

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

АНДИЖОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ФИЗИКА МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ
МАТЕМАТИКА ТАЪЛИ ЙЎНАЛИШИ

III-КУРС МЕГУРУХ ТАЛАБАСИ
ИСАҚОВ ХАБИБУЛЛОНИНГ

“Математик масалалар ва уларни ечиш методикаси”
mavzusida tayyorlagan

K U R S I S H I

2015

Мавзу: Математик масалалар ва уларни ечиш методикаси

Режа:

Кириш

- 1. Математик масала, математик масалалар турлари, математик таълимни амалга оширишда масалалар функцияси**
- 2. Матнли масалалар. Матнли масалаларни ечиш усуллари**
- 3. Масалалар ечиш босқичлари ва ечишни текшириш усуллари**
- 4. Умумий ўрта таълим мактаби, академик лицей ва касб ҳунар коллежлари математика курсида масалаларни, тенгламалар ва тенгсизликлар тузиш йўли билан ечиш**

Хулоса

Кириш

«Математика» сўзи грекча «билиш, фан» сўзидан олинган бўлиб, бизга қадимги Юнонистондан етиб келган. Бу фан ўз ривожланиш даври мобайнида қуйидаги даврларни босиб ўтган:

1) Математиканинг пайдо бўлиш даври-амалий ҳисоблашлар ва ўлчамлар, сон ва шакл тушунчалари шаклланиши билан белгиланади. Бу даврда арифметика ва геометрия каби математиканинг бўлимлари ўз бошланғич асосларига эга бўлди.

2) Ўзгармас микдорлар даври-эрамизгача VI-V- асрлардан бошланиб, бу даврда математика фани тадқиқот тушунчаларига (сон ва шакл), усулларига эга бўлган мустақил фан сифатида шаклланди. Бу даврда математиканинг янги соҳаси-алгебра фани пайдо бўлди ва ривожланди.

Бунда буюк ватандошалримиз Муҳаммад Ал-Хоразмий, Абу Райхон Беруний, Умар Ҳайём, Абу Али Ибн Сино, Мирзо Улуғбек, Ал-Фарғонийларнинг хизмати катта бўлган.

3) Ўзгарувчи микдорлар даври XVII - асрдан бошланиб XIX - асрнинг биринчи яримигача бўлган даврни ўз ичига олиб, математиканинг тадбиқ қилиш соҳалари кўпайди, функция ва у билан боғлиқ, узлуксизлик ва ҳаракат ғоялари асосий ўринни эгаллайди. Математик таҳлил таркиб топди ва такомиллаштирилди.

4) Ўзгарувчи микдорлар даврида абстракт назариялар, математик тузилмаларнинг роли ошди ва моделлаштириш усули кенг қўлланила бошланди. Бу давр XIX - асрнинг иккинчи ярмидан бошлаб то ҳозиргача бўлган даврни қамраб олиб, фанда алгебрик тузилмалар, янги назария ва йўналишларнинг пайдо бўлиши ва ривожлантирилиши билан характерланади. Ҳозирги пайтда математика янада тараққий этиб, турли назарий кашфиётлар билан биргаликда унинг амалий тадбиқлари кўпайиб бормоқда.

1. Математик масала, математик масалалар турлари, математик таълимни амалга оширишда масалалар функцияси

1.1. Масала ечишнинг алгебраик усули.

Масала. Олтин ва дурдан ясалган безакнинг оғирлиги 3 мисқол, баҳоси 24 динар. 1 мисқол олтин 5 динар, 1 мисқол дур 15 динар бўлса, безакда неча мисқолдан олтин ва дур бор?

Ечиш. Ал–Коший ёзади: “Масалани “ал–жабр вал–муқобала” усулида ечиш учун безакдаги, масалан, дур миқдорини “мол”, “нарс” (бизнингча, номаълум сон x) деб оламиз. У ҳолда безакдаги олтин миқдори “уч минус мол” (яъни $3-x$) бўлади.”

Безакдаги дурнинг нархи қанча? – $15x$ (динар).

Безакдаги олтиннинг нархи қанча? – $5(3-x)$ (динар).

Сўнгра ал – Коший x “мол”ни топиш учун (ҳозирги белгиларда) ушбу тенгламани тузади:

$$15x + 5(3 - x) = 24.$$

Бу тенглама масала мазмунини тўла акс эттиради. Уни ечайлик:

$$15x + 15 - 5x = 24; \quad 10x = 9.$$

$$x = 9:10, \quad x = 0,9 \text{ (мисқол).}$$

Текшириш. 1) $0,9 + 2,1 = 3$ (мисқол) – безакнинг оғирлиги;

2) $0,9 \cdot 15 = 13,5$ (динар); 3) $2,1 \cdot 5 = 10,5$ (динар);

4) $13,5 + 10,5 = 24$ (динар) – безакнинг нархи.

Жавоб: безакда 2,1 мисқол олтин ва 0,9 мисқол дур бор.

1.2. Масала ечишнинг арифметик усули.

Масалалар ечишнинг бу усулида тенглама тузилмайди. Ҳар бир масалага ўзига хос ёндошилади. Масалада берилган катталиклар орасидаги боғланиш мулоҳазалар ёрдамида, йўналтирувчи саволлар бериш йўли билан қадам–бақадам очилади.

Ал – Коший юқорида келтирилган масалани ечишнинг иккита арифметик усулини кўрсатган. Улардан бирини келтирамиз.

Ечиш. 1–савол. Агар безак фақат дурдан иборат бўлса, унинг нархи қанча бўлар эди?

$$15 \cdot 3 = 45 \text{ (динор).}$$

2–савол. Фақат дурдан ясалган безак нархи билан олтин ва дурдан ясалган безак нархи орасидаги фарқ неча динор?

$$45 - 24 = 21 \text{ (динор).}$$

3–савол. Дур ва олтин нархлари орасидаги фарқ неча динор?

$$15 - 5 = 10 \text{ (динор).}$$

4 – савол. Безакда неча мисқол олтин бор?

$$21 : 10 = 2.1 \text{ (мисқол).}$$

5 – савол. Безакда неча мисқол дур бор?

$$3 - 2.1 = 0.9 \text{ (мисқол).}$$

Жавоб: безакда 2.1 мисқол олтин ва 0.9 мисқол дур бор.

1.3. Масала ечишнинг яна бир усули.

Масала ечишнинг эътиборга лойиқ бўлган яна бир усули бор. Бу усул қадимдан маълум ва у ал – Кошийнинг “Ҳисоб илми калити” асарида келтирилган. Бу усулни “масалада келтирилган амаллар тартибини ва амалларнинг ўзини ҳам тескарисига алмаштириш” усули дейиш мумкин. Битта масалани шу усул ёрдамида ечамиз.

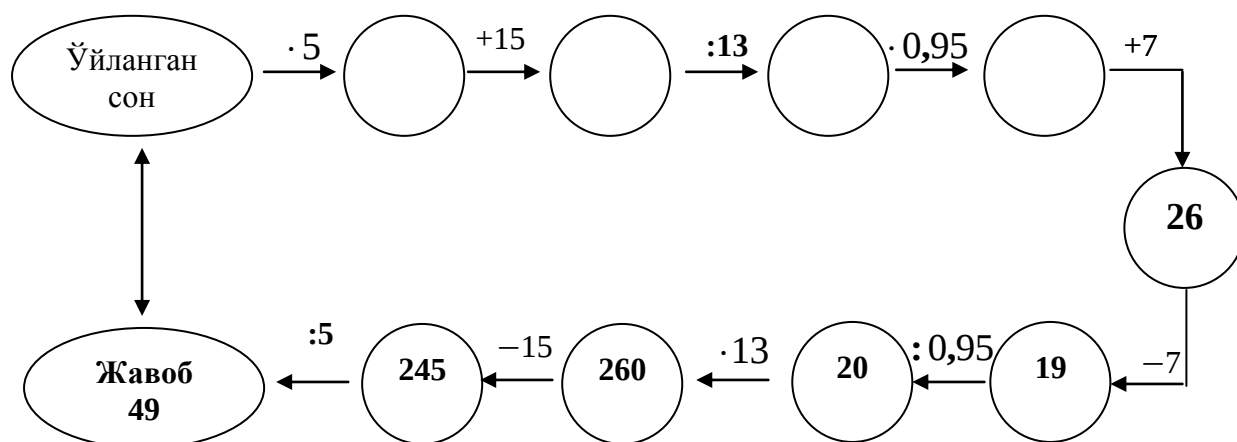
Масала. Мен бир сон ўйладим. Унинг 5 бараварига 15 ни қўшдим ва натижани 13 га бўлдим. Ўлинманинг 0.95 қисмига 7 ни қўшдим, 26 ҳосил бўлди. Мен ўйлаган сонни топинг.

Ечиш. Масалани ҳал қилишда чизмадан фойдаланиш қўл келади. Чизманинг биринчи қаторида масала шартлари ёзилган;

2 – қаторда 1 – қатордаги амалларга мос тескари амаллар ёзилган;

2 – қатордаги доирачалар ичида амал натижалари кўрсатилган.

1 – қаторнинг биринчи доирачаси (“ўйланган сон”) тагидаги доирачада эса масаланинг жавоби 49 сони дарҳол кўринади.



7–синф алгебра курсида бир номаълумли биринчи даражали тенгламаларни ечиш ўргатилади ва “Масалаларни тенгламалар ёрдамида ечиш” мавзусида масалаларни тенгламалар ёрдамида ечиш қуйидаги босқичларда амалга оширилиши айтилади:

- 1) масаланинг шарти бўйича тенглама тузиш;
- 2) ҳосил бўлган тенгламани ечиш.

Битта масалани ечиб кўрсатилгандан сўнг мустақил ишлаш учун 24 та матнли масала берилади. Бу масалаларнинг 21 таси сонли боғланишларга, биттаси ҳаракатга, иккитаси бажарилган ишга доир масалалардир.

8 – синф алгебра курсида “Масалаларни тенгламалар системаси ёрдамида ечиш” мавзуси қаралади. Мавзуда масала ечиш бўйича учта намуна кўрсатилгач, мустақил ишлаш учун 13 та масала берилган. Бу масалаларнинг 10 таси сонли боғланишларга, учтаси бажарилган ишга доир масалалардир.

8 – синфдаги “Квадрат тенгламалар ёрдамида масалалар ечиш” мавзуси қуйидагича ёритилган.

1 – масала. Шахтага тош ташланди ва унинг шахта тубига урилганда чиқарган овози 9 секунддан кейин эшитилди. Товуш

тезлигини 320 м/сек, оғирлик кучининг тезланишини эса $g=10\text{м/с}^2$ деб ҳисоблаб, шахтанинг чуқурлигини аниқланг.

Ечиш. Шахтанинг чуқурлигини аниқлаш учун тошнинг шахта тубига тушиш вақти t ни аниқлаш етарли, чунки шахтанинг чуқурлиги эркин тушиш қонунига кўра $\frac{gt^2}{2}$ метрга тенг.

Шарт бўйича $g=10\text{м/с}^2$. Шунинг учун шахтанинг чуқурлиги $5t^2$ метрга тенг.

Иккинчи томондан, шахтанинг чуқурлигини товуш тезлиги 320 м/сек ни тошнинг шахта тубига бориб теккан ондан то зарба овози эшитилгунча ўтган вақтга, яъни $(9 - t)$ секундга кўпайтириб топиш мумкин. Демак, шахтанинг чуқурлиги $320(9 - t)$ метрга тенг.

Шахтанинг чуқурлигини аниқлаш учун топилган икки ифодани тенглаштириб, $5t^2=320(9 - t)$ тенгламани ҳосил қиламиз. Бу тенгламани ечамиз:

$$t^2 - 64(9 - t) = 0,$$

$$t^2 + 64t - 64 \cdot 9 = 0.$$

Ҳосил қилинган квадрат тенгламанинг илдизларини топамиз:

$$t_{1,2} = -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32(32 + 18)} =$$

$$= -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm \sqrt{16 \cdot 100} = -32 \pm 40,$$

$$t_1 = 8, \quad t_2 = -72.$$

тошнинг тушиш вақти мусбат бўлгани учун $t=8$ с бўлади.

Демак, шахтанинг чуқурлиги қуйидагига тенг:

$$5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320(\text{м}).$$

Ж а в о б: 320 м.

2 – масала. Тезюрар автобус автовокзалдан 40 км узоқликдаги аэропортга қараб жўнади. Орадан 10 минут ўтгандан кейин автобуснинг кетидан таксида йўловчи жўнади. Таксининг тезлиги автобус тезлигидан 20 км/соат ортиқ. Агар улар аэропортга

бир вақтда етиб келган бўлса, такси билан автобуснинг тезлигини топинг.

Ечиш. Автобуснинг тезлиги x км/соат бўлсин, бу ҳолда таксининг тезлиги $(x+20)$ км/соат бўлади. Автобуснинг ҳаракат вақти $\frac{40}{x}$ соат, таксининг ҳаракат вақти эса $\frac{40}{x+20}$ соат бўлади.

Масаланинг шартига кўра, автобус билан такси ҳаракатлари вақти орасидаги фарқ 10 минутга тенг, яъни $\frac{1}{6}$ соат. Демак,

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}. \quad (1)$$

Ҳосил бўлган тенгламани ечамиз. Тенгламанинг иккала қисмини $6x(x+20)$ га кўпайтириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$40 \cdot 6 \cdot (x+20) - 40 \cdot 6x(x+20),$$

$$240x + 4800 - 240x = x^2 + 20x,$$

$$x^2 + 20x - 4800 = 0.$$

Бу тенгламанинг илдизлари:

$$x_1 = 60, \quad x_2 = -80.$$

x нинг бу қийматларида (1) тенгламага кирувчи касрларнинг махражлари нолга тенг эмас. Шунинг учун $x_1=60$ ва $x_2= - 80$ (1) тенгламанинг илдизлари бўлади.

Автобуснинг тезлиги мусбат бўлгани учун, масаланинг шартини фақат битта илдиз қаноатлантиради: $x = 60$. Шунинг учун таксининг тезлиги 80 км / соатга тенг.

Жавоб : автобуснинг тезлиги 60 км / соат , таксининг тезлиги 80 км / соат.

3- масала. Қўлёзмани кўчириш учун биринчи оператор иккинчисига қараганда 3 соат кам вақт сарфлайди. Улар биргаликда ишлаб ҳамма қўлёзмани 6 соат-у 40 минутда кўчириб бўлишди. Ҳамма қўлёзмани кўчириш учун уларнинг ҳар бирига қанчадан вақт талаб қилинади?

Ечиш : Ҳамма қўлёзмани кўчириш ишини бир бирлик, деб қабул қиламиз. Биринчи оператор қўлёзмани кўчириш учун x соат сарфлаган бўлсин. У холда иккинчи операторга бу иш учун

$(x + 3)$ соат талаб қилинади. Биринчи оператор бир соатда ишнинг $\frac{1}{x}$

қисмини, иккинчиси эса $\frac{1}{x+3}$ қисмини бажаради. Улар биргаликда

ишлаб, бир соатда ҳамма ишнинг $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}$ қисмини

бажаришади, 6 соат 40 минутда, яъни **$6\frac{2}{3}$** соатда эса улар ҳамма

ишни бажаришади. Шунинг учун

$$6\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) = 1.$$

Бу тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}. \quad (2)$$

Унинг иккала қисмини **$20x(x + 3)$** га кўпайтириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$20(x + 3) + 20x = 3x(x + 3),$$

$$40x + 60 = 3x^2 + 9x,$$

$$3x^2 - 31x - 60 = 0.$$

Бу тенгламанинг илдизлари :

$$x_1 = 12, \quad x_2 = -\frac{5}{3}.$$

x нинг бу қийматларида (2) тенгламага кирувчи касрларнинг махражлари нолга тенг эмас. Шунинг учун **$x_1 = 12$** ва **$x_2 = -\frac{5}{3}$** (2) тенгламанинг илдизлари.

Масаланинг маъносига кўра $x > 0$ бўлгани учун $x = 12$. Демак, биринчи оператор ишга 12 соат, иккинчиси эса 12 соат + 3 соат = 15 соат сарфлайди.

Жавоб : 12 соат ва 15 соат [8, 155–158 бетлар].

Ушбу мавзудаги масалаларни ечиш учун тенгламалар тузилди. 1–масалада берилган маълумотлар асосида квадрат тенглама тузилган бўлса, иккинчи ва учинчи масалаларни ечишда тузилган тенгламалар каср рационал тенглама бўлиб, улар маълум шакл алмаштиришлар натижасида квадрат тенгламага келтирилди. Демак, юқорида таъкидланганидек, тенгламаларни ечиш давомида математика курси такрорланиб ва мустаҳкамланиб боради. Курснинг қандай тушунчалари такрорланишини эса масала мазмуни белгилаб беради. Қаралган масалаларнинг 1 – ва 2 – лари ҳаракатга доир масалалар бўлиб, 1 – масалада эркин тушаётган жисмнинг босиб ўтган йўлини топиш талаб этилган бўлса, 2 – масалада ҳаракатланаётган жисм (автобус) тезлигини топиш талаб этилган. 3 – масала биргаликда бажарилган ишга доир бўлиб, маълум бир ишни бажаришга кетадиган вақтни топиш талаб этилган.

Масала: унинг функциялари ва турлари.

Математика фанининг хос хусусияти (тушунчаларнинг абстрактлиги (мавхумлиги) ва фикрларнинг мантиқий тасдиқланиши), ўқув материали мазмунини ҳисобга олган ҳолда умумий ўрта таълим мактаби, академик лицей ва касб-ҳунар коллежларида ўрганиладиган математика курсининг мазмунини икки қисмга: назарий материал ва математик масалаларга ажратиш мумкин. Методологик нуқтаи-назардан (билишнинг шакли нуқтаи-назаридан) назарий материал тушунчалар ва уларнинг аниқланиши сифатида, фикрлар (теоремалар, хоссалари, белгилари ва бошқалар), алгоритмлар (қоидалар, формулалар ва бошқалар), фан мазмуни бўйича турли математик методлар (тўғридан-тўғри ва бевосита исбот қилиш, координаталар ва векторлар, тенгламалар ва тенгсизликлар методи билан, тескаридан исбот қилиш ва бошқалар) орқали берилади.

Умумий ўрта таълим мактаби, академик лицей ва касб-ҳунар коллежлари

математика дарсликларида ўқув материали мазмунини бу ташкил этувчилари ўзаро боғланишда берилган бўлиб, назарий материал дедуктив назариянинг тузилиш тамойиллари орқали ёки фаннинг аниқ бир мавзусида талқин қилинган мазмунли ғоялар билан аниқланади.

Математик масалаларни (машқларни) ҳам дарс жараёнида қўлланиш усулига қараб икки гуруҳга ажратиш мумкин.

Биринчи гуруҳ масалалар (машқлар) - тушунчаларни шакллантиришга, ўрганилган назарий билимларни бевосита амалиётда қўллашга, алгоритмларни мустаҳкамлашга, математик усулларнинг мазмунини тушунтириш ва бевосита қўллашга ёъналтирилган бўлади. Бундай масалаларни ечиш таҳлил қилиш ва умумлаштиришни талаб этмайди ва улар нисбатан осонлик билан ечилади. Бу турдаги масалалар (машқлар) тушунчанинг қандайдир бир хусусиятини ёритишда, алгоритм ёки усулнинг қўлланилишининг алоҳида шартларини кўрсатишда муҳим ҳисобланади.

Иккинчи гуруҳ масалалар (машқлар)га - умумий ўрта таълим мактаблари, академик лицейлар ва касб-ҳунар коллежлари даражасида ўрганиладиган ўқув математик фаолиятни ташкил қилувчи масалалар киради. Бунда масалани қўйилиши, ечишни ташкил қилиш усуллари ва тушунилиши, масала ечимини излаш (масала шартини таҳлил қилиш; масала шартини маълум математик далиллар ва масалалар ечилиш усуллари билан таққослаш; масала ечиш ёъллари ва режаларини тузиш, режани амалга ошириш), ечиш натижаларини олиш ва уни таҳлил қилиш муҳим аҳамият касб этади.

Масалаларни ечиш ўқувчиларда аввало математик тушунчаларни шакллантиради. Янги билимларни вужудга келтиради ва мавжуд билимларни татбиқ қилиниши жараёнида муцаҳкамланиб боради. Масалалар билимларни шакллантиришда конкрет материал бўлгани ҳолда назарияни амалиёт билан, ўқитишни турмуш билан боғлаб олиб бориш имконини яратади.

Масалалар ечиш жараёнининг ўзи ўқувчиларнинг ақлий ривожланишига ижобий таъсир кўрсатади, чунки у ақлий оператсияларни: анализ ва синтез, конкретлаштириш ва абстрактлаштириш, таққослаш, умумлаштиришни талаб этади. Масалан, ўқувчи ицалган масалани ечаётганда анализ қилади: саволни

масала шартидан ажралади; ечиш режасини тузаётганида синтез қилади, бунда у конкретлаштиришдан (масала шартини, “хаёлан” чизади), сўнгра абстрактлашдан фойдаланади (конкрет ситуатсиядан келиб чиқиб, ечиш ёълини танлайди); бирор бир турдаги масалаларни кўп марта ечиш натижасида ўқувчи бу турдаги масалаларда берилган ва изланаётган сонлар орасидаги боғланишлар ҳақидаги билимни умумлаштиради, бунинг натижасида бу турдаги масалаларни ечиш усули умумлаштирилади.

Умумий ўрта таълим мактаби АЛ ва КХК лари математика курсида математик масалалар бажарадиган функциясига қараб уч типга ажратилади.

1. Дидактик функцияни бажарадиган масалалар бу масалаларни ечиш учун конкрет дарсда ўқувчиларда таркиб топтирилган билимлар етарли бўлади.

2. Билиш функциясини бажарадиган масалалар - бу масалаларни ечиш учун конкрет дарсда ўқувчиларда таркиб топтирилган билимлар билан бир қаторда, олдинги мавзуларда таркиб топтирилган билим ва кўникмалар ҳам талаб этилади.

3. Ривожлантирувчи функцияни бажарадиган масалалар бу масалаларни ечиш учун конкрет дарсда ёки олдинги мавзуларда таркиб топтирилган билимлар билан бир қаторда олдинги боблардан, олдинги синфлардан таркиб топтирилган билим ва кўникмалар талаб этилади.

Демак, ҳар бир мавзу бўйича масалалар (машқалар) сицемасини таҳлил этишда:

а) ўрганилаётган материалнинг мазмун-моҳиятми очиш, ойдинлаштириш, чуқурроқ ўрганиш учун юқорида кўриб ўтилган функцияларни бажарадиган қанча сондаги масала (машқлар) зарурлигини аниқлаш:

б) асосий таянч ўқув материалига мос келувчи масалалар (машқлар) гуруҳланганлиги (асосий (таянч) ўқув материални ёритишга мўлжалланган масалалар билан аралаш ҳолда берилганлиги)ни аниқлаш;

в) асосий таянч материални ёритиш учун мўлжалланган масалалар

(машқлар) билан бир қаторда бошқа масалалар (машқлар) қандай боғланганлигини аниқлаш:

г) ўрганилган назарий материални тадбиқларини кўрсатадиган масалалар (машқлар) мавжудлигини аниқлаш;

д) мавзуни ўрганиш натижасида ижобий мотив ҳосил қиладиган масалалар (машқлар) мавжудлигини аниқлаш амалга оширилади.

Масалалар (машқлар) сицемасини таҳлил этиш натижасида синфда ечилиши лозим бўлган масалалар, уйга вазифа сифатида бериладиган масалалар аниқланади.

2. Матнли масалалар. Матнли масалаларни ечиш усуллари

Матнли масала тушунчаси. Матнли масала бирор-бир вазият (вазиятлар)нинг табиий тилдаги ифодаси (тавсифи) бўлиб, унда бу вазиятнинг бирор-бир компонентасига миқдорий характерицика бериш, унинг компонентлари орасидаги баъзи муносабатлар бор-ёўқлигини аниқлаш ёки бу муносабат турини аниқлаш талаб этилади.

Ҳар қандай матнли масала икки қисмдан: шартлар ва талаблар (саволлар) дан иборат бўлади.

Шартда объектлар ва берилган объектларни характерловчи баъзи миқдорлар ҳақида, бу объектларнинг маълум ва номаълум қийматлари ҳақида, улар орасидаги муносабатлар ҳақида маълумотлар берилади.

Матнли масалаларни ечиш усуллари. Масалани ечиш - бу масалада бевосита ёки билвосита мавжуд бўлган сонлар, миқдорлар, муносабатлар уцида амаллар ва оператсияларнинг мантикий тўғри кетма-кетлиги орқали масалаларнинг талабини бажариш (унинг саволига жавоб бериш) демакдир.

Математикада масалаларни ечишнинг асосий усуллари сифатида **арифметик** ва **алгебраик** усуллар фарқ қилинади. Арифметик усулда масаланинг саволига жавоб сонлар уцида арифметик амаллар бажариш натижасида топилади.

Айни бир масалани ечишнинг турлича арифметик усуллари берилганлар орасидаги, берилганлар билан номаълумлар орасидаги, берилганлар билан изланувчилар орасидаги арифметик амалларни танлашда асос бўлуи муносабатлар билан ёки амалларни танлашда бу муносабатларни бажаришдаги кетма-кетликлар билан фарқ қилади.

Алгебраик усулда масаланинг саволига жавоб тенглама, тенгсизлик, тенгламалар (тенгсизликлар) сицемасини тузиш ва ечиш натижасида топилади.

Ҳарф (ҳарфлар) билан белгилаш учун номаълум (номаълумларни) танлашга, мулоҳазалар юритиш ёлларига боғлиқ равишда айни бир

масала бўйича турлича тенгламалар тузиш мумкин. Бундай ҳолда бу масаланинг турлича алгебраик ечимлари ҳақида гапириш мумкин.

Ўқувчиларда шаклланадиган кўникма ва малакалар

Масалалар ечиш орқали ўқувчиларда ушбу малакалар таркиб топтоми лозим.

1. Масалани тинглаб ёки ўқиб, уни мазмунини тушуна олиш малакаси.

2. Масалани дастлабки таҳлил қилиш (маълумни номаълумдан ажарата олиш) малакаси. Маълумни номаълумдан, муҳимни номуҳимдан ажратиш, масалада берилганлар билан изланаётганлар орасидаги боғланишни очиш - бу энг муҳим малакалардан бири, бундай малакага эга бўлмай туриб, масалаларни мустақил ечишга ўрганиб бўлмайди.

3. Масалани қисқа ёзиш малакаси. Масала тексти устида оғзаки ишлагандан кейин унинг мазмунини математик терминлар тилига ўтказиш ва қисқа ёзув шаклидаги математик ифодасини белгилаш керак (чизмалар, схемалар, жадваллар).

Шуни назарда тутиш керакки, барча ҳолларда ҳам қисқа ёзувни бажариш билан бир вақтда масала шартининг таҳлили ҳам амалга оширилади. Аслини айтганда, қисқа ёзувнинг вазифаси шундан иборат. Ҳақиқатан ҳам масала шартининг қисқа ёзуви ўқувчилар хотирасига таянч бўлиб, сон маълумотларни тушуниш ва ажратиш имконини беради, шу билан бирга уларнинг рационал ёзилиши масалада нима берилган ва нимани излаш кераклигини баёний тушунтириш имконини яратади.

4. Мураккаб масала таҳлилини амалга ошириш, сўнгра ечиш режасини тузиш малакаси. Олдин содда масалани ечишда амал танлаш масаласини қараб чиқишга тўхталамиз. Бу малака биринчи синфдан бошлаб таркиб топа бошлайди, иккинчи ва учинчи ўқув

йилларида янада ривож топтиради, яъни баъзи таниш масалаларга нисбатан амал танлаш ишини бажариш асоси ўзгартирилади.

Мураккаб масалани ечишда масалани таҳлил қилиш малакаси асосий аҳамиятга эга. Математика ўқитиш методикасига оид қўлланмаларда масалани таҳлил қилишнинг аналитик ва синтетик усуллари қаралади.

Масаланинг синтетик таҳлили дейилганда мулоҳазаларнинг шундай ривожини тушуниладики, бунда иккита маълумотни бирлаштириш натижасида бу маълумотлардан нимани билиш мумкинлиги аниқланади, шундан кейин янги топилган маълумот билан бошқа маълумот бирлашмасига ўтилади ва масала саволига жавоб топилгунча шу иш давом эттирилади.

Масала таҳлилининг аналитик усули шундай мулоҳазалар занжиридан иборатки, бу занжир бошида масалада берилган савол туради. Масала саволига жавоб топиш учун зарур маълумотлар танланадики, бу маълумотларни бошқа маълумотлардан фойдаланиб топиш мумкин.

5. Ечимни бажариш, уни ўқитувчи талабига мос қилиб расмийлаштириш ва масала саволига жавоб бериш малакаси.

6. Масала ечимини текшира олиш малакаси. Масала ечимининг текшириш қуйидаги усулларда қўлланилади:

- а) Олинган жавоб билан масала шarti ўртасида мослик ўрнатиш.
- б) Тескари масала тузиш ва ечиш
- в) Масалани бошқа усуллар билан ечиш
- г) Жавобнинг чегараларини аниқлаш (жавобни чамалаш).
- д) График текшириш

Матнли масалаларни тенгламалар ёрдамида ечиш қуйидаги босқичларда амалга оширилади.

1. Масалани таҳлил қилиш. Бунда масалада берилган маълум ва номаълум миқдорлар, улар орасидаги боғланишлар аниқланади. Бу боғланишлар асосида алгебраик ифодалар тузиб олинади (масала шартининг математик тилдаги ифодаси).

2. Ҳосил қилинган алгебраик ифодалар масала шартига биноан ўзаро боғланади. Буни натижасида тенглама ёки тенгламалар системаси ҳосил бўлади.

3. Тузилган тенглама ёки тенгламалар системаси ечилади. Топилган илдизларнинг тенгламани қаноатлантириши текширилади. Чет илдизлар бўлса, улар чиқариб ташланади.

4. Тенгламанинг илдизлари таҳлил қилиниб, улар асосида масаланинг жавоби топилади. Бу жавоблар масаланинг мазмунига мос келиши, жавобларнинг тўлиқлиги текширилади.

Бу босқичлар мантиқий жиҳатдан ўзаро боғланган. Масалан, тузилган алгебраик ифодаларни ўзаро боғлаб тенглама тузиш босқичи аввалги босқич билан биргаликда кечади. Чунки алгебраик ифодаларни тузишда айнан қандай ифодалар тузилса, уларни тенглик белгиси билан боғлаш мумкин бўлиши назардан қочирилмайди. Яъни, номаълумларни аниқлаш, маълум ва номаълум миқдорлардан тенглама мазмунига мос ифодалар тузиш босқичи билан тенглама тузиш босқичи бир – бирига киришиб кетади. Бу табиий ҳол. Чунки анализ ва синтез илмий тадқиқотнинг параллел равишда амалга ошириладиган методларидир.

Матнли масалаларнинг тузилиши ва турлари

Масала шартининг мазмуни ҳамда уни ечишда қўлланиладиган математик тушунчалар бўйича матнли масалаларни бир неча турларга ажратиш мумкин.

В.Н.Литвиненко ва А.Г.Мордковичларнинг “Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия.” китобида матнли масалар қуйидагича турларга ажратилган.

I. Сонли боғланишларга доир масалалар.

Бу каби масалаларда бирор соннинг рақамлари орасидаги, икки ёки ундан ортиқ сонлар орасидаги боғланишларга кўра баъзи сонларни топиш талаб этилади. Қуйида шундай масалалардан бир нечтасини мисол сифатида келтирамиз.

1. Бирлар хонасидаги рақами ўнлар хонасидаги рақамдан 2 та ортиқ бўлган икки хонали сон билан рақамлар йиғиндисининг кўпайтмаси 144 га тенг. Шу сонни топинг.

2. Иккита икки хонали соннинг биринчисини ўнг томонига иккинчиси ва 0 ёзилса, шундай беш хонали сон ҳосил бўладики, уни иккинчи соннинг квадратига бўлганда бўлинма 39 га, қолдиқ 575 га тенг бўлади. Агар иккинчи соннинг ўнг томонига биринчи сонни ёзиб, ундан биринчи соннинг ўнг томонига иккинчи сонни ёзиш натижасида ҳосил бўлган сон айрилса, айирма 1287 га тенг бўлади. Бу сонлар топилсин.

II. Прогрессияларга доир масалалар.

Прогрессиялар умум таълим мактабларининг 9 – синфида ўқитилади.

Агар $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ сонли кетма – кетликда барча натурал n лар учун $a_{n+1} = a_n + d$ тенглик бажарилса, бундай кетма – кетлик арифметик прогрессия дейилади, бунда $d \neq 0$ бирор сон бўлиб, арифметик прогрессиянинг **махражи** дейилади.

Агар $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ сонли кетма – кетликда барча натурал n учун $b_{n+1} = b_n q$ тенглик бажарилса, бундай кетма–кетлик геометрик прогрессия дейилади, бунда $b_n \neq 0$, q – нолга тенг бўлмаган бирор сон бўлиб, геометрик прогрессиянинг **махражи** дейилади.

Прогрессияларга доир масалаларда арифметик ёки геометрик прогрессия ҳадлари орасидаги муносабатлар, бир нечта ҳадларнинг йиғиндиси ва шу кабилар берилади. Баъзан бу муносабатлар иккала прогрессия ҳадларига тегишли бўлиши ҳам мумкин. Масалада берилган маълумотлар асосида прогрессиянинг ҳадларини, ҳадлари йиғиндисини, айирмаси ёки махражини ва ҳ. к. ларни топиш талаб этилади. Қуйида шундай масалалардан бир нечтасини мисол сифатида келтирамиз.

1. Рақамлари арифметик прогрессия ташкил этиб, 45 га қолдиқсиз бўлинувчи уч хонали сонни топинг.

2. Кинотеатрнинг биринчи қаторида 21 та ўрин бор. Ҳар бир кейинги қаторда ўринлар сони олдинги қатордагидан иккитадан кўп. 40 – қаторда нечта ўрин бор?

3. 150 дан катта бўлмаган 7 га қаррали барча натурал сонлар йиғиндисини топинг.

4. Ҳадлари йиғиндиси 9 га, ҳадлари квадратларининг йиғиндиси 40,5 га тенг бўлган чексиз камаювчи геометрик прогрессиянинг бешинчи ҳадини топинг.

5. Учта сон геометрик прогрессия ташкил этади. Агар учинчи сондан 4 айрилса, арифметик прогрессия ҳосил бўлади. Агар ҳосил бўлган арифметик прогрессиянинг иккинчи ва учинчи ҳадларидан 1 ни айирсак, яна геометрик прогрессия ҳосил бўлади. Бу сонларни топинг.

III. Нисбат, пропорцияга доир масалалар.

1.Дорининг массаси 72 г. У уч хил моддадан тайёрланган.Моддалар дорига 1:2:3 нисбатда қўшилган. Дори таркибида ҳар бир моддадан неча граммдан бор?

2.Уста 2 та шогирди билан ишлаб, 100 000 сўмлик иш бажаришди.Бу пул шогирдлари ва уста орасида 2:3:5 нисбатда бўлинди. Ҳар бири қанчадан пул олган?

IV. Қисмни топишга доир масалалар.

1.Икки қопда биргаликда 120 кг гуруч бор. 1–қопдаги гуручнинг 0,3 қисми 2–қопдаги гуручнинг 0,4 қисмидан 1,125 марта кўп. Ҳар бир қопда қанчадан гуруч бор?

2.Сайёҳ йўлнинг 0,7 қисмини ўтди.Агар у йўлнинг ярмидан 30 км ўтган бўлса, манзилга етиш учун яна неча километр йўл юриши керак?

3.Учта соннинг йиғиндиси 169,83 га тенг.Агар сонларнинг бирида вергулни бир хона чапга сурилса, сонларнинг кичиги, бир хона ўнгга сурилса, сонларнинг каттаси ҳосил бўлади. Шу сонларни топинг.

4.Икки соннинг айирмаси 2,5 га тенг.Уларнинг бири иккинчисидан 2,5 марта катта. Шу сонларни топинг.

V. Процентга доир масалалар.

1.Фермер банкдан кредитга (қарзга) 250 000 сўм пул олди. Бир йилдан сўнг у бу пулнинг устига 10% қўшиб банкка қайтариши керак. Фермер бир йилдан сўнг банкка неча сўм ўтказиши керак?

2.Тўғри тўртбурчакнинг бўйи 2,4 см га камайтирилди, энини эса 30% га узайтирилди. Натижада янги тўғри тўртбурчакнинг юзи аввалгисига қараганда 4% га ошди. Янги тўғри тўртбурчакнинг бўйини топинг.

VI. Ўрта арифметик қийматга доир масалалар.

1.Бир неча соннинг ўрта арифметик қиймати 25 га тенг. Бу сонлар қаторига 75 ни қўшиб, ўрта арифметик ҳисобланса, у 35 га тенг бўлади. Дастлаб қўшилувчилар сони нечта бўлган?

2.Бир сон иккинчисидан 13,8 га кичик. Бу сонларнинг ўрта арифметиги $-19,2$ га тенг. Шу сонлардан кичигини топинг.

3.Тўртта соннинг ўрта арифметик қиймати 10,4 га тенг. Бу тўртта сонга яна битта сон қўшиб ўрта арифметик қиймат ҳисобланган эди, у 11 га тенг чиқди. Қўшилган сонни топинг.

4.Абдулҳақ отанинг ёши 90 да, набиралари ёшларининг ўрта арифметиги 24 га тенг. Агар Абдулҳақ отанинг ёшини ҳам жаъми набиралари ёши йиғиндисига қўшиб ўрта арифметик қиймат ҳисобланса, у 26 га тенг бўлади. Отанинг нечта набираси бор?

VII. Ҳаракатга доир масалалар.

1.Автомашина Тошкентдан Самарқандга йўлга чиқди. Йўлнинг 0,4 қисмини режадаги тезликда ўтгач, тезлигини 20% га оширди ва Самарқандга мўлжалдан ярим соат олдин келди. Автомашина икки шаҳар орасидаги масофани неча соатда ўтган?

2. А шаҳардан икки поезд бир вақтда қарама – қарши йўналишда йўлга чиқди. Биринчи поезднинг тезлиги 50км/соат, иккинчисининг тезлиги унга қараганда 20% ортиқ. Ҳаракат бошланганидан 2,5 соат ўтгач поездлар орасидаги масофа неча километр бўлади?

3.Ораларидаги масофа 38 км бўлган икки қишлоқдан икки велосипедчи бир – бирига қараб йўлга чиқди. Биринчи велосипедчининг тезлиги 13км/соат, иккинчисиники эса 12км/соат. Неча соатдан кейин улар орасидаги масофа 13 км бўлади?

VIII. Ишга доир масалалар.

1.Бир ишни 10 киши 8 кунда бажара олади. 2 кундан сўнг, учинчи куни уларга ёрдам бериш учун бир неча киши келиб қўшилди ва қолган иш 4 кунда бажарилди. Нечта ишчи келиб қўшилган?

2.Ховуз биринчи қувур орқали 5 соатда, иккинчи қувур орқали эса 8 соатда тўлади.Иккала қувур бир соат очиб қўйилса, ховузнинг қандай қисми тўлмай қолади?

3.Бир тракторчи экин майдонини битта ўзи 10 кунда, иккинчи тракторчи шу майдонни 12 кунда, учинчи тракторчи эса 15 кунда шудгорлай олади. Агар учала тракторчи биргаликда ишласа, бу майдонни неча кунда шудгорлайди [13, 213-215 ,бетлар].

Абитуриентларнинг тест синовларига тайёрланишлари учун чиқарилган мавзулаштирилган тестлар тўпламида матнли масалалар қуйидаги турларга бўлинган:

- 1)Прогрессиялар.
- 2)Сонларга оид масалалар. Содда мушоҳада.
- 3)Процентга оид масалалар.
- 4)Ҳаракатга оид масалалар.
- 5)Ишга оид масалалар.
- 6)Аралашмага оид масалалар.

Матнли масалаларни турларга ажратишдаги бу хилма – хилликнинг асоси қаерда? Бизнинг фикримизча масалаларни турларга ажратишда асосий белги бўлиб унинг мазмуни хизмат қилиши керак. Ҳар қандай масалада асосий ғояни ажратиб олиш мумкин. Бу ғоя сонли боғланишларни ифодалайди дейлик. Лекин бу боғланишлар нисбат ёки пропорция, бир неча соннинг ўрта арифметиги кўринишида, соннинг қисми ёки проценти тарзида берилиши мумкин. Бошқача айтганда, нисбат, пропорция, ўрта арифметик қиймат, соннинг қисми, процент, прогрессия тушунчалари исталган матнли масалани ечишда қўлланиладиган математик тушунчалардир. Фигураларнинг элементларини топишга доир масалаларда уларнинг қаторига барча геометрик тушунчалар ҳам қўшилиши мумкин.

Юқоридаги фикрлар ва мактаб математика дарсликларидаги масалалар тизимининг тузилишига асосланиб масала мазмунидаги бош ғоя сифатида қуйидагиларни айтиш мумкин:

- сонли боғланишлар;
- бажарилган иш;
- қотишма ёки аралашма таркиби;
- жисмлар ҳаракати.

Яна шунга эътибор бериш лозимки, умум таълим мактабларида математика ўқитишдан кўзда тутилган асосий мақсад ўқувчиларни мустақил ақлий фаолият юритиш, мантикий фикрлашга ўргатишдан иборатдир. Чунки мустақил фикр юрита олмаган ўқувчидан на фақат математикани, балки бошқа фанларни ўрганишда ҳам юқори натижалар кутиб бўлмайди. Шу сабабли ўқувчиларни мантикий фикрлашга ўргатиш бошланғич мактабдан бошланади. Хусусан, бошланғич синфларнинг математика дарсликларида мантикий масалалар ҳам киритилган бўлиб, улар ўрганилаётган математик тушунча ва қонуниятлар билан узвий боғлиқ равишда бутун ўқув йили давомида бериб борилган.

IX. Бу каби масалалардан намуналар келтирамиз.

Математика 5.

1. Дурадгор уч кунда буюртмани бажарди. Биринчи куни у 24 та, иккинчи куни биринчи кундан a та кўп ва учинчи эса иккинчи кундан 4 та кам стул ясади. $a = 8; 10; 12$ қийматларда дурадгор ясаган жаъми стуллар сонини ҳисобланг.

2. Тўғри тўртбурчакнинг бир томони 24 см, иккинчи томони биринчисидан 3 марта узун. Тўғри тўртбурчакнинг периметрини топинг.

Математика 6.

1. Поезд 3,5 соатда 212,8 км йўл юрди. Унинг тезлигини топинг. Шундай тезлик билан поезд 9,4 соатда неча километр йўл юради?

2. Қалдирғочнинг тезлиги 96 км/соатга тенг. Чуғурчик-нинг тезлиги қалдирғоч тезлигининг 0,75 қисмини, қирғийнинг тезлиги эса қалдирғоч тезлигининг 0,7 қисмини ташкил қилади. Чуғурчик 1 минутда неча метрга учиши мумкин? Қирғий=чи?

3. Тўртта соннинг ўрта арифметиги 12,6 га тенг. Ҳар бир сон ўзидан олдинги сондан 2,4 га ортиқ. Сонлардан энг каттасининг энг кичигига нисбатини топинг.

4. Тўғри тўртбурчакнинг периметри 52,6 см га тенг, эни эса бўйидан 4,7 см га қисқа. Шу тўғри тўртбурчакнинг юзини топинг.

5. Учта тракторчи 400 га далани ҳайдашди. Биринчиси даланинг 0,355 қисмини, иккинчиси эса биринчисидан $1\frac{20}{51}$ марта кам ерни ҳайдади. Учинчи тракторчи неча гектар ерни ҳайдаган?

6. Икки соннинг айирмаси 52 га тенг. Агар катта соннинг 0,45 қисми кичик соннинг $\frac{2}{3}$ қисмига тенг бўлса, шу сонларни топинг.

7. “Тико” автомашинаси 100 км йўлни ўтиш учун 5,8 л ёнилғи сарфлайди. 11,6 л ёнилғи билан неча км йўл юриш мумкин?

8. Биринчи сон 52,8 га тенг. Иккинчи сон биринчисидан 2,5 марта катта, учинчи сон эса иккинчи ва биринчи сонлар айирмасининг 40% ини ташкил этади. Шу сонларнинг ўрта арифметигини топинг.

Алгебра 8.

9. Юзи 2,45 га бўлган боғ 630 метр узунликдаги девор билан ўраб олинган. Агар боғ тўғри тўртбурчак шаклида бўлса, унинг бўйи ва энини топинг.

10. Икки бригада биргаликда ишлаб ўтин тайёрлашни 6 кунда тамомладилар. Агар бригадалардан бири шу ишни бажариш учун иккинчисига қараганда 5 кун кам сарф қилса, ҳар бир бригада бу ишни бажариш учун неча кун сарф қилади?

11. Тўғри бурчакли учбурчакнинг юзи 180 см^2 . Агар катетлардан бири иккинчисидан 31 см катта бўлса, шу учбурчакнинг катетларини

топинг.

12. Икки хонали сонни унинг рақамлар йиғиндисига бўлганда бўлинмада 6 ҳосил бўлади, қолдиқда эса 4 қолади. Шу сонни унинг рақамлари кўпайтмасига бўлганда бўлинмада 2 ҳосил бўлади, қолдиқда эса 16 қолади. Шу сонни топинг.

3. Масалалар ечиш босқичлари ва ечишни текшириш усуллари

Матнли масалаларни арифметик усулда ечиш бу –мураккаб фаолият бўлиб унинг мазмуни конкрет маслага ҳам, ечувчининг малакасига ҳам боғлиқ. Шундай бўлсада, унда бир неча босқични ажратиш мумкин.

1. Масаланинг мазмунини тушуниб етиш ва таҳлил қилиш.
2. Масаланинг ечиш режасини излаш ва тузиш.
3. Ечиш режасини бажариш. Масаланинг талабини бажариш ҳақидаги хулосани ифодалаш (масаланинг саволига жавоб бериш).
4. Ечимни текшириш ва агар хато былса, уни тузатиш. Масаланинг талабини бажариш ёки масаланинг саволига жавоб бериш ҳақидаги узил-кесил хулосани ифодалаш.

Шуни таъкидлаш керакки, масала ечишнинг конкрет жараёнида айтиб ўтилган босқичлар қатъий чегарага эга эмас ва ҳар доим ҳам бирдай тыла бажарилмайди. Масалан, баъзида масалани тушуниб етишнинг ызидаёқ ечувчи берилган масала унга маълум кыринишдалигини ва уни қандай ечишни билишини пайқаши мумкин. Бундай ҳолда ечишнинг излаш алоҳида босқичларга ажратилмайди ва даълабки учта босқични бажаришда ҳар бир кадамни асослаш ечувчини ечишни бажаргандан кейинги текширишдан қутқаради. Бироқ тўла, мантиқан тугалланган ечим албатта барча босқичларни ўз ичига олади.

Босқичлардан ҳар бирини бажаришнинг мумкин бўлган усулларини билиш ҳар қандай масалани ечиш жараёнини тушунарли, мақсадга мувофиқ ва демак, анча муваффақият билан бажариш имконини беради.

Ечишнинг биринчи босқичининг асосий мақсади ечувчининг масалада ифодаланувчи бутун вазиятини тушуниши, масаланинг шартини, унинг талабини ёки саволини матнда мавжуд бўлган барча термин ва белгилар мазмунни тушунишидан иборат.

Масаланинг мазмунини тушуниб етишда ва масала ечимини излаш учун асос яратишда **масала матнини қайта ифодалаш** - вазиятларнинг берилган ифодасини, барча муносабатлами, боғланиш ва миқдорий

характеристикаларни сақловчи, бироқ уларни анча ошкор тасвирловчи бошқа ифодаси билан алмаштириш катта ёрдам беради. Бу воситадан **матнни маъноли қисмларга ажратиш** мақсадларида фойдаланиш айниқса самаралидир.

Қайта ифодалашнинг ёъналишлари қуйидагича бўлиши мумкин:

Масалани ечиш режасини излаш усуллари ва уни бажариш. Арифметик усуллар билан масалани ечиш режасини излашнинг анча кўп тарқалган усулларида бири (берилган ёки қайта ифодаланган) матн бўйича масалани таҳлил қилишдир.

Матн бўйича масалани таҳлил қилиш масаладаги берилганлардан ҳам, унинг саволларидан ҳам бошланиши мумкин бўлган мулоҳазалар занжири кўринишида ўтказилиши мумкин.

Масалани берилганлардан саволга томон таҳлил қилишда масала матнида иккита мълумотни ажратиш ва улар орасидаги боғланишга оид билимларга (бундай билимлар ечишнинг биринчи босқичини бажариш даврида эгалланган бўлиши керак) асосланган ҳолда бу берилганлар бўйича қандай номълум топилиши ва қандай арифметик амал ёрдамида топилиши мумкинлигини аниқлаш керак.

Масала ечимини текшириш усуллари. Текшириш ечишнинг якунловчи босқичига киради, бунинг натижасида бажарилган ечишнинг тўғри ёки нотўғри эканлиги аниқланади

Текширишда қатор ақлий ёки амалий фаолиятлар асосида қуйидаги мулоҳаза кўринишидаги хулоса чиқарилиши керак. “...бўлгани учун масала тўғри (нотўғри) ечилган”.

1. Чамалаб кўриш. Бу усулнинг моҳияти ечиш натижасининг тўғрилигини бирор даражадаги аниқликда олдиндан айтишдан иборат. Чамалаб кўриш усулини қўлланиш фақат масалани ечганда чиққан натижа олдиндан айтилган натижага мос келмаган ҳолдагина “Масаланинг ечими тўғрими?” деган саволга жавоб беради.

2. Ҳосил қилинган натижа билан масала шартларини таққослаш. Бу усулнинг моҳияти қуйидагидан иборат: топилган натижа масала матнига

киритилади ва мулоҳазалар асосида бунда зиддият вужудга келиш-келмаслиги аниқланади

3. Масалани турли усуллар билан ечиш. Масалани бирор-бир усул билан ечганда бирор натижа ҳосил бўлган бўлсин. Агар уни бошқа усул билан ечганда яна шундай натижа келиб чиқса, у ҳолда масала тўғри ечилганлиги ҳақида хулоса чиқариш мумкин.

1-масала:

Ўзгарувчининг даражалари ортиб ёки камайиб бориш тартибида ёзилган ифодага кўпхаднинг стандарт шакли, ўзгарувчининг энг юқори даражасига кўпхаднинг даражаси дейилади. Ушбу

$$f_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

ифода x га нисбатан n -даражали кўпхаднинг стандарт шаклидир. Бу ерда $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ лар ўзгармас сонлар бўлиб, кўпхаднинг коэффицентлари, a_0 эса озод ҳад дейилади.

Кўпхад коэффицентлари йиғиндисини топиш учун $f_n(x)$ да $x=1$ деб олиш кифоя:

$$f_n(1) = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0.$$

Агар x нинг жуфт даражалари олдидаги коэффицентлар йиғиндисини A билан, тоқ даражалари олдидаги коэффицентлар йиғиндисини B билан белгиласак, $f_n(1) = A + B$ бўлади. У ҳолда $f_n(-1)$ x нинг жуфт даражалари олдидаги коэффицентлар йиғиндисидан тоқ даражалари олдидаги коэффицентлар йиғиндисини айириш натижасига тенг бўлади: $f_n(-1) = A - B$. a_0 эса $f_n(0)$ га тенг: $f_n(0) = a_0$.

Айтилганлар асосида тестларни ечайлик.

1. Ечиш. Стандарт шаклга келтирилган кўпхад $f(x)$ бўлсин. Унинг коэффицентлари йиғиндисини топиш учун $f(x)$ да $x=1$ деб оламиз:

$$f(1) = (1-1)^2 \cdot (1+1)^3 + 3 \cdot 1 - 1 = 0 \cdot 2^3 + 3 - 1 = 2.$$

Жавоб: 2.

2. Ечиш. Стандарт шаклга келтирилган кўпхадни $f(x)$ билан, x нинг жуфт даражалари олдидаги коэффицентлар йиғиндисини A билан, тоқ даражалари олдидаги коэффицентлар йиғиндисини B билан белгилаб, $f(1)$ ва $f(-1)$ ларни топамиз:

$$f(1) = A + B = (1^3 - 1 + 1)^3 + 1 = 2, \quad f(-1) = [(-1)^3 + 1 + 1]^3 - 1 = 1 - 1 = 0.$$

Демак $\begin{cases} A + B = 2 \\ A - B = 0. \end{cases}$ Ушбу тенгламалар системасидан B ни топамиз:

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ -A + B = 0 \end{cases} \Rightarrow 2B = 2 \Rightarrow B = 1.$$

Жавоб: 1.

2 –масала.

4 сонини махражи 6 бўлган каср кўринишида ёзинг.

Ечиш. Бунинг учун олдин шундай сонни топишимиз керакки, уни 6 га бўлганда 4 ҳосил бўлсин. Бу сон – 4 ва 6 сонларининг кўпайтмасидан иборат бўлади: $4 \cdot 6 = 24$.

Демак, $4 = \frac{24}{6}$.

4. Умумий ўрта таълим мактаби, академик лицей ва касб ҳунар коллежлари математика курсида масалаларни, тенгламалар ва тенгсизликлар тузиш йўли билан ечиш

Масалаларни тенглама (тенгсизлик) тузиб ечишда қуйидагиларга эътибор бериш керак:

1) масала шартини таҳлил қилиниб, берилган ва изланаётган миқдорлар орасидаги боғланиш ўрнатилади ва бу боғланиш математик символлар ёрдамида иккита алгебраик ифода шаклида ёзилади.

2) ҳосил қилинган алгебрик ифодаларни “=” (“>”, “<”) белгиси билан боғлашга асос топилади ва тенглама ечилади;

3) тенглама (тенгсизликлар) ечимлари орасида чет илдизлар бор ёки ёъқлиги аниқланади, масалани бошқа ечимлари бор ёки ёъқлиги текширилади.

Умумий ўрта таълим мактаби, академик лицейлар ва касб-ҳунар коллежлари математика курсида ўрганиладиган масалаларни ечишнинг умумий услубиёти мавжуд бўлмасда баъзи-бир типдаги масалаларни ечишнинг алгоритмини бериш мумкин:

1. Тўғри чизик бўйлаб текис ҳаракатга доир масалалар:

- а) учрашишга доир;
- б) қувиб етишга доир.

2. Айлана бўйлаб ҳаракатга доир масалалар.

3. Биргаликда ишлашга доир масалалар.

4. Аралашмага ва фоиз миқдorigа доир масалалар.

1. Тўғри чизик бўйлаб текис ҳаракатга доир масалаларда

а) жисм ҳаракати соҳасининг ҳар бир қисмида текис ҳаракатланади деб қаралиб, унинг босиб ўтган йўли $S = Vt$ (V - жисм тезлиги, t - вақт) билан ўлчанади;

б) тезлик мусбат катталиқ деб олинади;

в) агар жисм ҳаракати сувда (ҳаракатдаги поезд ичида ва ҳоказо) унинг оқими бўйлаб ёки оқимга қарши ҳаракати бўйлаб ёки унга қарши бўлса, уларнинг ҳар бирининг ўз тезликлари йиғиндиси ёки айирмаси натижасидаги тезликни беради.

Ҳаракатга доир масалаларда ушбу тасдиқлар ўринлидир:

V_1 ва V_2 тезликка эга бўлган икки жисм орасидаги масофа S га тенг бўлган икки нуқтадан бир-бирига қараб тўғри чизик бўйлаб бир вақтда чиқса, улар

$$T = \frac{S}{V_1 + V_2} \text{ вақтдан сўнг учрашади;}$$

бир нуқтадан чиққан V_1 ва V_2 тезликка эга бўлган икки жисм, узунлиги S бўлган йўлда айлана бўйлаб қарама-қарши йўналишда ҳаракат қилса, улар

$$T = \frac{S}{V_1 + V_2} \text{ вақтдан сўнг учрашади;}$$

бир йўналишда ҳаракатланаётган V_1 ва V_2 тезликка эга бўлган икки жисм ($V_2 > V_1$)лар орасидаги масофа S бўлса, орқада келаётган иккинчиси

биринчисини $T = \frac{S}{V_2 - V_1}$ вақтда қувиб етади.

A пунктдан **B** пунктга кетаётган велосипедчининг йўли уч қисмдан иборат бўлиб, 1 – қисмнинг узунлиги 3 – қисмдан 6 марта узун. Агар велосипедчининг бутун йўлдаги ўртача тезлиги йўлнинг 2–қисмидаги тезлигига тенг бўлиб, бу тезлик йўлнинг 1 – қисмидаги тезликдан 2 км/с га кам, йўлнинг 3 – қисмидаги тезликнинг ярмидан 10 км/с га ортиқ бўлса, ўртача тезликни топинг.

2-масала:

Ораларидаги масофа 27 км бўлган **A** ва **B** пунктлардан иккита пиёда бир вақтда йўлга чиқди. Агар улар қарама – қарши йўналишда ҳаракатланса, 3 соатдан кейин учрашади, бир хил йўналишда ҳаракатланганда эса бири иккинчисига 9 соатдан кейин етиб олади. Ҳар бир пиёданинг тезлигини топинг.

II. Айлана бўйлаб ҳаракатга доир масалалар

Айлана бўйлаб ҳаракатга доир масалаларда ушбу тасдиқ ўринлидир:

Айлана (ҳалқасимон йўлда) бўйлаб ҳаракатда V_1 ва V_2 тезликдаги икки жисмлар орасидаги масофа S бўлса, улар қарама-қарши ҳаракатланса,

$T = \frac{S}{V_1 + V_2}$ вақтда учрашади, аксинча бир томонга ҳаракатланса, иккинчиси

биринчисини $T = \frac{S}{V_2 - V_1}$ ($V_2 > V_1$) вақтда қувиб етади.

1-масала:

Элмурод „Тико“да 2 соатда 160 км, Жаҳон „Дамас“да 3 соатда 180 км йўлни босиб ўтди. Улардан қайси бири йўлни тезроқ босиб ўтган.

Ечиш: Жаҳонгир Элмуродга нисбатан кўп вақт сарфлади, лекин у катта масофани босиб ўтди. Кимни тезроқ юрганини билиш учун уларнинг 1 соатда қанча масофани ўтганини билиш керак бўлади: $\frac{160}{2} = 80$, $\frac{180}{3} = 60$ Элмурод 1 соатда 80 км, Жаҳон эса 60 км масофани ўтган.

Демак, Элмурод соатига 80 км ва Жаҳонгир соатига 60 км тезлик билан юрган.

2-Масала:

Поезд 360 км йўлни 3 соатда босиб ўтди. У қандай тезлик билан юрган?

Ечиш: Поезднинг ҳаракат вақти 3 соат, босиб ўтилган йўл 360 км. Демак, у 1 соатда $\frac{360}{3} = 120$ км юрган. Унинг тезлиги 120 км/соат. Шундай қилиб, тезликни топиш учун босиб ўтилган йўлни, шу йўлни босиб ўтгунча кетган вақтга бўлиш керак бўлади.

III. Биргаликда ишлашга доир масалалар

Одатда ишга доир масалаларда бажарилаётган иш ҳажми кўрсатилмайди ва у қидирилмайди (масалан, бассейнни тўлдириш, берилган ер участкасини трактор билан ҳайдаш, детал тайёрлаш, қозиш ишлари ва ҳакозо), бу ишлар ишловчи (механизм ёки одамлар) томонидан бир текисда баиарилади. Бундай

масалаларни ечишда иш ҳажми 1 га тенг деб олиниб, ишлаб чиқариш унумдорлиги a нинг t вақт билан $a = \frac{1}{t}$ каби боғланиши ҳисобга олинади.

1-масала:

Биринчи куни иш нормасининг $\frac{1}{4}$ қисми бажарилди. Иккинчи куни биринчи кунда бажарилган ишнинг $\frac{1}{8}$ қисмича кўп иш бажарилган. Шу икки кунда қанч иш нормаси бажарилди?

Ечиш. Ушбу масала каср сонлар ва уларнинг улушларига доир бўлиб, сонли ифода тузиш йўли билан ечилади. Бу ифодани тузишда соннинг улушини топиш қондасидан фойдаланамиз. Маълумки соннинг улушини топиш учун берилган сонни улуш миқдорига кўпайтириш керак. Масала шартига кўра иккинчи куни биринчи кунда бажарилган ишнинг $\frac{1}{8}$ қисмича кўп иш бажарилган. Демак 2- куни 1- кунга нисбатан қанч кўп иш бажарилганини топиш учун $\frac{1}{4}$ ни $\frac{1}{8}$ га кўпайтириш керак.

IV. Аралашмага ва физик миқдорига доир масалалар

Протсент миқдорли масалалар кўп ҳолларда эритма (аралашма, қотишма ва ҳоказо) моддалар ҳақида бўлиб, ундаги ечиш усули умуман бошқа типдаги алгебраик масалаларда ҳам татбиқ этилиши мумкин.

Бу ерда эритма (бошқа моддаларга ҳам тааллуқли) физик ва кимёвий қонуниятлар бўйича ҳар доим тўғри бўлмаса ҳам ушбу хоссаларга эга деб ҳисобланади:

а) Барча ҳосил бўлган эритмалар бир жинсли бўлади;

б) V_1 ҳажмли (m_1 массали ёки P_1 оғирликдаги) бир эритма иккинчи V_2 ҳажмли (m_2 массали ёки P_2 оғирликдаги) эритмага қўшилса, натижада $V_0 = V_1 + V_2$ ҳажмли ($m_0 = m_1 + m_2$ массали ёки $P_0 = P_1 + P_2$ оғирликдаги) эритма ҳосил бўлади.

$$k_1 = \frac{V_1}{V_0}, k_2 = \frac{V_2}{V_0}$$

миқдорлар биринчи ва иккинчи эритма умумий эритманинг қанча қисмини ташкил этишини билдиради ва бунда $k_1 + k_2 = 1$ бажарилади. k_1 ва k_2 лар биринчи ва иккинчи эритманинг умумий эритмадаги концентратсияси деб аталади. $P_1 = k_1 \cdot 100\%$ ва $P_2 = k_2 \cdot 100\%$ лар шу эритмаларнинг ҳар бирининг концентратсиясининг протсент миқдорини беради. Бунда

$$V_0 = k_1 V_1 + k_2 V_2, \quad p_1 + p_2 = 100\%$$

тенгликлар ўринлидир.

Бу фикрларни n та эритма учун умумлаштирса ҳам бўлади:

$$V_0 = V_1 + V_2 + \dots + V_n, \quad k_i = \frac{V_i}{V_0} (i = 1, 2, \dots, n), \quad k_1 + k_2 + \dots + k_n = 1$$

$$P_i = k_i \cdot 100\% \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad P_1 + P_2 + \dots + P_n = 100\%$$

1-масала:

Массаси 12 кг, таркибида 45% мис бўлган мис ва қалайи қотишмасининг бир бўлаги бор. Бу бўлакка қанча соф қалайи қўшилса, янги ҳосил бўлган қотишма таркибида 40% мис бўлади?

Ечиш: Қўшилган қалайи массаси x кг бўлсин. Унда массаси $(12+x)$ килограмм, таркибида 40% мис бўлган қотишма ҳосил бўлади. Демак, янги қотишмада $0,4(12+x)$ килограмм мис бўлади. Дацлабки қотишма массаси 12 кг бўлиб, таркибида 45% я'ни, $0,45 \cdot 12$ кг мис бор. Мис массаси дацлабки қотишмада ҳам, янги қотишмада ҳам бир хил бўлганидан қуйидаги тенгламага келамиз:

$$0,4(12 + x) = 0,45 \cdot 12$$

Бу тенгламани ечиб, $x=1,5$ ни топамиз. Демак, берилган (дастлабки) қотишмага 1,5 кг қалайи қўшиш керак.

2-масала:

Бирининг таркибида 5% иккинчисининг таркибида 40% никел бўлган икки хил сортли пўлат бор. Ҳар иккала сортли пўлатни қўшиб, қайта эритганда массаси 140 т ва таркибида 30% никел бўлган пўлат ҳосил қилиш учун ҳар иккала сортли пўлатдан қанчадан олиш керак?

Ечиш: Биринчи сорт пўлат массаси x тонна бўлсин, y ҳолда иккинчи сорт пўлатдан $(140-x)$ тонна олиш керак. Биринчи сорт пўлат таркибидаги никел 5% ни ташкил этади; демак, x тонна биринчи сорт пўлат таркибида $0,05x$ тонна никел бор. Иккинчи сорт пўлат таркибида 40% никел бор; демак, $(140-x)$ тонна иккинчи сорт пўлатда $0,4(140-x)$ тонна никел бор. Шартга кўра бу иккала сортли пўлатларни қўшгандан сўнг 140 т пўлат ҳосил бўлиб. унинг таркибида 30% никел бўлиши керак, я'ни қайта эритгандан сўнг олинган пўлатда $0,3 \cdot 140$ т никел бўлиши керак. Бироқ, шунча никел биринчи сорт пўлат таркибидаги $0,05x$ тонна никел ва иккинчи сорт пўлат таркибидаги $0,4(140-x)$ тонна никелдан ташкил топади. Шундай қилиб, ушбу тенгламага келамиз:

$$0,05x + 0,4(140 - x) = 0,3 \cdot 140$$

бу ердан $x=40$ ни топамиз. Демак, таркибида 5% никел бўлган пўлатдан 40 т ва таркибида 40% никел болган пўлатдан 100 т олиш керак.

3-масала:

А ва В пунктлари орасидаги масофа 100 км га тенг. А пунктдан В га бир вақтда икки автомобил жўнайди. Биринчи автомобил иккинчидан соатига 20 км ортиқ тезликка эга. Лекин у йўлда 100 мин. тўхташи учун унинг тезлиги қандай бўла олади?

Ечиш: Биринчи автомобилнинг тезлиги v км/соат бўлса, иккинчисиники $(v-20)$ км/соат. Демак, $v > 20$ км/соат. Биринчи автомобил 100 км йўлни $(\frac{100}{v} + \frac{100}{60})$ соатда, иккинчиси $\frac{100}{v-20}$ соатда ўтади. Масала шартидан $\frac{100}{v} + \frac{100}{60} \leq \frac{100}{v-20}$. Лекин, $v > 0$, $v-20 > 0$ ни э'тиборга олсак, бу тенгсизлик $v^2 - 20v - 1200 \leq 0$ га тенг кучли. Бундан $20 < v \leq 10 + 10\sqrt{26}$ келиб чиқади. $\sqrt{26} \approx 5$ десак, биринчи автомобил $20 < v \leq 50$ тезликда бўлса. В га олдин етиб келади.

Хулосалар

1. Матнли масалаларни уларнинг мазмуни бўйича қуйидаги бешта турга ажратиш мақсадга мувофиқ:

1. Сонли боғланишларга доир масалалар.
2. Бажарилган ишга доир масалалар.
3. Қотишма ёки аралашмаларга доир масалалар.
4. Ҳаракатга доир масалалар.
5. Мантиқий масалалар.

2. Матнли масалалар ўқув материалининг катта қисмини ташкил этади. Шу сабабли ўқув жараёнида улардан унумли фойдаланиш, уларни ечишдан кўзланган таълимий ва тарбиявий мақсадларга тўлиқ эришиш, ўқувчиларда бундай масалалар ечиш кўникма ва малакаларини ҳар доим ривожлантириб бориш зарур.

3. Алломаларимизнинг математика фанини ривожига қўшган хиссалари беқиёс каттадир. Жумладан ал – Кошийнинг “Ҳисоб илми калити” асарида масалалар ечишнинг усуллари баён этилган. Ўқувчиларни миллий кадриятларимизни ҳурмат қилиш ва кадрлаш руҳида тарбиялаш мақсадида уларни бу каби маълумотлар билан таништириб бориш зарур.

4. Матнли масалаларни ечиш тўрт босқичда амалга оширилади:

1. Масалани таҳлил қилиш.
2. Масала мазмунига мос тенглама ёки тенгламалар системаси тузиш.
3. Тузилган тенглама ёки тенгламалар системасини ечиш.
4. Тенгламанинг илдизларини таҳлил қилиб, улар асосида масаланинг жавобини топиш.