

ТАШКЕНТСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра: «Машины и оборудование пищевой промышленности – основы механики»

РЕФЕРАТ

по предмету «Прикладная механика»

НА ТЕМУ: **Изгиб балок**

Подготовил Илхомов Ж.

Группа 33-11

Принял асс. Нейматов Э.Х.

Изгиб балок

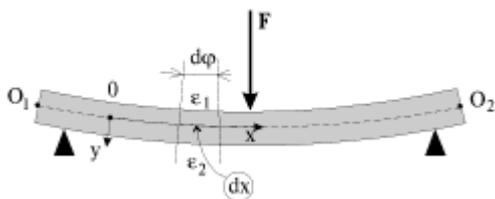


Рис. 1.

Балка, т.е. стержень, испытывающий изгиб, деформируется таким образом, что первоначально прямая ось балки O_1O_2 становится криволинейной; эта ось называется упругой линией (рис. 1). Рассмотрим изгиб балки под действием внешней силы F , пренебрегая ее весом. Все волокна, лежащие ниже этой линии, удлиняются (в них возникают растягивающие напряжения), а волокна, лежащие выше этой линии, сжимаются (в них возникают сжимающие напряжения). Между растянутыми волокнами находится нейтральный слой. При этом два, первоначально параллельные сечения и находящиеся на расстоянии dx друг от друга, при изгибе образуют некоторый угол $d\varphi$. Для удобства описания распределения деформации и напряжений свяжем со стержнем систему координат с началом в некоторой точке O упругой линии O_1O_2 и осями x и y , направленными вдоль упругой линии и в поперечном сечении соответственно (см. рис. 1.11). Легко видеть, что деформации в некотором сечении $x=\text{const}$ линейно нарастают вдоль оси y от $\varepsilon_1 < 0$ до $\varepsilon_2 > 0$. Это дает основание в соответствии с законом Гука записать распределение напряжений в виде

$$\sigma(x, y) = k(x) \cdot y, \quad (1.30)$$

где k - неизвестный коэффициент пропорциональности, меняющийся, вообще говоря, от сечения к сечению. Распределение напряжений (1.30) в произвольном сечении стержня удобно изобразить графически, если в каждой точке сечения восстановить перпендикулярный к нему вектор, мысленно равный силе, действующей на площадку dS : $df = \sigma \cdot dS$ (рис. 1.a), т.е. $\sigma = df/dS$.

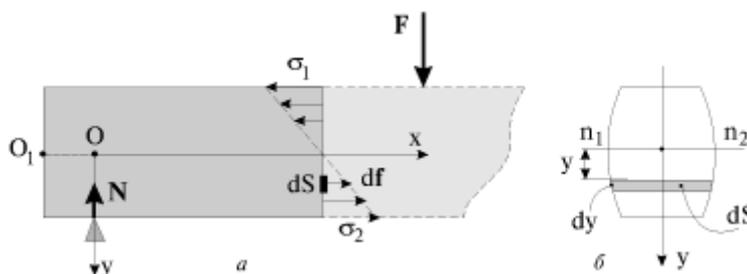


Рис. 1.

Рассмотрим равновесие части балки, расположенной слева от сечения. Начало координат поместим в сечение, вдоль которого действует сила реакции опоры.

Предположим, что балка имеет вертикальную плоскость симметрии, как это изображено на рис. 1.12 б, и внешние силы лежат в этой плоскости. Нейтральный слой пересекает сечение балки по прямой n_1n_2 . Для равновесия этого куса балки необходимо, чтобы выполнялись следующие известные из статики условия. Во-первых сумма всех горизонтальных сил должна быть равна нулю, т.е.

$$\int df = \int \sigma \cdot dS = k(x) \int y dS = 0. \quad (1.31)$$

Поскольку интеграл (1.31) вычисляется в поперечном сечении балки, то понятно, что нейтральная ось n_1n_2 , на которой лежит начало координат, должна проходить через центр масс поперечного сечения балки.

Во-вторых, сумма всех вертикальных сил может быть равна нулю, если в сечении, кроме изображенных нормальных напряжений, будут действовать и касательные напряжения σ_τ , чтобы скомпенсировать силу реакции опоры N, т.е.

$$N = \int \sigma_\tau dS. \quad (1.32)$$

В большинстве случаев касательные напряжения при изгибе малы по сравнению с нормальными и при расчете балки на прочность не учитываются.

В третьих, сумма моментов всех сил относительно любой точки должна быть равна нулю. Если в качестве такой точки выбрать центр масс рассматриваемого сечения, то это условие запишется в виде.

$$N \cdot x - \int \sigma \cdot y \cdot dS = 0. \quad (1.33)$$

Если подставить сюда распределение напряжений (1.30), где коэффициент пропорциональности $k(x) = \frac{\sigma_2(x)}{y_2}$ (y_2 - расстояние между нейтральным слоем и наиболее растянутым нижним волокном), то мы приходим к условию

$$M(x) = \frac{\sigma_2(x)}{y_2} \int y^2 dS = \frac{\sigma_2(x)}{y_2} J, \quad (1.34)$$

где

$$J = \int y^2 dS \quad (1.35)$$

момент инерции поперечного сечения относительно центральной оси n_1n_2 , $M(x) = N \cdot x$ - момент силы реакции.

Отношение J/y_2 зависит от размеров и формы сечения и называется осевым моментом сопротивления:

$$I = \frac{J}{y_2}, \quad (1.36)$$

а уравнения (1.34) можно представить в виде

$$M = \sigma_2 \cdot I \quad (1.37)$$

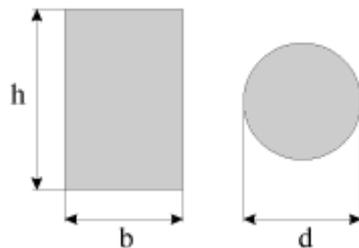


Рис. 1.

Для расчета прочности балок необходимо знать распределение напряжений, возникающих при известных моментах внешних сил, что может быть получено из (1.34) в виде

$$\sigma(x, y) = \frac{M(x)}{J} y. \quad (1.38)$$

Моменты инерции поперечных сечений (прямоугольного и кругового) равны

$$J_{\square} = \frac{1}{12} b h^3, J_{\circ} = \frac{1}{64} \pi d^4, \quad (1.39)$$

а соответствующие им осевые моменты сопротивления -

$$I_{\square} = \frac{1}{6} b h^2, I_{\circ} = \frac{1}{32} \pi d^3 \quad (1.40)$$

Из (1.37) следует, что прочность балок возрастает при увеличении осевого момента сопротивления, причем, как следует из (1.40), прочность балки прямоугольного сечения достигается эффективнее за счет увеличения ее высоты h .

Полученные результаты позволяют рассчитать направление осевой линии балки. Элементарный угол $d\varphi$, на который повернулись сечения x и $x+dx$, очевидно, связан с двумя деформациями $\varepsilon_1 < 0$ и $\varepsilon_2 > 0$ крайних волокон соотношением

$$d\varphi = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) dx}{y_2 - y_1} = \frac{1}{E} \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) dx}{y_2 - y_1}, \quad (1.41)$$

где $y_2 - y_1$ - расстояние между крайними волокнами. Подставляя в (1.41) напряжение (1.38), получим

$$d\varphi = \frac{1}{E} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{y_2 - y_1} dx = \frac{M(x)}{EJ} dx. \quad (1.42)$$

В частности, легко рассчитать изгиб невесомой горизонтальной балки, выступающей из стены (консольной балки) на расстояние ℓ , к концу которой приложена вертикальная сила F (рис. 1.14). Как следует из (1.42), в произвольном сечении x

$$d\varphi = \frac{F(\ell - x)}{EJ} dx. \quad (1.43)$$

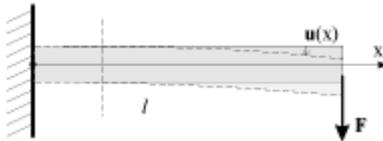


Рис. 1.14.

Если ось балки в каждом сечении сместилась вниз на расстояние $u(x)$, то, очевидно, угол наклона оси балки к горизонтальной оси в сечении x

$$\varphi(x) \approx \operatorname{tg} \varphi(x) = \left. \frac{du}{dx} \right|_x. \quad (1.44a)$$

В сечении $x+dx$ угол наклона несколько больше:

$$\varphi(x+dx) = \left. \frac{du}{dx} \right|_{x+dx}. \quad (1.44b)$$

Приращение этого угла

$$d\varphi = \varphi(x+dx) - \varphi(x) = \frac{d^2u}{dx^2} dx. \quad (1.45)$$

Приравняв правые части (1.45) и (1.43), получаем уравнение:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{F(\ell - x)}{EJ}. \quad (1.46)$$

Интегрируя два раза при условии, что $u(0)=0$ (конец закреплен), получаем искомое искривление балки в виде

$$u(x) = \frac{F}{EJ} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right). \quad (1.47)$$

В частности, смещение конца балки под действием силы F , называемое стрелой прогиба, оказывается равным

$$u(\ell) = \frac{1}{3} \frac{F\ell^3}{EJ}. \quad (1.48)$$

Если балка имеет прямоугольное сечение, то ее стрела прогиба очень быстро уменьшается по мере увеличения высоты балки h , поскольку $J \sim h^3$.

Для экономии материала иногда используют пустотелые балки. Такая балка значительно легче цельной, а ее осевой момент сопротивления (см. 1.36) остается достаточно большим. Для повышения жесткости используют конструкции, называемые фермами (рис. 1.15). Фермы - это достаточно легкие ажурные конструкции, высота которых, в сильной степени определяющая момент сопротивления, может достигать десятков метров.



Рис. 1.15.

Фермы - это достаточно легкие ажурные конструкции, высота которых, в сильной степени определяющая момент сопротивления, может достигать десятков метров. В качестве примера на рис. 1.16 показана типичная конструкция подвесного моста. Необходимая жесткость такого моста обеспечивается фермами, состоящими из жестких элементов и тросов. Рекордную длину 3910 метров имеет мост, соединяющий два острова в Японии. Длина его центрального пролета L составляет 1990 метров при высоте опор $H = 297$ метров.



Рис. 1.16.

Прямой изгиб называется такой вид простого сопротивления, когда внешние силы приложены перпендикулярно продольной оси бруса (балки) и расположены в одной из главных плоскостей в соответствии с конфигурацией поперечного сечения балки.

Как известно, при прямом изгибе в поперечном сечении возникают два вида внутренних усилий: **поперечная сила и внутренний изгибающий момент.**