

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА
ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
МАТЕМАТИКА КАФЕДРАСИ

**АЛГЕБРАДАН МУСТАҚИЛ ИШЛАР
ТЎПЛАМИ**

физика-математика фанлари доктори, профессор М. Бадалов
тахрири остида

(Университет талабалари учун услубий қўлланма)

Наманган - 2014

Ҳ. Нажмиддинова. Алгебрадан мустақил ишлар
тўплами / Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус
таълим вазирлиги, Наманган Давлат университети. -
Наманган: НамДУ, 2014.- 52 б.

Тузувчи: НамДУ Математика кафедрасининг катта
ўқитувчиси п.ф.н. **Ҳилола Нажмиддинова**

Тақризчилар: ф-м.ф.д., доцент **С. Муротхўжаев**
ф-м.ф.н. **Б. Иргашев**

Техник муҳаррир: т.ф.н. **А. Мирзамов**

Тўплам НамДУ ўқув – услубий Кенгашининг 20__ йил
____ дагийиғилишида(____-сонли баённома)
тасдиқланган ва нашр учун рухсат берилган.

С Ў З Б О Ш И

Ушбу тўплам Республикамиз Олий ўқув юртларининг математика факультетларида тахсил олаётган бакалавр талабаларга ўқитиладиган алгебра курси учун мўлжалланган бўлиб, у 5130100 – математика ҳамда 5130200 - амалий математика ва информатика йўналишларида амалий машғулотлар ва талабаларнинг мустақил ўқув фаолиятларини ташкил қилиш ҳамда олиб бориш учун тавсия қилинмоқда.

Тўпламда Давлат стандартларида алгебра курси бўйича қўйилган талаблар асосида қуйи курс талабалари эгаллаши керак бўлган билим, кўникма ва малакаларни етарлича ўз ичига олган материаллар мужассамлашган. У тузилишига кўра талабаларга маърузаларда берилган билим ва малакаларни мустахкамлашга ёрдам беради ҳамда мустақил билим олишга кўмаклашади.

Тўпламнинг афзаллик томонларидан бири - унда ҳар бир мавзу учун танланган масала ва мисоллар табақалаштирилгани, яъни мураккаблик даражасига кўра гуруҳларга ажратилганидир. Бу эса тўпламда билим олиш имкониятлари турлича бўлган ҳар бир талабага ҳар бир мавзу бўйича етарли миқдорда мисол ва масалалар мавжудлигини таъминлайди. Бундан ташқари, тўпламга киритилган мисол ва масалаларнинг бу тариқа табақаланиши талабанинг ҳар бир мавзу бўйича ўзлаштиришини ўзи назорат қилиб боришига имконият яратади.

Тўпламнинг яна бир афзаллиги шундаки, унда барча масала-мисолларга жавоблар ва ечимларга кўрсатмалар берилган. Булар ўқитувчи томонидан гуруҳларда дарсларни ташкил этиш ва бажарувчиларни амалдаги рейтинг тизими асосида индивидуал баҳолаш учун замин тайёрлайди.

Тўпламга жамида 500 дан ортиқ масала-мисоллар киритилган бўлиб, улар 80 га яқин топшириқларда ўз аксини топган.

Айниқса, алгебра бўйича амалий машғулотлар ва мустақил билим олиш учун ўзбек тилида адабиётларнинг, хусусан, мисол ва масалалар тўпламларининг етарли эмаслигини ҳисобга олган ҳолда ушбу тўпламдан алгебра элементлари ўргатиладиган бошқа математика фанларида ҳам амалий машғулотлар ва мустақил ўқув фаолиятларни ташкил қилишда фойдаланиш мумкин

Муаллиф

§1. Тўпламлар ва улар устида амаллар.

А гуруҳ топшириқлари.

1.001. Модуллари 9 дан ошмаган ва $x^2 = y$ шартни қаноатлантирувчи барча (x, y) бутун сонлар жуфтликлари тўплами M ни элементларини кўрсатиш усули билан беринг.

1.002. $x^2 + x - 6 = 0$ квадрат тенгламанинг барча илдизлари тўпламини топинг.

1.003. A - гуруҳингиздаги талабалар тўплами бўлсин. Бу тўплам чеклими? Унинг қуввати нимага тенг? Унинг нечта қисм тўпламлари бор? Улардан бир нечасини кўрсатинг. Бу тўплам учун универсал тўплам қайси бўлиши мумкин?

1.004. 1, 3 сонлари қуйидаги тўпламлардан қайси бирига тегишли:

1) $\{1\}$;

7) $\{x \mid 3k = x, k \in \mathbb{Z}\}$;

2) $\{\{1\}\}$;

8) $\left\{x \mid x = \frac{2k-3}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$;

3) $\{1, 2\}$;

9) $\{x \mid x = k^2 + 2k - 7, k \in \mathbb{Z}\}$;

4) $\{2, -1\}$;

10) $\{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Q}\}$;

5) $\{1, \{2\}\}$;

11) $\{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{R}\}$.

6) $\{\{1, 2\}\}$;

1.005. Икки тўплам берилган:

$$A = \left\{x \mid x = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\right\}, \quad B = \left\{x \mid x = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, (m, n) = 1\right\}.$$

Ҳар бир тўпламнинг бир нечта элементларини кўрсатинг.

1.006. Қуйидаги тўпламлар учун “ $A \subset B$ ”, “ $A \supset B$ ”, “ $A = B$ ” муносабатлардан қайси бири ўринли:

1) $A = \{1, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$;

2) $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$;

3) $A = \{1, 2\}, B = \{2, 1, 3\}$;

- 4) $A = \{a, b\}, B = \{b, a\};$
- 5) $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3, 4, a, b, c\};$
- 6) $A = \{3k + 1 | k \in \mathbb{Z}\}, B = \{3n + 1 | n \in \mathbb{Z}\};$
- 7) $A = \{3k + 1 | k \in \mathbb{Z}\}, B = \{\frac{3k - 1}{2} | k \in \mathbb{Z}\};$
- 8) $A = \{x | x = 8k - 3\}, B = \{x | x = 8k + 5, k \in \mathbb{Z}\}.$

1.007. Агар A тўпамнинг элементлари сони чекли бўлса, уни $|A|$ (ёки $n(A)$) каби белгиланади.

Агар $|A| = p, |B| = q$ бўлса, у ҳолда элементлар сони $|A \cup B|$ ва $|A \cap B|$ нинг энг катта ва энг кичик қийматлари қандай бўлади,

- 1) $\max |A \cup B| = ?$
- 2) $\max |A \cap B| = ?$
- 3) $\min |A \cup B| = ?$
- 4) $\min |A \cap B| = ?$

1.008. $A = \{1, a, b\}, B = \{0, 2\}$ тўпамлар берилган. Бу икки тўпамларнинг қуввати нимага тенг?

1.009. $(A \cup B) \cap A' = B \cap A'$ - икки тўпамнинг тенглигини конкрет A ва B тўпамлар ёрдамида исботланг;

1.010. $A = (-1, 4], B = [0, 5)$ тўпамлар берилган. R ни универсал тўпам сифатида қараб, A ва B тўпамлар ёрдамида $(A \cap B)' \setminus (A \cup B)$ тўпамни ҳосил қилинг ва уни сон ўқида тасвирланг.

1.011. Қуйидаги тўпамлар учун $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$ ларни топинг:

- 1) $A = \{-1, 0, 3, 4\}, B = \{0, 4, 6\};$
- 2) $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4\};$
- 3) $A = [0, 3], B = [2, 4];$
- 4) $A = [0, 2], B = [1, 5];$
- 5) $A = [0, 2], B = \{0, 4, 6\};$
- 6) $A = (-\infty, 7], B = (5, 8);$
- 7) $A = [1, 3) \cup (5, 7], B = [2, 6];$
- 8) $A = (-1, 3], B = [0, 5).$

Вгурух топшириқлари.

1.012. A тўплам модуллари 9 дан ошмаган ва $x^2 = y$ шартни қаноатлантирувчи барча $\langle x, y \rangle$ кўринишдаги бутун сонлар жуфтлигидан иборат бўлсин. Бу тўпламни турли усулларда ифодаланг. Бу тўплам чеклими? Агар чекли бўлса, унинг қуввати нимага тенг?

1.013. $A = \{1, a, b\}$, $B = \{0, 2\}$ тўпламлар берилган. A тўпламнинг ва B тўпламлар ҳар бирининг барча қисм тўпламлари сони нечта? Уларни кўрсатинг.

1.014. Икки элементдан ташкил топган, масалан, $\{a, b\}$ тўплам тўртта қисм тўпламларга эга: хосмас: $\{a, b\}$ ва $\emptyset$, хос: $\{a\}$ ва $\{b\}$. Учта, тўртта элементдан ташкил топган тўпламларнинг нечтадан қисм тўпламлари мавжуд бўлади?

1.015. Икки тўплам берилган:

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \left\{ x \mid x = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, (m, n) = 1 \right\}.$$

Қуйидаги мулоҳазаларнинг қайси бири рост $A = B$, $A \subset B$, $B \subset A$?

1.016. A - 1000 дан ошмаган ва 5 га бўлинадиган натурал сонлар тўплами, B - 1000 дан ошмаган ва 7 га бўлинадиган натурал сонлар тўплами бўлса, $A \cup B$ ва $A \cap B$ да нечта элемент бор?

1.017. $(A \cup B) \cap A' = B \cap A'$ - икки тўпламнинг тенглигини Эйлер-Венн диаграммалари ёрдамида исботланг.

1.018. R - универсал тўплам, $A = (-1, 4]$, $B = [0, 5)$ бўлсин. Қуйидаги тўпламларни топинг:

1) $A \cap B$;

4) $B \setminus A$;

7) $A' \cap B$;

2) $A \cup B$;

5) A' ;

8) $B' \cup A$;

3) $A \setminus B$;

6) B' ;

9) $(A \setminus B) \cup B'$;

10) $(B \setminus A) \cup A'$.

1.019. R - универсал тўплам, $A = (-1, 1]$, $B = [0, 2)$ бўлсин. Қуйидаги тўпламларни топинг:

- | | | |
|--------------------------------|----------------------|-----------|
| 1) $A \cap B$; | 3) $A \setminus B$; | 5) A' ; |
| 2) $A \cup B$; | 4) $B \setminus A$; | 6) B' ; |
| 7) $(A \cap B)' \setminus A$. | | |

Сгурух топшириқлари.

1.020. Тўпламлар устида амалларнинг хоссаларидан фойдаланиб, соддалаштиринг: $(A \cap B) \cup (A \cap A') \cup (A' \cap B)$.

1.021. Ихтиёрий A, B тўпламлар учун қуйидагиларни исботланг:

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1) $A \cap B \subset A$; | 3) $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$; |
| 2) $A \subset (A \cup B)$; | 4) $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$. |

1.022. $A = (-1, 4]$, $B = [0, 5)$ тўпламлар берилган бўлсин. Ечими

- а) A тўпламда;
 б) B тўпламда ётувчи алгебраик тенглама тузинг.

1.023. n та элементдан ташкил топган тўпламнинг барча қисм тўпламлари сонини аниқланг.

1.024. Икки тўплам берилган:

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \left\{ x \mid x = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, (m, n) = 1 \right\}.$$

Бу тўпламлар учун $A = \mathbb{Q}$, $B = \mathbb{Q}$ тенгликларнинг қайси бири ўринли?

1.025. Ихтиёрий A ва B тўпламлар учун қуйидаги муносабатлар эквивалент эканини исботланг: 1. $A \subset B$. 2. $A \cup B \subset B$. 3. $A \subset A \cap B$.

1.026. $A = \{-1, -2, 3, 0\}$, $B = \{a, 0, 2\}$ тўпламлар берилган. $A \cup B$ тўпламнинг барча қисм тўпламлари сони нечта? Уларни кўрсатинг.

1.027. 100 та талабадан 28 таси инглиз тилини, 30 таси немис тилини, 42 таси француз тилини, 8 таси инглиз ва немис тилини, 10 таси инглиз ва француз тилини, 5 таси немис ва француз тилини, 3 таси эса ҳар уччала тилни ўрганади. Нечта талаба ҳеч қайси тилни ўрганмайди?

1.028. 100 та талабадан 28 таси инглиз тилини, 30 таси немис тилини, 5 таси француз тилини, 5 таси эса ҳар уччала тилни ўрганади. 10 та талаба инглиз ва немис тилини ўрганади. Нечта талаба ҳеч қайси тилни ўрганмайди?

Дгурух топшириқлари.

1.029. Шаҳар аҳолисининг бир қисми фақат рус тилида, бир қисми фақат ўзбек тилида, бир қисми эса ҳар икки тилда сўзлашадилар. Ўзбек тилида 85 % аҳоли, рус тилида 75 % аҳоли сўзлашса, аҳолининг неча фоизи ҳар икки тилда сўзлашади?

1.030. $f(x)=0$ тенгламанинг ечимлари A тўплами, $g(x)=0$ тенгламанинг ечимлари B тўплами ташкил этсин.

а) $f(x)g(x)=0$ тенгламанинг;

б) $\frac{f(x)}{g(x)}=0$ тенгламанинг;

в) $\begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{cases}$ тенгламалар системасининг ечимлари тўпламини

Ава B тўпламлар орқали ифодаланг.

1.031. Ихтиёрий A, B ва C тўпламлар учун қуйидагиларни исботланг:

1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$

2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$

3) $A \cup (B \cap C) = A;$

4) $(B \cup C) \setminus A = (B \setminus A) \cup (C \setminus A).$

§2. Тўпламлар устида амалларнинг хоссалари.

Агурух топшириқлари.

2.032. Тўпламлар устида амалларнинг 2.2.

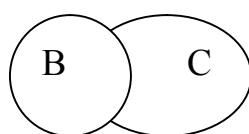
$\forall A, \forall B, \forall C, A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$ ва 2.21. $\forall A, A \cup \bar{A} = U$ – хоссаларини исботланг.

2.033. Тўпламлар устида амалларнинг

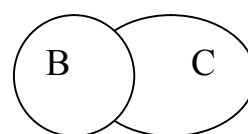
2.8. $\forall A, A \cup A = A$
2.9. $\forall A, A \cap A = A$ } –идемпотентлик

хоссаларини исботланг.

2.034. Қуйидаги тўпламлар учун Эйлер – Венн диаграммаларини чизинг ва аниқланг, ихтиёрий A, B ва C тўпламлар учун тенгликлардан қайси бири ўринли (2.1 ва 2.2 -расмлар):

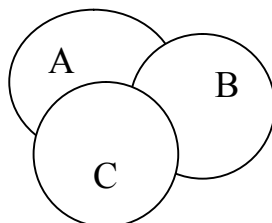


$B \setminus C$

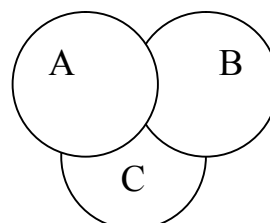


$C \cap \bar{B}$

2.1 -расм.



$A \setminus (B \cup C)$



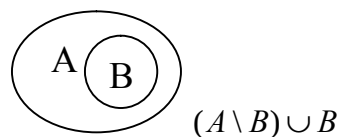
$(A \cup B) \setminus C$

2.2 -расм.

1) $B \setminus C = C \cap \bar{B},$

2) $A \setminus (B \cup C) = (A \cup B) \setminus C ?$

2.035. Қуйидаги тўпламлар учун Эйлер – Венн диаграммаларини чизинг ва аниқланг, қуйидаги мулоҳаза ўринлими: агар $B \subset A$ бўлса, у ҳолда $(A \cup B) \cup B = A$ бўлади (2.3 -расм).



2.3 –расм.

2.036. Тўпламлар устида амалларнинг асосий хоссаларидан фойдаланиб, қуйидаги тўпламларнинг ёзувларини қисқартiring:

1) $(A \cap B)' \cup B$;

3) $((A \cup B)' \cap (A' \cup B'))'$;

2) $((A \cup (B \cup C)) \cap A) \cup A'$;

4) $(A \cup (B \cap A'))' \cap B$;

5) $(A \cap B) \cup (A \cap A') \cup (A' \cap B)$.

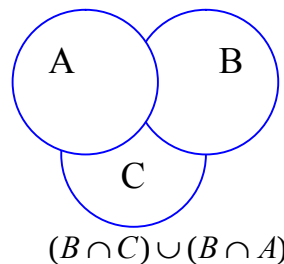
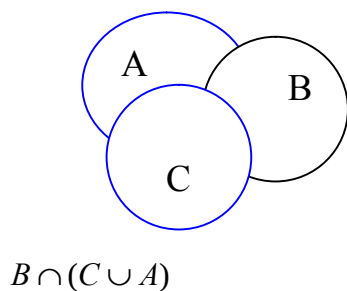
Вгурух топшириқлари.

2.037. Тўпламлар устида амалларнинг 2.6. $\forall A, \forall B, A \cup B = B \cup A$ - коммутативлик ва 2.24. $\forall A, \forall B, \overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$ – Де-Морган қонунларихоссаларини исботланг.

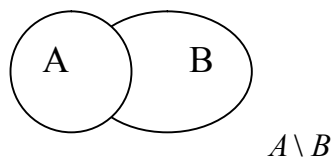
2.038. Тўпламлар устида амалларнинг

2.10. $\forall A, \forall B, \forall C, (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 2.11. $\forall A, \forall B, \forall C, (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ } –ассоциативлик хоссаларини исботланг.

2.039. Қуйидаги тўпламлар учун Эйлер – Венн диаграммаларини чизинг ва аниқланг, ихтиёрий A, B ва C тўпламлар учун тенгликлардан қайси бири ўринли (2.4 ва 2.5-расмлар):



2.4-расм.



2.5-расм.

$$1) B \cap (C \cup A) = (B \cap C) \cup (B \cap A),$$

$$2) (A \setminus B) \cup B = A.$$

2.040. Қандай A, B, C тўпламлар учун $A \cap B = A \cup B$ тенглик ўринли бўлади?

2.041. Тўпламлар устида амалларнинг асосий хоссаларидан фойдаланиб, тенгликни исботланг:

$$1) (A \cup B) \cap A' = B \cap A';$$

$$3) (A \cap B) \cup (B' \cap A) = A;$$

$$2) (A \cap B) \cup A' = A' \cup B;$$

$$4) ((A \cap B) \cup B') \cap (A \cup B) = A;$$

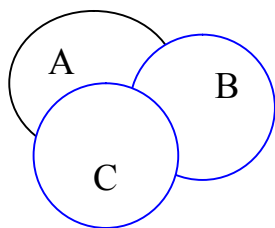
$$5) A \setminus B = B' \setminus A'.$$

Сгурух топшириқлари.

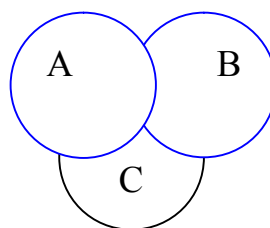
2.042. Тўпламлар устида амалларнинг 2.25 – $\forall A, \forall B, \overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$ хоссасини исботланг.

2.043. 2.12. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ – бирлашманинг кесишмага нисбатан дистрибутивлиги ва 2.13. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ – кесишманинг бирлашмага нисбатан дистрибутивлиги хоссаларини исботланг. Бу хоссалар айирмага нисбатан ўринли бўладими?

2.044. Ҳар қандай A, B, C тўпламлар учун $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ тенглик ўринли бўладими, текширинг (2.6 -расм). Агар тенглик барча тўпламлар учун ўринли бўлмаса, у ҳолда тенглик қандай шарт остида ўринли бўлишини аниқланг.



$A \cup (B \cap C)$



$(A \cup B) \cap C$

Дгурух топшириқлари.

2.045. Қандай тўпламлар учун $1) A \cup B = B \cap C;$
 $2) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ тенгликлар ўринли бўлади?

2.046. Қандай тўпламлар учун $1) A \setminus B = B \cap C';$
 $2) A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$ тенгликлар ўринли бўлади?

2.047. $(A \cup B) \cap A' = B \cap A'$ - икки тўпламнинг тенглигини тўпламлар устида амалларнинг асосий хоссаларидан фойдаланиб исботланг.

2.048. Тўпламлар устида амалларнинг асосий хоссаларидан фойдаланиб, тўпламларнинг тенглигини исботланг:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $(A \cup B) \cap A' = B \cap A';$ | 3) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A;$ |
| 2) $(A \cap B) \cup A' = A' \cup B;$ | 4) $((A \cap B) \cup B') \cap (A \cup B) = A;$ |
| 5) $A \setminus B = B' \setminus A'.$ | |

§ 3. Тўпламларнинг тўғри (декарт) кўпайтмаси.

Агурух топшириқлари.

3.049. $A = \{1, a, b\}, B = \{0, 2\}$ тўпламлар берилган. $A \times B$ тўплам қандай элементлардан тузилган?

3.050. $A = \{a, b\}$ ва $B = \{1, 2, 3\}$ тўпламлар учун декарт кўпайтманинг барча элементларини ёзинг.

3.051. $B = \{a, b, g\}$ тўплам учун декарт квадратнинг барча элементларини ёзинг ва барча диагонал элементларининг тагига чизинг.

3.052. R^2 тўпламнинг элементларига мисоллар келтиринг.
 $? \in R^6$ $? \in (R^2)^3.$

3.053. Агар $|A| = p$, $|B| = q$ бўлса, $A \times B$ тўпламнинг элементлари сони нечта бўлади? Нима учун?

3.054. $A \times B$ ва $B \times A$ ларни топинг агар:

- 1) $A = \{-1, 1\}$, $B = \{0, 2, 4\}$;
- 2) $A = \{1, a, b\}$, $B = \{0, b\}$;
- 3) $A = \{\nabla, \diamond, O\}$, $B = \{O\}$;
- 4) $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3, 4\}$;
- 5) $A = \{3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ бўлса.

3.055. D_{R^2} тўплами (R^2 тўпламнинг диагонали) координата ўқлари берилган текисликда тасвирланг. Чизмасини чизинг. Ўйлаб кўринг-чи, жавоб ягонами?

3.056. Қуйидаги тасдиқни исботланг: ҳар қандай A , B , C тўпламлар учун, агар $B \subset C$ бўлса, у ҳолда $A \times B \subset A \times C$ бўлади.

Вгурух топшириқлари.

3.057. $A = \{1, a, b\}$, $B = \{0, 2\}$ тўпламлар берилган. $A \times A$, $B \times B$, $A \times B$, $B \times A$ тўпламлар ҳар бирининг қуввати нимага тенг?

3.058. R^6 тўпламнинг элементларига мисоллар келтиринг.

3.059. $|A| = p$, $|B| = q$, $|C| = r$ бўлсин. Қуйидаги декарт кўпайтмаларда нечтадан элементлар қатнашади:

- 1) $|A \times (B \times C)| = ?$
- 2) $|(A \times B) \times C| = ?$
- 3) $|(A \times B \times C)| = ?$

3.060. $|A^n| = |A|^n$ тенглик ўринлими? Нима учун?

3.061. $I = [0, 1] \subset R$. Текисликда $I \times I$, $I \times R$, $R \times I$ тўпламларни тасвирланг. (Агар зарур бўлса, координаталар системасини киритинг).

3.062. Координаталар текислигида $A \times B$ декарт кўпайтмага мос келувчи нуқталар тўпламини топинг, агар:

- 1) $A = (-0,1], B = (2,3];$
- 2) $A = [-1,1], B = (0,\infty);$
- 3) $A = [0,3), B = \mathbb{R};$
- 4) $A = \mathbb{R}, B = [-2,2];$
- 5) $A = \{x \mid x > 0, x \in \mathbb{R}\}, B = \{x \mid x < 0, x \in \mathbb{R}\};$
- 6) $A = B = \{x \mid x > 0, x \in \mathbb{R}\}$ бўлса.

3.063. Қуйидаги тўпламларни декарт текислигида тасвирланг:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $[0, 1] \times [0, 1];$ | 2) $[-1, 1] \times [2, 3];$ |
| 3) $[0, 1] \times (-\infty, 3];$ | 4) $[0, 1] \times [2, \infty);$ |
| 5) $[1, 2] \times (-\infty, \infty);$ | 6) $(-1, 1] \times [2, 3];$ |
| 7) $[0, \infty) \times \{2, 3\};$ | 8) $(-\infty, \infty) \times [2, 3].$ |

3.064. $A \times B = B \times A$ тенглик ўринли бўладиган A ва B тўпламларни топиш мумкинми?

3.065. Ҳар қандай A, B, C тўпламлар учун тенглик ўринлими:
 $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$?

3.066. Ҳар қандай A, B, C тўпламлар учун қуйидаги тенгликлар ўринлими:

1. $A \cap (B \times C) = (A \cap B) \times (A \cap C);$
2. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)?$

3.067. Ўйлаб кўринг, агар ҳақиқий сонлар сон ўқида нуқталар орқали тасвирланса, $\mathbb{R}^3$ ва $\mathbb{R}^4$ тўпламлар элементларини қандай тасвирлаш мумкин?

3.068. $S' \times I, S' \times \mathbb{R}, D^2 \times \mathbb{R}$ – тўпламларнинг декарт кўпайтмаларига геометрик талқин беришга ҳаракат қилинг, бу ерда $I = [0, 1] \subset \mathbb{R}, S'$ – айлана, $\mathbb{R}$ – тўғри чизик ва D^2 – доира. Агар талаб этилса, координаталар системасини киритинг. Агар координаталар системаси ўзгартирилса, жавоб қандай ўзгаради? Чизмасини чизинг.

Сгурух топшириқлари.

3.069. $\langle \langle a, b \rangle, c \rangle = \langle a, \langle b, c \rangle \rangle = \langle a, b, c \rangle$ тенгликлар ўринлими? Тартибланган жуфтликлар қандай ҳолда солиштирилади? $A \times B \times C$ ни, хусусан, A^3 ни қандай аниқланади?

3.070. $(R^2)^3$ тўпламнинг элементларига мисоллар келтиринг.

3.071. $A = \{1, a, b\}$, $B = \{0, 2\}$ тўпламлар берилган. $A \times A$ ни $R \times R$ ҳолатга умумлаштиринг. $R \times R$ тўплам элементларининг геометрик тасвири қандай соҳадан иборат бўлади?

3.072. Ҳар қандай A , B , C тўпламлар учун қуйидаги тенгликлар ўринлими:

1) $A \cap (B \times C) = (A \cap B) \times (A \cap C)$;

2) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$?

3.073. Ихтиёрий A , B ва C тўпламлар учун қуйидагиларни исботланг:

1) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$;

2) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$;

3) $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$;

4) $A \subset B \Rightarrow A \times C \subset B \times C$;

5) $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$;

6) $A \cup B \subset C \Rightarrow A \times B = (A \times C) \cap (C \times B)$;

7) $(A \times B) \cup (B \times A) = C \times C \Rightarrow A = B = C$.

Дгурух топшириқлари.

3.074. Ихтиёрий A , B , C , D тўпламлар учун $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ тенгликни исботланг. Шунга ўхшаш тенглик тўпламларнинг бирлашмаси учун ҳам ўринлими?

3.075. Декарт кўпайтма билан $\cup$, $\cap$, $\setminus$, $'$ – тўлдирувчи тўплам амаллари ва $\subset$ муносабати қандай боғланган? (масалан, $A \cup (B \times C) = (A \cup B) \times (A \cup C)$, $A \cap (B \times C) = (A \cap B) \times (A \cap C)$).

3.076. Ихтиёрий A тўплам учун $A^m \times A^n = A^{m+n}$ ўринли бўладими? Нима учун?

3.077. $S' \times S'$, $S' \times D^2$, $D^2 \times S'$ – тўпламларнинг геометрик талқинини топинг, бу ерда S' – орқали айлана ва D^2 – орқали доира ифодаланган. Бу тўпламларни тасвирлашга ҳаракат қилинг.

3.078. I^3 , I^4 , $I^3 \times R$ ва $(S')^2 \times R$ тўпламларнинг қандайдир геометрик талқинини ўйлаб кўринг.

§ 4. Бинар ва n -ар муносабатлар.

Агурух топшириқлари.

4.079. Қуйидаги тўпламлардан қайси бирини A ва B тўпламлар ўртасида, A тўпламда аниқланган бинар муносабат бўлади: $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{a, b\}$,
 $r_1 = \{<1, a>, <2, b>, <3, a>\}$, $r_2 = \emptyset$, $r_3 = \{<1, a>\}$, $r_4 = \{<1, 1>, <b, b>\}$,
 $r_5 = \{<1, 1>, <2, 1>, <3, 1>\}$, $r_6 = \{<a, a>\}$, $r_7 = \{<1, 1>, <2, 1>, <3, 1>, <2, 3>\}$

4.080. Қуйидаги тўпламлардан қайси бирлари A ва B тўпламларда, A тўпламда аниқланган бинар муносабат
 $r_1 = \{<1, a>, <2, b>, <4, a>\}$, $r_2 = \emptyset$, $r_3 = \{<1, a>\}$, $r_4 = \{<1, 1>, <1, b>\}$, $r_5 = \{<1, 1>, <2, 1>, <4, 1>\}$
 $r_6 = \{<a, a>\}$, $r_7 = \{<1, 1>, <2, 1>, <4, 1>, <2, 4>\}$

Бу муносабатлар учун $Dom r$ ва $Im r$ ни топинг.

4.081. $A = \{3, 2, 1\}$, $B = \{a, b\}$ бўлсин. A ва B тўпламлар ўртасидаги ҳамда B ва A тўпламлар ўртасидаги бинар муносабатларга мисоллар келтиринг:

$$\begin{array}{ll} A \times B = ? & B \times A = ? \\ r_1 = ? & r_3 = ? \\ r_2 = ? & r_4 = ? \end{array}$$

4.082. $U = \{<x, y> \mid x \text{ талаба } y \text{ талаба билан битта гуруҳда ўқийди}\}$ бўлсин. Бу муносабатнинг бир нечта элементларини кўрсатинг.

4.083. A ва B тўпламлар ўртасида аниқланган r бинар муносабат $r = \{<1, a>, <2, b>, <2, g>, <3, d>\}$ кортежлардан тузилган. Бу муносабатни графлар орқали ифодаланг.

4.084. $X = \{a, b, g\}$ тўпламда аниқланган s бинар муносабат $s = \{<a, a>, <a, b>, <a, g>, <b, b>, <b, g>\}$ кортежлардан тузилган. Бу муносабатни графлар орқали ифодаланг.

4.085. 5.82 – 5.84 мисоллардаги бинар муносабатларнинг аниқланиш соҳалари ва қийматлари тўпламларини топинг.

Вгурух топшириқлари.

- 4.086. $F = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = \sin x \}$. Бу муносабатни кўргазмали ифодаси $y = \sin x$ функциянинг координата текислигидаги графигидан иборат бўлади: $G = \{ M(x, y) \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = \sin x \}$. Бу муносабатнинг бир нечта элементларини кўрсатинг.
- 4.087. 5.82-мисолда r бинар муносабатнинг $X = \{1, 2\} \subset A = \{1, 2, 3\}$ тўпламдаги торайишини топинг.
- 4.088. $W = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset Z \wedge x, y \text{ ни бўлади} \}$ – бинар муносабат учун $Dom W$, $Im W$ ларни топинг.
- 4.089. $V = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset N \wedge 3x \leq 2y \}$ – бинар муносабат учун $Dom V$, $Im V$ ларни топинг.

Сгурух топшириқлари.

- 4.090. Ўйлаб кўринг, берилган $A = \{3, 2, 1\}$ ва $B = \{a, b\}$ тўпламлар ўртасида нечта бинар муносабат аниқлаш мумкин?
- 4.091. $F = \{ \langle r, s \rangle \mid r, s - \text{бинар муносабатлар} \wedge r = s \}$ – бинар муносабатнинг аниқланиш соҳаси ва қийматлари тўпламини топинг.

Дгурух топшириқлари.

- 4.092. Ҳақиқий сонларни қўшиш ва кўпайтиришни тернар муносабатга мисол сифатида кўрсатиш мумкинми:
 $[+] = \{ \langle \langle x, y \rangle, z \rangle \mid \{x, y, z\} \subset R \wedge z = x + y \} \subset R \times R \times R = R^2 \times R = R^3$
 ва
 $[\cdot] = \{ \langle \langle x, y \rangle, z \rangle \mid \{x, y, z\} \subset R \wedge z = xy \} \subset R \times R \times R = R^2 \times R = R^3$? Нима учун?
- 4.093. Ихтиёрий A ва B тўпламлар ўртасида аниқланган бинар муносабатлар ичида “энг катта” си қайси бўлиши мумкин? “Энг кичиги”-чи?

§5. Бинар муносабатлар устида амаллар.

Агурух топшириқлари.

5.094. Қуйидаги бинар муносабатлар тенгми: $r_1 = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle\}$ ва $r_2 = \{\langle x,y \rangle \mid \{x,y\} \subset \{1,2,3,5\} \wedge x < y < x+2\}$?

5.095. Қуйидаги бинар муносабатлар тенгми:
 $r = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$ ва $s = \{\langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset \{1, 2, 3, 5\} \wedge x < y < x+2\}$?

5.096. $r_1 = \{\langle 1,a \rangle, \langle 2,b \rangle, \langle 4,a \rangle\}$, $r_2 = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 2,4 \rangle\}$ бинар муносабатларнинг инверсиясини топинг.

5.097. $r_1 = \{\langle 1,a \rangle, \langle 2,b \rangle, \langle 4,a \rangle\}$, $r_2 = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 2,4 \rangle\}$ бинар муносабатларнинг $r_1 \circ r_2$ композициясини топинг.

5.098. $r = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 7 \rangle\}$ ва $s = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 4, 9 \rangle\}$ бинар муносабатларнинг композицияси $s \circ r$ ва $r \circ s$ ни топинг.

5.099. $s = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 4, 9 \rangle\}$ бинар муносабат учун $s^2 = s \circ s$ композиция аниқланганми? Нима учун?

5.100. $r = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 7 \rangle\}$ бинар муносабат учун $r^2 = r \circ r$ композиция аниқланганми? Нима учун?

Вгурух топшириқлари.

5.101. Ҳар қандай r бинар муносабат учун $(r^\cup)^\cup = r$ эканини исботланг.

5.102. $r = \{\langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset \mathbb{R}^1 \wedge y = x^2 + 1\}$ муносабатнинг инверсиясини топинг.

5.103. Ихтиёрий R ва S бинар муносабатлар учун $Dom(S \circ R) \subset Dom R$ ва $Im(S \circ R) \subset Im S$ эканлигини исботланг.

5.104. $f = \{\langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset \mathbb{R} \wedge y = x^2\}$ ва $g = \{\langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset \mathbb{R} \wedge y = x+1\}$ бинар муносабатларнинг композициясилари $g \circ f$, $f \circ g$, $f^2 = f \circ f$ ва $g^2 = g \circ g$ ларни топинг.

5.105. Агар $U = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ талаба } y \text{ билан битта гуруҳда ўқийди} \}$ ва $G = \{ \langle y, z \rangle \mid y \text{ гуруҳ } z \text{ университетнинг ўқув гуруҳи} \}$ бўлса, U ва G муносабатларнинг композицияси $G \circ U$ ва $U \circ G$ ларни топинг.

5.106. $i_x \circ i_x = i_x = \{ \langle x, x \rangle \mid \forall x \in X \}$ эканини исботланг.

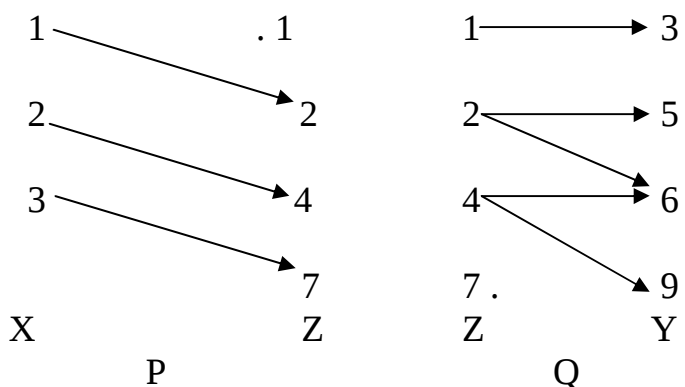
5.107. Ҳар қандай r бинар муносабат учун $Dom\ r = Im\ r^\cup$ ва $Im\ r = Dom\ r^\cup$ эканини исботланг.

5.108. r ва s бинар муносабатлар учун инверсияларни топинг ва уларнинг графларини чизинг: $r = \{ \langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 2, g \rangle, \langle 3, d \rangle \}$,
 $s = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, g \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, g \rangle \}$.

Сгурух топшириқлари.

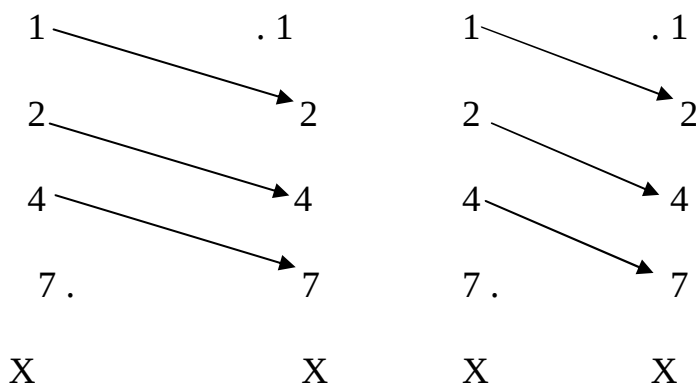
5.109. Бинар муносабатларнинг композициясини графларда ифодаланг (5.7, 5.8, 5.9 - расмлар):

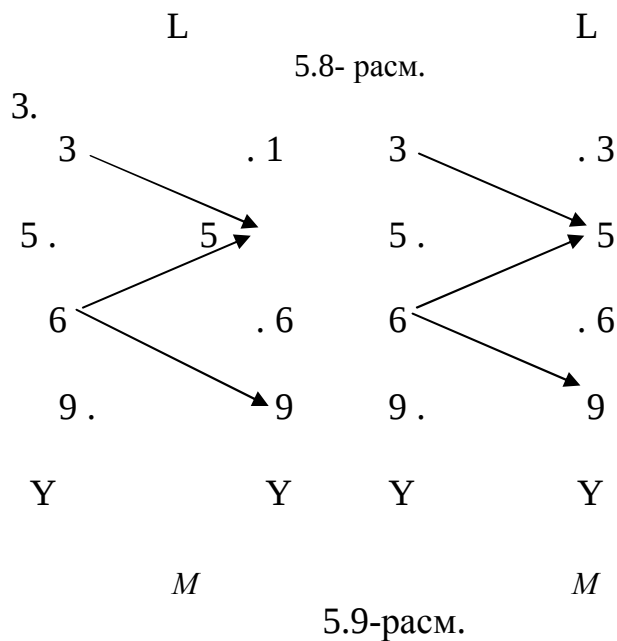
1.



5.7 -расм.

2.





5.110. $r = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 7 \rangle \}$ берилган.

$$r \circ r^\cup = ?$$

$$r^\cup \circ r = ?$$

5.111. $s = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 4, 9 \rangle \}$ берилган.

$$s \circ s^\cup = ?$$

$$s^\cup \circ s = ?$$

5.112. Ихтиёрий r бинар муносабат учун $i \in r^\cup \circ r$ ва $i \in r \circ r^\cup$ лар ўринли бўлишини исботланг.

5.113. 5.088 – мисолдаги $W = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset \mathbb{Z} \wedge x, y \text{ ни бўлади} \}$ – бинар муносабат учун $W^\cup$ ни топинг.

5.114. $V = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset \mathbb{N} \wedge 3x \leq 2y \}$ – бинар муносабат учун $V^\cup$ ни топинг.

Дгурух топшириқлари.

5.115. A ва B тўпламларнинг элементлари ўртасидаги ҳар қандай r ва s бинар муносабатлар учун қуйидаги тенгликлар ўринли бўлишини исботланг:

1) $(r \cup s)^\cup = r^\cup \cup s^\cup$;

2) $(r \cap s)^\cup = r^\cup \cap s^\cup$;

$$3) (r \setminus s)^\cup = r^\cup \setminus s^\cup;$$

$$4) (r')^\cup = (r^\cup)';$$

$$5) r \subseteq s \Rightarrow r^\cup \subseteq s^\cup.$$

5.116. Бинар муносабатлар композициясининг ассоциативлигини исботланг.

5.117. Агар $S \circ R = \emptyset$ бўлса, $Q \circ (S \circ R) = (Q \circ S) \circ R$ тенгликнинг ўринлилиги сақланадими? Агар $Q \circ S = \emptyset$ бўлса-чи? Исботни амалга оширишга ҳаракат қилинг.

5.118. Агар бинар муносабатларнинг композицияси $S \circ R$ аниқланган бўлса, у ҳолда $(S \circ R)^\cup = R^\cup \circ S^\cup$ бўлишини исботланг.

5.119. $V = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset N \wedge 3x \leq 2y \}$ бинар муносабат учун муносабатлар композициясини топинг:

$$V \circ V^\cup = ?, \quad V^{\cup 1} \circ V = ?, \quad V^\cup = ?$$

§6. Акслантиришлар.

Агурух топшириқлари.

6.120. $X = \{a, b, c\}$ ва $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ тўпламлар ўртасида аниқланган қуйидаги бинар муносабатлардан қайсилари акслантириш, X ни Y нинг ичига акслантириш бўлишини аниқланг:

$$1) F_1 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle c, 4 \rangle \},$$

$$2) F_2 = \{ \langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle c, 3 \rangle \},$$

$$3) F_3 = \{ \langle a, 2 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 4 \rangle \},$$

$$4) F_4 = \{ \langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle \}.$$

6.121. 5.092 - мисолдаги бинар муносабатлар:

$$[+] = \{ \langle \langle x, y \rangle, z \rangle \mid \{x, y, z\} \subset R \wedge z = x + y \} \subset R^2 \times R = R^3 \quad \text{ва}$$

$$[\cdot] = \{ \langle \langle x, y \rangle, z \rangle \mid \{x, y, z\} \subset R \wedge z = xy \} \subset R^2 \times R = R^3 \quad \text{лар} \quad R^2 \rightarrow R \quad -$$

акслантиришлар бўладиларми? Нима учун?

6.122. f акслантириш аниқланиш соҳасининг ихтиёрий қисм тўплами учун $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ тенглик ўринли бўлишини исботланг.

6.123. $f = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in Z \wedge y \parallel x\}$ бинар муносабат акслантириш бўладими? Нима учун? $Dom f$ ва $Im f$ ни топинг.

6.124. Қуйидаги муносабатлардан қайси бири акслантириш бўлади:

$$1) j = \{\langle x, y \rangle \in R \times R \mid y = x^2\};$$

$$2) j = \{\langle x, y \rangle \in [0, \infty[\times]-\infty, \infty[\mid y = x^2\};$$

$$3) j = \{\langle x, y \rangle \in [0, \infty[\times]0, \infty[\mid y = x^2\};$$

$$4) j = \{\langle x, y \rangle \in [0, 1] \times [0, 1] \mid y = x^2\};$$

$$5) j = \left\{ \langle x, y \rangle \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \times \left[0, \frac{1}{2}\right] \mid y = x^2 \right\};$$

$$6) j = \{\langle x, y \rangle \in N \times N \mid y = x^2\};$$

$$7) j = \{\langle x, y \rangle \in [0, \infty[\times]-\infty, \infty[\mid x = y^2\};$$

$$8) j = \{\langle x, y \rangle \in [0, \infty[\times]0, \infty[\mid x = y^2\};$$

$$9) j = \{\langle x, y \rangle \in [-1, 1] \times [-1, 0] \mid x^2 + y^2 = 1\};$$

$$10) j = \{\langle x, y \rangle \in [-1, 0] \times [-1, 1] \mid x^2 + y^2 = 1\};$$

$$11) j = \{\langle x, y \rangle \in [-1, 0] \times [-1, 0] \mid x^2 + y^2 = 1\};$$

$$12) j = \{\langle x, y \rangle \in N \times N \mid x - y = 3\};$$

$$13) j = \{\langle x, y \rangle \in N \times N \mid y - x = 3\};$$

$$14) j = \{\langle x, y \rangle \in N \times N \mid |x - y| = 3\};$$

6.125. A – аудиториядаги барча талабалар тўплами, B – шу аудиториядаги стуллар тўплами бўлсин ва

1) ҳар бир талабага ўзи ўтирган стулни мос қўйилган;

2) ҳар бир стулга унга ўтирадиган талабани мос қўйилган.

Қайси ҳолда 1) ва 2) мослик $A \rightarrow B$ ва $B \rightarrow A$ акслантиришларни аниқлайди?

Вгурух топшириқлари.

- 6.126. Текисликдаги барча нуқталар тўплами M билан R^2 – ҳақиқий сонларнинг барча тартибланган жуфтликлари тўплами ўртасида берилган қандайдир координаталар системасига нисбатан ҳар бир нуқтага ўзининг координатасини мос қўйиш орқали аниқланган $r = \{ \langle M, \langle x, y \rangle \mid x = m_y \cap (OX), y = m_x \cap (OY) \} \subset M \times R^2$ бинар муносабат $r : M \rightarrow R^2$ - акслантириш бўлишини исботланг.
- 6.127. 4.088 – мисолдаги $W = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset Z \wedge x, y \text{ ни бўлади} \}$ – бинар муносабат акслантириш бўладими? Нима учун?
- 6.128. Ҳар қандай X тўплам учун айний муносабат $id_X = \{ \langle x, x \rangle \mid \forall x \in X \}$ - акслантириш бўлишини исботланг.
- 6.129. Ҳар қандай $f : X \rightarrow Y$ акслантириш учун унинг торайиши $f|_{X'} : X' \rightarrow Y$ ҳам акслантириш бўлишини исботланг.
- 6.130. 6.120–масаладаги $F_4 = \{ \langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle \}$ акслантириш $F_2 = \{ \langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$ акслантиришнинг қайси тўпламдаги торайишидан иборат?
- 6.131. $A = \{3, 2, 1\}$ тўпламни $B = \{a, b\}$ тўпламга мос қўювчи барча акслантиришларни ва A ни B нинг **ичига** ўтказувчи барча акслантиришларни топинг. A ни B га мос қўювчи жамида нечта бинар муносабат ва нечта акслантириш мавжуд? Жавобингизни 5.081-масаланинг натижаси билан солиштиринг.

Сгурух топшириқлари.

- 6.132. Ҳар бир учбурчакка унга ички чизилган айланани мос қўювчи T муносабат Δ – барча (текисликдаги) учбурчаклар тўпламини Θ – барча (текисликдаги) айланалар тўпламига акслантириш бўладими? Нима учун?
- 6.133. Ҳар бир айланага унга ташқи чизилган учбурчакни мос қўювчи O – муносабат Θ – барча (текисликдаги) айланалар тўпламини Δ – барча (текисликдаги) учбурчаклар тўпламига акслантириш бўладими? Нима учун?

6.134. Агар $f : X \rightarrow Y$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $\{A, B\} \subset X$ қисм тўплам учун куйидаги боғланишлар ўринли бўлишини исботланг:
 $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$, лекин, $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$,
 $f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B)$ бўлади. Агар бундан ташқари $A \subset B$ бўлса, у ҳолда $f(A) \subset f(B)$ бўлади.

Дгурух топшириқлари.

6.135. Агар $f : X \rightarrow Y$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $\{C, D\} \subset \text{Im } f$ қисм тўплам учун куйидаги боғланишлар ўринли бўлишини исботланг:
 $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(D) \cup f^{-1}(C)$ ва $f^{-1}(C) \setminus f^{-1}(D) = f^{-1}(C \setminus D)$, лекин
 $f^{-1}(C \cap D) \subset f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$ бўлади. Агар бундан ташқари $C \subset D$ бўлса, у ҳолда $f^{-1}(C) \subset f^{-1}(D)$ бўлади.

6.136. Агар $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ тенглик барча f акслантиришлар учун ўринли бўлмаса (лемма 7.1. га қаранг), у ҳолда f га қандай шарт қўйилганда тенглик $\text{Dom } f$ нинг ҳар қандай қисм тўплами учун ўринли бўлишини топишга ҳаракат қилинг.

6.137. Агар $|A| = p$ ва $|B| = q$ (Масалан, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$ ва $B = \{b_1, b_2, \dots, b_q\}$) бўлса, A ни B нинг ичига мос қўювчи нечта акслантириш мавжуд бўлади?

6.138. $|A| = m$, $|B| = n$ бўлсин. A – тўпламни B – тўпламнинг ичига ўтказувчи барча акслантиришлар сонини топинг.

§ 7. Акслантиришлар устида амаллар.

Агурух топшириқлари.

7.139. 6.104 - мисолдаги f ва g лар акслантиришлар: $f : R \rightarrow R$ ва $g : R \rightarrow R$, бу ерда $f = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^2 \}$, $g = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x + 1 \}$, учун акслантиришлар композициясини топинг ва уларнинг графикларини чизинг.

7.140. 7.120 - мисолдаги F_2, F_3, F_4 акслантиришлардан қайси бири тескариланувчи? Уларнинг графларидаги ўзига хослик нимадан иборат?

- 7.141. f_1 ва f_2 акслантириш (функция)лар тескариланувчими, аниқланг.
- 1) $f_1 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_1 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^3 \}$.
 - 2) $f_2 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^2 \}$.
- 7.142. Бу функцияларнинг графикларини солиштиринг, графикларда тескариланувчи ва тескариланмайдиган акслантиришлар учун қандай ўзига хослик кўзга ташланади?
- 7.143. Айний акслантириш $i_x = \{ \langle x, x \rangle \mid x \in X \}$ - тескариланувчи эканини исботланг.
- 7.144. 8.141- масаладаги $f_1 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_1 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^3 \}$ - тескариланувчи акслантириш учун тескари акслантиришни кўрсатинг. $f_2 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^2 \}$ - тескариланувчи акслантириш бўладими?
- 7.145. 7.124- мисолдаги акслантиришлардан қайси бири тескариланувчи? Уларнинг тескари акслантиришларини топинг.

Вгурух топшириқлари.

- 7.146. Акслантиришлар инверсияси (муносабатдаги каби) қандай хоссаларга эга ва у ихтиёрий акслантириш учун яна акслантириш бўладими? Жавобингизни асосланг.
- 7.147. $f : X \rightarrow Y$ ва $g : Y \rightarrow Z$ акслантиришларнинг композицияси (бинар муносабатлар композицияси каби) яна акслантириш бўлишини исботланг.
- 7.148. Акслантиришлар композицияси ассоциативлик хоссасига эга эканлигини, яъни ихтиёрий f, g ва h акслантиришлар учун $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$ тенглик ўринли эканини исботланг.
- 7.149. Исботланг: f акслантириш тескариланувчи бўлади фақат ва фақат шу ҳолдаки, қачонки, $\forall y \in \text{Im } f$ учун фақатгина битта $\langle x, y \rangle \in f$ кортеж мавжуд бўлса ёки **ҳар бир** $y \in \text{Im } f$ элемент **ягона асл тасвирига** эга бўлса.

7.150. Агар $f: X \rightarrow Y$ акслантириш тескариланувчи бўлса, у ҳолда f^{-1} акслантириш ҳам тескариланувчи бўлиб, $(f^{-1})^{-1} = f$ бўлишини исботланг.

Сгурух топшириқлари.

7.151. Агар $f: X \rightarrow Y$ акслантириш тескариланувчи бўлса, у ҳолда $\text{Im } f = \text{Dom } f^{-1}$, $\text{Dom } f = \text{Im } f^{-1}$, $f^{-1}: \text{Im } f \rightarrow X$ бўлади.

7.152. Агар $f: X \rightarrow Y$ акслантириш тескариланувчи бўлса, у ҳолда $f^{-1} \circ f = i_X$ ва $f \circ f^{-1} = i_{\text{Im } f}$ бўлишини исботланг.

7.153. Агар $f: X \rightarrow Y$ ва $g: Y \rightarrow Z$ акслантиришлар тескариланувчи бўлсалар, у ҳолда уларнинг композицияси $g \circ f$ ҳам тескариланувчи бўлиб, $(g \circ f)^{-1}: \text{Im } (g \circ f) \rightarrow X$ ва $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ бўлишини исботланг.

Дгурух топшириқлари.

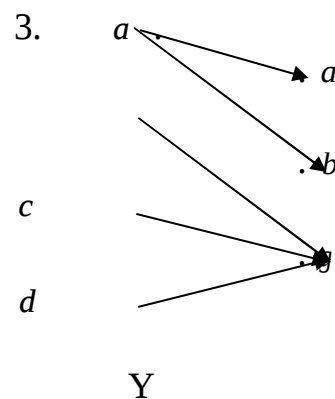
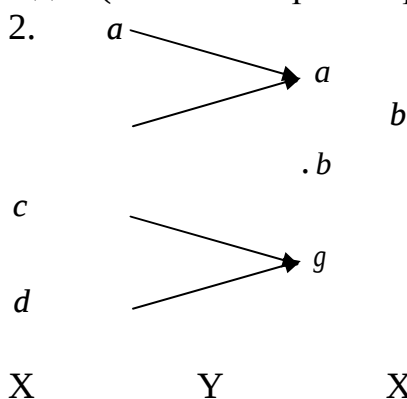
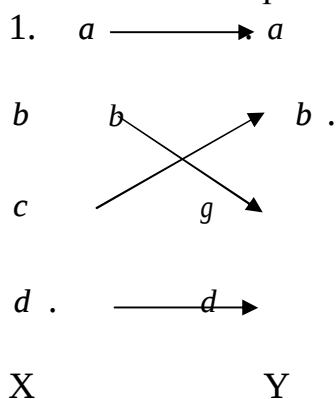
7.154. Ихтиёрий тескариланувчи f акслантириш ва ихтиёрий $\{C, D\} \subset \text{Im } f$ қисм тўпламлар учун $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$ тенглик ўринли бўлишини исботланг.

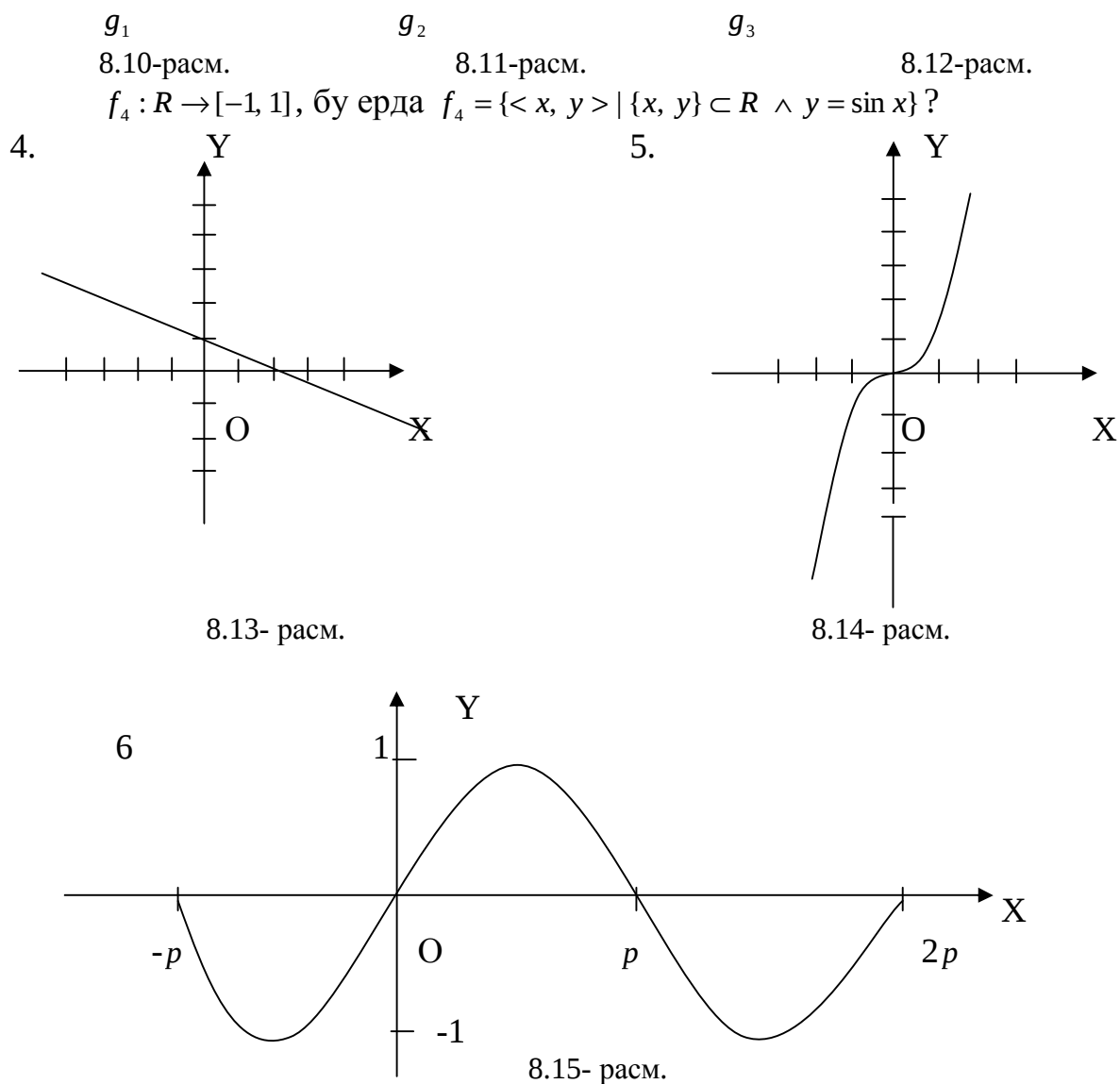
7.155. Ҳар қандай $f: X \rightarrow Y$ акслантириш ва $X \supset X' \supset X''$ қисм тўпламлар учун $(f|_{X'})|_{X''} = f|_{X''}$ - торайишлар тенглиги ўринли бўлади.

§ 8. Инъектив ва сюръектив акслантиришлар.

Агурух топшириқлари.

8.156. Қуйидаги муносабатлардан қайси бири нима учун сюръектив акслантириш бўлади? (8.10 – 815- расмлар):





8.157. Ҳақиқий сонларни қўшиш ва кўпайтириш (5.092- ва 7.121- мисолларга қаранг):

$$\{ \langle x, y, z \rangle \mid \{x, y, z\} \subset R \wedge z = x + y \} \subset R \times R \times R = R^3$$

ва

$$\{ \langle x, y, z \rangle \mid \{x, y, z\} \subset R \wedge z = xy \} \subset R \times R \times R = R^3$$

акслантириш сифатида сюръектив бўладиларми?

8.158. $f \in S \text{ Map } (X, Y)$ - тескариланувчи акслантириш учун f^{-1} акслантириш сюръективми? (Бу ерда $S \text{ Map } (X, Y)$ - X тўплагани Y тўплагига ўтказувчи барча сюръектив акслантиришлар тўплами).

8.159. Агар $f \in I \text{ Map } (X, Y)$ бўлса, у ҳолда f – тескариланувчи бўлади. f^{-1} акслантириш инъектив бўладими? (Бу ерда $I \text{ Map } (X, Y)$ - X тўплагани Y тўплагига ўтказувчи барча инъектив акслантиришлар тўплами).

- 8.160. 7.120 - мисолдаги F_2, F_3, F_4 акслантиришлардан қайси бири сюръектив, қайси бири инъектив акслантириш бўлади?
- 8.161. 8.141- мисолдаги f_1 ва f_2 акслантириш (функция)лар сюръективми, инъективми, аниқланг:
 1) $f_1 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_1 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^3 \}$.
 2) $f_2 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^2 \}$.
- 8.162. 7.141- масаладаги $f_1 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_1 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^3 \}$ - акслантириш сюръективми, инъективми, тескариланувчи? $f_2 : R \rightarrow R$, бу ерда $f_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid \{x, y\} \subset R \wedge y = x^2 \}$ - акслантириш-чи?
- 8.163. 7.124- мисолдаги акслантиришлардан қайси бири сюръектив, қайси бири инъектив, тескариланувчи акслантириш бўлади? Уларнинг тескари акслантиришларини топинг.

Вгурух топшириқлари.

- 8.164. Агар $f : X \rightarrow Y$ ва $g : Y \rightarrow Z$ акслантиришлар сюръектив бўлсалар, у ҳолда уларнинг композицияси $g \circ f : X \rightarrow Z$ ҳам сюръектив бўлишини исботланг.
- 8.165. Агар f - инъектив бинар муносабат бўлса, у ҳолда f^{-1} - акслантириш бўлишини исботланг.
- 8.166. Акслантириш тескариланувчи бўлади фақат ва фақат шу ҳолдаки, қачонки у инъектив бўлса. Буни исботланг.
- 8.167. Агар $f : X \rightarrow Y$ ва $g : Y \rightarrow Z$ акслантиришлар инъектив бўлсалар, у ҳолда уларнинг композицияси $g \circ f : X \rightarrow Z$ ҳам инъектив бўлишини исботланг.
- 8.168. N ва Z тўпламлар ўртасида шундай f акслантириш топингки, у:
 а) ичига бўлсин, инъектив бўлсин;
 б) ичига бўлсин, лекин инъектив бўлмасин;
 в) инъектив бўлсин ва сюръектив (устига) бўлсин (биектив);
 г) сюръектив (устига) бўлсин, лекин инъектив бўлмасин.

Сгурух топшириқлари.

- 8.169. $|A| = m$, $|B| = n$ бўлсин. A – тўпламни B – тўпламнинг ичига ўтказувчи
- 1) барча инъектив акслантиришлар сонини;
 - 2) барча сюръектив акслантиришлар сонини топинг.
- 8.170. Агар $f : X \rightarrow Y$ акслантириш инъектив бўлса, у ҳолда $f^{-1} \circ f = id_X$ ва $f \circ f^{-1} = id_{Im f}$ бўлишини исботланг.
- 8.171. $f : R \rightarrow R$, $f = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in R \wedge y = x^2\}$ ва $g : R \rightarrow R$, $g = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in R \wedge y = x + 1\}$ функциялар берилган. Улар учун $f \circ g = g \circ f$ тенглик ўринлими? $f \circ g$ акслантириш сюръективми ёки инъективми? $(f \circ g)^{-1}$ акслантириш мавжудми?
- 8.172. $f - X$ ни Y нинг устига акслантириш бўлсин. Қуйидаги тасдиқлар ўзаро эквивалент эканини исботланг:
- 1) $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$;
 - 2) $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$;
 - 3) ихтиёрий $g : Y \rightarrow X$ ва $h : Y \rightarrow X$ акслантиришлар учун $f \circ g = f \circ h \Rightarrow g = h$.

Дгурух топшириқлари.

- 8.173. Агар $f - X$ ни Y нинг устига ўзаро бир қийматли акслантириш, g эса Y ни Z нинг устига ўзаро бир қийматли акслантириш бўлса:
- 1) $g \circ f - X$ ни Z нинг устига ўзаро бир қийматли акслантириш бўлишини;
 - 2) $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ бўлишини исботланг.
- 8.174. $f -$ чекли X тўпламни алмаштириш бўлсин. Қуйидаги тасдиқлар ўзаро эквивалент эканини исботланг:
- 1) $f -$ акслантириш ўзаро бир қийматли;
 - 2) $f - X$ ни X нинг устига акслантириш.

§ 9. Биeктив акслантиришлар.

Агурух топшириқлари.

9.175. Айний акслантириш $i_X = \{ \langle x, x \rangle \mid \forall x \in X \}$ биeктив акслантириш бўлишини исботланг.

9.176. $A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $B = \{b_1, b_2\}$. $A \rightarrow B$ - сюръeктив акслантириш, $A \rightarrow B$ - инъeктив акслантириш, $A \rightarrow B$ - биeктив акслантириш мавжудми? Нима учун? Агар бундай акслантиришлар мавжуд бўлса, ҳар хил сюръeктив, инъeктив ва биeктив акслантиришлар - $A \rightarrow B$ нинг сонини аниқлашга ҳаракат қилинг. Худди шу саволга юқоридаги тўпламлардаги $B \rightarrow A$ акслантириш учун жавоб беринг.

Вгурух топшириқлари.

9.177. $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$. Қандай m ва n ларда $A \rightarrow B$ - сюръeктив акслантириш, $A \rightarrow B$ - инъeктив акслантириш, $A \rightarrow B$ - биeктив акслантириш мавжуд бўлади? Нима учун?

9.178. Агар $f: X \rightarrow Y$ акслантириш биeктив бўлса, у ҳолда $f^{-1}: Y \rightarrow X$ ҳам биeктив акслантириш бўлишини исботланг.

Сгурух топшириқлари.

9.179. A – тўплам чексиз, унинг қисм тўплами B – эса чекли бўлсин. У ҳолда $A \setminus B \rightarrow A$ биeктив акслантириш мавжуд бўлишини исботланг.

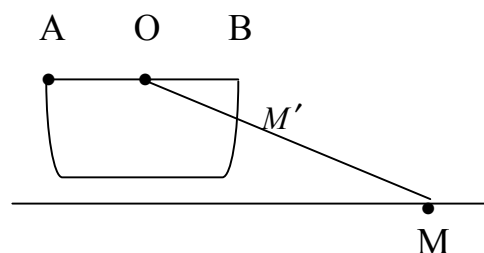
9.180. $|A| = m$, $|B| = n$ бўлсин. A – тўпламни B – тўпламнинг ичига ўтказувчи барча биeктив акслантиришлар сонини топинг.

9.181. A – тўпламни $\{0,1\}$ тўпламнинг ичига барча акслантиришлар тўплами билан $P(A)$ – A тўпламнинг барча қисм тўпламлари тўплами ўртасида биeктив мослик ўрнатинг ва агар $|A| = n$ бўлса, $|P(A)|$ ни топинг.

9.182. $f(\langle x, y \rangle) = \langle x+1, y-2 \rangle$ муносабат орқали берилган $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ акслантириш биeктив эканини исботланг.

Дгурух топшириқлари.

- 9.183. Агар M текисликда қандайдир аффин координаталар системаси берилган бўлса, у ҳолда $g(A(x, y)) = A'(x+1, y-2)$ муносабат орқали аниқланган $g: M \rightarrow M$ акслантириш M тўплам нуқталарини алмаштириш бўлишини исботланг.
- 9.184. Агар M - текисликлар тўпламида қандайдир тўғри бурчакли декарт (ёки аффин) координаталар системаси берилган бўлса, у ҳолда $h = \{ \langle A(x, y), A'(x', y') \rangle \mid \langle x', y' \rangle = \langle x + y - 1, x - y - 4 \rangle \}$ муносабат орқали берилган $h \subset M^2$ бинар муносабат бу текисликни алмаштириш эканини исботланг.
- 9.185. Қандай сонлар кўп: натурал сонларми ёки жуфт мусбат бутун сонларми, деган саволга жавоб топиш мумкинми? Равшанки, ҳар қандай жуфт мусбат бутун сон бу – натурал сондир, $2N \subset N$, яъни жуфт натурал сонлар барча натурал сонлардан “кичик”. Ваҳоланки, бу тўпламлар - N ва $2N$ тенг қувватлидирлар. Исботланг.
- 9.186. Барча бутун сонлар тўплами Z ва натурал сонлар тўплами N - тенг қувватли тўпламлар эканини исботланг.
- 9.187. Ихтиёрий иккита кесмадаги нуқталар тўплами тенг қувватли эканини исботланг.
- 9.188. S' – ярим айланадаги нуқталар тўплами билан унинг диаметри - $[AB]$ нинг тенг қувватли эканини исботланг.
- 9.189. Тўғри чизиқ билан унинг ихтиёрий оралиғидаги нуқталар тўпламининг тенг қувватли эканини исботланг.
- 9.190. Акслантиришни $s: l \rightarrow S' \mid s: M \rightarrow M' = (OM) \cap S'$ орқали аниқлаш ва унинг биективлигини исботлаш орқали кесмадаги нуқталар билан бу кесмага чизилган ярим айлана уринмасидаги нуқталар тўпламининг тенг қувватли эканини исботланг (9.16- расм).



§ 10. Чекли ва санокли тўпламлар.

Сгурух топшириқлари.

- 10.191. Агар $n \neq m$ бўлса, у ҳолда $P(m)$ ва $P(n)$ тўпламлар тенг қувватли эмаслигини исботланг.
- 10.192. Ораликдаги нуқталар тўплами саноксиздир. Исботланг.

Дгурух топшириқлари.

- 10.193. Ихтиёрий чексиз тўплам санокли (чексиз санокли) қисм тўпламга эга. Исботланг.
- 10.194. Ҳар қандай чекли ва санокли тўпламларнинг бирлашмаси санокли тўпламдир. Исботланг.
- 10.195. Санокли тўплам билан санокли тўпламнинг бирлашмаси санокли тўпламдир. Исботланг.
- 10.196. N^2 тўплам санокли. Исботланг.
- 10.197. Барча рационал сонлар тўплами Q – саноклидир. Исботланг.

§ 11. Бинар муносабатларнинг айрим турлари.

Агурух топшириқлари.

- 11.198. Қуйидаги муносабатларнинг ҳар бири учун муносабатнинг қайси хоссалари (рефлексивлик, антирефлексивлик, симметриклик, антисимметриклик, транзитивлик) ўринли бўлишини кўрсатинг:
- 1) текисликдаги тўғри чизиклар тўпламида " $\parallel$ " лик муносабати;
 - 2) текисликдаги тўғри чизиклар тўпламида " $\perp$ " лик муносабати;
 - 3) R тўпламда " $=$ " лик муносабати;

- 4) R тўпламда " $<$ " лик муносабати;
- 5) R тўпламда " $\leq$ " лик муносабати;
- 6) текисликдаги тўғри чизиқлар тўпламида “кесишиш” муносабати;
- 7) текисликдаги учбурчаклар тўпламида “ўхшашлик” муносабати;
- 8) универсал тўпламнинг барча қисм тўплamlари тўпламида " $\subseteq$ " лик муносабати;
- 9) универсал тўпламнинг барча қисм тўплamlари тўпламида " $\subset$ " лик муносабати.

11.199. $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ тўпламда берилган қуйидаги муносабатларнинг аниқланиш соҳаси $Dom\,r$ ва қийматлари соҳаси $Im\,r$ ни топинг ҳамда бу муносабатлар қайси хоссаларга (рефлексивлик, антирефлексивлик, симметриклик, антисимметриклик, транзитивлик) эга эканини аниқланг:

- 1) $a\,r\,b \Leftrightarrow a - b = 8$;
- 2) $a\,r\,b \Leftrightarrow b = a^2$;
- 3) $a\,r\,b \Leftrightarrow ab = 12$;
- 4) $a\,r\,b \Leftrightarrow a < b^2$.

11.200. N тўпламда берилган қуйидаги муносабатларнинг аниқланиш соҳаси $Dom\,r$ ва қийматлари соҳаси $Im\,r$ ни топинг ҳамда бу муносабатлар қайси хоссаларга (рефлексивлик, антирефлексивлик, симметриклик, антисимметриклик, транзитивлик) эга эканини аниқланг:

- | | |
|---|--|
| 1) $r = \{\langle 3, 3 \rangle\}$ | 2) $r = \{\langle 3, 5 \rangle\}$ |
| 3) $r = \{\langle 3, 5 \rangle, \langle 5, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 5, 5 \rangle\}$ | 4) $r = \{\langle 8, 5 \rangle, \langle 5, 8 \rangle\}$ |
| 5) $x\,r\,y \Leftrightarrow \exists KUB(x, y) = 1$; | 6) $x\,r\,y \Leftrightarrow y < 2x$; |
| 7) $x\,r\,y \Leftrightarrow x = y^2$; | 8) $x\,r\,y \Leftrightarrow x > y$; |
| 9) $x\,r\,y \Leftrightarrow x \geq y$; | 10) $x\,r\,y \Leftrightarrow x - y = 12$; |
| 11) $x\,r\,y \Leftrightarrow y - x = 12$; | 12) $x\,r\,y \Leftrightarrow (x - y) \in \mathbb{N}_3$; |
| 13) $x\,r\,y \Leftrightarrow x = 3y$; | 14) $x\,r\,y \Leftrightarrow xy = 30$; |

$$15) \ x r y \Leftrightarrow x < y - 1;$$

$$16) \ x r y \Leftrightarrow x < y + 1;$$

$$17) \ x r y \Leftrightarrow y = 2x + 1;$$

$$18) \ x r y \Leftrightarrow 2x + y = 1.$$

11.201. R тўпلامда берилган қуйидаги муносабатларнинг аниқланиш соҳаси $Dom r$ ва қийматлари соҳаси $Im r$ ни топинг ҳамда бу муносабатлар қайси хоссаларга (рефлексивлик, антирефлексивлик, симметриклик, антисимметриклик, транзитивлик) эга эканини аниқланг:

$$1) \ s = \{ \langle x, y \rangle \mid y = 2x \};$$

$$2) \ s = \{ \langle x, y \rangle \mid y < 3x \};$$

$$3) \ s = \{ \langle x, y \rangle \mid y^2 = x^2 \};$$

$$4) \ s = [0, 2] \times [0, 2];$$

$$5) \ s = [1, 2] \times [1, 3];$$

$$6) \ s = \{ \langle x, y \rangle \mid xy = 45 \}.$$

Вгурух топшириқлари.

11.202. Агар r муносабат:

1)рефлексив; 2)антирефлексив; 3)симметрик; 4)антисимметрик;
5)транзитив бўлса, r' ва $r^\cup$ муносабатларнинг хоссаси ҳақида нима дейиш мумкин?

11.203. Иккита рефлексив муносабатларнинг бирлашмаси ва кесишмаси рефлексив муносабат бўлишини исботланг. Антирефлексив, симметрик, антисимметрик ва транзитив муносабатлар жуфти учун шунга ўхшаш тасдиқнинг ўринлилигини текширинг.

11.204. A тўпلامда берилган ихтиёрий r муносабат учун $r \cap r^\cup$ ва $r \cup r^\cup$ лар симметрик муносабатлар бўлишини исботланг.

11.205. Универсал тўпلامнинг барча қисм тўпلامлари тўпламида “қисм бўлишлик” муносабати қисман тартиб муносабати эканини исботланг.

11.206. R – ҳақиқий сонлар тўпламида " $<$ " муносабати чизиқли тартиб муносабати бўлишини исботланг.

- 11.207. Ўзбек алифбосидаги ҳарфлар тартиби лексикографик тартиб дейилади. Бу тартиб чизиқли тартиб эканини исботланг.
- 11.208. N тўпلامда бўлиниш муносабати тартиб муносабати бўлишини исботланг. Бу тартиб чизиқли бўладими? Бу муносабат Z тўпلامда ҳам тартиб муносабати бўладими?
- 11.209. $r = \{ \langle a, b \rangle \mid a \mathbb{M} b \vee a > b \}$ муносабат N тўпلامда чизиқли тартиб бўлишини кўрсатинг.

Сгурух топшириқлари.

- 11.210. $r - N \setminus \{0,1\}$ тўпلامда “қолдиқсиз бўлиш” муносабати бўлсин. $\langle N \setminus \{0,1\}, r \rangle$ – тартибланган тўпلام бўлишини исботланг ва бу тўпلامнинг минимал элементини топинг.
- 11.211. $\langle N, < \rangle$ тўла тартибланган тўпلام бўлишини исботланг.
- 11.212. $\langle R, < \rangle$ тўла тартибланган тўпلام бўладими? Нима учун?

Дгурух топшириқлари.

- 11.213. Қуйидаги тартибланган тўпلامларда барча минимал ва максимал элементларни кўрсатинг. Агар мавжуд бўлса, энг кичик ва энг катта элементларни топинг, акс ҳолда уларнинг мавжуд эмаслигини кўрсатинг:
- 1) $\langle P(\{0,1\}), \subseteq \rangle$, бунда $P(\{0,1\}) - \{0,1\}$ тўпلامнинг барча қисм тўпلامлари тўплами;
 - 2) $\langle P(\{a,b,c\}), \subseteq \rangle$;
 - 3) $\langle \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}\}, \subseteq \rangle$;
 - 4) $\langle D(60), r \rangle$, бунда $D(60) - 60$ сонининг барча натурал бўлувчилари тўплами, r – бўлиниш муносабати.

§ 12. Эквивалентлик муносабати. Тўпламнинг парчаланиши. Фактор тўплам.

Агурух топшириқлари.

12.214. 11.198 – 11.201 мисоллардаги бинар муносабатлардан қайси бири эквивалентлик муносабати бўлади? Агар эквивалентлик муносабати бўлса, берилган тўпламни бу эквивалентлик муносабати бўйича парчаланг.

Вгурух топшириқлари.

12.215. Агар

- 1) K – жуфт сонлар тўплам, L – тоқ сонлар тўплами;
- 2) K – туб сонлар тўплам, L – мураккаб сонлар тўпламидан иборат бўлса, N тўпламни $\{K, L\}$ қисм тўпламлар синфлари орқали парчalandи, дейиш мумкинми?

Сгурух топшириқлари.

12.216. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ бўлсин. $A_1 = \{1, 2\}$, $A_2 = \{3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ қисм тўпламлар A тўпламнинг парчаланишини ташкил қилишини исботланг. $A \times A$ тўплам ичидаги бу парчаланишга мос келувчи эквивалентлик муносабатида ётувчи жуфтликлар тўпламини ёзинг.

Дгурух топшириқлари.

12.217. r ва s - A тўпламдаги эквивалентлик муносабатлари бўлсин. $r \cap s$, $r \cup s$ лар эквивалентлик муносабати бўладими? Шунга ўхшаш масалани r ва s лар тартиб муносабати бўлган ҳолда ечинг.

12.218. Агар r - A тўпламда рефлексив ва транзитив муносабат бўлса, u ҳолда $r \cap r^u$ - эквивалентлик муносабати бўлишини исботланг.

§ 13. Алгебраик амаллар. Ярим группалар.

Агурух топшириқлари.

13.219. Қўшиш, айириш, кўпайтириш ва бўлиш амаллари қуйидаги тўпламларда алгебраик амал бўладими:

- 1) N ; 3) Q ; 5) R ;
2) Z ; 4) $Q \setminus \{0\}$; 6) $R \setminus \{0\}$?

13.220. * амал аниқланган (аниқланмаган) сонли тўпламларни топинг ва у неча ўринли амал эканини аниқланг:

- 1) $x * y = x + y$;
- 2) $x * y = x - y + 1$;
- 3) $x * y = x^{\sqrt{y}}$;
- 4) $x^* = x^2 - x$;
- 5) $x * y * z = \frac{xy}{z}$;
- 6) $x * y = xy$;
- 7) $* = 1$;
- 8) $* = -1$.

13.221. M тўпламда $*$ амал ассоциативми:

- 1) $M = N, \quad x * y = x^y;$
- 2) $M = N, \quad x * y = \exists \kappa \gamma \delta (x, y);$
- 3) $M = N, \quad x * y = 2xy;$
- 4) $M = Z, \quad x * y = x - y;$
- 5) $M = Z, \quad x * y = x^2 + y^2;$
- 6) $M = R, \quad x * y = \sin x \sin y;$
- 7) $M = R, \quad x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}.$

13.222.

Z тўпламдааниқланган * амалучунбинарамалнингхоссаларинитекшир
инг:

- 1) * - қўшиш; 4) $x * y = x + y + 1$;

- 5) $A = Q, B = \{x \mid x \in Q \wedge |x| > 1\}, *$ – кўпайтириш;
 6) $A = R \setminus \{0\}, B = N, *$ – бўлиш;
 7) $A = R, B = \{x \mid x \in R \wedge x > 0\}, *(x) = -x$;
 8) $A = R \setminus \{0\}, B = \{x \mid x \in R \wedge x > 0\}, *(x) = x^{-1}$;
 9) $A = Z, B = N, * = -1$;
 10) $A = Z, B = N, *(x) = x^2 - 3x + 5$?

Сгурух топшириқлари.

- 13.226. $S = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ кўринишидаги матрицаларнинг кўпайтириш амалига нисбатан ярим группаси бўлсин, бу ерда $x, y \in R$. Бу ярим группода чап ва ўнг нейтрал элементларни ҳамда бу нейтрал элементларга нисбатан чап ва ўнг тескари элементларни топинг.
- 13.227. M тўпланда $\circ$ амал $x \circ y = x$ қоида орқали аниқланган. $(M, \circ)$ - ярим группа эканини исботланг. Бу ярим группанинг нейтрал ва тескари элементлари ҳақида нима дейиш мумкин? Қандай ҳолда у группа бўлади?
- 13.228. M^2 тўпланда, бу ерда M - қандайдир тўплам, $\circ$ амал $(x, y) \circ (z, t) = (x, t)$ қоида орқали Аниқланган. M^2 тўплам бу амалга нисбатан ярим группа бўладими? M^2 да нейтрал элемент мавжудми?

Дгурух топшириқлари.

- 13.229. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ матрицанинг барча даражаларидан иборат бўлган ярим группанинг элементлари сони қанча? Бу ярим группа группа бўладими?
- 13.230. Ўзаро изоморф бўлмаган нечта 2- тартибли ярим группалар мавжуд?

§ 14.Группалар. Қисм группалар.

Агурух топшириқлари.

14.231.Қуйидаги тўпламларнинг ҳар бири элементлари устида кўрсатилган амалларга нисбатан группа (Абель группа) ташкил қиладими;

- 1) бутун сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 2) жуфт сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 3) берилган натурал n сонига каррали бўлган бутун сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 4) берилган a ҳақиқий соннинг бутун кўрсаткичли даражалари тўплами, бунда $a \neq 0, \pm 1$, қўшиш амалига нисбатан;
- 5) номанфий бутун сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 6) тоқ сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 7) бутун сонлар тўплами айириш амалига нисбатан;
- 8) рационал сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 9) рационал сонлар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан;
- 10) нолдан фарқли рационал сонлар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан;
- 11) мусбат рационал сонлар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан;
- 12) мусбат рационал сонлар тўплами бўлиш амалига нисбатан;

Вгурух топшириқлари.

- 13) махражлари 2 нинг бутун номанфий кўрсаткичли даражаларидан иборат бўлган рационал сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 14) махражлари берилган M тўпламдаги (чекли ёки чексиз) бутун номанфий кўрсаткичли туб сонларнинг кўпайтмасидан иборат

- бўлган барча рационал сонлар тўплами (чекли сон фақатгина нолдан фарқли бўлиши мумкин) қўшиш амалига нисбатан;
- 15) бирнинг барча n - даражали илдизлари (ҳақиқий ёки комплекс) тўплами қўшиш амалига нисбатан;
 - 16) бирнинг барча бутун мусбат даражали илдизлари тўплами кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 17) элементлари ҳақиқий сонлардан иборат бўлган n - тартибли квадратик матрицалар тўплами матрицаларни кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 18) элементлари ҳақиқий сонлардан иборат бўлиб, детерминанти нолдан фарқли бўлган n - тартибли квадратик матрицалар тўплами матрицаларни кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 19) элементлари бутун сонлардан иборат бўлган n - тартибли квадратик матрицалар тўплами матрицаларни кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 20) элементлари бутун сонлардан иборат бўлиб, детерминанти 1 га тенг бўлган n - тартибли квадратик матрицалар тўплами матрицаларни кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 21) элементлари бутун сонлардан иборат бўлиб, детерминанти ± 1 га тенг бўлган n - тартибли квадратик матрицалар тўплами матрицаларни кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 22) элементлари ҳақиқий сонлардан иборат бўлган n - тартибли квадратик матрицалар тўплами матрицаларни қўшиш амалига нисбатан;
 - 23) $1, 2, \dots, n$ сонларни ўрин алмаштиришлар тўплами ўрин алмаштиришларни кўпайтириш амалига нисбатан;
 - 24) $1, 2, \dots, n$ сонларнинг жуфт ўрин алмаштиришлари тўплами ўрин алмаштиришларни кўпайтириш амалига нисбатан;

- 25) $1, 2, \dots, n$ сонларнинг тоқўрин алмаштиришлар тўплами ўрин алмаштиришларни кўпайтириш амалига нисбатан;

Сгурух топшириқлари.

- 26) натурал сонларнинг $N = \{1, 2, \dots\}$ тўпламини ўзини ўзига ўзаро бир қийматли акслантиришлар тўплами, бунда ҳар бир элемент чекли сондаги элементга ўтади. s ва t акслантиришларнинг кўпайтмаси деганда s ва t акслантиришларни кетма-кет бажариш натижасида ҳосил бўладиган $s t$ акслантириш тушунилади;
- 27) M тўпламини алмаштириш, яъни бу тўпламини ўзига ўзаро бир қийматли акслантиришлар тўплами, s ва t алмаштиришларнинг кўпайтмаси деганда s ва t алмаштиришларни кетма-кет бажариш натижасида ҳосил бўладиган $s t$ алмаштириш тушунилади;
- 28) R_n – n ўлчовли вектор фазонинг барча векторлари тўплами қўшиш амалига нисбатан;

Дгурух топшириқлари.

- 29) 3 ўлчовли R_3 фазодаги параллел кўчиришлар тўплами, s ва t параллел кўчиришларнинг кўпайтмаси деганда s ва t параллел кўчиришларни кетма-кет бажариш тушунилади;
- 30) 3 ўлчовли R_3 фазодаги берилган O нуқта атрофида буришлар тўплами, s ва t буришларнинг кўпайтмаси деганда уларни кетма-кет бажариш тушунилади;
- 31) 3 ўлчовли R_3 фазодаги барча ҳаракатлар тўплами, s ва t ҳаракатларнинг кўпайтмаси деганда s ва t ҳаракатларни кетма-кет бажариш натижасидаги $s t$ ҳаракат тушунилади;

- 32) мусбат ҳақиқий сонлар тўплами $a * b = a^b$ амалга нисбатан;
- 33) мусбат ҳақиқий сонлар тўплами $a * b = a^2 b^2$ амалга нисбатан;
- 34) даражаси $\leq n$ (нолдан бошлаб) бўлган x ўзгарувчили, ҳақиқий коэффицентли кўпхадлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 35) n - даражали, x ўзгарувчили, ҳақиқий коэффицентли кўпхадлар тўплами қўшиш амалига нисбатан;
- 36) ихтиёрий даражали (нолдан бошлаб) x ўзгарувчили, ҳақиқий коэффицентли кўпхадлар тўплами қўшиш амалига нисбатан.

Сгурух топшириқлари.

14.232.

Қуйида берилган текисликларни алмаштиришлар тўпламлари кўпайтириш амалига нисбатан группа (Абель-группа) ташкил қиладими:

- 1) барча параллел кўчиришлар тўплами;
- 2) берилган векторга коллениар бўлган векторларни параллел кўчиришлар тўплами;
- 3) нолдан фарқли барча векторларни параллел кўчиришлар тўплами;

Дгурух топшириқлари.

- 4) бошлари берилган A нуктада, охирлари берилган бир туъри чизикда ётувчи барча векторларни параллел кўчиришлар тўплами;
- 5) барча буришлар тўплами;
- 6) берилган нукта атрофидаги барча буришлар тўплами;

14.233. Агар чекли G тўпланда ассоциатив алгебраик амал аниқланган бўлиб, $\forall a, b \in G$ учун $ax = b$ ва $ya = b$ тенгламаларнинг ҳар бири G да ягона ечимга эга бўлса, у ҳолда G тўпланда группа ташкил қилишини исботланг.

- 14.234. G группанинг ихтиёрий a элементи учун $a^2 = e$ тенглик бажарилса, у холда G группа абель группаси бўлишини исботланг.
- 14.235. Бирнинг n - даражали илдизлари тўплами $\{0\}$ дан фарқли ягона n - тартибли сонли мультипликатив группа эканини исботланг.
- 14.236. (изоморфизмгача аниқликда) барча 1) 3; 2) 4; 3) 6 тартибли группаларни топинг. Бу группаларнинг кўпайтириш жадвалларини тузинг ва бу группаларни ўрин алмаштиришлар группаси кўринишида ифодаланг.
- 14.237. 5 та мунтазам кўпёкни марказлари атрофида ўзини ўзига ўтказувчи айлантеришлар тўплами, иккита айлантеришлар кўпайтмаси сифатида уларни кетма-кет бажариш қабул қилинса, группа ташкил қилишини исботланг. Бу группаларнинг тартибини аниқланг.

Агурух топшириқлари.

- 14.238. 14.231- мисолдаги 1) – 4) группалар ўзаро изоморф эканини исботланг.

14.239. Исботланг:

- 1) барча чексиз циклик группалар ўзаро изоморф;
- 2) барча n - тартибли чекли циклик группалар ўзаро изоморф;

14.240. Исботланг:

- 1) мусбат ҳақиқий сонлар тўпламининг кўпайтиришгана исбатангруппа си барча ҳақиқий сонлар тўпламининг қўшишгана исбатангруппасига изоморф;
- 2) мусбат рационал сонлар тўпламининг кўпайтиришгана исбатангрупп аси барча рационал сонлар тўпламининг қўшишгана исбатангруппаси га изоморф.

Сгурух топшириқлари.

14.241. Исботланг:

- 1) ихтиёрий n -
тартибличеклигруппа қандайдир n элементли ўриналмаштиришлар
группасига изоморфдир;
- 2)
ихтиёрий группа бугруппа элементлари тўпламини ўзига ўтказувчи қ
андайдир ўзаро бир қийматли акслантиришлар группасига изоморфд
ир.

14.242. G группанинг ихтиёрий a, b, c элементлари учун исботланг:

- 1) ab ва ba элементлар бир хил тартибли;
- 2) abc , bca ва cab элементлар бир хил тартибли.

14.243. Агар e – G группанинг бирлик элементи, a эса n тартибли элементи бўлса, у ҳолда $a^k = e$ бўлиши учун k нинг n га бўлиниши зарур ва етарли эканини исботланг.

Агурух топшириқлари.

14.244. Бутун сонлар аддитив группасининг барча ташкил этувчиларини топинг.

14.245. $G = \{a\}$ – n тартибли циклик группа ва $b = a^k$ бўлсин. Исботланг:

- 1) b элемент G группанинг ташкил этувчиси бўлиши учун n ва k сонлари ўзаро туб бўлиши зарур ва етарли;
- 2) b элементнинг тартиби $\frac{n}{d}$ га тенг, бу ерда d – n ва k ларнинг ЭКУБи.
- 3) агар n ва k ўзаро туб бўлса, у ҳолда G да $\sqrt[k]{a}$ илдиз мавжуд бўлади, яъни a – G даги қандайдир элементнинг k - даражаси бўлади ва аксинча;
- 4) тоқ тартибли группада барча элементлар квадратлар бўлади.

Дгурух топшириқлари.

14.246. Исботланг:

- 1) Агар G группанинг a ва b элементлари ўрин алмашинувчи, яъни
$$ab = ba \quad (1)$$
бўлсалар ҳамда улар чекли, ўзаро туб r ва s тартибга эга бўлсалар, у ҳолда бу элементларнинг кўпайтмаси ab rs тартибга эга бўлади;
- 2) Агар G группанинг a ва b элементлари ўрин алмашинувчи, яъни $ab = ba$ бўлиб, улар чекли, ўзаро туб r ва s тартибга эга бўлсалар ҳамда бу элементларга тортилган циклик қисм группаларнинг кесишмасида фақатгина бирлик элемент e ётса, яъни
$$\{a\} \cap \{b\} = \{e\} \quad (2)$$
бўлса, у ҳолда ab кўпайтманинг тартиби r ва s ларнинг энг кичик умумий карралисига тенг бўлади. Охирги тасдиқўринли бўлиши учун (1) ва (2) шартлардан фақатгина биттасининг бажарилиши етарли эмаслигини ва (1) шарт хаттоки a ва b элементларнинг тартиби ўзаро туб бўлган ҳолда ҳам (2) шартнинг натижаси бўлмаслигини мисолда кўрсатинг.
- 3) агар a ва b элементларнинг тартиблари r ва s ўзаро туб бўлса, у ҳолда (2) шарт бажарилади.
- 4) агар (2) шарт бажарилмаса, ab кўпайтманинг тартибини a ва b кўпайтувчиларнинг тартиблари орқа либирқий матлиани қлаб бўлмаслигини мисолда кўрсатинг.

Агурух топшириқлари.

14.247. 14.231.-мисолдаги қайси группа иккинчи бир группага қисм группа бўлади?

14.248. Исботланг;

- 1) агар H – G группанинг элементларидан тузилган чекли тўплам бўлиб, H даги ихтиёрий иккита элементнинг кўпайтмаси яна H да ётса, у ҳолда H G группага қисм группа бўлади;
- 2) агар G группадаги H тўпламнинг барча элементлари чекли тартибли бўлиб, H даги ихтиёрий иккита элементнинг кўпайтмаси яна H да ётса, у ҳолда H тўплам G группага қисм группа бўлади.

14.249. Камида битта тоқўрин алмаштиришни ўз ичига оловчи ихтиёрий ўрин алмаштиришлар группасида

- 1) жуфт ўрин алмаштиришлар сони тоқўрин алмаштиришлар сонига тенг бўлишини;
- 2) жуфт ўрин алмаштиришлар нормал бўлувчи бўлишини;
- 3) тартибииккиданюқорибўлган n элементлибарчаоддийўриналмаштиришларгруппасишорасиалмашинувчи A_n группадаётишини (оддийгруппадеб, ўзиданвабирликқисмгруппаданбошқанормалбўлувчисибўлмагангруппагаайтилади) исботланг.

14.250. Ихтиёрий чексиз группа чексиз кўп қисм группаларга эга бўлишини исботланг.

14.251. Ўзининг бирлик элементдан бошқа қисм группасига изоморф бўлган барча группаларни (изоморфизмгача аниқликда) топинг.

14.252. Қуйидаги группаларнинг барча қисм группаларини топинг:

- 1) 6 тартибли циклик группанинг;
- 2) 24 тартибли циклик группанинг;
- 3) 5^* -мисолдаги группанинг;
- 4) S_3 симметрик группанинг қайси қисм группаси нормал қисм группа бўлади?
- 5) ишораси алмашинувчи тўртинчи даражали A_4 группа 6 тартибли қисм группага эга эмаслигини исботланг. Худди шу каби, n тартибли G группа n нибўлувчи қандайдир k учун k тартибли қисм группага эга бўлмаслигини кўрсатинг.

Вгурух топшириқлари.

14.253. 8 тартибли G группанинг бирлик элемент e дан бошқа барча элементлари 2 тартибли бўлган барча қисм группасини топинг.

14.254. $G = \{a\}$ - n тартибли чекли циклик группа бўлсин. Қуйидагиларни исботланг:

- 1) G группа ихтиёрий қисм группасининг тартиби шу группанинг тартиби n ни бўлади;
- 2) n сонининг ихтиёрий бўлувчиси d учун G группанинг ягона d тартибли қисм группаси мавжуд;
- 3) d тартибли H қисм группа ташкил этувчи сифатида d тартибли G группанинг барча элементларини ўз ичига олади. Хусусан,

$$H = \left\{ a^{\frac{n}{a}} \right\}.$$

14.255. Қўшни синфларни топинг;

- 1) бутун сонлар аддитив группасининг берилган натурал n сонига каррали бўлган сонлардан тузилган қисм группаси бўйича;
- 2) ҳақиқий сонлар аддитив группасининг бутун сонлардан иборат қисм группаси бўйича;
- 3) комплекс сонлар аддитив группасининг бутун Гаусс сонлари, яъни a ва b лар бутун сонлар бўлганда $a + bi$ кўринишидаги сонлардан иборат қисм группаси бўйича;
- 4) текисликдаги координата бошидан чиқувчи векторлар аддитив группасининг Ox абсцисса ўқида ётувчи векторлардан иборат қисм группаси бўйича;
- 5) нолдан фарқли комплекс сонлар мультипликатив группасининг модули бирга тенг бўлган комплекс сонлардан иборат қисм группаси бўйича;
- 6) нолдан фарқли комплекс сонлар мультипликатив группасининг мусбат ҳақиқий сонлардан иборат қисм группаси бўйича;
- 7) нолдан фарқли комплекс сонлар мультипликатив группасининг ҳақиқий сонлардан иборат қисм группаси бўйича;

8)

S_n симметрик группанинг n тасонни ўз ўрнида қолдирувчи ўриналмаштириш дани борат қисм группаси бўйича;

Сгурух топшириқлари.

14.256. S_n симметрик группада $n > 1$ бўлгандаги ишоралари алмашинувчи A_n группа ягона икки индексли (яъни барча элементларнинг ярмини ўз ичига олувчи) қисм группага эга бўлишини исботланг. Бир нечта икки индексли қисм группага эга бўлган чекли группага мисол келтиринг.

14.257. Исботланг:

- 1) тетраэдр группаси тўртта элементнинг жуфт ўрин алмаштиришлар группасига изоморф;
- 2) куб ва октаэдрнинг группаси тўртта элементнинг барча ўрин алмаштиришлари группасига изоморф;
- 3) додекаэдр ва икосаэдрнинг группаси бешта элементнинг жуфт ўриналмаштиришлар группасига изоморф. Кўпёқлар группаси 6-мисолдаги каби аниқланади.

14.258. Ихтиёрий икки индексли қисм группа нормал қисм группа бўлишини исботланг.

14.259. G группанинг барча ўрин алмашинувчи элементларидан тузилган Z тўплам (G группанинг маркази) нормал бўлувчи бўлишини исботланг.

Дгурух топшириқлари.

14.260. $aba^{-1}b^{-1}$ элемент G группадаги a ва b элементларнинг коммутатори дейилади. G группанинг барча коммутатори ва уларнинг (ихтиёрий чекли сондаги кўпайтувчилардан иборат) кўпайтмалари дан тузилган K тўплам (берилган группанинг коммутанти) нормал бўлувчи бўлишини исботланг.

14.261. Уч ўлчовли фазодаги барча ҳаракатлар группасида P нукта атрофидаги a буришга қўшма бўлган $x^{-1}ax$ элемент P нукта x ҳаракат натижасида ўтган Q нукта атрофидаги буришдан иборат бўлишини исботланг.

14.262. 1) 5-мисолда тузилган 4-тартибли V группа S_4 симметрик группа учун нормал қисм группа бўлишини кўрсатинг;

2) S_4/V фактор группа S_3 симметрик группага изоморф эканини кўрсатинг.

14.263. Агар G группадаги иккита нормал бўлувчи H_1 ва H_2 ларнинг кесишмасида фақатгина бирлик элемент e ётса, у ҳолда ихтиёрий $h_1 \in H_1$ элемент ихтиёрий $h_2 \in H_2$ элемент билан ўрин алмашинувчи бўлишини исботланг.

14.264. Исботланг:

1) G группанинг берилган a элемент билан ўрин алмашинувчи элементлари тўплами $N(a)$ (G даги a элементнинг нормалловчиси) G группага $\{a\}$ циклик қисм группани нормал бўлувчи сифатида ўз ичига олувчи қисм группа бўлади;

2) G группадаги a билан қўшма бўлган элементларнинг сони G даги $N(a)$ нормалловчининг индексига тенг бўлади.

14.265. Исботланг:

1) G группанинг берилган H қисм группаси билан (лекин, H даги элементлар билан бўлиши шарт эмас) ўрин алмашинувчи элементлари тўплами $N(H)$ (G даги H қисм группанинг нормалловчиси) G группага H қисм группани нормал бўлувчи сифатида ўз ичига олувчи қисм группа бўлади;

2) G группадаги H билан қўшма бўлган қисм группаларнинг сони G даги $N(H)$ нормалловчининг индексига тенг бўлади.

14.266. Исботланг:

- 1) G группанинг берилган a элемент билан ўрин алмашинувчи элементлари тўплами $N(a)$ (G даги a элементнинг нормалловчиси) G группага $\{a\}$ циклик қисм группани нормал бўлувчи сифатида ўз ичига олувчи қисм группа бўлади;
- 2) G группадаги a билан қўшма бўлган элементларнинг сони G даги $N(a)$ нормалловчининг индексига тенг бўлади.

Мундарижа.

§1. Тўпламлар ва улар устида амаллар.....	4
§ 2. Тўпламлар устида амалларнинг хоссалари.	8
§ 3 . Тўпламларнинг тўғри (декарт) кўпайтмаси.....	12
§ 4. Бинар ва n – ар муносабатлар.....	15
§ 5. Бинар муносабатлар устида амаллар.....	17
§ 6. Акслантиришлар.....	21
§ 7. Акслантиришлар устида амаллар.....	24
§ 8. Инъектив ва сюръектив акслантиришлар.....	26
§ 9. Биектив акслантиришлар.....	29
§ 10. Чекли ва санокли тўпламлар.....	31
§ 11. Бинар муносабатларнинг айрим турлари.....	32
§ 12. Эквивалентлик муносабати. Тўпламнинг парчаланиши.	
Фактор тўплам.....	35
§ 13. Алгебраик амаллар. Ярим группалар.....	36

§ 14. Группалар. Қисм группалар.....	39
--------------------------------------	----