

ТАШКЕНТСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра: «Машины и оборудование пищевой промышленности – основы механики»

РЕФЕРАТИВНАЯ РАБОТА

ПО ПРЕДМЕТУ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА»

Подготовила: СТУДЕНТ ГР. 41-11Р

ИМАМОВА Р.

Принял: СТ. ПРЕП. СОДИКОВА Г.Я.

ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ. ПОНЯТИЕ О ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ



Для того чтобы построить проекцию некоторой точки A , выбирается произвольная плоскость Π_1 , называемая плоскостью проекций, и точка S , не принадлежащая плоскости Π_1 , называемая центром проекций. Операция проектирования состоит в том, что через точки S и A проводится прямая до пересечения с плоскостью Π_1 . Напомним, что для просмотра процесса построения точки во времени (в динамике) необходимо навести графический курсор с помощью мыши на соответствующий рисунок. Для просмотра анимации на полном

экране произведите на изображении щелчок левой кнопкой. Прямая SA называется проектирующей прямой, а точка A_1 , пересечения проектирующей прямой с плоскостью проекций Π_1 , - центральной проекцией точки A . На плоскости Π_1 , можно построить центральные проекции всех точек пространства, за исключением тех, которые принадлежат плоскости Π_1' , проходящей через центр проекций S и параллельной Π_1 . В этом случае проектирующие прямые оказываются параллельными плоскости Π_1 (прямая SC на рис. 1.1) и точек пересечения их с плоскостью в обычном смысле нет. Этот недостаток центрального проектирования устраняется дополнением евклидова пространства так называемыми бесконечно удаленными или несобственными элементами.

Пространство Евклида, дополненное несобственными элементами, называется проективным.

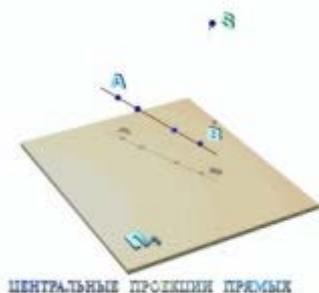
Сущность введения несобственных элементов заключается в следующем:

- 1) каждая прямая, кроме множества обыкновенных точек, имеет одну несобственную; несобственная точка прямой есть эквивалент понятия направление прямой;
- 2) параллельные прямые имеют общую несобственную точку (пересекаются в ней);
- 3) плоскость имеет множество несобственных точек, которые образуют несобственную прямую плоскости;
- 4) параллельные плоскости имеют общую несобственную прямую (пересекаются по несобственной прямой);
- 5) множество всех несобственных точек и прямых пространства образует несобственную плоскость.

Дополнение евклидова пространства несобственными элементами позволяет ликвидировать исключения в основных положениях элементарной геометрии и утверждать:

- 1) каждые две прямые, принадлежащие одной плоскости, всегда пересекаются (в собственной или несобственной точках);
- 2) две любые плоскости пространства всегда пересекаются (линия пересечения - собственная или несобственная прямая);
- 3) прямая и плоскость всегда пересекаются (в собственной или несобственной точках). следовательно, проекцией точки C , принадлежащей плоскости Π_1' Π_1 будет несобственная точка C_1 .

Описанным методом центрального проектирования может быть построена проекция любой точки геометрической фигуры, а следовательно, и проекция самой фигуры. Например, центральной проекцией отрезка $[AB]$ на плоскости Π_1 является множество центральных проекций всех точек отрезка $[AB]$ $[A_1B_1]$.



При центральном проектировании происходит искажение формы, размеров и некоторых других свойств предмета. Вместе с тем, нетрудно заметить, что часть свойств сохраняется, например, проекция точки является точкой; проекция прямой - тоже прямая линия; если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции той же прямой; точка пересечения прямых проектируется в точку пересечения их проекций. Проекция предмета, построенная методом центрального проектирования, называется перспективой.

Построение проекций заданного объекта называется прямой задачей начертательной геометрии. Нетрудно заметить, что метод центрального проектирования позволяет решать ее однозначно: каждая точка имеет на плоскости Π_1 единственную проекцию, так как проектирующая прямая пересекается с плоскостью Π_1 в одной точке. Так, точка A имеет на плоскости Π_1 единственную проекцию A_1 ,

отрезок [BC] - единственную проекцию [B1C1], любая геометрическая фигура - единственную проекцию.

В практической деятельности необходимо уметь не только создавать чертежи, но и читать их, т. е. судить по чертежу однозначно о самом предмете. Определение формы и размеров объекта по его чертежу называется обратной задачей начертательной геометрии. Одна проекция - точки не определяет ее положения в пространстве, так как может быть проекцией любой точки, принадлежащей проецирующей прямой. Так, точка A1 может быть проекцией любой точки, принадлежащей прямой SA; [A1B1] на рис. 1.2 - проекцией любой линии, принадлежащей проецирующей плоскости, определяемой точкой S и прямой BC. Следовательно, одна проекция объекта не позволяет судить о его форме и размерах, т. е. однопроекционный чертеж является необратимым.

1.2. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ.

Если за центр проекций принять несобственную точку S пространства, то проецирующие прямые AA1, BB1,... будут параллельными между собой. Для их построения вместо отсутствующей на чертеже точки S задают направление проецирования s



Такой вид проецирования называется параллельным, а точки A1, B1, D1... пересечения проецирующих прямых с плоскостью проекций Π1 - параллельными проекциями точек A, B, D,... пространства. Очевидно, что при параллельном проецировании, так же как и при центральном, каждая точка пространства имеет на плоскости Π1 одну проекцию, но эта проекция не определяет

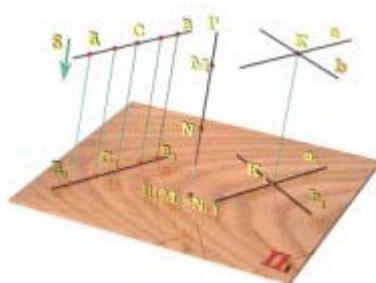
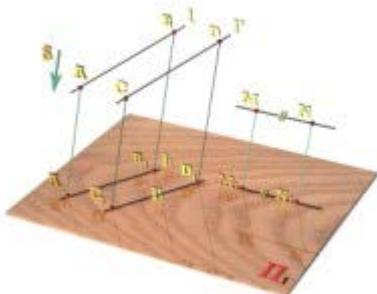
положения точки в пространстве. Следовательно, однопроекционный чертеж, полученный методом параллельного проецирования, тоже необратим. Различают прямоугольное (ортогональное) и косоугольное параллельное проецирование, в зависимости от угла, образованного направлением проецирования с плоскостью проекций.

1.3. ИНВАРИАНТЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

1. Проекция точки на плоскость есть точка

A A1.

2. Проекция прямой в общем случае прямая: l Π1, (рис. 1.6); она вырождается в точку, если прямая параллельна направлению проецирования:



3. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии:

A 1 A1 Π1

Следствие из пп. 2 и 3. Для построения проекции прямой достаточно построить проекции двух принадлежащих ей точек:

A 1 B 1 A1 Π1 B1 Π1

4. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций:

K = a b K1 = a1 b1

5. Проекции параллельных прямых параллельны :

1 1' 11 11'

Следствия:

1) отношение длин отрезков параллельных прямых равно отношению длин их проекций:

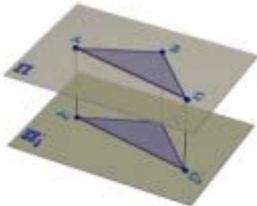
$$[AB] // [CD] \Rightarrow \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|A_1B_1|}{|C_1D_1|};$$

2) если точка, принадлежащая отрезку прямой, делит его в некотором отношении, то проекция точки делит проекцию отрезка в том же отношении:

6. Если геометрическая фигура Φ принадлежит плоскости, параллельной плоскости проекций (например, Π_1), то проекция этой фигуры на плоскость Π_1 конгруэнтна самой фигуре:

Например, если отрезок MN параллелен плоскости проекций, то его проекция на данную плоскость конгруэнтна самому отрезку:

7. Проекция геометрической фигуры не изменяется при параллельном переносе плоскости проекций



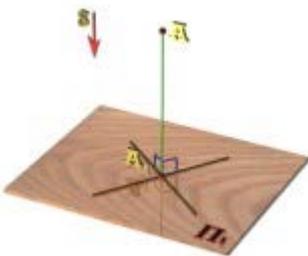
Внимание:

Подумайте, проанализируйте чертежи и докажите справедливость перечисленных инвариантов параллельного проецирования. Рассмотренные свойства (инварианты) параллельного проецирования сохраняются при любом направлении проецирования.

Примечание.

Метрические характеристики геометрических фигур при параллельном проецировании в общем случае не сохраняются (происходит искажение линейных и угловых величин).

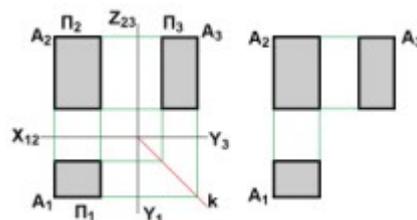
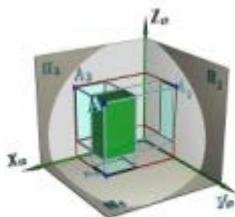
1.4. ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ.



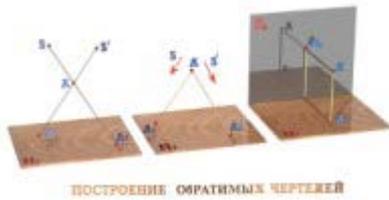
Если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций, параллельное проецирование называется ортогональным (прямоугольным)

с Π_1 ($AA_1 \perp \Pi_1$). В этом случае проекция A_1 точки A называется ортогональной, или прямоугольной. В противном случае проецирование называется косоугольным.

Ортогональное проецирование, являясь частным случаем параллельного, значительно упрощает построение проекций геометрических фигур и является основным при выполнении комплексных чертежей технических форм (рис. 1.10). Рассмотренные в предыдущих параграфах однопроекционные чертежи геометрических фигур являются необратимыми.



По ним нельзя мысленно воссоздать пространственную форму и размеры изображенного объекта. Существуют различные способы устранения этого недостатка однопроекционных чертежей в зависимости от принятого вида проецирования. Например, при центральном проецировании точку можно проецировать из двух различных центров, при параллельном - при помощи двух различных направлений, при ортогональном - на две пересекающиеся плоскости. Нетрудно заметить, что в каждом из этих случаев получаются две проекции A_1 и A_1' , точки A , однозначно определяющие ее положение в пространстве. Следовательно, обратимый чертеж геометрической фигуры должен содержать не менее двух проекций каждой ее точки.



ПОСТРОЕНИЕ ОБРАТИМЫХ ЧЕРТЕЖЕЙ

При построении ортогональных проекций точки на две пересекающиеся плоскости проекций Π_1 и Π_2 (рис. 1.12) угол между ними принимается равным 90° . В технике применяются следующие виды обратимых чертежей:

1) комплексные, 2) аксонометрические, 3) перспективные, 4) чертежи с числовыми отметками. В пособии рассматривается первый вид чертежей.