



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ALISHER NAVOIY NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

REFERAT

Mavzu: Jegalkin ko'phadi

Bajardi: Narzullayev Yunus
Norbek o'g'li
Tekshirdi: Daliyev Sh

SAMARQAND-2016

Jegalkin ko'phadi.

Jegalkin ko'phadi. Mantiq algebrasidagi istalgan funksiyani yagona arifmetik ko'phad shakliga keltirish mumkin. Haqiqatan ham, biz oldingi paragraflarda istalgan funksiyani kon'yunksiya va inkor mantiqiy amallar orqali ifodalash mumkinligini ko'rgan edik. Yuqorida kon'yunksiya, diz'yunksiya va inkor mantiqiy amallarni arifmetik amallar orqali ifodaladik. Demak, istalgan funksiyani arifmetik ko'phad shakliga keltirish mumkin.

1- ta'rif. $\sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad **Jegalkin ko'phadi** deb ataladi, bu yerda hamma x_{i_j} o'zgaruvchilar birinchi darajada qatnashadi, $(i_1, \dots, i_k)$ qiymatlar satrida hamma i_j lar har xil bo'ladi, $a \in E_2 = \{0, 1\}$.

2- ta'rif. $x_{i_1} + x_{i_2} + \dots + x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi funksiya **chiziqli funksiya** deb ataladi, bu yerda $a \in E_2 = \{0, 1\}$. Chiziqli funksiyaning ifodasidan ko'rinib turibdiki, n ta argumentli chiziqli funksiyalar soni 2^{n+1} ga teng va bir argumentli funksiyalar doimo chiziqli funksiya bo'ladi.

Jegalkin ko'phadi ko'rinishidagi har bir funksiyaning argumentlari soxta emas argumentlar bo'ladi. Haqiqatan ham, agar x_1 shunday argument bo'lsa, u holda ixtiyoriy $f(x_1, \dots, x_n)$ funksiyani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \varphi(x_2, \dots, x_n) + \psi(x_2, \dots, x_n).$$

Bu yerda φ funksiya aynan 0ga teng emas, aks holda x_1 argument f funksiyaning (ko'phadning) argumentlari safiga qo'shilmasdi.

Endi $x_2, \dots, x_n$ argumentlarning shunday qiymatlarini olamizki, $\varphi = 1$ bo'lsin. U holda f funksiyaning qiymati x_1 argumentning qiymatiga bog'liq bo'ladi. Demak, x_1 soxta argument emas.

Mantiq algebrasidagi hamma n argumentli chiziqli funksiyalar to'plamini L bilan belgilaymiz. Uning elementlari soni 2^{n+1} ga teng bo'ladi.

Teorema. Agar $f(x_1, \dots, x_n) \notin L$ bo'lsa, u holda undan argumentlari o'rniga 0 va 1 konstantalarni hamda x va $\bar{x}$ funksiyalarni, ayrim holda f ustiga “–“ inkor amalini qo'yish usuli bilan $x_1 x_2$ funksiyani hosil qilish mumkin.

$F = (\bar{x} \rightarrow y) \rightarrow (\bar{x}z \sim (x \oplus y))$ funksiyani chiziqlilikga tekshirish.

1-ish. Berilgan formula chinlik jadvalini tuzamiz.

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{x} \rightarrow y$	$\bar{x}z$	$x \oplus y$	$\bar{x}z \leftrightarrow x \oplus y$	$(\bar{x} \rightarrow y) \rightarrow (\bar{x}z \leftrightarrow x \oplus y)$
0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1	1

Endi chinlik jadvali bo'yicha chiziqli yoki chiziqli emasligini ko'rib chiqamiz.

Bu formula ko'rinishi $L = \sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + a$

$L = a_1xyz + a_2xy + a_3yz + a_4zx + a_5x + a_6y + a_7z + b$ ekan.

$x=0 \quad y=0 \quad z=0$ demak $b=1$

$x=0 \quad y=0 \quad z=1$ demak $a_7=0$

$x=0 \quad y=1 \quad z=0$ demak $a_6=1$

$x=0 \quad y=1 \quad z=1$ demak $a_3=0$

$x=1 \quad y=0 \quad z=0$ demak $a_5=1$

$x=1 \quad y=0 \quad z=1$ demak $a_4=0$

$x=1 \quad y=1 \quad z=0$ demak $a_2=1$

$x=1 \quad y=1 \quad z=1$ demak $a_1=0$

Bundan kelib chiqadiki

$$L = xy + y + x + 1$$

Demak formulamiz chiziqli emas ekan.

$$\begin{aligned} f &= (\bar{x} \rightarrow y) \rightarrow (\bar{x}z \leftrightarrow (x + y)) = (x \vee y) \rightarrow (\bar{x}z \leftrightarrow (\bar{x}y \vee x\bar{y})) = \\ &= \bar{x}\bar{y} \vee (\bar{x}y(\bar{x}y \vee x\bar{y}) \vee (\overline{\bar{x}y \vee x\bar{y}})\bar{x}y) = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} = \\ &= \bar{x}y = x \vee y = xy + x + y + 1 \end{aligned}$$

Formulani chiziqlilikka tekshiring.

$$F = \overline{((x \vee y) \rightarrow y \cdot z) \vee (y \rightarrow x \cdot z) \vee (x \rightarrow (\bar{y} \rightarrow z))},$$

Bizga berilgan funktsiyani chinlik jadvalini tuzib oxirgi qiymatlarini olamiz va chiziqchilikka tekshiramiz.

x	y	z	$x \vee y$	$(x \vee y) \rightarrow yz$	$y \rightarrow xz$	$\overline{((x \vee y) \rightarrow yz)}$	$y \vee z$	$x \rightarrow (\bar{y} \vee z)$	$\overline{((x \vee y) \rightarrow y \cdot z) \vee (y \rightarrow x \cdot z)}$
0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1

7-ish. Chinlik jadvalidagi eng oxirgi qiymatlarni olamiz va chiziqlilikka

tekshiramiz. $L = \sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + b$

$$L = x y z a_6 + x y a_5 + x z a_4 + y z a_3 + x a_2 + y a_1 + z a_0 + b = 0$$

$$1. \ x = 0, \ y = 0, \ z = 0, \ f = 1; \text{ u holda } b = 1;$$

$$2. \ x = 0, \ y = 0, \ z = 1, \ f = 1 \text{ u holda } a_0 + b = 1, \ a_0 + 1 = 1, \ a_0 = 0$$

$$3. \ x = 0, \ y = 1, \ z = 0, \ f = 1; \text{ u holda } a_1 + b = 1, \ a_1 + 1 = 1, \ a_1 = 0$$

$$4. \ x = 0, \ y = 1, \ z = 1, \ f = 1; \text{ u holda } a_3 + a_1 + a_0 + b = 1, \ a_3 + 0 + 1 + 1 = 1, \ a_3 = 0$$

$$5. \ x = 1, \ y = 0, \ z = 0, \ f = 0; \text{ u holda } a_2 + b = 0, \ a_2 + 1 = 0, \ a_2 = 1;$$

$$6. \ x = 1, \ y = 0, \ z = 1, \ f = 1; \text{ u holda } a_4 + a_2 + a_0 + b = 0, \ a_4 + 1 + 1 + 1 = 0, \ a_4 = 1;$$

7. $x=1, y=1, z=0, f=1$; u holda $a_5 + a_2 + a_1 + b = 0, a_5 + 1 + 0 + 1 = 0, a_5 = 1$

8. $x=1, y=1, z=1, f=1$; u holda

$$a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 + b = 1, a_6 + 0 + 1 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 = 1, a_6 = 1$$

$$L = xyz + xz + xy + x + 1$$

.

Endi analitik usulda

$$\begin{aligned} ((\overline{x \vee y}) \rightarrow yz) \vee (y \rightarrow xz) \vee (x \rightarrow (\overline{y} \rightarrow z)) &= \overline{\overline{x \vee y}} \vee yz \vee \overline{y} \vee xz \vee \overline{x} \vee y \vee z = \\ &= \overline{\overline{y \vee z \vee \overline{x}}} \vee y \vee z = \overline{\overline{x}} \vee y \vee z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{x}} \vee y \vee z &= ((x+1)y + x+1+y)z + xy + y + x+1 + y + z = \\ &= xyz + xz + xy + x + 1 \end{aligned}$$

Demak bu formula chiziqli emas

Xulosa: Chiziqlilikka tekshirish o'rganildi va ko'nikma hosil qilindi.