

Международная конференция
"ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ и ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ"
(Москва, 26-30 июня 2012 года)

Оценивание процентной остаточной продолжительности жизни по неполным данным

Абдурахим А. Абдушукуров, Фарход М. Холмурадов¹

В работе предлагается оценка для процентной остаточной продолжительности жизни в информативной модели случайного цензурирования наблюдений.

1 Введение

Пусть $F(t) = P(X \leq t)$ - функция распределения (ф.р.) продолжительности жизни X , $F(0) = 0$ и $Q(y) = F^{-1}(y) = \inf \{t \geq 0 : F(t) \geq y\}$ - соответствующая квантильная функция, $0 < y < 1$, $Q(1) = T_F = \inf \{t \geq 0 : F(t) = 1\}$. Для $0 < p < 1$ рассмотрим $(1-p)$ -процентную остаточную продолжительность жизни $\pi(p; t) = Q(1 - p(1 - F(t))) - t$, $t > 0$ (см [2]). В статистической литературе отмечены преимущества медианной остаточной продолжительности жизни $\pi(\frac{1}{2}; t)$ по сравнению со средней остаточной $E(t) = M(X - \frac{t}{X} > t)$. Интерес представляет оценивание $\pi(p; t)$ и для других значений p . Рассмотрим модель случайного цензурирования X с двух сторон парой с.в. (Y_1, Y_2) с ф.р. $G_k(t) = P(Y_k \leq t)$, $k = 1, 2$. Пусть с.в. $\{X, Y_1, Y_2\}$ взаимонезависимы и $\{(X_i, Y_{1i}, Y_{2i}), i \geq 1\}$ -последовательность независимых и одинаково распределенных реализаций вектора $\{X, Y_1, Y_2\}$. Наблюдается выборка объема n : $S^{(n)} = \{(Z_i, \delta_{0i}, \delta_{1i}, \delta_{2i}), 1 \leq i \leq n\}$, где $Z_i = \max(Y_{1i} \min(X_i, Y_{2i}))$, $\delta_i = I(Y_{1i} > \min(X_i, Y_{2i}))$, $\delta_{1i} = I(Y_{1i} \leq X_i \leq Y_{2i})$, $\delta_{2i} = I(Y_{1i} \leq Y_{2i} < X_i)$ и $I(A)$ - индикатор события A . Рассмотрим информативное цензурирование, согласно которому для всех $t \geq 0$:

$$\begin{cases} G_1(t) = [1 - (1 - F(t))^{\theta+1}]^{\beta}, \\ G_2(t) = 1 - (1 - F(t))^{\theta}, \end{cases} \quad (1)$$

где параметры $\beta, \theta > 0$ - неизвестны. Модель (1) была введена и исследована в [1]. Эта модель характеризуется тем, что выполнение равенств (1) эквивалентно независимости с.в. Z_i и вектора $(\delta_i^{(0)}, \delta_i^{(1)}, \delta_i^{(2)})$.

2 Основные результаты

Рассмотрим следующую оценку для $\pi(p; t)$:

$$\pi_n(p; t) = Q_n(1 - p(1 - F_n(t))) - t, \quad t \geq 0, \quad 0 < p < 1, \quad (2)$$

где $1 - F_n(t) = [1 - (H_n(t))^{\lambda_n}]^{\gamma_n}$ - оценка для $1 - F(t)$, $Q_n(y) = F_n^{-1}(y) = Q_n^H \left(\left\{ \left[1 - (1 - y)^{\frac{1}{\gamma_n}} \right]^{\frac{1}{\lambda_n}} \right\} \right)$ - оценка для $Q(y)$, $Q_n^H(y) = H_n^{-1}(y) = \inf \{t \geq 0 : H_n(t) \geq y\}$ -

¹Национальный Университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, механико-математический факультет.
E-mail: hfarhod@bk.ru

оценка квантиля. $Q^H(y) = H^{-1}(y) = \inf \{t \geq 0 : H(t) \geq y\}$, $H(t) = P(Z_i \leq t)$, $H_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(Z_i \leq t)$, $\lambda_n = 1 - p_n^{(0)}$, $\gamma_n = p_n^{(1)}(1 - p_n^{(0)})^{-1}$, $p_n^{(m)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^{(m)}$, $m = 0, 1$. В данном сообщении обсуждаются следующие свойства оценки (2):

- (А) Строгая состоятельность при $n \rightarrow \infty$: $\pi_n(p; t) \xrightarrow{\text{П.Н.}} \pi(p; t)$;
- (В) Асимптотический доверительный интервал для $\pi(p; t)$.

Список литературы

- [1] *Abdushukurov A.A.*, Nonparametric estimation of the distribution function based on relative risk function. Commun.Statist.: Th.& Meth. - 1998.v.27.n.8.p.1991-2012.
- [2] *Haines A.L., Singpurwalla N.D.*, Some contributions to the stochastic characterization of wear. Reliability and Biometry: Statistical Analysis of life Length (F. Proschan and R.J.Serfling, eds.). SIAM, Philadelphia. 1974.p.47-80.