ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАН ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ 14.07.2016.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҚОШИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

АРЗИКУЛОВ ФАРХОДЖОН НЕМАТЖОНОВИЧ

БЭР ТИПИДАГИ ЙОРДАН ОПЕРАТОР АЛГЕБРАЛАРИ ВА УЛАРНИНГ ЎЛЧОВЛИ ОПЕРАТОРЛАР НАЗАРИЯСИГА ТАТБИҚЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ
(физика-математика фанлари)

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2016

УДК: 517.98

Докторлик диссертацияси автореферати мундарижаси
Оглавление автореферата докторской диссертации
Content of the abstract of the doctoral dissertation

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАН ДОКТОРИ ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ 14.07.2016.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҚОШИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

АРЗИКУЛОВ ФАРХОДЖОН НЕМАТЖОНОВИЧ

БЭР ТИПИДАГИ ЙОРДАН ОПЕРАТОР АЛГЕБРАЛАРИ ВА УЛАРНИНГ ЎЛЧОВЛИ ОПЕРАТОРЛАР НАЗАРИЯСИГА ТАТБИҚЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ
(физика-математика фанлари)

ДОКТОРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2016

Докторлик диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида № 30.09.2014/B2014.5.FM120 рақам билан рўйхатга олинган.

Докторлик диссертацияси Ўзбекистон Миллий университети қошидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http://ik-fizmat.nuu.uz/) ва «ZIYONET» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	**Аюпов Шавкат Абдуллаевич** физика-математика фанлари доктори, профессор, академик
Расмий оппонентлар:	**Кусраев Анатолий Георгиевич** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Зокиров Ботир Сабитович физика-математика фанлари доктори
	Кудайбергенов Каримберган Кадирбергенович физика-математика фанлари доктори
Етакчи ташкилот:	**Россия фанлар академияси Сибирь бўлими Математика институти**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети хузуридаги 14.07.2016.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг «_____»_______________ 2016 йил соат______ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz)

Докторлик диссертацияси билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (_______ рақам билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2016 йил «_____»_______________ куни тарқатилди.
(2016 йил «_____»_______________ даги ______ рақамли реестр баённомаси).

А.А. Абдушукуров
Фан доктори илмий даражасини берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

Ғ.И. Ботиров
Фан доктори илмий даражасини берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

А. Садуллаев
Фан доктори илмий даражасини берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор, академик

Кириш (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Халқаро миқёсида ассоциатив алгебралар назариясидаги қонуниятларни Йордан алгебралари учун текшириш ва уларнинг хоссаларини топиш каби тадқиқотлар ноассоциатив алгебралар назариясининг устивор йўналишларидан бири бўлиб келмоқда. Ассоциатив алгебралар киритилишига ва уларни тадқиқ қилиш бошланганига ҳеч қанча бўлмай, алтернатив, Ли ва Йордан алгебралари назарияси вужудга кела бошлаган. Кейинчалик эса Ли ва Йордан алгебралари функционал анализ нуқтаи назаридан тадқиқ қилинган. Шуни такидлаш лозимки, C*-алгебрлар синфига яқин яхши ўрганилган синф – бу Капланский алгебралари (AW*-алгебралар), яъни Бэр шартини қаноатлантирувчи C*-алгебралар синфидир. Йордан оператор алгебралари назариясида эса, аксинча, Капланский алгебраларининг Йордан аналоглари, яъни Бэр Йордан Банах алгебралари синфини ўрганиш мухим аҳамият касб этди.

Йордан операторлар алгебралари назариясининг ривожланиши ўзбек функционал анализ илмий мактаби билан ҳам боғлиқ. Мамлакатимиз олимлари томонидан тартибланган инволютив ҳамда Йордан алгебралари бўйича бир қатор натижалар олинган. Хусусан, олд қўшма Банах фазосига эга бўлган Йордан Банах алгебралари учун ўлчовли ва локаль ўлчовли операторлар Йордан алгебралари қурилган ва бир қатор хусусиятлари аниқланган.

Йордан Банах алгебралари синфи доирасида Бэр типидаги Йордан Банах алгебраларини тадқиқ қилиш, уларни таснифлаш ва қобиқ ассоциатив оператор алгебраларини тавсифлаш мухим масала хисобланади. Бундан ташқари, ушбу алгебралар учун ўлчовли операторлар Йордан алгебраларининг алгебраик хоссаларини ўрганиш мақсадида ҳамда Бэр шартининг Йордан аналогини қаноатлантирувчи Йордан Банах алгебралари синфи кенг бўлгани учун Бэр типидаги Йордан Банах алгебраси устида абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебраларини қуриш ва ўрганиш муҳим аҳамият касб этди. Мавжуд илмий ишларнинг тахлили шуни кўрсатадики, юқорида келтирилган синф Йордан алгебраларини тадқиқ қилишнинг якунига етиши ҳали узоқ ва бу синфга таалуқли муаммоларни ечими умуман янги ёндашувни талаб қилади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2008 йил 15 июлдаги ПҚ-916-сон «Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида» ва 2002 йил 4 мартдаги Вазирлар Маҳкамасининг 77-сон «Илмий-тадқиқот фаолиятини ташкил этишни такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида» Қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши-нинг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи[1]. Йордан оператор алгебраларини таснифлаш ва уларнинг бошқа хоссаларини ўрганиш бўйича илмий изланишлар етакчи хорижий давлатларнинг илмий марказлари ва олий таълим муассасаларида, жумладан, Калифорния университети, Виржиния университети, Сент-Жонс университети, Массачусетс университети (АҚШ); Математика ва статистика бўйича Норвегия таълим ва тадқиқот миллий маркази, Норвегия фан ва технология университети, Осло университети (Норвегия); Овиедо университети (Испания); Словакия фанлар академияси Математика институти (Словакия); Чех техника университети (Чехия республикаси); Ла Тробе университети (Австралия); Марбург университети (Германия); Москва давлат университети, Қозон федерал университети, Россия фанлар академияси Сибирь бўлими Математика институти, Россия фанлар академияси Владикавказ илмий маркази қошидаги Жанубий математика институтида (Россия) олиб борилмоқда.

Йордан оператор алгебраларига оид жаҳон миқёсида бир қатор долзарб масалалар ечилган бўлиб, жумладан, қуйидаги илмий натижалар олинган: локал Йордан Банах алгебраси учун универсал қобиқ локал C*-алгебра қурилган ва тескариланувчи Риккарт Йордан Банах алгебрасининг қобиқ C*-алгебраси Риккарт C*-алгебраси бўлиши исботланган (Сент-Жонс университети, Математика ва статистика бўйича Норвегия таълим ва тадқиқот миллий маркази); берилган махражли фильтрга нисбатан берилган бўлинишли алгебранинг барча Мартиндейл факторларини табиий равишда ўз ичига олувчи максимал Мартиндейл факторлари мавжудлиги исботланган (Виржиния университети); Синоптик алгебралар учун кучсиз ёпиқ бўлган Йордан оператор алгебрасининг маълум типлар бўйича ёйилмаси умумлаштирилган (Массачусетс университети); олд қўшма фазога эга бўлган Йордан Банах алгебралари таснифланган, ва уларнинг бир қатор хоссалари аниқланган (Математика ва статистика бўйича Норвегия таълим ва тадқиқот миллий маркази); вектор типидаги бирламчи Йордан супералгебраларига ва Ченг – Кац типидаги супералгебраларга мисоллар қурилган (С.Л.Соболев номидаги Математика институти); оператор алгебраларни тадқиқ қилишнинг Бул қийматли усуллари ишлаб чиқилган (Россия фанлар академияси Владикавказ илмий маркази қошидаги Жанубий математика институти); олд қўшма фазога эга бўлган Йордан Банах алгебрасининг бир элементли ассоциатив Йордан Банах қисмалгебраларининг тартибланган структуралари орасидаги ихтиёрий тартиб изоморфизми табиий равишда Йордан

[1] Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: 2009 Fall Southeastern Meeting Boca Raton, FL, www.ams.org/meetings/sectional/2161_ progfull.html; International Mathematical Forum, www.m-hikari.com; Quaterly Journal of Mathematics, http://qjmath.oxfordjournals.org; Mathematica Slovaca, link.springer.com/journal/12175; Foundations of Physics, link.springer.com/journal/10701; Journal of Pure and Applied Algebra, www.journals.elsevier.com/journal-of-pure-and-applied-algebra; Сибирский математический журнал, www.springer. com/mathematics/journal/11202 ва бошқа манбалар асосида ишлаб чиқилган.

гомоморфизми ёрдамида тавсифланган (Чех техника университети, Қозон федерал университети).

Дунёда Йордан алгебралари бўйича қатор, жумладан, қуйидаги устувор йўналишларда тадқиқотлар олиб борилмоқда: Бэр типидаги Йордан алгебралари ва уларнинг қобиқ ассоциатив алгебраларини тавсифлаш, Йордан оператор алгебралари ва уларнинг қобиқ ассоциатив алгебралари дифференциаллашларининг хоссаларини ўрганиш, ассоциатив алгебралар ҳамда Йордан, Ли алгебралари дифференциаллашларини, 2-локаль дифференциаллашларини тавсифлаш.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Йордан алгебра тушунчаси немис физиги П.Йордан томонидан киритилган. Кейинчалик Йордан алгебралари функционал анализ доирасида ҳам қўлланила бошланган. Бу йўналишнинг шиддатли ривожи Е.М.Альфсен-Ф.В.Шульц-Е.А.Штёрмер ва Ф.В.Шульцнинг илмий ишларида бошланган. Йордан оператор алгебралари назариясининг ривожланиш босқичлари Х.Ханке-Олсен ва Е.А.Штермер монографиясида ўз аксини топган. Шу билан бирга, А.Г.Кусраев томонидан Йордан Банах алгебраларининг Бул қийматли тавсифланиш техникаси ишлаб чиқилган ва унинг Йордан Банах алгебралари назариясининг айрим масалаларига тадбиқлари берилган. Махсус кучсиз ёпиқ Йордан оператор алгебралари ва уларнинг қобиқ фон Нейман алгебралари типларининг мослиги I типдаги алгебралар учун Е.Штермер томонидан ўрганиб чиқилган, ҳамда ушбу мосликни ўрганиш Ш.Аюпов томонидан қолган маълум типлар бўйича давом эттирилган ва тўлиқ якунланган.

Йордан оператор алгебралари назарияси ривожланиши билан бирга унинг тадбиқ доираси кенгайиб борди. Бунга ноассоциатив интеграллаш назариясини мисол қилиб олишимиз мумкин. Бу назариянинг ривожланишига Ш.А.Аюпов, Р.З.Абдуллаев, М.Бердиқулов, А.Каримов ва бошқалар катта хисса қўшишган.

Ўлчовли операторлар Йордан алгебралари фон Нейман алгебрасига бириктирилган ўлчовли операторлар Бэр *-алгебралари билан узвий боғланган. Хозирги кунгача ҳар иккала ўлчовли операторлар алгебралари назариялари параллел равишда ривожланиб келган. Фон Нейман алгебрасига бириктирилган ўлчовли операторлар Бэр *-алгебралари бўйича Э.Нельсона, Н.Сигала, Ф.Йедон, С.К.Бербериан, К.Саито, В.И.Овчинников, В.И.Чилин, М.А.Муратов, Х.Косаки, Ф.А.Сукочев, К.К.Кудайбергенов, П.Доддс, Т.К. Доддс, Б. де Пагтер ва бошқалар томонидан бир қатор натижалар олинган. Ўлчовли операторлар Йордан алгебралари бўйича олинган бир қатор натижалар Ш.А.Аюпов, Р.З.Абдуллаев, М.Бердиқулов ва бошқаларга тегишлидир. Фон Нейман алгебрасига бириктирилган ўлчовли операторлар Бэр *-алгебралари бўйича тўла маълумот В.И.Чилин ва М.А.Муратовларнинг янги, учта китобдан иборат монографиясида баён қилинган.

Шунга қарамасдан, Д.М.Топпинг қурган Бэр шартининг Йордан аналоги Йордан кўпайтмаси ёрдамида киритилмаганлиги сабабли Йордан Банах алгебралари синфида Бэр Йордан Банах алгебралари назарияси яратилмаган эди. Бундан ташқари, Бэр Йордан Банах алгебралари устида қурилган абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебралари ҳусусиятлари ҳам ўрганилмаган эди.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университети қошидаги Математика институтининг Ф4-ФА-Ф013 «Ноассоциатив ва операторлар алгебралари, динамик системалар, ҳамда уларнинг статистик физика ва популяцион биологияга тадбиқлари» (2012-2016) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади Йордан Банах алгебралари синфи доирасида Бэр Йордан Банах алгебралари ва уларнинг қобиқ Банах алгебраларини тавсифлаш ҳамда улар устида Бэр типидаги абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебраларини қуришдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

Йордан Банах алгебралари доирасида Бэр типидаги Йордан оператор алгебраларини киритиш;

Бэр Йордан Банах алгебраларини типлар бўйича таснифлаш;

махсус Бэр Йордан Банах алгебраларининг қобиқ инволютив алгебраларини тадқиқ қилиш ва берилган махсус Бэр Йордан Банах алгебрасини ўз ичига олувчи энг кичик Бэр инволютив алгебрасини қуриш усулини ишлаб чиқиш;

фактор бўлган Бэр Йордан Банах алгебраларини тадқиқ қилиш, ва улар ҳамда фактор бўлган маълум Йордан Банах алгебралари орасидаги ўзаро боғлиқликни топиш;

Бэр Йордан Банах алгебрасига бириктирилган абстракт ўлчовли ва локаль ўлчовли операторлар Йордан алгебраларининг Бэр типида эканлигини кўрсатиш;

юқорида қўйилган вазифаларни бажариш давомида олинган натижаларни дифференциаллашларга ва 2-локал дифференциаллашларга тадбиқ қилиш.

Тадқиқотнинг объекти сифатида C*-алгебралар, фон Нейман алгебралари, Капланский алгебралари, Йордан алгебралари, Йордан Банах алгебралари (JB-алгебрлар), махсус Йордан Банах алгебралари (JC-алгебралар), олд қўшма фазога эга бўлган махсус Йордан Банах алгебралари (JW-алгебралар) ҳамда олд қўшма фазога эга бўлган Йордан Банах алгебралари (JBW-алгебралар) олинган.

Тадқиқотнинг предмети Бэр Йордан алгебралари, Бэр Йордан Банах алгебралари (AJW-алгебралар), Бэр Йордан Банах алгебрасига бириктирилган абстракт ўлчовли ва локаль ўлчовли операторлар Йордан алгебраларидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида Бэр Йордан Банах алгебраларини тадқиқ қилишнинг Йордан алгебрасининг мослашувчи элементлари ва мослашувчи қисмтўпламлари тушунчаларига асосланган техникаси ва усулларидан, ҳамда Йордан алгебраларини, Йордан Банах алгебраларини, махсус Йордан Банах алгебраларини, олд қўшма фазога эга бўлган Йордан Банах алгебраларини, фон Нейман алгебраларини ва Капланский алгебраларини тадқиқ қилиш усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

илк бор Бэр Йордан Банах алгебраси таърифига эквивалент бўлган алгебраик шартлар топилган;

Бэр Йордан Банах алгебрасидаги барча проекторлар тўплами тўла ортомодуляр панжара ташкил қилиши ва ҳар қандай комплекс ёки ҳақиқий Капланский алгебрасининг ўз-ўзига қўшма қисми Бэр Йордан Банах алгебраси бўлиши кўрсатилган;

Бэр Йордан Банах алгебралари барча маълум типлар бўйича таснифланган;

бир вақтнинг ўзида фактор бўлувчи ва минимал проекторларга эга бўлган Бэр Йордан Банах алгебралари тўлиқ таснифланган;

ҳар қандай кучсиз ёпиқ тескариланувчи Йордан оператор алгебрасининг қобиқ C*-алгебраси фон Нейман алгебраси бўлишлиги исботланган;

кучсиз ёпиқ тескариланувчи Йордан оператор алгебрасидаги проекторларда аниқланган ўлчовни давом эттириш мумкин бўлган шу алгебранинг қобиқ фон Нейман алгебрасидаги проекторларда аниқлаган барча ўлчовлар топилган;

маълум шартлар бажарилганда ҳақиқий Капланский алгебрасининг ўз-ўзига қўшма қисмининг қобиқ C*-алгебраси комплекс Капланский алгебраси бўлиши исботланган;

Бэр Йордан Банах алгебрасига бириктирилган абстракт ўлчовли ва локаль ўлчовли операторлар Йордан алгебралари Бэр Йордан алгебралари бўлишлиги кўрсатилган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси. Йордан Банах алгебраларини тадқиқ қилишнинг аннуляторларнинг Йордан аналогларини қўлловчи янги усуллари яратилган.

Кучсиз ёпиқ тескариланувчи Йордан оператор алгебраларининг қобиқ фон Нейман алгебраларига алоқадор натижалар Йордан оператор алгебраларининг қобиқ инволютив алгебраларини тадқиқ қилишни сезиларли даражада осонлаштиради.

Гильберт фазосидаги ўз-ўзига қўшма ўлчовли ва локаль ўлчовли чизиқли операторлар билан бир хил бўлган абстракт ўлчовли ва локаль ўлчовли операторларни қуриш усуллари Бэр Йордан оператор алгебраларининг алгебраик тузилишини ўрганиш имконини беради.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги Йордан алгебралари ва инволютив алгебралар бўйича фундаментал натижаларнинг қўлланиши, Йордан Банах ва инволютив Банах алгебраларини тадқиқ қилишнинг маълум бўлган усулларидан фойдаланилганлиги, хусусан, Бэр Йордан Банах алгебраларига бириктирилган абстракт ўлчовли ва локаль ўлчовли операторларнинг Берберриан усулида қурилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти улардан оператор ва Йордан оператор алгебралари назарияларини ривожлантириш учун фойдаланиш мумкинлиги ва аниқ масалаларни, масалан, эхтимолликнинг квант назарияси ҳамда оператор ва Йордан оператор алгебраларининг проекторларида аниқланган ўлчовлар билан боғлиқ масалаларни ечишда фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижасининг амалий аҳамияти қурилган чексиз Пирс ёйилмалари чексиз ўлчамли матрицанинг нормасини унинг асосий диоганалида ётувчи чекли ўлчамли қисмматрицалар нормалари ёрдамида хисоблаш, ҳамда ўлчовнинг ўлчовга давом этишининг барча йўлларининг тавсифи фон Нейман алгебраси проекторларида аниқланган ўлчовлар ҳақида тўлиқ маълумот олиш имконини бериши билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Диссертация тадқиқоти жараёнида олинган илмий натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

Бэр Йордан Банах алгебралари таснифи ва ишлаб чиқилган Йордан аннуляторларини қўлловчи усуллар Россия Фанлар академияси Владикавказ илмий маркази Жанубий Математика институтининг № 0120042006 «Функционал фазоларда чизиқли чегараловчи операторларни ва оператор алгебраларни стандарт ва ностандарт усуллар ёрдамида тадқиқ қилиш» лойиҳасида I_2 типидаги Бэр Йордан Банах алгебраларини таснифлашда қўлланилган (Владикавказ илмий маркази Жанубий Математика институтининг 2015 йил 7 сентябрдаги № 147-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Бул қийматли анализ усулларидан фойдаланиб, I_2 типидаги Бэр Йордан Банах алгебраларининг тўлиқ таснифини олинишига хизмат қилган;

бир жинсли Бэр Йордан Банах алгебралари синфи бўйича олинган натижалар Россия фанлар академияси Владикавказ илмий маркази Жанубий Математика институтининг № 01200805081 «Функционал фазоларда чегараловчи операторларни, оператор алгебраларни ва операторли тенгламаларни тадқиқ қилиш» лойиҳасида бир жинсли Бэр Йордан Банах алгебраларини функционал тасвирлашда қўлланилган (Владикавказ илмий маркази Жанубий Математика институтининг 2015 йил 7 сентябрдаги № 147-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши бир жинсли Бэр Йордан Банах алгебраларини айрим оператор-қийматли функциялар Йордан алгебраларининг тўғри йиғиндиси кўринишда тасвирлашга хизмат қилган;

I типдаги Бэр Йордан Банах алгебралари ва бир жинсли Бэр Йордан Банах алгебралари бўйича олинган натижалар Россия фанлар академияси Владикавказ илмий маркази Математика институтининг № 0197-2014-0001 «Банах панжараларидаги ночизиқли операторларнинг айрим синфларини тартиб анализи» лойиҳасида I типдаги Бэр Йордан Банах алгебраларини тўлиқ таснифлашда қўлланилган (Владикавказ илмий маркази Жанубий Математика институтининг 2015 йил 7 сентябрдаги № 147-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши I типдаги Бэр Йордан Банах алгебраларини тўлиқ таснифлашга ва улар учун изоморфизмгача аниқликда кардинал қийматли инвариантларни олишга хизмат қилган;

тескариланувчи Бэр Йордан Банах алгебрасининг таснифи ва Бэр шартининг Йордан аналоглари қўлланилган усуллар АҚШ Атлантика технологиялар ва тадқиқотлар институтининг STEM 1515-2016 гранти лойиҳасида Риккарт Йордан Банах алгебрасининг қобиқ C*-алгебрасини ўрганишда қўлланилган (Сент-Жонс университетининг 2016 йил 22 августдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши тескариланувчи Риккарт Йордан Банах алгебрасининг қобиқ C*-алгебраси Риккарт C*-алгебраси бўлишлигини исботлашга хизмат қилган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий мазмуни қуйидаги халқаро ва республика илмий анжуманларида муҳокама қилинган: «XXI асрда математика. Новосибирск давлат университети ММФнинг фан, таълим ва тадбиркорликдаги роли» (Новосибирск, 2003), «Тартиб анализи ва математик моделлаштиришнинг қўшма муаммолари» (Владикавказ, 2004), «Операторлар алгебраси ва квант эҳтимолликлар назарияси» (Тошкент, 2012), «Комплекс анализнинг долзарб муаммолари» (Тошкент, 2013), «Замонавий топология муаммолари ва уларнинг тадбиқлари» (Тошкент, 2013), «Алгебра, анализ ва квант эҳтимолликлари» (Тошкент, 2015). Мазкур диссертация иши натижалари мунтазам равишда Ўзбекистон Миллий университети қошидаги Математика институтининг «Операторлар алгебралари ва уларнинг тадбиқлари» республика семинарида, Ўзбекистон Миллий университетининг «Замонавий алгебра ва унинг тадбиқлари» ва «Функционал анализ ва унинг тадбиқлари» семинарларида муҳокама қилиб борилган. Бундан ташқари олинган натижалар Новосибирск давлат университети математик анализ кафедраси семинарларида (1993-1998), Россия фанлар академияси Сибирь бўлими қошидаги Математика институтининг функционал анализ лабораторияси семинарларида ва шу институтнинг геометрия ва анализ бўлимининг бирлашган семинарида (1995-1998), Томск давлат университетининг алгебра кафедраси (1998) семинарларида, ҳамда Амалий ва индустриал математика бўйича учинчи Сибирь конгресси (Новосибирск, 1998), «Оператор алгебралари» (Флорианополис, Бразилия, 2005), «Банах алгебралари ва уларнинг татбиқлари» (Бордо, Франция, 2005), «Ноассоциатив алгебралар ва уларнинг татбиқлари» (Коимбра, Португалия, 2011) халқаро конгрессларида ҳам маъруза кўринишида баён этилган ҳамда апробациядан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши. Диссертация мавзуси бўйича жами 35 та илмий иш нашр этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 10 та мақола, жумладан, 7 та хорижий ва 3 та республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация таркиби кириш, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 200 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар берилган.

Диссертациянинг **«Ассоциатив ва Йордан оператор алгебралари»** деб номланган биринчи бобида ассоциатив алгебралар ва Йордан алгебралари назарияларининг асосий приниплари, усуллари ва тушунчалари қисқача ёритилган. Бунда ассоциатив алгебралар ва Йордан алгебралари назарияларининг диссертацияда кўпроқ фойдаланилган бўлимларига асосий эътибор қаратилган. Бундай бўлимларга Йордан Банах алгебралари назарияси, C*-алгебралар назарияси, фон Нейман алгебралари ва AW*-алгебралар назарияси, Йордан Банах алгебраларининг универсал қобиқ C*-алгебралари назарияси кабилар киради.

Диссертациянинг «**Бэр типидаги JB-алгебраларнинг структураси ва классификацияси**» деб номланган иккинчи бобида Йордан Банах алгебралари доирасида AJW-алгебралар синфи деб номланувчи янги синф киритилган ва ўрганилган. Бу бобда, хусусан, AJW-алгебралар классификацияси қурилган ва AJW-алгебранинг таърифига эквивалент бўлган Бэр типидаги шартлар келтирилган.

Иккинчи боб мазмунига батафсил тўхтатилиб ўтамиз.

Таъриф 1. Агар ҳақиқий Банах фазоси бир вақтнинг ўзида бирлик элементга эга бўлган Йордан алгебраси бўлиб, қуйидаги шатларни қаноатлантирса у JB-алгебра деб аталади: (1) $||xy||\leq||x||\ ||y||$ $(x,y\in A)$, (2) $||x^2||\leq||x^2+y^2||$ $(x,y\in A)$, (3) $||x^2||=||x||^2$ $(x\in A)$.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида AJW-алгебра тушунчаси киритилган. Қуйидаги теорема берилган параграфнинг марказий теоремаси хисобланади.

Теорема 1. Ихтиёрий A JB-алгебра учун қуйидаги (А), (Б) ва (В) шартлар эквивалент:

(А) Ҳар қандай $S\subseteq A_+$ қисмтўплам учун шундай $e\in A$ проектор топиладики $S^{\perp}=U_e(A)$ тенглик ўринли бўлади, бунда ҳар қандай $a,b\in A$ элементлар учун $U_ab=2a\cdot(a\cdot b)-a^2\cdot b$, $S^{\perp}:=\{a\in A:(\forall s\in S)\ U_as=0\}$ и $U_e(A):=\{U_ea: a\in A\}$;

(Б) Ҳар қандай $S\subseteq A$ қисмтўплам учун шундай $e\in A$ проектор топиладики ${}^{\perp}S=U_e(A_+)$ тенглик ўринли бўлади, бунда ${}^{\perp}S:=\{x\in A_+:U_ax=0,\ a\in S\}$;

(В) қуйидаги иккита шарт бажарилади:

(1) проекторларнинг қисман тартибланган тўпламида ҳар қандай жуфт-жуфти билан ортогонал бўлган элементлар қисмтўплами ўзининг аниқ юқори чегарасига (супремумига) эга;

(2) ҳар қандай максимал кучли ассоциатив қисмалгебра ўзининг проекторлари ёрдамида ясалади (яъни унинг проекторларини ўз ичига олувчи энг кичик ёпиқ қисмалгебра билан устма-уст тушади).

AJW-алгебра тушунчасини қуйидагича киритиш мумкин:

Таъриф 2. Агар JB-алгебра юқорида келтирилган (А), (Б) ва (В) шартларнинг бирортасини қаноатлантирса, у ҳолда бу JB-алгебра AJW-алгебра деб аталади.

1 теоремадан келиб чиқадиган натижа сифатида AJW-алгебранинг барча проекторлари тўплами тўлиқ панжара ташкил қилиши кўрсатилан. Шуни такидлаш лозимки теоремада келтирилган $S^{\perp}$ ва ${}^{\perp}S$ тўпламлар Капланский алгебралари назариясидаги ўнг ва чап аннуляторларнинг Йордан аналоглари хисобланади.

Таъриф 3. Агар А JB-алгебра олд қўшма фазога эга бўлса, яъни шундай В Банах фазоси мавжуд бўлиб В*=А тенглик ўринли бўлса, у ҳолда А JBW-алгебра деб аталади.

Йордан алгебралари ассоциатив алгебралар билан қуйидагича узвий боғланган. Айтайлик А – иккидан фарқли ҳарактеристикага эга бўлган майдон устида ассоциатив алгебра бўлсин. А фазода янги $a\cdot b=1/2(ab+ba)$ (Йордан кўпайтириш амали) кўпайтириш амалини киритамиз. Хосил бўлган алгебрани A^J орқали белгилаймиз. Бу алгебра Йордан алгебрасидир. Агар А алгебранинг A_o қисмфазоси $a\cdot b$ кўпайтирув амалига нисбатан ёпиқ бўлса, у ҳолда бу қисмфазо ушбу кўпайтирув амали билан бирга A^J алгебранинг қисмалгебрасини ташкил қилади ва Йордан алгебраси бўлади.

Таъриф 4. Шундай A_o Йордан алгебрасига изоморф бўлган Йордан алгебралар махсус Йордан алгебралари деб аталади. Махсус Йордан алгебраси бўлмаган Йордан алгебралари истисноли Йордан алгебралари деб аталади.

Таъриф 5. Махсус JB- ва JBW-алгебралар, мос равишда, JC- ва JW-алгебралар деб аталади.

1 теорема JBW-алгебралар назариясидаги кўпчилик теорема ва леммаларни исботлари билан биргаликда AJW-алгебралар холатига деярли ўзгаришсиз ўтказиш имконини беради. Бу Шульц теоремасига ҳам таалуқлидир. Иккинчи бобнинг биринчи параграфида AJW-алгебралар учун Шульц теоремаси келтирилган. Унда ҳар қандай AJW-алгебрани махсус AJW-алгебра ва истисноли AJW-алгебраларнинг тўғри йиғиндиси кўринишда тасвирлаш мумкинлиги такидланади.

Таъриф 6. А JB-алгебранинг барча максимал ассоциатив қисмалгебраларнинг кесишмаси ушбу алгебранинг маркази деб аталади ва Z(A) орқали белгиланади. Агар $Z(A)=\mathbf{R}1$ бўлса, у ҳолда А алгебра JB-фактор деб аталади. Агар $s\in A$ элемент $s^2=1$ шартни қаноатлантирса, у ҳолда бу элемент симметрия деб аталади.

Юқоридаги фикрнинг яна бир тасдиқи – бу иккинчи бобнинг биринчи параграфида келтирилган қуйидаги леммадир.

Лемма 1. Берилган z элементнинг A AJW-алгебра марказида ётиши ҳар қандай $s\in A$ симметрия учун $U_s z=z$ тенглик ўринли бўлишига тенг кучлидир.

Таъриф 7. Агар JBW-фактор A минимал проекторга эга бўлса, у ҳолда A I типдаги JBW-фактор деб аталади.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфининг охирги қисмида JC-факторлар тадқиқ қилинган. Қуйидаги теорема исботланган.

Теорема 2. Айтайлик B JB-фактор бўлсин, $\{q_i\}$ эса $\sup q_i=1$ шартни қаноатлантирувчи, жуфт-жуфти билан эквивалент бўлган B JB-фактордан олинган ортогонал минимал проекторлар тўплами бўлсин. Фараз қилайлик, B алгебранинг ҳар бир ортогонал проекторлари тўплами B алгебрада аниқ юқори чегарага (яъни супремумга) эга бўлсин. У ҳолда, B I типдаги JBW-фактор бўлади.

Бу теорема Бэр шартини қаноатлантириш учун критерийни беради: I типдаги JB-фактор Бэр типидаги шартни қаноатлантириши унинг юқорида келтирилган теорема 2 шартини қаноатлантиришига эквивалент.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида AJW-алгебранинг таърифига эквивалент бўлган ва JB-алгебрадаги аннуляторларнинг бошқа Йордан аналоглари қатнашган алгебраик шартлар келтирилади. Ушбу шартлардан энг қисқаси қуйидаги кўринишга эга:

(Г) ҳар қандай $S\subseteq A_+$ қисмтўплам учун шундай $e\in A$ проектор топиладики $\mathrm{Ann}(S)=U_e(A)$ тенглик ўринли бўлади, бунда $\mathrm{Ann}(S)=\{a\in A:(\forall s\in S)\ a\cdot s=0\}$.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида I, II, III типдаги AJW-алгебралар ва модуляр AJW-алгебра тушунчалари киритилган.

Таъриф 7. Айтайлик A AJW-алгебра бўлсин. $p\in A$ Проекторнинг $c(p)$ марказий ташувчиси деб p проектордан катта ёки унга тенг бўлган энг кичик марказий проекторга айтилади. Агар $p\in A$ проектор учун $U_p(A)$ ассоциатив қисмалгебра бўлса, у ҳолда p Абел проектори деб аталади; агар $U_p(A)$ қисмалгебранинг $[0,p]:=\{q\in P(A)\cap U_p(A)\}$ пректорлари панжараси модуляр бўлса, у ҳолда p модуляр проектор деб аталади. A алгебрадаги e_I ва e_{III} марказий проекторларни қуйидаги формулалар ёрдамида киритамиз $e_I=\sup\{p\in P(A)$: бу ерда p – абел проектори$\}$, $e_{III}^{\perp}=\sup\{p\in P(A)$: бу ерда p – модуляр проектор$\}$.

Равшанки $e_I\leq e_{III}^{\perp}$. Айтайлик $e_{II}=1-e_I-e_{III}$. A AJW-алгебрани I (мос равишда II, III) типдаги AJW-алгебра деб атаймиз, агар $e_I=1$ (мос равишда $e_{II}=1, e_{III}=1$) бўлса. Ушбу тушунчалар бўйича иккинчи бобнинг асосий натижаларидан бири бўлган қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 3. Ҳар бир A AJW-алгебра I, II, III типдаги қисмалгебраларнинг тўғри йиғиндиси кўринишда тасвирланади. Бундан ташқари қуйидаги аломатлар ўринли:

(а) A I типда бўлади шу ва фақат шу ҳолда қачонки A да $c(p)=1$ шартни қаноатлантирувчи p Абел проектори мавжуд бўлса;

(б) A II типда бўлади шу ва фақат шу ҳолда қачонки A да c(p)=1 шартни қаноатлантирувчи p модуляр проектор мавжуд бўлса ва A ҳеч қандай нолдан фарқли Абел проекторини ўз ичига олмаса;

(в) A III типда бўлади шу ва фақат шу ҳолда қачонки A ҳеч қандай нолдан фарқли модуляр проекторни ўз ичига олмаса.

Шу билан бирга AJW-алгебраларнинг JB-йиғиндиси тушунчаси ҳам киритилган, қайсики у AJW-алгебраларни ва уларнинг элементларини чексиз йиғиндилар кўринишда тасвирлашга асосланган. JB-йиғинди тушунчаси берилган диссертация ишининг бир қатор теоремаларини исботлашда фойдали. JB-йиғинди тушунчасининг ахамияти A AJW-алгебра ва ундаги супремуми 1 элементга тенг бўлган ортогонал марказий проекторларнинг $\{z_i\}$ қисмтўплами учун z_iA қисмалгебраларнинг JB-йиғиндиси A алгебрага изометрик изморф бўлишлиги билан белгиланади.

Иккинчи бобнинг тўртинчи параграфида AJW-алгебралар доирасида проекторларнинг эквивалентлиги ўрганилган. Бу параграфнинг барча натижалари JBW-алгебралар назариясидан деярли ўзгаришсиз олинган. Уларнинг исботлари JBW-алгебралар назариясидаги мос натижалар исботларига жуда ўхшайди ва диссертацияда маълумотларнинг берилиши тўла бўлишлиги учун келтирилган.

Иккинчи бобнинг бешинчи параграфи I типдаги AJW-алгебраларни ўрганишга бағишланган. Ушбу параграфда n – натурал сон ёки $n=\infty$ учун I_n типдаги AJW-алгебралар синфи киритилган ва ўрганилган.

Таъриф 8. Айтайлик A AJW-алгебра, n кардинал сон бўлсин. Агар шундай A дан олинган проекторларнинг $(p_\alpha)_{\alpha\in J}$ ортогонал тўплам мавжуд бўлсаки, ихтиёрий α индекс учун $c(p_\alpha)=1$, $\sup p_\alpha=1$ ва $|J|=n$ шартлар ўринли бўлса, у ҳолда A I_n типдаги AJW-алгебра деб аталади. Шу билан бирга, агар, ҳар хил n чексиз кардинал сонлар учун, A I_n типдаги AJW-алгебраларнинг тўғри йиғиндиси бўлса, у ҳода A I_∞ типдаги AJW-алгебра деб аталади.

I типдаги AJW-алгебралар классификацияси қурилган. Айнан, иккинчи бобнинг асосий натижаларидан бири бўлган қуйидаги теорема исботланган.

Теорема 4. Ҳар қандай I типдаги AJW-алгебра $A_\infty\oplus A_1\oplus A_2\oplus\ldots\oplus A_n\oplus\ldots$ кўринишдаги тўғри йиғиндига ёйилади, бунда A_∞ – I_∞ типдаги AJW-алгебра ёки $\{0\}$, A_n эса – I_n типдаги AJW-алгебра ёки $\{0\}$.

JBW-алгебралар холидагидек, ҳар қандай I_n типдаги AJW-алгебра, бунда $n>2$ – натурал сон, ягона кўринишда янада “соддароқ” қисмалгебралар тўғри йиғиндиси кўринишида тасвирланиши ҳақида теорема мавжуд. Бунда бу соддароқ қисмалгебраларнинг ҳар бири $C(Q,H_n(F))$ кўринишдаги аниқ тасвирга эга, бу ерда Q – бу экстремал компакт ва мос равишда F бу, ёки **R** ҳақиқий сонлар майдони, ёки **C** комплекс сонлар майдони, ёки **H** кватернионлар танаси, ёки **O** Кэли сонлари алгебраси (n=3 бўлганда). JBW-алгебралар назариясидаги n=2 холатдаги функционал тасвир ҳақидаги теорема ҳам AJW-алгебралар учун умумлаштирилган, яъни ҳар бир I_2 типдаги AJW-алгебра ягона равишда ҳар бири экстремал компактни спин факторга акслантирувчи функциялар Йордан алгебраси кўринишда аниқ тасвирга эга бўлган алгебралар тўғри йиғиндиси кўринишда тасвирланади.

Иккинчи бобнинг бешинчи параграфининг бошида I типдаги AJW-фактор ва I_n типдаги AJW-фактор, бунда n – кардинал сон, тушунчалари киритилган. I типдаги AJW-факторга, масалан, **R** ҳақиқий сонлар майдони устида аниқланган барча 2×2-ўлчовли Эрмит матрицалари $H_2(\mathbf{R})$ Йордан алгебраси мисол бўлади. Иккинчи бобнинг бешинчи параграфининг марказий теоремасида қуйидаги таkидланади:

Теорема 5. Ҳар қандай I_n типдаги AJW-фактор I типдаги JBW-фактор бўлади.

Қуйидаги теоремада минимал проекторлар ва нормал функционаллар орасидаги узвий боғлиқлик кўрсатилган.

Теорема 6. I типдаги AJW-факторнинг барча нормал функционаллари фазоси $\phi\cdot U_q$ кўринишдаги, бу ерда q – минимал проектор, ϕ: $U_q(A)\to\mathbf{R}$ – q бўйича қурилган изоморфизм, барча нормал функционалларнинг чизиқли қобиғининг ёпиғи билан устма – уст тушади.

Ушбу натижани умумлаштирган холда, масалан, H Гильберт фазосида аниқланган барча ўз – ўзига қўшма чегараланган чизиқли операторлар $B(H)_{sa}$ Йордан алгебрасининг минимал проекторлари ва $B(H)_{sa}$ Йордан алгебрасининг JW-қисмалгебрасида аниқланган нормал функционаллар орасидаги юқоридагига ўхшаш боғлиқлик ҳақида гапириш мумкин.

Барча I типдаги AJW-факторлар синфи барча I типдаги JBW-факторлар синфи билан устма – уст тушганлиги сабабли, структурага ва классификацияга таалуқли муаммолар I типдаги JBW-факторлар учун қўйиладиган худди шундай муаммоларга олиб келади. Бундан, хусусан, ҳар қандай I типдаги AJW-факторнинг, ёки Гильберт фазосида аниқланган барча ўз – ўзига қўшма чегараланган чизиқли операторлар Йордан алгебраси кўринишда, ёки Кэли сонлари алгебраси устида аниқланган Эрмит 3×3 матрицалари M_3^8 Йордан алгебраси кўринишда, ёки спин фактор кўринишда аниқ тасвирга эга бўлиши келиб чиқади.

Иккинчи бобнинг олтинчи параграфида $H_n(F)$ тўплам қаралган, бунда F = **R**, **C**, **H**, n – чексиз кардинал сон. $H_n(F)$ – бу қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи, компонентлари F танадан олинган барча $\{\lambda_{ij}e_{ij}\}$ чексиз n×n ўлчамли матрицалар тўпламидир:

(1) $\{e_{ij}\}$ – бу қуйидаги кўринишдаги матрицалар тўплами: e_{ij} – бу (i,j)-чи компоненти 1 га тенг, қолган компонентлари 0 га тенг бўлган n×n ўлчамли матрица,

(2) барча i, j индекслар учун $\lambda_{ij}\in F$, $\lambda_{ij}=\lambda_{ji}^*$,

(3) шундай $K\in\mathbf{R}$ сон мавжудки ҳар қандай m натурал сон ва $\{\lambda_{ij}e_{ij}\}$ тўпламнинг ҳар қандай $\{\lambda_{kl}e_{kl}\}_{kl=1,2,\ldots m}$ қисмтўплами учун $H_m(F)$ алгебрада $\|\{\lambda_{kl}e_{kl}\}_{kl=1,2,\ldots m}\| < K$ тенгсизлик бажарилади.

$H_n(F)$ тўпламнинг киритилган алгебраик операцияларга нисбатан Йордан алгебраси бўлиши ва $H_n(F)\cong B(l_2(F,\Xi))_{sa}$ изоморфизм исботланган, бунда

$l_2(F,\Xi)$ – бу индекслари тўплами Ξ ва $|\Xi|=n$ бўлган F тананинг квадратик йиғиладиган элементлари тўпламлари Гильберт фазоси.

Иккинчи бобнинг олтинчи параграфида ихтиёрий X гиперстоун компактини $H_n(F)$ Йордан алгебрасига, бунда мос равишда $F = \mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{H}$, n – чексиз кардинал сон, акслантиришларнинг $WC(X,H_n(\mathbf{C}))$, $WC(X,H_n(\mathbf{R}))$, $WC(X,H_n(\mathbf{H}))$ Йордан алгебралари киритилган. Уларнинг I_n типдаги JW-алгебралар бўлиши исботланган.

Иккинчи бобнинг еттинчи параграфида қуйидаги теорема исботланган.

Теорема 7. Ихтиёрий I_n типдаги A JW-алгебра, бунда n—чексиз кардинал сон, ҳар бир i=1, 2, 3 индекс учун $A_i\cong WC(X_i,H_n(F_i))$, бунда X_i—гиперстоун компакти, $H_n(F_i)$—Эрмит $n\times n$ ўлчамли матрицаларининг чексиз ўлчовли Йордан алгебраси ва $F_1=\mathbf{R}$, $F_2=\mathbf{C}$, $F_3=\mathbf{H}$, бўлган $A=A_1\oplus A_2\oplus A_3$ кўринишдаги ёйилмага эга.

Шуни такидлаш лозимки, А.Г.Кусраевнинг ишларида I типдаги AJW-алгебралар структурасининг батафсил тавсифи берилган ва бундай алгебралар изоморфизмгача аниқликда тўлиқ таснифланган.

Иккинчи бобнинг саккизинчи параграфида тўлиқ чексиз AJW-алгебра ва I_{fin} типдаги AJW-алгебра тушунчалари киритилган. AJW-алгебраларнинг тўлиқ классификацияси қурилган. Айнан, ҳар қандай AJW-алгебра $A=A_{I_{fin}}\oplus A_{I_\infty}\oplus A_{II_1}\oplus A_{II_\infty}\oplus A_{III}$ кўринишдаги тўғри йиғиндига ёйилиши кўрсатилган. Бу ерда $A_{I_{fin}}\oplus A_{II_1}$ тўғри йиғинди модуляр AJW-алгебра бўлади, $A_{I_\infty}\oplus A_{II_\infty}\oplus A_{III}$ тўғри йиғинди эса хусусий чексиз AJW-алгебра бўлади.

Иккинчи бобнинг охирги тўққизинчи параграфида AJW-алгебралар учун I_{fin}, I_∞, II_1, II_∞ ва III типларнинг таърифларининг асосли эканлиги кўрсатилган.

Диссертациянинг «**Бэр типидаги JB-алгебраларнинг қобиқ C*-алгебралари**» деб номланган учинчи бобида асосий мақсад Бэр Йордан Банах алгебралари (яъни AJW-алгебралар) ва уларнинг қобиқ C*-алгебралари орасидаги боғлиқликни ўрганишдир.

Таъриф 9. Айтайлик H Гильберт фазоси ва B(H) бу H Гильберт фазосида аниқланган барча чегараланган операторлар *-алгебраси бўлсин. B(H) алгебранинг ҳар қандай B кучсиз ёпиқ *-қисмалгебраси ва унга изометрик изоморф бўлган C*-алгебра фон Нейман алгебраси деб аталади. Айтайлик A H Гильберт фазосида аниқланган JC-алгебра бўлсин. A алгебра томонидан ясалган B(H) алгебранинг бир-текис ёпиқ комплекс *-қисмалгебрасини C*(A) орқали белгилаймиз. C*(A) алгебрани A алгебранинг қобиқ C*-алгебраси деб атаймиз. C*(A) алгебранинг B(H) алгебрадаги W*(A) кучсиз ёпилмаси A алгебранинг қобиқ фон Нейман алгебраси деб аталади.

Таъриф 10. Агар A ассоциатив алгебранинг A_o Йордан қисмалгебрасининг ихтиёрий чекли миқдордаги $a_1, a_2,..., a_k$ элементлари учун $\{a_1a_2...a_k\}=1/2(a_1a_2...a_k+a_ka_{k-1}...a_1)$ элемент A_o алгебрага тегишли бўлса, у ҳолда A_o тескариланувчи Йордан алгебраси деб аталади.

Учинчи бобнинг биринчи параграфининг асосий натижаси бу қуйидаги теоремадир.

Теорема 8. Айтайлик A – тескариланувчи JC-алгебра, W*(A) – бу A алгебранинг қобиқ фон Неймана алгебраси ва C*(A) – бу A алгебранинг қобиқ C*-алгебраси бўлсин. У ҳолда A JC-алгебранинг JW-алгебра бўлиши W*(A)=C*(A) тенгликнинг ўринли бўлишига тенг кучлидир.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида ёрдамчи тасдиқлар исботланган.

Таъриф 11. Айтайлик E – ассоциатив, ёки ҳақиқий, ёки комплекс *-алгебра ва S – E нинг бўш бўлмаган қисмтўпламиси бўлсин. $R(S)=\{x\in E: (\forall s\in S)\ sx=0\}$ тўплам S тўпламнинг E даги ўнг аннулятори деб аталади. Агар ҳар бир бўш бўлмаган $S\subseteq E$ қисмтўплам учун шундай проектор (ўз-ўзига қўшма идемпотент) $g\in E$ топилсаки $R(S)=gE$ тенглик ўринли бўлса E алгебра Бэр *-алгебраси деб аталади. AW*-алгебра деб бир вақтнинг ўзида Бэр *-алгебраси бўлган C*-алгебрага айтилади.

Таъриф 12. Агар A ҳақиқий Банах *-алгебраси учун $A_c=A+iA$ *-алгебра, бу ерда $A+iA=\{a+ib: a,b\in A\}$, шундай нормаланиши мумкин бўлсаки A_c C*-алгебра бўлса, ва унинг нормаси A да дастлабки норма билан устма-уст тушса, у ҳолда A ҳақиқий C*-алгебра дейилади. Бэр *-алгебраси бўлган ҳақиқий C*-алгебра ҳақиқий AW*-алгебра деб аталади.

Учинчи бобнинг учинчи параграфининг асосий натижаси қуйидаги теорема хисобланади.

Теорема 9. Айтайлик A – H комплекс Гильберт фазосида аниқланган ҳақиқий AW*-алгебра бўлсин. Фараз қилайлик M=A+iA AW*-алгебра ва $A\cap iA=\{0\}$ бўлсин. $C^*(A_{sa})$ – A_{sa} AJW-алгебранинг қобиқ C*-алгебраси бўлсин. У ҳолда, $C^*(A_{sa})$ AW*-алгебра бўлади. Бундан ташқари, агар A_{sa} AJW-алгебра I_1 типдаги тўғри қўшилувчиларга эга бўлмаса, у ҳолда $M=C^*(A_{sa})$.

Бу ерда M=A+iA йиғиндининг AW*-алгебра бўлишлик шарти Альбеверио, Аюпов ва Абдуваитовларнинг ишларида ҳақиқий AW*-алгебралар ўрганилганлиги ва A ҳақиқий AW*-алгебрнинг M=A+iA комплекс қобиғи AW*-алгебра бўлмаган ҳолати учун мисол топилганлиги сабабли киритилган.

Учинчи бобнинг тўртинчи параграфида $B(H_{\mathbf{C}})$ нинг ҳар қандай максимал тўлиқ ҳақиқий фон Нейман қисмалгебраси $B(\hat{H}_{\mathbf{R}})\oplus B(\hat{H}_{\mathbf{H}})$ кўринишдаги қисмалгебра экани исботланган, бу ерда $\hat{H}_{\mathbf{R}}$ и $\hat{H}_{\mathbf{H}}$ – мос равишда $H_{\mathbf{R}}$ ва $H_{\mathbf{H}}$ Гильберт фазоларининг шундай қисмфазоларики бунда $H_{\mathbf{R}}=\hat{H}_{\mathbf{R}}\oplus\hat{H}_{\mathbf{R}}^{\perp}$, $H_{\mathbf{H}}=\hat{H}_{\mathbf{H}}\oplus\hat{H}_{\mathbf{H}}^{\perp}$. Бу ерда $B(\hat{H}_{\mathbf{R}})$ ва $B(\hat{H}_{\mathbf{H}})$ алгебраларнинг бирлик элементлари ортогоналдир в уларнинг йиғиндиси $B(H_{\mathbf{C}})$ алгебранинг бирлик элементини беради. Кейин, олинган натижалардан фойдаланиб тескариланувчи JW-алгебранинг қобиқ тўлиқ ҳақиқий фон Нейман алгебраси учун Гельфанд-Наймарк теоремасининг аналоги исботланган.

Диссертациянинг «**Бэр типидаги JB-алгебралар учун абстракт ўлчовли операторларнинг Йордан алгебраси**» деб номланган тўртинчи бобининг мазмуни қуйидагилардан иборат.

Тўртинчи бобнинг биринчи параграфида AJW-алгебра учун абстракт ўлчовли операторлар қурилган ва ўрганилган. Уларнинг Йордан алгебраси ташкил қилиши исботланган.

Бунинг учун қуйидаги бошланғич шарт қабул қилинади: айтайлик A – AJW-алгебра бўлсин. Фараз қилайлик $A=A_{sp}\oplus A_{ex}$ ёйилмада A_{sp} тескариланувчи AJW-алгебра ва A_{sp} алгебранинг $C^*(A_{sp})$ қобиқ C*-алгебраси AW*-алгебра бўлсин. Теорема 9 га кўра охирги шарт етарлича умумий шартдир.

Таъриф 13. Агар A алгебранинг P(A) проекторлар тўпламидан олинган проекторларнинг $\{e_n\}$ кетма - кетлиги учун барча n натурал сонда $e_n\leq e_{n+1}$ шарт бажарилса буни $e_n\uparrow$ деб ёзамиз; агар, бундан ташқари, $\sup e_n=e$ бўлса, буни $e_n\uparrow e$ деб ёзамиз. Агар P(A) дан олинган элементларнинг $\{e_n\}$ кетма - кетлиги учун $e_n\uparrow 1$ ва ҳар бир n учун $e_n^{\perp}$ A да модуляр проектор бўлса, у ҳолда $\{e_n\}$ кучли зич соҳа (к.з.с.) дейилади. Асосан ўлчовли оператор (а.ў.о.) деб ҳар бир n учун $x_n\in A$, $\{e_n\}$ – к.з.с. ва $m<n$ шарт учун $e_mx_n=e_mx_m$ тенглик ўринли бўлган $\{(x_n, e_n)\}$ жуфтликлар кетма - кетлигига айтилади. Барча а.ў.о. тўпламида эквивалентлик муносабатини киритамиз. Иккита а.ў.о. $\{(x_n,e_n)\}$ ва $\{(y_n,f_n)\}$ эквивалент дейилади (бу $\{(x_n,e_n)\}\equiv\{(y_n,f_n)\}$ орқали белгиланади), агар шундай к.з.с. $\{g_n\}$ мавжуд бўлсаки ҳар қандай n учун $g_nx_n=g_ny_n$ ўринли бўлса. А.ў.о. $\{(x_n,e_n)\}$ нинг $[x_n,e_n]$ эквивалентлик синфи A алгебрага бириктирилган ўлчовли оператор (ў.о.) дейилади. Барча ўлчовли операторлар тўпламини C(A) орқали белгилаймиз. Алгебраик амалларнинг $\lambda[x_n,e_n]=[\lambda x_n, e_n]$, $[x_n,e_n]+[y_n,f_n]=[x_n+y_n,e_n\wedge f_n]$, $[x_n,e_n][y_n, f_n]=[x_ny_n, g_n]$ таърифлари асослидир, бу ерда (g_n) к.з.с. (x_n), (e_n), (y_n), (f_n) кетма - кетликлар бўйича аниқланган. Ушбу амалларга нисбатан C(A) тўплам Йордан алгебраси бўлади.

Агар A AJW-алгебра бирон - бир **A** AW*-алгебранинг ўз-ўзига қўшма қисми бўлса, у ҳолда A алгебрага бириктирилган абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебраси **A** алгебрага бириктирилган абстракт ўлчовли операторлар Бэр *-алгебрасининг ўз-ўзига қўшма қисми билан устма-уст тушади. Фон Неймана алгебрасига бириктирилган ўлчовли операторлар *-алгебрасида ётувчи ўз-ўзига қўшма ўлчовли операторлар Йордан алгебраси ҳар доим ҳам унинг ўз-ўзига қўшма қисми бўлавермайди. Шунинг учун абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебралари синфини ўрганиш мухим хисобланади. Тўртинчи бобнинг биринчи параграфи ушбу синф алгебраларини ўрганишга бағишланган. Бу ерда бизни аввало юқорида келтирилган (А), (Б) ва (Г) шартлардан бирортасини қаноатлантирувчи, яъни Бэр *-алгебрасининг Йордан аналоги бўлган, чегараланмаган элементларни ўз ичига олган, бирорта Бэр *-алгебрасининг ўз-ўзига қўшма қисми бўлмаган ўлчовли операторлар Йордан алгебраси мавжуд ёки мавжуд эмаслиги ҳақидаги савол қизиқтиради. Ушбу саволга тўртинчи бобнинг биринчи параграфининг асосий натижаси бўлган қуйидаги теоремада жавоб берилган.

Теорема 10. Ҳар қандай $\mathbf{S}\subset C(A)_+$ тўплам учун шундай $e\in A$ проектор мавжудки $\mathbf{S}^{\perp}=U_{\bar{e}}(C(A))$ тенглик ўринли бўлади, яъни C(A) Бэр *-алгебрасининг Йордан аналогидир.

Шуни такидлаш керакки, A AJW-алгебра ва C(A) Йордан алгебраси устма-уст тушган ҳолатлар ҳам мавжуд. Буни қуйидаги теоремадан ҳам кўриш мумкин.

Теорема 11. A I_n типдаги AJW-факторга бириктирилган барча абстракт ўлчовли операторлар C(A) Йордан алгебраси A алгебранинг ўзи билан устма-уст тушади, бу ерда $n\geq3$ – чекли ёки чексиз кардинал сон.

Ўлчовли операторлар Йордан алгебрасини ўрганишда фойдаланилган мухим натижалардан бирида A AJW-алгебрага бириктирилган барча абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебраси A алгебранинг AW*(A) қобиқ AW*-алгебрасига бириктирилган барча абстракт ўлчовли операторлар Бэр *-алгебрасида ётиши такидланади.

Абстракт ўлчовли операторлар *-алгебралари назариясидаги каби абстракт ўлчовли операторлар Йордан алгебралари учун ҳам қуйидаги муаммо долзарб хисобланади: айтайлик A_∞ – AJW-алгебра ва $\{A_i\}$ – AJW-алгебралар тўплами бўлсин. Фараз қилайлик A_∞ алгебра A_i алгебраларнинг JB-йиғиндиси бўлсин. A_∞ (мос равишда A_i) алгебрага бириктирилган барча абстракт ўлчовли операторлар $C(A_\infty)$ (мос равишда $C(A_i)$) Йордан алгебрасини қараймиз. $C(A_\infty)$ алгебранинг $C(A_i)$ алгебраларниннг $\prod_i C(A_i)$ тўғри йиғиндиси, яъни координатали амаллар бўйича барча $(\mathbf{x}_i)$, бу ерда $\mathbf{x}_i\in C(A_i)$, тўпламларнинг алгебраси, бўлиши тўғрими? Тўртинчи бобнинг биринчи параграфи охирида, ушбу қўйилган саволга, умуман олганда, ҳар доим ҳам $C(A_\infty)=\prod_i C(A_i)$ тенглик бажарилавермаслигини тасдиқловчи мисол келтириш орқали жавоб берилган.

Тўртинчи бобнинг иккинчи параграфида AJW-алгебрага бириктирилган абстракт локаль ўлчовли оператор тушунчаси киритилган. Бу тушунча AW*-алгебрага бириктирилган абстракт локаль ўлчовли оператор тушунчасининг Йордан аналоги хисобланади.

Таъриф 14. A AJW-алгебрага бириктирилган асосан локаль ўлчовли оператор (а.л.ў.о.) – бу $\{x_\alpha,e_\alpha\}$ индексланган жуфтликлар тўплами, бу ерда $x_\alpha\in C(A)$ ва $\{e_\alpha\}$ – Z(A) алгебранинг бирлик элементнинг ихтиёрий ёйилмаси. $\{x_\alpha,e_\alpha\}$ ва $\{y_\alpha,f_\alpha\}$ иккита а.л.ў.о. эквивалент дейилади, бу $\{x_\alpha,e_\alpha\}\equiv\{y_\alpha,f_\alpha\}$ каби ёзилади, агар барча α ва β индекслар учун $e_\alpha f_\beta x_\alpha=e_\alpha f_\beta y_\alpha$ бўлса. C(A) Йордан алгебраси бўлгани учун киритилган муносабат, ҳақиқатан ҳам эквивалентлик муносабати бўлади. $\{x_\alpha,e_\alpha\}$ А.л.ў.о. га мос келувчи (x_α,e_α) эквивалентлик синфини A га бириктирилган локаль ўлчовли оператор (л.ў.о.) деб атаймиз. Барча л.ў.о. тўпламини S(A) орқали белгилаймиз. S(A) тўпламда алгебраик амалларни қуйидагича киритамиз: $\lambda(x_\alpha,e_\alpha)=(\lambda x_\alpha,e_\alpha)$, $(x_\alpha,e_\alpha)+(y_\beta,f_\beta)=(x_\alpha+y_\beta,e_\alpha f_\beta)$, $(x_\alpha,e_\alpha)(y_\beta,f_\beta)=(x_\alpha y_\beta,e_\alpha f_\beta)$, бу ерда (x_α,e_α), (y_β,f_β) – л.ў.о. ва $\lambda\in\mathbf{R}$. A AJW-алгебрага бириктирилган барча локаль ўлчовли операторлар S(A) тўплами Йордан алгебраси ташкил қилади. Ўлчовли операторлар Йордан алгебрасига ўхшаб S(A) Йордан алгебраси AW*(A) AW*-алгебрага бириктирилган барча локаль ўлчовли операторлар Бэр *-алгебрасида ётади. Қуйидаги теорема тўртинчи бобнинг иккинчи параграфининг асосий натижаси хисобланади.

Теорема 12. Ҳар қандай $S \subset S(A)_+$ тўплам учун шундай $e \in A$ проектор мавжудки $S^{\perp} = U_{\bar{e}}(S(A))$ тенглик ўринли бўлади, яъни $S(A)$ Бэр *-алгебрасининг Йордан аналогидир.

Тўртинчи бобнинг учинчи ва тўртинчи параграфларида берилган AJW-алгебранинг марказидан олинган Z қисмалгебра учун тескариланувчи AJW-алгебрага бириктирилган аниқ нормал яримчекли марказий қийматли ва сонли қийматли изга нисбатан Z-ўлчовли операторлар тушунчалари киритилган ва ўрганилган. Аниқ нормал яримчекли марказий қийматли (мос равишда сонли қийматли) изга нисбатан Z-ўлчовли операторлар табиий равишда киритилган скалярга кўпайтириш, қўшиш ва Йордан кўпайтириши амалларига нисбатан Йордан алгебраси ташкил қилиши исботланган.

ХУЛОСА

1. Диссертацияда Бэр Йордан Банах алгебраси (AJW-алгебра) тушунчаси киритилган ва Бэр Йордан Банах алгебраси таърифига эквивалент бўлган алгебраик шартлар топилган.

2. Ҳар қандай AJW-алгебранинг I, I_∞, I_n, бу ерда n – кардинал сон, II_1, II_∞ ва III типдаги AJW-алгебралар тўғри йиғиндисига ёйилиши, ва ҳар бир AJW-факторнинг I_n, II_1, II_∞ ва III типлардан бирига эга бўлиши кўрсатилган.

3. Ҳар бир I типдаги AJW-факторнинг I типдаги JBW-фактор бўлиши ва I типдаги AJW-факторлар таснифи I типдаги JBW-факторлар таснифи билан бир хил бўлиши асосланганлигини таъкидлаш лозим.

4. Йордан алгебралари ва инволютив алгебралар учун проекторлар бўйича Пирс ёйилмасининг чексиз варианти қурилган. Ушбу Пирс ёйилмаси ёрдамида I_n типдаги JW-алгебралар таснифини берувчи теоремалар исбот қилинганлигини қайд этиш мумкин.

5. Тескариланувчи JW-алгебранинг қобиқ C*-алгебраси фон Нейман алгебраси бўлиши исботланган. Бунинг учун ушбу тасдиқнинг етарлича содда ва тўғридан-тўғри исботи қурилганлигини таъкидлаш мумкин.

6. Тескариланувчи JW-алгебрадаги проекторларда аниқланган ўлчовни давом эттириш мумкин бўлган шу алгебранинг қобиқ фон Нейман алгебрасидаги проекторларда аниқлаган барча ўлчовлар кўрсатилган.

7. R+iR йиғиндиси AW*-алгебра ва $R\cap iR=\{0\}$ бўлган R ҳақиқий AW*-алгебранинг R_{sa} ўз-ўзига қўшма қисмининг $C^*(R_{sa})$ қобиқ C*-алгебрасида Бэр шарти бажарилиши, яъни $C^*(R_{sa})$ AW*-алгебра бўлиши исботланганлигини таъкидлаш мумкин.

8. AJW-алгебрага бириктирилган ўлчовли ва локал ўлчовли операторлар Йордан алгебралари Бэр шартининг Йордан аналогини қаноатлантириши исботланган.

9. AJW-алгебрага бириктирилган ўлчовли ва локал ўлчовли операторлар Йордан алгебралари AJW-алгебрадан фарқли Бэр шартининг Йордан аналогини қаноатлантирувчи Йордан алгебралар бўлишлиги асосланган.

Диссертация назарий ҳарактерга эга. Диссертацияда олинган асосий натижалар ва усуллардан Йордан алгебраларининг бошқа синфларини ва Йордан супералгебралари синфларини ўрганишда, квант механикаси назариясида, турли хил Бэр типидаги алгебраик шартларга эга бўлган алгебраларни таснифлашда, кўп ўзгарувчили ва чексиз кўп ўзгарувчили комплекс функциялар назариясида, ҳамда назарий физиканинг турли жараёнларини таҳлил қилишда фойдаланиш кутилади.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ 14.07.2016.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

АРЗИКУЛОВ ФАРХОДЖОН НЕМАТЖОНОВИЧ

ЙОРДАНОВЫ ОПЕРАТОРНЫЕ АЛГЕБРЫ БЭРОВСКОГО ТИПА И ПРИЛОЖЕНИЯ К ТЕОРИИ ИЗМЕРИМЫХ ОПЕРАТОРОВ

01.01.01 – Математический анализ
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДОКТОРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ

Ташкент – 2016

Тема докторской диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № 30.09.2014/B2014.5. FM120.

Докторская диссертация выполнена в Институте Математики при Национальном университете Узбекистана.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и информационно-образовательном портале «ZIYONET» (www.ziyonet.uz)

Научный консультант:	**Аюпов Шавкат Абдуллаевич** доктор физико-математических наук, профессор, академик.
Официальные оппоненты:	**Кусраев Анатолий Георгиевич** доктор физико-математических наук, профессор
	Зокиров Ботир Сабитович доктор физико-математических наук
	Кудайбергенов Каримберган Кадирбергенович доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	**Институт математики Сибирского отделения Российской академии наук**

Защита диссертации состоится «______» ________________ 2016 года в ____ часов на заседании Научного совета 14.07.2016.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871)227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz.)

С докторской диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за № ______). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан: «______» __________________ 2016 года
(реестр протокола рассылки № ____ от «______» __________________ 2016 года).

А.А. Абдушукуров
Председатель Научного совета по присуждению ученой степени доктора наук, д.ф.-м.н., профессор

Г.И. Ботиров
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученой степени доктора наук, к.ф.-м.н.

А. Садуллаев
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению ученой степени доктора наук, д.ф.-м.н., профессор, академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. На международном уровне одним из приоритетных направлений исследований является доказательство аналогов теорем из теории ассоциативных алгебр для йордановых алгебр и детальное изучение свойств, присущих исключительным йордановым алгебрам. Вскоре после ввода и изучения ассоциативных алгебр начала развиваться теория альтернативных, лиевых и йордановых алгебр. Позже лиевы и йордановы алгебры начались систематически изучаться с точки зрения функционального анализа. Надо отметить, что самый близкий к классу C*-алгебр, хорошо изученный класс – это класс алгебр Капланского (AW*-алгебр), т.е. C*-алгебр, удовлетворяющих условию Бэра. В теории йордановых операторных алгебр дело обстоит иначе, изучение класса йордановых аналогов алгебр Капланского остается важной нерешённой задачей.

Развитие теории йордановых операторных алгебр связано с узбекской научной школой функционального анализа. Учёными нашей страны получен ряд результатов по упорядоченным инволютивным и йордановым алгебрам. В частности, для йордановых операторных алгебр, имеющих предсопряженное пространство, построены йордановы алгебры измеримых и локально измеримых операторов и установлен ряд их свойств.

Исследование йордановых банаховых алгебр бэровского типа, потсроение их классификации в рамках йордановых банаховых алгебр является важной задачей. Кроме того, для выяснения алгебраических свойств этих йордановых алгебр измеримых операторов и, поскольку класс йордановых банаховых алгебр, удовлетворяющих йорданову аналогу условия Бэра, является широким классом, построение и исследование йордановых алгебр абстрактных измеримых операторов являются важными проблемами. Исходя из анализа существующих работ, необходимо отметить, что исследование упомянутого класса йордановых алгебр далеко от завершения и решения важных проблем, касающихся этого класса, требуют совершенно новых подходов.

Исследование данной диссертации в определенной степени служит для решения задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан от 15 июля 2008 года ПП-916 «О дополнительных мерах по стимулированию внедрения инновационных проектов и технологий в производство», а также Кабинета Министров от 4 марта 2002 года ПКМ-77 «Меры по совершенствованию организации научно-исследовательской деятельности» и в других нормативно-правовых актах, относящихся данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий IV. «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации[1]. По йордановым операторным алгебрам ведутся научные исследования в научных центрах и университетах ведущих стран, в том числе в университетах Калифорнии, Виржинии, Сент-Жонса и Массачусетса (США), Национальном центре образования и исследования по математике и статистике Норвегии, Норвежском университете науки и технологии, университете Осло, университете Овиедо (Испания); институте математики Академии наук Словакии; Чешском техническом университете; университете Ла Тробе (Австралия); университете Марбург (Германия); Московском государственном университете, Казанском федеральном университете, институте математики СО РАН, Южном математическом институте ВНЦ РАН (Россия).

По йордановым операторным алгебрам в мировом масштабе решен целый ряд актуальных задач, в том числе, были получены следующие научные результаты: построена универсальная обертывающая локальная C*-алгебра для локальной йордановой банаховой алгебры и доказана, что обертывающая C*-алгебра риккартовской обратимой йордановой алгебры является риккартовской (университет Сент-Жонса, Национальный центр образования и исследования по математике и статистике Норвегии); показано существование максимальных мартиндейловых факторов, естественным образом содержащих все мартиндейловы факторы данной алгебры с делением относительно данного фильтра знаменателя (университет Виржинии); синаптическая алгебра представляет собой обобщение самосопряженной части алгебры фон Неймана. Для синаптической алгебры обобщено разложение слабозамкнутой йордановой операторной алгебры по известным типам (университет Массачусетса, институт математики Академии наук Словакии); классифицированы йордановы банаховы алгебры с предсопряженными пространствами, и выявлены ряд их свойств (Национальный центр образования и исследования по математике и статистике Норвегии); построены примеры первичных йордановых супералгебр векторного типа и супералгебр типа Ченга-Каца (институт математики СО РАН); разработаны булевозначные методы исследования операторных алгебр и дана булевозначная реализация йордановых банаховых алгебр (Южный математический институт ВНЦ РАН); показано, что всякий порядковый изоморфизм между упорядоченными структурами ассоциативных йордановых банаховых подалгебр с единицей йордановой банаховой алгебры с предсопряженным пространством естественным образом реализуется йордановым гомоморфизмом (Чешский технический университет, Казанский федеральный университет).

[1] Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: 2009 Fall Southeastern Meeting Boca Raton, FL, www.ams.org/meetings/sectional/2161_ progfull.html; International Mathematical Forum, www.m-hikari.com; Quaterly Journal of Mathematics, http://qjmath.oxfordjournals.org; Mathematica Slovaca, link.springer.com/journal/12175; Foundations of Physics, link.springer.com/journal/10701; Journal of Pure and Applied Algebra, www.journals.elsevier.com/journal-of-pure-and-applied-algebra; Сибирский математический журнал, www.springer. com/mathematics/journal/11202 были использованы и другие источники.

На сегодняшний день осуществляются приоритетные научно-исследовательские работы по описанию йордановых алгебр бэровского типа и их обертывающих ассоциативных алгебр, нахождению условий для дифференцирований йордановых операторных алгебр и их обертывающих ассоциативных алгебр, описанию дифференцирований и 2-локальных дифференцирований йордановых, ассоциативных и лиевых алгебр.

Степень изученности проблемы. Йордановы алгебры впервые введены немецким физиком П.Йорданом. Позже Йордановы алгебры стали также изучаться с точки зрения функционального анализа. Наиболее бурное развитие этого направления началось в работах Е.М.Альфсена-Ф.В.Шульца-Е.А.Штермера и Ф.В.Шульца. Этапы развития теории йордановых операторных алгебр отражены в монографии Х.Ханке-Олсена и Е.Штермера. В том числе, А.Г.Кусраевым развита техника булевозначной реализации йордановых банаховых алгебр и даны ее приложения к некоторым аспектам теории йордановых банаховых алгебр. А также, в случае специальных слабозамкнутых йордановых операторных алгебр взаимоотношение между типами этих алгебр и их обёртывающих алгебр фон Неймана изучено Е.Штёрмером в случае алгебр типа I. Далее, изучение этого взаимоотношения продолжено и полностью завершено для остальных известных случаев типов Ш.А.Аюповым.

В месте с развитием теории йордановых операторных алгебр расширился круг её приложений. В качестве примера можно взять теорию неассоциативного интегрирования. Развитию этой теории внесли большой вклад Ш.А.Аюпов, Р.З.Абдуллаев, М.Бердикулов, А.Каримов и другие.

Йордановы алгебры измеримых операторов тесно связаны с бэровскими *-алгебрами измеримых операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана. До настоящего времени теорий обеих алгебр измеримых операторов развивались параллельно. По бэровским *-алгебрам измеримых операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана и по их применениям получили ряд результатов Э.Нельсон, Н.Сигал, Ф.Йедон, С.К.Бербериан, К.Саито, В.И.Овчинников, В.И.Чилин, М.А.Муратов, Х.Косаки, Ф.А.Сукочев, К.К.Кудайбергенов, П.Доддс, Т.К.Доддс, Б. де Пагтер и другие. Ряд результатов по йордановым алгебрам измеримых операторов и их применениям принадлежат Ш.А.Аюпову, Р.З.Абдуллаеву, М.Бердикулову и т.д. Полную информацию по теории бэровских *-алгебр измеримых операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана можно найти в монографии В.И.Чилина и М.А.Муратова, состоящей из трех книг.

Несмотря на это, поскольку йорданов аналог условия Бэра, построенный Д.М.Топпингом, не содержит йорданова умножения, не была развита теория бэровских алгебр в рамках йордановых банаховых алгебр. Кроме того, не были изучены йордановы алгебры абстрактных измеримых операторов для бэровских йордановых банаховых алгебр.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Исследование выполнено в рамках плана научного исследования

«Неассоциативные и операторные алгебры, динамические системы и их приложения в статистической физике и популяционной биологии» Института математики при Национальном университете Узбекистана (Ф4-ФА-Ф013, 2012-2016).

Целью исследования является описание бэровских йордановых банаховых алгебр и их обертывающих банаховых алгебр, а также построение бэровских йордановых алгебр абстрактных измеримых операторов для этих алгебр.

Задачи исследования:

ввести бэровские йордановы операторные алгебры в рамках йордановых банаховых алгебр;

построить классификацию по типам бэровских йордановых банаховых алгебр;

исследовать обертывающие инволютивные алгебры специальных бэровских йордановых банаховых алгебр и разработать методы построения наименьшей бэровской инволютивной алгебры, содержащей данную специальную бэровскую йорданову банахову алгебру;

исследовать бэровские йордановы банаховы алгебры, являющиеся факторами, и найти их взаимосвязь с известными йордановыми банаховыми алгебрами, являющимися факторами;

показать, что йордановы алгебры абстрактных измеримых и локально измеримых операторов, присоединенных к бэровской йордановой банаховой алгебре являются бэровскими йордановыми алгебрами;

полученные результаты при решении задач, поставленных выше, применить к дифференцированиям и 2-локальным дифференцированиям.

Объектом исследования являются C*-алгебры, алгебры фон Неймана, алгебры Капланского, йордановы алгебры, йордановы банаховы алгебры (JB-алгебры), специальные йордановы банаховы алгебры (JC-алгебры), специальные йордановы банаховы алгебры, имеющие предсопряженные пространства (JW-алгебры), йордановы банаховы алгебры, имеющие предсопряженные пространства (JBW-алгебры).

Предмет исследования составляют Беровские йордановы алгебры, бэровские йордановы банаховы алгебры (AJW-алгебры), йордановы алгебры абстрактных измеримых и локально измеримых операторов, присоединенных к бэровской йордановой банаховой алгебре.

Методы исследования. В исследовательской работе использованы техника и методы исследования бэровских йордановых банаховых алгебр, базирующиеся на понятиях совместности элементов и совместности подмножества йордановой алгебры и методы теории йордановых алгебр, йордановых банаховых алгебр, специальных йордановых банаховых алгебр, йордановых банаховых алгебр, имеющих предсопряженные пространства, теории алгебр Капланского и алгебр фон Неймана.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

впервые найдены алгебраические условия, эквивалентные определению бэровской йордановой банаховой алгебры;

установлено, что множество проекторов бэровской йордановой банаховой алгебры образует полную ортомодулярную решетку, и самосопряженная часть всякой вещественной или комплексной алгебры Капланского является бэровской йордановой банаховой алгеброй;

классифицированы бэровские йордановы банаховы алгебры по известным типам;

получено полное описание бэровских йордановых банаховых алгебр, являющихся факторами и содержащих минимальные проекторы;

установлено, что обертывающая C*-алгебра всякой слабозамкнутой обратимой йордановой операторной алгебры является алгеброй фон Неймана.

описаны все продолжения меры на проекторах слабозамкнутой обратимой йордановой операторной алгебры до меры на проекторах её обертывающей алгебры фон Неймана.

установлено, что при некоторых условиях обертывающая C*-алгебра самосопряженной части вещественной алгебры Капланского является комплексной алгеброй Капланского.

установлено, что йордановы алгебры абстрактных измеримых и локально измеримых операторов, присоединенных к бэровской йордановой банаховой алгебре являются бэровскими йордановыми алгебрами.

Практические результаты исследования. Разработаны новые методы исследования, использующие йордановы аналоги аннуляторов.

Результаты, касающиеся обертывающих алгебр фон Неймана слабозамкнутых обратимых йордановых операторных алгебр позволяют в значительной степени упростить исследования обертывающих инволютивных алгебр йордановых операторных алгебр.

Методы построения абстрактных измеримых и локально измеримых операторов, идентичных в алгебраическом смысле с измеримыми и локально измеримыми самосопряженными линейными операторами в гильбертовом пространстве, позволяют исследовать алгебраическую структуру бэровских йордановых операторных алгебр.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений, применением фундаментальных результатов теории йордановых и инволютивных алгебр, использованием известных методов исследования классов йордановых банаховых алгебр и инволютивных банаховых алгебр, в частности, тем, что абстрактные измеримые и локально измеримые операторы для бэровских йордановых банаховых алгебр построены по известному методу Берspecies.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что полученные в работе научные результаты могут быть использованы как для дальнейших исследований операторных и йордановых операторных алгебр, так и в конкретных задачах, например квантовой теории вероятности, связанных с мерами, определенными на проекторах операторных и йордановых операторных алгебр.

Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что бесконечные пирсовские разложения позволяют вычислить норму бесконечномерной матрицы по нормам её диагональных конечномерных подматриц, а также, описание всех продолжений меры до меры позволяет получить полную информацию о мерах на проекторах алгебр фон Неймана.

Внедрение результатов исследования. Результаты исследования диссертации имеют следующие применения:

описание бэровских йордановых банаховых алгебр и методы, использующие йордановы аннуляторы применены при получении полной классификации бэровских йордановых банаховых алгебр типа I_2 в исследованиях зарубежного проекта № 0120042006 (Южный математический институт ВНЦ РАН, Россия, справка № 147 от 7 сентября 2015 года). Применение результатов послужило получению полной классификации бэровских йордановых банаховых алгебр типа I_2 и кардинальнозначных инвариантов, характеризующих любую бэровскую йорданову банахову алгебру типа I_2.

описание однородных бэровских йордановых банаховых алгебр и их характеризация и свойства использованы при представлении однородных бэровских йордановых банаховых алгебр в исследованиях проекта № 01200805081 (Южный математический институт ВНЦ РАН, Россия, справка № 147 от 7 сентября 2015 года). Применение результатов послужило представлению однородных бэровских йордановых банаховых алгебр в виде прямой суммы йордановых алгебр операторно-значных функций.

Описание бэровских йордановых банаховых алгебр типа I и характеризация, свойства однородных бэровских йордановых банаховых алгебр использованы при полной классификации бэровских йордановых банаховых алгебр типа I в исследованиях проекта № 0197-2014-0001 (Южный математический институт ВНЦ РАН, Россия, справка № 147 от 7 сентября 2015 года). Применение результатов послужило полной классификации бэровских йордановых банаховых алгебр типа I и получению кардинальнозначных инвариантов, характеризующих любую бэровскую йорданову банахову алгебру типа I с точностью до изоморфизма.

Классификация обратимых бэровских йордановых банаховых алгебр и методы использующие йордановы аналоги условия Бэра использованы при исследовании обертывающих C*-алгебр обратимых риккартовских йордановых банаховых алгебр в проекте STEM 1515-2016 Атлантического института технологий и исследований США (Университет Сент-Жонса, США, справка от 22 августа 2016 года). С применение результатов доказано, что обертывающая C*-алгебра всякой обратимой риккартовской йордановой банаховой алгебры является риккартовской C*-алгеброй.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалось на следующих международных и республиканских научных конференциях: «Математика в XXI веке. Роль ММФ НГУ в науке, образовании и бизнесе» (Новосибирск, НГУ, 2003), «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования» (Владикавказ, 2004), «Операторные алгебры и квантовая теория вероятностей» (Ташкент, 2012), «Проблемы современной топологии и её приложения» (Ташкент, 2013), «Актуальные вопросы комплексного анализа» (Ташкент, 2013), «Алгебра, анализ и квантовая вероятность» (Ташкент, 2015).

Настоящая работа обсуждалась на республиканских семинарах «Операторные алгебры и их приложения» Института математики при Национальном университете Узбекистана, на научном семинаре «Современная алгебра и её приложения» Национального университета Узбекистана, на городском семинаре кафедры алгебры и функционального анализа Национального университета Узбекистана, на семинарах кафедры математического анализа Новосибирского государственного университета (1993-1998), на семинарах лаборатории функционального анализа Института математики СО РАН, объединенном семинаре отдела геометрии и анализа Института математики СО РАН (Новосибирск, 1995-1998), на семинаре кафедры алгебры Томского государственного университета (1998). Полученные результаты докладывались также на следующих международных конгрессах Третий сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике (Новосибирск, 1998), «Операторные алгебры» (Флорианополис, Бразилия, 2005), «Банаховы алгебры и их приложения» (Бордо, Франция, 2005), «Неассоциативные алгебры и связанные разделы» (Коимбра, Португалия, 2011).

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 35 научных работ, из них 10 входит в перечень научных изданий предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе из них 7 статей опубликовано в зарубежных и 3 в республиканских научных журналах.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертации составляет 200 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объекты и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертационной работы, названной **«Ассоциативные и Йордановы операторные алгебры»,** кратко описываются основные принципы, методы классической теории ассоциативных и йордановых алгебр. При этом основное внимание уделяется таким разделам классической теории ассоциативных и йордановых алгебр, которые затем часто применяются в диссертации. К ним относятся теория йордановых банаховых алгебр, теория C*-алгебр, теория алгебр фон Неймана и AW*-алгебр, теория универсальных обертывающих C*-алгебр йордановых банаховых алгебр.

Во второй главе, названной **«Структура и классификация JB-алгебр беровского типа»,** введен и исследован новый класс – класс бэровских йордановых банаховых алгебр (AJW-алгебр) в рамках йордановых банаховых алгебр. В частности, построена классификация йордановых алгебр этого класса и приведены эквивалентные условия типа Бэра.

Опишем содержание второй главы более подробно.

Определение 1. Вещественное банахово пространство, которое в то же время является йордановой алгеброй с единицей, называется JB-алгеброй, если оно дополнительно удовлетворяет аксиомам (1) $\|xy\|\leq\|x\|\,\|y\|$ $(x,y\in A)$, (2) $\|x^2\|\leq\|x^2+y^2\|$ $(x,y\in A)$, (3) $\|x^2\|=\|x\|^2$ $(x\in A)$.

В первом параграфе второй главы введено понятие AJW-алгебры. Следующая теорема является центральной теоремой данного параграфа

Теорема 1. Для JB-алгебры A следующие условия (А), (Б) и (В) эквивалентны:

(А) для всякого подмножества $S\subseteq A_+$ существует проектор $e\in A$ такой, что $S^{\perp}=U_e(A)$, где $U_ab=2a\cdot(a\cdot b)-a^2\cdot b$, $S^{\perp}:=\{a\in A:(\forall s\in S)\ U_as=0\}$ и $U_e(A):=\{U_ea: a\in A\}$ для любых $a,b\in A$;

(Б) для любого подмножества $S\subseteq A$ существует такой проектор $e\in A$, что ${}^{\perp}S=U_e(A_+)$, где ${}^{\perp}S:=\{x\in A_+:U_ax=0,\ a\in S\}$;

(В) выполнены следующие два условия:

(1) в частично упорядоченном множестве проекторов любое подмножество попарно ортогональных элементов имеет точную верхнюю грань;

(2) любая максимальная сильно ассоциативная подалгебра порождается своими проекторами (т.е. совпадает с наименьшей замкнутой подалгеброй, содержащей ее проекторы).

Понятие AJW-алгебры можно ввести так:

Определение 2. JB-алгебру A, удовлетворяющую одному из эквивалентных утверждений (А), (Б) и (В), будем называть AJW-*алгеброй*.

В качестве следствия теоремы 1 установлено, что все проекторы AJW-алгебры образуют полную решетку. Отметим, что множества $S^{\perp}$ и ${}^{\perp}S$, фигурирующие в формулировке теоремы, являются йордановыми аналогами правых и левых аннуляторов множеств из теории алгебр Капланского.

Определение 3. Если JB-алгебра A имеет предсопряженное пространство, т.е. существует банахово пространство B такое, что B*=A, то A называется JBW-алгеброй.

Йордановы алгебры связаны с ассоциативными алгебрами следующим образом. Пусть A—ассоциативная алгебра над полем характеристики $\neq 2$. Определим на A новую операцию умножения $a \cdot b=1/2(ab+ba)$ (йорданово умножение). Полученную алгебру обозначим через A^J. Эта алгебра является йордановой алгеброй. Если подпространство A_o алгебры A замкнуто относительно операции $a \cdot b$, то оно вместе с этой операцией образует подалгебру алгебры A^J и является йордановой алгеброй.

Определение 4. Йордановы алгебры, изоморфные такой йордановой алгебре A_o, называются специальными. Неспециальные йордановы алгебры называются исключительными.

Определение 5. Специальные JB- и JBW-алгебры, соответственно, называются JC- и JW-алгебрами.

Теорема 1 позволяет в почти неизменном виде перенести на случай AJW-алгебр многие факты из теории JBW-алгебр вместе с доказательствами. Это касается и теоремы Шульца. В параграфе 2.1 приведена теорема Шульца для AJW-алгебр, в которой утверждается, что произвольную AJW-алгебру можно представить в виде прямой суммы специальной AJW-алгебры и исключительной AJW-алгебры.

Определение 6. Пересечение всех максимальных ассоциативных подалгебр JB-алгебры A называется центром и обозначается через Z(A). Если $Z(A)=\mathbf{R}1$, то A называется JB-фактором. Элемент $s \in A$ называется симметрией, если $s^2=1$.

Лемма 1. Элемент z лежит в центре AJW-алгебры A тогда и только тогда, когда $U_s z=z$ для любой симметрии $s \in A$.

Определение 7. Говорят, что JBW-фактор A является типа I, если A содержит минимальный проектор.

В остальной части первого параграфа первой главы исследованы JC-факторы. Доказана следующая теорема.

Теорема 2. Пусть B – JB-фактор, $\{q_i\}$—бесконечное ортогональное семейство попарно эквивалентных минимальных проекторов из B такое, что $\sup q_i=1$. Предположим, что каждое ортогональное семейство проекторов алгебры B имеет точную верхнюю грань в B. Тогда B является JBW-фактором типа I.

Эта теорема дает критерий бэровости: для JB-фактора типа I имеет силу условие типа Бэра (А) тогда и только тогда, когда выполняется условие из приведенной выше теоремы 2.

Во втором параграфе второй главы приводятся эквивалентные определению AJW-алгебры условия, в которых участвуют другие йордановы аналоги аннуляторов. Формулировка более короткого из этих условий выглядит так:

(Г) для всякого подмножества $S \subseteq A_+$ существует проектор $e \in A$ такой, что $Ann(S)=U_e(A)$, где $Ann(S)=\{a \in A:(\forall\ s \in S)\ a \cdot s=0\}$.

В третьем параграфе второй главы введены понятия AJW-алгебр типа I, II, III и модулярной AJW-алгебры.

Определение 7. Пусть А – AJW-алгебра. Центральный носитель c(p) проектора $p \in A$ – это наименьший центральный проектор, мажорирующий p. Проектор $p \in A$ называется абелевым, если $U_p(A)$ является ассоциативной подалгеброй; p называется модулярным, если решетка проекторов $[0,p]:=\{q \in P(A) \cap U_p(A)\}$ алгебры $U_p(A)$ модулярна. Определим центральные проекторы e_I и e_{III} в А с помощью следующих формул $e_I=\sup\{p \in P(A):p$ – абелев$\}$, $e_{III}^{\perp}=\sup\{p \in P(A):p$ – модулярен$\}$.

Ясно, что $e_I \leq e_{III}^{\perp}$. Пусть $e_{II}=1-e_I-e_{III}$. Будем говорить, что AJW-алгебра A имеет тип I (соответственно II, III), если $e_I=1$ (соответственно $e_{II}=1, e_{III}=1$). Относительно этих определений верна следующая теорема, которая является одним из основных результатов второй главы.

Теорема 3. Каждая AJW-алгебра А единственным образом раскладывается в прямую сумму AJW-алгебр типа I, II и III. Кроме того, имеют место следующие критерии:

(а) А имеет тип I тогда и только тогда, когда существует абелев проектор p в A, с условием c(p)=1;

(б) *A* имеет тип II тогда и только тогда, когда существует модулярный проектор p в A, с условием c(p)=1 и *A* не содержит никакого абелева проектора, кроме нуля;

(в) *A* имеет тип III тогда и только тогда, когда она не содержит никакого модулярного проектора, кроме нуля.

Также введено понятие JB-суммы AJW-алгебр, на которое опираются представления AJW-алгебр и их элементов в виде бесконечных сумм. Понятие JB-суммы оказывается полезным при доказательстве многих теорем данной диссертационной работы. Ценность понятия JB-суммы обусловлена тем фактом, что для AJW-алгебры A и ее ортогонального семейства $\{z_i\}$ центральных проекторов с точной верхней гранью, равной 1, JB-сумма подалгебр z_iA изометрически изоморфна алгебре A.

В четвертом параграфе второй главы изучена эквивалентность проекторов в AJW-алгебрах. Все утверждения данного параграфа мотивированы теорией JBW-алгебр. Доказательства этих утверждений схожи с доказательствами соответствующих утверждений из теории JBW-алгебр и приводятся здесь для полноты изложения.

Пятый параграф второй главы посвящен изучению AJW-алгебр типа I. Введен и изучен класс AJW-алгебр типа I_n, где n – натуральное число или $n=\infty$.

Определение 8. Пусть A – AJW-алгебра, n – кардинальное число. Будем говорить, что A является AJW-алгеброй типа I_n, если существует $(p_\alpha)_{\alpha\in J}$ – ортогональное семейство абелевых проекторов из A такое, что для каждого α $c(p_\alpha)=1$, $\sup p_\alpha=1$ и $|J|=n$. A также будем говорить, что A является типа I_∞, если *A* прямая сумма AJW-алгебр I_n, где *n* – бесконечное кардинальное число.

Построена классификация AJW-алгебр типа I. А именно, установлено, следующая теорема являющаяся одним из основных результатов второй главы.

Теорема 4. Всякая AJW-алгебра типа I раскладывается в прямую сумму вида $A_\infty\oplus A_1\oplus A_2\oplus\ldots\oplus A_n\oplus\ldots$, где A_∞ – AJW-алгебра типа I_∞ или {0}, а A_n – AJW-алгебра типа I_n или {0}.

Как и в случае JBW-алгебр, имеет место теорема о том, что любая AJW-алгебра типа I_n, где $n>2$ – конечное число, раскладывается единственным образом в прямую сумму более «простых» подалгебр. При этом каждая из этих простых подалгебр имеет точное представление вида $C(Q,H_n(F))$, где Q – экстремальный вполне несвязный компакт и F есть, либо поле вещественных чисел **R**, поле комплексных чисел **C**, тело кватернионов **H**, или алгебра чисел Кэли **O** (в случае n=3) соответственно. Из теории JBW-алгебр также обобщена теорема о функциональном представлении для случая n=2, т.е. всякая AJW-алгебра типа I_2 представляется единственным образом как прямая сумма подалгебр, каждая из которых имеет точное представление в виде йордановой алгебры функций из экстремального вполне несвязного компакта в спин фактор.

В начале пятого параграфа второй главы введены понятия AJW-фактора типа I и AJW-фактора типа I_n, где n – кардинал. Примером AJW-фактора типа I является, например, йорданова алгебра $H_n(\mathbf{R})$ всех эрмитовых $n\times n$-мерных матриц над полем действительных чисел **R**. Центральная теорема пятого параграфа второй главы утверждает:

Теорема 5. Всякий AJW-фактор типа I_n, где n – кардинальное число, является JBW-фактором типа I.

В следующей теореме показана тесная связь между минимальными проекторами и нормальными функционалами.

Теорема 6. Пространство всех нормальных функционалов AJW-фактора типа I совпадает с замыканием линейной оболочки всех нормальных состояний вида $\phi\cdot U_q$, где q – минимальный проектор, ϕ: $U_q(A)\rightarrow\mathbf{R}$ – изоморфизм, построенный по q.

Обобщая сказанное, можно говорить об аналогичной связи, например, между минимальными проекторами йордановой алгебры $B(H)_{sa}$ всех самосопряженных ограниченных линейных операторов в комплексном гильбертовом пространстве H и нормальными функционалами, определенными на JW-подалгебре алгебры $B(H)_{sa}$.

Благодаря тому, что класс всех AJW-факторов типа I совпадает с классом всех JBW-факторов типа I, вопросы, касающиеся структуры и классификации, сводятся к таким же вопросам в случае JBW-факторов типа I. Отсюда, в частности, следует, что всякий AJW-фактор типа I имеет точное представление, или в виде йордановой алгебры всех ограниченных самосопряженных линейных операторов в гильбертовом пространстве, или в виде йордановой алгебры M_3^8 эрмитовых 3×3 матриц над алгеброй чисел Кэли, или же в виде спин фактора.

В шестом параграфе второй главы рассмотрено множество $H_n(F)$, где $F=\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{H}$, n – бесконечное кардинальное число. $H_n(F)$ – это множество таких бесконечномерных $n\times n$-матриц $\{\lambda_{ij}e_{ij}\}$ с элементами из F, что

(1) $\{e_{ij}\}$ – семейство матриц следующего вида: e_{ij} – $n\times n$-матрица, (i,j)-й элемент которой имеет значение 1, остальные элементы имеют значение 0,

(2) для всяких ij $\lambda_{ij}\in F$, $\lambda_{ij}=\lambda_{ji}^*$,

(3) существует число $K\in\mathbf{R}$ такое, что для любого натурального числа m и всякого подсемейства $\{\lambda_{kl}e_{kl}\}_{kl=1,2,\ldots m}$ из $\{\lambda_{ij}e_{ij}\}$ выполняется условие $\|\{\lambda_{kl}e_{kl}\}_{kl=1,2,\ldots m}\| <K$ в алгебре $H_m(F)$.

Доказано, что относительно введенных алгебраических операций $H_n(F)$ является йордановой алгеброй и $H_n(F)\cong B(l_2(F,\Xi))_{sa}$, где $l_2(F,\Xi)$ – гильбертово пространство квадратично суммируемых семейств элементов из F с индексным множеством Ξ таким, что $|\Xi|=n$.

В шестом параграфе второй главы введены йордановы алгебры $WC(X,H_n(\mathbf{C}))$, $WC(X,H_n(\mathbf{R}))$, $WC(X, H_n(\mathbf{H}))$ отображений из произвольного гиперстоуновского компакта X в йорданову алгебру $H_n(F)$ бесконечномерных самосопряженных матриц над $F=\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{H}$, соответственно. Удалось доказать, что они являются JW-алгебрами типа I_n.

В седьмом параграфе второй главы установлена следующая теорема.

Теорема 7. Всякая JW-алгебра типа I_n A, где n – бесконечное кардинальное число, имеет разложение $A=A_1\oplus A_2\oplus A_3$ такое, что $A_i\cong WC(X_i,H_n(F_i))$ для каждого i, где X_i – гиперстоуновский компакт, $H_n(F_i)$ – бесконечномерная йорданова алгебра эрмитовых $n\times n$-матриц и $F_1=\mathbf{R}$, $F_2=\mathbf{C}$, $F_3=\mathbf{H}$.

Отметим, что в работах А.Г.Кусраева приводится детальное описание структуры AJW-алгебры типа I и дается полная классификация таких алгебр с точностью до изоморфизма.

В восьмом параграфе второй главы введены понятия чисто бесконечной AJW-алгебры и AJW-алгебры типа I_{fin}. Построена классификация AJW-алгебр. А именно, установлено, что всякая AJW-алгебра раскладывается в прямую сумму вида $A=A_{I_{fin}}\oplus A_{I_\infty}\oplus A_{II_1}\oplus A_{II_\infty}\oplus A_{III}$. Здесь часть $A_{I_{fin}}\oplus A_{II_1}$ является модулярной AJW-алгеброй, а часть $A_{I_\infty}\oplus A_{II_\infty}\oplus A_{III}$ – собственно бесконечной AJW-алгеброй.

В конце второй главы обосновывается корректность определений типов I_{fin}, I_∞, II_1, II_∞ и III для AJW-алгебр.

В третьей главе, названной **«Обертывающие C*-алгебры JB-алгебр беровского типа»,** основной целью является изучение связи между бэровскими йордановыми банаховыми алгебрами (т.е. AJW-алгебрами) и их обёртывающими C*-алгебрами.

Определение 9. Пусть H – некоторое гильбертово пространство и B(H) – *-алгебра всех ограниченных операторов, действующих в H. Всякая слабозамкнутая *-подалгебра B в B(H) и изометрически изоморфная ей C*-алгебра называется алгеброй фон Неймана. Пусть A – JC-алгебра в гильбертовом пространстве H. Равномерно замкнутую комплексную *-алгебру в B(H), порожденную A будем обозначать через C*(A). Алгебру C*(A) будем называть обёртывающей C*-алгеброй алгебры A. Слабое замыкание W*(A) алгебры C*(A) в B(H) называется обертывающей алгеброй фон Неймана JC-алгебры A.

Определение 10. Йорданову подалгебру A_o ассоциативной алгебры A называют обратимой, если для любого конечного числа элементов $a_1, a_2, ..., a_k$ из A_o элемент $\{a_1a_2...a_k\}=1/2(a_1a_2...a_k+a_ka_{k-1}...a_1)$ лежит в алгебре A_o.

Основной результат первого параграфа третьей главы – это следующая теорема.

Теорема 8. Пусть A – обратимая JC-алгебра, W*(A) – обёртывающая алгебра фон Неймана алгебры A и C*(A) – обертывающая C*-алгебра алгебры A. Тогда JC-алгебра A является JW-алгеброй тогда и только тогда когда W*(A)=C*(A).

Во втором параграфе третьей главы доказаны вспомогательные утверждения.

Определение 11. Пусть E – ассоциативная, или вещественная, или комплексная *-алгебра и S – непустое подмножество E. Множество $R(S)=\{x\in E: (\forall s\in S)\ sx=0\}$ называется правым аннулятором для S в E. Алгебра E называется бэровской *- алгеброй, если для каждого непустого подмножества $S\subseteq E$ существует проектор (самосопряженный идемпотент) $g\in E$ такой, что R(S)=gE. AW*-алгеброй называется C*-алгебра, которая одновременно является бэровской *-алгеброй.

Определение 12. Пусть A – вещественная банахова *-алгебра. A называется вещественной C*-алгеброй, если *-алгебра A_c=A+iA, где $A+iA=\{a+ib:a,b\in A\}$, может быть нормирована так, что A_c является C*-алгеброй, и ее норма совпадала с исходной нормой на A. Вещественная C*-алгебра A, являющая бэровской *-алгеброй, называется соответственно вещественной AW*-алгеброй.

Основным результатом третьего параграфа третьей главы является следующая теорема.

Теорема 9. Пусть A – вещественная AW*-алгебра в комплексном гильбертовом пространстве H. Предположим, что M=A+iA является AW*-алгеброй и $A\cap iA=\{0\}$. Пусть $C^*(A_{sa})$ – обертывающая C*-алгебра AJW-алгебры A_{sa}. Тогда $C^*(A_{sa})$ является AW*-алгеброй. Более того, если A_{sa} не имеет прямых слагаемых типа I_1, то $M=C^*(A_{sa})$.

Здесь предположение M=A+iA является (комплексной) AW*-алгеброй, оправдано тем, что в работах Альбеверио, Аюпова и Абдуваитова исследованы вещественные AW*-алгебры и построен пример, когда для вещественной AW*-алгебры A её комплексификация M=A+iA не является (комплексной) AW*-алгеброй.

В четвертом параграфе третьей главы доказано, что всякая максимальная чисто вещественная подалгебра фон Неймана в $B(H_{\mathbf{C}})$ эта в точности подалгебра вида $B(\hat{H}_{\mathbf{R}})\oplus B(\hat{H}_{\mathbf{H}})$, где $\hat{H}_{\mathbf{R}}$ и $\hat{H}_{\mathbf{H}}$ – гильбертовы подпространства гильбертовых пространств $H_{\mathbf{R}}$ и $H_{\mathbf{H}}$ соответственно такие, что $H_{\mathbf{R}}=\hat{H}_{\mathbf{R}}\oplus\hat{H}_{\mathbf{R}}^{\perp}$, $H_{\mathbf{H}}=\hat{H}_{\mathbf{H}}\oplus\hat{H}_{\mathbf{H}}^{\perp}$. При этом единицы алгебр $B(\hat{H}_{\mathbf{R}})$ и $B(\hat{H}_{\mathbf{H}})$ ортогональны и в сумме дают единицу алгебры $B(H_{\mathbf{C}})$. Далее, используя полученный результат для обертывающей чисто вещественной алгебры фон Неймана обратимой JW-алгебры удалось доказать аналог теоремы Гельфанда-Наймарка.

Опишем содержание четвертой главы, названной **«Йордановы алгебры абстрактных измеримых операторов для JB-алгебр беровского типа»,** более подробно.

В первом параграфе четвертой главы построены и исследованы абстрактные измеримые операторы для AJW-алгебр. Доказано, что они образуют йорданову алгебру.

Предварительно, примем, что выполняется следующее условие: пусть A – AJW-алгебра. Предположим, что в разложении $A=A_{sp}\oplus A_{ex}$, A_{sp} является обратимой AJW-алгеброй, и обертывающая C*-алгебра $C^*(A_{sp})$ подалгебры A_{sp} является AW*-алгеброй. Ввиду теоремы 9 последнее условие является достаточно общим условием.

Определение 13. Для последовательности $\{e_n\}$ элементов P(A) будем писать $e_n\uparrow$, если $e_n\leq e_{n+1}$ для всех n; если, кроме того, sup $e_n=e$, то пишем $e_n\uparrow e$. Последовательность $\{e_n\}$ элементов P(A) будем называть сильно плотной областью (с.п.о.), если $e_n\uparrow 1$ и $e_n^{\perp}$ является модулярным проектором из A для любого n. В существенном измеримый оператор (с.и.о.) – это последовательность пар $\{(x_n, e_n)\}$, где $(\forall n)$ $x_n\in A$ и $\{e_n\}$ – с.п.о. такая, что из m<n следует $e_mx_n=e_mx_m$.

Введем отношение эквивалентности на множестве всех с.и.о. Два с.и.о. $\{(x_n,e_n)\}$ и $\{(y_n,f_n)\}$ эквивалентны (пишем $\{(x_n,e_n)\}\equiv\{(y_n,f_n)\}$), если существует с.п.о. $\{g_n\}$ такая, что $g_nx_n=g_ny_n$ для всех n. Класс эквивалентности $[x_n,e_n]$ с.и.о. $\{(x_n,e_n)\}$ называется измеримым оператором (и.о.), присоединенным к алгебре A. Обозначим множество всех и.о. через C(A). Определения $\lambda[x_n,e_n]=[\lambda x_n, e_n]$, $[x_n,e_n]+[y_n,f_n]=[x_n+y_n,e_n\wedge f_n]$, $[x_n,e_n][y_n, f_n]=[x_ny_n, g_n]$ алгебраических операций являются корректными, где с.п.о. (g_n) строится по множествам (x_n), (e_n), (y_n), (f_n). Относительно этих операций *C(A)* является йордановой алгеброй.

Если AJW-алгебра A является самосопряженной частью некоторой AW*-алгебры **A**, то йорданова алгебра абстрактных измеримых операторов, присоединенных к A, совпадает с самосопряженной частью бэровской *-алгебры абстрактных измеримых операторов, присоединенных к **A**. Йорданова алгебра измеримых операторов, которая вкладывается в *-алгебру измеримых операторов, присоединенных к алгебре фон Неймана, не всегда является ее самосопряженной частью. Поэтому изучение класса йордановых алгебр абстрактных измеримых операторов является важным. Исследованию этого класса алгебр и посвящен первый параграф четвертой главы. Здесь нас прежде всего интересует вопрос о том, существует ли йорданова алгебра измеримых операторов, удовлетворяющая хотя бы одному из приведенных выше условий (А), (Б) и (Г), т.е. являющаяся йордановым аналогом бэровской *-алгебры, которая содержит неограниченные элементы и не является самосопряженной частью бэровской *-алгебры. На этот вопрос дан ответ в следующей теореме, которая является основным результатом первого параграфа четвертой главы.

Теорема 10. Для всякого множества $\mathbf{S}\subset C(A)_+$ существует проектор $e\in A$ такой, что $\mathbf{S}^{\perp}=U_{\bar{e}}(C(A))$, т.е. $C(A)$ является йордановым аналогом бэровской *-алгебры.

Надо отметить, что имеются случаи когда AJW-алгебра A совпадает с йордановой алгеброй C(A). Этого подтверждает и следующая теорема.

Теорема 11. Йорданова алгебра C(A) всех абстрактных измеримых операторов, присоединенных к AJW-фактору A типа I_n, где $n\geq 3$ – конечное или бесконечное кардинальное число, совпадает с самой алгеброй A.

Один из важных результатов, использованных при исследовании йордановых алгебр измеримых операторов, утверждает, что йорданова алгебра всех измеримых операторов, присоединенных к обратимой AJW-алгебре A, вкладывается в бэровскую *-алгебру всех измеримых операторов, присоединенных к обертывающей AW*-алгебре AW*(A) алгебры A.

Так же, как в теории *-алгебр абстрактных измеримых операторов, для йордановых алгебр измеримых операторов следующая проблема является актуальной: пусть A_∞ – AJW-алгебра и $\{A_i\}$ – семейство AJW-алгебр. Предположим, что A_∞ является JB-суммой алгебр A_i, и рассмотрим йорданову алгебру $C(A_\infty)$ (соответственно, $C(A_i)$) измеримых операторов, присоединенных к A_∞ (соответственно, A_i). Верно ли, что $C(A_\infty)$ является прямым произведением $\prod_i C(A_i)$ алгебр $C(A_i)$, т.е. алгеброй всех семейств $(\mathbf{x}_i)$, $\mathbf{x}_i\in C(A_i)$, с покоординатными операциями? В конце первого параграфа четвертой главы показано, что ответ на поставленный вопрос является отрицательным, т.е., вообще говоря, равенство $C(A_\infty)=\prod_i C(A_i)$ может не выполняться.

Во втором параграфе четвертой главы определено понятие абстрактного локально измеримого оператора, присоединенного к AJW-алгебре A, что является йордановым аналогом локально измеримого оператора, присоединенного к AW*-алгебре.

Определение 14. В существенном локально измеримый оператор (с.л.и.о.), присоединенный к алгебре A – это индексированное семейство упорядоченных пар $\{x_\alpha,e_\alpha\}$, где $x_\alpha\in C(A)$ и $\{e_\alpha\}$ – произвольное разбиение единицы алгебры Z(A).

Два с.л.и.о. $\{x_\alpha,e_\alpha\}$ и $\{y_\alpha,f_\alpha\}$ называются эквивалентными, пишем $\{x_\alpha,e_\alpha\}\equiv\{y_\alpha,f_\alpha\}$, если $e_\alpha f_\beta x_\alpha=e_\alpha f_\beta y_\alpha$ для всех α и β. Так как C(A) является йордановой алгеброй, введенное отношение действительно отношение эквивалентности. Класс эквивалентности (x_α,e_α), соответствующий с.л.и.о. (x_α,e_α), будем называть локально измеримым оператором (л.и.о.), присоединенным к A. Множество всех л.и.о. обозначим через S(A). В S(A) введем алгебраические операции, полагая $\lambda(x_\alpha,e_\alpha)=(\lambda x_\alpha,e_\alpha)$, $(x_\alpha,e_\alpha)+(y_\beta,f_\beta)=(x_\alpha+y_\beta,e_\alpha f_\beta)$, $(x_\alpha,e_\alpha)(y_\beta,f_\beta)=(x_\alpha y_\beta,e_\alpha f_\beta)$, где (x_α,e_α), (y_β,f_β)—л.и.о. и $\lambda\in\mathbf{R}$. Множество S(A) локально измеримых операторов, присоединенных к AJW-алгебре A, образует йорданову алгебру. Аналогично случаю измеримых операторов S(A) вкладывается в бэровскую *-алгебру всех локально измеримых операторов, присоединенных к обертывающей AW*-алгебре AW*(A) алгебры A. Следующая теорема является основным результатом второго параграфа четвертой главы.

Теорема 12. Для всякого подмножества $S\subseteq S(A)_+$ существует проектор e в P(A) такой, что $S^\perp=U_e(S(A))$, т.е. S(A) является йордановым аналогом бэровской *-алгебры.

В третьем и четвертом параграфах четвертой главы введены и изучены понятия Z-измеримого оператора, присоединенного к обратимой AJW-алгебре, относительно точного нормального полуконечного центрозначного и числового следа для подалгебры Z из центра данной AJW-алгебры. Установлено, что Z-измеримые операторы относительно точного нормального полуконечного центрозначного (соответственно числового) следа образуют йорданову алгебру относительно естественным образом введенных операций умножения на скаляр, сложения и йорданова умножения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Найдены несколько алгебраических условий типа Бэра, использующих йордановы аннуляторы, эквивалентных определению AJW-алгебры (бэровской йордановой банаховой алгебры).

2. Показано, что всякая AJW-алгебра раскладывается в прямую сумму AJW-алгебр типа I, I_∞, I_n, n – кардинальное число, II_1, II_∞ и III, и каждый AJW-фактор имеет один из указанных типов I_n, II_1, II_∞ и III.

3. Установлено совпадение классов AJW-факторов типа I и JBW-факторов типа I и сводимость классификации AJW-факторов типа I к классификацию JBW-факторов типа I.

4. Построен бесконечный вариант пирсовского разложения по проекторам Йордановой и инволютивной алгебр, позволившие доказать структурные теоремы для JW-алгебр типа I_n.

5. Доказано, что обертывающая C*-алгебра обратимой JW-алгебры является алгеброй фон Неймана. Дано достаточно простое и прямое доказательство этого утверждения.

6. Дана характеризация всех продолжений меры на обратимой JW-алгебре до меры на обертывающей алгебре фон Неймана данной JW-алгебры.

7. Доказано, что для обертывающей C*-алгебры $C^*(R_{sa})$ самосопряженной части R_{sa} вещественной AW*-алгебры R такой, что $R \cap iR=\{0\}$ и R+iR является AW*-алгеброй, выполнено условие Бэра, т.е. $C^*(R_{sa})$ является AW*-алгеброй.

8. Доказано, что йордановы алгебры измеримых и локально измеримых операторов, присоединенных к AJW-алгебре удовлетворяют йордановому аналогу условия Бэра.

9. Обосновано, что йордановы алгебры измеримых и локально измеримых операторов, присоединенных к AJW-алгебре являются отличными от AJW-алгебр йордановыми алгебрами, удовлетворяющими йордановому аналогу условия Бэра.

Работа носит теоретический характер. Результаты и методы, представленные в диссертации, могут быть использованы при исследованиях других классов Йордановых алгебр и супералгебр, в изучении алгебр с различными условиями типа Бэра, в теории комплексных функций нескольких и бесконечного числа переменных, а также при изучении различных процессов в квантовой механике и теоретической физике.

SCIENTIFIC COUNCIL No 14.07.2016.FM.01.01 ON AWARD OF SCIENTIFIC DEGREE OF DOCTOR OF SCIENCES AT THE NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

INSTITUTE OF MATHEMATICS
NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

ARZIKULOV FARHODJON NEMATJONOVICH

JORDAN OPERATOR ALGEBRAS OF BAER TYPE AND APPLICATIONS TO THE THEORY OF MEASURABLE OPERATORS

01.01.01 – Mathematical analysis
(Physical and Mathematical Sciences)

ABSTRACT OF THE DOCTORAL DISSERTATION

TASHKENT – 2016

The theme of the doctoral dissertation is registered at the Supreme Attestation Commission of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number № 30.09.2014/B2014.5.FM120.

The doctoral dissertation has been prepared at Institute of mathematics, National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three (Uzbek, Russian, English) languages on the website of the Scientific Council http://ik-fizmat.nuu.uz and on the website of “ZiyoNet” information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific adviser:	**Ayupov Shavkat Abdullaevich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician
Official opponents:	**Kusraev Anatoliy Georgievich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences
	Zakirov Botir Sabitovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences
	Kudaybergenov Karimbergen Kadirbergenovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Institute of Mathematics Siberian branch of the Russian Academy of Sciences**

The defence of the dissertation will be held at ____ on «___ _» _______________ 2016 at the meeting of the Scientific Council No 14.07.2016.FM.01.01 at the National University of Uzbekistan. (Address: 100174, 4 University street, Tashkent, telephone: (99871)-227-12-24; fax: (99871)-246-53-21, (99871)-246-02-24; e-mail: nauka@nuu.uz).

The doctoral dissertation has been registered at the Information Resource Centre of the National University of Uzbekistan under No_____ (Address: 100174, 4 University street, Tashkent, Administrative Building of the National University of Uzbekistan,tel.: (+998 71) 236-46-55; fax: (99871)246-02-24.

The abstract of the dissertation is distributed on «_____» _____________ 2016
Protocol at the register No ____ dated «_____» _____________ 2016.

A.A. Abdushukurov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degree of Doctor of Sciences, D.F.M.S., Professor

G′.I. Botirov
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degree of Doctor of Sciences, Ph.D.

A. Sadullaev
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degree of Doctor of Sciences, D.F.M.S., Professor, Academician

INTRODUCTION (abstract of the doctoral dissertation)

The urgency and relevance of the theme of the dissertation. On the international level one of the priority directions of research related to this subject is proving of Jordan analogues of theorems of the associative algebras theory and establishing of the specific properties of exceptional Jordan algebras. Soon after introduction and studying of associative algebras it has been started the development of the theory of alternative, Lie and Jordan algebras. Later Lie and Jordan algebras have been systematically studied from the point of view of functional analysis. It should be noted that the closest to the class of C*-algebras class is the well-studied class of Kaplansky algebras (AW*-algebras). As for the theory of Jordan algebras it is necessary to introduce and investigate the class of Jordan analogs of Kaplansky algebras.

The development of the theory of Jordan operator algebras is associated with the Uzbek scientific school of functional analysis. A series of results on ordered involutive and Jordan algebras was established by the scientists of our country. In particular, for a Jordan operator algebra with predual space there was introduced a Jordan algebra of measurable and locally measurable operators and a number of its properties were established.

Investigation of Jordan Banach algebras of Baer type, their classification in the framework of Jordan Banach algebras are important problems. In addition, in order to determine the algebraic properties of this Jordan algebra of measurable operators and since the class of Jordan Banach algebras satisfying the Jordan analog of Baer condition is a broad class, introducing and investigating of a Jordan algebra of abstract measurable operators is an important problem. Based on the analysis of existing scientific works, it is necessary to notice, that research of the mentioned class of Jordan algebras is far from end and solutions of important problems, concerning this class, demand absolutely new approaches.

The investigation in this dissertation may be considered as some extent for solving of the problems identified in Resolution of the President of the Republic of Uzbekistan decrees dated 15 July 2008 number PR-916 "On additional measures to stimulate innovative projects and technologies" and in Resolution of Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan decrees dated 4 March 2002 number -77 "Measures to improve the organization of research activity" and other legal acts concerning the activity.

Relevant the research priority areas of science and developing technology of the republic. This dissertation was performed in accordance with the priority direction of development of Science and Technologies IV. “Mathematics, Mechanics and Informatics”.

A review of international research on the topic of the dissertation[1]. Research concerning studying of properties of Jordan operator algebras carried out in research centers and universities in the leading countries, including University of California, University of Virginia, St. John's University, University of Massachusetts (USA); National centre of Norway for teaching and research in mathematics and statistics, the Norwegian University of Science and Technology, University of Oslo (Norway); Universidad de Oviedo (Spain); Mathematical Institute, Slovak Academy of Sciences (Slovakia); Czech Technical University (Czech Republic); La Trobe University (Australia); University of Marburg (Germany); Moscow State University, Southern Mathematical Institute of VSC RAS, Institute of Mathematics Siberian branch of the Russian Academy of Sciences, Kazan Federal University (Russia).

As a result of research carried out on description of the universal enveloping *-algebras of Jordan operator algebras and their properties series of actual problems were solved on the world level including the following scientific results: it is proved that for arbitrary locally JB-algebra there exists a unique up to a topological *-isomorphism universal locally C*-algebra and an arbitrary invertible JB-algebra is an Rickart JB-algebra then and only then when its universal enveloping C*-algebra is an Rickart C*-algebra (St. John’s University, National centre of Norway for teaching and research in mathematics and statistics); for any denominatored algebra, it is shown the existence of maximal Martindale quotients naturally containing all Martindale quotients of the algebra with respect to the given denominator filter (University of Virginia); a synaptic algebra is a generalization of the self-adjoint part of a von Neumann algebra. For synaptic algebra it is generalized the decomposition of weakly closed Jordan operator algebra for known types (University of Massachusetts, Mathematical Institute Slovak Academy of Sciences); Jordan Banach algebras with predual spaces were classified, and a number of their properties were established (National centre of Norway for teaching and research in mathematics and statistics); examples of primary Jordan superalgebras of vector type and superalgebras of type Cheng - Kac are given (Institute of Mathematics Siberian branch of the Russian Academy of Sciences); Boolean valued methods of research of operator algebras are developed and a complete description of Baer Jordan Banach algebras of type I is given (Southern Mathematical Institute of VSC RAS); it is shown that any order isomorphism between the ordered structures of associative Jordan Banach subalgebras with identity of a Jordan Banach algebra with predual space is naturally implemented by a Jordan homomorphism (Czech Technical University, Kazan Federal University).

In present time foreground scientific research works are carried out on developing the description of Jordan algebras of Baer type and their enveloping

[1] Review of foreign scientific research on the theme of the dissertation: 2009 Fall Southeastern Meeting Boca Raton, FL, www.ams.org/meetings/sectional/2161_ progfull.html; International Mathematical Forum, www.m-hikari.com; Quaterly Journal of Mathematics, http://qjmath.oxfordjournals.org; Mathematica Slovaca, link.springer.com/journal/12175; Foundations of Physics, link.springer.com/journal/10701; Journal of Pure and Applied Algebra, www.journals.elsevier.com/journal-of-pure-and-applied-algebra; Сибирский математический журнал, www.springer. com/mathematics/journal/11202 to be have and another sources.

associative algebras, finding the conditions for derivations of Jordan operator algebras and their enveloping associative algebras, description of derivations and 2-local derivations of associative, Jordan and Lie algebras.

The degree of study of the problem. Jordan algebras were first introduced by the German physicist P.Jordan. Later, Jordan algebras have also been studied from the point of view of functional analysis. Most rapid development of this direction has been begun in the works of E.M.Alfsen-F.W.Shultz-E.A.Størmer and F.W.Shultz. The stages of development of the theory of Jordan operator algebras reflected in the monograph of H.Hanche-Olsen and E.Størmer. Also, a technique of Boolean valued realization of Jordan Banach algebras is developed by A.G.Kusraev, and its applications to some aspects of the theory of Jordan Banach algebras are given. Also, relationship between types of special weakly closed Jordan operator algebras and their enveloping von Neumann algebras is investigated in the case of an algebra of type I by E. Størmer. Further study of this relationship has been continued and completed for the other known cases of types by Sh.Ayupov.

Along with the development of the theory of Jordan operator algebras it was expanded the range of its applications. As an example we can take the nonassociative integration theory. A great contribution to the development of this theory is made by Sh.A.Ayupov, R.Z.Abdullaev, M.Berdikulov, A.Karimov and others.

Jordan algebras of measurable operators are closely related to Baer *-algebras of measurable operators affiliated with a von Neumann algebra. So far, both the theories of algebras of measurable operators are well developed. A number of results have been obtained concerning Baer *-algebras of measurable operators affiliated with a von Neumann algebra and their applications by E.Nelson, N.Sigal, F.Yedon, S.K.Berberian, K.Saito, V.I.Ovchinnikov V.I.Chilin, MA Muratov, H.Kosaki, F.A.Sukochev, K.K.Kudaybergenov, P.Dodds, T.K.Dodds, B. de Pagter and others. A number of results concerning Jordan algebras of measurable operators and their applications belongs to Sh.A.Ayupov, R.Z.Abdullaev, M.Berdikulov etc. Complete information about the theory of Baer *-algebras of measurable operators affiliated with a von Neumann algebra can be found in the monograph of V.I.Chilin and M.A.Muratov consisting of three books.

Despite this, since a Jordan analog of Baer's condition introduced by D.M.Topping does not contain Jordan multiplication, the theory of Baer Jordan Banach algebras has not been developed. Besides, Jordan algebras of abstract measurable operators for Baer Jordan Banach algebra have not been studied.

Communacation of the theme of the dissertation with the scientific-research works of the higher educational institution, which the dissertation is conducted in:

The research was carried out in accordance with the plan of scientific research "Non-associative and operator algebras, dynamical systems and their application in statistical physics and population biology" Institute of Mathematics, National University of Uzbekistan (F4-FA-Ф013-F013, 2012-2016).

The aim of the research is description of Baer Jordan Banach algebras and their enveloping Banach algebras, also, construction of Baer Jordan algebras of abstract measurable operators affiliated with this algebras.

The tasks of the research work:

to introduce and investigate Baer Jordan operator algebras in the class of Jordan Banach algebras;

to classify a Baer Jordan Banach algebra by types;

to investigate enveloping involutive algebras of special Baer Jordan Banach algebras and develop methods for constructing the smallest Baer involutive algebra containing this special Baer Jordan Banach algebra;

to investigate Baer Jordan Banach algebras, which are factors and find their relationship with well-known Jordan operator algebras, which are factors;

to prove that Jordan algebras of abstract measurable and locally measurable operators affiliated to a Baer Jordan Banach algebra are Baer Jordan algebras;

to apply the above results to derivations and 2-local derivations on these algebras.

The object of the research work are C*-algebras, von Neumann algebras, Kaplansky algebras, Jordan algebras, Jordan Banach algebras (JB-algebras), special Jordan Banach algebras (JC-algebras), special Jordan Banach algebras with predual space (JW-algebras), Jordan Banach algebras with predual spaces (JBW-algebras).

The subject of the research work are Baer Jordan algebras, Baer Jordan Banach algebras (AJW-algebras), Jordan algebras of abstract measurable and locally measurable operators affiliated to Baer Jordan Banach algebra.

Methods of the research work. We use the approaches and methods of investigation of Baer Jordan Banach algebras, based on the notions of compatible elements and compatible subsets of a Jordan algebra and methods of the theory of Jordan algebras, Jordan Banach algebras, special Jordan Banach algebras, Jordan Banach algebras with predual spaces, theory of Kaplansky algebras and von Neumann algebras.

Scientific novelty of the research work is as follows:

Algebraic conditions are found, which are equivalent to the definition of a Baer Jordan Banach algebra;

it is proved that the set of all projections of a Baer Jordan Banach algebra is a complete orthomodular lattice, and self-adjoint part of any real or complex Kaplansky algebra is a Baer Jordan Banach algebra;

Baer Jordan Banach algebras with respect to known types are classified;

complete description of Baer Jordan Banach algebras, which are factors and contain minimal projections is obtained;

it is proved that the enveloping C*-algebra of every weakly closed reversible Jordan operator algebra is a von Neumann algebra.

we described all extensions of a measure on projection of a weakly closed reversible Jordan operator algebra to a measure on projection of its enveloping von Neumann algebra.

it is proved that, under additional conditions the enveloping C*-algebra of the self-adjoint part of a real Kaplansky algebra is a complex Kaplansky algebra.

it is proved that the Jordan algebras of abstract measurable and locally measurable operators affiliated with a Baer Jordan Banach algebra are Baer Jordan algebras.

Practical results of the work. New methods have been developed using Jordan counterparts of annihilators.

The results, concerning the enveloping von Neumann algebras of weakly closed reversible Jordan operator algebras allow to essentially simplify investigation of enveloping involutive algebras of Jordan operator algebras.

The methods of constructing of abstract measurable and locally measurable operators that are identical in the algebraic sense with measurable and locally measurable self-adjoint linear operators in a Hilbert space, allow us to investigate the algebraic structure of Baer Jordan operator algebras.

The reliability of the results is justified with rigorous proofs in mathematics, using known methods of investigation of the class of Jordan Banach algebras and involutive Banach algebras, using the fundamental results of the theory of involutive and Jordan algebras. Abstract measurable and locally measurable operators for Baer Jordan Banach algebras are constructed by the well-known method of Berberian.

Theoretical and practical significance of the study.

The scientific value of the results of the investigation lies in the fact that the scientific results obtained in this work can be used for further investigation of operator and Jordan operator algebras, and in solving of problems of quantum theory, the probability associated with the measures on projections in operator and Jordan operator algebras .

The practical significance of the results is that infinite Peirce decompositions allows us to calculate the norm of the infinite-dimensional matrix according to the norms of its finite-dimensional diagonal submatrices. Also, the description of all extensions of a measure to a measure allows to obtain full information on measures on projection of a von Neumann algebra.

Implementation of the research results. The dissertation research results have the following applications:

Description of Baer Jordan Banach algebras and methods using Jordan annihilators have been used in the foreign project No 0120042006 (South Mathematical Institute of VSC RAS, Russia, Confirmation № 147 dated September 7th, 2015). This description has been used to obtain a complete classification of Baer Jordan Banach algebras of type I_2 and cardinal invariants characterizing any Baer Jordan Banach algebra of type I_2.

Obtained in the dissertation description of homogeneous Baer Jordan Banach algebra and their characterization and properties are used in the research project No 01200805081 (South Mathematical Institute of VSC RAS, Russia, Confirmation № 147 dated September 7th, 2015) to present a homogeneous Baer Jordan Banach algebra in the form of a direct sum of Jordan algebras of operator-valued functions satisfying certain conditions.

Description of Baer Jordan Banach algebras of type I and characterization and properties of homogeneous Baer Jordan Banach algebras have been used in the project No 0197-2014-0001 (South Mathematical Institute of VSC RAS, Russia, Confirmation № 147 dated September 7th, 2015) to give complete classification of Baer Jordan Banach algebras of type I and receipt of cardinal invariants characterizing any Baer Jordan Banach algebra of type I up to isomorphism.

Classification of reversible Baer Jordan Banach algebras and methods using Jordan analogues of Baer's condition applied in investigation of the enveloping C*-algebras of reversible Rickart Jordan Banach algebras in the project STEM 1515-2016 US Atlantic Technology and Research Institute (St. John's University, USA, Confirmation dated August 22th, 2016). Application of the results allowed to prove that the enveloping C*-algebra of a reversible Rickart Jordan Banach algebra is a Rickart C*-algebra.

Approbation of the research results. The main results of the dissertation were discussed at the following international and republican scientific conferences: «Mathematics in the XXI century. The role of the MMD of NSU in science, education and business» (Novosibirsk, NSU, 2003), «Order analysis and related questions of mathematical modeling» (Vladikavkaz, 2004), «Operator algebras and quantum probability» (Tashkent, 2012 .), «Problems of modern topology and its applications» (Tashkent, 2013), «Actual problems of complex analysis» (Tashkent, 2013), «Algebra , analysis and quantum probability» (Tashkent, 2015).

This work was discussed at the republican seminars "Operator algebras and their applications" of the Institute of Mathematics at the National University of Uzbekistan, at the seminar "Modern algebra and its applications" of the National University of Uzbekistan, at the city seminar of Department of Algebra and Functional Analysis of the National University of Uzbekistan, at seminars of the Department of Mathematical Analysis at Novosibirsk State University (1993-1998), at seminars Laboratory of Functional Analysis Institute of Mathematics, at the joint seminar of the Department of Geometry and Analysis Institute of Mathematics of SB RAS (Novosibirsk, 1995-1998), at the seminar of Department of Algebra Tomsk state University (1998). The obtained result were presented in the following international congresses: The Third Siberian Congress on Industrial and Applied Mathematics (Novosibirsk, 1998), «Operator algebras» (Florianopolis, Brazil, 2005), «The Banach algebra and their applications» (Bordeaux, France, 2005), «Non-associative algebra and related topics» (Coimbra, Portugal, 2011).

Publications of the research results. The results of the dissertation are published in 35 scientific papers, 10 of them are in the list of scientific publications proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for Defende of doctoral theses, including 7 of them published in international scientific journals and 3 papers in national scientific journals.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, four chapters, conclusion and bibliography. The total volume of the thesis is 200 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

In introduction the actuality and demand for the theme of the dissertation is verificated, connection of the research to priority directions of development of Science and Technologies of the Republic is stated, review of foreign scientific research on the theme of the dissertation and the degree of scrutiny of the problem are provided, the aim and problems are formulated, the object and the subject of research are described, scientific novelty and practical results of research are stated, the theoretical and practical significance of obtained results is revealed, the implementation of research results in practice, the list of published works and the dissertation structure are given.

In the first chapter of the dissertation which named «**Associative and Jordan operator algebras**» it is briefly described the basic principles and methods of the classical theory of associative and Jordan algebras. The main attention is focused on such sections **of** the classical theory of associative and Jordan algebras, which are often used in the dissertation. These include the theory of Jordan Banach algebras, C*-algebra theory, the theory of von Neumann algebras and AW*-algebras, the theory of universal enveloping C*-algebras of Jordan Banach algebra.

In the second chapter of the dissertation named **«Structure and classification of JB-algebra of Baer type»** we introduce and study a new class, namely the class of Baer Jordan Banach algebras (AJW-algebras) in the class of Jordan Banach algebras. In particular, a classification of Jordan algebras of this class is obtained and equivalent conditions of Baer type are provided.

We describe the contents of the second chapter in more detail.

Definition 1. A real Banach space, which is a unital Jordan algebra at the same time, is said to be a JB-algebra if it satisfies the following axioms: (1) $||xy||\leq||x||\ ||y||$ $(x,y\in A)$, (2) $||x^2||\leq||x^2+y^2||$ $(x,y\in A)$, (3) $||x^2||=||x||^2$ $(x\in A)$.

In the first paragraph of the second chapter a notion of AJW-algebra is introduced. The following theorem is the central theorem of this section.

Theorem 1. For a JB-algebra A following conditions (A), (B) and (C) are equivalent:

(A) for every nonempty subset $S\subseteq A_+$ there exists a projection $e\in A$ such that $S^\perp=U_e(A)$, where, for every $a, b\in A$, $U_ab =2a (ab)-a^2b$, $S^\perp:=\{a\in A: (\forall s\in S)\ U_as=0\}$ and $U_e(A):=\{U_ea: a\in A\}$;

(B) for every nonempty subset $S\subseteq A$ there exists a projection $e\in A$ such that ${}^\perp S=U_e(A_+)$, where ${}^\perp S:=\{x\in A_+:U_ax=0,\ a\in S\}$;

(C) the following two conditions are valid:

(1) in the partially ordered set of projections every subset has a least upper bound of pairwise orthogonal elements;

(2) any maximal strongly associative subalgebra is generated by its projections (i.e., coincides with the smallest closed subalgebra containing its projections).

The notion of AJW-algebra can be defined as follows:

Definition 2. A JB-algebra A, satisfying one of the equivalent conditions (A), (B) and (B) will be called AJW-algebra.

As a corollary of Theorem 1 it is established that all projections of an AJW-algebra form a complete lattice. Note that the sets $S^{\perp}$ and ${}^{\perp}S$, appearing in the statement of the theorem 1 is Jordan analogs of left and right annihilators of a set in the theory of Kaplansky algebras.

Definition 3. If a JB-algebra A has predual space, i.e., there is a Banach space B such that B*=A, then A is called a JBW-algebra.

Jordan algebras are connected with associative algebras as follows. Let A be an associative algebra over a field of characteristic ≠2. We define on A a new multiplication a·b=1/2(ab + ba) (the Jordan multiplication). The resulting algebra is denoted by A^J. This algebra is a Jordan algebra. If the subspace A_o of A is closed under a·b operation, it is with this operation forms a subalgebra of A^J and forms a Jordan algebra.

Definition 4. A Jordan algebra isomorphic to A_o is called a special Jordan algebra. Non special Jordan algebra are said to be exceptional.

Definition 5. Special JB- and JBW-algebra are called JC- and JW-algebra, respectively.

Theorem 1 enables us to reformulate for AJW-algebras in almost the same form many facts with proofs from the theory of JBW-algebras. This also concerns Shultz theorem. In section 2.1, we prove Shulz theorem for AJW-algebras, which states that an arbitrary AJW-algebra can be represented as a direct sum of a special AJW-algebra and an exceptional AJW-algebra.

Definition 6. The intersection of all maximal associative subalgebras of JB-algebra A is called a center and is denoted by Z(A). If Z(A)=R1, then A is called a JB-factor.

An element $s\in A$ called a symmetry, if $s^2=1$.

Lemma 1. An element z lies in the center of an AJW-algebra A if and only if $U_s z = z$ for every symmetry $s\in A$.

Definition 7. We say that a JBW-factor A is of type I, if A contains a minimal projection.

The rest part of the first section of the first chapter it is investigated JC-factors. The following theorem is proved.

Theorem 2. Let B be a JB-factor, $\{q_i\}$ be an infinite orthogonal family of pairwise equivalent minimal projections of B such that $\sup q_i=1$. Assume that each family of orthogonal projections of B has a least upper bound in B. Then B is a JBW-factor of type I. This theorem gives a criterion of a condition of Baer type: for a JB-factor of type I condition (A) of Baer type is valid if and only if the condition of the theorem 2 is valid.

In the second section of the second chapter gives conditions involving other Jordan analogues of annihilators equivalent to the definition of an AJW-algebra. The shorter of these conditions is the following condition:

(G) for every subset $S\subseteq A_+$ there exists a projection $e\in A$ such that $Ann(S)=U_e(A)$, where $Ann(S)=\{a\in A :(\forall s\in S)\ a\cdot s=0\}$.

In the third section of the second chapter we introduced the notions of AJW-algebras of type I, II, III and a modular AJW-algebra.

Definition 7. Let A be an AJW-algebra. The central support c(p) of a projection $p \in A$ is the smallest central projection majorizing p. A projection $p \in A$ is said to be Abelian if $U_p(A)$ is an associative subalgebra; p is said to be modular if the lattice $[0,p]:=\{q \in P(A) \cap U_p(A)\}$ of projections of the algebra $U_p(A)$ is modular. Define the central projections e_I and e_{III} in A by the following formulas $e_I=\sup\{p \in P(A):p \text{ is Abelian}\}$, $e_{III}^{\perp}=\sup\{p \in P(A):p \text{ is modular}\}$.

It is clear that $e_I \leq e_{III}^{\perp}$. Let $e_{II}=1-e_I-e_{III}$. We say that AJW-algebra A is of type I (respectively II, III), if $e_I=1$ (respectively $e_{II}=1$, $e_{III}=1$). With respect to these definitions the following theorem, which is one of the main results of the second chapter, is valid.

Theorem 3. Each AJW-algebra A is uniquely decomposes into a direct sum of AJW-algebras of type I, II and III. In addition, the following criteria are take place:

(A) A is a type I if and only if there exists an Abelian projection p in A, with the condition c (p) = 1;

(B) A is a type II if and only if there exists a modular projection p in A, with the condition c (p) = 1 and A does not contain any Abelian projection other than zero;

(A) A is a type III if and only if it contains no modular projection than zero.

Further we introduce a notion of JB-sum AJW-algebras, which are based on representation of AJW-algebras and their elements in the form of infinite sums. The concept of JB-sum is useful in proving many theorems of this dissertation. The importance of the notion of JB-sum due to the fact that for an AJW-algebra A and orthogonal family $\{z_i\}$ of its central projections with the least upper bound 1, the JB-sum of subalgebras z_iA is isometrically isomorphic to A.

In the fourth section of the second chapter we study the equivalence of projections in AJW-algebras. All statements in this section are motivated by the theory of the JBW-algebra. The proofs of these assertions are similar to the proofs of the corresponding assertions from the theory of JBW-algebra and they are formulated here for the sake of completeness.

The fifth section of the second chapter is devoted to the study of AJW-algebras of type I. We introduce and study the class of AJW-algebras of type I_n, where n is integer or $n = \infty$.

Definition 8. Let A be an AJW-algebra, n be a cardinal number. We say that A is an AJW-algebra of type I_n, if there is a orthogonal family $(p_\alpha)_{\alpha \in J}$ of Abelian projections in A such that for every α $c(p_\alpha)=1$, $\sup p_\alpha=1$ and $|J|=n$. And we say that A is of type I_∞, if A is a direct sum of AJW-algebras of type I_n, where n is an infinite cardinal number.

We obtained a classification of AJW-algebras type I. Namely, the following theorem is established, which is one of the main results of the second chapter.

Theorem 4. Every AJW-algebra of type I is the direct sum of the form $A_\infty \oplus A_1 \oplus A_2 \oplus \ldots \oplus A_n \oplus \ldots$, where A_∞ is an AJW-algebra of type I_∞ or $\{0\}$, and A_n is an AJW-algebra of type I_n or $\{0\}$.

As in the case of a JBW-algebras, there is a theorem asserted that any AJW-algebra of type I_n, where $n>2$ is a finite number, is uniquely decomposed into a direct sum of a "simple" subalgebras. In addition, each of these simple subalgebras has a faithful representation of the form $C(Q,H_n(F))$, where Q is an extremelly disconnected compact and F is the field of real numbers **R**, or the field of complex numbers **C**, or the quaternions **H**, or algebra of Cayley numbers **O** (in the case n = 3), respectively. The theorem of functional representation for the case n = 2 from the theory of JBW-algebras is generalized, i.e., every AJW-algebra of type I_2 is represented uniquely as a direct sum of subalgebras, each of which is a faithful representation of a Jordan algebra of functions mapping an extremelly disconnected compact to spin factor.

At the beginning of the fifth section of the second chapter notions of an AJW-factor of type I and an AJW-factor of type I_n are introduced, where n is a cardinal number. An example of AJW-factor type I is, for example, the Jordan algebra $H_n(\mathbf{R})$ of all Hermitian $n\times n$-dimensional matrices over the field of real numbers **R**. The central theorem of the fifth section of the second chapter states:

Theorem 5. Every AJW-factor of type I_n, where n is a cardinal number, is a JBW-factor of type I.

The following theorem shows the close relationship between the minimum projections and normal functionals.

Theorem 6. The space of all normal functionals on an AJW-factor of type I is the closure of the linear span of all normal functionals of kind $\phi\cdot U_q$, where q is a minimal projection, ϕ: $U_q(A)\to\mathbf{R}$ is an isomorphism generated by q.

In summary, we can talk about similar connection, for example, between the minimal projections of the Jordan algebra $B(H)_{sa}$ of all self-adjoint bounded linear operators on a complex Hilbert space H and normal functional defined on the JW-subalgebra of $B(H)_{sa}$.

Due to the fact that the class of AJW-factors of type I coincides with the class of JBW-factors of type I problems relating to the structure and classification, are reduced to the same problems in the case of JBW-factors of type I. Hence, in particular, it follows that every AJW-factor of type I has a faithful representation, either in the form of the Jordan algebra of all bounded linear self-adjoint operators on a Hilbert space, or in the form of the Jordan algebra M_3^8 of Hermitian 3×3-matrices over the algebra of Cayley numbers, or in the form of a spin factor.

The sixth section of the second chapter is devoted to $H_n(F)$, where F = **R**, **C**, **H**, n is an infinite cardinal number. $H_n(F)$ is the set of infinite $n\times n$-matrices $\{\lambda_{ij}e_{ij}\}$ with elements in F, which

(1) $\{e_{ij}\}$ is the family of matrices of the following form: e_{ij} is a $n\times n$-matrix, (i,j) -th element of which is 1, all other elements have the value 0,

(2) for all ij $\lambda_{ij}\in F$, $\lambda_{ij}=\lambda_{ji}^*$,

(3) there exists a number $K\in R$ such that for any natural number m and each subfamily $\{\lambda_{kl}e_{kl}\}_{kl=1,2,\ldots m}$ from $\{\lambda_{ij}e_{ij}\}$ the condition $\|\{\lambda_{kl}e_{kl}\}_{kl=1,2,\ldots m}\|<K$ is valid in the algebra $H_m(F)$.

It is proved that with respect to the algebraic operations $H_n(F)$ is a Jordan algebra and $H_n(F)\cong B(l_2(F,\Xi))_{sa}$, where $l_2(F,\Xi)$ is the Hilbert space of square summable families of elements of F with the index set Ξ such that $|\Xi|=n$.

In the sixth section of the second chapter we introduce Jordan algebras $WC(X,H_n(\mathbf{C}))$, $WC(X,H_n(\mathbf{R}))$, $WC(X, H_n(\mathbf{H}))$ of maps from arbitrary hyperstonean compact X to the Jordan algebra $H_n(F)$ of infinite self-adjoint matrices over F = **R**, **C**, **H**, respectively. It was proved that they are JW-algebras of type I_n.

In the seventh section of the second chapter we established the following theorem.

Theorem 7. Every JW-algebra A of type I_n, where n is an infinite cardinal number, has decomposition $A=A_1\oplus A_2\oplus A_3$ such that $A_i\cong WC(X_i,H_n(F_i))$ for each i, where X_i is a hyperstonean compact, $H_n(F_i)$ is an infinite dimensional Jordan algebra of Hermitian n×n- matrices and $F_1=\mathbf{R}$, $F_2=\mathbf{C}$, $F_3=\mathbf{H}$.

Note that in the works of A.G.Kusraev a detailed description is given of the structure of AJW-algebras of type I and a complete classification of such algebras up to isomorphism is obtained.

In the eighth section of the second chapter a notion of a purely infinite AJW-algebra and AJW-algebra of type I_{fin} are introduced. We obtaine a classification of AJW-algebras. Namely, it is proved that any AJW-algebra is the direct sum of the form $A=A_{I_{fin}}\oplus A_{I_\infty}\oplus A_{II_1}\oplus A_{II_\infty}\oplus A_{III}$. Here the part of $A_{I_{fin}}\oplus A_{II_1}$ is a modular AJW-algebra, and the part $A_{I_\infty}\oplus A_{II_\infty}\oplus A_{III}$ is a properly infinite AJW-algebra.

At the end of the second chapter it is proved that the definitions of types I_{fin}, I_∞, II_1, II_∞ and III for AJW-algebras are correct.

The third chapter of the dissertation named **«Enveloping C*-algebras of JB-algebras of Baer type»** devoted to study of relationship between Baer Jordan Banach algebras (i.e. AJW-algebras) and their enveloping C*-algebra.

Definition 9. Let H be a Hilbert space and let B(H) be the *-algebra of all bounded operators on H. Every weakly closed subalgebra B of B(H) and a C*-algebra isometrically isomorphic to B is called a von Neumann algebra. Let A be a JC-algebra on a Hilbert space H. A uniformly closed complex *-algebra in B (H), generated by A is denoted by C*(A). The algebra C*(A) will be called the enveloping C*-algebra of A. The weak closure W*(A) of the algebra C*(A) in B(H) is called the enveloping von Neumann algebra of A.

Definition 10. A Jordan subalgebra A_o of an associative algebra A is said to be reversible if for any finite number of elements $a_1, a_2,..., a_k$ of A_o the element $\{a_1a_2...a_k\}=1/2(a_1a_2...a_k+a_ka_{k-1}...a_1)$ lies in the algebra A_o.

The main result of the first section of the third chapter is the following theorem.

Theorem 8. Let A be a reversible JC-algebra, W*(A) be the enveloping von Neumann algebra of A and C*(A) be the enveloping C*-algebra of A. Then JC-algebra A is a JW-algebra if and only if W*(A)=C*(A).

In the second section of the third chapter we prove auxiliary assertions.

Definition 11. Let E be an associative, or a real or complex *-algebra and S be a non-empty subset of E. The set $R(S)=\{x\in E: (\forall s\in S)\ sx=0\}$ is called the right annihilator of S in E. The algebra E is called a Baer *-algebra if for every non-empty subset $S\subseteq E$ there is a projection (self-adjoint idempotent) $g\subseteq E$ such that R(S) =gE. A C*-algebra, which is also a Baer *-algebra is called an AW*-algebra.

Definition 12. Let A be a real Banach *-algebra. A is a real C*-algebra if the *-algebra A_c=A+iA, where A+iA={a+ib: a, b$\in$A}, can be normalized so that A_c is a C*-algebra, and its norm coincides with the original norm on A. A real C*-algebra, which is a Baer *-algebra, is called a real AW*-algebra.

The main result of the third section of the third chapter is the following theorem.

Theorem 9. Let A be a real AW*-algebra on a complex Hilbert space H. Suppose that M = A + iA is an AW*-algebra and A$\cap$iA = {0}. Let C*(A_{sa}) be the enveloping C*-algebra of the AJW-algebra A_{sa}. Then C*(A_{sa}) is an AW*-algebra. Moreover, if A_{sa} has no direct summands of type I_1, then M=C*(A_{sa}).

Here, the assumption M = A + iA is an (complex) AW*-algebra, is justified by the fact that in the works of Albeverio Ayupov and Abduvaitov it is studied real AW*-algebras, and an example is constructed, when the complexification M=A+iA of a real AW*-algebra A is not an (complex) AW*-algebra.

In the fourth section of the third chapter it is proved that any maximal purely real von Neumann subalgebra in B($H_{\mathbf{C}}$) is represented as B($\hat{H}_{\mathbf{R}}$)$\oplus$B($\hat{H}_{\mathbf{H}}$), where $\hat{H}_{\mathbf{R}}$ and $\hat{H}_{\mathbf{H}}$ are Hilbert subspace of the Hilbert spaces $H_{\mathbf{R}}$ and $H_{\mathbf{H}}$, respectively, such that $H_{\mathbf{R}}=\hat{H}_{\mathbf{R}}\oplus\hat{H}_{\mathbf{R}}^{\perp}$, $H_{\mathbf{H}}=\hat{H}_{\mathbf{H}}\oplus\hat{H}_{\mathbf{H}}^{\perp}$. The units of B($\hat{H}_{\mathbf{R}}$) and B($\hat{H}_{\mathbf{H}}$) are mutually orthogonal and their sum is equal to the unit of B($H_{\mathbf{C}}$). Then, using this result an analogue of Gelfand-Naimark theorem for the enveloping purely real von Neumann algebra of a reversible JW-algebra is proved.

Now, we describe the content of the forth chapter of the dissertation named **«Jordan Algebras of Abstract Measurable Operators for JB-algebra berovskogo type»** in more detail.

In the first section of the fourth chapter abstract measurable operators affiliated with an AJW-algebra are constructed and investigated. It is proved that they form a Jordan algebra.

Previously, we assume the following condition: Let A be an AJW-algebra. Suppose that in the decomposition A=$A_{sp}\oplus A_{ex}$, A_{sp} is a reversible AJW-algebra, and the enveloping C*-algebra C*(A_{sp}) of the subalgebra A_{sp} is an AW*-algebra. By theorem 9, the latter condition is a sufficiently common condition.

Definition 13. For a sequence {e_n} of elements of P(A) we write $e_n\uparrow$, if $e_n\le e_{n+1}$ for all n; if, moreover, sup e_n=e, we write $e_n\uparrow$e. The sequence {e_n} of elements of P(A) will be called a strongly dense domain (s.d.d.) if $e_n\uparrow$1 and 1–e_n is a modular projection in A for any n.

Essentially measurable operator (e.m.o.) is a sequence of pairs {(x_n,e_n)}, where $x_n\in$A for each n and {e_n} is s.d.d. such that from m$\le$n it follows that $e_m x_n=e_m x_m$. We introduce an equivalence relation on the set of s.d.d. Two s.d.d. {(x_n,e_n)} and {(y_n,f_n)} are equivalent (we write {(x_n,e_n)}$\equiv${(y_n,f_n)}), if there exists s.d.d. {g_n} such that $g_n x_n=g_n y_n$ for all n. The equivalence class [x_n,e_n] of s.d.d. {(x_n,e_n)} is called a measurable operator (m.o.), affiliated with A. We denote by C(A) the set of all m.o. The definitions λ[x_n,e_n]=[λx_n,e_n], [x_n,e_n]+[y_n,f_n]= [x_n+y_n,$e_n\wedge f_n$], [x_n,e_n][y_n, f_n]=[$x_n y_n$, g_n] of the algebraic operations are correct, where s.d.d. (g_n) is calculated using the sets (x_n), (e_n), (y_n), (f_n). With respect to these operations C(A) is a Jordan algebra.

If an AJW-algebra A is the self-adjoint part of an AW*-algebra **A**, the Jordan algebra of abstract measurable operators affiliated with A, coincides with the self-adjoint part of the Baer *-algebra of abstract measurable operators affiliated with **A**. A Jordan algebra of measurable operators, which is embedded into the *-algebra of measurable operators affiliated with an AW*-algebra is not always its self-adjoint part. Therefore, study of the class of Jordan algebras of abstract measurable operators is important. The first section of the fourth chapter is dedicated to investigation of algebras in this class. Here we are primarily interested in the question of whether there is a Jordan algebra of measurable operators, satisfying at least one of the above conditions (A), (B) and (D), i.e., it is a Jordan analog of a Baer *-algebra, which contains unbounded elements and is not the self-adjoint part of a Baer *-algebra. An answer for this question is the following theorem, which is the main result of the first section of the fourth chapter.

Theorem 10. For every sudset $S \subseteq C(A)_+$ there exists a projection $e \in A$ such that $\mathbf{S}^{\perp} = U_{\bar{e}}(C(A))$, i.e., C(A) is a Jordan analog of a Baer *-algebra.

It should be noted that there is a case when A coincides with C(A). This is confirmed by the following theorem.

Theorem 11. The Jordan algebra C(A) of all abstract measurable operators affiliated with a AJW-factor of type I_n A, where $n \geq 3$ is a finite or infinite cardinal number, coincides with A, i.e. C(A)=A.

One of the important results used in the study of Jordan algebras of measurable operators, argues that the Jordan algebra of all measurable operators affiliated with a reversible AJW-algebra A, is embedded in the Baer *-algebra of all measurable operators affiliated with the enveloping AW*-algebra AW*(A) of A.

Just as in the theory of *-algebras of abstract measurable operators for Jordan algebras of abstract measurable operators the following problem is important: let A_∞ be an AJW-algebra and $\{A_i\}$ be a family of AJW-algebras. Suppose that A_∞ is a JB-sum of the algebras A_i, and consider the Jordan algebra $C(A_\infty)$ (respectively, $C(A_i)$) of measurable operators affiliated with A_∞ (respectively, A_i). Is it true that $C(A_\infty)$ is the direct product $\prod_i C(A_i)$ of the algebras $C(A_i)$, i.e., the algebra of all families $(\mathbf{x}_i)$, $\mathbf{x}_i \in C(A_i)$, with coordinatewise operations? At the end of the first paragraph of the fourth chapter it is showen that an answer to this question is negative, that is, the equality $C(A_\infty)=\prod_i C(A_i)$ may be not valid.

In the second paragraph of the fourth chapter we define the notion of abstract locally measurable operator affiliated with an AJW-algebra A, which is a Jordan analog of a locally measurable operator affiliated with an AW*-algebra.

Definition 14. An essentially locally measurable operator (s.l.i.o.) affiliated with A is an indexed family of ordered pairs $\{x_\alpha, e_\alpha\}$, where $x_\alpha \in C(A)$ and $\{e_\alpha\}$ is an arbitrary decomposition of the unit of the algebra Z(A).

Two s.l.i.o. $\{x_\alpha, e_\alpha\}$ and $\{y_\alpha, f_\alpha\}$ is said to be equivalent, we write $\{x_\alpha, e_\alpha\} \equiv \{y_\alpha, f_\alpha\}$, if $e_\alpha f_\beta x_\alpha = e_\alpha f_\beta y_\alpha$ for all α and β. Since C(A) is a Jordan algebra, the introduced relation is really an equivalence relation. The equivalence class

(x_α,e_α), corresponding to s.l.i.o. (x_α,e_α), is called a locally measurable operator (l.i.o.) affiliated with A. The set of all l.i.o. is denoted by S(A). In S(A) we introduce the algebraic operations $\lambda(x_\alpha,e_\alpha)=(\lambda x_\alpha,e_\alpha)$, $(x_\alpha,e_\alpha)+(y_\beta,f_\beta)=(x_\alpha+y_\beta,e_\alpha f_\beta)$, $(x_\alpha,e_\alpha)(y_\beta,f_\beta)=(x_\alpha y_\beta,e_\alpha f_\beta)$, where (x_α,e_α), (y_β,f_β) are l.i.o. and $\lambda\in\mathbf{R}$. The set S(A) of locally measurable operators affiliated with A, forms a Jordan algebra. As in the case of measurable operators S(A) is embedded in the Baer *-algebra of all locally measurable operators affiliated with the enveloping AW*-algebra AW*(A) of A. The following theorem is the main result of the second paragraph of the fourth chapter.

Theorem 12. For any subset $S\subseteq S(A)_+$ there exists a projection e in P(A) such that $S^\perp=U_e(S(A))$, i.e. S(A) is a Jordan analog of a Baer *-algebra.

In the third and fourth sections of the fourth chapter we introduce and study notions of Z-measurable operators affiliated with a reversible AJW-algebra A with respect to a faithful normal semifinite Z-valued (number-valued) trace for a subalgebra Z of a center of A. It was proved that Z-measurable operators with respect to a faithful normal semifinite center-valued (number-valued) trace form a Jordan algebra with respect to a naturally introduced scalar multiplication, addition and Jordan multiplication.

CONCLUSION

1. Several algebraic conditions of Baer type are found equivalent to the definition of an AJW-algebra (Baer Jordan Banach algebra) using Jordan annulators.

2. It is proved that every AJW-algebra is a direct sum of AJW-algebras of type I, I_∞, I_n, where n is a cardinal number, II_1, II_∞ and III, and each AJW-factor is one of types I_n, II_1, II_∞ and III.

3. It is proved that every AJW-factor of type I is a JBW-factor of type I. Thus, the classification problem for AJW-factors of type I is reduced to the classification problem for JBW-factors of type I.

4. An infinite version of the Peirce decomposition on projections is obtained in Jordan and involutive algebras allowing to prove structure theorems for JW-algebras of type I_n.

5. It is proved that the enveloping C* -algebra of a reversible JW-algebra is a von Neumann algebra. This result was proved by a sufficiently simple and direct way.

6. A description is obtained of all extensions of a measure on projections of a reversible JW-algebra to a measure on projections of the enveloping von Neumann algebra of this JW-algebra.

7. It is proved that the enveloping C*-algebra $C^*(R_{sa})$ of the self-adjoint part R_{sa} of a real AW*-algebra R such that $R \cap iR=\{0\}$ and R+iR is an AW*-algebra, is an AW*-algebra.

8. It is proved that the Jordan algebras of measurable and locally measurable operators affiliated with an AJW-algebra satisfy a Jordan analog of the Baer condition.

9. We prove that the Jordan algebras of measurable and locally measurable operators affiliated with an AJW-algebra are Jordan algebras, satisfying a Jordan analog of the Baer condition, and they are different from underlying AJW-algebras.

The dissertation is theoretical. The results and methods presented in the dissertation, can be used for study of other classes of Jordan algebras and superalgebras in study of algebra with various conditions such as the Baer condition, in the theory of complex functions of several and infinite number of variables, as well as in the study of various processes in quantum mechanics and theoretical physics.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I; Part I)

1. Арзикулов Ф.Н. Об абстрактных JW-алгебрах// Сиб. мат. журн. – Новосибирск, 1998. -№1. – С. 20-27. (№ 40. ResearchGate IF=0.146)

2. Arzikulov F.N. AJW-algebras of type I and their classification// Sib. Adv. Math. – Novosibirsk, 1998. –Vol.8. –№ 2. – С. 30-48. (01.00.00; №17)

3. Арзикулов Ф.Н. Об одном аналоге пирсовского разложения// Сиб. мат. журн. – Новосибирск, 1999. -№3. –С. 485-492. (№ 40. ResearchGate IF=0.162)

4. Арзикулов Ф.Н. Йордановы алгебры абстрактных измеримых операторов для JBW-алгебр// Математические труды ИМ СО РАН. – Новосибирск, 2000. -Vol. 3. -№2. – С. 29-70. (01.00.00; №17)

5. Аюпов Ш.А., Арзикулов Ф.Н. Максимальные вещественные алгебры фон Неймана в гильбертовом пространстве// Узб. мат. жур. – Ташкент, 2006. -№3. – С. 7-12. (01.00.00; №6)

6. Arzikulov F.N. On two problems concerning enveloping von Neumann Algebras of JW-Algebras// Algebr Represent Theor. -2011. –Vol. 14. –No 4. –P. 703-710. (№ 16. CiteFactor IF=0.595)

7. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. AW*-algebras which are enveloping C*-algebras of JC-algebras// Algebr Represent Theor. -2013. –Vol. 16. –P. 289-301. (№ 16. CiteFactor IF=0.719)

8. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. 2-Local derivations on semi-finite von Neumann algebras// Glasgow Math. J. – 2014. – Vol. 56. – P. 9–12. (№ 16. CiteFactor IF=0.309)

9. Аюпов Ш.А., Арзикулов Ф.Н. Йордановы алгебры абстрактных измеримых операторов для JB-алгебр беровского типа// Доклады АН РУз. – Ташкент, 2015. -№6. – С. 7-10. (01.00.00; №7)

10. Аюпов Ш.А., Арзикулов Ф.Н. Jordan contrparts of Rickart and Baer *-algebras// Узб. мат. жур. – Ташкент, 2016. -№1. – С. 13-33. (01.00.00; №6)

II бўлим (Часть II; Part II)

11. Арзикулов Ф.Н. О йордановых алгебрах бэровского типа// Владикавказский Математический журнал. – Владикавказ, 2002. –Т. 4, - №3, - С. 16-21. (www.vmj.ru)

12. Арзикулов Ф.Н. О С*- и JB-алгебрах типа I// Владикавказский Математический журнал. – Владикавказ, 2003. –Т. 5. – №3. – С. 9-13. (www.vmj.ru)

13. Арзикулов Ф.Н. О связи JB-алгебры с её вторым сопряженным пространством// Хабарлар журнали. – Фаргона, 2004. – №4. – С.7-11.

14. Арзикулов Ф.Н. Об обертывающих С*-алгебрах JB-алгебр// Владикавказский математический журнал. – Владикавказ, 2006. -№3. –С. 3-15. (www.vmj.ru)

15. Arzikulov F.N. Infinite order and norm decompositions of C*-algebras// Int. Journal of Math. Analysis. -2008. -Vol. 2. -No 5-8. -P. 255-262. (www.m-hikari.com)
16. Arzikulov F.N. Infinite norm decompositions of C*-algebras// Operator Theory: Advances and Applications. – 2012. Vol. 220, 11-21.
17. Арзикулов Ф.Н. Об одном аналоге пирсовского разложения для общих JB-алгебр// III Сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике. Часть I. – Новосибирск, 1998. – С. 54-55.
18. Арзикулов Ф.Н. Меры и состояния на AJW- и AW*-алгебрах и йордановы алгебры измеримых операторов// Препринт, Новосибирский государственный университет. – Новосибирск, 1998. -№ 32. – 41 С.
19. Арзикулов Ф.Н. Тип произвольной JBW-алгебры A совпадает с типом JBW-алгебры A**// Конгресс "МАТЕМАТИКА в XXI веке. Роль ММФ НГУ в науке, образовании и бизнесе" URL: http:.www.sbras.ru/ws/MMF-21. -Новосибирск, 2003, 25-28 июня.
20. Арзикулов Ф.Н. О классификации банаховых и йордановых банаховых алгебр// Конгресс "МАТЕМАТИКА в XXI веке. Роль ММФ НГУ в науке, образовании и бизнесе" http:.www.sbras.ru/ws/MMF-21. -Новосибирск, 2003, 25-28 июня.
21. Арзикулов Ф.Н. Об обёртывающих AW*-алгебрах AJW-алгебр// Конгресс "МАТЕМАТИКА в XXI веке. Роль ММФ НГУ в науке, образовании и бизнесе" URL:http:.www.sbras.ru/ws/MMF-21. -Новосибирск, 2003, 25-28 июня (тезисы докладов).
22. Аюпов Ш.А., Арзикулов Ф.Н. Йордановы аналоги коммутаторов// Шу куннинг долзарб муаммолари. Материалы конференции 60 летию АН РУз, Фан. – Ташкент, 2003. – С. 9-12.
23. Арзикулов Ф.Н. Infinite Peirce decompositions// Шу куннинг долзарб муаммолари. Материалы конференции 60 летию АН РУз, Фан. – Ташкент, 2003. – С. 38-42.
24. Arzikulov F.N. Type and Peirce decompositions for C*-algebras// Brazilian Conference on Operator Algebras. Florianopolis, SC, Brazil, 2005. –P. 3-4.
25. Arzikulov F.N. Type and Peirce decompositions for C*–algebras// Banach Algebras and their applications Banach algebras. –Bordeaux, France, 2005. –P. 2-3.
26. Arzikulov F.N. On the classification problem for C*-algebras// Preprint: arXiv: 1002.4711v2 [math.OA]. www.arxiv.org. -2010. 22 p.
27. Arzikulov F.N. Infinite order decompositions of C*-algebras// Preprint: arXiv: 1103.3404v1 [math.OA]. www.arxiv.org. -2011. -11 p.
28. Arzikulov F.N. On purely real Lie algebras on a Hilbert space// Conference Non-Associative Algebras and Related Topics. – Coimbra-Portugal, 2011. –P. 62.
29. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. 2-Local derivations on von Neumann algebras of type I// Preprint: arXiv:1003.4755v2 [math.OA]. www.arxiv.org. -2011. – 10 P.
30. Arzikulov F.N. On purely real Lie algebras on a Hilbert space// Operator Algebras and related topics. – Tashkent, 2012. – P. 16-17.

31. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. On 2-local derivations on matrix rings over associative rings// Topical issues of complex analysis. Republican Conference. –Tashkent, 2013. – P. 19-20.

32. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. 2-Local derivations on matrix rings over associative rings// Preprint: arXiv:1303.6033v1 [Math.RA]. www.arxiv.org. – 2013. – 12 P.

33. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. On reversible AJW-algebras. Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения. VII Ферганская конференция. Наманган – 2015. 277 – 280 С.

34. Arzikulov F.N. On Jordan analogues of Baer *-algebras.//Algebra, analysis and quantum probability. Tashkent, September 10-12.2015.

35. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. Reversible AJW-algebras. arXiv:1505. 02395v1 [math.OA] 10 May 2015.

Автрефератнинг ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги нусхалари
«Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди.
10 сентябрь 2016 йил.

Босишга рухсат этилди: _________2016 йил
Бичими 60x45 $^{1}/_{16}$, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 5. Адади: 100. Буюртма: № _____.

Ўзбекистон Республикаси ИИВ Академияси,
100197, Тошкент, Интизор кўчаси, 68

«АКАДЕМИЯ НОШИРЛИК МАРКАЗИ» ДУК