

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA’LIM VAZIRLIGI Z.M.BOBUR NOMIDAGI ANDIJON DAVLAT
UNIVERSITETI**

MAGISTRATURA BO‘LIMI

“MATEMATIKA (Differensial Tenglamalar)”

Mutaxassisligi

**“DINAMIK SISTEMALAR TURG‘UNLIGINI MATRITSA
FUNKSIYA USULI YORDAMIDA TEKSHIRISH”
MAVZUSIDA**

MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI

Bajardi: Nasridinov Muslimbek Mamarafuq o‘g‘li

Matematika (Differensial tenglamalar) magistranti

Ilmiy rahbar: f-m.f.n. dots. R.V. Mullajonov

MUNDARIJA

KIRISH	3
I BOB. TURG'UNLIK TUSHUNCHASI	6
§1.1. Masalaning qo'yilishi.....	7
§1.2. Dinamik sistemalarning dekompozitsiyasi.....	8
§1.3. Lyapunovning matrisa – funksiyasi usuli.....	13
II BOB. DINAMIK SISTEMALARNI MODELLASHTIRISH	15
§ 2.1. Dinamik sistemalarni matematik modelashtirish to'g'risida tushuncha.....	17
§ 2.2. Aholining o'sish dinamikasini hisoblash modeli.....	22
§2.3. Suv saqlagichlardagi jarayonlarning dinamikasini modelashtirish.....	28
III BOB. DINAMIK SISTEMALAR TURG'UNLIGI	48
§3.1. Dinamik sistemalar uchun Lyapunov matritsa funktsiyasini qurish.....	48
§3.2. Dinamik sistemalar turg'unligini Lyapunov matritsa funktsiyasi usuli yordamida tekshirish.....	50
XULOSA	60
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI	61

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi: Ma'lumki xayot xarakatdan iborat, shuning uchun xarakat bilan bog'liq bo'lgan masalalarni o'rganish va xal qilish katta ahamiyatga ega. Bundan tashqari ko'plab murakkab jarayonlar dinamik sistemalar orqali modellashtiriladi. Bundan qaralayotgan mavzuning dolzarbligi kelib chiqadi.

Ishning maqsadi: Singulyar toyigan dinamik sistemalar turg'unligini tekshirishdan iborat bo'lib. Bunda avvalo strukturali toyigan chiziqli dinamik sistemalar turg'unligi so'ngra singulyar toyigan sistemalarning asimptotik turg'unlik, tekis turg'unlik va turg'unligi o'rganiladi.

Ilmiy yangiliklar: Dissertatsiyada quyidagi natijalar olindi:

- 1) dinamik sistemalar dekompozitsiya qilindi;
- 2) Lyapunov matritsa funksiyasining qurush usullari ko'rib chiqildi;
- 3) Strukturali toyishda chiziqsiz dinamik sistemalar asimptotik turg'unligi, tekis asimptotik turg'unligi, Eksponensial turg'unliklari o'rganildi;
- 4) chiziqli dinamik sistemalar asimptotik turg'unligi o'rganildi;
- 5) Singulyar toyigan DS tekis asimptotik turg'unligi o'rganildi;
- 6) CHiziqli singulyar toyiga

Amaliy va nazariy ahamiyati: Ishning nazariy jihatdan ahamiyati shundan iboratki, unda olingan nazariy natijalar yangi bo'lib, Dissertatsiyada ilmiy izlanishlar olib borishda, shu va shunga yaqinroq bo'lgan mavzular bo'yicha mahsus kurslarda o'qitishda foydalanish mumkin.

Ishning aprobatsiyasi: : E'lon qilingan ishlari: Mavzu bo'yicha 2014yil 21 - 22 noyabr kunlari Navoiy viloyatida bo'lib o'tgan respublika konferentsiyasida, 2016yil Andijon shahrida Innovatsiya: fan, ta'lim, texnologiya ilmiy –uslubiy maqolalar to'plami hamda matematika kafedrasi seminarlarida ma'ruzalar qilingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi: Dissertatsiya kirish, 3ta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yhatidan tuzilgan bo'lib, ishning umumiy hajmi 62 betdan iborat.

Dissertatsiyaning qisqacha mazmuni. Ushbu magistrlik dissertatsiyasining kirish qismida mavzuning dolzarbligi, ishning maqsadi, tadqiqot usullari, ilmiy yangiliklari, amaliy va nazariy ahamiyati, aprobatatsiyasi, dissertatsiyaning tuzilishi, hajmi va qisqacha mazmuni bayon qilingan.

Ishning birinchi bobi yordamchi harakterga ega bo'lib, unda asosan turg'unlik tushunchasi, murakkab sistemalarni dekompozitsiyasi va Lyapunov matritsa funksiyasi usuli haqida qisqacha ma'lumotlar berilgan.

Ikkinch bob dinamik sistemalar bag'ishlangan bo'lib, bunda biz asosan dinamik sistemalarni modellashtirish masalasini ko'rib o'tamiz. Ikkinchi bobning birinchi paragrafi dinamik sistemalarni matematik modellashtirishga bag'ishlangan bo'lib, misol tarzida axolini o'sish dinamikasi

$$\Delta X_n = \alpha x_n - \beta x_n$$

$$X_{n+1} = X_n + \alpha X_n - \beta X_n = X_n (1 + \alpha - \beta)$$

$$\gamma = 1 + \alpha - \beta$$

$$X_{n+1} = \gamma X_n$$

Agar $\gamma > 1$ ($\delta = \alpha - \beta > 0$)-tug'ilishlar o'lishlar sonidan ko'p.

$\gamma = 1$ ($\delta = \alpha - \beta = 0$) -tug'ilish va o'lishlar teng.

$\gamma < 1$ ($\delta = \alpha - \beta < 0$)-tug'ilishlardan o'lishlar soni ko'p.

Suv saqlagichdagi jarayonlar dinamikasi

$$\dot{X}_i = r_{i-1}(X_{i-1}) - r_i(X_i) - q_i(X_i) + q_i(t) \quad i=1, n$$

Matematik madelini ko'rinish masalasi ko'rib chiqilgan.

Uchinchi bobda dinamik sistemalar yurg'unligi o'rganilgan, bobni birinchi paragrafi Lyapunov matritsa funksiyasini ko'rishga bag'ishlangan.

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) = [V_{ij}(\cdot)] \quad V_{ij} = V_{ji}, \quad i, j=1, 2, 3, \dots, 5.$$

Matritsa funksiyaning umumiy ko'rinishi.

Ikkinchi paragrafida dinamik sistemalar turg'unligini Lyapunov matritsa funksiya usuli yordamida tekshirish ko'rib chiqiladi.

Bunda sistema turg'unligini yetarli shartlarni xosil qilish uchun avval B

matrisaning musbat bo'lishlik shartlarni aniqlaymiz, so'ngra (3.1) sistema yordamida (3.4) sistemada asosan xosilani baxolaymiz.

I BOB. TURG'UNLIK TUSHUNCHASI

Ko'plab jarayonlar dinamik sistemalar (D.S) orqali modellashtiriladi. Bunday sistemalarning xarakterli belgilari quyidagilardir:

1. Ko'p o'lchovlilik;
2. Sistema strukturasining ko'p karraliligi (to'rlar, daraxtlar, ierarxik strukturalar va boshqalar);
3. Sistema elementlarining ko'p bog'lamliligi (qism sistemalar orasidagi bitta darajadagi va xar xil darajali ierarxiyalar orasidagi bog'lanishlar);
4. Elementlari tabiatining ko'pxilliligi (mashinalar, avtomatlar, robotlar, odam-operatorlar);
5. Sistema xolati va tarkibi o'zgarishining ko'pkarraliligi (sistema strukturasini, tarkibi va bog'lanishlarning o'zgaruvchanligi);
6. Sistemaning ko'p kriteriyaliligi (qism sistemalar uchun har-xil lokal kriteriyalar va to'la sistema uchun global kriteriyalar, ularning qarama-qarshililigi).
7. Sistema yoki uning elementlari tabiatiga xos bo'lgan ba'zi bir xususiy belgilar.

Bu belgilar sistema dinamik xossalarini (turg'unlik, boshqaruvchanlik, kuzatuvchanlik, optimallik) o'rganishda ma'lum qiyinchiliklarga olib keladi.

§1.1. Masalaning qo'yilishi

Ma'lumki, Lyapunov funktsiyasini qurishning umumiy algoritmi mavjud bo'lmaganligi uchun yuqoridagi xarakterli belgilarga ega bo'lgan sistemalar turg'unligini taxlili qilishda xosil bo'ladigan qiyinchiliklar Lyapunovning to'g'ri usulini effektiv ravishda qo'llash imkonini bermaydi.

Shuning uchun qaralayotgan sistemani soddalashtirish yoki boshqa sistema bilan almashtirish bilan bog'liq bo'lgan bir qancha yo'nalishlar paydo

qilinadi. bo'lib, bularda turg'unlik (turg'unmaslik) masalasi bevosita berilgan sistemani tekshirish yo'li bilan emas, balki bu oraliq sistemalarni tekshirish yo'li bilan xal etiladi.

Dinamik sistemalar turg'unligining umumiy masalasi quyidagicha ikki xil ko'rinishda qo'yiladi.

D.S o'zaro bog'liq bo'lgan qism sistemalariga dekompozitsiya qilingan (ajratilgan) bo'lsin. Shunday shartlarni aniqlashimiz kerakki, bularda sistemaning Lyapunov bo'yicha turg'unligi o'zaro bog'liq bo'lmagan qism sistemalarning turg'unligidan va ular orasidagi bog'lanishlarning xossalaridan kelib chiqsin. Boshqacha aytganda, masalani bunday qo'yilishida, avval D.S ni tashkil qiluvchi har bir erkin qism sistema uchun Lyapunov funktsiyasi tuzilib, ularni turg'unligi (turg'unmasligi)ning yetarli shartlari xosil qilinadi. So'ngra bu qism sistemalar orasidagi bog'lanishlarning xossalaridan va erkin qism sistemalar turg'unligining yetarli shartlaridan foydalanib, berilgan sistema turg'unligining yetarli shartlari xosil qilinadi.

D.S o'zaro bog'liq bo'lgan qism sistemalariga dekompozitsiya qilingan (ajratilgan) bo'lsin. Sistema tartibi pasayishini taminlaydigan shunday shartlarni aniqlashimiz kerakki, unda qaralayotgan sistemaning turg'unligi o'zaro bog'liq bo'lgan qism sistemalar xossalaridan kelib chiqib, bunda erkin qism sistemalar turg'unligi xaqidagi ma'lumotlardan foydalanilmaydi. Boshqacha aytganda masalaning bunday qo'yilishida, har bir qism sistema uchun Lyapunov funktsiyasi tanlanib, ular yordamida qaralayotgan sistema uchun Lyapunov funktsiyasi tuziladi va qaralayotgan sistema turg'unligining yetarli shartlari xosil

qilinadi.

Bu ko'rsatilgan muammolar D.S turg'unligini tekshirish bilan shug'ulanuvchi mutaxassislar uchun bosh yo'nalishlarni aniqlab berdi. Ularni xal etish yo'lida bir qancha matematik usullar yaratildi yoki rivojlantirildi. Jumladan, Lyapunovning vektor-funktsiyasi usuli, vektorli normalar usuli, minimaksli usul, Lyapunov matritsa funktsiyasi usuli va boshqalar.

§1.2. Dinamik sistemalarning dekompozitsiyasi.

Faraz qilaylik D.S xolati quyidagi differentsial tenglama bilan ifodalansin.

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x), \quad (1.1)$$

bu yerda $t \in T = [t_0, \infty) \subset R$, $x \in R^n$, $f \in F$ bo'lib, F oila quyidagicha aniqlanadi:

$$F = \{f^1, f^2, \dots, f^N\}, f^k: TxR^n \rightarrow R^n, \quad (1.2)$$

N -haqiqiy son.

Agar (S) . D.S s ta qism sistemalardan tashkil topgan bo'lsa, u xolda (S) . D.Sni (S_i) o'zaro bog'liq bo'lgan qism sistemalardan tashkil topgan deb qarash mumkin bo'lib, (S_i) o'zaro bog'liq bo'lgan qism sistemalar quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x), \forall i = 1, 2, \dots, s \quad (1.3)$$

bu yerda x va f vektorlar quyidagicha aniqlanadi:

$$x = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_s^T)^T, \quad f = (f_1^T, f_2^T, \dots, f_s^T)^T,$$

shuningdek,

$$f_i \in F_i, F_i = (f_i^1, f_i^2, \dots, f_i^N), f_i^k: TxR^n \rightarrow R^{n_i},$$

$$\forall k = 1, 2, \dots, N, n_1 + n_2 + \dots + n_s = n, i = 1, 2, \dots, s.$$

f_i funktsiyalar barcha $t \in R$ da, faqat va faqat $x=0$ dagina

$$f(t, x)=0$$

shartni qanoatlantiradi.

$$x^i = (0^T, 0^T, \dots, x_i^T, 0^T, \dots, 0^T)^T, \quad i = 1, 2, \dots, s$$

belgilash kiritamiz,

$$g_i: \mathbb{T} \times \mathbb{R}^{n_i} \rightarrow \mathbb{R}^{n_i},$$

funktsiyani

$$g_i(t, x_i) = f_i(t, x^i)$$

tenglik bilan aniqlaymiz.

U xolda $(\hat{S}_i)$ i- erkin qism sistema

$$\frac{dx_i}{dt} = g_i(t, x_i), \quad (1.4)$$

bu yerda $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$,

$$f_i^*(t, x) = f_i(t, x) - g_i(t, x_i), \quad \forall i = 1, 2, \dots, s \quad (1.5)$$

ifoda yordamida aniqlangan f_i^* funktsiya (S) sistemani o'zining (S_i) i- qism sistemasiga ta'sirini ifodalaydi.

(1.4) va (1.5) ga asosan (1.3) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{dx_i}{dt} = g_i(t, x_i) + f_i^*(t, x), \quad \forall i = 1, 2, \dots, s \quad (1.6)$$

Agar

$$g = (g_1^T, g_2^T, \dots, g_s^T)^T, \quad f^* = (f_1^{*T}, f_2^{*T}, \dots, f_s^{*T})^T,$$

deb olsak, (0.6) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{dx}{dt} = g(t, x) + f^*(t, x), \quad (1.7)$$

D.S ni (1.6) ko'rinishda dekompozitsiya qilish nazariy bo'lib, amaliy tadbiqlarda bu bir muncha noqulaydir. Masalan (1.5) tenglik yordamida f_i^* funktsiyalarni har doim ham aniqlash qulay bo'lavermaydi. Shuning uchun (S) D.S ni dekompozitsiya qilishni qulaylashtirish maqsadida har bir s ta (S_i) qism sistemalardan iborat bo'lgan D.S bilan sxs tartibli matritsa o'rtasida quyidagicha o'zaro bir qiymatli mosli o'rnatamiz:

1. D.Sning $(\hat{S}_i)$ erkin qism sistemalarini matritsaning bosh diogonaliga mos qo'yamiz;

2. $(\hat{S}_i)$ qism sistemalarni $(\hat{S}_j)$ qism sistemaga ta'sirini ifodalovchi funktsiyani i-satr va j-ustun kesishgan joyga mos qo'yamiz. Natijada

matritsaning bosh diogonalida erkin qism sistemalar bo'lib, bosh dioganaldan tashqarida bu erkin qism sistemalar orasidagi to'g'ri va teskari bog'lanishlar bo'ladi.

Bunday moslik o'rnatilgandan keyin (1.1) sistema quyidagi ko'rishlarning biriga keladi:

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \quad (1.8)$$

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad (1.9)$$

$$\frac{dx}{dt} = A(x), \quad (1.10)$$

$$\frac{dx}{dt} = A(t, x), \quad (1.11)$$

bu yerda $A, A(t), A(x), A(t, x)$ -bosh diogonalga nisbatan simmetrik bo'lgan $s \times s$ tartibli kvadrat matritsalar.

(1.8), (1.9), (1.10), (1.11) sistemalarni dekompozitsiya qilish masalasi mos ravishda $A, A(t), A(x), A(t, x)$ -matritsalarini blok matritsalariga ajratish masalasi bilan teng kuchli bo'lgani uchun (S) D.Sni dekompozitsiya qilish masalasi matritsani blok matritsalariga ajratish masalasiga keladi.

Misol tariqasida (1.8) sistemani ba'zi xususiy xollarda dekompozitsiya qilish usullarini qarab chiqamiz. Faraz qilaylik, A matritsa markazga nisbatan simmetrik bo'lgan $s \times s$ o'lchovli kvadrat matritsa bo'lsin. U xolda (1.8) sistemani quyidagicha usullarda dekompozitsiya qilish mumkin:

1.Vertikal va gorizantal simmetriya o'qlarga nisbatan dekompozitsiya qilish. Bu xolda (1.8) sistema $n=2k$ da,

$$\begin{aligned} \dot{y} &= A_1 y + B_1 z, \\ \dot{z} &= B_1^0 y + A_1^0 z, \end{aligned} \quad (1.12)$$

ko'rinishga, $n=2k+1$ da esa

$$\begin{aligned} \dot{y} &= A_1 y + a_2 x_{k+1} + B_1 z, \\ \dot{x}_{k+1} &= a_1^T y + a_{k+1, k+1} x_{k+1} + (a_1^T)^0 z \\ \dot{z} &= B_1^0 y + a_2^0 x_{k+1} + A_1^0 z, \end{aligned} \quad (1.13)$$

ko'rinishga keladi. Bu yerda erkin qism sistemalar

$$\dot{y} = A_1 y, \quad (1.14)$$

$$\dot{z} = A_1^0 z, \quad (1.15)$$

$$\dot{x}_{k+1} = a_{k+1,k+1} x_{k+1}. \quad (1.16)$$

ko'rinishlarda bo'lib, A_1, B_1 - k-tartibli kvadrat matritsalar, A_1^0, B_1^0 - mos ravishda ularni markazga nisbatan transponirlangani, vektorlar esa

$$a_1 = (a_{k+1,1}, a_{k+1,2}, \dots, a_{k+1,k})^T, a_2 = (a_{k+1,k+2}, a_{k+1,k+3}, \dots, a_{k+1,n})^T, \\ y = (x_1, x_2, \dots, x_k)^T, z = (x_{k+2}, x_{k+3}, \dots, x_n)^T, x = (y^T, x_{k+1}, z^T)^T.$$

ko'rinishda aniqlangan.

(1.8) sistema muvozanat xolati turg'unligining yetarli shartlarini xosil qilish uchun, (1.12) sistema va (1.14), (1.15) qism sistemalarga mos Lyapunov matritsa funktsiyasi quyidagi ko'rinishda tanlanadi:

$$U_1(y, z) = \begin{pmatrix} v_{11}(y) & v_{12}(y, z) \\ v_{21}(y, z) & v_{22}(z) \end{pmatrix}, \quad v_{12} = v_{21}, \quad (1.17)$$

bu yerda $v_{11}(y) = y^T P_1 y$, $v_{22}(z) = z^T P_1^0 z$, $v_{12}(y, z) = v_{21}(y, z) = y^T P_2 z$, P_1, P_1^0 - bosh diogonalga nisbatan simmetrik bo'lgan musbat aniqlangan matritsalar, P_2 - o'zgarmas matritsa bo'lib, bularning barchasi k-tartibli matritsalaridir.

(1.13)sistema va (1.14), (1.15), (1.16) qism sistemalarga mos Lyapunov matritsa funktsiyasi esa, quyidagicha tanlanadi.

$$U_2(y, x_{k+1}, z) = (v'_{ij}), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad v'_{ij} = v'_{ji} \quad (1.18)$$

bu yerda

$$v'_{11} = v_{11}(y), \quad v'_{12} = \alpha_{12} x_{k+1} y, \quad v'_{13} = v_{12}(y, z), \quad v'_{21} = v'_{12}, \quad v'_{22} = \alpha_{22} x_{k+1}^2, \quad v'_{23} = \alpha_{23} x_{k+1} z, \\ v'_{33} = v_{22}(z), \quad v'_{31} = v'_{13}, \quad v'_{32} = v'_{23}, \quad P_1, P_1^0, P_2 \text{-matritsalar (1.17) dagidek aniqlanadi,} \\ \alpha_{22} > 0, \alpha_{12}, \alpha_{23} \text{-lar haqiqiy sonlar}$$

8. O'zaro muvozanatlashuvchi qism sistemalarga nisbatan dekompozitsiya qilish.

Bu xolda (1.8) sistema $n=2k$ da

$$\dot{y}_i = A_{ii}y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^k A_{ij}y_j, \quad i = 1, 2, \dots, k = \frac{n}{2} \quad (1.19)$$

ko'rinishga, $n=2k+1$ da esa,

$$\begin{aligned} \dot{y}_i &= A_{ii}y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^k A_{ij}y_j + a_i x_{k+1}, \quad i = 1, 2, \dots, k = \frac{n-1}{2}, \\ \dot{x}_{k+1} &= a_{k+1,k+1}x_{k+1} + \sum_{i=1}^k a_i y_i, \end{aligned} \quad (1.20)$$

ko'rinishga keladi. Bu yerda

$$\begin{aligned} A_{ii} &= \begin{pmatrix} a_{ii} & a_{i,n+1-i} \\ a_{i,n+1-i} & a_{ii} \end{pmatrix}, \quad A_{ij} = \begin{pmatrix} a_{ij} & a_{i,n+1-j} \\ a_{i,n+1-j} & a_{ij} \end{pmatrix}, \\ a_i &= (a_{i,k+1}, a_{i,k+1})^T, \quad a_j = (a_{k+1,j}, a_{k+1,j})^T, \\ y_i &= (x_i, x_{n+1-i})^T, \quad y = (y_1^T, y_2^T, \dots, y_k^T)^T, \quad i, j = 1, 2, \dots, k, \quad i \neq j, \end{aligned}$$

bo'lib, A_{ii} va A_{ij} lar matritsa markaziga nisbatan simmetrik bo'lgan matritsalaridir.

Bu xolda i - erkin qism sistemalar

$$\dot{y}_i = A_{ii}y_i \quad (1.21)$$

ko'rinishda bo'lib, ularning muvozanat xolati turg'unligini yetarli shartlari

$$a_{ii} < 0, \quad |a_{ii}| > |a_{i,n+1-i}|, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1.22)$$

shartlardan,

$$\dot{x}_{k+1} = a_{k+1,k+1}x_{k+1} \quad (1.23)$$

qism sistema uchun muvozanat xolat turg'unligining yetarli sharti

$$a_{k+1,k+1} < 0. \quad (1.24)$$

dan iborat bo'ladi. (1.19) va (1.20) sistemalar, hamda (1.21), (1.23) qism sistemalar uchun yuqoridagi kabi Lyapunov matritsa funktsiyalarini tuzish mumkin.

§1.3. Lyapunov matritsa funktsiyasi usuli.

Lyapunovning matritsa funktsiyasi usuli D.S lar turg'unligi masalasi bilan shug'ulanuvchi mutaxassislar tomonidan yaratilgan bo'lib, uning mohiyati quyidagicha: Avval (0.4) qism sistemalarning har biri uchun

$v_{ii}(t, x_i), i=1, 2, \dots, s$ Lyapunov funktsiyalari tuzilib, (S_i) va (S_j) qism sistemalar orasidagi ta'sirlarni ifodalovchi bog'lanishlarga mos

$$v_{ij}(t, x_i, x_j) = v_{ji}(t, x_i, x_j), i, j=1, 2, \dots, s$$

funktsiyalar shunday tanlanadiki, unda

$$U(t, x) = \begin{pmatrix} v_{11}(t, x_1) & v_{12}(t, x_1, x_2) & \dots & v_{1s}(t, x_1, x_s) \\ v_{12}(t, x_1, x_2) & v_{22}(t, x_2) & \dots & v_{2s}(t, x_2, x_s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{1s}(t, x_1, x_s) & v_{1s}(t, x_2, x_s) & \dots & v_{ss}(t, x_s) \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

matritsa funktsiya musbat aniqlangan bo'lsin. So'ngra (1.6) sistema uchun Lyapunov funktsiyasi (1.25) matritsa funktsiya va $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s)^T$ o'zgarmas vektor yordamida quyidagicha tuziladi:

$$V(t, x) = \eta^T U(t, x) \eta \quad (1.26)$$

(1.25) matritsa funktsiyaning musbat aniqlanganlik shartlaridan foydalanib, (1.26) skalyar funktsiyaning musbat aniqlanganlik shartini quyidagi ko'rinishda aniqlaymiz:

$$V(t, x) \geq \psi^T(x) H^T B H \psi(x) \quad (1.27)$$

bu yerda

$$\psi^T(x) = (|\psi_1(x)|, |\psi_2(x)|, \dots, |\psi_s(x)|), \quad H = H^T = \text{diag}(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s),$$

B- o'zgarmas matritsa bo'lib, uning elementlari (1.25) matritsa funktsiya elementlarini quyidan baxolashda xosil bo'ladigan o'zgarmaslarning algebraik yig'indisidan ibarat bo'ladi. (1.27) tengsizlikdan ko'rinadiki, agar V o'zgarmas matritsa musbat aniqlangan bo'lsa, (1.26) funktsiya ham musbat aniqlangan bo'ladi.

(1.26) funktsiyadan (1.6) sistema yordamida olingan to'la xosilani yuqoridan baxolab, quyidagi tengsizlikka kelimiz.

$$\dot{V}(t, x) \leq \psi^T(x) G \psi(x), \quad (1.28)$$

bu yerda G o'zgarmas matritsa bo'lib, uning elementlari (1.25) matritsa funktsiya elemenlaridan (1.4) qism sistemalar va (1.6) sistema yordamida olingan xosilalarni yuqoridan baxolash natijasida xosil bo'ladigan o'zgarmaslar va η_i , $i=1,2,\dots,s$ lar ishtirokida tuzilgan ifodalardan iborat bo'ladi. (1.28) dan ko'rinadiki, $\dot{V}(t, x)$ manfiy (yarim manfiy) aniqlangan bo'lishi uchun G -o'zgarmas matritsani manfiy (yarim manfiy) aniqlangan bo'lishi yetarlidir.

(1.27) va (1.28) tengsizliklardan foydalanib, (1.1) yoki (1.6) sistema muvozanat xolati asimptotik turg'unligi (turg'unligi)ning yetarli shartlarini quyidagicha ifodalaymiz.

Teorema 8.1. (1.1) tenglama bilan ifodalangan (S) D.S (1.6) ko'rinishda dekompozitsiya qilingan bo'lib, uning uchun (1.25) matritsa-funktsiya tuzilgan bo'lsin.

Agar V matritsa musbat aniqlangan bo'lib, G matritsa yarim manfiy (manfiy) aniqlangan bo'lsa, (1.1) sistema muvozanat xolati $x=0$ turg'un (asimptotik turg'un) bo'ladi.

Eslatma: A muammoni xal etishda (1.25) matritsa funktsiya bosh diogonalidagi $v_{ii}(t, x_i)$, $i = 1, 2, \dots, s$ elementlardan (1.4) qism sistemalar bo'yicha olingan xosilalar aloxida baxolanishi shart, chunki bu baxo yordamida $(\hat{S}_i)$, $i=1,2,\dots,s$ erkin qism sistemalarning turg'unligi masalasi xal etiladi. V muammoni xal etishda esa bunday baxolash shart emas.

II – BOB. DINAMIK SISTEMALARNI MODELLASHTIRISH

Dinamik sistemalarni modellashtirish bu- (tabiyatdagi turli hodisa va jarayonlar)ni ularning modellari yordamida tadqiq qilish, mavjud narsa va hodisalarning modellarni yasash va o'rganishdan iboratdir.

Modellashtirish uslubidan hozirgi zamon fanidan keng foydalanilmoqda. U ilmiy-tadqiqot jarayonini osonlashtiradi, ba'zi hollarda esa murakkab obektlarini o'rganishning yagona vositasiga aylanadi. Modellashtirish, ayniqsa mavhum obektlarni, olis-olislarda joylashgan obektlarni, juda kichik hajmli obektlarni o'rganishda ahamiyati kattadir. Modellashtirish uslubidan fizik, astronomik, biologik, iqtisod uchun xam foydalaniladi.

Matematik modellar tirik sistemalarning tuzilishi, o'zaro aloqalari va funksiyasi qonuniyatlarining matematik-mantiqiy, matematik tavsifidan iborat bo'lib, tajriba ma'lumotlariga ko'ra yoki mantiqiy asosda tuziladi, so'ngra ular tajriba yo'li bilan tekshirib ko'riladi. Biologik hodisalarning matematik modellarini kompyuterlarda hisoblash ko'pincha tekshirilayotgan biologik jarayonning o'zgirish xususiyati avvaldan bilish imkonini beradi. Shuni ta'kidlash o'rinliki, tajriba yo'li bilan bunday jarayonni o'tkazish ba'zan juda qiyin bo'ladi. Matematik va matematik-mantiqiy modellar yaratilishi takomillashtirilishi va undan foydalanish matematik hamda nazariy biologiyaning rivojlanishiga qulay sharoit yaratadi.

Matematik model deb, o'rganilayotgan obektning matematik formula yoki algoritm ko'rinishida ifodalangan xarakteristikalarini orasidagi funksional bog'lanishga aytiladi.

Masalan, ideal gazning matematik modeli gazning bosimi R , egallangan hajm va temperatura orasidagi funksional bog'lanishi ifodalaydigan formula (Klaapeyron formulasi)dan iborat.

Matematik modellashtirishda o'rganilayotgan tabiyatdagi jarayonlarining matematik ifodalari modellanadi. Matematik model olamning ma'lum hodisalari sinfining matematik belgilari bilan ifodalangan tarkibiy ifodasidir. Matematik

model olamni bilish, shuningdek oldindan aytib berish va boshqarishning kuchli usulidir.

Dinamik sistema matematik modelni tahlil qilish o'rganilayotgan hodisaning ichida kirish imkonini beradi. Hodisalarning matematik model yordamida o'rganish to'rt bosqichni amalga oshiriladi.

Birinchi bosqich dinamik sistema matematik modelining asosiy obektlarini boglovchi qonunlarini ifodalashdan iborat.

Ikkinchi bosqich D.S matematik modeldagi matematik masalalarni tekshirishdan iborat.

Uchunchi bosqichda qabul qilingan D.S. modelining amaliy mezonlarini qanoatlantirishi aniqlanadi, boshqacha aytganda, kuzatishlar natijasi modelning nazariy natijalari bilan kuzatish aniqligi chegarasida mos kelishi masalasi aniqlandi.

To'rtinchi bosqichda o'rganilayotgan hodisalar haqidagi ma'lumotlarning yig'ilishi munosabati bilan modelning navbatdagi tahlili amalga oshiriladi, takomillashtiriladi va aniqlashtiriladi.

Shunday qilib, modellashtirish usulining asosiy mazmunini obektni dastlabki o'rganish asosida modelni tajriba yuli bilan yoki nazariy tahlil qilish, natijalari haqidagi ma'lumotlar bilan taqqoslash, modelni tuzatish (takomillashtirish) tashkil etadi va hokazo.

§2.1. Dinamik sistemalarni matematik modellashtirish to'g'risida tushuncha.

Matematik modellardan foydalanish usullari to'rt qismga bo'linadi:

1. Hidravlik modellar. Bunday modellashtirish asosan suyuqlik kuchi bilan ishlaydigan apparat (idishlar) orqali hisoblanadi. Modellashtirishning bunday usuli suyuqliklarni o'lchashda qo'llaniladi.
2. Elektr tasvirlash modellari. Fizika sohasida qo'llanilib, elektr tarmog'i xarakteristikasi tarzida tasvirlanadi.
3. Qurilishlarda bajariladigan ishlarning bajarilish muddatini aniqlashga yo'naltirilgan matematik modellar deb ataladi.
4. Xalq xo'jaligining turli tarmoqlaridagi bajarilayotgan ishlar tengsizlik va tenglamalar sistemasiga mos matematik model olib kelinib, ular iqtisodiy-matematik modellar deb yuritiladi.

Matematik modellar o'z navbatida quyidagilardan iborat bo'ladi:

1. Statistik tahlil.
2. Imitasion modellashtirish.
3. Tarmoqli dasturlash.
4. Chiziqli dasturlash.
5. Ketma-ketlik nazariyasi.
6. Chiziqli bo'lmagan dasturlash.
7. Dinamik dasturlash.
8. O'yinlar nazariyasi.

Matematik modellashtirishning nazariy asoslari besh bosqichga bo'linib, amalga oshiriladi.

Birinchi bosqichda – jarayon sifat jihatdan tahlil qilinib, masala maqsadi o'rganilib, unga mos axborotlar to'planadi. Jarayonning mohiyatini nazariy asosda o'rganib, uning zarur ko'rsatkichlari aniqlanib, bu modellashtirish negizini tashkil etadi.

Ikkinchi bosqich – jarayonning optimallik mezoni hisoblanib, unda

hamma ishlar bir xil o'lchov birligiga keltiriladi, hamda mezon matematik funksiya ko'rinishida ifodalanib, argumentning ma'lum qiymatlarida yagona echimga ega bo'ladi.

Uchinchi bosqichda – matematik model matematik ifodalar ko'rinishida (tenglama va tengsizliklar sistemasi) tasvirlanib, ular chiziqli, kvadrat, chiziqli bo'lmagan, giperbolik va boshqa matematik ifodalarda yozilishi mumkin.

To'rtinchi bosqichda – shakllantirilgan modelning miqdoriy echimini aniqlaydigan usul tanlanadi. Matematik ifoda yordamida model bilan ifodalangan masalani echishda matematik modellashtirish metodlari qo'llaniladi (Iqtisodiy masalalarni echishda simpleks), ehtimollarda (O'yinlar nazariyasi). Masalaning maqbul echimini aniqlashda matematik dasturlash yoki boshqa usullardan foydalanish mumkin bo'ladi.

Matematik modellashtirishning **beshtinchi bosqichida** masalaning yagona (maqbul) yechimi miqdor va sifat jihatdan tahlil qilinib, ular o'rtasidagi nisbiy holat olinadi.

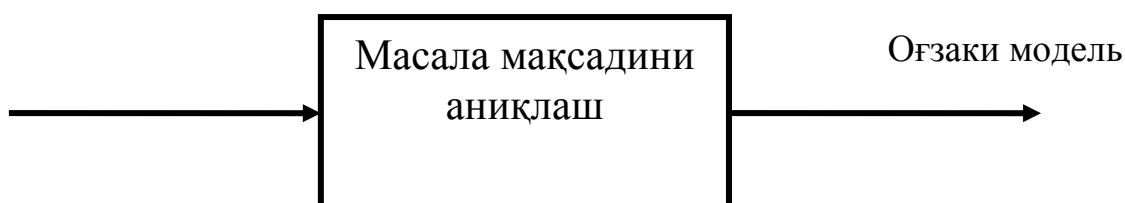
Masalalarni zamonaviy axborot texnologiyalari yordamida echish yaxshi natijalarni beradi, buning uchun:

- 1) matematik modelni echish uchun maxsus dastur ishlab chiqiladi;
- 2) asosan zamonaviy axborot texnologiyalarida murakkab masalalar yechiladi.

Amaliy tajribalar shuni ko'rsatadiki, masalalarning yechimini aniqlashda quyidagi bosqichlardan foydalanishni taklif yetamiz.

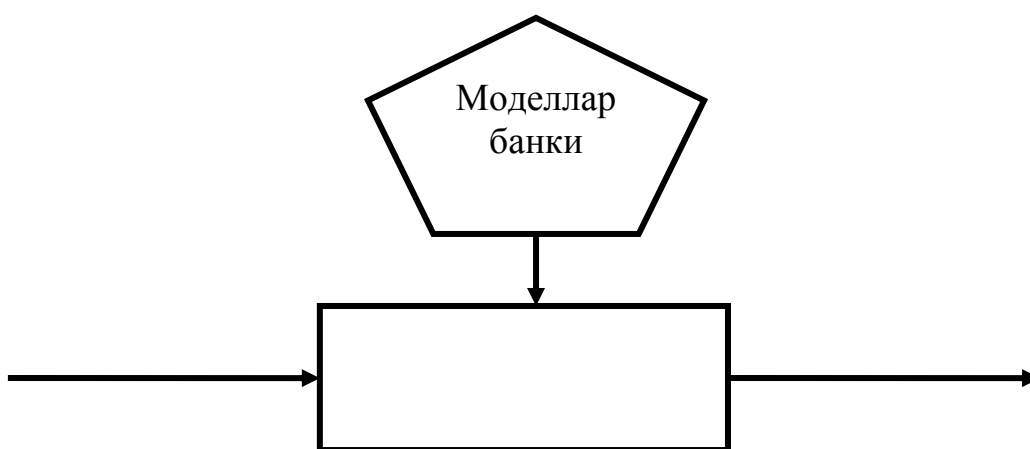
1-bosqich – masala maqsadini aniqlash.

Bu bosqichda masala maqsadini aniq va to'g'riligini ko'rsatgan holda vaqt, tushuncha, yozuvlar orqali aniqlashga harakat qilinadi.



2-bosqich – masalani yechish uchun matematik model tanlash;

Bunday holda masala aniq ko'rsatilsa, unda tayyor model tanlanadi, agarda aniq model mavjud bo'lmasa, u holda ushbu masalani yechishga mos model ishlab chiqiladi.



Modellar har xil bo'lishi mumkin fizik, analogik, matematiklar bo'lib, matematik modellar 3 guruhga bo'linadi, determinlovchi (aniqlovchi), staxostik va o'yinlar.

Determinlovchi (aniqlovchi) modellar asosiy ko'rsatkichlarga bog'liq holda aniqlaydi. Masalan: optimallashtirish masalalarida ayrim miqdorlar bo'yicha (harajatni kamaytirish yoki daromadni yuksaltirish).

Staxostik modellar aniq bo'lmagan yoki ehtimolli holatlarda ishlatilgan.

O'z foydasi uchun nazariy o'yin modellaridan foydalaniladi.

3-bosqich echimni aniqlashda kerakli boshlang'ich axborotlar izlanadi va tayyorlanib, aniq o'zgaruvchilar tanlanadi va og'zaki model asosida moslashadi.

4-bosqich – echimni testlashtirish – bunda echimni testlashtirib, testdan yaqinroq echim o'rganilayotgan mos kelish o'rganiladi.

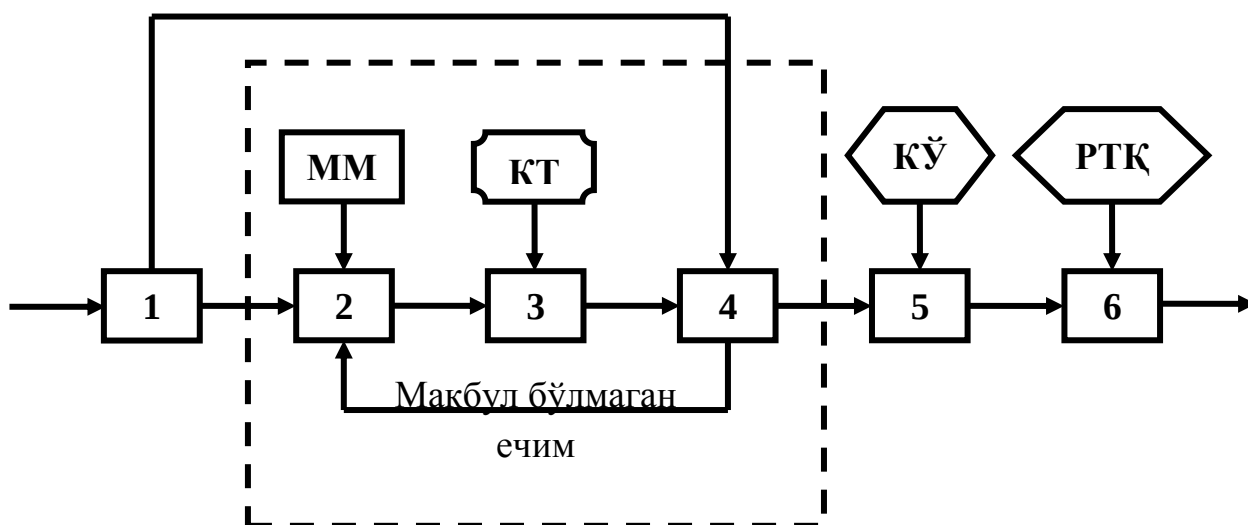
5-bosqich – nazoratni tashkil qilish.

Agar aniqlangan echim mos bo'lsa, uni nazoratini yo'lga qo'yishda to'g'ri

modeldan foydalanish kerak, asosiy masaladagi bunday nazariy, chegaralarini tartibini saqlashga mos modellardan foydalanishi boshlang'ich axborotlar aniqligi va olinadigan echimga bog'liq hisoblanadi.

6-bosqich – eng muhim va murakkab bo'lib – bunda inson asosiy rol o'ynagan holda, yechimni tadbiqui bilan ish yuritadi.

Quyidagi sxemadagi nuqtali chiziqlar yechimni aniqlash jarayonlari qismlarini ifodalab, bu masalani yechishning matematik xususiyatlarini belgilashda asosiy rol o'ynaydi.



Bunda MM – modellar majmuasi;
 KT – ko'rsatkichlarni tayyorlash;
 KO' – ko'rsatkichlarni o'zgartirish;
 RTQ – reklamani tashkil qilish.

Hayotda insoniyat xotirasiga bog'liq bo'lmagan holda uchraydigan usullar muvaffaqiyatli va hatto, o'z-o'zini kuzatish va tajribalar mavjud bo'lib, o'z faoliyatida har xil sohalarga mos muammolari yaxshi echimini topishga harakat qiladi.

Bunday yechimlarni aniqlash muammosi ko'p qirrali bo'lib, ularni har xil usullar bilan hal qilish kerakdir.

Kutilayotgan obektlarni chuqur va har tomonlama o'rganish maqsadida tabiatda hamda jamiyatda ro'y beradigan jarayonlarning modellari yaratiladi. Jarayon modelini tuzish modellashtirish deb ataladi. Modellashtirish metodlarini

ishlab chiqish bevosita kibernetika fanining rivojlanishi bilan bog'liq hisoblanadi. Masalalarni echimini topishda mashinalar, inson, murakkab holatlarda inson mashina tizimi qo'l kelib, bu esa o'z navbatida aniq echimni topishga yo'naltiradi. Hozirgi vaqtda amaliyot sohasida matematik modellardan foydalanib natija olinmoqda.

Jamiyatda uchraydigan jarayon va obektlari miqdoriy, bog'lanishlarning matematik ifodasi matematik model deb ataladi. Modelning hayotiyligi uning modellashtiriladigan obektga qanchalik mos kelishiga bog'liq. Bitta modelda obektning hamma tomonini aks ettirish qiyin bo'lganligidan unda obektning eng xarakterli va muhim belgilarigina aks ettiriladi. Binobarin, modelning to'g'riligi to'plangan ma'lumotlar hajmiga, ularning aniqlik darajasiga, tadqiqotchining malakasiga va modellashtirish jarayonida aniqlanadigan masalaning ko'lamiga bog'liq. Ma'lumki, tadbqiq aniq va ijtimoiy fanlar takomillashuvida xizmat qilib kelmoqda.

Matematika boshlang'ich tushunchalari, faqatgina ijtimoiy jarayonlarda emas, balki, mojaroli holatlar, o'zaro kelishmovchiliklar, kelishuv, ijtimoiy fikrlarni aniqlashda ham muhim ahamiyatga egadir.

Matematik modellarni ishlab chiqish va tahlil qilib, matematik usullarga tadbqiq qilinmoqda.

Jarayonlarni tahlil qilish sohasi XVIII-XIX asrlarda paydo bo'lib, ishni tashkil qilish va ishlab chiqarishda qo'llanila boshlanib, sanoat korxonalaridagi ko'pgina aniq masalalarni echimini topishda A.Smit, Charlz Bebbirt, F.Teylor, G.Gentlar ijobiy natijalarga erishganlar. 1840 yilda Buyuk Britaniyada Bebbirt usuli yordamida pochtdan yuboriladigan ma'lumotlarni qayta ishlab, uni ajratib, tezgina iste'molchiga yuborish yo'llari yaratilgan. XX asr boshlarida antogonik mojarolarni matematik modellashtirish artilleriyalar uchun F.Lanchester usulidan, investisiyani boshqarish nazariyasi bo'yicha F.Xarris usuli, maishiy xizmat sohasida A.Erling usullaridan foydalanilgan.

Ikkinchi jahon urushi davrida Angliya harbiylari tomonidan Shimoliy Atlantikani shturm qilishda S.Blejet usulini qo'llagan bo'lib, bu mashhur

«Blacked's Circus» operasiyasi deb nomlanib, unda matematik, fizik, biolog, geodez, astrologik hamda harbiylar ishtirok qilganlar.

Keyinchalik matematik modellashirish sohasida o'yinlar nazariyasi bilan D.Neyman chiziqli dasturlash sohasida D.Dansik, L.V.Kantorovichlar katta sohagi ilmiy izlanishlarni amalga oshirganlar.

Shuni ham ta'kidlab, o'tish kerakki, soddalashtirilgan matematik model qo'yilgan talablarga yaxshi javob bera olmaydi, o'ta murakkab model esa masalani yechish jarayonida ancha muammolar yaratadi.

§2.2. Aholining o'sish dinamikasini hisoblash modeli

Ayrim hollarda matematik modellar yaratish oson amalga oshiriladi. Masalan: XVIII asr o'rtalarida Markaziy Evropada cherkovlar mavjud bo'lib, ularga uning atrofidagi qishloq aholisi qatnaganlar. Cherkov muftisi fikriga ko'ra sig'inuvchilar soni oshib borgan bo'lib, uning fikricha sig'inuvchilarning soni oshishi keyinchalik cherkovga yana qo'shimcha xona qilish yoki yangisini qurish kerakligini anglatib, qaysidir kelajakda cherkov qurish kerakligini aytadi.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz, n – yil oxirida cherkovga keluvchilar sonini X_n bilan belgilasak, keyingi $(n+1)$ yilda ular soni X_{n+1} bo'lib, u holda ular o'rtasidagi farq $\Delta X_n = X_{n+1} - X_n$ (1) bilan ifodalanadi.

Bunda ikkita xolatni – aholi yo'nalishi va aholining o'limi e'tiborga olinadi. Shu sababli cherkov muftisi bu holatni quyidagicha ifodalaydi

$b_1 \dots b_n$ – aholining tug'ilishi

$d_1 \dots d_n$ – aholining o'limi

$x_1 \dots x_n$ – cherkovga qatnashganlar soni bo'lsa, ular o'rtasida munosabat quyidagicha bo'ladi.

$$\frac{b_1}{x_1}; \frac{b_2}{x_2} \dots \frac{b_n}{x_n}$$

$$\frac{d_1}{x_1}; \frac{d_2}{x_2} \dots \frac{d_n}{x_n}$$

O'z navbatida α va β o'zgarmaslarni kiritsak, n – yildagi tug'ilishlar soni

$$\alpha x_n$$

n - yildagi o'limlar soni

βx_n bilan ifodalanib, ular o'rtasidagi munosabat

$\alpha x_n - \beta x_n$ bo'lib natijada

$$\Delta X_n = \alpha x_n - \beta x_n$$

$$x_{n+1} = x_n + \alpha x_n - \beta x_n = x_n(1 + \alpha - \beta) \quad (\text{model yaratildi})$$

$$\gamma = 1 + \alpha - \beta$$

$$x_{n+1} = \gamma x_n$$

Agar $\gamma > 1$ ($\delta = \alpha - \beta > 0$ - tug'ilish ko'p)

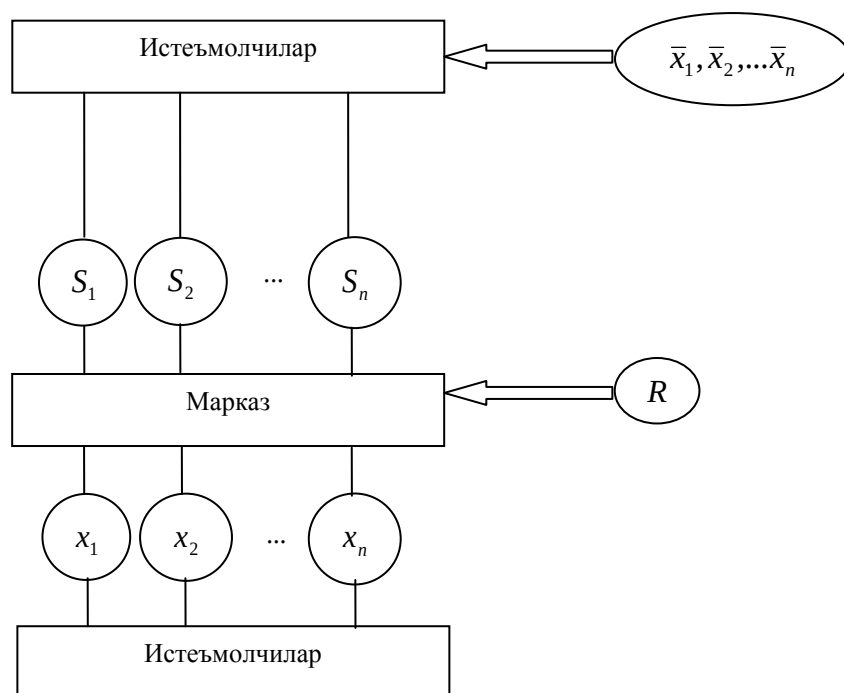
$$\gamma = 1 \quad (\delta = \alpha - \beta = 0 \text{ teng})$$

$\gamma < 1$ ($\delta = \alpha - \beta < 0$ o'lim ko'p hisoblandi)

Tashkiliy tizimlarni boshqarish

Tashkiliy tizim – bu odamlar to'plami va texnikalar hisoblanib, ular o'zaro funksional bog'liq hisoblanadi. Misollarda oila, firma, ta'lim muassasalari, shahar va mamlakatlar ishtirok etadi. Har qanday tizim elementlardan tashkil topadi. Bizga ma'lumki bunda 2 ta holat mavjuddir. Birinchi holatda tizim birorta aniq maqsadga yo'naltirilgan bo'lib, ikkinchi tomondan esa tizimda o'z foydasiga yo'naltirilib, bu o'yinlar nazariyasiga mos keladi va ikki o'lchamli modellar orqali ifodalanadi.

Masalan: n – iste'molchi bo'lib, u S_n markaz talabiga ko'ra mahsulot etkazish kerak bo'ladi, agar iste'molchi R xom-ashyo asosida mahsulot ishlab chiqarsa, qo'shimcha axborot asosida i – iste'molchi tomonidan talab qilinadigan xom-ashyo $X_i (i = \overline{1, n})$ bilan belgilanadi.



$\sum_{i=1}^n S_i \leq R$ bunda talab yuqori bo'lmagan markazdagi masalani yechishda $S_1=X_1, S_2=X_2, \dots, S_n=X_n$ bo'lib, har bir iste'molchi o'z talabiga nisbatan mahsulot oladi, agarda

$\sum_{i=1}^n S_i > R$ bo'lsa bunda, berilgan talab asosida amalga oshiriladi

To'g'ri tashkil qilish mexanizmi

Iste'molchining ustunligi, dastlab $S_i (i = \overline{1, n})$ talab bo'lib, markaz har bir iste'molchini talabini o'rganib chiqadi va uni $A_i (i = \overline{1, n})$ bilan ifodalaydi va shu asosda to'g'ri tashkil qilish mexanizmi ishlab chiqilib u asosida mahsulotni taqsimoti amalga oshiriladi va quyidagi qoida paydo bo'ladi.

$$X_i = \min \{S_i, \gamma, A_i S_i\} (i = \overline{1, n})$$

γ - hamma iste'molchilar uchun umumiy bo'lgan ko'rsatkich bo'lib, unda

$$\sum_{i=1}^n X_i = R \quad (2) \quad \text{shartda hamma mahsulot omborda qolmasdan taqsimot}$$

bo'ladi. (1) formulaga $A_1=A_2=\dots=A_n=1$ bo'lsa

$$X_i = \min \{S_i, \gamma, S_i\} = \gamma S_i (i = \overline{1, n})$$

$X_i = S_i$ bo'lish mumkin emas, chunki tanqislik holati mavjud bo'lmazligi shart.

$$\sum_{i=1}^n \gamma S_i = R \text{ bundan}$$

$$\gamma = \frac{R}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

Misol: 5 ta iste'molchi mahsulot uchun 5,8,12,7 va 8 holatda talabnoma bergan bo'lib, markazda esa taqsimlash uchun 32 miqdordagi mahsulot mavjud. Qanday qilib, to'g'ri tashkil qilish mexanizmi orqali qanday taqsimlash amalga oshiriladi.

Demak, berilganlar:

$$S_1 = 5, S_2 = 8, S_3 = 12, S_4 = 7, S_5 = 8, R = 32$$

$$\sum_{i=1}^5 S_i = 5 + 8 + 12 + 7 + 8 = 40 > 32 = R$$

Demak, bu yerda markazda tanqislik bo'lib $\gamma = \frac{32}{40} = 0,8$ bo'sh, talabnomalarni ko'paytirsak $X_1 = 0,85 = 4$

$$X_2 = 0,88 = 6,4$$

$$X_3 = 0,812 = 9,6$$

$$X_4 = 0,87 = 5,6$$

$$X_5 = 0,88 = 6,4$$

$$32$$

Bu yerda o'z navbatida birinchidan har bir iste'molchi talabidan kam mahsulot oladi. Ikkinchidan iste'molchi tanqislik holatini o'rgangan holda talabnoma bilan chiqishi kerak.

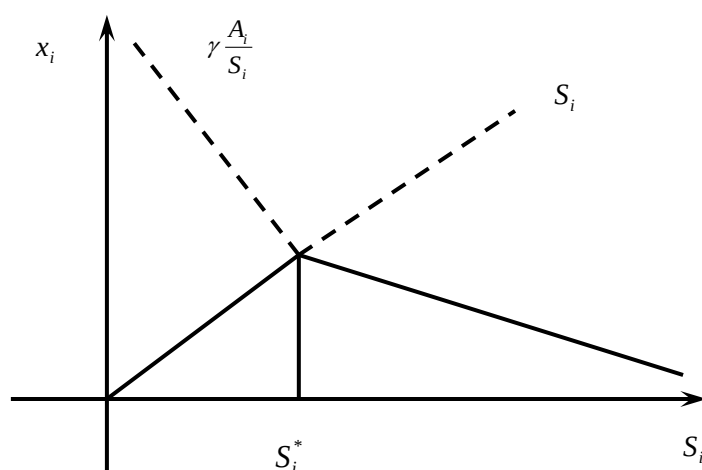
Teskari tashkil qilish mexanizmi

Iste'molchi mahsulotga talabnomani kam bergan holda, undan foydalanish samaradorligini oshirishga qaratadi. U holda mahsulotni taqsimoti quyidagi qoida asosida amalga oshiriladi.

$$X_i = \min \left\{ S_i, \gamma \frac{A_i}{S_i} \right\} (i = 1, n) \quad (3)$$

bunda γ orqali belgilanib, quyidagi $\sum_{i=1}^n X_i = R$ shart amalga oshiriladi, (3)

tenglikka asosan, S_i yuqori talabnomaga ko'ra kam mahsulot olish, ya'ni iste'molchi o'zi talab qilganiga nisbatan markazning X_i mahsulotini olish kerak bo'ladi.



i – iste'molchining S_i – talabnoma asosidagi mahsulotga asoslanib, X_i –dan maksimal mahsulot olishi shart. Rasmda ta x mahsulot S_i^* ($\cdot$) da bo'lib, unda tenglama

$$S_i^* = \gamma \frac{A_i}{S_i^*}$$

$$S_i^{*2} = \gamma A_i \Rightarrow S_i^* = \sqrt{\gamma A_i}$$

$$S_1^* = \sqrt{\gamma A_1}, S_2^* = \sqrt{\gamma A_2}, \dots, S_n^* = \sqrt{\gamma A_n}$$

$$x_1 = S_1^*, x_2 = S_2^*, \dots, x_n = S_n^*$$

bundan

$$R = \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n S_i^* = \sum_{i=1}^n \sqrt{\gamma A_i} = \sqrt{\gamma} \sum_{i=1}^n \sqrt{A_i}$$

$$\sqrt{\gamma} = \frac{R}{\sum_{i=1}^n \sqrt{A_i}}$$

Ochiq boshqarish mexanizmi

Bu mexanizmda mahsulot taqsimoti bir necha bosqichda amalga oshiriladi, jumladan birinchi bochiqichda iste'molchilari R/n teng taqsimlansa, agar ayrimlari ko'proq bo'ladi, agar kam bo'lsa R_1/n_1 va hakazo.

Misol: 8 ta iste'molchi 12,3,6,1,5,7,10,2 kabi taqsimot qilinib, markazda $R=40$ miqdorda mahsulot bo'lsin, taqsimotni ochiq boshqaruv mexanizmi asosida amalga oshiring

$$R/n = 5$$

$$S_1 = 12, S_2 = 3, S_3 = 6, S_4 = 1, S_5 = 5, S_6 = 7, S_7 = 10, S_8 = 2$$

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5$$

Bunda, 2,4,5 va 8 iste'molchilarni qanoatlantiradi

$$x_2 = 3, \quad x_4 = 1, \quad x_5 = 5, \quad x_8 = 2$$

$$R = 40 - 3 - 1 - 5 - 2 = 29 \Rightarrow n_1 = 4$$

$$\frac{R_1}{n_1} = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$$

$$S_1 = 12, \quad x_3 = 6, \quad x_6 = 7, \quad x_7 = 10 \quad R = 29$$

$$7\frac{1}{4} \quad 7\frac{1}{4} \quad 7\frac{1}{4} \quad 7\frac{1}{4}$$

$x_3=6, x_6=7$ ni qanoatlantiradi

$$x_3 = 6 \quad x_6 = 7 \quad R_2 = 29 - 6 - 7 = 16, \quad n_2 = 2$$

$$\frac{R_2}{n_2} = 8 \quad S_1 = 12, \quad S_7 = 10 \quad R = 16$$

$$8 \quad 8$$

$$\text{Demak } x_1 = 8$$

$$x_7 = 8$$

Umuman olg anda – $x_1 = 8, x_2 = 3, x_3 = 6, x_4 = 1, x_5 = 5, x_6 = 7, x_7 = 8, x_8 = 2$

Ochiq boshqarish va ekspertlar so'rovi n ta ekspertdan har biri $[d,D]$ kesmadan, S sonni tanlab, ekspert baholashdan keyingi echim x bo'lsin. Berilgan: S_i larga nisbatan x sonni aniqlash kerak bo'lib, ekspertlarning fikri oxirgi natijaga mos kelib,

$$\chi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i \text{ bilan hisoblanadi}$$

Har bir ekspertning fikri r_i bo'lsa, oxirgi baholash r_i fikrga to'g'ri kelib, $S_i \neq r_i$ bo'lish kerak

Misol: 3 ta ekspertning fikri $r_1=10$, $r_2=10$, $r_3=40$, bo'lib, agar har birining fikri tasdiqlansa u holda

$$\chi = \frac{10+10+40}{3} = 20$$

Agarda 3 ekspert $S_3=100$ baholashni quysa u holda

$$\chi = \frac{10+10+140}{3} = 40$$

r_3 ga mos keladi

§2.3. Suv saqlagichlardagi jarayonlarning dinamikasini modellashtirish

Daryodagi suv oqimini modellashtirish muammolarining rivojlanish yo'nalishlari qaraladi. Bunda suv oqimlarini shakllantirish matematik modellashtirish masalalarining shakllanish jarayonida va ularni echishda asosiy uch yo'nalish paydo bo'lgan. Bir-biridan bu yo'nalishlar dastlabki ma'lumotlardan foydalanish va tajriba o'tkazish natijasida olingan ma'lumotlardan foydalanish darajasi bilan farqlanadi. Suv resurslari bilan boshqarishga bog'liq bo'lgan matematik modellarning imkoniyatlari qaraladi. Bu bobda matematik modellashtirish bosqichlari qaralgan va matematik modelni tuzish jarayonini shartli turda bo'lishga bo'ladigan bosqichlari qaralgan. Modellashtirishning asosiy muammolarining biri bu matematik modelni tanlab olish masalasi bo'ladi, shu sababli bu bobda ushbu masala qaraladi.

Suv almashish sistemalarini modellashtirishda dinamik sistemalarning

apparatidan foydalanish ancha tabiiy bo'lib hisoblanadi. Qaralayotgan masalaning xarakteriga bog'liq xususiy xosilali tenglamalar, odatdagi differensial tenglamalar, ayirmali tenglamalardan foydalaniladi.

Agarda suv saqlagichlarni chekli o'lchamli maydonning nuqtalari sifatida qarasak, unda odatdagi differensial tenglamalardan va ayirmali tenglamalardan foydalangan ancha tabiiy hisoblanadi. Massa balansi saqlash prinsipidan foydalanib ikkinchi paragrafda differensial tenglamalar sistemasi tuzilgan. Bu sistema ierarxiyalik ko'rinishda joylashgan suv saqlagichlaridagi suv almashish dinamikasini tasvirlaydi. Ancha to'liq turda chiziqli sistema ko'rib chiqiladi. Bu sistema uchun statsionar suv rejimini aniqlash masalasi echiladi, kerakli suv rejimini ta'minlash uchun suvni oqizib yuborish parametri bilan boshqarish va statsionar suv rejimining turg'unligini tadqiq qilish masalasi qaraladi. Barcha natijalar koeffitsient turida olingan.

Daryodagi suv oqimlarini modellashtirish muammolari

Daryodagi suv oqimlarini shakllanishi jarayonida va matematik modellashtirish masalalarini echishda uchta asosiy yo'nalishi paydo bo'ldi. Ular bir-biridan dastlabki (aprior) va tajriba o'tkazish natijasida olingan ma'lumotlar bilan farqlanadi:

1) Hidrologik sistemaning strukturasi va uning parametrlari haqida ma'lumotlar modelni tuzishda foydalanilmaydi (bunda hidrologik sistema "qora quti" sifatida qaraladi)

2) Hidrologik sistemaning fizik tuzilishi to'liq aniqlanmagan va to'liq emas holatda tuziladigan modellar, biroq bunda bir qator aprior bog'liklar yoki gipotezaga asoslangan bog'liqliklar bor bo'lib ular modelning strukturasi va uning parametrlarini aniqlashda foydalanishga bo'ladi. Bunday modellarni konseptual modellar deb ataymiz.

3) Etarli darajada to'liq berilgan fizik va geologo – geografik ko'rinishga asoslangan va suv saqlagichlarning o'lchamli xarakteristikalariga va ularning qayta ishlash natijalariga suyanadigan modellar matematik modellar deyiladi.

Apriorli ma'lumotdan foydalanmay tuziladigan matematik modellar ancha sodda va universal turga ega bo'ladi, ayrim holatda ular jadval, grafiklar, chiziqli turdagi oddiy funksional munosabatlar turida va hokazo turlarda beriladi. Birinchi yunalishga tegishli bo'lgan modellarning parametrlarini aniqlash uchun identifikatsiyalashning universal usullaridan foydalanamiz. Matematik modelning parametrlarini kirish va chiqish kuzatishlari asosida hisoblashni identifikatsiya deb ataymiz. Kuzatishlar soni ko'p va modelning strukturasida oddiy bo'lgani sayin, bunday modellarning to'g'riligi va ishonchliligi yuqori bo'lishi aniq. Iqlimning o'zgarishining statik jarayonlarini, suv sathining holatini va boshqada suv xarakteristikalarini modellashtirishda, ya'ni ular vaqtga va fazodagi o'zgaruvchilariga bog'liq bo'lmagan holatda, qaralayotgan yunalish ancha yaxshi natijalar beradi. Parametrlarni identifikatsiyalash uchun foydalaniladigan matematik apparat sifatida, ko'p hollarda kichik kvadratlar usuli va uning turli xil modifikatsiyalaridan foydalaniladi.

Suv oqimini shakllantiruvchi konseptual modellari, qoida bo'yicha to'plangan parametrli modellar hisoblanadi. Modelning stukturasiga apriorli ma'lumotni kiritish ancha murakkab jarayonlarni ifodali ta'riflashga imkon beradi. Konseptual model tuzishning maqsadi qoida bo'yicha bir qator aniqlanmagan koeffitsientlari bilan massaning saqlanish konuni prinsipiga asoslanib matematik apparatni tanlab olishdan iborat bo'ladi. Dinamik jarayonlarni ta'riflashning ancha sodda va qulay apparati bo'lib odatdagi differensial tenglamalar yoki ayirmali differensial tenglamalar sistemasi hisoblanadi. Tenglamalarni massasining tengligi yoki bo'lmasa o'zgarish tezligiga asoslanib tuziladi. Bundan keyin tajriba natijasida olingan ma'lumotdan foydalanib, tenglamaning parametrlarini aniqlash ishlari olib boriladi, ya'ni modelning parametrlarini identifikatsiyalash masalasi echiladi. To'plangan parametrlariga ega ko'p parametri modellardan foydalanganda, ular o'z ichiga bir qator oddiy jarayonlarni ta'riflovchi erigan qor va yomg'ir suvlarining konseptual modellarini tuzishga imkoniyat beradi.

Konseptual modellarning asosiy afzalligi, bunda to'planuvchi parametri

dinamik sistemalarning matematik apparatidan foydalanib jarayonning dinamikasini ko'rib chiqish mumkin va turli xil darajada joylashgan suv saqlagichlar orasida suv almashishning turli xil o'zgarishlariga prognoz yasash imkoniyatidir. Baxtga qarshi, ushbu apparat urning murakkab relesini, balandligi va konfiguratsiyasi bo'yicha xisobga olishga imkoniyat bermaydi. Biroq bunga qaramasdan, konseptual modellari suv oqimini matematik modellashtirish imkoniyatini ancha kengaytirib, gidrologik jarayonlarni o'rganish vositasi sifatida ularning ilmiy ma'nosi va foydalanish sohalari baribir cheklangan bo'ldi.

Alohida bir xodisalarni modellashtirishda ancha yaxshi natija olishga bo'ladi, agarda xususiy xosilali differensial tenglamalar apparatidan foydalansak. Bu modellar urning konfiguratsiyasini, ayrim vaqtlari suv saqlagichlarning teranligini hisobga oladi. Ular jarayonning bir qator xarakteristikalarini vaqt bo'yicha, shuning bilan birga fazoda o'zgarish dinamikasi haqidagi ma'lumotlarni etarli darajada yaxshi ta'riflab beradi. Sonli tajribalarni o'tkazishda bu modellarga turli diskretizatsiyani foydalanib, bu bo'lsa chegaraviy shartlarini aniqlashda tajriba ma'lumotlaridan ancha to'liq foydalanish imkoniyatini beradi.

Matematik modelni yasashda, xususiy xosilali differensial tenglamalardan foydalanishning kamchilik tomoni, bunda hisoblash tajribasini yurgizish juda murakkab bo'ladi. Har bir masalani echish uchun, hisoblash matematikasi va dasturlashning barcha imkoniyatlar kompleksidan foydalanishga to'g'ri keladi. SHuning uchun masalaning echimi ko'p vaqt va mehnat talab qiladi. Murakkab ko'p o'lchamli masalalarni echishda, hisoblash xatoligi to'planib boradi va u olingan natijalarni noto'g'ri talqin qiladi.

Suv oqimini shakllantiruvchi fizika-matematik modellarni yasash, faqatgina gidrologiya nazariya bazasini rivojlantirish uchun zarur bo'lib qolmasdan, bu yangidan paydo bo'lgan amaliy masalalar, oldindan taxmin va o'tkazilgan xisoblashlarning aniqligiga va ishonchligiga qo'yilgan talablarni kuchaytirish uchun ham kerak bo'ladi. Suv oqimini tashkil qiluvchi mexanizmlarni

o'rganganimizda, tabiiy tajribalarga, shuning bilan birga laboratoriyalik va sonli tajribalarning natijalariga suyanishga bo'ladi. Suv oqimi shakllanishining zamonaviy ko'rinishiga asoslanib, sonli tajribalar yordamida tuzilgan fizika-matematik modellar, qabul qilingan faraz chegarasida turli xil jarayonlarning ahamiyatini tushuntirishga, ularni baholashga va qabul qilib olishga bo'ladigan soddalashtirishni tanlab olishga imkon beradi.

Baxtga qarshi, barcha olingan modellar tabiiy baxolashlar yurgizmay, suv oqimini shakllantiruvchi mexanizmlarning o'ziga xos o'zgachaliklari xaqida uzoq muddatli prognoz qilish darajasigi xali ham etishilmadi. SHuning uchun xalq-xo'jaligi sohasiga tegishli bo'lgan turli xil muammolar bo'yicha aniq bir echim ishlab chiqish uchun, ishlab chiqilgan matematik modellardan foydalanib, tadqiqotchining tajribasidan va tabiiy baxolashlarning yig'indisi bo'yicha olingan takliflarni tahlil qilib qo'llanma sifatida olamiz.

Modelning tuzilishi va ma'lumotlar

Ba'zi vaqtdagi rologiyada matematik modellarning strukturasini tanlab olishda bir qator qarama-qarshilik tendensiyalar chiqib turadi.

1) Maksimal darajada umumlashgan matematik modellarni ishlab chiqishga intilish. Barcha kuzatish hodisalarni va tadqiqotchini qiziqtiruvchi faktorlarni imkoniyati boricha modelga kiritadi. Asosiy qo'yilgan maqsadi bo'yicha tuzilgan model barcha mumkin bo'lgan voqealar va tasirlarni tadqiq qilishga yordam berishi kerak.

2) Kelib chiqqan model bo'lak bir voqea va jarayonlarni juda aniq tasvirlab berishi kerak. Bu holatda modelning tuzilishi fizik va tabiiy qonuniyatlarni ancha to'liq xisobga olib, shuning bilan birga faqat ushbu voqea yo bo'lmasa obe'ktlarning xususiyatlariga mos bo'lgan, jarayonning belgili o'lgangan xarakteristikalarini xisobga olishi kerak.

Birinchi ikki tendensiyalar ko'pincha bir-biriga qarama-qarshi bo'lib qolishi uchrab turadi. «Barchasini xisobga oluvchi» katta modelni tuzish asosan uncha ahamiyatli emas tobelikga olib keladi. Matematik modelning murakkabligi ko'p miqdorli hisoblash xatoliklariga olib keladi va ular

o'lchamining kattalashishi bilan keskin o'suvchi bo'ladi. Modelning effektivligini baholashda bifurkatsiya yuz beradi. U qanchalli katta va aniq bo'lgani sari, uning yordamida olingan natija ham shunchalli past bo'ladi.

Modelning strukturasini tanlashda modelni tuzish uchun foydalanadigan ma'lumotlar hajmi va uni olish imkoniyati ahamiyatli hisoblanadi. Matematik modelni ishlab chiqishda bir tarafdin, tadqiqotchining ishlash tajribasidan va matematik bilimiga, ikkinchi tarafdin foydalanishga olingan ma'lumotlarning hajmi va sifatiga bog'liq bo'ladi. Ob'ektning ish-harakatini ekstrapolyasiyalash uchun, ya'ni har qanday holatlarda ob'ektning ish harakatin oldindan aytish uchun modeldan foydalaniladi. Biroq kiritilgan ma'lumotdan ko'p ma'lumotni modeldan olishga bo'lmaydi. Tuzilgan matematik model yordamida olingan ma'lumot modelning ichida saqlanayotgan ma'lumotdan ko'p bo'lishi mumkin emas. Matematik modelda saqlanuvchi ma'lumotlar, modelning strukturasiga kiritilgan aprior ma'lumotdan tuzilgan bo'lib va modelning parametrlarida saqlanib turgan ma'lumotdan iborat bo'ladi, ular bo'lsa ob'ekt yo bo'lmasa uning bo'lak bo'limlarining ish harakat rejimlarini kuzatishdan aniqlangan bo'ladi.

Ba'zi-bir farazlarda, maksimal darajadagi adekvatlikni ta'minlovchi modelning strukturasin tanlab olish bilan modelning parametr turlarini va sonini aniqlash masalasi zich bog'liqlikda bo'ladi. Qoida buyicha, o'lchovlarni kuzatish asosida parametrlar aniqlanadi. Ularni hisoblab chiqarishda identifikatsiyaning turli xil matematik usullari qo'llaniladi.

Yig'ilgan tajriba materiallar asosida sistemaning holati haqida ma'lumot beruvchi nazariy natijalari paydo bo'lishi mumkin deb hisoblanadi. Lekin bir qator holatlarda teskarisi bo'lishi ham mumkin. Modelni tuzish uchun, eksperimental materiallarning hajmi prinsipial ahamiyatga ega bo'lmaydi. SHuning bilan u aniq nazariy konsepsiyaga mos turda o'tkazilsa, unda nazariya o'zining eksperimental bilimiga asoslanganligiga o'xshab, eksperiment ham qanoatlantiradigan natija beradi.

Muhandislik gidrologiyasida suv saqlagichlar yo bo'lmasa daryoning bir

uchastkasi, odatda bo'lishtirilgan yo bo'lmasa to'planuvchi o'zgaruvchilar va parametrlar sistemasi deb karaladi. Parametrlarni aniqlash uchun yopiq stvor uchun suv rejimini kuzatish natijalari foydalaniladi. Bu parametrlari turli xil fizik va texnik interpretatsiyalarga ega bo'lishi mumkin, ularning haqiqiy xarakteristikalariga yaqinligi matematik modelning haqiqiy jarayonga yaqinligi bilan aniqlanadi. Soddashtirilgan modellarda, ular odatda birdan bir necha faktorlarning ta'sirin ko'rsatadi va ularni o'lchash uchun oddiy bo'lgan miqdorlar orasidagi moslikni o'rnatishga imkoniyat beruvchi umumlashgan koeffitsientlar deb qarashga to'g'ri keladi. O'lchangan ma'lumotlar asosida uncha katta bo'lmagan sondagi parametrlarni hisoblash va an'anaviy matematik usullarni qo'llanish qiyinchiliklarini tug'dirmaydi.

U yoki bu modelning effektivligi birinchi navbatda modelning strukturasiga va shuning bilan birga parametrlarni aniqlash to'g'riligiga bog'liq hisoblanadi. Agar modelning turi xato tanlansa, unda parametrlar sonlarining ko'payishi jarayonni to'liq va aniq tasvirlanishiga qaramasdan qoniqarsiz natijalarga olib keladi. Sababi parametrlar ancha xatoliklar bilan aniqlangan bo'ladi. SHuning bilan birga parametrlardan chiziqli bog'liqlikda bo'lgan, modellar uchun parametrlarni topishning etarli darajadagi aniqligini ta'minlovchi usullar mavjud bo'ladi.

Tajribaning ko'rsatib turganidek, suv rejimini kuzatishlarda foydalanishga asoslangan modellarni yaratish ushbu kuzatishlar orqali parametrlarni aniqlash usuliga bog'liq bo'lib keladi.

Suv saqlagichning yopiq stvor suv rejimidan olingan kuzatishlarni foydalanish suv saqlagichda oqimni shakllantirishning matematik modelini tuzishni identifikatsiyaning sodda masalasiga olib keladi. Dinamik sistemaning kirish va chiqishini kuzatish asosida matematik modelini tuzish keng ma'noda identifikatsiya deb qabul qilingan. Bu masala o'z ichiga matematik modelni qanday qilib tuzishni kiritadi, ya'ni tenglamalar va bog'liqliklarni umumiy turini tanlash va tanlangan yoki oldindan berilgan tengliklar sistemalarining parametrlarini aniqlash. Identifikatsiyani qisqa ma'noda berilgan strukturadagi

modelning parametrlarini aniqlash tushuniladi.

Gidrologiyada ko'llaniladigan asosiy matematik modellardan biri dinamik sistemaning modellari hisoblanadi. Bu birinchi navbatda vaqt va fazoda jarayonlarning o'zgarishiga bog'liqdir. SHuning uchun fazodagi o'zgaruvchilarning o'zgarishini modellashtirish uchun xususiy tartibdagi tenglamalar sistemasi qo'llaniladi, aniq o'zgaruvchiga ega jarayonlarni modellashtirish uchun oddiy differensial, chekli ayirmali yo bo'lmasa funksional-differensial tenglamalar qo'llaniladi.

Adekvatsizlikning asosiy bo'limi tabiiy jarayonga matematik modelning ish harakatining to'liq mos emasligidan kelib chiqadi. Bu aniq emaslikning ikkinchi qism bo'lagi vaqt va fazoda dastlabki o'lchamlarning etarlicha to'liq emas o'lchanishi bilan yakunlanadi, ya'ni butun jarayonni aniqlashga imkon bermaydi. Ba'zi bir holatlarda agar qo'polroq modellarga o'tishda, ya'ni qaralayotgan jarayonning tadqiqotchini ko'proq qiziqtiruvchi ko'rinishlarni ta'riflashga o'tilsa, aniq emaslikdan qutulishga bo'ladi. Qo'polroq modellar katta aniqlilikni beradi va o'zgaruvchan spektrning ba'zi-bir bo'laklariga uncha sezgir bo'lib qolmaydi.

Suv oqimining matematik modeli tanlab olishda, undagi fizik jarayonlarning to'liq va aniq ta'riflashini hisobga olish bilan birgalikda, bu modelning parametrlarini aniqlash uchun, uning ma'lumot bilan ta'minlanganligini hisobga olish ahamiyatli hisoblanadi.

Ma'lumot bilan ta'minlanganligi hisobga olish ko'z qarashidan, modellarni sodda qilib tanlab olish maqsadga muvofiq bo'ladi. Ayniqsa, suv saqlagichlarning xarakteristikalarini o'lchash natijalari ishonchsiz yo bo'lmasa umuman yo'q bo'lsa va modelning parametrlari suv rejimini kuzatish bo'yicha aniqlanadi. Sodda modelning parametrlari yuqori aniqligi bilan aniqlanganligi sababli, bu modellar yaxshi natija berishi mumkin.

Suv saqlagichlar sistemasining ish-harakat dinamikasini differensial tenglamalar yordamida modellashtirish

Daryo va ko‘llardagi suvlarning mexanik o‘rin almashtirish natijasidagi dinamikasining matematik modelini tuzish prinsiplarini ko‘rib chiqamiz.

Qor va muzlarning erishidan, yog‘ingarchilikdan, er yuzasiga tushadigan suv oqimga aylanadi. Jarayonni modellashtirish masalasi kelib tushishi funksiyasini, oqim funksiyasigi turlantiruvchi operatorni tuzishdan iborat.

Jarayonning fizik tabiatini tahlillash va gidrodinamik tenglamalarning strukturasi umumiy holatda model murakkab va evolyusiyalanuvchi geometrik sohadagi ko‘p sondagi chiziqli emas xususiy xosilali differensial tenglamalar sistemasi bo‘lishini ko‘rsatadi.

Ba’zi-bir holatlarda bu jarayonni odatdagi differensial tenglamalar sistemasigi o‘tish natijasida soddalashtirishga bo‘ladi. Bunda suv basseyanni alohida uchastkalarga ajratib va har bir uchastkadagi suvning miqdori $t \geq 0$ vaqtning o‘zgarishi bilan o‘zgarib turadi.

Quyidagi berilgan modelni ko‘rib chiqamiz. Umumiy suv basseyin bir bosqichda ierarxialik joylashgan $S_i, i = \overline{1, n}$ qism sistemalardan tuzilgan $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ sistemasi ko‘rinishida bo‘ladi.

Har bir suv saqlagichlar joylashgan bosqichlar oraliq suvning harakati bir tarafga yonaltirilgan. Sistemada teskari bog‘liqliklar (oqimga qarshi yunalish) yo‘q.

Har bir bosqichni alohida ko‘rib chiqamiz. Har bir $S_i, i = \overline{1, n}$ qism sistemasi o‘zaro bog‘liq $A_{ij}, j = \overline{1, n}$ suv saqlagichlarning to‘plami bo‘ladi. Bularning har birida $x_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ miqdorda suv bor.

Har bir $S_i, i = \overline{1, n}$ qism sistemasida ichki suv almashish jarayoni kvadrat antisimmetrik martitsasi bilan beriladi.

$$Q_i(x_i) = \begin{bmatrix} 0 & q_{i2}^1 & q_{i3}^1 & \cdot & \cdot & \cdot & q_{im_i}^1 \\ q_{i1}^2 & 0 & q_{i3}^2 & \cdot & \cdot & \cdot & q_{im_i}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{i1}^{m_i} & q_{i2}^{m_i} & q_{i3}^{m_i} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Bunda q_{ik}^s elementlari A_{ik} rezervuariga A_{is} rezervuaridan kelib tushadigan (yo bo'lmasa bir birlik vaqt momentida oqib ketadigan) suvning miqdori bilan aniqlanadi. S_i qism sistemaning A_{ik} rezervuariga kelib tushadigan suvning miqdori

$$q_{ik} = \sum_{s=1}^{m_i} q_{ik}^s \quad (2.3)$$

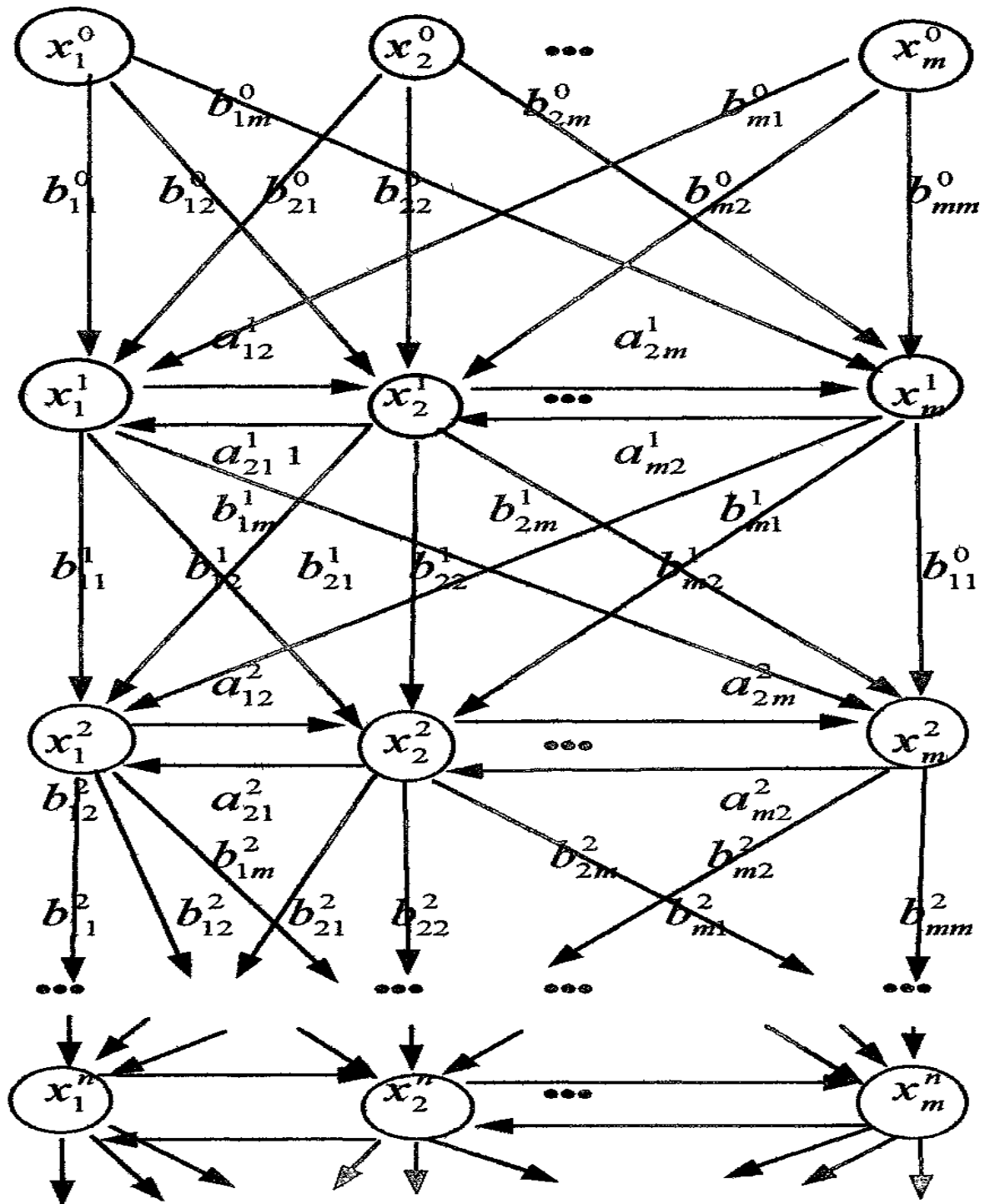
teng bo'ladi.

Belgilashlarni kiritamiz $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im_i})^T$,

$q_i(x_i) = (q_{i1}(x_i), q_{i2}(x_i), \dots, q_{im_i}(x_i))^T$, shunda i -bosqichdagi ichki suv almashish jarayoniga ega bo'lamiz, ya'ni S_i qism sistemaning suv saqlagichlariga kelib tushadigan suvning miqdori $q_i(x_i)$ vektori bilan aniqlanadi va uning elementlarining yig'indisi nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$\sum_{k=1}^{m_i} q_{ik}(x_i) = 0$$

bo'ladi.



II. Tashqaridan kelib tushadigan suvning miqdori

$$q_i^*(t) = (q_{i1}^*(t), q_{i2}^*(t), \dots, q_{im_i}^*(t))^T \quad (2.4)$$

vektorlari bilan beriladi. Bu vektorlari berilgan deb hisoblaymiz va ular bir vaqt momentida mos suv saqlagichlariga kelib tushadigan suvning miqdorini aniqlaydi.

III. S_{i-1} qism sistemasining S_i sistemasiga kelib tushadigan suvning miqdori $m_{i-1} \times m_i$ to'g'ri burchakli matritsa bilan aniqlanadi.

$$R_{i-1}(x_{i-1}) = \begin{bmatrix} r_{i-1,1}^1(x_{i-1,1}) & r_{i-1,2}^1(x_{i-1,1}) & \dots & r_{i-1,m_i}^1(x_{i-1,1}^1) \\ r_{i-1,1}^2(x_{i-1,2}) & r_{i-1,2}^2(x_{i-1,2}) & \dots & r_{i-1,m_i}^2(x_{i-1,2}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{i-1,1}^{m_{i-1}}(x_{i-1,m_{i-1}}) & r_{i-1,2}^{m_{i-1}}(x_{i-1,m_{i-1}}) & \dots & r_{i-1,m_i}^{m_{i-1}}(x_{i-1,m_{i-1}}) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Bu matritsaning $r_{i-1,k}^s$ elementlari $i-1$ bosqichidagi S – o'rnida joylashgan suv saqlagichidan, ya'ni $A_{i-1,s}$ – dan, k o'rnida joylashgan i bosqichidagi A_k suv saqlagichiga bir birlik vaqt oralig'ida kelib tushadigan suvning miqdorini aniqlaydi. A_k suv saqlagichiga kelib tushadigan suvning umumiy yig'indisi $r_{i-1,s}^s(x_{i-1})$ teng bo'ladi, bu erda

$$r_{i-1,k}(x_{i-1}) = \sum_{s=1}^{m_{i-1}} r_{i-1,k}^s(x_{i-1,s}).$$

barcha kelib tushadigan suvning miqdori sirdan kelib tushadigan suv miqdorining vektorini paydo qiladi

$$r_{i-1}(x_{i-1}) = (r_{i-1,1}(x_{i-1}), r_{i-1,2}(x_{i-1}), \dots, r_{i-1,m}(x_{i-1}))^T. \quad (2.6)$$

IV. Birinchi bosqichga tashqaridan kelib tushadigan suvning miqdori, komponentlari $r_{0k}(t)$, $k = \overline{1, m_1}$ belgili bo'lgan, quyidagi vektor bilan beriladi.

$$r_0(t) = (r_{01}(t), r_{02}(t), \dots, r_{0m_1}(t))^T \quad (2.7)$$

Matematik modelni tuzishda har bir bosqichdagi suv almashish dinamikasi

tenglamasi differensial tenglamalar sistemasi, ya'ni

$$\dot{x}_i = r_{i-1}(x_{i-1}) - r_i(x_i) - q_i(x_i) + q_i^*(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.8)$$

ta'riflanadi deb taxmin kilamiz.

Bu matematik model massaning o'zgarishi tezligi balansi tamoyiliga asoslanib hisobga olgan holda tuziladi. Sababi har bir suv saqlagichlardagi suvning miqdorining o'zgarishi tezligi kelib tushadigan suvning miqdoriga proporsional bo'ladi degan tasdiqlashga asoslanadi. Aniq bir farazlarda, ya'ni jumladan o'rnatilgan rejimlarning kichik atrofida, bu farazlar to'g'ri bo'ladi va keng turda qo'llaniladi.

Demak, $S=\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ bir-biri bilan bog'liq suv saqlagichlar sistemasining dinamikasi differensial tenglamalarning blok sistemi bilan ta'riflanadi, ya'ni

[illegible]

har bir qism sistemasi quyidagi turda bo‘ladi:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i1} &= \sum_{s=1}^{m_{i-1}} r_{i-1,1}^s(x_{i-1,s}) - \sum_{s=1}^{m_i} r_{i,1}^s(x_{i,s}) - \sum_{s=1}^{m_i} q_{i,1}^s(x_{i,s}) + q_{i,1}^*(t) \\ \dot{x}_{i2} &= \sum_{s=1}^{m_{i-1}} r_{i-1,2}^s(x_{i-1,s}) - \sum_{s=1}^{m_i} r_{i,2}^s(x_{i,s}) - \sum_{s=1}^{m_i} q_{i,2}^s(x_{i,s}) + q_{i,2}^*(t) \\ \dot{x}_{im_i} &= \sum_{s=1}^{m_{i-1}} r_{i-1,m_i-1}^s(x_{i-1,s}) - \sum_{s=1}^{m_i} r_{i,m_i}^s(x_{i,s}) - \sum_{s=1}^{m_i} q_{i,m_i}^s(x_{i,s}) + q_{i,m_i}^*(t)\end{aligned}\tag{2.10}$$

(2.9), (2.10) tenglamalar formasida yozilgan S sistemaning dinamikasining matematik modeli etarli darajada umumlashgan hisoblanadi. Agarda $r_{ik}^s(\cdot), q_{ik}^s(\cdot), q_{ik}^*(\cdot)$ funksiyalarining turlariga ba'zi-bir aniq taxminlarda uni aniq ishga oshirish mumkin bo'ladi.

Suv saqlagichlar sistemasi dinamikasining chiziqli modeli

Ancha sodda va etarli samarali bo‘lib chiziqli turdagi matematik model hisoblanadi. U fazolik koordinatalar funksiyasi o‘zining argumentlariga chiziqli

bog'liqlikda bo'ladi deb taxmin kilamiz. Bu holatda quyidagiga ega bo'lamiz.

1. $m_i \leq m \quad i = \overline{1, n}$ bo'lgani sababli, unda vektorlarning mavjud bo'lmagan elementlarini nol bilan to'ldirib boramiz. SHunda har bir S_i qism sistemasi $A_{ij}, i = \overline{1, m}$ suv saqlagichlariga ega bo'ladi. $x_i, q_i(x_i), q_i^*(t), r_0(t)$ vektorlari mos turda m o'lchamiga ega bo'ladi. Bunday tahmin kulay bo'ladi va aytarli darajadagi o'zgarishlar kiritmaydi.

2. S_i qism sistemasining $m_i \leq m$ da Q_i ichki suv almashish matritsasining quyidagi turiga ega bo'ladi

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & q_{i2}^1 x_{i1} - q_{i1}^2 x_{i2} & \dots & q_{im}^1 x_{i1} - q_{i1}^m x_{im} \\ -q_{i2}^1 x_{i1} + q_{i1}^2 x_{i2} & 0 & \dots & q_{im}^2 x_{i2} - q_{i2}^m x_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -q_{im}^1 x_{i1} + q_{i1}^m x_{im} & -q_{im}^2 x_{i2} + q_{i2}^m x_{im} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

A_{ik} suv saqlagichiga kelib tushadigan barcha suvning yig'indisi mos turda

$$q_{ik} = \sum_{s=1}^m (q_{ik}^s x_{is} - q_{is}^k x_{ik})$$

bo'ladi.

3. S_{i-1} qism sistemasining yuqori bosqichdan kelib tushadigan suvning miqdori $m \times m$ o'lchamli R_{i-1} matritsasi bilan aniqlanadi. Bu matritsa quyidagicha bo'ladi

$$R_{i-1}(x_{i-1}) = \begin{bmatrix} r_{i-1,1}^1 x_{i-1,1} & r_{i-1,2}^1 x_{i-1,1} & \dots & r_{i-1,m}^1 x_{i-1,1} \\ r_{i-1,1}^2 x_{i-1,2} & r_{i-1,2}^2 x_{i-1,2} & \dots & r_{i-1,m}^2 x_{i-1,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{i-1,1}^m x_{i-1,m} & r_{i-1,2}^m x_{i-1,m} & \dots & r_{i-1,m}^m x_{i-1,m} \end{bmatrix}.$$

va A_{ik} suv saqlagichiga kelib tushadigan umumiy suvning miqdori

$$r_{i-1,k} = \sum_{s=1}^m r_{i-1,k}^s x_{i-1,s}.$$

4. Yuqorida keltirilgan taxminlarga asoslangan S_i qism sistemasining dinamikasi quyidagi tenglamalar bilan ta'riflanadi.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i1} &= \sum_{s=1}^m r_{i-1,1}^s x_{i-1,s} - \sum_{s=1}^m r_{i,1}^s x_i^s - \sum_{s=1}^m (-q_{is}^1 x_{i1} + q_{i1}^s x_{is}) + q_1^*(t) \\ \dot{x}_{i2} &= \sum_{s=1}^m r_{i-1,2}^s x_{i-1,s} - \sum_{s=1}^m r_{i,2}^s x_i^s - \sum_{s=1}^m (-q_{is}^1 x_{i2} + q_{i2}^s x_{is}) + q_2^*(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{im} &= \sum_{s=1}^m r_{i-1,m}^s x_{i-1,s} - \sum_{s=1}^m r_{i,m}^s x_i^s - \sum_{s=1}^m (-q_{is}^1 x_{im} + q_{im}^s x_{is}) + q_m^*(t)\end{aligned}$$

$$R_i = \begin{bmatrix} r_{i,1}^1 & r_{i,2}^2 & \dots & r_{i,1}^m \\ r_{i,2}^1 & r_{i,2}^2 & \dots & r_{i,2}^m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{i,m}^1 & r_{i,m}^2 & \dots & r_{i,m}^m \end{bmatrix}, \quad x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ \dots \\ x_{im} \end{bmatrix},$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & q_{i2}^1 & q_{i3}^1 & \dots & q_{im}^1 \\ q_{i1}^2 & 0 & q_{i3}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{i1}^m & q_{i2}^m & q_{i3}^m & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad q_i^*(t) = \begin{bmatrix} q_{i1}^*(t) \\ q_{i2}^*(t) \\ \dots \\ q_{im}^*(t) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{Q}_i = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m q_{is}^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^m q_{is}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^m q_{is}^m \end{bmatrix}, \quad q_{is}^k(t) = 0, \quad s = k$$

43

vaqtga bog‘liq bo‘lmaydi deb taxmin qilsak, ya’ni

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & 1 \end{bmatrix}, \quad x_0 = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ . \\ x_{0m} \end{bmatrix}, \quad q_i^* = \begin{bmatrix} q_{i1}^* \\ q_{i2}^* \\ . \\ q_{im}^* \end{bmatrix}$$

bo‘lsa, unda chiziqli statsionar bir xil emas differensial tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz

$$\dot{x}_i = R_{i-1}x_{i-1} - R_i x_i + \tilde{Q}_i x_i - Q_i^T x_i + q_i^*,$$

yo bo‘lmasa bloklab yozsak, unda u quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = R_0 x_0 + (\tilde{Q}_1 - Q_1^T - R_1)x_1 + q_1^* \\ \dot{x}_2 = R_1 x_1 + (\tilde{Q}_2 - Q_2^T - R_2)x_2 + q_2^* \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\ \dot{x}_n = R_{n-1}x_{n-1} + (\tilde{Q}_n - Q_n^T - R_n)x_n + q_n^* \end{cases}.$$

Endi statsionar suv almashish jarayonini aniqlash va uning turg‘unligini tadqiq qilish masalasini ko‘rib chiqamiz.

1. CHiziqli algebraik tenglamalar sistemasini echishda statsionar rejimi aniqlanadi

$$\begin{cases} (\tilde{Q}_1 - Q_1^T - R_1)x_1^* = -(R_0 x_0 + q_1^*) \\ R_1 x_1^* + (\tilde{Q}_2 - Q_2^T - R_2)x_2^* = -q_2^* \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\ R_{n-1}x_{n-1}^* + (\tilde{Q}_n - Q_n^T - R_n)x_n^* = -q_n^* \end{cases}$$

paydo bo‘lgan sistema quyidagi uch burchakli turiga ega bo‘ladi. SHuning uchun uning echimini bloklar bo‘yicha iteratsiyalik usuli bilan topishga bo‘ladi.

S_1 qism sistemaning statsionar rejimi quyidagicha bo‘ladi

$$x_1^* = (R_1 + Q_1^T - \tilde{Q}_1)^{-1}(R_0 x_0 + q_1^*).$$

paydo bo‘lgan ifodani ikkinchi blogiga olib borib qo‘yib

$$x_2^* = (R_2 + Q_2^T - \tilde{Q}_2)^{-1}(R_1 x_1^* + q_2^*)$$

ega bo‘lamiz.

Hisoblash jarayonida davom yetib, eng keyingi qism sistemasi uchun

$$x_n^* = (R_n + Q_n^T - \tilde{Q}_n)^{-1} (R_{n-1} x_{n-1}^* + q_{n-1}^*)$$

ega bo‘lamiz.

Demak statsionar rejimi ushbu bog‘liqlik bilan aniqlanadi

$$x_i^* = (R_i + Q_i^T - \tilde{Q}_i)^{-1} (R_{i-1} x_{i-1}^* + q_{i-1}^*), \quad R_0 = E, \quad x_0^* = x_0, \quad i = \overline{1, n}.$$

2. Ba’zi-bir holatlarda sintez masalasini yechish talab etiladi, ya’ni talab etilgan suv almashish holatini o‘rnatuvchi shartlarini topish kerak

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n.$$

Ichki suv almashish jarayoni yerning filtratsiyalik xususiyatlari bilan aniqlangani sababli va u asosidan odamga bog‘liq bo‘lmaydi, unda suv oqimining shakllanishiga ta’sir etishi suvning oqimini boshqarish masalasidan aniqlanadi deb hisoblaymiz, ya’ni $R_i, \quad i = \overline{1, n}$ matritsaning o‘zgarishiga bog‘liq.

Birinchi bosqich uchun. Quyidagi tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi R_1 matritsasini topish talab etiladi

$$(R_1 + Q_1^T + \tilde{Q}_1) \bar{x}_1 = R_0 x_0 + q_1^*.$$

Umumiy holatda R_1 qarata sistema to‘liq aniqlanmagan. To‘liq aniqlanmagan tenglamalarni echish usullaridan foydalanamiz. Bu usullar psevdо teskari matritsalarining bor bo‘lishiga asoslangan.

O‘lchami $n \times n$ bo‘lgan va rangi $0 < r \leq n$ teng bo‘lgan xoxlagan bir D matritsasisini

$$D = D_1 D_2$$

ko‘paytmasi turida yozishga bo‘ladi, bunda D_1 matritsasining o‘lchami $n \times r$, rangi r teng bo‘ladi, D_2 matritsasining o‘lchami $r \times n$, rangi r teng bo‘ladi. Bu matritsasiga psevdо teskari matritsa bo‘lib

$$D^+ = D_2^T (D_2 D_2^T)^{-1} (D_1^T D_1)^{-1} D_1^T$$

hisoblanadi.

$\bar{x}_1$ vektori uchun psevdо teskari bo‘lib $\bar{x}_1^T / |\bar{x}_1|^2$ hisoblanadi. SHuning uchun

$$R_1 = [(R_0 x_0 + q_1^*) - (Q_1^T + \tilde{Q}_1) \bar{x}_1] \bar{x}_1^T / |\bar{x}_1|^2$$

bo‘ladi.

Ikkinchi bosqichi uchun mos turda

$$R_2 = [(R_1 \bar{x}_1 + q_2^*) - (Q_2^T + \tilde{Q}_2) \bar{x}_2] \bar{x}_2^T / |\bar{x}_2|^2$$

ega bo‘lamiz.

Ushbu jarayonni davom ettirib, i – qism sistemasi uchun sintezlangan R_i matritsasi quyidagicha bo‘ladi

Eng keyingi n – qism sistemasi uchun mos turda

$$R_n = [(R_{n-1} \bar{x}_{n-1} + q_n^*) - (Q_n^T + \tilde{Q}_n) \bar{x}_n] \bar{x}_n^T / |\bar{x}_n|^2$$

bo‘ladi.

Haqiqatdan ham ancha tabiiy bo‘lib quyidagi model hisoblanadi. Boshqarish barcha R_i matritsalarini bilan emas, ular qatorlarining proporsional koeffitsientlari bilan olib boriladi. U ushbu fikrlarga mos keladi. $A_{i-1,s}$ suv saqlagichidagi okim barcha $A_{i,s}$, $s, k = \overline{1, n}$, suv saqlagichlariga regulirovka kilinmaydi. Sababi u suv tarmog‘ida juda katta o‘zgarishlariga mos bo‘ladi. Bunda faqatgina umumiy oqim suvning miqdoriga bog‘liq regulirovka kilinmaydi.

Bu holatda $R_i = C_i \bar{R}_i$ bo‘ladi, bu erda $\bar{R}_i$ – belgilangan matritsasi, C_i – koeffitsientlari boshqariladigan diagonallik matritsasi, ya’ni

$$\bar{R}_i = \begin{bmatrix} \bar{r}_{i,1}^1 & \bar{r}_{i,1}^2 & \dots & \bar{r}_{i,1}^m \\ \bar{r}_{i,2}^1 & \bar{r}_{i,2}^2 & \dots & \bar{r}_{i,2}^m \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{r}_{i,m}^1 & \bar{r}_{i,m}^2 & \dots & \bar{r}_{i,m}^m \end{bmatrix} \quad C_i = \begin{bmatrix} c_{i,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{i,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_{i,m} \end{bmatrix}$$

modelning bunday ko‘rinishida birinchi bosqichda o‘rnatilgan suv rejimi quyidagi munosabatlar bilan ta’riflanadi

$$C_1 \bar{R}_1 \bar{x}_1 = R_0 x_0 + q_1^* - (Q_1^T + \tilde{Q}_1) \bar{x}_1$$

va birinchi bosqichda tuzilgan boshqarishning ma’nosi C_1 matritsasining c^{1s} , $s = \overline{1, m}$ elementlari bir xil bo‘lib quyidagicha aniqlanishini anglatadi

Bunda $[\cdot]_S - [\cdot]$ vektorlarning S – elementi bo‘lishini anglatadi. Bunday taxminlarida birinchi bosqichning qism sistemalari bilan boshqarishning zarurli va yetarli shartlari bo‘lib

Ikkinchi bosqich uchun

ega bo‘lamiz.

Bundan

Ikkinchi bosqichdagi boshqarish quyidagi shartlar bilan ta'minlanadi

Eng keyingi bosqichi uchun mos turda quyidagiga ega bo‘lamiz

$$[\bar{R}_n \bar{x}_n]_s \neq 0, \quad s = \overline{1, m}.$$

3. Suv almashish jarayonining turg'unligini tadqiq qilish.

Qaralayotgan sistema chiziqli va statsionar bo‘lgani sababli, unda statsionar jarayonning turg‘unligi quyidagi berilgan differensial sistemasining

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = R_0 x_0 + (\tilde{Q}_1 + Q_1^T - R_1) x_1 + q_1^* \\ \dot{x}_2 = R_1 x_1 + (\tilde{Q}_2 + Q_2^T - R_2) x_2 + q_2^* \\ \vdots \\ \dot{x}_n = R_{n-1} x_{n-1} + (\tilde{Q}_n + Q_n^T - R_n) x_n + q_n^* \end{cases}$$

xususiy qiymatlariga bog'liq bo'ladi. Bu sistemaning xarakteristikalik tenglamasi

47

turiga ega bo'lganligi sababli, unda sistemaning holati turg'un bo'lishi uchun $\tilde{Q}_i - Q_i^T - R_i$, $i = \overline{1, n}$ barcha matritsalar haqiqiy bo'lagi manfiy aniqlangan xususiy sonlariga ega bo'lishi kerak bo'ladi, ya'ni barcha S_i qism sistemalari asimtotikalik turg'un bo'lishi kerak bo'ladi. Sistema ierarxialik strukturasiga ega bo'lgani sababli, unda k darajasidagi sistemaning turg'un emas bo'lishi faqatgina quyidagi S_i , $i = k + 1, \dots, n$ qism sistemalarga ta'sirini o'tkazadi.

III BOB. DINAMIK SISTEMALAR TURGU'NLIGI.

§3.1. Dinamik sistemalar uchun Lyapunov matritsa funksiyasini qurish

Dinamik sistema uchun

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) = [v_{ij}(\cdot)] \quad v_{ij} = v_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 5 \quad (3.1)$$

matritsa-funktsiya elementlarini quyidagi ko'rinishda quramiz.

$$\begin{aligned} v_{11}(x_1, \mu_2) &= \mu_2 x_1^T B_{11} x_1, & v_{12}(x_1, x_2, \mu_2) &= \mu_2 x_1^T B_{12} x_2, \\ v_{13} &= 0, & v_{14}(x_1, x_4, \mu_2, M) &= \mu_2 x_1^T B_{14} (M x_4), \\ v_{15} &= 0, & v_{22}(x_2) &= x_2^T B_{22} x_2, \\ v_{23}(x_2, x_3) &= x_2^T B_{23} x_3, & v_{24}(x_2, x_4, M) &= x_2^T B_{24} (M x_4), \\ v_{25}(x_2, \alpha) &= x_2^T B_{25} \alpha, & v_{33}(x_3) &= x_3^T B_{33} x_3, \\ v_{34}(x_3, x_4, M) &= x_3^T B_{34} (M x_4), & v_{35}(x_3, \alpha) &= x_3^T B_{35} \alpha, \\ v_{44}(x_4, M) &= (M x_4)^T B_{44} x_4, & v_{45} &= 0, & v_{55}(\alpha) &= \alpha^T B_{55} \alpha \end{aligned} \quad (3.2)$$

Bu yerda B_{ii} , $i=1,2,3,4,5$ - musbat aniqlangan simmetrik matritsalar, B_{11} , B_{12} , B_{13} , B_{23} , B_{24} , B_{25} , B_{34} , B_{35} -o'zgarmas matritsalar.

(3.2) funktsiyalar uchun quyidagi baxolar o'rinli

$$\begin{aligned} \mu_2 \lambda_m(B_{11}) \|x_1\|^2 &\leq v_{11}(x_1, \mu) \leq \mu_2 \lambda_M(B_{11}) \|x_1\|^2 : & \lambda_m(B_{22}) \|x_2\|^2 &\leq v_{22}(x_2, \mu) \leq \lambda_M(B_{22}) \|x_2\|^2 \\ \lambda_m(B_{33}) \|x_3\|^2 &\leq v_{33}(x_3, \mu) \leq \lambda_M(B_{33}) \|x_3\|^2 : & \underline{\mu} \lambda_m(B_{44}) \|x_4\|^2 &\leq v_{44}(x_4, M) \leq \bar{\mu} \lambda_M(B_{44}) \|x_4\|^2 \\ -\mu_2 \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{12} B_{12}^T) \|x_1\| \|x_2\| &\leq v_{12}(x_1, x_2, \mu_2) \leq \mu_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{12} B_{12}^T) \|x_1\| \|x_2\| \\ -\mu_2 \bar{\mu} \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{14} B_{14}^T) \|x_1\| \|x_4\| &\leq v_{14}(x_1, x_4, \mu_2, M) \leq \mu_2 \bar{\mu} \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{14} B_{14}^T) \|x_1\| \|x_4\| \\ -\lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{23} B_{23}^T) \|x_2\| \|x_3\| &\leq v_{23}(x_2, x_3) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{23} B_{23}^T) \|x_2\| \|x_3\| \\ -\mu_2 \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{24} B_{24}^T) \|x_2\| \|x_4\| &\leq v_{24}(x_2, x_4) \leq \bar{\mu}_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{24} B_{24}^T) \|x_2\| \|x_4\| \\ -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{25} B_{25}^T) \|x_2\| \|\alpha\| &\leq v_{25}(x_2, \alpha) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{25} B_{25}^T) \|x_2\| \|\alpha\| \\ -\mu_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{34} B_{34}^T) \|x_3\| \|x_4\| &\leq v_{34}(x_3, x_4, M) \leq \bar{\mu}_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{34} B_{34}^T) \|x_3\| \|x_4\| \\ -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{35} B_{35}^T) \|x_3\| \|\alpha\| &\leq v_{35}(x_3, \alpha) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{35} B_{35}^T) \|x_3\| \|\alpha\| \\ -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{55} B_{55}^T) \|\alpha\|^2 &\leq v_{55}(\alpha) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{55} B_{55}^T) \|\alpha\|^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Bu yerda $\underline{\mu} = \min(\mu_4, \mu_5, \mu_6)$, $\bar{\mu} = \max(\mu_4, \mu_5, \mu_6)$, $\lambda_m(B_{ii})$ - B_{ii} matritsaning minimal xos qiymati, $\lambda_M(B_{ii})$ - B_{ii} matritsaning maksimal xos qiymati. $i=1,2,3,4,5$.

$i=1,2,3,4,5$, $\lambda_M^{1/2}(B_{ij}, B_{ij}^T) - B_{ij}$ – matritsa normasi.

(3.1) matritsa–funktsiya va $\eta = (1,1,1,1,1)^T$ o`zgarmas vektor yordamida quyidagi skalyar funktsiyani tuzamiz.

$$V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) = \eta^T U(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \eta \quad (3.4)$$

Agar (3.1) matritsa–funktsiya elementlari (3.3) shartlarni qanoatlantirsa, u xolda (3.4) funktsiya uchun quyidagi ikki tamonlama baxo o`rinli bo`ladi.

$$u^T \underline{B} u \leq V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \leq u^T \overline{B} u \quad (3.5)$$

bu yerda

$$u = (\|x_1\|, \|x_2\|, \|x_3\|, \|x_4\|, \|\alpha\|)^T$$

$$\begin{aligned} \underline{B} &= [\underline{b}_{ij}]_{ij=1}^5, \quad \underline{b}_{ij} = \underline{b}_{ji}, & \overline{B} &= [\overline{b}_{ij}]_{ij=1}^5, \quad \overline{b}_{ij} = \overline{b}_{ji}, \\ \underline{b}_{11} &= \mu_2 \lambda_m(B_{11}), & \underline{b}_{22} &= \lambda_m(B_{22}), & \underline{b}_{33} &= \lambda_m(B_{33}) \\ \underline{b}_{44} &= \lambda_m(B_{44}), & \underline{b}_{55} &= \lambda_m(B_{55}), & \overline{b}_{11} &= \mu_2 \lambda_M(B_{11}), \\ \overline{b}_{22} &= \lambda_M(B_{22}), & \overline{b}_{33} &= \lambda_M(B_{33}), \\ \overline{b}_{44} &= \mu \lambda_M(B_{44}), & \overline{b}_{55} &= \lambda_M(B_{55}), & \overline{b}_{12} &= -\underline{b}_{12} = \mu_2 \lambda_M^{1/2}(B_{12} B_{12}^T), \\ \overline{b}_{13} &= -\underline{b}_{13} = 0, & \overline{b}_{14} &= -\underline{b}_{14} = \mu_2 \mu \lambda_M^{1/2}(B_{14} B_{14}^T), \\ \overline{b}_{15} &= -\underline{b}_{15} = 0, & \overline{b}_{23} &= -\underline{b}_{23} = \lambda_M^{1/2}(B_{23} B_{23}^T), \\ \overline{b}_{24} &= -\underline{b}_{24} = \mu \lambda_M^{1/2}(B_{24} B_{24}^T), & \overline{b}_{25} &= -\underline{b}_{25} = \lambda_M^{1/2}(B_{25} B_{25}^T), \\ \overline{b}_{34} &= -\underline{b}_{34} = \mu \lambda_M^{1/2}(B_{34} B_{34}^T), & \overline{b}_{35} &= -\underline{b}_{35} = \lambda_M^{1/2}(B_{35} B_{35}^T), \\ \overline{b}_{45} &= -\underline{b}_{45} = 0. \end{aligned}$$

§3.2.Dinamik sistemalar turg'unligini Lyapunov matritsa funktsiyasi usuli yordamida tekshirish

Sistema turg'unligining etarli shartlarini xosil qilish uchun avval B matritsaning musbat aniqlangan bo'lishlik shartlarini aniqlaymiz, so'ngra (3.2) sistema yordamida (3.4) funktsiyadan olingan xosilani yuqoridan baxolaymiz. Bu baxolash quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) &= \sum_{i=1}^5 \frac{dv_{11}}{dt} + 2 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=2}^5 \frac{dv_{ii}}{dt} \leq \\ &\leq \sum_{i=1}^4 x_i^T K_{ii} x_i + 2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=2}^4 x_i^T K_{ij} x_j + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i1} \alpha + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i2} (m + m_p) + \\ &+ \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i3} m_\alpha + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i4} r + m_\alpha^T B_{35} \alpha + (m + m_p)^T B_{25} \alpha, \end{aligned}$$

bu yerda

$$\begin{aligned} K_{11} &= \mu_2^* (B_{14} N_1 + (B_{14} N_1)^T), \\ K_{22} &= -\tilde{S}_2^T B_{22} - B_{22} \tilde{S}_2 + B_{12} + B_{23} M^* G + (B_{23} M^* G)^T + B_{24} N_2 + (B_{24} N_2)^T \\ K_{33} &= -H^T B_{33} - B_{33} H - (M^* A)^T B_{23} - B_{23} M^* A - B_{34} M^* N_3 - (B_{34} M^* N_3)^T \\ K_{44} &= -(M^* D)^T B_{44} M^* D + B_{34} M^* + (B_{34} M^*)^T \\ K_{12} &= B_{11} \tilde{S}_1 + \mu_2^* B_{12} \tilde{S}_2 + \mu_2^* B_{14} N_2, \quad K_{13} = -\mu^* B_{12} M^* A - \mu_2^* B_{14} N_3 + N_1^T B_{34} \\ K_{14} &= N_1^T B_{44} - \mu_2^* B_{14} M^* D + N_1^T B_{24}^T, \\ K_{23} &= -B_{22} M^* A + (M^* G)^T B_{33} - \tilde{S}_2^T B_{23} - B_{23} H - B_{24} M^* N_3 + N_2^T B_{34} + B_{25} \\ K_{24} &= B_{33} + N_2^T B_{44} + B_{23} - B_{24} M^* D + \mu_2^* \tilde{S}_2^T B_{14} - \tilde{S}_2 B_{24} M^* + (M^* G)^T B_{34} \\ K_{34} &= -(M^* N_3)^T B_{44} - (M^* A)^T B_{24} - B_{34} M^* D - H^T B_{34} M^*, \quad K'_{11} = 0, \\ K'_{21} &= 2(\tilde{S}_2^T B_{25} + (M^* G)^T B_{35}), \quad K'_{31} = 2(B_{55} - (M^* A)^T B_{25} - H^T B_{35}), \quad K'_{41} = 2B_{35}, \\ K'_{12} &= 2\mu_2^* B_{22}, \quad K'_{22} = 2B_{22}, \quad K'_{23} = 2B_{23}, \quad K'_{42} = 2M^* B_{24}^T, \quad K'_{13} = 0, \quad K'_{23} = 2B_{23}, \\ K'_{33} &= 2B_{33}, \quad K'_{43} = 2M^* B_{34}^T, \quad K'_{14} = 2\mu_2 B_{14} M^*, \quad K'_{24} = 2B_{24} M^*, \quad K'_{34} = 2B_{34} M^*, \\ K'_{44} &= 2B_{44} M^* \end{aligned}$$

$$\mu_2^* = \begin{cases} \cos \gamma_2^* & \text{agar mos ko' paytuvchi manfiy bo'lsa} \\ 1, & \text{agar mos ko' paytuvchi musbat bo'lsa} \end{cases}, \quad M^* = \text{diag}(\mu_4^*, \mu_5^*, \mu_6^*),$$

$$\mu_k^* = \begin{cases} \cos \alpha_{k-3}^*, & \text{agar mos ko' paytuvchi manfiy bo'lsa} \\ 1, & \text{agar mos ko' paytuvchi musbat bo'lsa.} \end{cases} \quad k = 4, 5, 6$$

$$\tilde{S}_1 = \begin{pmatrix} \mu_3^* & -\mu_3^* & 0 \\ -\mu_2^* \mu_3^{*'} & \mu_2^* \mu_3^{*'} & 0 \\ -(\mu_2^*)^2 \mu_3^{*'} & (\mu_2^*)^2 \mu_3^{*'} & \mu_2^* \end{pmatrix}, \quad \mu_3^{*'} = \sqrt{1 - (\mu_3^*)^2},$$

$$\tilde{S}_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{13} \mu_6^{*'} & \Delta a_1 \bar{P}_2 - a_{12} \mu_5^{*'} \\ \Delta a_2 \bar{P}_3 - a_{23} \mu_6^{*'} & 0 & a_{21} \mu_3^{*'} \\ a_{32} \mu_5^{*'} & \Delta a_3 \bar{P}_1 - a_{31} \mu_4^{*'} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mu_k^{*'} = \sqrt{1 - (\mu_k^*)^2} \quad k = 4, 5, 6.$$

$$\bar{P}_i = \begin{cases} -P_i^*, & \text{agar mos ko' paytuvchi manfiy bo'lsa} \\ P_i^*, & \text{agar mos ko' paytuvchi} \end{cases}$$

Bir qator xisoblashlardan so`ng quyidagilarga ega bo`lamiz.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) &\leq w^T K w + \beta_1 \|\alpha\| w + \beta_2 \|m + m_p\| w + \\ &\beta_3 \|m_\alpha\| w + \beta_4 \|r\| w + \lambda_M^{1/2} (B_{35} B_{35}^T) \|m_\alpha\| \|\alpha\| + \lambda_M^{1/2} (B_{25} B_{25}^T) \|m + m_p\| \|\alpha\|. \end{aligned} \quad (3.6)$$

bu yerda

$$w = (\|x_1\|, \|x_2\|, \|x_3\|, \|x_4\|)^T,$$

$$K = [\rho_{ij}]_{i,j=1}^4, \quad \rho_{ij} = \rho_{ji}, \quad \rho_{ii} = \lambda_M(K_{ii}),$$

$$\rho_{ij} = \lambda_M(K_{ij} K_{ij}^T), \quad i, j = 1, 2, 3, 4. \quad i \neq j, \quad \beta_i = (\beta_{1j}, \beta_{2j}, \beta_{3j}, \beta_{4j})^T, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

$\beta_{ij} - K'_{ij}$ matritsaning normasi.

Faraz qilaylik

$$\|m_\alpha\| \leq \bar{m}_\alpha, \quad \|m + m_p\| \leq \bar{m} + \bar{m}_p, \quad \|r\| < \bar{r}, \text{ u xolda (3.6) ifoda}$$

$$\frac{d}{dt}V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \leq \lambda_M \|w\|^2 + l\|w\| + f \quad (3.7)$$

ko`rinishni oladi bu yerda

$$l = \|\beta_1\| \|\alpha^*\| + \|\beta_2\|(\bar{m} + \bar{m}_p) + \|\beta_3\| \bar{m}_\alpha + \|\beta_4\| \bar{r},$$

$$f = \lambda_M^{1/2} (B_{35} B_{35}^T) \|m_\alpha\| \|\alpha\| + \lambda_M^{1/2} (B_{25} B_{25}^T) \|\bar{m} + \bar{m}_p\| \|\alpha^*\|$$

(3.7) dan

$$\lambda_M(K) < 0,$$

$$\|w\| > \frac{l + \sqrt{l^2 + 4f\lambda_M(K)}}{-2\lambda_M(K)} \quad (3.8)$$

shart bajarilgandagina $\frac{d}{dt}V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M)$ ifoda manfiy aniqlangan bo`ladi.

Ammo (3.1) soxada

$$\|w\| \leq \left\{ \sum_{i=1}^3 [(\gamma_i^*)^2 + (P_i^*)^2 + (q_i^*)^2 + (U_i^*)^2] \right\}^{1/2} \quad (3.9)$$

Tengsizlik bajariladi, bu yerda $U_i^* > |U_i|$, $i = 1, 2, 3$.

Teorema.2.1. sistema uchun elementlari (3.2) ko`rinishda bo`lgan (3.1) LMF tuzilgan bo`lib, (3.1) soxada bu sistema uchun (3.9) shart bajarilsin. Agar

$$\lambda_m(\underline{B}) > 0, \quad \lambda_M(K) < 0$$

shart bajarilib, w vektor (3.8) tengsizlikni qanoatlantirsa, u xolda (3.1) sistemaning toyimagan xarakati asimptotik turg`un bo`ladi.

Isbot: $\lambda_m(\underline{B}) > 0$ shartdan (3.4) skalyar funktsiyani Lyapunov ma'nosida musbat aniqlanganligi kelib chiqadi. Agar $\lambda_M(K) < 0$ shart va (3.8) tengsizlik bajarilsa u xolda (3.4) funktsiyadan (3.1) sistema bo`yicha olingan xosila manfiy aniqlangan bo`ladi.

Yuqoridagilar (3.1) sistema toyimagan xarakatini asimptotik turg`un bo`lishi uchun yetarlidir.

Misol 2.1:

(3.1) sistemaning parametrlari quyidagi qiymatlarni qabul qilsin.

$$I_1 = I_2 = I_3 = 1,4 \cdot 10^4 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2, \quad H = 70 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2, \quad B = 0,2 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2,$$

$$k_1 = 8 \cdot 10^4 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2, \quad k_2 = 1,6 \cdot 10^4 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2, \quad k_3 = 4 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2, \quad b = 2 \kappa \mathcal{Z} \mathcal{M} \mathcal{C}^2, \quad T = 0,01 \mathcal{C}.$$

U xolda xar bir kanal uchun xarakat tenglamalari sistemasi quyidagi ko`rinishga keladi:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0,5 \cdot 10^{-2} \cos \alpha x_3 + m \\ \dot{x}_3 &= -10 x_3 + 350 \cos \alpha x_2 + x_4 + m_\alpha \\ \dot{x}_4 &= -10^2 x_4 + 4 \cdot 10^7 f(\alpha) x_1 + 8 \cdot 10^6 f(\alpha) x_2 - 2 \cdot 10^3 x_3 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bu yerda $f(\alpha) = \sec \alpha$, $0 \leq \alpha \leq \alpha^* < \frac{\pi}{2}$ (3.10) sistemaning yechimi

$$x'(t) = \underset{j=1,4}{col}(x'_j(t)), \quad x'(t_0) = 0$$

bo`lsin. U xolda  $y_j = x_j - x'_j$ ,  $j = \overline{1,4}$  almashtirish bu sistemani quyidagi ko`rinishga keltiradi:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -0,5 \cdot 10^{-2} \cos \alpha y_3 \\ \dot{y}_3 &= -10 y_3 + 350 \cos \alpha y_2 + y_4 \\ \dot{y}_4 &= -10^2 y_4 + 4 \cdot 10^7 f(\alpha) y_1 + 8 \cdot 10^6 f(\alpha) y_2 - 2 \cdot 10^3 y_3 \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.11) sistema uchun elementlari

$$\begin{aligned} v_{11}(y_1, \alpha) &= (800 f^2(\alpha) + 1,75) y_1^2, & v_{12}(y_1, y_2, \alpha) &= 30 f^2(\alpha) y_1 y_2, \\ v_{13}(y_1, y_3, \alpha) &= -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) y_1 y_3, & v_{14}(y_1, y_4, \alpha) &= -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) y_1 y_4, \\ v_{22}(y_2, \alpha) &= (13,8 f^2(\alpha) + 0,0525) y_2^2, & v_{23}(y_2, y_3, \alpha) &= -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) y_2 y_3, \\ v_{24}(y_2, y_4, \alpha) &= -10^{-5} f(\alpha) y_2 y_4, & v_{33}(y_3, \alpha) &= 0,75 \cdot 10^{-6} y_3^2, \\ v_{34}(y_3, y_4) &= 0,5 \cdot 10^{-8} y_3 y_4, & v_{44}(y_4) &= 0,125 \cdot 10^{-9} y_4^2. \end{aligned} \quad (3.12)$$

lardan iborat bo`lgan quyidagi matritsa funktsiyani tuzamiz.

$$V_1(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) = [v_{ij}(\cdot, \cdot, \cdot)]_{ij=1}^4, \quad v_{ij} = v_{ji} \quad (3.13)$$

(3.12) funktsiya uchun quyidagi baxolar bajariladi.

$$\begin{aligned} v_{11} &= (800 f^2(\alpha) + 1,75) |y_1|^2, & v_{22} &= (13,8 f^2(\alpha) + 0,0525) |y_2|^2, \\ v_{33} &= 0,75 \cdot 10^{-6} |y_3|^2, & v_{44} &= 0,125 \cdot 10^{-9} |y_4|^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -30 f^2(\alpha) |y_1| |y_2| &\leq v_{12} \leq 30 f^2(\alpha) |y_1| |y_2| \\ -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) |y_1| |y_3| &\leq v_{13} \leq 5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) |y_1| |y_3| \\ -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) |y_1| |y_4| &\leq v_{14} \leq 0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) |y_1| |y_4| \\ -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) |y_2| |y_3| &\leq v_{23} \leq 1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) |y_2| |y_3| \\ -10^{-5} f(\alpha) |y_2| |y_4| &\leq v_{24} \leq 10^{-5} f(\alpha) |y_2| |y_4| \\ -0,5 \cdot 10^{-8} |y_3| |y_4| &\leq v_{34} \leq 0,5 \cdot 10^{-8} |y_3| |y_4| \end{aligned}$$

(3.13) matritsa-funktsiyava $\eta = (1,1,1,1)^T$ vektor yordamida

$$V_1(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) = \eta^T U_1(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) \eta \quad (3.14)$$

Skalyar funktsiyani kiritamiz. (3.14) funktsiya

$$u^T A_1 u \leq v_1(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) \leq u^T B_1 u \quad (3.15)$$

shartni qanoatlantirishini tekshirib ko`rish qiyin emas.

Bu yerda $u^T = (|y_1|, |y_2|, |y_3|, |y_4|)$.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 800 f^2(\alpha) + 1,75 & -30 f^2(\alpha) & -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) \\ -30 f^2(\alpha) & 13,8 f^2(\alpha) + 0,0525 & -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -10^{-5} f(\alpha) \\ -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,75 \cdot 10^{-6} & -0,5 \cdot 10^{-8} \\ -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) & -10^{-5} f(\alpha) & -0,5 \cdot 10^{-8} & 0,125 \cdot 10^{-9} \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 800 f^2(\alpha) + 1,75 & 30 f^2(\alpha) & 5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) \\ 30 f^2(\alpha) & 13,8 f^2(\alpha) + 0,0525 & 1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 10^{-5} f(\alpha) \\ 5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,75 \cdot 10^{-6} & 0,5 \cdot 10^{-8} \\ 0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) & 10^{-5} f(\alpha) & 0,5 \cdot 10^{-8} & 0,125 \cdot 10^{-9} \end{pmatrix}$$

Ma'lumki, agar A_1 matritsa musbat aniqlangan bo`lsa u xolda (3.14) funktsiya xam musbat aniqlangan bo`ladi. Shuning uchun A_1 matritsaning musbat aniqlanganligini tekshiramiz:

$$1) \quad \begin{aligned} &800 f^2(\alpha) + 1,75 > 0, \quad 13,8 f^2(\alpha) + 0,0525 > 0, \\ &0,75 \cdot 10^{-6} > 0, \quad 0,125 \cdot 10^{-9} > 0 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{vmatrix} 800 f^2(\alpha) + 1,75 & -30 f^2(\alpha) \\ -30 f^2(\alpha) & 13,8 f^2(\alpha) + 0,0525 \end{vmatrix} = 11040 f^4(\alpha) + 90,3 f^2(\alpha) +$$

$$0,18375 - 900 f^4(\alpha) = 10140 f^4(\alpha) + 90,3 f^2(\alpha) + 0,18375 - 900 f^4(\alpha) > 0$$

3)

$$\begin{vmatrix} 800 f^2(\alpha) + 1,75 & -30 f^2(\alpha) & -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) \\ -30 f^2(\alpha) & 13,8 f^2(\alpha) + 0,0525 & -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) \\ -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,75 \cdot 10^{-6} \end{vmatrix} =$$

$$= 8280 f^4(\alpha) \cdot 10^{-6} + 49,6125 f^2(\alpha) \cdot 10^{-6} + 0,0689062 \cdot 10^{-6} - 420 f^4(\alpha) \cdot 10^{-6} -$$

$$- 345 f^4(\alpha) \cdot 10^{-6} - 1120 f^4(\alpha) \cdot 10^{-6} - 675 f^4(\alpha) \cdot 10^{-6} - 1,3125 f^2(\alpha) \cdot 10^{-6} -$$

$$- 3,45 f^2(\alpha) \cdot 10^{-6} = 5720 f^4(\alpha) \cdot 10^{-6} + 44,87 f^2(\alpha) \cdot 10^{-6} + 0,0689062 \cdot 10^{-6} > 0$$

4)

$$\begin{vmatrix} 800 f^2(\alpha) + 1,75 & -30 f^2(\alpha) & -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) \\ -30 f^2(\alpha) & 13,8 f^2(\alpha) + 0,0525 & -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -10^{-5} f(\alpha) \\ -5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,75 \cdot 10^{-6} & -0,5 \cdot 10^{-8} \\ -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) & -10^{-5} f(\alpha) & -0,5 \cdot 10^{-8} & 0,125 \cdot 10^{-9} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 780 f^2(\alpha) + 1,75 & -34 f^2(\alpha) & -7 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0 \\ -34 f^2(\alpha) & 13 f^2(\alpha) + 0,0525 & -1,8 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0 \\ -7 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -1,8 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,55 \cdot 10^{-6} & 0 \\ -0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) & -10^{-5} f(\alpha) & -0,5 \cdot 10^{-8} & 0,125 \cdot 10^{-9} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= 0,125 \cdot 10^{-9} \begin{vmatrix} 780 f^2(\alpha) + 1,75 & -34 f^2(\alpha) & -7 \cdot 10^{-3} f(\alpha) \\ -34 f^2(\alpha) & 13 f^2(\alpha) + 0,0525 & -1,8 \cdot 10^{-3} f(\alpha) \\ -7 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & -1,8 \cdot 10^{-3} f(\alpha) & 0,55 \cdot 10^{-6} \end{vmatrix} = \\
&= 5577 \cdot 10^{-6} f^4(\alpha) + 35,035 \cdot 10^{-6} f^2(\alpha) + 0,050531210^{-6} - 856,810^{-6} f^4(\alpha) - 63710^{-6} f^4(\alpha) - \\
&635,810^{-6} f^4(\alpha) - 2527,210^{-6} f^4(\alpha) - 2,572510^{-6} f^2(\alpha) - 5,7610^{-6} f^2(\alpha) = \\
&920,210^{-6} f^4(\alpha) + 26,702510^{-6} f^2(\alpha) + 0,050531210^{-6} > 0
\end{aligned}$$

Endi (3.14) funktsiyadan (3.11) sistema orqali olingan xosilani yuqoridan baxolaymiz.

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) &= \sum_{i=1}^4 \dot{V}_{ii}(y_i, \cdot) + 2 \sum_{i=1}^4 \sum_{\substack{j=2 \\ i < j}}^4 \dot{V}_{ij}(y_i, y_j, \cdot) \leq 2(800 f^2(\alpha) + 1,75) y_1 y_2 + \\
&+ 2(13,8 f^2(\alpha) + 0,0525) \cdot (-0,5 \cdot 10^{-2} \cos \alpha) y_2 y_3 + (-1,5 \cdot 10^{-5}) y_3^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 350 \cos \alpha y_2 y_3 + \\
&2 \cdot 0,75 \cdot 10^{-6} y_3 y_4 + 2[30 f^2(\alpha) y_2^2 - 30 f^2(\alpha) \cdot 0,510^{-2} \cos \alpha y_1 y_3 - 5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) y_2 y_3 + \\
&5 \cdot 10^{-2} f(\alpha) y_1 y_3 - 5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) \cdot 350 \cos \alpha y_1 y_2 - 5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) y_1 y_4 - 0,5 \cdot 10^{-4} f(\alpha) y_2 y_4 + \\
&0,5 \cdot 10^{-2} f(\alpha) y_1 y_4 - 2 \cdot 10^3 f^2(\alpha) y_1^2 - 4 \cdot 10^2 f^2(\alpha) y_1 y_2 + 10^{-1} f(\alpha) y_1 y_3 + \\
&+ 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} f(\alpha) \cos \alpha y_3^2 + 1,4 \cdot 10^{-2} f(\alpha) y_2 y_3 - 1,4 \cdot 10^{-2} f(\alpha) 350 \cos \alpha y_2^2 - \\
&- 1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) y_2 y_4 + 0,5 \cdot 10^{-7} f(\alpha) \cos \alpha y_3 y_4 + 10^{-3} f(\alpha) y_2 y_4 - 4 \cdot 10^2 f^2(\alpha) y_1 y_2 - \\
&- 8 \cdot 10 f^2(\alpha) y_2^2 + 2 \cdot 10 f(\alpha) y_2 y_3 - 0,5 \cdot 10 f^{-7}(\alpha) y_3 y_4 + 175 \cdot 10 \cos \alpha y_2 y_4 + 0,5 \cdot 10 f^{-8}(\alpha) y_4^2 - \\
&- 0,5 \cdot 10^{-6} y_3 y_4 + 2 \cdot 10^{-1} f(\alpha) y_1 y_3 + 4 \cdot 10^{-2} f(\alpha) y_2 y_3 - 10^{-5} y_3^2] = \\
&= -4 \cdot 10^{-3} f^2(\alpha) y_1^2 - (160 f^2(\alpha) + 0,98 - 60 f^2(\alpha)) y_2^2 - (1,5 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-5} - 1,4 \cdot 10^{-5}) y_3^2 - \\
&- (0,25 \cdot 10^{-7} - 10^{-8}) y_4^2 + 2[800 f^2(\alpha) + 1,75 - 5 \cdot 10^{-3} 350 - 400 f^2(\alpha) - 400 f^2(\alpha)) y_1 y_2 + \\
&+ (-0,15 f(\alpha) + 0,05 f(\alpha) + 0,1 f(\alpha) + 0,2 f(\alpha)) y_1 y_3 + (0,005 f(\alpha) - 0,005 f(\alpha) + \\
&+ 0,005 f(\alpha)) y_1 y_2 + (-0,069 f(\alpha) - 0,02625 \cdot 10^{-2} \cos \alpha + 262,5 \cdot 10^{-6} \cos \alpha - 0,005 f(\alpha) + \\
&+ 0,014 f(\alpha) + 0,02 f(\alpha) + 0,04 f(\alpha)) y_2 y_3 + (0,001 f(\alpha) - 0,00005 f(\alpha) - 0,0014 f(\alpha) + \\
&+ 0,001 f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-8} \cos \alpha) y_2 y_3 + (0,75 \cdot 10^{-6} - 0,25 \cdot 10^{-6} + 0,5 \cdot 10^{-7} - 0,5 \cdot 10^{-7} - \\
&- 0,5 \cdot 10^{-6}) y_3 y_4] = -4000 f^2(\alpha) y_1^2 - (100 f^2(\alpha) + 0,98) y_2^2 - 2,1 \cdot 10^{-5} y_3^2 - 0,15 \cdot 10^{-7} y_4^2 + \\
&+ 2[0,2 f(\alpha) y_1 y_3 + 0,005 f(\alpha) y_1 y_4 + (0,00055 f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha) y_2 y_4]
\end{aligned}$$

Demak (3.14) funktsiyadan (3.11) sistema orqali olingan xosila uchun

quyidagi baxoga ega bo'lamiz.

$$\dot{V}_1(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) \leq u^T G_1 u \quad (3.16)$$

bu yerda $u^T = (|y_1|, |y_2|, |y_3|, |y_4|)$

$$G_1 = \begin{pmatrix} -4000f^2(\alpha) & 0 & 0,2f(\alpha) & 0,005f(\alpha) \\ 0 & -100f^2(\alpha) - 0,98 & 0 & 0,00055f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha \\ 0,2f(\alpha) & 0 & -2,1 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0,005f(\alpha) & 0,00055f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha & 0 & -0,15 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix}$$

G_1 matritsaning ishorasini tekshiramiz.

$$1) -4000f^2(\alpha) < 0, \quad -100f^2(\alpha) - 0,98 < 0, \quad -2,1 \cdot 10^{-5} < 0, \quad -0,15 \cdot 10^{-7} < 0$$

$$2) \begin{vmatrix} -4000f^2(\alpha) & 0 \\ 0 & -100f^2(\alpha) - 0,98 \end{vmatrix} = 4000f^2(\alpha)(100f^2(\alpha) - 0,98) > 0$$

3)

$$\begin{vmatrix} -4000f^2(\alpha) & 0 & 0,2f(\alpha) \\ 0 & -100f^2(\alpha) - 0,98 & 0 \\ 0,2f(\alpha) & 0 & -2,1 \cdot 10^{-5} \end{vmatrix} = -(100f^2(\alpha) + 0,98)(0,084f^2(\alpha) - 0,04f^2(\alpha)) = -0,044f^2(\alpha)(100f^2(\alpha) + 0,98) < 0$$

4)

$$\begin{vmatrix} -4000f^2(\alpha) & 0 & 0,2f(\alpha) & 0,005f(\alpha) \\ 0 & -100f^2(\alpha) - 0,98 & 0 & 0,00055f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha \\ 0,2f(\alpha) & 0 & -2,1 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0,005f(\alpha) & 0,00055f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha & 0 & -0,15 \cdot 10^{-7} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} -4000f^2(\alpha) & 0 & 0 & 0,0105f(\alpha) \\ 0 & -100f^2(\alpha) - 0,98 & 0 & 0,00055f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha \\ 0,2f(\alpha) & 0 & -2,1 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0,005f(\alpha) & 0,00055f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha & 0 & -0,15 \cdot 10^{-7} \end{vmatrix} =$$

$$= 2,1 \cdot 10^{-5} \begin{vmatrix} -4000 f^2(\alpha) & 0 & 0,005 f(\alpha) \\ 0 & -100 f^2(\alpha) - 0,98 & 0,00055 f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha \\ 0,005 f(\alpha) & 0,00055 f(\alpha) + 1,75 \cdot 10^{-6} \cos \alpha & -0,15 \cdot 10^{-7} \end{vmatrix}$$

$$= -2,1 \cdot 10^{-5} (-0,0066 f^4(\alpha) - 646,8 \cdot 10^{-7} f^2(\alpha) + 0,00525 f^4(\alpha) + 514 \cdot 10^{-7} f^2(\alpha) + 0,00133 f^4(\alpha) + 84,7 \cdot 10^{-7} f^2(\alpha) + 0,13475 \cdot 10^{-7}) = -2,1 \cdot 10^{-5} (-0,19 \cdot 10^{-4} f^4(\alpha) - 38,1 \cdot 10^{-7} f^2(\alpha) + 0,13475 \cdot 10^{-7}) = 2,1 \cdot 10^{-9} (0,19 f^4(\alpha) + 48,1 \cdot 10^{-3} f^2(\alpha) - 0,13475 \cdot 10^{-3}) > 0$$

$$f(\alpha) = \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \geq 1$$

Demak, G_1 matritsa manfiy aniqlangan ekan, shuning uchun (3.11) sistemaning muvozanat xolati asimptotik turg'un bo'ladi.

Parametrlarning yuqorida keltirilgan qiymatlarida to'la sistema

$$y_i = x_j - x'_j, \quad j = \overline{1,4}$$

almashtirishdan so'ng quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= I y_2, \\ \dot{y}_2 &= -0,5 \cdot 10^{-2} \cos \alpha I y_3 \\ \dot{y}_3 &= -10 I y_4 + 350 \cos \alpha I y_2 + I y_4 \\ \dot{y}_4 &= -10^2 I y_4 + 4 \cdot 10^7 f(\alpha) I y_1 + 8 \cdot 10^6 f(\alpha) I y_2 - 2 \cdot 10^3 I y_3 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Bu yerda $y_j^T = (y_{j1}, y_{j2}, y_{j3})$, $j = \overline{1,4}$, $I = \text{diag}(1,1,1)$ (3.17) sistema uchun elementlari

$$\begin{aligned} v_{11}(y_1, \alpha) &= y_1^T (800 f^2(\alpha) + 1,75) I y_1, \quad v_{12} = y_1^T 30 f(\alpha) y_2, \\ v_{13}(y_1, y_3, \alpha) &= y_1^T (-5 \cdot 10^{-3} f(\alpha) I) y_3, \quad v_{14}(y_1, y_4, \alpha) = y_1^T (-0,5 \cdot 10^{-4} I) y_4, \\ v_{22}(y_2, \alpha) &= y_2^T (13,8 f^2(\alpha) + 0,0525) I y_2, \quad v_{23}(y_2, y_3, \alpha) = y_2^T (-1,4 \cdot 10^{-3} f(\alpha) I) y_3, \\ v_{24}(y_2, y_4, \alpha) &= y_2^T (-10^{-5} f(\alpha) I) y_4, \quad v_{33}(y_3, \alpha) = y_3^T (0,75 \cdot 10^{-6} I) y_3, \\ v_{34}(y_3, y_4, \alpha) &= y_3^T (0,5 \cdot 10^{-8} I) y_4, \quad v_{44}(y_4, \alpha) = y_4^T (0,125 \cdot 10^{-9} I) y_4 \end{aligned} \quad (3.18)$$

ko'rinishda bo'lgan

$$U(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) = [v_{ij}(\cdot, \cdot, \cdot)]_{ij=1}^4, \quad v_{ij} = v_{ji} \quad (3.19)$$

matritsa – funktsiyani tuzamiz.

Bevosita tekshirish yo`li bilan

$$V(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) = \eta U(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) \eta, \quad (3.20)$$

Bu yerda $\eta = (1,1,1,1)^T$, skalyar funktsiya uchun

$$u^T A_1 u \leq V(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) \leq u^T B_1 u \quad (3.21)$$

shartning bajarilishini ko`rish qiyin emas.

(3.20) funktsiyadan (3.17) sistema orqali olingan xosila uchun quyidagi baxo o`rinli bo`ladi.

$$\dot{V}(y_1, y_2, y_3, y_4, \alpha) \leq u^T G_1 u \quad (3.22)$$

Tekshirib ko`rganimizdek  $A_1$  matritsa musbat aniqlangan,  $G_1$  matritsa esa manfiy aniqlangan, shuning uchun (3.17) sistemaning muvozanat xolati asimptotik turg`un bo`ladi.

XULOSASI

Yer yuzida insoniyat paydo bo'lganidan boshlab yashash uchun kurash davom etib kelmoqda. Insoniyatning yashab qolishida tabiat xodislarining tasiri katta ahamiyatga ega. Butun dunyo olimlari tabiat xodisalarini o'rganib, u keltirib chiqarishi mumkin bo'lgan salbiy oqibatlarni oldini olish maqsadida ilmiy izlanishlar olib bormoqdalar. Tabiat xodisalarini o'rganishda ularni matematik modellashtirish va uning xossalarini o'rganish ishni anchagina yengillashtiradi. Xozirda tuzib chiqilgan matematik model yordamida sistemaning kompyuter modeli ishlab chiqiladi va dinamik sistemani o'rganish yanada qulaylashadi.

Mazkur magistrlik dissertatsiyasida mana shunday dinamik sistemalarning muxim xossalaridan biri bo'lgan turg'unligi masalasi ko'rib chiqilgan. Tabiatdagi jarayonlar murakkablashgan sari uning matematik modeli xam murakkablashib boradi. Bu esa o'z navbatida uning turg'unlik xosasini o'rganishni xam qiyinlashishiga sabab bo'ladi. Mana shunday murakkab sistemalar muvozanat xolati turg'unligini o'rganishda A.M.Lyapunov tomonidan taklif qilingan metodlar o'zining qulayligi sababli omamalashib kelmoqda. Xozirgi kunda Amerika, yevropa hamda osiyo davlatlarida Lyapunovning bu metodlari keng miqyosda qo'llanilib kelinmoqda. Ushbu magistrlik dissertatsiyasida dinamik sistemalar turg'unligi masalasini Lyapunov matritsa funksiyasi usuli yordamida tekshirish taklif qilinmoqda.

Magistrlik dissertatsiyasi uchta bobdan iborat bo'lib birinchi bob yordamchi xarakterga ega. Ikkinchi bobda Dinamik sistemalarni modellashtirish masalasi ko'rib o'tilgan bo'lib, misol tarzida axolining o'sish dinamikasi va suv saqlagichlardagi jarayonlar dinamikasining modellari ko'rib o'tilgan. Uchinchi bob mazkur ishda muxim ahamiyat kasb etib, bu bobda dinamik sistemalar turg'unligi masalasi ko'rib o'tilgan. Metodning moxiyati shundan iboratki murakkab dinamik sistemlarni dekompozitsiya qilish orqali uning tartibini pasaytirish hamda martitsa funksiya yordamida o'zaro bog'liq bo'lgan qism sistemalar muvozanat xolati ustivorligi shartlarini xosil qilishdan iborat.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

1. Abdullin R.Z., Anapolskiy L.Yu. i dr. Metod vektornix funktsiy Lyapunova v teorii ustoychivosti.–M.: Nauka, 1987.–312 s.
2. Barbashin E.A. Vvedeniya teorii ustoychivosti dvijeniya. M.: Nauka, 1967.
3. Barbashin E.A. Funktsiya Lyapunova. M. Nauka. 1970.
4. Bellman R. Vvedenie v teoriyu matrits: Per. s. angl.–M.: Nauka, 1969.
5. Gantmacher F.R. Teoriya matrits.–3-e izd.–M.: Nauka, 1967.
6. Gruyich L.T., Marto'nyuk A.A., Ribbens–Pavella M. Ustoychivost krupnomasshtabnix sistem pri strukturnix i singulyarno`x vozmuheniya.–Kiev: Nauk, dumka, 1984.–307 s
7. Demidovich B.P. Lektsii po matematicheskoy teorii ustoychivosti.– M.: Nauka, 1967.
8. Karimov I.A. Yuksak malakali mutaxassislar taraqqiyot omili–T.: O`zb.1995
9. Karimov I.A. Barkamol avlod orzusi, Sharq, T. 1999.
10. Krasovskiy N.N. Nekotorie zadachi teorii ustoychivosti dvijeniya.–M.: Fizmatgiz, 1959.
11. Lyapunov A.M. Obshaya zadacha ob ustoychivosti dvijeniya. M: Gost.dat.1950
12. Malkin I.G. Teoriya ustoychivosti dvijeniya..M.: Nauka, 1966.
13. Martinyuk A.A., Miladjonov V.G. Ob ustoychivosti krupnomasshtabnix sistem pri strukturnix vozmuheniya. Problema A , Elektronnoe modelirovanie.–1992.
14. Martinyuk A.A., Miladjonov V.G. Ob ustoychivosti krupnomasshtabnix sistem pri strukturnix vozmuheniya. Problema B. Elektronnoe modelirovanie.–1992.
15. Martinyuk A.A., Miladjonov V.G. K teorii ustoychivosti orbitalnoy observatorii pri girokopicheskoy stabilizatsii dvijeniya., Prikl. mexanika., 2000. Tom 36, №5.
16. Mullajonov R.V., Abdugapparova Sh.N, G'oymatova D.G., Yirik masshtabli sistemalarning dekompozitsiyasi., Yosh matematiklarning yangi teoremlari –

2013 Respublika ilmiy amaliy anjuman materiallari., Namangan 2013 y.

17. Miladjonov V.G', G'oymatova D.G., Deformatsiyalanishi va bikirligi oshkor holda vaqtga bog'liq bo'lib, chiziqsiz bo'lgan sistema asimptotik turg'unligining yetarli shartlari., Andijon 2013 y.

18. Муллажонов Р.В. Динамик системалар турғунлигини Ляпунов матрица – функция усули ёрдамида текшириш // Аспирант, доктарант ва тадқиқотчиларнинг республика илмий – амалий анжумани тезислари тўплами. – Тошкент, 2007. –С. 276 –277.

19. Муллажонов Р.В., Каримжонов А. Анализ устойчивости нестационарные линейных КМС. //Труды международной конференции«Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий-Аль Хорезми 2009». – Ташкент, 2009. –том №1. –С.251–255.

20. Муллажонов Р.В. Обобщенное транспонирование матриц и структуры линейных крупномасштабных систем // Украинский журнал «Доп.НАН Украины». –Киев, 2009. - №11.С. 27 –35.

21. Муллажонов Р.В. Анализ устойчивости линейных крупномасштабных систем. // Проблема механики. –Ташкент,2010.–№2.–С.4–7.

22. MiladjonovV.G., MullajonovV.R. К Теории ustoychivosti orbitalnoy observatorii pri giroskopicheskoy stabilizatsii. And.konf.2001.

23. MullajonovV.R. Neyronsetlarmodeli.,Tez. –And. 2003.

24. RushN., AbetsP., LalluaM. Pryamoy metod Lyapunova v teorii ustoychivosti.–M: Mir, 1980.

25. SaloxitdinovM.S., NasridinovG.N. Oddiy differentsial tenglamalar. –T. Ukituvchi. 1982.

26. www.sciencearea.com.ua.

27. www.stcu.kiev.ua.

28. www.attrasoft.com/abm/champ27_1.html.

29. www.emsl.pnl.gov:2080/proj/neuron/neural/what.html.

30. www.math.ucla.edu/nykamp/285j.1.02s/.

Muallif tomonidan mavzu bo'yicha e'lon qilingan ilmiy ishlar.