

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

ТАШКЕНТСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра: «Машины и оборудование пищевой промышленности – основы механики»

РЕФЕРАТИВНАЯ РАБОТА

ПО ПРЕДМЕТУ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

Подготовила: СТУДЕНКА ГР. 41-11Р

ИМАМОВА РОКСАНА

Принял: СТ. ПРЕП. ЛЯМИН А.В.

ТАШКЕНТ – 2012

Сложное сопротивление

Сложным сопротивлением называются виды нагружения, при которых в поперечных сечениях одновременно действуют несколько внутренних силовых факторов.

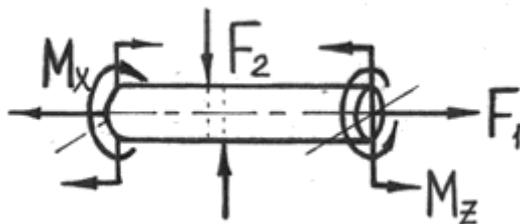


Рис.7.1

Сложный вид деформации можно рассматривать как сумму простых видов, изученных ранее (растяжение, изгиб, кручение), при которых в сечениях элементов конструкций возникал только один внутренний силовой фактор (рис.7.2): нормальная сила N - при растяжении, изгибающий момент M_z - при чистом изгибе, крутящий момент M_x - при кручении. Эти виды нагружения, растяжение, изгиб, кручение, являются простыми.

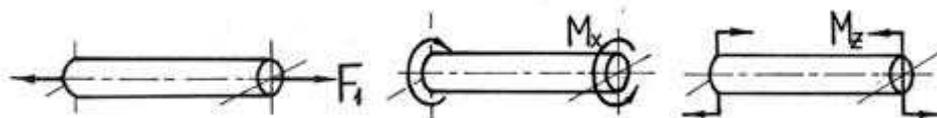


Рис.7.2

Основные соотношения, полученные для них, приведены в таблице 7.1

Таблица 7.1

Виды нагружения	Напряжения	Деформации
Растяжение	$\sigma = \frac{N}{F}$ Условие прочности: $\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{F} \leq [\sigma]$	$\Delta l = \frac{Nl}{EF}$
Изгиб	$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$ Условие прочности: $\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x} \leq [\sigma]$	$EJ_x y'' = M_x$
Кручение	$\tau = \frac{M_k}{J_p} \rho$ Условие прочности: $\tau_{max} = \frac{M_{kmax}}{W_p} \leq [\tau]$	$\varphi = \frac{M_x l}{GJ_p}$

Но при сложном сопротивлении должен быть применим принцип независимости действия сил (частный случай принципа суперпозиции или наложения, применяемый в механике деформируемого твердого тела).

Напомним формулировку принципа независимости действия сил: *напряжение (деформация) от группы сил равно сумме напряжений (деформаций) от каждой силы в отдельности*. Он справедлив, если функция и аргумент связаны линейной зависимостью. В задачах механики материалов и конструкций становится неприменимым, если:

- напряжения в какой-либо части конструкции от одной из сил или группы сил превышают предел пропорциональности $\sigma_{пч}$;
- деформации или перемещения становятся настолько большими, что нарушается линейная зависимость между ними и нагрузкой.

Например, дифференциальное уравнение изгиба стержня является нелинейным и вытекающая из него зависимость прогиба f от нагрузки P для консольной балки, изображенной на рис.7.3, а, также является нелинейной (рис.7.3, б). Однако, если прогибы балки невелики ($f \ll l$) настолько, что $(dv/dz)^2 \ll 1$ (так как $dv/dz \approx f/l$), то дифференциальное уравнение изгиба становится линейным (как видно из рис.7.3, б, начальный участок зависимости P от f , описываемый этим уравнением, также является линейным).

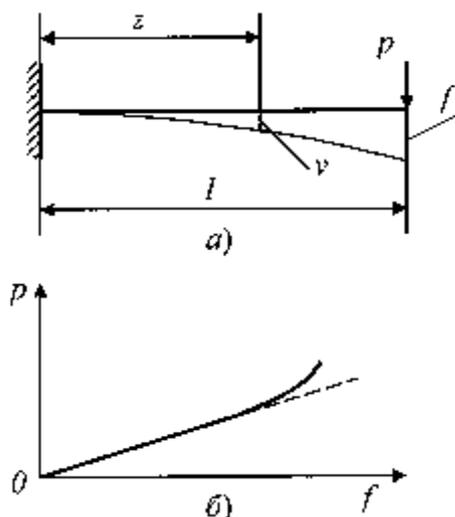


Рис.7.3. Модели изгиба балки: а) расчетная схема
б) линейное и нелинейное сопротивление

Задачи на сложное сопротивление решаются следующим образом. Определяются напряжения и деформации при действии простейших видов деформации, составляющих сложное сопротивление, а затем полученные результаты суммируют, используя при необходимости теории прочности.

На практике одновременное действие всех силовых факторов встречается крайне редко. Чаще приходится иметь дело с более простыми комбинациями нагружений – *косой или пространственный изгиб, внецентренное растяжение или сжатие и изгиб с кручением*.

Расчет балки, подверженной косому или пространственному изгибу

Косым называют изгиб, при котором плоскость действия изгибающего момента, возникающего в сечении, не совпадает ни с одной из главных плоскостей бруса (при этом плоскость действия изгибающего момента обязательно должна проходить через центр тяжести сечения) (рис.7.4).

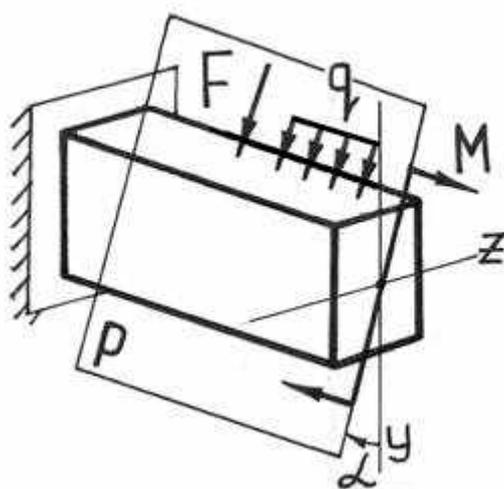


Рис.7.4

При косом изгибе изогнутая ось представляет собой плоскую кривую, и плоскость, в которой она расположена, не совпадает с плоскостью действия нагрузки. При *пространственном изгибе* нагрузка приложена в разных плоскостях, деформированная ось является пространственной кривой.

Определение внутренних усилий при косом изгибе

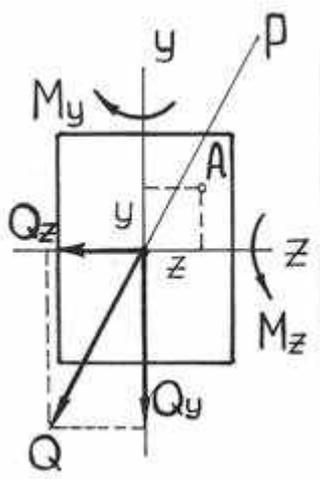


Рис.7.5

При косом изгибе в поперечных сечениях бруса действуют следующие внутренние усилия: M_z, M_y – изгибающие моменты и Q_y, Q_z – поперечные (перерезывающие) силы. Это легко показать мысленно рассекая стержень и определяя внутренние усилия при косом изгибе консольной балки под действием сосредоточенной силы F на свободном конце (см. рис.7.5):

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow N = 0; & \sum M_x = 0 &\Rightarrow M_x = 0; \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow Q_y = F \cdot \cos \alpha; & \sum M_y = 0 &\Rightarrow M_y = F \cdot \sin \alpha \cdot x; \\ \sum F_z = 0 &\Rightarrow Q_z = F \cdot \sin \alpha; & \sum M_z = 0 &\Rightarrow M_z = F \cdot \cos \alpha \cdot x. \end{aligned}$$

Правило знаков для внутренних усилий: изгибающие моменты – положительны, если вызывают растяжение в положительном квадранте координатной системы zOy ; поперечные силы – положительны, если под их действием отсеченный элемент поворачивается по часовой стрелке.

Таким образом, кривой изгиб может быть представлен как совместное действие двух плоских изгибов в двух взаимно перпендикулярных плоскостях инерции.

Для определения полного изгибающего момента M и полной поперечной силы Q при косом изгибе достаточно определить внутренние усилия для каждого из плоских изгибов в отдельности (то есть Q_y, M_z и Q_z, M_y), а затем найти их векторную сумму:

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}, \quad Q = \sqrt{Q_y^2 + Q_z^2}.$$

Определение напряжений при косом изгибе

Если разложить внешние силы по главным осям инерции Ox и Oy , то получим две системы сил $P_{1x}, P_{2x}, \dots, P_{nx}$ и $P_{1y}, P_{2y}, \dots, P_{ny}$, каждая из которых вызывает прямой изгиб с изгибающими моментами соответственно M_y и M_x (рис.7.6). Применяя принцип независимости действия сил, нормальные напряжения σ (рис.7.7) определим как алгебраическую сумму напряжений от M_x и M_y :

$$\sigma = \sigma_{M_x} + \sigma_{M_y} = \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x.$$

Чтобы не связывать себя формальными правилами знаков, слагаемые будем определять по модулю, а знаки ставить по смыслу.

Таким образом, расчет на кривой изгиб с применением принципа независимости действия сил сводится к расчету на два прямых изгиба с последующим алгебраическим суммированием напряжений.

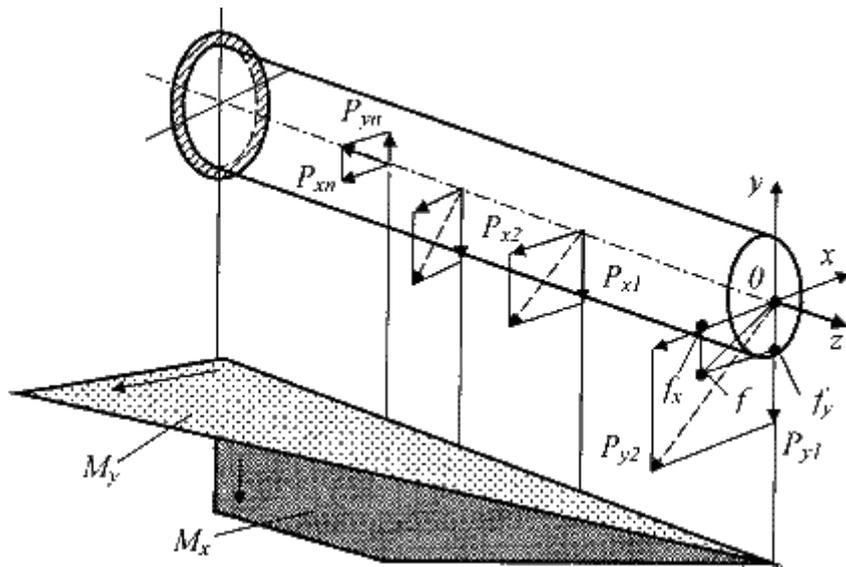


Рис.7.6. Расчетная модель косоугольного изгиба бруса

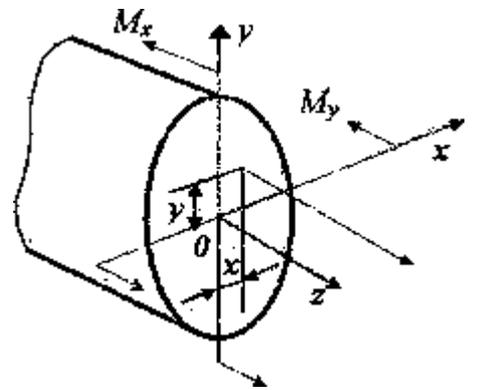


Рис.7.7. Связь нормального напряжения с внутренними изгибающими моментами

В случае поперечных сечений, имеющих две оси симметрии и выступающие угловые точки (рис.7.8) с равными по модулю и максимальными одноименными координатами $|x_A| = x_B = x_C = |x_D| = x_{\max}$ и $|y_A| = y_B = y_C = |y_D| = y_{\max}$ напряжения в этих точках будут равны

$$\sigma_{A,B,C,D} = \pm \frac{M_x}{J_x} y_{\max} \pm \frac{M_y}{J_y} x_{\max} = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} .$$

Слагаемые в этом выражении рекомендуется определять по модулю, а знаки ставить по смыслу. Например, на рис.7.9 верхний ряд знаков «+» и «-» соответствует напряжениям от M_x , а нижний ряд — от M_y , и напряжения в этих точках будут равны

$$\sigma_A = -\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}, \quad \sigma_B = -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y},$$

$$\sigma_C = \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}, \quad \sigma_D = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y},$$

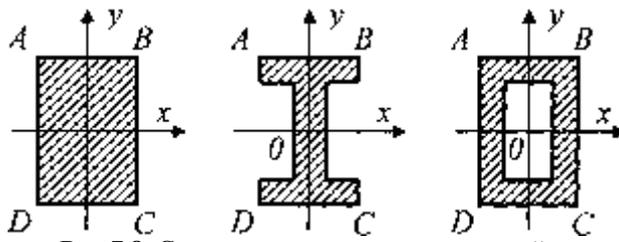


Рис.7.8. Симметричные варианты сечений

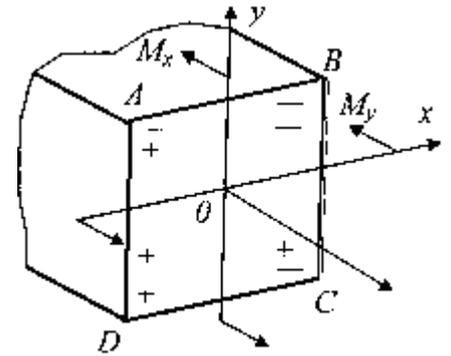


Рис.7.9. Расстановка знаков от действия моментов

Условие прочности для балок из пластичного материала с указанным типом сечений запишется в виде

$$\max \sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma] .$$

Касательные напряжения от поперечных сил, если нельзя воспользоваться формулой Журавского, допустимо не учитывать.

При проведении расчетов на прочность условие прочности составляется для опасной точки поперечного сечения, т.е. для точки, в которой нормальные напряжения достигают максимальных значений. Самой нагруженной точкой в сечении произвольной формы является точка, наиболее удаленная от нейтральной линии, разделяющей растянутую и сжатую зоны сечения.

В связи с этим, большое значение приобретают вопросы, связанные с определением положения нейтральной линии.

Положив $\sigma = 0$, получим уравнение нейтральной линии.

$$\pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} = 0$$

Так как напряжения в точках поперечного сечения будут пропорциональными расстояниям от нейтральной линии, то $\max \sigma$ будут возникать в наиболее удаленных от нее точках.

Силловая плоскость – это плоскость действия результирующего момента $M_{рез}$ (рис.7.10), φ - угол наклона силовой плоскости к вертикали.

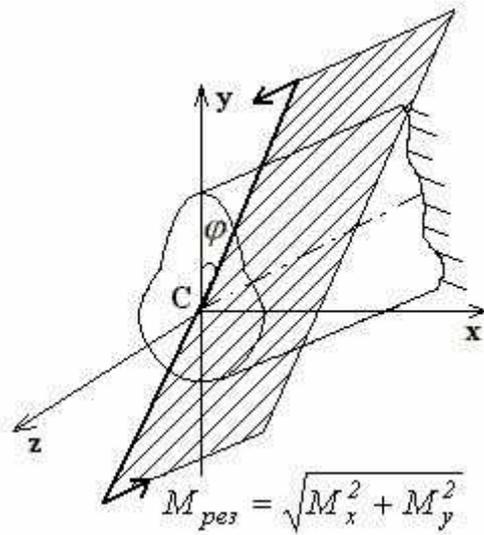


Рис.7.10

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{M_y}{M_x}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\varphi \frac{J_x}{J_y} \quad (1)$$

Свойства нейтральной линии

1. Если $J_x \neq J_y$, то $\alpha \neq \varphi$, то есть силовая плоскость и нейтральная линия не являются перпендикулярными.

2. Если $J_x = J_y$, то из (1) следует, что $\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\varphi$, то есть нейтральная линия и силовая плоскость перпендикулярны. В этом случае стержень испытывает плоский изгиб (примерами таких стержней являются стержни с сечением – круг, кольцо, квадрат).

3. Знак «минус» в формуле (1) указывает, что силовая плоскость и нейтральная линия при косом изгибе проходят через противоположные квадранты.

Для определения опасных точек сечения следует построить касательные к контуру сечения, параллельные нейтральной линии. Точки касания и будут являться опасными (точки A и B на рис.7.11).

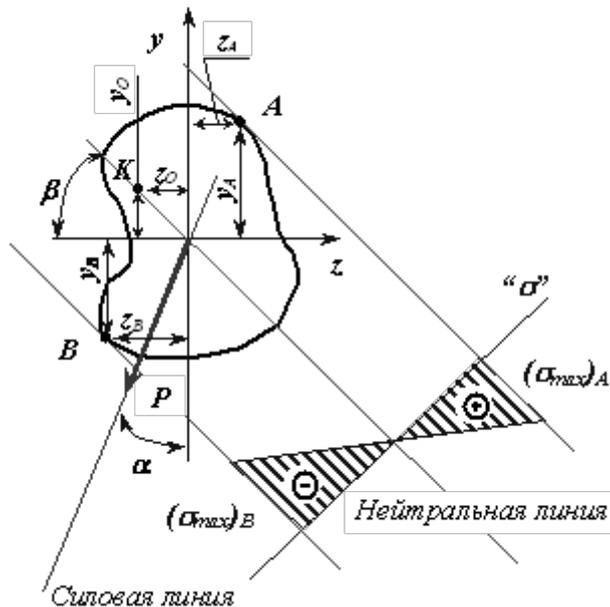


Рис.7.11. Положение нейтральной линии при косом изгибе

Для некоторых сечений (прямоугольник, двутавр, швеллер и т.п.) наиболее напряженные точки расположены в углах этих сечений, т.е. их можно найти без определения положения нейтральной линии (рис.7.12).

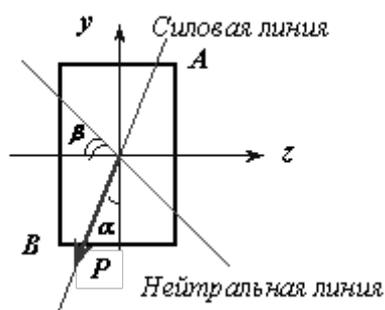


Рис.7.12. Положение нейтральной линии и опасных точек сечения при косом изгибе для прямоугольника

Условия прочности составляют в зависимости от свойств того материала, из которого изготовлен элемент конструкции (брус).

Для хрупкого материала используют два условия прочности - для опасной точки, где имеет место растяжение (для нашего случая т. *A* на рис.7.11), и для точки, где имеет место сжатие (т. *B*)

$$\sigma_{\max}^r = \frac{M_z}{J_z} y_A + \frac{M_y}{J_y} z_A \leq [\sigma_r],$$

$$|\sigma_{\max}^c| = \frac{M_z}{J_z} y_B + \frac{M_y}{J_y} z_B \leq [\sigma_c].$$

Необходимость использования двух условий прочности для хрупкого материала объясняется разными механическими свойствами материала при растяжении и сжатии. Хрупкий материал плохо сопротивляется растяжению и хорошо - сжатию.

Для пластичного материала, который одинаково сопротивляется и растяжению и сжатию, используют одно условие прочности для точки поперечного сечения, где имеют место максимальные по абсолютной величине нормальные напряжения

$$|\sigma_{\max}| = \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z \leq [\sigma]$$

где z и y - координаты данной точки.

При расчетах на прочность касательными напряжениями от поперечных сил пренебрегают, т.к. их влияние незначительно.

Определение перемещений при косом изгибе

Перемещения при косом изгибе определяют по принципу независимости действия сил, т.е. рассчитывают прогибы Δ_x и Δ_y в направлении главных осей, а величину полного прогиба в любом

сечении балки получают геометрическим суммированием: $\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$.

Например, для балки, изображенной на рис.7.13, прогиб конца консоли определится следующим образом:

$$\Delta_y = \frac{P_y l^3}{3EJ_z} = \frac{P \cos \alpha l^3}{3EJ_z},$$

$$\Delta_x = \frac{P_x l^3}{3EJ_y} = \frac{P \sin \alpha l^3}{3EJ_y},$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}.$$



Рис.7.13. Перемещение при косом изгибе

Направление полного перемещения ($\operatorname{tg} \varphi$) определится величиной отношения Δ_z/Δ_y (рис.7.13)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta_z}{\Delta_y} = \frac{P \sin \alpha 3EJ_z}{3EJ_y P \cos \alpha} = \frac{J_z}{J_y} \operatorname{tg} \alpha$$

Направление полного прогиба при косом изгибе перпендикулярно нейтральной линии и не совпадает с направлением внешней силы (рис.7.13).

При косом изгибе (впрочем, как и при остальных видах нагружения) имеем три задачи расчета на прочность:

- 1) проверка прочности;
- 2) подбор сечения [определить W_z (размеры сечения), при заданном отношении W_z/W_y];
- 3) проверка по несущей способности (определить M).

Порядок проверки прочности балки, работающей в условиях косоугольного или пространственного изгиба, тот же, что и для балки, работающей при плоском поперечном изгибе. Для этого необходимо:

- построить эпюры внутренних усилий (изгибающих моментов). Для построения эпюр внутренних усилий раскладываем нагрузки на вертикальную и горизонтальную составляющие. Вертикальная составляющая вызывает изгиб относительно горизонтальной оси y , горизонтальная – относительно оси z ;
- выбрать опасные сечения – это сечения, где имеет место наиболее неблагоприятное сочетание изгибающих моментов;
- в опасных сечениях найти опасные точки – точки с максимальными нормальными напряжениями;
- записать условие прочности в этих точках. Из условия прочности либо подобрать размеры поперечного сечения, либо найти допустимую нагрузку, либо просто сделать вывод о возможности безопасной эксплуатации конструкции.

Внецентренное сжатие или растяжение.

Вторым практически важным случаем сложения деформаций от изгиба и от продольных сил является так называемое внецентренное сжатие или растяжение, вызываемое одними продольными силами. Этот вид нагружения довольно распространен в технике, так как в реальной ситуации почти невозможно приложить растягивающую нагрузку точно в центре тяжести.

Внецентренным растяжением-сжатием называется случай, когда равнодействующая сил, приложенных к отброшенной части стержня, направлена параллельно оси стержня, но не совпадает с этой осью (рис.7.17).



Рис.7.17

Внецентренное растяжение (сжатие) испытывают короткие стержни. Все сечения являются равноопасными, поэтому нет необходимости в построении эпюр внутренних силовых факторов.

Представим, что после проведения разреза равнодействующая P сил действующих на отброшенную часть и приложенная к оставшейся проходит через точку с координатами $(x_p; y_p)$ в главных центральных осях поперечного сечения (рис. 7.18).

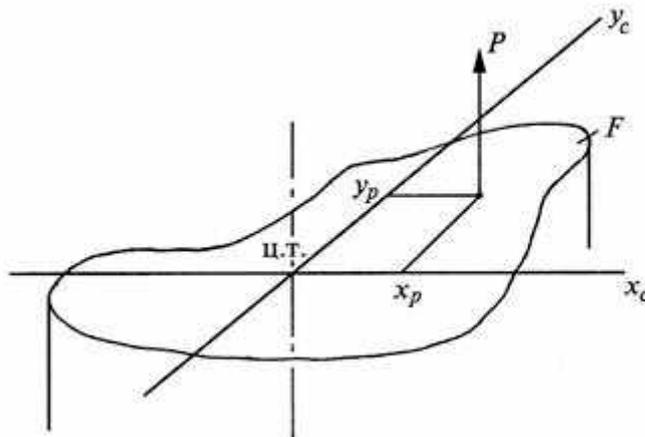


Рис.7.18

Приведем силу P в центр тяжести сечения, т.е. направим вдоль оси стержня (сила N). При этом появятся две пары сил M_{x_c} и M_{y_c} относительно главных центральных осей (рис.7.19).

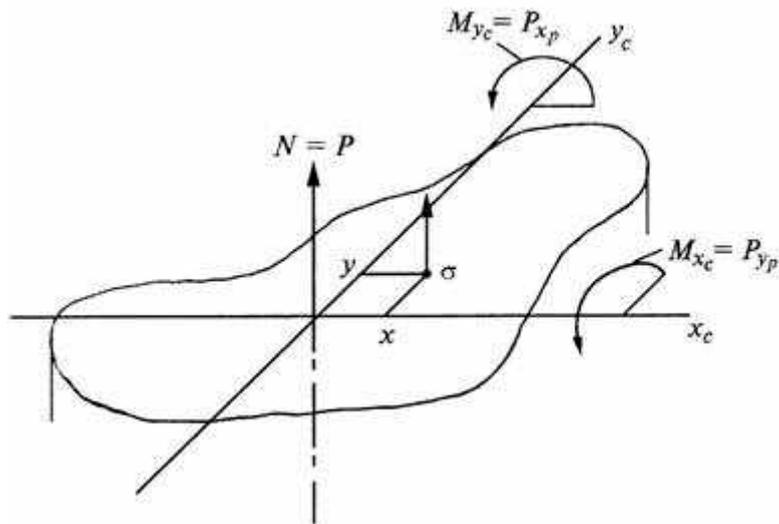


Рис.7.19

Таким образом, в поперечном сечении стержня при внецентренном растяжении и сжатии возникают три внутренних силовых фактора: нормальная сила N и два изгибающих момента M_{x_c} и M_{y_c} относительно главных центральных осей поперечного сечения.

Для вычисления нормального напряжения в поперечном сечении в окрестности точки с произвольными координатами x, y воспользуемся принципом независимости действия сил. Будем вычислять нормальное напряжение от каждого внутреннего силового фактора в отдельности и результат сложим.

$$\sigma(x, y) = \frac{N}{F} + \frac{M_{x_c}}{J_{x_c}} y + \frac{M_{y_c}}{J_{y_c}} x. \quad (2)$$

По этой формуле можно вычислять нормальные напряжения в точках поперечного сечения стержня при совместном действии осевой силы и двух изгибающих моментов. В нашем случае все три внутренних силовых фактора зависят от внецентренно приложенной силы P (рис.7.19). Подставив соответствующие выражения в (2), получим

$$\sigma(x, y) = \frac{P}{F} + \frac{P y_p y}{J_{x_c}} + \frac{P x_p x}{J_{y_c}}.$$

Вынесем величину нормального напряжения при осевом растяжении $\sigma = P/F$ за скобки

$$\sigma(x, y) = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y F}{J_{x_c}} + \frac{x_p x F}{J_{y_c}} \right).$$

Введем понятие о радиусе инерции относительно оси U

$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{F}}.$$

это такое расстояние от оси U до условной точки, где сосредоточена вся площадь сечения. Тогда момент инерции можно найти по формуле

$$J_u = i_u^2 F. \quad (3)$$

Применив (3) в выражении $\sigma(x, y)$, получим

$$\sigma(x, y) = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y}{i_{x_c}^2} + \frac{x_p x}{i_{y_c}^2} \right). \quad (4)$$

Мы получили формулу нормальных напряжений в поперечном сечении при внецентренном растяжении или сжатии. Если сила растягивающая, то перед скобкой ставится знак плюс, если сила сжимающая, то ставится – минус.

В этой формуле координаты точки, где определяются напряжения входят в первой степени. Следовательно, если величины напряжений откладывать в масштабе в виде аппликат перпендикулярно плоскости поперечного сечения, то концы этих отрезков будут лежать на плоскости, наклоненной к плоскости поперечного сечения. Будем называть эту плоскость *плоскостью напряжений*. Известно, что две наклоненные плоскости пересекаются по линии. В нашем случае в точках этой линии $\sigma = 0$ - это нулевая линия, которая описывается уравнением

$$1 + \frac{y_p y}{i_{x_c}^2} + \frac{x_p x}{i_{y_c}^2} = 0. \quad (5)$$

Анализируя (5) можно сделать вывод, что нейтральная линия при внецентренном растяжении и сжатии не проходит через центр тяжести, а отсекает на главных центральных осях отрезки a_{x_c} и a_{y_c} . Полагая последовательно в (5) $x=0$ и $y=0$, получим

$$a_{x_c} = -\frac{i_{y_c}^2}{x_p};$$

$$a_{y_c} = -\frac{i_{x_c}^2}{y_p}. \quad (6)$$

Из формул (6) следуют некоторые закономерности, связывающие положения полюса (т. е. точки приложения силы) и нейтральной линии, которые удобно использовать для анализа решения задачи. Перечислим самые важные из этих закономерностей:

- нейтральная линия всегда расположена в квадранте, противоположном тому, в котором находится полюс (см. рис. 7.20);
- если полюс находится на одной из главных осей, то нейтральная линия перпендикулярна этой оси;
- если полюс приближается к центру тяжести сечения, то нейтральная линия удаляется от него.
- если полюс движется по прямой линии, то нейтральная линия поворачивается вокруг неподвижной точки.

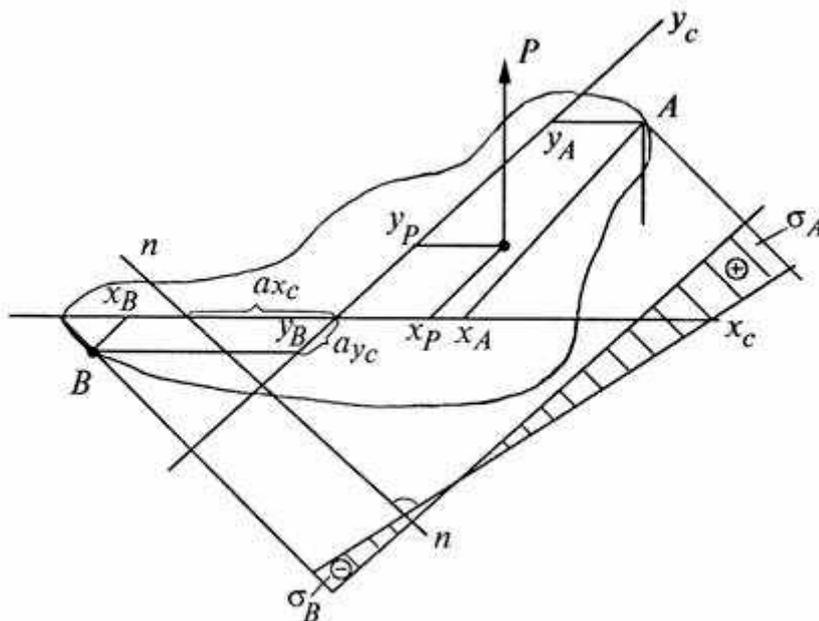


Рис.7.20

Для сечений со сложным контуром знание положения нулевой линии очень важно. Вспоминая про понятие *плоскость напряжений*, можно утверждать, что наибольшие по величине нормальные напряжения возникают в точках поперечного сечения наиболее удаленных от нулевой линии. Если взглянуть на плоскость напряжений вдоль нулевой линии, то она будет видна в виде линии соединяющей аппликаты напряжений, то есть в виде эпюры напряжений, отложенной от линии перпендикулярной нулевой линии (рис.7.20).

Наибольшее растягивающее нормальное напряжение возникает в точке A

$$\sigma_A = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y_A}{i_{x_e}^2} + \frac{x_p x_A}{i_{y_e}^2} \right) > 0, \quad (7)$$

а наибольшее сжимающее нормальное напряжение возникает в точке B

$$\sigma_B = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y_B}{i_{x_e}^2} + \frac{x_p x_B}{i_{y_e}^2} \right) < 0. \quad (8)$$

Таким образом, при внецентренном растяжении кроме растягивающих нормальных напряжений в поперечном сечении могут возникнуть и сжимающие. При внецентренном сжатии – наоборот.

Если материал стержня одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, то условие прочности получает такой вид:

$$|\sigma_{\max}| = F \left[\frac{1}{F} + \frac{y_p y_1}{J_z} + \frac{z_p z_1}{J_y} \right] \leq [\sigma]$$

Хрупкий материал обладает различными свойствами в условиях растяжения и сжатия – плохо сопротивляется растяжению и хорошо сжатию, условия прочности составляют для двух точек: где действуют максимальные растягивающие (т. A) и максимальные сжимающие (т. B) напряжения

$$\sigma_{p_{\max}} = \sigma_A = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{J_y} z_A + \frac{M_z}{J_z} y_A \leq [\sigma_p],$$

$$|\sigma_{c_{\max}}| = \sigma_B = \frac{N}{F} - \frac{M_y}{J_y} z_B - \frac{M_z}{J_z} y_B \leq [\sigma_c]. \quad (9)$$

Для поперечных сечений с выступающими углами, у которых обе главные оси инерции являются осями симметрии (прямоугольник, двутавр и др.) $y_1 = y_{\max}$ и $z_1 = z_{\max}$. Поэтому формула упрощается, и мы имеем

$$|\sigma_{\max}| = F \left[\frac{1}{F} + \frac{y_p}{W_z} + \frac{z_p}{W_y} \right] \leq [\sigma]$$

Если же материал стержня неодинаково сопротивляется растяжению и сжатию, то необходимо проверить прочность стержня как в растянутой, так и в сжатой зонах.

Ядро сечения при внецентренном сжатии

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы P слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом **ядре сечения**. Этим термином обозначается *некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы P , не вызывая в сечении напряжений разного знака*.

Рис. 7.24 поясняет данное определение ядра сечения.

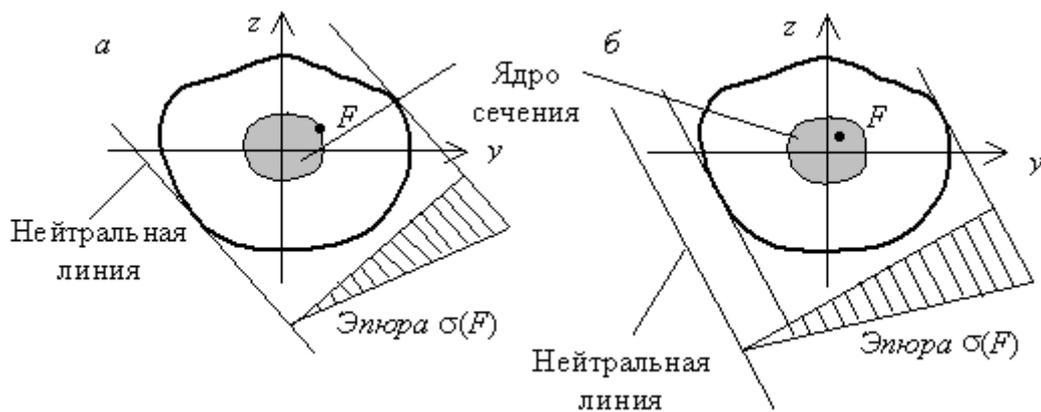


Рис.7.24

При приложении силы P в точке на границе ядра сечения с координатами $(x_я; y_я)$ нулевая линия будет касательной к контуру поперечного сечения в точке B (рис.7.25) и отсекать на главных центральных осях отрезки a_{x_c} и a_{y_c} .

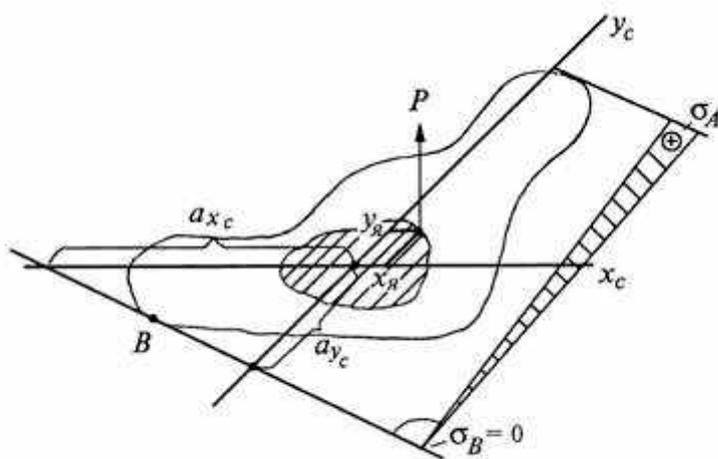


Рис. 7.25

Применяя (6), получим

$$x_я = -\frac{i_{y_c}^2}{a_{x_c}};$$

$$y_я = -\frac{i_{x_c}^2}{a_{y_c}}.$$

(11)

Формулы (11) описывают алгоритм вычисления координат точек границы ядра сечения:

- 1) Проводится касательная к контуру поперечного сечения и определяются отрезки a_{x_c} и a_{y_c} .
- 2) По формуле (11) определяются координаты $x_я$ и $y_я$.

Такая процедура проводится со всеми касательными. Для сложного криволинейного контура, чем больше будет проведено касательных, тем точнее будет найден контур ядра сечения.

Можно доказать, что если касательная будет вращаться вокруг угла контура сечения, если он есть, то соответствующая точка на контуре ядра будет перемещаться по прямой линии, соединяющей точки ядра соответствующие крайним положениям касательных.

Таким образом, если контур поперечного сечения представляет собой многоугольник, что контур ядра сечения тоже будет иметь форму многоугольника, но необязательно с тем же количеством углов (их может быть меньше).

Для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по

главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы *средней трети* стороны сечения.

Для круглого сечения радиуса r очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса r_0 . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось Oy расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда

$$\alpha_y = r; \alpha_x = \infty; z_x = r_0 = -\frac{i_x^2}{\alpha_y} = -\frac{\frac{r^4}{4}}{r} = -\frac{r}{4}$$

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура $ABCD$, описанного около двутавра (рис.7.26, а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (рис.7.26, б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника $ABCD$.

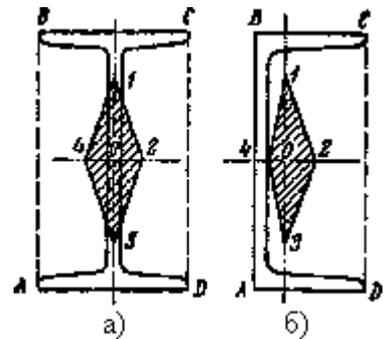


Рис.7.26. Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

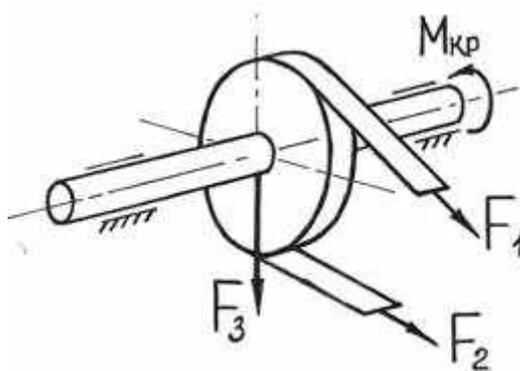
Совместные действия изгиба и кручения стержня

На практике деформации кручения часто сопутствует изгиб. Как правило, при работе вал изгибается собственным весом, весом шкивов, давлением на зубья шестерен, натяжением ремней и т.д. Сочетание изгиба с кручением имеет место в пространственных рамах, коленчатых валах и других элементах конструкций.

В предыдущих разделах рассматривались такие частные случаи сложного сопротивления (косой изгиб, внецентренное растяжение или сжатие), при которых в поперечных сечениях бруса возникали только нормальные напряжения, и, следовательно, имело место одноосное напряженное состояние. Это позволило при выводе расчетных формул использовать сечения произвольной формы.

В случае изгиба с кручением от крутящего момента в поперечных сечениях бруса возникают касательные напряжения, которые рассчитываются по разному для круглых и прямоугольных брусев. Вследствие этого, рассматривать расчет сечений произвольной формы не представляется возможным.

Кручение с изгибом – частный случай сложного сопротивления, который может рассматриваться как сочетание чистого кручения и поперечного изгиба.



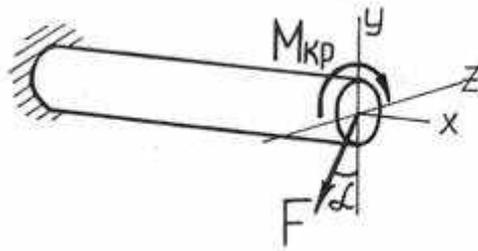


Рис.7.28

Определение внутренних усилий и напряжений при кручении с изгибом

Для определения внутренних усилий воспользуемся методом сечений:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N = 0;$$

$$\Sigma F_y \neq 0 \Rightarrow Q_y \neq 0;$$

$$\Sigma F_z \neq 0 \Rightarrow Q_z \neq 0;$$

$$\Sigma M_x \neq 0 \Rightarrow M_x \neq 0;$$

$$\Sigma M_y \neq 0 \Rightarrow M_y \neq 0;$$

$$\Sigma M_z \neq 0 \Rightarrow M_z \neq 0.$$

Обычно две составляющие поперечной силы (Q_y, Q_z) и изгибающего момента (M_y, M_z) приводят к их полным результирующим

$$Q = \sqrt{Q_y^2 + Q_z^2}; \quad M_{изг} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

Заметим, что часто поперечной силой пренебрегают (для достаточно длинных валов) и рассматривают кручение с изгибом как совместное действие крутящего ($M_x, M_{кр}, T$) и изгибающего ($M_{изг}$) моментов.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА « Машины и аппараты пищевой промышленности-
основы механики»

Самостоятельная работа

« Примеры сложного сопротивления,
встречающиеся на практике (косой изгиб,
внецентренное сжатие, кручение с изгибом)»

Выполнила: Имамова Роксана

Группа 41-11

Проверил: Лямин А.В.