoblaymiz. (4.4) ning o'ng tomonini (4.1) tenglamadagi $u(x, t)$ ning o'rniga olib borib qo'yamiz:

$$XT'' = a^2 X''T \text{ yoki } \frac{T''}{a^2 T} = \frac{X''}{X} \quad (4.5)$$

Oxirgi tenglikning chap tomoni x ga, o'ng tomoni t ga bo'g'liq emas.

Demak, $\frac{T''}{a^2 T}$ yoki $\frac{X''}{X}$ miqdorlarning har biri x ga ham, t ga ham bo'g'liq emas, ya'ni ular o'zgarmas. Bu o'zgarmasni- l orqali belgilab olamiz. U holda, (4.5) ga asosan

$$T''(t) + a^2 l T(t) = 0, \quad (4.6)$$

$$X''(x) + l X(x) = 0. \quad (4.7)$$

Shunday qilib, (4.5) tenglama ikkita tenglamaga ajraldi, bulardan biri faqat x ga bog'liq funktsiyani, ikkinchisi esa faqat t ga bog'liq funktsiyani o'z ichiga oldi.

(4.4) ko'rinishidagi (4.2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi aynan nolga teng bo'lmagan $u(x,t)$ yechimni topish uchun (4.7) tenglamaning

$$X(0)=X(l)=0 \quad (4.8)$$

Chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi aynan nolga teng bo'lmagan yechimini topish kerak.

Demak, l parametrning shunday qiymatlarini topish kerakki, bu qiymatlarda (4.7) tenglama (4.8) shartlarni qanoatlantiruvchi noldan farqli yechimga ega bo'lsin. Bu masala odatda spektr masalasi yoki Shturm – Liuvill masalasi

deyiladi.

l ning bunday qiymatlari (4.7), (4.8) masalaning *xos qiymatlari (sonlari)*, bu qiymatlarga mos yechimlar esa *hos funksiyalari* deyiladi.

(4.7) tenglamaning umumiy yechimi $l < 0$, $l = 0$ yoki $l > 0$ bo'lishiga qarab turli ko'rinishga ega bo'ladi.

Shuning uchun ham bu uchta holni alohida – alohida tekshiramiz.

1) $l < 0$ bo'lgan hol. Bu holda (4.7) tenglamaning umumiy yechimi

$$X(x) = C_1 e^{-\sqrt{-l}x} + C_2 e^{\sqrt{-l}x}$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Bunda C_1 va C_2 -ixtiyoriy o'zgarmaslar.

(4.8) chergaraviy shartlarga asosan

$$C_1 + C_2 = 0, \quad C_1 e^{\sqrt{-l}} + C_2 e^{\sqrt{-l}} = 0.$$

Bu sistemaning determinanti noldan farqli bo'lgani uchun $C_1 + C_2 = 0$. demak $X(x) \equiv 0$.

2) $l = 0$ bo'lgan hol. Bu holda (4.7) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$X(x) = C_1 + C_2 x.$$

(4.8) chegaraviy shartlarni qanoatlantirib, $C_1 = 0, C_1 + C_2 l = 0$ tengliklarni hosil qilamiz. Bundan $C_1 = 0, C_2 = 0$, demak, $X(x) \equiv 0$

3) $l > 0$ bo'lgan hol. Bu holda (4.7) tenglamaning umumiy yechimi

$$X(x) = C_1 \cos \sqrt{l} x + C_2 \sin \sqrt{l} x \quad (4.9)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. (4.8) chegaraviy shartlarga binoan

$$C_1 = 0, \quad C_2 \sin \sqrt{l} l = 0$$

Biz $C_2 \neq 0$ deb hisoblaymiz, aks holda $X(x) \equiv 0$ bo'lib qoladi. Demak

$$\sin \sqrt{l} l = 0$$

bo'lgan holda va faqat shu holdagina, ya'ni $\sqrt{l} l = pn$ yoki $l = \frac{p^2 n^2}{l^2}$ bo'lganda ,

bu yerda n - butun son, (4.7), (4.8) masala (4.9) ko'rinishdagi aynan noldan farqli yechimga ega bo'ladi. $\sin nx$ va $\sin(-n)x = -\sin nx$ funksiyalar chiziqli bog'liq bo'lgani uchun n ning $1, 2, 3, \dots$ natural qiymatlari bilan chegaralangan.

Demak, biz quyidagi hulosaga keldik: $l_n = \frac{p^2 n^2}{l^2}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ sonlar (4.7),

(4.8) masalaning hos qiymatlaridir, $C_n \sin \frac{pn}{l} x$ funksiyalar esa, ularga mos hos

fuksiyalardir, C_n – noldan farqli ixtiyoriy haqiqiy o'zgarmaslar.

Biz quyidagi $C_n = 1$, $n = 1, 2, \dots$ deb hisoblaymiz . $l = l_n$ bo'lganda (4.6)

tenglamaning umumiy yechimi

$$T_n(t) = a_n \cos \frac{np\alpha t}{l} + b_n \sin \frac{np\alpha t}{l}$$

ko'rinishga ega bo'ladi, bunda a_n, b_n - ixtiyoriy o'zgarmaslar. Demak, (4.1),

(4.2) bir jinsli masala cheksiz ko'p chiziqli bog'liq bo'lmagan

$$u_n(x, t) = X(x)T_n(t) = \left(a_n \cos \frac{np\pi x}{l} + b_n \sin \frac{np\pi x}{l} \right) \sin \frac{np\pi t}{l} \quad (4.10)$$

yechimlarga ega bo'ladi. (4.1) tenglama chiziqli va bir jinsli bo'lganligi uchun, (4.10) yechimlarning cheksiz yig'indisi ham yechim bo'ladi.

Endi (4.1), (4.2), (4.3) masalani yechimi

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{np\pi x}{l} + b_n \sin \frac{np\pi x}{l} \right) \sin \frac{np\pi t}{l} \quad (4.11)$$

qator ko'rinishida izlaymiz. Agar bu qator tekis yaqinlashuvchi bo'lib, uni x va t bo'yicha ikki marta hadlab differensiallash mumkin bo'lsa, qatorning yig'indisi ham (4.1) tenglamani qanoatlantiradi. (4.11) qatorning har bir hadi (4.2) chegaraviy shartlarni qanoatlantirgani uchun yig'indisi $u(x, t)$ funksiya ham bu shartni qanoatlantiradi.

(4.11) qatorning a_n va b_n koefitsientlarini shunday aniqlashimiz kerakki, qatorning yig'indisi $u(x, t)$ funksiya (4.3) boshlang'ich shartlarni ham qanoatlantirsin.

(4.11) qatorni t bo'yicha differensiallaymiz:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{np\pi}{l} \left(-a_n \sin \frac{np\pi x}{l} + b_n \cos \frac{np\pi x}{l} \right) \sin \frac{np\pi t}{l}. \quad (4.12)$$

(4.11) va (4.12) da $t=0$ deb, (4.3) boshlang'ich shartlarga asosan ushbu

$$j_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{np\pi x}{l} b_n \sin \frac{np\pi x}{l} \quad (4.13)$$

tengliklarni hosil qilamiz. (4.13) formulalar berilgan $j_0(x), j_1(x)$ funksiyalarning $0 \leq x \leq l$ oraliqda sinuslar bo'yicha yoyilgan Fur'e qatoridan iboratdir. (4.13) yoyilmalar koeffisientlari

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l j_0(x) \sin \frac{np\pi x}{l} dx, \\ b_n = \frac{2}{npa} \int_0^l j_1(x) \sin \frac{np\pi x}{l} dx \quad (4.14)$$

formulalar bilan aniqlanadi.

Quyidagi teoremani keltiramiz.

T e o r e m a: Agar $j_0(x)$ funksiya $[0, l]$ segmentda ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi bo'lib, uchinchi tartibli bo'lak-bo'lak uzluksiz xosilaga ega bo'lsa, $j_1(x)$ esa uzluksiz differensiallanuvchi bo'lib, ikkinchi tartibli bo'lak-bo'lak uzluksiz hosilaga ega bo'lsa, hamda

$$j_0(0) = j_0(l) = 0, j_1(0) = j_1(l) = 0, j_0''(0) = j_0''(l) = 0 \quad (4.15)$$

Muvofiqlashtirish shartlari bajarilsa, u holda (4.11) qator bilan aniqlangan $u(x, t)$ funksiya ikkinchi tartibli uzluksiz hosilalarga ega bo'lib, (4.1) tenglamani, (4.2) chegaraviy va (4.3) boshlang'ich shartlarni qanoatlantiradi. Shu bilan birga (4.11) qatorni x va t bo'yicha ikki marta hadlab differensiallash mumkin bo'lib, hosil bo'lgan qatorlar ixtiyoriy t da $0 \leq x \leq l$ oraliqda absolut va tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

Isbot: Avvalo (4.15) muvofiqlashtirish shartlari qanday kelib chiqishiga

to'xtalib o'tamiz. (4.15) ning birinchi ikkita sharti $u(x,t)$ funksiyaning $x=0, t=0$ va $x=l, t=0$ nuqtalarda uzluksizligidan (4.2) va (4.3) shartlarga asosan kelib chiqadi.

(4.15) ning ikkinchi ikkita sharti esa xuddi shu nuqtalarda $\frac{\partial u}{\partial t}$ hosilaning uzluksizligidan hosil bo'ladi. Uchinchi juft shartni esa quyidagicha chiqarish mumkin. (4.1) tenglamada $t=0$ deb,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=0} - a^2 j_0^n(x) = 0$$

tenglikni hosil qilamiz. (4.2) shartlarni differensiallab,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = 0$$

tengliklarga ega bo'lamiz. Bu yerda $t=0$ deb oldingi tenglikda $x=0$ va $x=l$ desak, (4.15) ning uchinchi sharti kelib chiqadi.

(4.14) formulalardagi integrallarni bo'laklab integrallaymiz. (4.15) shartlarga asosan, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$a_n = -\frac{2l^2}{(pn)^3} \int_0^l j_0'''(x) \cos \frac{np x}{l} dx,$$

$$b_n = -\frac{2l^2}{a(pn)^3} \int_0^l j_1''(x) \sin \frac{np x}{l} dx.$$

Ushbu

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l j_0'''(x) \cos \frac{np x}{l} dx,$$

$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l \frac{j_1''(x)}{a} \sin \frac{np x}{l} dx$$

belgilarni kiritamiz. U holda

$$a_n = -\left(\frac{1}{p}\right)^3 \frac{a_n}{n^3}, \quad (4.16)$$

$$b_n = -\left(\frac{1}{p}\right)^3 \frac{b_n}{n^3}.$$

a_n va b_n miqdorlar $j_0'''(x)$ va $\frac{j_1'''(x)}{a}$ funksiyalarning Furiy koeffisientlaridan iboratdir. Trigonometrik qatorlar nazariyasidan ma'lumki,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|b_n|}{n}$$

qatorlar yaqinlashuvchi bo'ladi. (4.16) ni (4.11) qatorga olib borib qo'yamiz:

$$u(x,t) = -\left(\frac{1}{p}\right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \left(a_n \cos \frac{np\pi x}{l} + b_n \sin \frac{np\pi x}{l} \right) \sin \frac{np\pi t}{l}.$$

Bu qatorlar va uni ikki marta hadlab differensiallash natijasida hosil bo'lgan qatorlar uchun ushbu

$$C \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n| + |b_n|}{n^3}, \quad C_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n| + |b_n|}{n^2}, \quad C_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n| + |b_n|}{n},$$

C_1, C_2, C_3 - o'zgarmaslar, yaqinlashuvchi qatorlar majaranda qatorlar ro'lini o'ynaydi. Demak, (4.11) qator va uni ikki marta differensiallash natijasida hosil bo'lgan qatorlar absolyut va tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

Bundan (4.11) qatorning yig'indisi $u(x,t)$ funksiya o'zining birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari bilan birga uzlaksiz ekanligi kelib chiqadi. Shu bilan teorema isbot bo'ldi.

Agar

$$a_n = A_n \sin j_n, \quad b_n = A_n \cos j_n$$

desak, u holda asosiy masalamizning yechimi (4.11) ni

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{np\pi x}{l} \sin \left(\frac{np\pi at}{l} + j_n \right)$$

ko'rinishda izlash mumkin. Bu qatorning har bir hadi *turg'un to'lqin* deb ataladi.

Bunda torning har bir nuqtasi bir xil j_n fazoli, $A_n \sin \frac{np\pi x}{l}$ amplitudasi va $\omega_n = \frac{np\pi a}{l}$

chastotali garmonik tebranish harakatini bajaradi.

Ma'lumki, (4.1), (4.2), (4.3) masalaning yechimini berilgan $j_0(x)$ va $j_1(x)$ funksiyalarni $(0, l)$ oraliqdan tashqariga $2l$ davr bilan toq funksiya yoyilmasidan Dalamber formulasi bilan ifodalash mumkin, ya'ni

$$u(x, t) = \frac{1}{2} [\Phi(x - at) + \Phi(x + at)] + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} y(s) ds \quad (4.17)$$

bu yerda Φ va y funksiyalar boshlang'ich $j_0(x)$ va $j_1(x)$ funksiyalarning $(0; l)$ oraliqdan tashqariga davomidan iboratdir. Φ va y funksiyalar $2l$ davrli bo'lgani uchun ushbu

$$\Phi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{np\pi x}{l}, \quad y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{np\pi x}{l}$$

qatorlar bilan ifodalash mumkin. Bu qatorlarni (4.17) formulaga qo'yib, sinus va kosinuslarning yig'indisi va ayirmasi uchun formulalardan foydalansak, quyidagi

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos \frac{np\pi at}{l} + \frac{l}{npa} B_n \sin \frac{np\pi at}{l} \right) \sin \frac{np\pi x}{l} \quad (4.18)$$

qatorni hosil qilamiz. Boshlang'ich shartlar bajarilishi uchun

$$a_n = A_n, b_n = \frac{1}{npa} B_n$$

bo'lishini e'tiborga olsak, (4.18) qator (4.11) qator bilan ustma-ust tushadi.

Asosiy aralash masala yechimining yagonaligi.

(4.1), (4.2) va (4.3) *aralash masala bittadan ortiq yechimga ega bo'lmaydi*. Bu fikrning to'g'riligiga ishonch hosil qilish uchun $j_0(x) \equiv j_1(x) \equiv 0, \quad 0 \leq x \leq l$ bo'lganda (4.1), (4.2), (4.3) masalaning faqat trivial, ya'ni aynan nolga teng yechimga ega bo'lishini ko'rsatish kifoyadir. To'liq tenglamasi uchun Koshi masalasi yechimini yagonaligidan (4.1), tenglama uchun bir jinsli

$$u(x,0) = 0, \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$$

Koshi masalasini yechim uchlari $A(0,0)$, $B(l,0)$, $C\left(\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right)$ nuqtalarda bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakda aynan nolga teng bo'ladi.

Endi, (4.1) tenglamaning AC va AD , bunda $D=D(0, \frac{l}{2})$, kesmalarda nolga teng bo'lgan yechimining barcha ACD uchburchakda nolga teng bo'ladi.

(4.1) tenglamani $\frac{\partial u}{\partial t}$ ga ko'paytiramiz, u holda

$$\frac{\partial u}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - a^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} a^2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 = 0$$

bo'ladi. Ixtiyoriy tayin $t, 0 < t < \frac{1}{2}$ ni olib, $AC_t D_t$, bunda $C_t = C_t(t, t)$, $D_t = D_t(0, t)$

uchburchakni hosil qilamiz. Bu uchburchak bo'yicha avvalgi ayniyatni integrallab, Gauss-Ostrogradiskiy formulasini qo'llaymiz. U holda

$$\int_{AC_t + C_t D_t + D_t A} 2a^2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial t} dt + a^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx = 0$$

bo'ladi. Bundan AC_t va DA_t kesmalarda $u=0$ bo'lgani uchun

$$\int_{C_t D_t} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + a^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] dx = 0$$

tenglik kelib chiqadi, ya'ni $D_t C_t$ kesmada $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0$. D_t va C_t nuqtalarda $u=0$ bo'lgani uchun, $D_t C_t$ kesmada $u=0$. $D_t C_t$ kesma ACD uchburchakda ixtiyoriy kesma bo'lgani uchun, darhol barcha ACD uchburchakda $u(x,t)=0$ ekanligi hosil bo'ladi.

Xuddi shunga o'xshash BCD_1 uchburchakda, bunda $D_1 = D_1(l, \frac{l}{2})$, $u(x,t)=0$ ekanligi isbotlandi.

$$u(x,t) \text{ funksiya } t = \frac{l}{2}, 0 \leq x \leq l \text{ da bir jinsli } u(x,t) = \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantirgani uchun, yuqoridagi mulohazalarni ketma-ket qo'llab, barcha $0 \leq x \leq l, t \geq 0$ da $u(x,t)=0$ ekanligiga ishonch hosil qilami.

Bir jinsli bo'lmagan tor tenglamasi.

Bir jinsli, chetlari mustahkamlangan torning tashqi kuch ta'siridagi majburiy tebranishlarini tekshiramiz. Bu masala ushbu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t) \quad (4.19)$$

tenglamaning

$$u|_{x=0} = 0 \quad u|_{x=l} = 0 \quad (4.20)$$

chegaraviy va

$$u|_{t=0} = j_0(x) \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = j_1(x) \quad (4.21)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topishdan iboratdir. Bu masalaning yechimini

$$u(x,t) = v(x,t) + w(x,t)$$

ko'rinishda izlaymiz, bu yerda $v(x,t)$ (4.19) tenglamaning (4.20) chegaraviy va

$$v \Big|_{t=0} = 0, \frac{\partial v}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (4.22)$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi, w esa

$$\frac{\partial W}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad (4.23)$$

bir jinsli tenglamaning (4.20) va (4.21) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimidir.

(4.19), (4.20), (4.21) masalaning yechimini quyidagi qator ko'rinishida izlaymiz:

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{np\pi x}{l} \quad (4.24)$$

Agar bu qator tekis yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda (4.20) chegaraviy shartlar o'z-o'zidan qanoatlanadi.

Endi $T_n(t)$ funksiyalarni shunday aniqlaymizki, (4.24) qator (4.19) tenglamani va (4.22) boshlang'ich shartlarni qanoatlantirsin. Endi (4.24) qatorni (4.19) tenglamaga qo'yamiz, u holda

$$\sum_{n=1}^{\infty} [T_n''(t) + w_n^2 T_n(t)] \sin \frac{np\pi x}{l} = f(x,t) \quad (4.25)$$

bo'ladi, bu yerda

$$w_n = \frac{npa}{l}.$$

$f(x,t)$ funksiyani $(0,l)$ intervalda sinuslar bo'yicha Fur'e qatoriga yoyamiz:

$$f(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \sin \frac{np\pi x}{l} \quad (4.26)$$

bu yerda

$$f_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l f(x, t) \sin \frac{np\pi x}{l} dx \quad (4.27)$$

(4.25) va (4.26) yoyilmalarni taqqoslab, $T_n(t)$ funksiyani aniqlash uchun o'zgarmas koeffisientli

$$T_n''(t) + w_n^2 T_n(t) = f_n(t), \quad (n=1, 2, \dots) \quad (4.28)$$

oddiy differensial tenglamani hosil qilamiz. (4.7) qator bilan aniqlangan $u(x, t)$ funksiya (4.21) boshlang'ich shartlarni ham qanoatlantirishi uchun $T_n(t)$ funksiyalar

$$T_n(t) = 0, \quad T_n'(0) = 0 \quad (4.29)$$

shartlarni qanoatlantirishi yetarli bo'ladi.

(4.28) tenglamaning (4.29) shartlari qanoatlantiruvchi yechimi ushbu

$$T_n(t) = \frac{1}{w_n} \int_0^t f_n(t) \sin w_n(t-t) dt$$

ko'rinishga ega bo'ladi yoki $f_n(t)$ o'rniga uning (4.27) ifodasini qo'ysak, quyidagini hosil qilamiz :

$$T_n(t) = \frac{2}{lw_n} \int_0^t \sin w_n(t-t) dt \int_0^l f_n(x, t) \sin \frac{np\pi x}{l} dx \quad (4.30)$$

$T_n(t)$ funksiyalarning bu qiymatlarini (4.24) ga qo'ygandan so'ng, hosil bo'lgan qator va bu qatorni x va t bo'yicha ikki marta hadlab differensiallashtirish natijasida hosil bo'lgan qatorlar tekis yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda (4.7) qator (4.19), (4.20) va (4.22) masalaning yechimidan iborat bo'ladi.

Agar uzluksiz $f(x, t)$ funksiya x bo'yicha ikkinchi tartibgacha uzluksiz hosilga ega bo'lib, t ning barcha qiymatlarida

$$f(0,t)=0, f(l,t)=0$$

shart bajarilsa, u holda yuqoridagi qatorlar tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

U holda (4.19), (4.20) va (4.21) masalaning yechimi ushbu qator bilan ifodalanadi:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{np\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{np\pi t}{l} + b_n \sin \frac{np\pi t}{l} \right) \sin \frac{np\pi x}{l},$$

bu yerda

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l j_0(x) \sin \frac{np\pi x}{l} dx,$$

$$b_n = \frac{2}{npa} \int_0^l j_1(x) \sin \frac{np\pi x}{l} dx.$$

$T_n(x)$ koeffitsientlar esa (4.30) formulalar bilan aniqlanadi.

Agarda torning chetlari mustahkamlanmay, berilgan qonun bo'yicha harakat qilayotgan bo'lsa, u holda uning majburiy tebranishini aniqlash masalasi (4.19) tenglamaning (4.21) boshlang'ich shartlarni va

$$u|_{x=0} = y_1(t), u|_{x=l} = y_2(t) \quad (4.31)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topishga keladi. (4.19), (4.21), (4.31) masalani osonlikcha chegaraviy shartlari bir jinsli bo'lgan masalaga olib kelish uchun, ushbu

$$w(x,t) = y_1(t) + [y_2(t) - y_1(t)] \frac{x}{l}$$

yordamchi funksiyani kiritamiz. U holda,

$$w|_{x=0} = y_1(t), w|_{x=l} = y_2(t) \quad (4.32)$$

(4.19), (4.21), (4.31) masalaning yechimini

$$u(x,t) = v(x,t) + w(x,t) \quad (4.33)$$

ko'rinishda qidiramiz, bu yerda $v(x,t)$ –yangi noma'lum funksiya. (4.31) va (4.32) chegaraviy, (4.21) boshlang'ich shartlarga asosan $v(x,t)$ funksiya

$$v|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=l} = 0$$

chegaraviy va

$$v|_{t=0} = u|_{t=0} - w|_{t=0} = j_0(x) - y_1(0) - [y_2(0) - y_1(0)] \frac{x}{l} = \bar{j}_0 x,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} - \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{t=0} = j_1(x) - y_1'(0) - [y_2'(0) - y_1'(0)] \frac{x}{l} = \bar{j}_1 x$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiradi. (4.33) ifodani (4.19) tenglamaga qo'yib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \bar{f}(x,t),$$

bu yerda

$$\bar{f}(x,t) = f(x,t) - y_1''(t) - [y_2''(t) - y_1''(t)] \frac{x}{l}.$$

Shunday qilib, $u(x,t)$ funksiyani aniqlash uchun ushbu

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \bar{f}(x,t),$$

$$v|_{x=0} = 0, v|_{x=l} = 0,$$

$$v|_{t=0} = \bar{j}_0(x), \quad \frac{\partial v}{\partial t} \Big|_{t=0} = \bar{j}_1(x)$$

masalaga keldik.

2.5 Furiy usulining umumiy sxemasi.

Furiy usulining faqat tor tebranish tenglamasi uchun emas, balki umumiyroq tenglamalar uchun ham qo'llash mumkin. Biz aralash masalani yechishda Furiy usulini, olingan natijalarni qat'iy asoslamasdan bayon qilamiz.

Ushbu

$$r(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[p(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right] - q(x)u \quad (5.1)$$

giperbolik tipdagi tenglamani tekshiramiz, bu yerda $r(x)$, $p(x)$, $p'(x)$ va $q(x)$ -uzluksiz funksiyalar, shu bilan birga $p(x) \geq p_0 > 0$, $q(x) \geq 0$, $r(x) \geq r_0 > 0$. (5.1)

tenglamaning

$$au(0,t) + b \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad (5.2)$$

$$gu(l,t) + d \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0.$$

chegaraviy, bunda a, b, g, d o'zgarmas sonlar, $a^2 + b^2 \neq 0$, $g^2 + d^2 \neq 0$ va

$$u \Big|_{t=0} = j_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{t=0} = j_1(x) \quad (5.3)$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin.

Avvalo (5.1) tenglamaning trivial bo'lmagan va (5.2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini

$$u(x,t) = X(x) T(t) \quad (5.4)$$

ko'rinishda izlaymiz. Agar bunday yechim mavjud bo'lsa, uni (5.1) tenglamaga qo'yib, $X(x)$ va $T(t)$ funksiyalar qanoatlantirishi zarur bo'lgan tenglamani hosil qilamiz:

$$T(t) \frac{d}{dx} [p(x)X'(x)] - q(x)X(x)T(t) = r(x)X(x)T''(t)$$

yoki

$$\frac{\frac{d}{dx} [p(x)X'(x)] - q(x)X(x)}{r(x)X(x)} = \frac{T''(t)}{T(t)}$$

Bu tenglikning chap tomoni faqat x ga, o'ng tomoni esa faqat t ga bog'liq bo'lgani uchun, bu tenglik o'zgarmas songa teng bo'lgandagina o'rinli bo'ladi. U o'zgarmas sonni $-l$ orqali belgilab olamiz.

U holda noma'lum $X(x)$ va $T(t)$ funksiyalarni aniqlash uchun ikkita oddiy differensial tenglama hosil qilamiz:

$$T''(t) + lT(t) = 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{d}{dx} [p(x)X'(x)] + [lr(x) - q(x)]X(x) = 0 \quad (5.6)$$

(5.1) tenglamaning (5.2) shartlarni qanoatlantiruvchi (5.4) ko'rinishdagi trivial bo'lmagan yechimini topish uchun $X(x)$ funksiya

$$aX(0) + bX'(0) = 0, \quad gX(l) + dX'(l) = 0 \quad (5.7)$$

shartlarni qanoatlantirishi kerak.

Shunday qilib, xos qiymatlar to'g'risidagi quyidagi masalaga keldik: l parametrning shunday qiymatlarini topish kerakki, bu qiymatlarda (5.6) tenglamaning (5.7) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi trivial bo'lmagan yechimi mavjud bo'lsin.

(5.6), (5.7) masalaning trivial bo'lmagan yechimlari mavjud bo'lgan l ning qiymatlari xos *qiymatlar (sonlar)*, bu qiymatlarga mos yechimlar esa xos *funksiyalar* deyiladi. Barcha xos qiymatlar to'plamini berilgan masalaning *spektri*

deb ataladi.

(5.6), (5.7) masala xos funksiyalari va xos qiymatlarining asosiy xossalari keltiramiz.

1) Masala xos qiymatlarining cheksiz

$$l_1 < l_2 < \dots < l_n \dots$$

to'plami mavjuddir.

2) Har bir xos l_k qiymatga o'zgarmas ko'paytuvchi aniqligida $X_k(x)$ xos funksiya mos keladi, ya'ni l_k ga ikkita $X_k(x)$ va $\overline{X}_k(x)$ xos funksiyalar mos kelsa, u holda $X_k(x) = C\overline{X}_k(x)$ bo'ladi, bu yerda C -o'zgarmas son.

Haqiqatdan ham $X_k(x)$ va $\overline{X}_k(x)$ funksiyalar farazimizga asosan

$$aX_k(0) + bX_k'(0) = 0,$$

$$a\overline{X}_k(0) + b\overline{X}_k'(0) = 0.$$

va $a^2 + b^2 \neq 0$ shartlarni qanoatlantiradi, u holda (5.6) tenglama $X_k(x)$ va $\overline{X}_k(x)$ yechimlarining Bronskiy determinanti

$$\begin{vmatrix} X_k & \overline{X}_k \\ X_k' & \overline{X}_k' \end{vmatrix}$$

$x=0$ nuqtada nolga teng bo'ladi. Demak, $X_k(x)$ va $\overline{X}_k$ funksiyalar chiziqli bo'g'liq.

Yuqorida aytib o'tilgan ko'paytuvchini shunday tanlab olamizki,

$$\int_0^1 r(x)X_k^2(x)dx = 1 \quad (5.8)$$

(5.8) shartni qanoatlantiruvchi xos funksiyalar *normallangan* deyiladi.

3) Turli xos qiymatlarga mos keladigan xos funksiyalar $[0, l]$ kesmada $r(x)$ vazn bilan ortogonal bo'ladi, ya'ni

$$\int_0^l r(x) X_k(x) X_m(x) dx = 0 \quad (k \neq m) \quad (5.9)$$

bo'ladi .

Haqiqatdan ham, $X_k(x)$ va $X_m(x)$ funksiyalar l_k, l_m xos qiymatlarga mos xos funksiyalar bo'lgani uchun (5.6) tenglamani qanoatlantiradi, ya'ni

$$\frac{d}{dx} [p(x) X_k'(x)] + [l_k r(x) - q(x)] X_k(x) = 0,$$

$$\frac{d}{dx} [p(x) X_m'(x)] + [l_m r(x) - q(x)] X_m(x) = 0.$$

bo'ladi. Bu tenglamalarning birinchisini $X_m(x)$ ga ,ikkinchisini esa $X_k(x)$ ga ko'paytirib, hadlab ayiramiz:

$$\begin{aligned} X_m \frac{d}{dx} [p(x) X_k'(x)] - X_k(x) \frac{d}{dx} [p(x) X_m'(x)] + \\ + (l_k - l_m) r(x) X_k(x) X_m(x) = 0, \end{aligned}$$

yoki

$$\begin{aligned} (l_k - l_m) r(x) X_k(x) X_m(x) = \\ = \frac{d}{dx} \{ p(x) [X_m(x) X_k'(x) - X_k(x) X_m'(x)] \} = 0 \end{aligned}$$

bu tenglikni x bo'yicha 0 dan l gacha integrallaymiz:

$$p(x) [X_m(x) X_k'(x) - X_k(x) X_m'(x)] \Big|_{x=0}^{x=l}.$$

(5.7) chegaraviy shartlarga binoan, o'ng tomondagi ifoda nolga teng, u holda

$$(l_m - l_k) \int_0^l r(x) X_k(x) X_m(x) dx = 0.$$

bo'ladi. Bundan $l_m \neq l_k$ bo'lgani uchun

$$\int_0^l r(x)X_k(x)X_m(x)dx = 0.$$

bo'ladi.

4) $q \geq 0$ bo'lganda barcha l_k xos qiymatlar musbat bo'ladi.

Bu xossani isbotlash uchun l_k ga mos $X_k(x)$ xos funksiyani normallangan deb hisoblaymiz. $X_k(x)$ xos funksiya bo'lgani uchun

$$\frac{d}{dx}[p(x)X_k'(x)] - q(x)X_k(x) = -l_k r(x)X_k(x).$$

bo'ladi.

Bu tenglikning har ikki tomonini $X_k(x)$ ga ko'paytirib, 0 dan l gacha integrallaymiz. (5.8) tenglikni e'tiborga olsak, u holda

$$l_k = -\int_0^l \left\{ \frac{d}{dx}[p(x)X_k'(x)] - q(x)X_k(x) \right\} X_k(x) dx.$$

bo'ladi.

Bundan, birinchi qo'shiluvchini bo'laklab integrallab, ushbu

$$l_k = \int_0^l [p(x)X_k'^2(x) + q(x)X_k^2(x)] dx - [p(x)X_k(x)X_k'(x)] \Big|_{x=0}^{x=l} \quad (5.10)$$

tenglikka ega bo'lamiz. Integral tashqarisidagi ifoda musbat

bo'lmasin, ya'ni

$$[p(x)X_k(x)X_k'(x)] \Big|_{x=0}^{x=l} \leq 0 \quad (5.11)$$

deb faraz qilamiz. Shart bo'yicha $p(x) \geq p_0 > 0$, $q(x) \geq 0$ bo'lgani uchun (5.10)

tenglikdan darhol (5.6), (5.7) masala xos qiymatlarini musbat ekanligi kelib

chiqadi.

(5.11) shart tatbiqda eng ko'p uchraydigan

$$1) X(0)=0, X(l)=0; \quad 2) X'(0)=0, X'(l)=0;$$

$$3) X'(0) - h_1 X(0) = 0, X'(l) + h_2 X(l) = 0, h_1 \geq 0, h_2 \geq 0$$

chegaraviy shartlarda bajariladi.

(5.6) va (5.7) masala xos qiymatlari va xos funksiyalarining ayrim xossalari aniqlab olganimizdan so'ng, endi (5.5) tenglamaga murojaat qilamiz. Biz tenglamaning $l = l_n$ bo'lgandagi umumiy yechimi, uni $T_n(t)$ orqali belgilab olsak,

$$T_n(t) = a_n \cos \sqrt{l_n} t + b_n \sin \sqrt{l_n} t$$

ko'rinishga ega bo'ladi, bunda a_n va b_n o'zgarmas sonlar.

Shunday qilib, (5.4) ga asosan har bir

$$u_n(x, t) = X_n(x)T_n(t) = (a_n \cos \sqrt{l_n} t + b_n \sin \sqrt{l_n} t)X_n(x)$$

funksiya (5.1) tenglamaning (5.2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimidan iborat bo'ladi. (5.3) boshlang'ich shartlarni qanoatlantirish uchun, ushbu

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \sqrt{l_n} t + b_n \sin \sqrt{l_n} t)X_n(x) \quad (5.12)$$

qatorni tuzamiz. Agar bu qator va uni x, t bo'yicha ikki marta hadlab differensiallash natijasida hosil bo'lgan qatorlar tekis yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda, ravshanki uning yig'indisi (5.2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi (5.1) tenglamaning yechimi bo'ladi.

(5.3) boshlang'ich shartlarning bajarilishi uchun

$$u \Big|_{t=0} = j_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n X_n(x), \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = j_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sqrt{l_n} X_n(x) \quad (5.14)$$

tengliklarning bajarilishi zarurdir.

Shunday qilib, biz ixtiyoriy funksiyani (5.6), (5.7) chegaraviy masalaning $X_n(x)$ xos funksiyalari bo'yicha qatorga yoyish masalasiga keldik.

Faraz qilaylik, ixtiyoriy $j(x)$ funksiya (5.6), (5.7) chegaraviy masalaning $X_n(x)$ xos funksiyalar bo'yicha

$$j(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n(x) \quad (5.15)$$

qator ko'rinishda ifodalanadigan bo'lsin. (5.15) qatorni tekis yaqinlashuvchi deb hisoblab, uning A_n koefitsientlarini aniqlashimiz mumkin. Buning uchun (5.15) tenglikning har ikki tomonini $r(x) X_n(x)$ ga ko'paytirib, so'ngra x bo'yicha 0 dan l gacha oraliqda integrallaymiz. U holda (5.8) va (5.9) ga asosan

$$A_n = \int_0^l r(x) j(x) X_n(x) dx. \quad (5.16)$$

T e o r e m a. (V.A.Steklov). *Ixtiyoriy birinchi tartibli uzluksiz, ikkinchi tartibli bo'lak-bo'lak uzluksiz hosilaga ega, (5.7) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $j(x)$ funksiya (5.6), (5.7) chegaraviy masalaning xos funksiyalari bo'yicha absolyut va tekis yaqinlashuvchi (5.15) qatorga yoyiladi.*

(5.13) va (5.14) yoyilmalarning koefitsientlarini topish uchun (5.16) formulani qo'llaymiz. U holda

$$a_n = \int_0^l r(x) j_0(x) X_n(x) dx,$$

$$b_n = \frac{1}{\sqrt{l_k}} \int_0^l r(x) j_1(x) X_n(x) dx.$$

Agar (5.12) qator va uni x, t bo'yicha ikki marta hadlab differensiallash natijasida hosil bo'lgan qatorlar tekis yaqinlashuvchi bo'lsa, a_n va b_n koeffisientlarning topilgan qiymatlarini (5.12) qatorga qo'yib (5.1), (5.2), (5.3) aralash masalaning yechimini topamiz.

XULOSA

Mening Bitiruv Malakaviy ishim mavzusi «Fur'e integralini tor tebranishida qo'llanilishi» deb nomlanadi. Bitiruv malakaviy ish kirish, asosiy qism, foydalanilgan adabiyotlar va internet ma'lumotlari ro'yxatidan iborat. Ushbu bitiruv malakaviy ishining kirish qismida Prezidentimiz I.A.Karimovning mamlakatimizda ilm-fanning rivojlantirish uchun qanday sa'y- harakatlar qilinishi kerakligi haqidagi fikrlaridan iboratdir va hayot faoliyati xavfsizligiga doir fikr mulohazalar o`rin olgan.

Asosiy qism esa 5 ta paragrafdan iborat

- 1- § da Furiye qatorining asosiy tushunchalari haqida ma'lumot berilgan.
- 2- § da Furiye integrali haqidagi tushunchalar keltirilgan bo`lib, juft va toq funksiyalarning Furiye integrali tushunchalari ko`rsatib o`tilgan.
- 3- § da Tor tebranishining tenglamasi o`rganilgan va tahlili berilgan.
- 4- § da Furiye integralini tor tebranishida qo'llanilishi tadbiri keltirilgan.
- 5- § da Furiye usulining umumiy sxemasi to'g'risida ma'lumot berilgan.

Men bitiruv malakaviy ishimni bajarish jarayonida Furiye integralini tor tebranishida qo'llanilishini o`rganib chiqdim.

Men, bu nazariyani o`rganish jarayonida juda ko`p tushunchalarga ega bo`ldim. Shu bilan birga murakkab matematik tushunchalarni tabiatdagi ba'zi ma'nolariga tushunib yetdim. Shuning uchun ham bu mavzu qiziqarli va muhim deb hisoblayman.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

- 1. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг “Таълим тугрисидага”ги ва “Кадрлар тайерлаш дастурида” ги қонуни 1997 – йил, 29 – август.**
- 2. I.A. Karimov “Barkamol avlod orzusi” Toshkent – 2000 yil.**
- 3. I.A. Karimov “Inson baxt uchun tug`iladi”, “Sharq” – T. 2001**
- 4.I.A. Karimov “Yuksak ma`naviyat – yengilmas kuch”. Toshkent “Ma`naviyat” 2005.**
- 5.I.A. Karimov “Jahon moliyaviy – iqtisodiy inqirozi, O`zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo`llari va choralari” – T: O`zbekiston, 2009 yil.**
- 6. I.A. Karimov “Mamlakatimizda demokratik islohotlarni yanada chuqurlashtirish va fuqorolik jamiyatini rivojlantirish konsepsiyasi” – T: O`zbekiston, 2010 yil.**
- 7. I.A.Karimov “Mamlakatimizni modernizatsiya qilish va kuchli fuqorolik jamiyati barpo etish-ustuvor maqsadimiz”. “Xalq so`zi” gazetasi 2010 yil. 27 yanvar.**
- 8. I.A. Karimov “Mamlakatimizni modernizatsiya qilish yo`lini izchil davomi – taraqqiyotimizning muhim omilidir”, “Ishonch” gazetasi; 2010 yil 8 – dekabr.**
- 9. I.A. Karimov “Barcha reja va dasturlarimiz vatanimiz taraqqiyotini yuksaltirish, xalqimiz farovonligini oshirishga xizmat qiladi”, “Xalq so`zi” gazetasi, 2011 yil 22 – yanvar.**
- 10. I.A. Karimov “XXI asr bo`sida”, 2011 yil**
- 11. I.A. Karimov “Barkamol avlod O`zbekiston poydevori”, 2011 yil 22 –**

yanvar.

12. М. Салохиддинов “Математик физика тенгламалари”, Т:

Узбекистон 2002.

13. М.С. Салохиддинов, Г'. Н. Насритдинов “Оддий дифференциал тенгламалар”. Т: Узбекистон 1994.

14. Т. Азларов, Н. Мансуров “Математик анализ” 2-кисм. Т: Укитувчи 1989.

15. Й. У. Соатов “Олий математика”. Т: Узбекистон 1996

16. Понтрячен “Обыкновенные дифференциальные уравнения”. М: Наука, 1969.

17. Степанов “Курс дифференциальных уравнений”. М: Гиз Физика-Математика литература, 1958.

18. Эльгольц Л. Е. “Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление”. М: Наука, 1965.

19. Филинпов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям”. М: Наука, 1979ю

20. В. А. Илик, В. А. Садовничев, В. Х. Седов “Математический анализ”. М: 1979.

MUNDARIJA

I. Kirish.....	2
II Asosiy qism	17
1. Furiye qatori haqida tushuncha.....	17
1. Furiye qatori ta'rif.....	18
2. Juft va toq funksiyaning Furiye qatorlari.....	21
3. $[l,l]$ oraliqda berilgan funksiyaning Furiye qatori.....	23
2. Fur'e integrali to'grisida ma'lumotlar.....	26
1. Furiye integral ta'rif.....	27
2. Juft funksiyaning Furiye integrali.....	28
3. Toq funksiyaning Furiye integrali.....	29
3. Tor tebranish tenglamasi.....	31
4. Furiye integralini tor tebranishga qo'llanilishi.....	38
1. Asosiy aralash masalani tor tebranish tenglamasi uchun yechish.....	38
2. Asosiy aralash masalani yechimining yagonaligi.....	47
3. Bir jinsli bo'lmagan tor tenglamasi.....	48
5. Furiye usulining umumiy sxemasi.....	53
III. Xulosa	61.
IV. Foydalanilgan adabiyot	62
V. Internet ma'lumotlari.	64

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika-matematika fakulteti _____
 Ta'lim yo'nalishi _____
 Bitiruvchi _____ ning
 Mavzu _____

№	Bitiruv malakaviy ishning darajasi	Ball	To'p laga n ball
1.	Hajmi va sifatli rasmiylashtirish (tushuntirish hajmi 10-15 ming so'z hajmida, chizmalar A 2 formatli qog'ozda 5-6 varoq bo'lishi kerak)		
	a) talabga javob beradi;	10	
	b) talabga javob berishi to'la emas;	8	
	c) rasmiylashtirish sifatli emas.	6	
2.	Mavzuning tanlanishi		
	a) buyurtmachi tashkilot tavsiya qilgan;	10	
	b) davlat dasturi yoki grant loyihasi bo'yicha;	8	
	c) Nam DU dasturi yoki boshqa muammo.	6	
3.	Mavzuning dolzarbligini asoslash:		
	a) yetarli darajada asoslangan;	10	
	b) yetarli darajasi asoslanmagan;	8	
	Noaniq asoslangan.	6	
4.	Maqsad va vazifalarning ifodalanganligi		
	a) aniq;	10	
	b) aniqligi to'la emas;	8	
	c) aniq emas.	6	
5.	Ilmiy tadqiqot usullaridan foydalanish		
	a) to'la;	10	
	b) qisman;	8	
	c) deyarli foydalanmagan;	6	
6.	Olingan natijalarning yangilik va ishonchlilik darajasi		
	a) Yangi va ishonchli;	10	
	b) ilgari olinganga qiyoslangan;	8	
	c) ishonchliligi to'la emas.	6	
7.	Xulosa qismining mazmuni		
	a) bevosita qo'llashga tavsiyalar berilgan;	10	
	b) tavsiyalar ishonchli emas;	8	
	c) tavsiyalar tushunarsiz yoki umuman berilmagan.	6	
8.	Adabiyotlardan foydalanish		
	a) Xorijiy, O'zbekiston Respublikasi ilmiy jurnallari, monografiyalar, internet materiallaridan yetarli miqdorda foydalangan;	10	
	b) Ilmiy adabiyotlardan yetarli foydalangan;	8	
	c) faqat darslik, o'quv qo'llanma, metodik ko'rsatmalar, ma'ruza matnlari, ma'lumotnomalar va boshqalardan foydalangan.	6	
9.	Himoya (ma'ruza) qilish		
	a) a'lo;	10	
	b) yaxshi;	8	
	c) qoniqarli.	6	
10	Tashqi taqriz		
	a) a'lo;	10	
	b) yaxshi;	8	
	c) qoniqarli.	6	
	Bitiruv malakaviy ish bo'yicha yig'ilgan yakuniy ball	100	

Izoh: Har bir band bo'yicha aniqlangan ball doiraga olib chiqiladi va umumiy yig'ilgan ballni 100 ga nisbatan foiz chiqariladi.

Talabaning BMI bo'yicha to'plagan reyting bali_____%

DAK raisi: _____

A'zolari: _____

Kotiba: _____

M.O'. _____ sana “ _____ ” _____ 2015 yil.