О НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С РАЗРЫВНЫМИ УСЛОВИЯМИ СКЛЕИВАНИЯ

С.Х.Акбарова, А.Тохиров (Андижанский государственный университет)

Рассмотрим уравнение

$$0=\begin{cases} y^{m_1}u_{xx} - x^{n_1}u_y, x>0, \\ y^{m_2}u_{xx} + (-x)^{n_2}u_{yy}, x<0 \end{cases} \tag{1}$$

в области Ω, ограниченная отрезками OA, AB, BB_0 прямых $y=0$, $x=h_1$, $y=h$ при $x>0$, $y>0$ и гладкой кривой

$$\sigma: \frac{1}{q_2^2}(-x)^{2q_2} + \frac{1}{p_2^2}y^{2p_2} = 1$$

с концами в точках $A_0(-h_2,0)$, $B_0(0,h)$ и отрезкой A_0O прямой $y=0$ при $x<0$, $y>0$, где $m_k, n_k = const(k=1,2)$, $h_1=(2q_1)^{1/q_1}$, $h_2 = q_2^{1/q_2}$, $h=p_2^{1/p_2}$, $2q_1 = n_1+2$, $2q_2 = n_2+2$, $2p_2 = m_2+2$.

Обозначим через
$J=\{(x,y): x=0, 0<y<h\}$, $J_1^+ = \{(x,y): y=0, 0<x<h_1\}$. $J_1^- = \{(x,y): y=0, -h_2<x<0\}$,
$J_1 = \{(x,y): x=h_1, 0<y<h\}$.

ЗадачаTI. Определить функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую следующим условиям:

1) удовлетворяет разрывным условиям склеивания вида
$u(+0,y) = u(-0,y)+\alpha(y), 0\le y\le h,$
$u_x(+0,y) = \beta(y)u_x(-0,y)+\gamma(y), 0\le y\le h;$

2) $u(x,y)\in C^1(\Omega/J)$;

3) $u(x,y)$ - является регулярным в области Ω/J решением уравнения (1);

4) удовлетворяет краевым условиям

$$u(x,y)\big|_{\sigma} = \psi_1(x,y),\ (x,y)\in\sigma, \tag{2}$$

$$u_y\big|_{y=0} = \psi_2(x),\ -h_2<x<0, \tag{3}$$

$$u\big|_{y=0} = \varphi(x),\ 0\le x\le h_1, \tag{4}$$

$$u(h_1,y) + \sum_{i=1}^{n}\theta_i(y)\int\limits_{x_i(y)}^{x_{i+1}(y)} u(x,y)dx = \chi(y), \quad 0\le y\le h, \tag{5}$$

где $\psi_1(x,y), \psi_2(x), \varphi(x), \chi(y), \theta_i(y), i=\overline{1,n}$ заданные функции, причем

$$\psi_2(x)\in C^1(-h_2<x<0), \quad \varphi(x)\in C[0,h_1]\cap C^2(0,h_1), \tag{6}$$

$$\theta_i(y), \chi(y)\in C[0,h]\cap C^2(0,h), \tag{7}$$

$x=x_i(y), i=\overline{1,n+1}$ - заданные функции из класса $C^1[0,h]$, причем

$$0\le x_1<x_2<...<x_{n+1}\le h, \quad 0\le n<\infty;$$

а функция $\psi_1(x,y)$ имеет вид

$$\psi_1(x,y) = xy\overline{\psi_1}(x,y),\ \overline{\psi}_1(x,y)\in C(\overline{\sigma}), \quad \theta_i(0)=0. \tag{8}$$

Теорема. Если выполнены условия (6), (7), (8) и

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\theta_i(y)\right|\left|x_{i+1}(y)-x_i(y)\right|\le 1, . \tag{9}$$

то существует единственное решение $u(x, y)$ задачи TI.

Акбарова Сурайё Хамидовна - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Андижанского государственного университета, г.Андижан.

Тел.:+99893 252 69 78