

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ТАШКЕНТСКИЙ АРХИТЕКТУРНО СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ
КАФЕДРА «ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

РЕФЕРАТ

По предмету: «Информационные системы»

На тему: «Нечеткая логика»

Выполнила: группы ҚТЭТ -15
Алимухамедова З.А.

Принял: Фозылов А.Ш.

Ташкент 2016

Содержание:

- Понятие Нечеткая логика
- Нечеткие множества
- Основные характеристики нечетких множеств
- Методы построения функций принадлежности нечетких множеств
- Операции над нечеткими множествами
- Наглядное представление операций над нечеткими множествами
- Список используемой литературы

Нечеткая логика

Наверное, самым впечатляющим у человеческого интеллекта является способность принимать правильные решения в условиях неполной и нечеткой информации. Построение моделей приближенных размышлений человека и использование их в компьютерных системах представляет сегодня одну из важнейших проблем науки.

Основы нечеткой логики были заложены в конце 60-х лет в работах известного американского математика Латфи Заде. Исследования такого рода было вызвано возрастающим неудовольствием экспертными системами. Хваленый "искусственный интеллект", который легко справлялся с задачами управления сложными техническими комплексами, был беспомощным при простейших высказываниях повседневной жизни, типа "Если в машине перед тобой силит неопытный водитель - держись от нее подальше". Для создания действительно интеллектуальных систем, способных адекватно взаимодействовать с человеком, был необходим новый математический аппарат, который переводит неоднозначные жизненные утверждения в язык четких и формальных математических формул. Первым серьезным шагом в этом направлении стала теория нечетких множеств, разработанная Заде. Его работа "Fuzzy Sets", опубликованная в 1965 году в журнале "Information and Control", заложила основы моделирования интеллектуальной деятельности человека и стала начальным толчком к развитию новой математической теории. Он же дал и название для новой области науки - "fuzzy logic" (fuzzy - нечеткий, размытый, мягкий).

Чтобы стать классиком, надо немного опередить свое время. Существует легенда о том, каким образом была создана теория "нечетких множеств". Один раз Заде имел длинную дискуссию со своим другом относительно того, чья из жен более привлекательна. Термин "привлекательная" является неопределенным и в результате дискуссии они не смогли прийти к удовлетворительному итогу. Это заставило Заде сформулировать концепцию, которая выражает нечеткие понятия типа "привлекательная" в числовой форме.

Дальнейшие работы профессора Латфи Заде и его последователей заложили фундамент новой теории и создали предпосылки для внедрения методов нечеткого управления в инженерную практику.

Аппарат теории нечетких множеств, продемонстрировав ряд многообещающих возможностей применения - от систем управления летательными аппаратами до прогнозирования итогов выборов, оказался вместе с тем сложным для воплощения. Учитывая имеющийся уровень технологии, нечеткая логика заняла свое место среди других специальных научных дисциплин - где-то посредине между экспертными системами и нейронными сетями.

Свое второе рождение теория нечеткой логики пережила в начале восьмидесятых годов, когда несколько групп исследователей (в-основном в США и Японии) всерьез занялись созданием электронных систем различного применения, использующих нечеткие управляющие алгоритмы. Теоретические основы для этого были заложены в ранних работах Коско и других ученых.

Третий период начался с конца 80-х годов и до сих пор. Этот период характеризуется бумом практического применения теории нечеткой логики в разных сферах науки и техники. До 90-ого года появилось около 40 патентов, относящихся к нечеткой логике (30 - японских). Сорок восемь японских компаний создают лабораторию LIFE (Laboratory for International Fuzzy Engineering), японское правительство финансирует 5-летнюю программу по нечеткой логике, которая включает 19 разных проектов - от систем оценки глобального загрязнения атмосферы и предвидения землетрясений до АСУ заводских цехов. Результатом выполнения этой программы было появление целого ряда новых массовых микрочипов, базирующихся на нечеткой логике. Сегодня их можно найти в стиральных машинах и видеокамерах, цехах заводов и моторных отсеках автомобилей, в системах управления складскими роботами и боевыми вертолетами.

В США развитие нечеткой логики идет по пути создания систем для большого бизнеса и военных. Нечеткая логика применяется при анализе новых рынков,

биржевой игре, оценки политических рейтингов, выборе оптимальной ценовой стратегии и т.п. Появились и коммерческие системы массового применения.

Смещение центра исследований нечетких систем в сторону практических применений привело к постановке целого ряда проблем, в частности:

- новые архитектуры компьютеров для нечетких вычислений;
- элементная база нечетких компьютеров и контроллеров;
- инструментальные средства разработки;
- инженерные методы расчета и разработки нечетких систем управления, и т.п..

Нечеткие множества

Пусть E - универсальное множество, x - элемент E , а R - определенное свойство. Обычное (четкое) подмножество A универсального множества E , элементы которого удовлетворяют свойство R , определяется как множество упорядоченной пары $A = \{m_A(x)/x\}$, где $m_A(x)$ - характеристическая функция, принимающая значение 1, когда x удовлетворяет свойство R , и 0 - в другом случае.

Нечеткое подмножество отличается от обычного тем, что для элементов x из E нет однозначного ответа "нет" относительно свойства R . В связи с этим, нечеткое подмножество A универсального множества E определяется как множество упорядоченной пары $A = \{m_A(x)/x\}$, где $m_A(x)$ - характеристическая функция принадлежности (или просто функция принадлежности), принимающая значение в некотором упорядоченном множестве M (например, $M = [0,1]$).

Функция принадлежности указывает степень (или уровень) принадлежности элемента x к подмножеству A . Множество M называют множеством принадлежностей. Если $M = \{0,1\}$, тогда нечеткое подмножество A может рассматриваться как обычное или четкое множество.

Рассмотрим множество X всех чисел от 0 до 10. Определим подмножество A множества X всех действительных чисел от 5 до 8.

$$A = [5,8]$$

Покажем функцию принадлежности множества A , эта функция ставит в соответствие число 1 или 0 каждому элементу в X , в зависимости от того,

принадлежит данный элемент подмножеству A или нет. Результат представлен на следующем рисунке:

Можно интерпретировать элементы, соответствующие 1, как элементы, находящиеся в множестве A , а элементы, соответствующие 0, как элементы, не находящиеся в множестве A .

Эта концепция используется в многих областях. Но существуют ситуации, в которых данной концепции будет не хватать гибкости.

В данном примере опишем множество молодых людей. Формально можно записать так $B = \{\text{множество молодых людей}\}$

Поскольку, вообще, возраст начинается с 0, то нижняя граница этого множества должна быть нулем. Верхнюю границу определить сложнее. Сначала установим верхнюю границу, скажем, равную 20 годам. Таким образом, имеем B как четко ограниченный интервал, буквально: $B = [0, 20]$. Возникает вопрос: почему кто-то в свой двадцатилетний юбилей - молодой, а сразу на следующий день уже не молодой? Очевидно, это структурная проблема, и если передвинуть верхнюю границу в другую точку, то можно задать такой же вопрос.

Более естественный путь создания множества B состоит в ослаблении строгого деления на молодых и не молодых. Сделаем это, вынося не только четкие суждения "Да, он принадлежит множеству молодых людей" или "Нет, она не принадлежит множеству молодых людей", но и гибкие формулировки "Да, он принадлежит к довольно молодым людям" или "Нет, он не очень молодой".

Рассмотрим как с помощью нечеткого множества определить выражение "он еще молодой".

В первом примере мы кодировали все элементы множества с помощью 0 или 1. Простым способом обобщить данную концепцию является введение значений между 0 и 1. Реально можно даже допустить бесконечное число значений между 0 и 1, в единичном интервале $I = [0, 1]$.

Интерпретация чисел при соотношении всех элементов множества становится теперь сложнее. Конечно, число 1 соответствует элементу, принадлежащему множеству B , а 0 означает, что элемент точно не принадлежит

множеству В. Все другие значения определяют степень принадлежности к множеству В.

Для наглядности приведем характеристическую функцию множества молодых людей, как и в первом примере.

Пусть $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $M = [0,1]$; А - нечеткое множество, для которого

$$m_A(x_1)=0,3; m_A(x_2)=0; m_A(x_3)=1; m_A(x_4)=0,5; m_A(x_5)=0,9$$

Тогда А можно представить в виде:

$$A = \{0,3/x_1; 0/x_2; 1/x_3; 0,5/x_4; 0,9/x_5\} \text{ или}$$

$$A = 0,3/x_1 + 0/x_2 + 1/x_3 + 0,5/x_4 + 0,9/x_5,$$

(знак "+" является операцией не сложения, а объединения) или

	x1	x2	x3	x4	x5
A =	0,3	0	1	0,5	0,9

Основные характеристики нечетких множеств

Пусть $M = [0,1]$ и А - нечеткое множество с элементами из универсального множества Е и множеством принадлежностей М

- Величина $m_A(x)$ называется **высотой** нечеткого множества А. Нечеткое множество А является **нормальным**, если его высота равняется 1, то есть верхняя граница ее функции принадлежности равняется 1 ($m_A(x)=1$). При $m_A(x)<1$ нечеткое множество называется **субнормальным**.

- Нечеткое множество является **пустым**, если " $x \in E \text{ и } m_A(x)=0$ ". Непустое субнормальное множество можно нормализовать по формуле $m_A(x) :=$

- Нечеткое множество является **унимодальным**, если $m_A(x)=1$ лишь для одного х из Е.

- **Носителем** нечеткого множества А является обычное подмножество со свойством $m_A(x)>0$, то есть носитель $A = \{x/m_A(x)>0\}$ " $x \in E$ ".

- Элементы $x \in E$, для которых $\mu_A(x) = 0,5$ называются **точками перехода** множества A .

Примеры нечетких множеств

1. Пусть $E = \{0,1,2,\dots,10\}$, $M = [0,1]$. Нечеткое множество "несколько" можно определить таким образом:

$$\mu_{\text{"несколько"}}(x) = 0,5/3 + 0,8/4 + 1/5 + 1/6 + 0,8/7 + 0,5/8;$$

ее характеристики: высота = 1, носитель = $\{3,4,5,6,7,8\}$, точки перехода - $\{3,8\}$.

2. Пусть $E = \{0,1,2,3,\dots,n,\dots\}$. Нечеткое множество "малый" можно определить:

$$\mu_{\text{"малый"}}(x) =$$

Пусть $E = \{1,2,3,\dots,100\}$ и соответствует понятию "возраст", тогда нечеткое множество "молодой", можно определить с помощью

$$\mu_{\text{"молодой"}}(x) =$$

Нечеткое множество "молодой" на универсальном множестве $E' = \{\text{Иванов, Петров, Сидоров,}\dots\}$ задается с помощью функции принадлежности $\mu_{\text{"молодой"}}(x)$ на $E = \{1,2,3,\dots,100\}$ (возраст), что называется относительно E' функцией совместимости, при этом:

$$\mu_{\text{"молодой"}}(\text{Сидоров}) = \mu_{\text{"молодой"}}(x), \text{ где } x - \text{возраст Сидорова.}$$

4. Пусть $E = \{\text{Запорожец, Жигули, Мерседес,}\dots\}$ - множество марок автомобилей, а $E' = [0,\mu]$ - универсальное множество "стоимость", тогда на E' мы можем определить нечеткие множества типа: "для небогатых", "для среднего класса", "престижные", с функциями принадлежности типа:

Имея эти функции и зная цены автомобилей из E в данный момент времени, определим на E' нечеткие множества с этими же названиями.

Так, например, нечеткое множество "для небогатых", заданное на универсальном множестве $E = \{\text{Запорожец, Жигули, Мерседес,}\dots\}$ выглядит таким образом:

Аналогично можно определить нечеткое множество "скоростные", "средние", "тихоходные" и т.д.

Методы построения функций принадлежности нечетких множеств

В приведенных выше примерах использованы прямые методы, когда эксперт или просто задает для любого $x \in E$ значение $\mu_A(x)$, или определяет функцию принадлежности. Как правило, прямые методы задания функции принадлежности используются для измеримых понятий, таких как скорость, час, расстояние, давление, температура и т.д., то есть когда выделяются полярные значения.

Во многих задачах при характеристике объекта можно выделить набор признаков и для любого из них определить полярные значения, отвечающие значениям функции принадлежности, 0 или 1.

Например, в задаче распознавания лица можно выделить следующие пункты:

		0	1
x_1	высота лба	низкий	широкий
x_2	профиль носа	курносый	горбатый
x_3	длина носа	короткий	длинный
x_4	разрез глаз	узкий	широкий
x_5	цвет глаз	светлый	темный
x_6	форма подбородка	острый	квадратный
x_7	толщина губ	тонкие	толстые
x_8	цвет лица	темный	светлый
x_9	овал лица	овальное	квадратное

Для конкретного лица A эксперт, исходя из приведенной шкалы, задает $\mu_A(x) \in [0,1]$, формируя векторную функцию принадлежности $\{ \mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \dots, \mu_A(x_9) \}$.

Косвенные методы определения значений функции принадлежности используются в случаях, когда нет элементарных измеримых свойств для определения нечеткого множества. Как правило, это методы попарных сравнений. Если бы значения функций принадлежности были известны, например, $\mu_A(x_i) =$

$w_i, i=1,2,\dots,n$, тогда попарные сравнения можно представить матрицей отношений $A = \{a_{ij}\}$, где $a_{ij}=w_i/w_j$ (операция деления).

Операции над нечеткими множествами

Содержание

Пусть A и B - нечеткие множества на универсальном множестве E .

Говорят, что A содержится в B , если " $x \in E \ m_A(x) \leq m_B(x)$ ".

Обозначение: $A \subseteq B$.

Иногда используют термин "доминирование", то есть в случае если $A \subseteq B$, говорят, что B доминирует A .

Равенство

A и B равны, если " $x \in E \ m_A(x) = m_B(x)$ ".

Обозначение: $A = B$.

Дополнение

Пусть $M = [0,1]$, A и B - нечеткие множества, заданные на E . A и B дополняют друг друга, если

" $x \in E \ m_A(x) = 1 - m_B(x)$ ".

Обозначение: $B = \bar{A}$ или $A = \bar{B}$.

Очевидно, что $\bar{\bar{A}} = A$. (Дополнение определено для $M = [0,1]$, но очевидно, что его можно определить для любого упорядоченного M).

Пересечение

$A \cap B$ - наибольшее нечеткое подмножество, которое содержится одновременно в A и B .

$m_{A \cap B}(x) = \min(m_A(x), m_B(x))$.

Объединение

$A \cup B$ - наименьшее нечеткое подмножество, которое включает как A , так и B , с функцией принадлежности:

$m_{A \cup B}(x) = \max(m_A(x), m_B(x))$.

Разность

$A - B = A \cap \bar{B}$ с функцией принадлежности:

$m_{A - B}(x) = m_{A \cap \bar{B}}(x) = \min(m_A(x), 1 - m_B(x))$.

Дизъюнктивная сумма

$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \oplus B}(x) = \max\{\min\{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\}; \min\{1 - \mu_A(x), \mu_B(x)\}\}$$

Примеры

Пусть:

$$A = 0,4/x_1 + 0,2/x_2 + 0/x_3 + 1/x_4;$$

$$B = 0,7/x_1 + 0,9/x_2 + 0,1/x_3 + 1/x_4;$$

$$C = 0,1/x_1 + 1/x_2 + 0,2/x_3 + 0,9/x_4.$$

Здесь:

1. $A \subseteq B$, то есть A содержится в B или B доминирует A , C несравнимо ни с A , ни с B , то есть пары $\{A, C\}$ и $\{B, C\}$ - пары недоминируемых нечетких множеств.

2. $A \cap B = C$.

$$3. = 0,6/x_1 + 0,8/x_2 + 1/x_3 + 0/x_4;$$

$$= 0,3/x_1 + 0,1/x_2 + 0,9/x_3 + 0/x_4.$$

$$4. A \setminus B = 0,4/x_1 + 0,2/x_2 + 0/x_3 + 1/x_4.$$

$$5. A \cap C = 0,7/x_1 + 0,9/x_2 + 0,1/x_3 + 1/x_4.$$

$$6. A - C = A \setminus C = 0,3/x_1 + 0,1/x_2 + 0/x_3 + 0/x_4;$$

$$B - A = B \setminus A = 0,6/x_1 + 0,8/x_2 + 0,1/x_3 + 0/x_4.$$

$$7. A \oplus B = 0,6/x_1 + 0,8/x_2 + 0,1/x_3 + 0/x_4.$$

Наглядное представление операций над нечеткими множествами

Для нечетких множеств можно применить визуальное представление. Рассмотрим прямоугольную систему координат, на оси ординат которой откладываются значения $\mu_A(x)$, на оси абсцисс в произвольном порядке расположены элементы E . Если E по своей природе упорядочено, то этот порядок желательно сохранить в расположении элементов на оси абсцисс. Такое представление делает наглядными простые операции над нечеткими множествами.

Пусть A нечеткий интервал между 5 до 8 и B нечеткое число около 4, как показано на рисунке.

Проиллюстрируем нечеткое множество между 5 и 8 И (AND) около 4 (синяя линия).

Нечеткое множество между 5 и 8 ИЛИ (OR) около 4 показано на следующем рисунке (снова синяя линия).

Следующий рисунок иллюстрирует операцию отрицания. Синяя линия - это ОТРИЦАНИЕ нечеткого множества А.

На следующем рисунке заштрихованная часть соответствует нечеткому множеству А и изображает область значений А и всех нечетких множеств, содержащихся в А. Остальные рисунки изображают соответственно , АЗ, АИ.

Свойства операций И і З

Пусть А, В, С - нечеткие множества, тогда выполняются следующие свойства:

- - коммутативность;
- - ассоциативность;
- - идемпотентность;
- - дистрибутивность;
- $АИЖ = А$, где Ж - пустое множество, то есть $mЖ(x) = 0 \forall x \in E$;
- $АЗЖ = Ж$;
- $АЗЕ = А$, где Е - универсальное множество;
- $АИЕ = Е$;
- - теоремы де Моргана.

В отличие от четких множеств, для нечетких множеств в общем случае:

- $АЗ\bar{Ж}$,
- $АИ\bar{Е}$.

(Что, в частности, проиллюстрировано выше в примере представления нечетких множеств).

- $CON(A) = A^2$ - операция концентрирования,

- $DIL(A) = A^{0,5}$ - операция размывания,

которые используются при работе с лингвистическими переменными.

Умножение на число

Если a - положительное число, такое, что $a \in [0,1]$, тогда нечеткое множество aA имеет функцию принадлежности:

$$\mu_{aA}(x) = a\mu_A(x).$$

Нечеткая и лингвистическая переменные

При описании объектов и явлений с помощью нечетких множеств используется понятие нечеткой и лингвистической переменных.

Нечеткая переменная характеризуется тройкой $\langle a, X, A \rangle$, где

- a - имя переменной,
- X - универсальное множество (область определения a),
- A - нечеткое множество на X , описывающее ограничение (то есть $\mu_A(x)$) на значение нечеткой переменной a .

Лингвистической переменной называется набор $\langle b, T, X, G, M \rangle$, где

- b - имя лингвистической переменной;
- T - множество его значений (терм-множество), представляющие имена нечетких переменных, областью определения, которых является множество X . Множество T называется базовым терм-множеством лингвистической переменной;
- G - синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества T , в частности, генерировать новые термы (значения). Множество $TIG(T)$, где $G(T)$ - множество сгенерированных термов, называется расширенным терм-множеством лингвистической переменной;
- M - семантическая процедура, позволяющая преобразовать новое значение лингвистической переменной, образованной процедурой G , в нечеткую переменную, то есть сформировать соответствующее нечеткое множество.

Во избежание большого количества символов:

- символ b используют как для названия самой переменной, так и для всех его значений;
- для обозначения нечеткого множества и его названия пользуются одним символом, например, терм "молодой", является значением лингвистической переменной $b = \text{"возраст"}$, и одновременно нечетким множеством M ("молодой").

Присваивание нескольких значений символам предполагает, что контекст допускает неопределенности.

Пример

Пусть эксперт определяет толщину изделия, с помощью понятия "маленькая толщина", "средняя толщина" и "большая толщина", при этом минимальная толщина равняется 10 мм, а максимальная - 80 мм.

Формализация этого описания может быть проведена с помощью лингвистической переменной $\langle b, T, X, G, M \rangle$, где

- b - толщина изделия;
- T - {"маленькая толщина", "средняя толщина", "большая толщина"};
- X - [10, 80];
- G - процедура образования новых термов с помощью связок "и", "или" и модификаторов типа "очень", "не", "слегка" и др. Например, "маленькая или средняя толщина", "очень маленькая толщина" и др.;
- M - процедура задания на $X = [10, 80]$ нечетких подмножеств $A_1 = \text{"маленькая толщина"}$, $A_2 = \text{"средняя толщина"}$, $A_3 = \text{"большая толщина"}$, а также нечетких множеств для термов из $G(T)$ соответственно правилам трансляции нечетких связок и модификаторов "и", "или", "не", "очень", "слегка", операции над нечеткими множествами вида: $A \text{ З } C$, $A \text{ И } C$, $\text{CON } A = A^2$, $\text{DIL } A = A^{0.5}$ и т.д.

Вместе с рассмотренными выше базовыми значениями лингвистической переменной "толщина" ($T = \{\text{"маленькая толщина"}, \text{"средняя толщина"}, \text{"большая толщина"}\}$) существуют значения, зависящие от области определения X . В данном

случае значения лингвистической переменной "толщина изделия" могут быть определены как "около 20 мм", "около 50 мм", "около 70 мм", то есть в виде нечетких чисел.

Функции принадлежности нечетких множеств:

"маленькая толщина" = A_1 , "средняя толщина" = A_2 , " большая толщина" = A_3 .

Функция принадлежности:

нечеткое множество "маленькая или средняя толщина" = $A_1 \cup A_2$.

Список используемой литературы:

1. Устинова Г.М. Информационные системы менеджмента: Основные аналитические технологии в поддержке принятия решений: Учебное пособие. – СПб.: ДиаСофтЮП, 2000.
2. Исследование систем управления: Учебное пособие для вузов / Под ред. Н.И. Архиповой. – М.: ПРИОР, 2002.
3. Информационные системы: Учебник для вузов / К.В. Балдин, В.Б. Уткин. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2004.
4. Петров В.Н. Информационные системы: Учебник. – СПб.: Питер, 2002.
5. <http://www.osp.ru> – информационный портал, посвященный вопросам технологии разработки и использования открытых информационных систем в управлении, производстве, экономике
6. Родкина Т.А. Информационная логистика. – М.: Экзамен, 2001