

ДИСКРЕТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ

Группа 414-13

Исмоилов У.



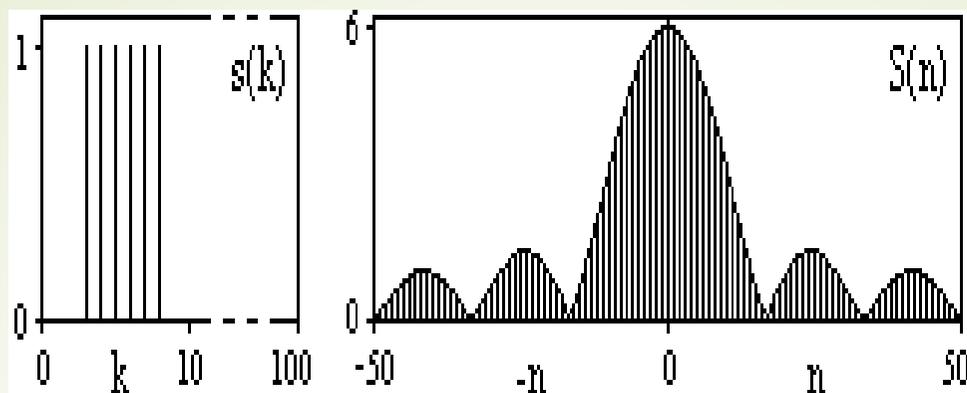
План:

- 1. Преобразование Фурье. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.
- 2. Преобразование Лапласа.
- 3. Z - преобразование сигналов. Определение преобразования. Примеры z-преобразования. Связь с преобразованиями Фурье и Лапласа. Свойства z-преобразования. Отображение z-преобразования. Аналитическая форма z-образов. Обратное z-преобразование.
- 4. Дискретная свертка (конволюция). Уравнение дискретной свертки. Техника свертки.

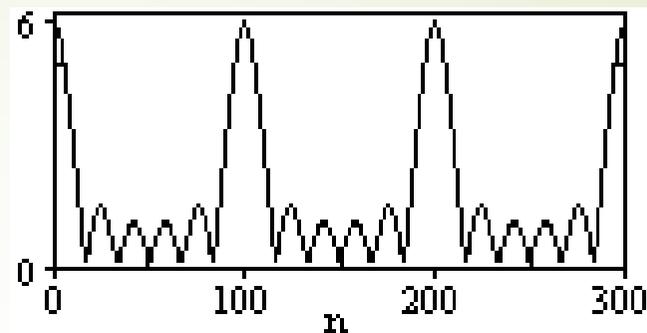
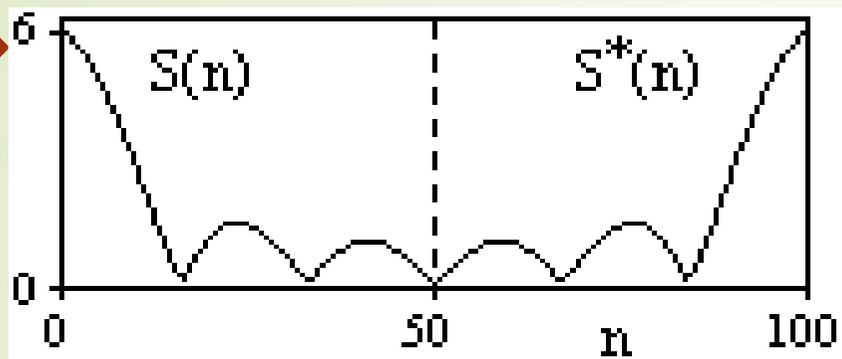
Преобразование Фурье

- ▶ **Дискретное преобразование Фурье** может быть получено непосредственно из интегрального преобразования дискретизаций аргументов.
- ▶ Напомним, что дискретизация функции по времени приводит к периодизации ее спектра, а дискретизация спектра по частоте - к периодизации функции. Не следует также забывать, что значения (1.1) числового ряда $S(f_n)$ являются дискретизацией непрерывной функции $S'(f)$ спектра дискретной функции $s(t_k)$, равно как и значения (1.2) числового ряда $s(t_k)$ являются дискретизацией непрерывной функции $s'(t)$, и при восстановлении этих непрерывных функций $S'(f)$ и $s'(t)$ по их дискретным отсчетам соответствие $S'(f) = S(f)$ и $s'(t) = s(t)$ гарантировано только при выполнении теоремы Котельникова-Шеннона.

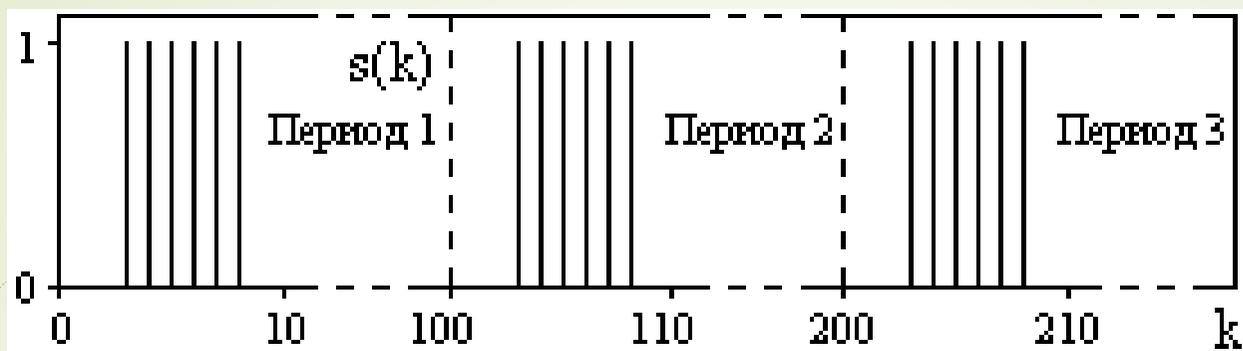
- 
- В вычислительных операциях на ЭВМ для исключения отрицательных частотных аргументов (отрицательных значений номеров n) и использования идентичных алгоритмов прямого и обратного преобразования Фурье главный период спектра обычно принимается в интервале от 0 до $2f_N$ ($0 \leq n \leq N$), а суммирование в (1.5) производится соответственно от 0 до $N-1$. При этом следует учитывать, что комплексно сопряженным отсчетам S_n^* интервала $(-N, 0)$ двустороннего спектра в интервале $0-2f_N$ соответствуют отсчеты S_{N+1-n} (т.е. сопряженными отсчетами в интервале $0-2f_N$ являются отсчеты S_n и S_{N+1-n}).



- ▶ На рис. приведена огибающая значений другой формы представления главного диапазона спектра. Независимо от формы представления спектр периодичен, в чем нетрудно убедиться, если вычислить значения спектра для большего интервала аргумента n с сохранением того же шага по частоте, как это показано на рис. для огибающей значений спектра.



- На рис. приведена огибающая значений другой формы представления главного диапазона спектра. Независимо от формы представления спектр периодичен, в чем нетрудно убедиться, если вычислить значения спектра для большего интервала аргумента n с сохранением того же шага по частоте, как это показано на рис. для огибающей значений спектра.

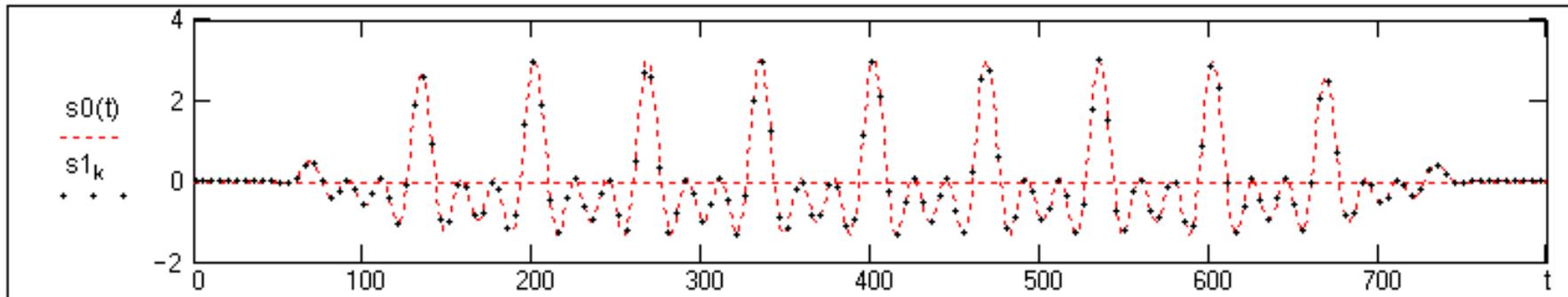


- ▶ На рис. показано обратное преобразование Фурье для дискретного спектра, выполненное по формуле которое показывает периодизацию исходной функции $s(k)$, но главный период $k=\{0,99\}$ этой функции полностью совпадает с исходным сигналом $s(k)$.

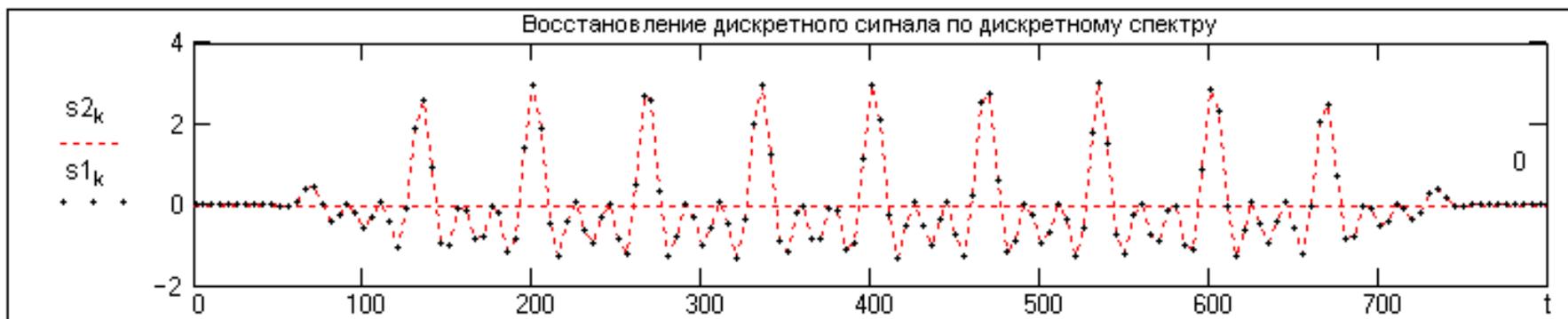
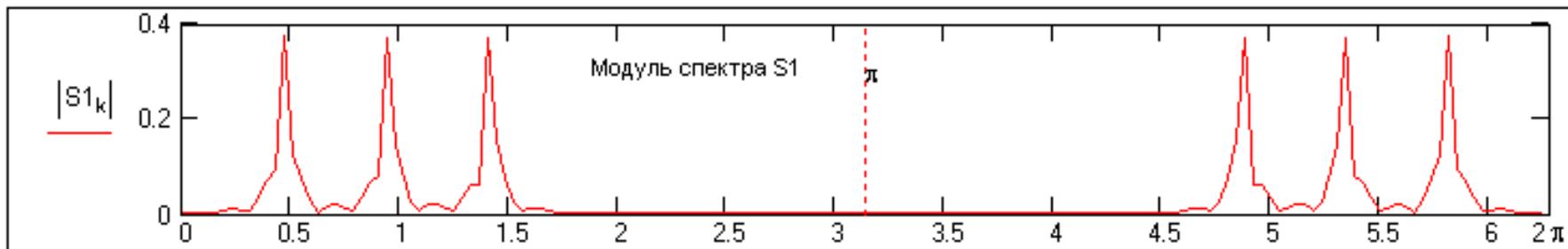
MATHCAD

Быстрое преобразование Фурье

$T := 800$ $t := 0..T$ $u1(t) := \exp[-1 \cdot 10^{-30} \cdot (t - 400)^{12}]$ $v1(t) := \sum_{k=1}^3 \cos(0.094 \cdot t \cdot k)$ $s0(t) := u1(t) \cdot v1(t)$ **<= модель**
 $\Delta t := 5$ $K := 2 \cdot \text{floor}\left(\frac{T}{\Delta t \cdot 2}\right)$ $K = 160$ $N := K + 1$ $N = 161$ $k := 0..K$ $s1_k := s0(k \cdot \Delta t)$ **<= Дискретизация**

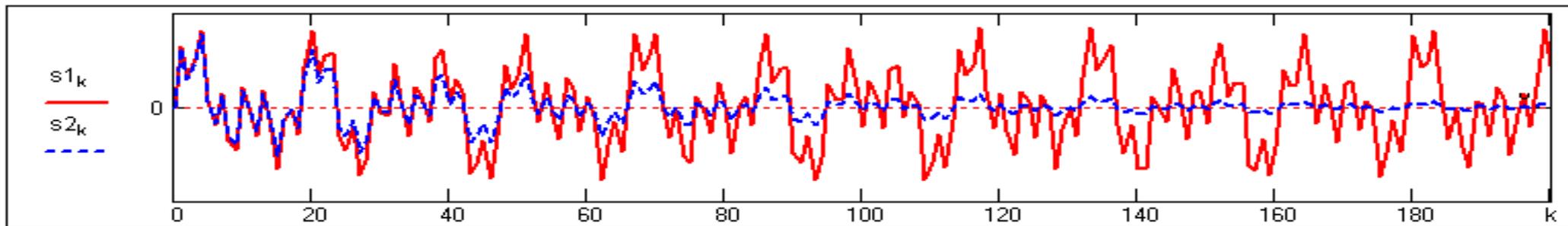


$S1 := \text{CFFT}(s1)$ $s2 := \text{ICFFT}(S1)$ $\Delta\omega := \frac{2\pi}{N}$ **<= Прямое и обратное быстрое преобразование Фурье**

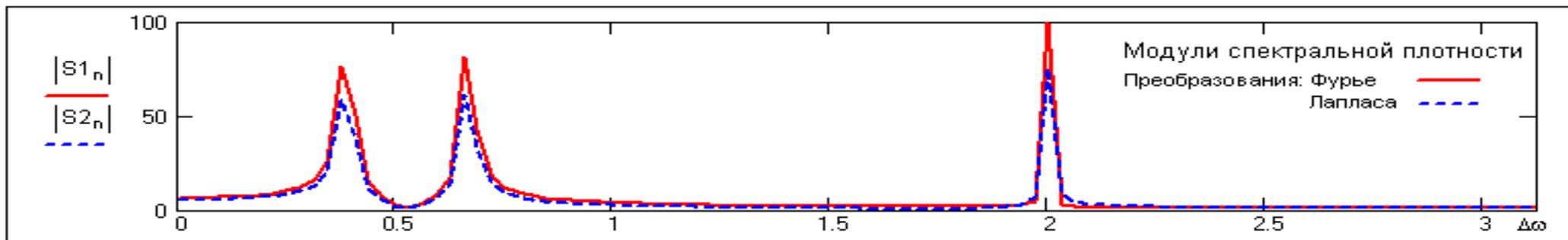


Дискретные преобразования Фурье и Лапласа

$T := 1000$ $t := 0..T$ $\Delta t := 5$ $K := 2 \cdot \text{floor}\left(\frac{T}{\Delta t \cdot 2}\right)$ $K = 200$ $N := K + 1$ $N = 201$ $k := 0..K$ $\sigma := 0.003$
 $s_0(t) := \sin(0.1333 \cdot t) + \sin(0.0777 \cdot t) + \sin(0.3999 \cdot t)$ $s_{1k} := s_0(k \cdot \Delta t)$ $s_{2k} := s_0(k \cdot \Delta t) \cdot \exp(-\sigma \cdot k \cdot \Delta t)$ **<= Дискретизация**

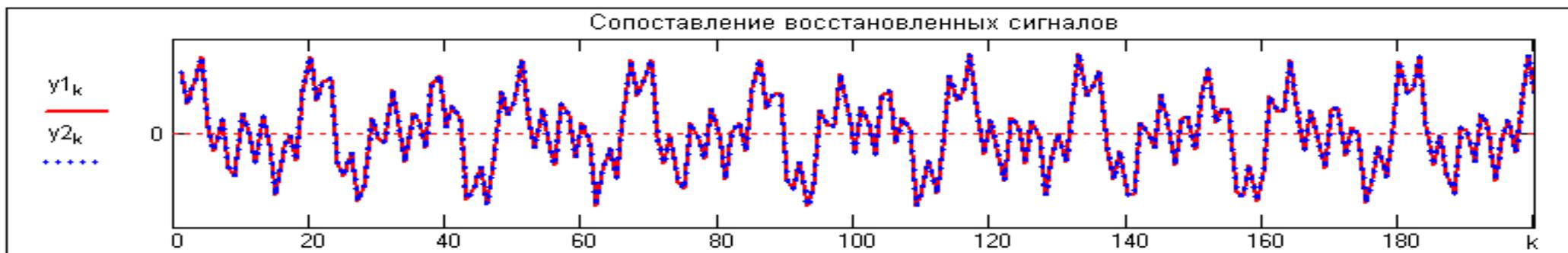


$\Delta \omega := \frac{2 \cdot \pi}{N}$ $n := 0..K$ $S_{1n} := \sum_{k=0}^K s_{1k} \cdot \exp(-j \cdot n \cdot \Delta \omega \cdot k)$ $S_{2n} := \sum_{k=0}^K s_{2k} \cdot \exp[-(\sigma + j \cdot n \cdot \Delta \omega) \cdot k]$ **<= ДПФ и ДПЛ**



Модули спектральной плотности
 Преобразования: Фурье — —
 Лапласа — - - -

$y_{1k} := \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^K S_{1n} \cdot \exp(j \cdot n \cdot \Delta \omega \cdot k)$ $y_{2k} := \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^K S_{2n} \cdot \exp[(\sigma + j \cdot n \cdot \Delta \omega) \cdot k]$ **<= Обратное ДПФ и ДПЛ**





Литература

- 1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
- 2. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1990.- 256 с.
- 3. Канасевич Э.Р. Анализ временных последовательностей в геофизике. - М.: Недра, 1985.- 300 с.
- 4. Никитин А.А. Теоретические основы обработки геофизической информации: Учебник для вузов. - М.: Недра, 1986.- 342 с.
- 5. Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
- 6. Рапопорт М.Б. Вычислительная техника в полевой геофизике: Учебник для вузов. - М.: Недра, 1993.- 350 с