

Интерполяция

1. Интерполяция
2. Яқинлашишга нисбатан интерполяция
3. Мураккаблик
4. Узлуксизлик
5. Локал бошқарувга нисбатан глобал бошқарув

- Интерполяция – функция қийматларининг маълум дискрет тўплами бўйича функциянинг оралик қийматларини белгилаш. Экстраполяция – бошланғич маълум интервал чегараларида функция қийматларини белгилаш.
- Аксарият анимацияларнинг асоси қийматлар интерполяцияси ҳисобланади. Анимацияларнинг оддий мисолларидан бири сифатида фазодаги нукта ҳолати интерполяциясини келтириш мумкин. Аммо буниники кўринишда аниқ бажариш мумкин ва бу баъзи муаммоларга ечим топишни талаб этади: тегишли интерполяция функциялари; кўчирилган масофага боғлиқ функцияни параметрлаштириш; вақт бўйича интерполяцияланган ҳолатнинг мақбул бошқарувини қувватлаш.
- Бундай ўрганишларнинг асосий қисми фазовий қийматларни интерполяциялаш бўйича тегишли вақт оралиғида бўлиб ўтади. Анимация жараёнида иштирок этувчи ҳар қандай ўзгарувчан қиймат, яъни объект шаффофлиги, камеранинг фокусли масофаси, ёки ёруғлик манбаси ранги вақт ўтиши билан интерполяцияга боғлиқ бўлишини эътиборга олиш лозим.

- Кўпинча, аниматорлар анимациянинг ўзига хос кадрларида (*асосий кадрлар ёки экстремал қийматлар* деб аталади) параметрлар берилиши билан боғлиқ қийматлар рўйхатига эга бўлишади. Асосий кадрлар оралиғидаги кадрлар учун параметр қийматини келтириб чиқариш долзарб ҳисобланади. Интерполяцияланган параметр объект ҳолати координатаси, объектнинг шаффофлик атрибути ёки компьютер графикаси элементлари кўрсатиш ва манипуляциялашда фойдаланиладиган бошқа турдаги параметр бўлиши мумкин. Ҳар қандай ҳолатда, қаралаётган параметр қиймати асосий кадрлар орасидаги барча кадрлар учун ишлаб чиқилган бўлиши керак.

- Масалан, агарда аниматор объект ҳолатини 22 кадрда $(-5, 0, 0)$ ва 67 кадрда $(5, 0, 0)$ бўлиши ҳохласа, унда ҳолатлар учун қийматлар 23 дан 66 гача кадрлар учун ишлаб чиқилиши зарур. Чизикли интерполяция ишлатилиши мумкин. Натижада объект 22 кадрда тўхтаган ҳолатда пайдо бўлади ва ушбу ҳолатдан тезлаша бошлайди, 34 кадргача максимал тезликка эришади, 50 кадрда секинлашиш бошланади, 67 кадрга бориб тўхтайди. Ёки 67 кадрда тўхташ ўрнига объект $(5, 10, 0)$ ҳолатида давом этади ва 80 кадрга етиб келганда ёйсимон траектория ҳосил бўлади. Ушбу муаммони ҳал этиш билан боғлиқ кейинги бўлимлар, бошқарув нуқталари томонидан белгиланган траектория (маршрут) бўйлаб нуқталарнинг тайинланишига ва вақтни эътиборга олинишига мувофиқ траектория бўйлаб нуқталарнинг тақсимланишига қаратилади.

• Мос функциялар

- Ушбу бандда келтирилган материалларда қандай қилиб энг муносиб интерполяция усулини танлаш кераклиги, ва бу танлангандан сўнг, уни қандай қилиб анимацион кетма-кетликда қўллаш кераклигини белгиловчи умумий саволлар камраб олинади. Кейинги муаммоларни ҳал этишда энг мос тушадиган интерполяция усулини танлаш керак бўлади: яқинлашиш, мураккаблик, узлуксизликга нисбатан интерполяция, ва локал бошқарувга нисбатан глобал бошқарув.

- **Яқинлашишга нисбатан интерполяция**

- Эгриликни характерловчи берилган нукталар тўплами, ечимларни биринчилардан бўлиб бажариш керак бўлган берилган қийматлар мавжуд ҳолатни тасвирлайди, қайсики эгрилик интерполяцияланиб ўтиши керак, ёки улар фақатгина эгри шаклни бошқариш учун мўлжалланган ва эгри чизиклар кесишишининг мавжуд ҳолатларини ўзида тасвирламайди (1-расм). Бу фарк, одатда, берилган нукта талаб қилинаётган эгриликнинг танланган нуктаси бўлиши, ёки улар янги эгриликни ишлаб чиқишда фойдаланилишига боғлиқ бўлади. Биринчи ҳолатда, талаб қилинаётган эгрилик намунадаги нукталар орқали ўтиши мажбурий эканлиги тахмин қилинади, қайсики, албатта интерполяцияланувчи сплайнларни аниқлаш орқали. Кейинги ҳолатларда, аппроксимацияланувчи сплайн аниматор томонидан бошқарув нукталарининг жойини ўзгартириши эгрилик шаклига қандай таъсир ўтказишини тезкор сезиши учун ишлатилиши мумкин.



Ички бошқарув нукталари орқали ўтувчи интерполяцияланган сплайн



Аппроксимацияланувчи сплайн, қайсики охирги нукталар интерполяцияланади; ички бошқарув нукталари фақатгина эгриликни лойихалаш учун ишлатилади.

1-расм. Сплайнларни интерполяция ва аппроксимациялашни таққосланиши

• Мураккаблик

- Базавий интерполяция тенгламасининг мураккаблигига аҳамият берилади, чунки бу унинг ҳисоблаш самарадорлигига боғлиқ. Интерполяция функциясининг базавий тенгламаси қанчалик оддий бўлса, уни ҳисоблаш шунчалик тез бўлади. Амалиётда кўпҳадларни ҳисоблаш осон, ва кесик, кубик кўпҳадлар энг кичик кўпҳад ҳисобланади, қайсики етарлича силлиқликни таъминлайди ва худди шу вақтда бошланғич ва охири ҳолатлар ва уринмалар сингари чекланишларни қаноатлантириш учун етарлича силлиқлаш имконини беради. Кубикга нисбатан қуйида тартибланган кўпҳад охири иккита нуқталар оралиғида букилиш нуқталарини кўзда тутмайди, ва шунинг учун белгиланган нуқталарга нисбатан силлиқ бўлмаслиги мумкин. Кубикга нисбатан юқорида тартибланган кўпҳаддан фойдаланиш муҳим аҳамиятли афзалликларни бермайди ва уни ҳисоблаш анча қийин ҳисобланади.

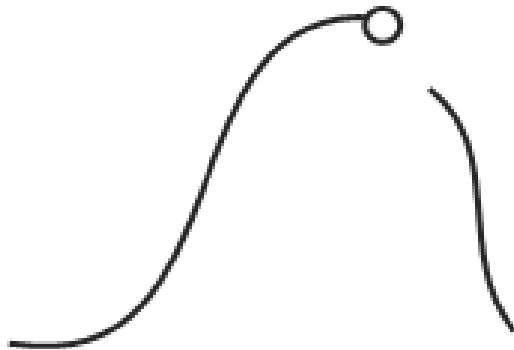
Узлуксизлик

- Эгрилик натижасида олинган силлиқлик асосий омил ҳисобланади. Математик жиҳатдан, силлиқлик эгри чизик тенгламасининг ҳосиласи қанчалик узлуксизлиги орқали аниқланади. Нолинчи тартибдаги узлуксизлик бевосита эгрилик қийматларининг узлуксизлигига тегишли бўлади. Агарда параметр қийматига озгина ўзгартириш киритиш функция қийматининг озгина ўзгаришига олиб келса, унда эгрилик нолинчи тартибга, ёки позицион, узлуксизликга эга бўлади. Агарда функциянинг биринчи ҳосиласига ҳам худди шундай айтиш мумкин бўладиган бўлса, унда функция биринчи тартибли, ёки уринма, узлуксиз бўлади. Иккинчи тартибли узлуксизлик эгриликга ёки уринма векторларнинг жуда тез ўзгаришига тегишли (2-расм). Баъзи геометрик лойиҳалаш қурилмаларида, эгриликлар ва сиртларнинг иккинчи тартибли узлуксизлиги зарур бўлиши мумкин, аммо кўпгина анимацион иловалар учун биринчи тартибли узлуксизлик етарли ҳисобланади.

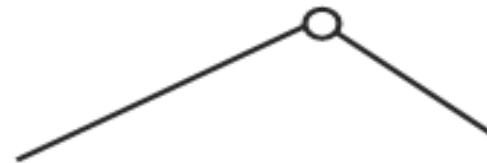
- Аксарият иловаларда эгрилик таркибли ҳисобланади; бу бир қанча элементлардан ташкил топади. Бундаги муаммо шуки, узлуксизлик элемент доирасида бўлмайди (қайсики чексиз тартибдаги кўпхадлар ҳолатида), аммо узлуксизлик қўшни элементлар оралиғидаги боғлиқликни таъминлайди.

Белгиланган бурчаклар ёрдамида йўналишни кўрсатиш

- Бу йўналишдан, x -ўқи бўйича буриш қиймати ўзгартирилади, қайсики биринчи навбатда маълумотлар нуқтасига қўлланилади, y - z текислигида самолёт тумшуғи озроқ ёки кўпроқ ағдарилиши бажарилади. y -ўқи бўйича буришни ўзгартириш самолёт сонини ўзгартириши мумкин, қайсики x -ўқи атрофида бурилган, y - z текислигидан ташқарида бурилади. z -ўқи бўйича бурилиш қийматини ўзгартириш, буриш охирида қўлланилган, ўзгариши мумкин, икки марта бурилган самолёт z -ўқи бўйича бурилади.

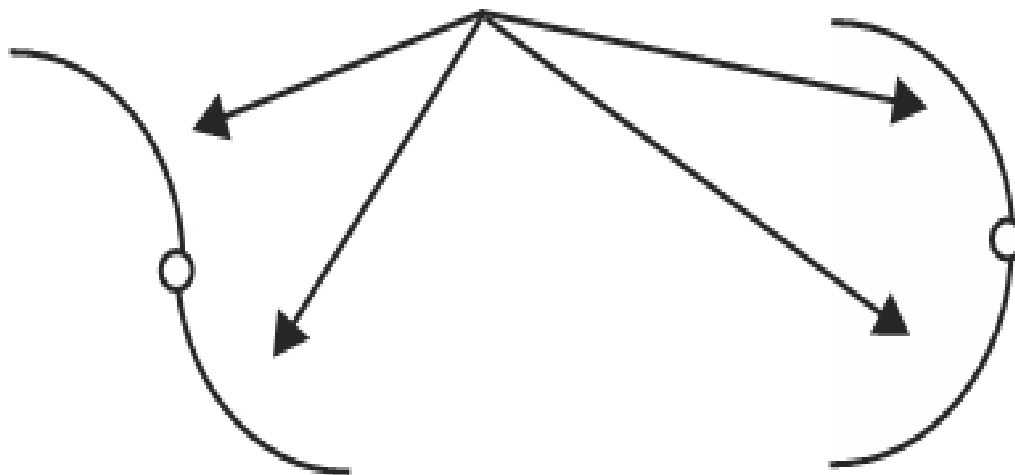


Нуқтадаги позиционал узилиш



Позиционал узлуксизлик, аммо нуқтада тангенционал узлуксиз эмас (нуқтадаги эгри чизикқа уринма чизик бўйича йўналганмаган)

Доиравий ёй



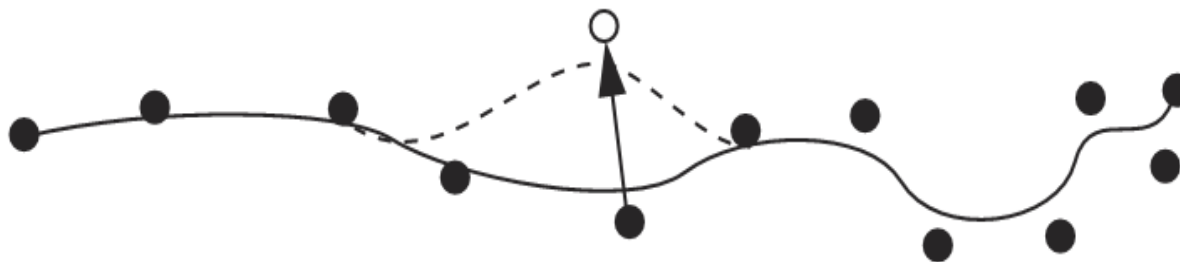
Позиционал ва тангенционал
узлуксизлик, аммо нуктада
эгрилик узлуксиз эмас

Нуктада позиционал,
тангенционал, ва эгри
узлуксизлик

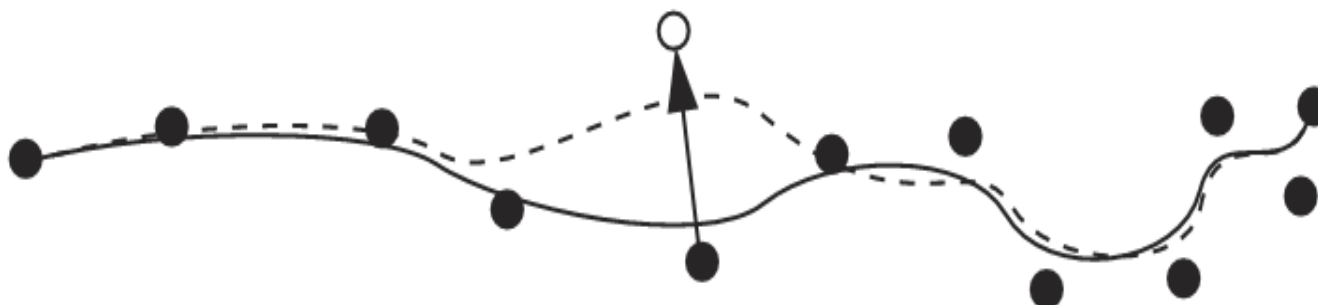
2-расм. Узлуксизлик (кичик доира орқали кўрсатилган нуктада)

Локал бошқарувга нисбатан глобал бошқарув

- Эгри чизикларни лойиҳалашда, фойдаланувчи кўпинча эгриликнинг фақатгина бир қисмини созлаш учун эгрилик шаклини бошқаришда битта ёки бир қанча нукталар жойини ўзгартириши мумкин. Бу эса одатда афзал ҳисобланади, агар битта бошқарув нуктаси ўзгартирилса бу эгриликни тўлиқ ўзгаришидан фарқли равишда эгриликнинг фақатгина чекли соҳасига таъсир кўрсатади. Эгриликга нисбатан чекли эффектларга эга бўлган бошқарув нукталарини шакллантириш *локал бошқарув*ни таъминлашга йўналтирилган. Агарда битта бошқарув нуктасини жойи ўзгартирилса, эгрилик ҳам тўлиқлигича қайтадан белгиланади, шунга қарамай озгина бўлса-да *глобал бошқарув*нинг таъминланишини ифодалайди (3-расм).



Локал бошқарув: битта бошқарув нуқтасини жойи ўзгартирилганда фақатгина белгиланган чекли соҳа бўйича эгрилик ўзгаради



Глобал бошқарув: битта бошқарув нуқтаси жойини ўзгартириш эгриликни тўлиқлигича ўзгартиради; узокдаги соҳалар озгина ўзгариши мумкин.

3-расм. Бошқарув нуқталарининг жойини ўзгартиргандаги локал ва глобал эффектларнинг таққосланиши