

**ЎЗБЕКISTON RESPUBLIKASI OLIY VA ЎRTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

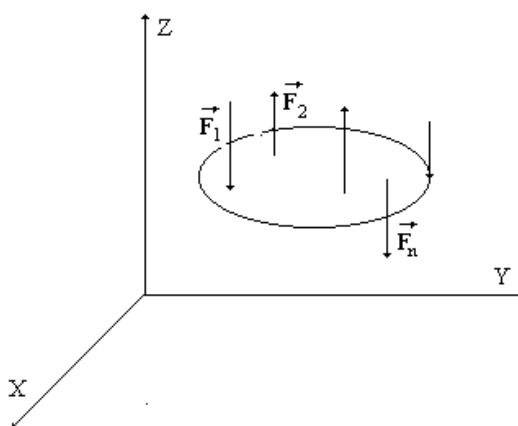
**NAMANGAN MUHANDISLIK – PEDAGOGIKA
INSTITUTI**

“MATERIALLAR QARSHILIGI VA MEXANIKA” KAFEDRASI

“NAZARIY MEXANIKA”

FANIDAN MA`RUZADAR MATNI

(Statika, kinematika)



NAMANGAN - 2016

Ma`ruzalar matni o`quv dasturi asosida yozilgan bo`lib, nazariy mexanikaning statik va kinematik qismini o`z ichiga olgan. Moddiy jismlarning muvozanati, ularga qo`yilgan kushlarni qo`shish, ayirish va kushlarni ta`sir jixatidan teng bo`lgan ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish, nuqta kinematikasi va qattiq jism kinematikasi masalalari yoritilgan.

Mualliflar: t.f.d., prof. Sh.S.Yuldashev
k o`qt. Sh. Jumaboeva
k o`qt.K.M.Ahmadaliyev

Taqrizchilar: t.f.d., prof.NG.Boyboboyev
t.f.n., dots. Murodov R. M.

Ma`ruzalar matni “Materiallar qarshiligi va mexanika” keafedrasining yig`ilishida ko`rib chiqilgan (2016 yil 29 avgustdagi 1-sonli bayoni) va institut ilmiy-uslubiy kengashida shop etishga ruxsat berilgan

1 - MAVZU NAZARIY MEXANIKA FANIGA KIRISH. STATIKA. STATIKA AKSIOMALARI.

Nazariy mexanika fizikaning bir qismi bo'lib, bunda jismlarning mexanik harakati ya'ni vaqt o'tishi bilan bir-birlariga nisbatan holatlarini o'zgarishi o'rganiladi. Jismlarning bir-birlariga nisbatan tinch holatda turishi ham holatning xususiy holi bo'lgani uchun nazariy mexanikada jismlarning muvozanat holati ham o'rganiladi.

Demak, nazariy mexanika jismlarning faqat mexanik harakatigina o'rganadi. (harakatlar xar xil bo'lishi mumkin, biologik harakat, ximik harakat, tarixiy harakat).

Jismlar harakatlanar ekan, bu harakat fazo va vaqtda ro'y beradi. Nazariy mexanikada vaqt jismning harakatiga bog'lik emas ya'ni fazoning hamma nuqtalari uchun vaqt bir xil deb olinadi.

Sanoq sistemasi qilib-inertsional sanoq sistemasi, ya'ni Nyuton qonunlari o'rinli bo'ladigan sistemani qabul qilamiz.

Inertsial sanoq sistemasida quyosh markaz ya'ni koordinata boshi bo'lib, o'qlari uzoq qo'zgalmas yulduzlarga tomon yo'nalgan bo'ladi. Inertsial sistema qo'zgalmas koordinata sistemasi deb qabul qilinadi.

Biz nazariy mexanikada asosan koordinata sistemasini yer bilan maxkam bog'langan deb qabul qilamiz. Yerning aylanishini e'tiborga olinmaydigan masalalarni yechishda shunday qilinadi.

Biz o'rganadigan nazariy mexanika kursi klassik mexanika deb ataladi. Klassik mexanikaga buyuk olimlar Galiley bilan Nyuton asos solganlar.

Klassik mexanika qonunlari asosan tezligi yorug'lik tezligi 300000 km/s-dan oshmaydigan o'lshamlari molekula o'lshamlaridan ansha katta bo'lgan jism harakatlari ushuni o'rinli bo'ladi.

Xozirgi zamon texnikasida ushraydigan eng katta tezlik 200000 km/s-dan oshmaydi. Shuning ushuni xayotda real masalalarni yeshishda klassik mexanika qonunlaridan foydalanish qanoatlanarli natijalar beradi.

Nazariy mexanika masalalarning qanday nuqtai nazardan tekshirilishiga qarab 3-qismga bo'linadi.

1. Statika
2. Kinematika
3. Dinamika

Jismlarning muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni qo'shish va ayirish, bu kuchlarni ta'sir jixatdan ekvivalent boshqa kuchlar sistemasi yoki boshqa bitta kuch bilan almashtirish masalalari nazariy mexanikaning statika qismida o'rganiladi.

Statikada muvozanat deganda, jismlarning ma'lum jismga maxkamlangan ko'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan tinch vaziyati tushyniladi.

Statikada qattiq jism deganda biz absolyut qattiq jismni tushunamiz. Agar qattiq jismning ikki nuqtasi orasidagi masofa har doim o'zgarmasdan qolsa, bunday jism absolyut qattiq jism deyiladi (deformatsiyalanmaydi).

Mexanikaning asosiy tushunshalaridan biri Kuch tushunshasi. Biz buni kundalik tajribamizdan va tabiat xodisalarini kuzatish bilan sezamiz.

Mexanikada jismning muvozanatini yoki inertsion xolatini uzgartiruvchi sabab kuch deyiladi.

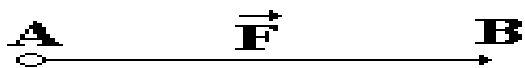
Biror jism harakatga keltirilar ekan, unga qo'yilgan kuch manbai boshqa jismda bo'lib, bu kuch harakatlantiruvshi yoki ta'sir etuvshi kuch deyiladi.

Harakatlanuvshi jismning kuch manbaiga ta'siri aks ta'sir yoki qarshilik kuchi deyiladi.

Misol. (Og'irlik kuchi, shamol kuchi va x.k.)

Kuch uchta asosiy faktor bilan aniqlanadi.

1. Kuchning miqdori.
2. Kuchning yo'nalishi.
3. Kuch quyilgan nuqta.



Jismning bevosita kuch quyilgan nuqtasi kuch quyilgan nuqta.

Kuch yo'nalgan chiziq kuchning ta'sir chizig'i deyiladi.

Kushning miqdorini o'lchash uchun uni biror kuch birligi deb qabul qilingan kattalik bilan solishtirish kerak.

Kuch birligi texnik sistemada (MKGKS) 1 kg, KGK-xalqaro SI sistemasida 1 N qabul qilingan (1 kg=9,8 N, 1N= 0,102 kg). Kuch yo'nalishi bo'lgani uchun vektor miqdor. Vektorning son qiymati uning moduli deyiladi. A -kuch quyilgan nukta. AV - kuchning ta'sir chizig'i.

Kuch $\vec{F}$ - deb belgilasak uning modulini F deymiz, yoki $\vec{AB}$ -vektorning moduli AV.

Biror jismga bir qancha kushlar qo'yilgan bo'lsa, bo'lar kushlar sistemasi deyiladi. Shu sistema ta'sirini ya'ni $(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_n)$ -kushlar sistemasini $(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \dots, \vec{Q}_n)$ -kushlar sistemasiga almashtirish mumkin bo'lsa, bunday kuchlar sistemasi ekvivalent kuchlar deyiladi, ya'ni

$$(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_n) \sim (\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \dots, \vec{Q}_n)$$

Kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'sirini bitta kuch bilan almashtirish mumkin bo'lsa, bunday kuch teng ta'sir etuvchi deb ataladi, ya'ni

$$(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_n) \sim \vec{R}$$

Har qanday kuchlar sistemasining ham teng ta'sir etuvchisi bo'lavermaydi. Statika matematik isbotsiz, kundalik tajribalar natijasida tasdiqlangan bir nasha aksiomaga asoslangan.

Absolyut qattiq jism sistemasini o'rganishda, quyidagi aksiomalardan foydalanamiz.

1-Aksioma. Absolyut qattiq jismga qo'yilgan ikki kuch miqdor jixatdan bir biriga teng va bir chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'lsa jismning muvozanati o'zgarmaydi.

Bunday kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi no'lga teng bo'lib, sistema no'l sistema deyiladi (Muvozanatlashuvchi).

$$(\vec{R}_1, \vec{R}_2) \sim 0 \text{ yoki } (\vec{R}_1, \vec{R}_2) = 0$$

Bunday kuchlar ta'siridan deformatsiyalanmaydigan qattiq jism xolati mutlaqo o'zgarmaydi.

2- Aksioma. Jismga quyilgan kuchlar sistemasiga no'l sistema qo'shilsa yoki undan no'l sistema olinsa, sistemaning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Ya'ni jismga $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'sir qilaetgan bo'lsa unga biz kandaydir $(\vec{F}, \vec{F}') \in 0$ -sistemani qo'shsak (ayirsak) sistemaning ta'siri o'zgarmaydi.

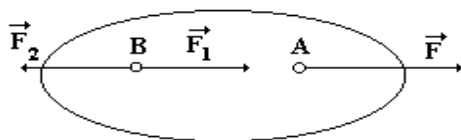
$(\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \equiv (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ yoki $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \in 0$ bo'lsa

$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \equiv (\vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n)$ bo'ladi.

Bu aksiomadan foydalanib, quyidagi natijalarni isbot qilamiz.

1- natija. Kuch o'z ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan ikkinshi nuqtaga ko'chirilsa, kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Isboti. Jismga $\vec{F}$ kuch ta'sir qilayotgan bo'lsin. Kuchning ta'sir chizig'ida yotuvchi $F_1=F_2=F$ va $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \equiv 0$ sistema qo'yamiz.



Bu xolda

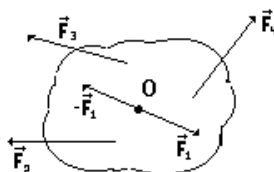
$(\vec{F}, \vec{F}_2) \equiv 0$ va $(\vec{F}_2, \vec{F}_1) \equiv 0$ bo'lib,

$(\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2) \equiv \vec{F}; (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}) \equiv \vec{F}_1$ bo'ldi.

Bundan ko'rinadiki, $\vec{F} \equiv \vec{F}_1$ demak teorema isbotlandi.

2-natija. Agar absolyut qattiq jismga no'l sistema ta'sir qilaetgan bo'lsa, bu kuchlardan qarama-qarshi tomonga yo'nalgan birortasi, qolgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi bo'ladi.

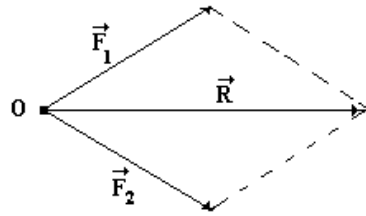
Isbot. Jism $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuch sistemasi ta'sirida muvozanatda bo'lsin $(\vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlarni bitta $(-\vec{F}_1)$ kuch bilan almashtiramiz va bu kuchni $\vec{F}_1$ -kuch qo'yilgan nuqtaga qo'yamiz. Jism bu kuchlar ta'siridan muvozanatda bo'lgani uchun $(-\vec{F}_1, \vec{F}_1)$ bo'ladi.



3- Aksioma. (Parallelogram aksiomasi).

Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan turli yo'nalishdagi ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarga qo'yilgan parallelogram diagonaliga miqdor jixatdan teng bo'lib, shu diagonal bo'ylab yo'naladi.

Agar jismning biror nuqtasiga $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ -kuchlar ta'sir qilaetgan bo'lsa, aksiomaga ko'ra

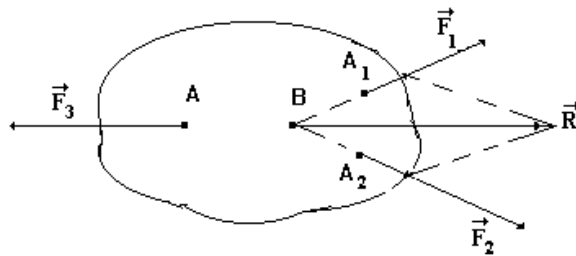


$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ -geometrik yig'indini bildiradi (Parallelogram qoidasi).

Bu aksiomadan foydalanib, quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema. (Uch kuch haqida teorema). Bir tekislikda yotuvchi parallel bo'lmagan uchta kuch o'zaro muvozanatda bo'lsa bu kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishib, ulardan qo'yilgan kuch uchburchagi (Δ) yopiq bo'ladi.

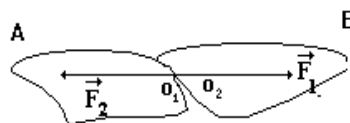
Isbot. Jism A_1, A_2, A_3 nuqtalariga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lsin. $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlarini o'zaro kesishgunsha davom ettiraylik. Agar V nuqtada ($\vec{F}_1, \vec{F}_2$) $\equiv \vec{R}$ bilan almashtirsak jismning muvozanati o'zgarmaydi.



U xolda ($\vec{R}, \vec{F}_3$) $\equiv 0$ bo'ladi demak bular birinchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi yo'nalgan va modullari teng bo'ladi. Demak F ning ta'sir chizig'i ham V nuqtadan o'tadi.

4-Aksioma. Ikki jismning o'zaro ta'siri har doim bir biriga teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi.

Bu Nyutonning 3-qonuni, ya'ni ta'sir va aks ta'sir qonuni ham deyiladi. Shuni aytib o'tish kerakki, bu kuchlar xech qachon o'zaro muvozanatlashmaydi, sababi bu kuchlar ikkita jismga quyilgan.



5-aksioma. Qattiq bo'lmagan jism kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lsa, jism qotib qolganda ham uning muvozanati buzilmaydi. Bu aksioma (qattiqqlanish) qotish printsiipi ham deyiladi.

2- MAVZU

BOG'LANISH VA BOG'LANISH REAKSIYA KUHLARI.

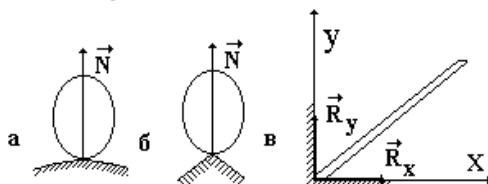
Fazoda jismning harakatlanishiga hech qanday chek qo'yilmagan bo'lsa, jism erkin jism deyiladi. Masalan, xavo sharining fazodagi harakati. Jismning harakatiga boshqa bir jism tomonidan chek qo'yilgan bo'lsa, bunday jism bog'lanishdagi jism deyiladi. Harakatni cheklovchi sababga bog'lanish deyiladi.

4 - Aksiomaga ko'ra jism bog'lanishga qanday ta'sir qilsa bog'lanish ham jismga shunday kuch bilan ta'sir qiladi. Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'sir kuchiga bog'lanish reaksiya kuchi deyiladi. Bog'lanishning ta'sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib jismni erkin jism deb qarash mumkin (Ozod qilish printsipi).

Reaksiya kuchining yo'nalishi bog'lanish jism harakatiga qaysi tomondan qarshilik qiladigan bo'lsa, shu tomonga yo'nalgan bo'ladi.

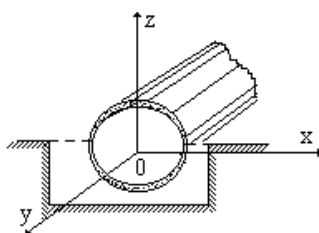
Reaksiya yo'nalishini belgilash statika masalalarini yechishda juda katta ahamiyatga ega. Quyida bog'lanishning asosiy turlari bilan tanishib chiqamiz.

1. Sillik tekislikka tayanib turgan bo'lsa



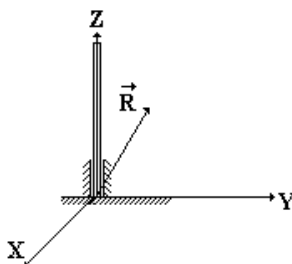
2. Sferik sharnir

Bu bog'lanish jismning fazodagi har qanday harakatiga chek qo'yadi. Shuning uchun $\vec{R}$ - ning yo'nalishi aniq bo'lmaydi, uni tashkil etuvchilarga ajratib aniqlanadi.

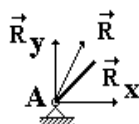


3. Podpyatnik (turum)

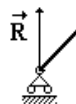
$\vec{R}$ - fazoda ixtiyoriy yo'nalishida bo'ladi.



Silindrik sharnir (Agar ikki jism bolt yordamida biriktirilgan bo'lsa).

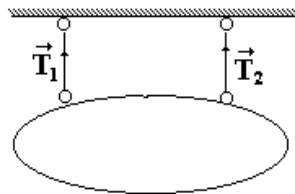
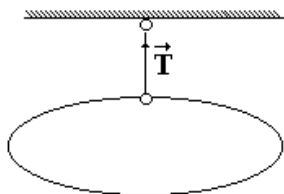


Qo'zgalmas.



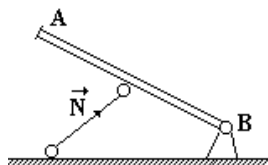
Qo'zgaluvchan.

5. Ip (Cho'zilmaydigan).



6. Sterjen (og'irligi hisobga olinmaydigan) jism bilan sharnir orqali bog'liq.

Sterjenning og'irligi hisobga olinmasa, sharnirlar orqali bog'langan bo'lsa, sterjen bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.



Jismga ta'sir qiluvchi. Bog'lanishga bog'lik bo'lmagan kuchlar aktiv kuchlar deyiladi (berilgan kuchlar).

Bog'lanish reaksiya kuchlari passiv kuchlar deyiladi.

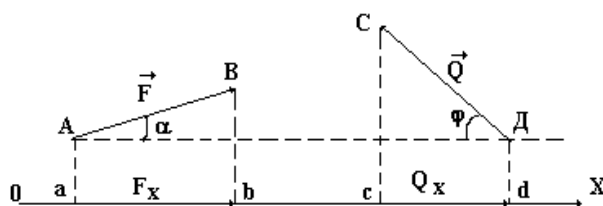
Bog'lanishdagi jismni bog'liqligidan ozod qilib, boglanish ta'sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib, aktiv va passiv kuchlar ta'siridagi erkin jism deb qarash mumkin.

Buni statikada bog'liqligidan ozod qilish printsipli deyiladi.

KUCHNING O'QDAGI VA TEKISLIKDAGI PROEKSIYASI.

$\vec{F}$ -kuchning o'qdagi proeksiyasi deb, kuchning qo'yilgan nuqtasi A va oxirgi nuqtasi V dan tushirilgan perpendikulyarlar orasidagi masofasining mos ishora bilan olinganiga aytiladi.

$\vec{F}$ kuch o'q yo'nalishi bilan o'tkir burchak tashkil qilsa proeksiya (+) aksinsha (-) bo'ladi.



$$F_x = F \cos \alpha = ab$$

$$Q_x = -Q \cos \varphi = cd$$

demak, kuchning o'qdagi proeksiyasi kuch moduli bilan kuch yo'nalishining (+) o'q bilan tashkil qilgan burchakning kosinusiga ko'paytmasiga aytiladi.

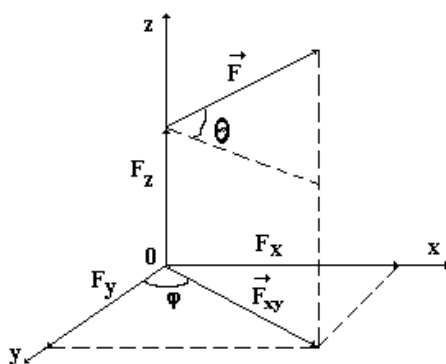
F -kuchning OX o'qdagi proeksiyasi deb, F kuchning qo'yilish nuqtasidan va uchidan X tekislikka tushirilgan $B = \vec{F}_{xy}$ vektorga aytiladi.

Demak, vektorning tekislikdagi proeksiyasi ham vektor kattalik bo'lib, uning moduli $F_{xy} = F \cos \theta$ F bilan F_{xy} orasidagi burchak. Bulardan foydalanib, o'qdagi proeksiyasini ham topish mumkin.

$$F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \cos \theta \cos \varphi$$

$$F_y = F_{xy} \sin \varphi = F \cos \theta \sin \varphi$$

$$F_z = F \sin \theta$$



STATIKANING ASOSIY MASALALARI .

Kattiq jism statikasida asosan ikkita masala ko'riladi.

1. Berilgan kuchlar sistemasini bu sistemaga ko'ra soddaroq ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish.

2. Qattiq jism muvozanatda turishi uchun unga ta'sir qilaetgan kuchlar sistemasi qanday shartni qanoatlantirishi kerak.

Qattiq jismga ta'sir qilaetgan kuchlar sistemasining turiga qarab, muvozanatda turish shartlari ham turlicha bo'ladi. Muvozanat shartlardan foydalanib biz ko'pincha tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

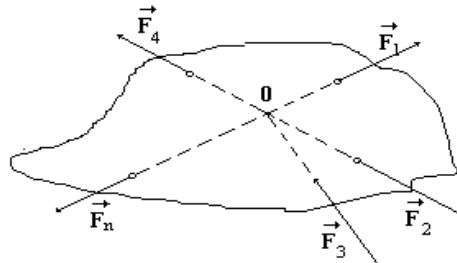
KESISHUVCHI KUHLAR SISTEMASINI QO'SHISH

Jismga ta'sir qilayotgan kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishsa, bunday kuchlar sistemasiga bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi. Bunday kuchlar sistemasini o'rganish ayniqsa, fermalarni hisob qilishda ahamiyatga ega.

Teorema: Kesishuvchi kuchlar sistemasini shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lmagan bitta teng ta'sir etuvchi bilan almashtirish mumkin. Bu kuch kuchlar sistemasi kesishgan nuqtaga qo'yilgan bo'ladi.

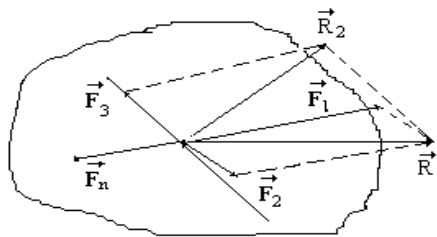
Isbot. Aytaylik jismga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasi ta'sir qilayotgan bo'ladi. 1-aksiomaga ko'ra kuchlarni ta'sir chizig'i bo'yicha ko'chirib O nuqtaga qo'yilgan deb hisoblaymiz.

Endi $\vec{F}_1$ bilan $\vec{F}_2$ ni uchunchi aksiomaga ko'ra qushib, $\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ hosil qilamiz. Xuddi shuningday: $\vec{F}_3$ va $\vec{R}_1$ -ni qo'shib $\vec{R}_2 = \vec{F}_3 + \vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ni va $\vec{R}_3 = \vec{F}_1 + \vec{R}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$ larni hosil qilamiz.



Parallelogrammlar har xil tekislikda yotishi mumkin. Shu usulda

$$\vec{R} = \vec{R}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \text{ -bu } = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (1) \text{ ni topish mumkin}$$



Teorema isbotlandi.

Teng ta'sir etuvchini boshqacha topish ham mumkin. Ya'ni kuch ko'p burchagini qo'yish yo'li bilan.

Masalan. Aytaylik jismga to'rtta kesishuvchi kuch ta'sir qilsin.

$\vec{F}_1$ qo'yilish nuqtasi bilan $\vec{F}_4$ vektor uchini birlashtiruvchi $\vec{R}_4$ vektor teng ta'sir etuvchi bo'ladi. Fazoda olingan ko'pburchak kuch ko'pburchagi deyiladi.

Umumiy xolda kuch ko'pburchagi yopiq emas.

Teng ta'sir etuvchini topishda geometriya qonunlaridan foydalanilsa geometrik usulda aniqlash deyiladi.

Agar teng ta'sir etuvchini topishda ma'lum masshtab tanlab olinib, vektorlarni ketma-ket qo'yib vektor o'lchab topilsa, bu usul grafik usul deyiladi.

Biz ko'pincha teng ta'sir etuvchining miqdor va yo'nalishini topishda analitik usuldan foydalanamiz. Bu usul asosan (1) tenglamadan kelib chiqadi.

Kuchlar kesishgan nuqtani koordinata boshi qilib, koordinata sistemasini o'tkazamiz.

Bizga vektorlar algebrasidan ma'lumki, vektorlar yig'indisining proeksiyasi, biror o'qdagi shu vektorlar proeksiyalarining yig'indisiga teng.

Demak,

$$R_x = \sum F_{kx} = F_{1x} + \dots + F_{nx}$$

$$R_u = \sum F_{kx} = F_{1x} + \dots + F_{nx}$$

$$R_z = \sum F_{kz} = F_{1z} + \dots + F_{nz} \quad (2)$$

bu yerda F_{kx} , F_{ky} , F_{kz} -berilgan kuchlarning o'qlardagi proeksiyalari.

R_x , R_z , R_y -teng ta'sir etuvchining proeksiyalari. Teng ta'sir etuvchining proeksiyasi kesishuvchi kuchlar proeksiyalarining yig'indisiga teng.

To'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida

$$\bar{R}_x = R_x \bar{i}; \quad \bar{R}_y = R_y \bar{j}; \quad \bar{R}_z = R_z \bar{k};$$

ya'ni o'zaro perpendikulyar, demak, $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2};$

$$\cos(\bar{X} \wedge \bar{R}) = R_x / R; \quad \cos(\bar{Y} \wedge \bar{R}) = R_y / R; \quad \cos(\bar{Z} \wedge \bar{R}) = R_z / R$$

Masala: $\bar{P}$, $\bar{Q}$ va $\bar{F}$ -kuchlarning yig'indisi topilsin, koordinata o'qlardagi proeksiyalari berilgan:

$$\begin{aligned} P_x &= 6 \text{ n}; P_y = 3 \text{ n}; P_z = 12 \text{ n}; & \bar{P} &= P_x \bar{i} + P_y \bar{j} + P_z \bar{k} = 6\bar{i} + 3\bar{j} + 12\bar{k} \\ Q_x &= 3 \text{ n}; Q_y = 7 \text{ n}; Q_z = 1 \text{ n}; & \bar{Q} &= Q_x \bar{i} + Q_y \bar{j} + Q_z \bar{k} = 3\bar{i} + 7\bar{j} + 1\bar{k} \\ F_x &= 5 \text{ n}; F_y = 2 \text{ n}; F_z = 8 \text{ n}; & \bar{F} &= F_x \bar{i} + F_y \bar{j} + F_z \bar{k} = 5\bar{i} + 2\bar{j} + 8\bar{k} \end{aligned}$$

BIR NUQTADA KESISHUVCHI KUHLAR SISTEMASINING MUVOZANATI.

Ta'rif. Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan, lekin ta'sir chiziqlaridagi bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini bir nuqtaga ta'sir qiluvchi kuchlar sistemasi deb qarashimiz mumkin.

Ikkita yoki undan ortiq kuchlar sistemasining bitta kuch bilan almashtirish yoki ularni teng ta'sir etuvchisini topish mumkin. Ikkita kuchni parallelogram qoidasiga binoan q'shishni ko'rib o'tdik.

Burchaklarni shakldagidek belgilab olsak.

Burchak ΔADS dan (kosinuslar teoremasini kullasak)

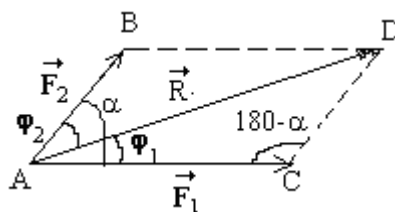
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180^\circ - \alpha)$$

yoki

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \quad (1)$$

Sinuslar teoremasidan foydalansak



$$F_1 / \sin \varphi_2 = F_2 / \sin \varphi_1 = R / \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$\sin \varphi_1 = F_2 \sin \alpha / R; \quad \sin \varphi_2 = F_1 \sin \alpha / R \quad (2)$$

(1) va (2) va $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ ular orasidagi $\angle \alpha$ burchak ma'lum bo'lsa, teng ta'sir etuvchi $\vec{R}$ ning modul va yo'nalishini topish formulalaridir.

Parallelogramm qoidasidan foydalanib ixtiyoriy sonda berilgan kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvshisini topish mumkin.

Masalan : fazoda kesishuvchi F_1, F_2, F_3 -kuchlar sistemasini kushaylik. Demak shakldan ko'rinadiki, uchta kuchning teng ta'sir etuvchisi (bir tekislikda yetmagan uchta kuch) ning moduli shu parallelepiped diagonaliga teng bo'lib, yo'nalishi shu diagonal bo'ylab bo'ladi. Shuni aytish kerakki, ikkita kuchni qo'shganda parallelogramni hammasini ko'rib o'tirish shart emas. Ularning teng ta'sir etuvchisini topish uchun F_1 kuchning oxiriga F_2 -kuchni paralel ko'chirib, kuch quyilgan nuqta bilan oxirini birlashtirsak yetarli bo'ladi.

Yuqoridagi aytganlarimizdan foydalanib, endi ixtiyoriy berilgan to'rta kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topaylik. Bu usulda teng ta'sir etuvchining moduli va yo'nalishini aniqlash kuch ko'pburchakligi qoidasi deyiladi. AVCDE siniq chiziqqa kuch ko'pburchakligi deyiladi. Bu boshqacha kuch vektorlarini geometrik qo'shish ham deyiladi.

Yozilishi:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Demak, bir nuqtada kesishuvchi bir qancha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi shu nuqtadan o'tib, shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng.

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$$

Agar kuchlarni geometrik qo'shish natijasida kuch ko'pburchagi yopilib qolsa, u xolda teng ta'sir etuvchi nolga teng bo'lib qoladi.

$$\vec{R} = 0 \quad \text{yoki} \quad \sum \vec{F}_i = 0$$

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar ta'siridan jism muvozanatda bo'lishi uchun u kuchlarga ko'rilgan kuch ko'pburchakli yopiq bo'lib, teng ta'sir etuvchi nolga teng bo'lishi kerak. Bu muvozanatning zarur va yetarli shartidir.

Endi $\vec{R}$ -vektorning kattalik va yo'nalishini analitik usulda aniqlaymiz. Buning uchun vektorlarning koordinata o'qidagi proeksiyalarni aniqlashdan foydalanamiz. Biz bilamizki, $\vec{R}$ -vektor paralipiped diagonalini yo'nalishda moduli bo'lsa, diagonaliga teng.

Demak,

$$R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

ya'ni

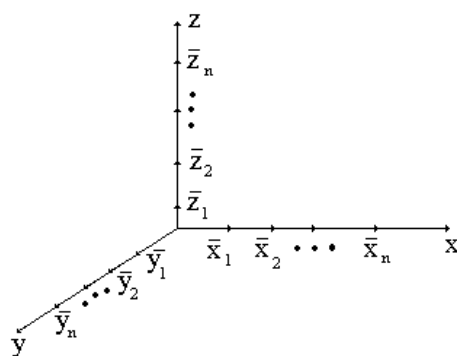
$$X=R\cos\alpha; \quad Y=R\cos\beta; \quad Z=R\cos\gamma$$

Endi jismga ta'sir qilayotgan - kuchlarning koordinata o'qlaridagi proeksiyalarni olamiz ular tegishli $F_{1x}, F_{2x}, \dots, F_{nx}, F_{1y}, F_{2y}, \dots, F_{ny}$ va $F_{1z}, F_{2z}, \dots, F_{nz}$ bo'lsin. Bu kuchlar gruppalarining (shakldagidek) yo'nalishlari bir xil bo'lgani uchun, ularning teng ta'sir etuvchilari algebrik yig'indilariga teng bo'ladi. Ularni R_x, R_y, R_z - bilan belgilasak.

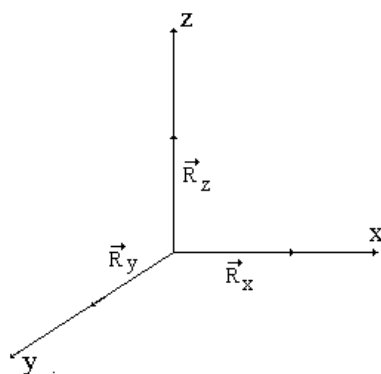
$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{k=1}^n F_{kx}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{k=1}^n F_{ky}$$

$$R_z = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = \sum_{k=1}^n F_{kz}$$



Shunday qilib, $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$ - kuchlarni biz o'zaro tik R_x, R_y, R_z - ekvivalent kuchlariga keltirdik.



$$(\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n) \equiv (\bar{R}_x, \bar{R}_y, \bar{R}_z).$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 \quad \text{yoki}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{n \qquad n \qquad n}}$$

$$R = \sqrt{(\sum_{k=1} F_{kx})^2 + (\sum_{k=1} F_{ky})^2 + (\sum_{k=1} F_{kz})^2}$$

Bu teng ta'sir etuvchining moduli. Yo'naltiruvchi kosinuslari:

$$\cos \alpha = \sum F_{kx} / R; \quad \cos \beta = \sum F_{ky} / R; \quad \cos \gamma = \sum F_{kz} / R;$$

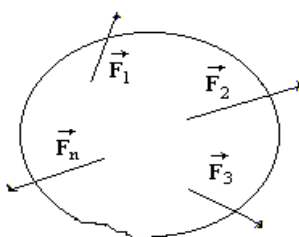
Masala

Endi berilgan kuchlar ta'sirida jism muvozanatida bo'lish shartini kuchlarning proeksiyalari orkali ifodalaymiz.

Bu kuch berilgan kuchlarning bosh vektoriga juftning momenti berilgan kuchlardan keltirish markaziga nisbatan olingan bosh momentiga teng bo'ladi.

$$F_0 = F_1 + \dots + F_n = F_1 + \dots + F_n = \sum \vec{F}$$

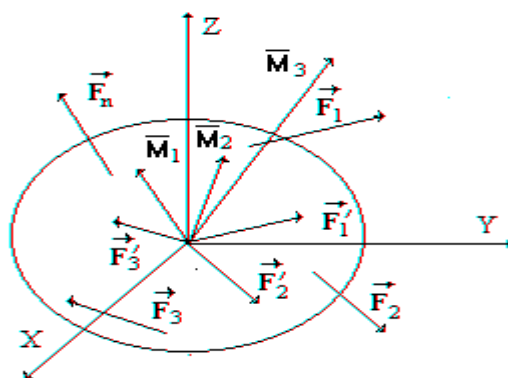
$$M_0 = M_0(F_1) + \dots + M_0(F_n) = \sum M_0(F_k)$$



1. Bosh vektor va bosh momentni aniqlashning analitik usuli.

$\vec{F}_0$ va $\vec{M}_0$ ni Dekart koordinatadagi proeksiyalarini aniqlaymiz.

Aytaylik, koordinata sistemaning boshi keltirish markazi bilan ustma-ust tushsin. U holda



$$F_{0x} = \sum F_{kx} = F_{1x} + \dots + F_{nx}$$

$$F_{0y} = \sum F_{ky} = F_{1y} + \dots + F_{ny}$$

$$F_{0z} = \sum F_{kz} = F_{1z} + \dots + F_{nz}$$

F_0 kuchning moduli

$$F_0 = \sqrt{F_{0x}^2 + F_{0y}^2 + F_{0z}^2}$$

Yo'nalishi

$$\cos(\hat{x}, \vec{F}_0) = F_{0x} / F_0$$

$$\cos(\hat{y}, \vec{F}_0) = F_{0y} / F_0$$

$$\cos(\hat{z}, \vec{F}_0) = F_{0z} / F_0$$

Bosh momentning o'qlardagi proeksiyasi.

$$M_{0x} = \sum M_x(\bar{F}_k); \quad M_{0y} = \sum M_y(\bar{F}_k); \quad M_{0z} = \sum M_z(\bar{F}_k)$$

$$M_0 = \sqrt{M_{0x}^2 + M_{0y}^2 + M_{0z}^2}$$

Bosh momentning yo'naltiruvchi kosinuslari:

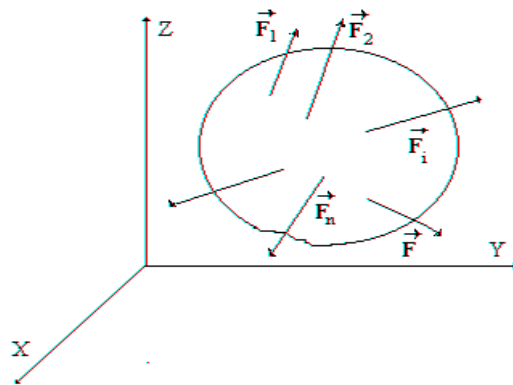
$$\cos(\bar{x}, \hat{\bar{M}}_0) = M_{0x}/M_0; \quad \cos(\bar{y}, \hat{\bar{M}}_0) = M_{0y}/M_0; \quad \cos(\bar{z}, \hat{\bar{M}}_0) = M_{0z}/M_0$$

2. Fazodagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari (Geometrik shart).

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi ta'sirida qattiq jism muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti nolga teng bo'lishi zarur va yetarli.

$$\begin{aligned} \bar{R}_0 &= 0 \\ \bar{M}_0 &= 0 \end{aligned}$$

Yoki koordinata o'qlaridagi proeksiyasi:



$$R_x = \sum F_{kx} = 0$$

$$R_y = \sum F_{ky} = 0$$

$$R_z = \sum F_{kz} = 0$$

$$M_{0x} = \sum M_{0x}(\bar{F}_k) = 0$$

$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n F_{ky}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n F_{kz}\right)^2} = 0$$

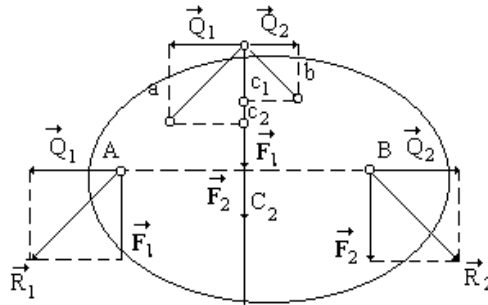
Bundan

$$\sum_{i=1}^n F_{kx} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{ky} = 0 \quad \sum_{i=1}^n F_{kz} = 0 \quad (4)$$

(4) tenglamaga bir nuqtada kesishuvchi kuchlar ta'siridagi jismning muvozanat tenglamalaridir.

4- MAVZU JUFTLAR NAZARIYASI

1. Ikkita parallel kuchni qo'shish.



a). $\vec{F}_1 \uparrow \vec{F}_2$ - kuchni qo'shish. $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ - miqdorlari ixtiyoriy.

Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlash kerak. Ya'ni uning miqdori, yo'nalishi va qo'yilish nuqtasini aniqlash kerak.

A va B nuqtalarga $\vec{Q}_1 = -\vec{Q}_2$ (Q_1, Q_2) ~ 0 - kuchlar sistemasini qo'yamiz. $\vec{R}_1 = (\vec{Q}_1, \vec{F}_1)$ va $\vec{R}_2 = (\vec{Q}_2, \vec{F}_2)$ ni aniqlaymiz.

$\vec{R}_1$ va $\vec{R}_2$ kuchlarni O nuqtalarga ko'chirib, shu nuqtada boshqatdan tashkil etuvchilarga shunday ajratamizki, quyidagi ifodalar o'rinli bo'ladi.

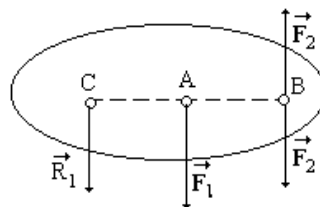
$$\vec{R}_1 = (\vec{Q}_1', \vec{F}_1'), \vec{R}_2 = (\vec{Q}_2', \vec{F}_2'), \vec{Q}_1' = \vec{Q}_1, \vec{F}_1' = \vec{F}_1, \vec{F}_2' = \vec{F}_2$$

$\vec{F}_1'$ va $\vec{F}_2'$ lar bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalganligi uchun ularni qo'shish mumkin. $\vec{R} = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (1) miqdori $R = F_1 + F_2$ Yo'nalishi shu kuchlar yo'nalishida bo'ladi.

Qo'yilish nuqtasi $\triangle OAs_1, \triangle OAs_2$ va $\triangle OAs_2, \triangle OAs_1$ dan aniqlaymiz.

$AS = OS' = Q_1G'F_1$; $BSG'OS = Q_2G'F_2 \Rightarrow ASF_1 = OSQ_1$; $BSF_2 = OSQ_2$ yoki $ASF_1 = BSF_2 \Rightarrow ASG'BS = F_2G'F_1$ (2) demak teng ta'sir etuvchining qo'yilish nuqtasi AV oraliqni kuchlar nisbatiga teskari proporsional nisbatda bo'ladi.

b) $\vec{F}_1 \uparrow \vec{F}_2$ - kuchlarni qo'shish $F_1 > F_2$ bo'lsin. F_1 kuchni 2 ta tashkil etuvchiga ajratamiz. $\vec{F}_1 = (\vec{F}_2, \vec{R})$, $\vec{F}_2 = -\vec{F}_2'$ -qilib tanlaymiz, $\vec{F}_2'$ V nuqtaga qo'yilsin. Shunday qilib $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{R}, \vec{F}_2, \vec{F}_2')$ ga ega bo'lamiz, agar bu yerda $(\vec{F}_2, \vec{F}_2') \sim 0$ ekanligini hisobga olsak $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}$ xosil bo'ladi.



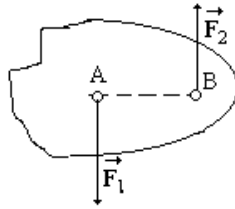
Yuqoridagi shartimizni qanoatlantiruvchi $\vec{R}$ ni aniqlaymiz. (A) va (2) $\vec{F}_1 = \vec{R} + \vec{F}_2'$ xamda $R/F_2' = AB/AS$ yoki $\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (3) yoki miqdori $R = F_1 + F_2$ chunki $F_1 > F_2$ edi.

Qo'yilish nuqtasi esa $(F_1 - F_2)/F_2 = AB/AS$ tenglikdan topiladi.

$$F_1/F_2 = (AB+AS) / AS \Rightarrow F_1/F_2=BS/AS \quad (4)$$

Demak, qo'yilish nuqtasi tashqi tomondan kuchlar qo'yilgan nuqtalar orasidagi masofani kuchlar nisbatiga proporsional nisbatda bo'ladi.

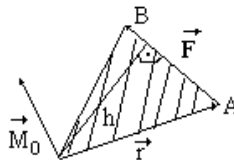
v) $\vec{F}_1 \uparrow \downarrow \vec{F}_2$ va $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ bo'lsin (*) da AS masofani aniqlasak.



$AS = ABF_2/(F_1-F_2)$ bo'lib $F_1=F_2$ bo'lgani uchun bu kuchlar teng ta'sir etuvchisining teng ta'sir etuvchisi cheksizlikda bo'ladi. Miqdori esa nol ga teng bunday kuchlar sistemasi juft kuch deyiladi va $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ deb belgilanadi, bu ham statikani alohida bir tushunchasi hisoblanadi.

NUQTAGA VA O`QQA NISBATAN KUCH MOMENTI.

TA`RIF. Nuqtaga nisbatan kuch momenti deb, shunday vektorga aytiladiki, uning miqdori kuch moduli bilan nuqtadan kuch ta'sir chizig'iga tushirilganning (kuch yelkasining) ko'paytmasiga teng, yo'nalish kuchning ta'sir chizig'i bilan nuqtadan o'tkazilgan tekis ravishda uchidan qaralganda kuch soat strelkasiga qarama-qarshi aylanayotganday ko'rinadigan qilib yo'naltiriladi.



Agar O nuqtaga nisbatan moment olinadigan bo'lsa, kuch qo'yilgan nuqtaning O nuqtaga nisbatan radius vektori bo'lsa, quyidagicha ham yozish mumkin.

$$M_0(F) = [r F] \quad (5)$$

yoki vektor kupaytmaning xossasiga ko'ra

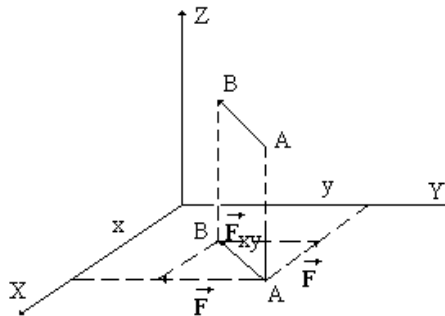
$$M_0(F) = r F \sin \alpha = Fh \quad (6)$$

yoki $M_0(F) = 2S_{OAB}$ yuzasi vektorning qo'yilish nuqtasi moment olinayotgan nuqta bo'ladi. Agar O nuqtani koordinata boshi qilib koordinata sistemasini o'tkazsak, $r\{x,y,z\}$ va $F\{F_x, F_y, F_z\}$ bo'lsa,

$$\begin{aligned} \vec{M}_0(F) = [r \times F] &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (-1)^{(1+1)}(yF_z - F_y z)i \\ &+ (-1)^{(1+2)}(xF_z - F_x z)j + (-1)^{(1+3)}(xF_y - yF_x)k = (yF_z - F_y z)i + \\ &(zF_x - F_z x)j + (xF_y - F_x y)k \end{aligned}$$

demak, kuch momentining koordinata o'qlaridagi proeksiyalari:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{0x}(F) &= (xF_z - F_x z) \\ \vec{M}_{0y}(F) &= (zF_x - F_z x) \\ \vec{M}_{0z}(F) &= (xF_y - F_x y) \end{aligned} \quad (8)$$



Agar kuchni biror masalan oxy tekislikka proeksiyalab, proeksiyadan 0 nuqtaga nisbatan moment olaylik.

$$M_{01}(F_{xy}) = M_{01}(F_x) + M_{01}(F_y) = xF_y - yF_x$$

yoki $M_{01}(F_{xy}) = (xF_y - yF_x)k$ (9) buni (7) dan ham $Z=0$, $F_z=0$ deb hosil qilish mumkin edi. Demak, kuch momentining biror o'qdagi proeksiyasi, o'qqa tekislikdagi kuch proeksiyasidan o'q ustidagi nuqtaga nisbatan olingan kuch momentiga teng.

$M_{0z}(F) = M_{0'z}(F_{xy})$ buni $M_z(F)$ deb belgilanadi va o'qqa nisbatan kuch momenti deyiladi.

$$M_z(F) = M_z(F_{xy}) = \pm F_{xy} h^* \quad (10)$$

deb ham belgilanadi.

Quyidagi qoidaga ko'ra (10) ni hisoblash mumkin.

1. O'qqa tekislik o'tkaziladi.
2. Shu tekislikka kuch proeksiyalanadi.
3. h^* -elka aniqlanadi.

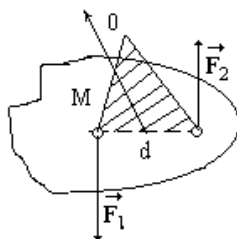
Quyidagi hollarda o'qqa nisbatan kuch momenti no'lga teng bo'ladi.

1. Kuch o'q bilan parallel

2. Kuch o'qni kesib o'tsa.

Endi juft moment tushunchasi bilan tanishamiz. (F_1, F_2) -juft berilgan bo'lsin.

O nuqtaga nisbatan kuchlardan moment olaylik.



$$\vec{M}_O(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \vec{M}_O(\vec{F}_1) + \vec{M}_O(\vec{F}_2).$$

$$M_O(F_1) = [OA \cdot F_1]$$

$$M_O(F_2) = [OB \cdot F_2]$$

$$\vec{M}_O(\vec{F}_2, \vec{F}_1) = [\vec{OA} \cdot \vec{F}_1] - [\vec{OB} \cdot \vec{F}_2] = [\vec{OA} - \vec{OB}] \times \vec{F}_2 = \vec{AB} \times \vec{F}_2 =$$

Ta'rif. $M = \pm F_1 \cdot d$ juft momenti deyiladi.

Juft momenti nuqtaga bogliq emas d - kuch yelkasi.

5-MAVZU

STATIKADANING ASOSIY TEOREMASI. (PUANSO TEOREMASI).

Qattiq jismga fazoda ixtiyoriy joylashgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'sir qilayotgan bo'lsin.

Ta'rif-1. $\vec{F} = \sum \vec{F}_k$ Biror nuqtaga nisbatan olingan momentlarining geometrik yigindisi bosh momenti deyiladi.

$$M_0 = M_0(F_1) + \dots + M_0(F_n) = \sum M_0(F_n)$$

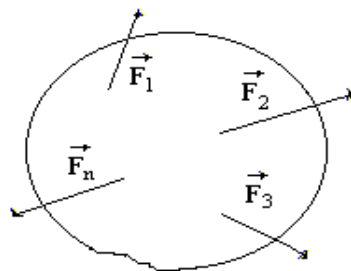
Tenglammadan foydalanib, statikaning quyidagi asosiy teoremasini isbot qilamiz.

Teorema. Fazodagi ixtiyoriy kuchlar sistemasini biror markazga keltirilgan bitta kuch va bitta juft bilan almashtirish mumkin.

Bu kuch berilgan kuchlarning bosh vektoriga juftning momenti berilgan kuchlardan keltirish markaziga nisbatan olingan bosh momentiga teng bo'ladi.

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_2 \text{ q } \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_2 = \sum \vec{F}$$

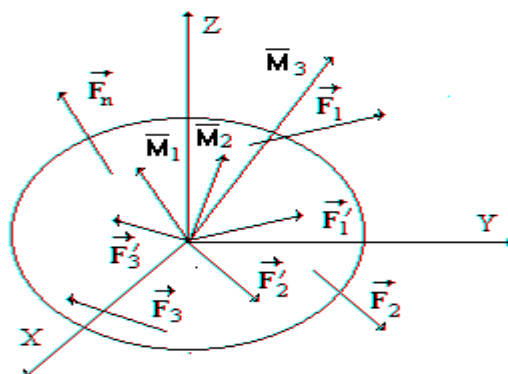
$$M_0 = M_0(F_1) + \dots + M_0(F_n) = \sum M_0(F_k)$$



1. Bosh vektor va bosh momentni aniqlashning analitik usuli.

$\vec{F}_0$ va $\vec{M}_0$ ni Dekart koordinatadagi proeksiyalarini aniqlaymiz.

Aytaylik, koordinata sistemaning boshi keltirish markazi bilan ustma-ust tushsin. U holda



$$F_{0x} = \sum F_{kx} = F_{1x} + \dots + F_{nx}$$

$$F_{0y} = \sum F_{ky} = F_{1y} + \dots + F_{ny}$$

$$F_{0z} = \sum F_{kz} = F_{1z} + \dots + F_{nz}$$

F_0 kushning moduli

$$F_0 = \sqrt{F_{0x}^2 + F_{0y}^2 + F_{0z}^2}$$

Yo'nalishi

$$\cos(\vec{x}, \vec{F}_0) = F_{0x} / F_0$$

$$\cos(\vec{y}, \vec{F}_0) = F_{0y} / F_0$$

$$\cos(\vec{z}, \vec{F}_0) = F_{0z} / F_0$$

Bosh momentning o'qlardagi proeksiyasi.

$$M_{0x} = \sum M_x(\vec{F}_k); \quad M_{0y} = \sum M_y(\vec{F}_k); \quad M_{0z} = \sum M_z(\vec{F}_k)$$

$$M_0 = \sqrt{M_{0x}^2 + M_{0y}^2 + M_{0z}^2}$$

Bosh momentning yo'naltiruvchi kosinuslari:

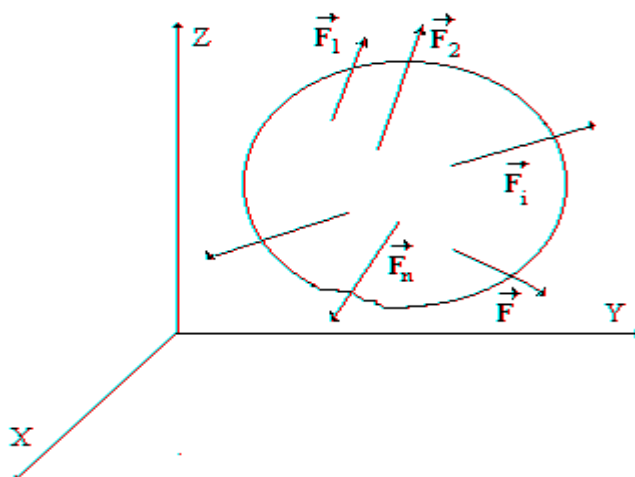
$$\cos(\vec{x}, \vec{M}_0) = M_{0x} / M_0; \quad \cos(\vec{y}, \vec{M}_0) = M_{0y} / M_0; \quad \cos(\vec{z}, \vec{M}_0) = M_{0z} / M_0$$

2. Fazodagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari
(Geometrik shart).

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi ta'sirida qattiq jism muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti nolga teng bo'lishi zarur va yetarli.

$$\begin{aligned}\vec{R} &= 0 \\ \vec{M}_0 &= 0\end{aligned}$$

Yoki koordinata o'qlaridagi proeksiyasi:

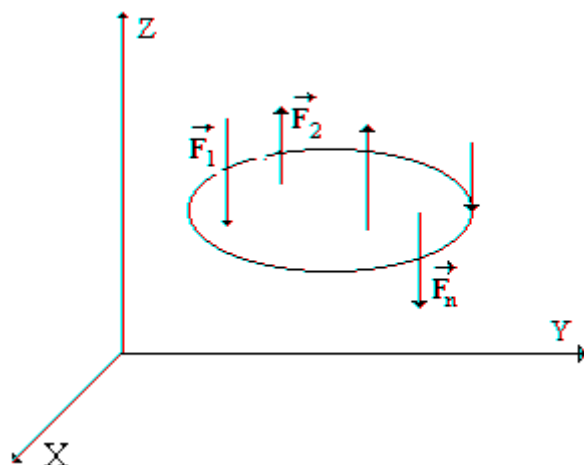


$$\begin{aligned}R_x &= \sum F_{kx} = 0 \\ R_y &= \sum F_{ky} = 0 \\ R_z &= \sum F_{kz} = 0 \\ M_{0x} &= \sum M_{0x}(\vec{F}_k) = 0 \\ M_{0y} &= \sum M_{0y}(\vec{F}_k) = 0 \\ M_{0z} &= \sum M_{0z}(\vec{F}_k) = 0\end{aligned}$$

O'qilishi: (Muvozanatning analitik sharti).

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun ularning koordinata o'qlardagi proeksiyalarining algebraik yig'indilari va o'qlarga nisbatan olingan mometlarining algebraik yig'indilari alohida -alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

3. Fazodagi parallel kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.(Kuchlar OZ-o'qiga paralel).



$$R_z = \sum F_{kz} = 0$$

$$M_{0x} = M_{0x}(\bar{F}_k) = 0$$

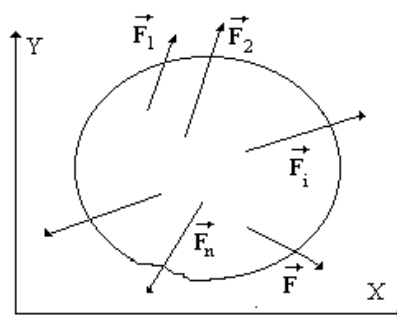
$$M_{0y} = M_{0y}(\bar{F}_k) = 0$$

4. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanati.

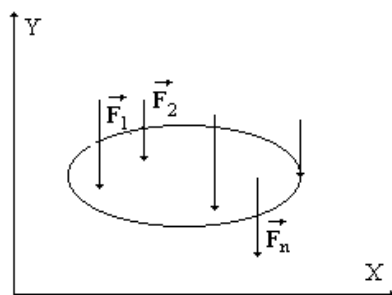
$$R_x = \sum F_{kx} = 0$$

$$R_y = \sum F_{ky} = 0$$

$$M_0 = \sum M_0(\bar{F}_k) = 0$$



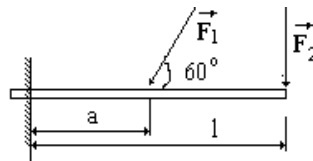
5. Tekislikda parallel kuchlar sistemasining muvozanati:



$$R_y = \sum F_{ky} = 0$$

$$M_{OZ} = \sum M_0 (\vec{F}_k) = 0$$

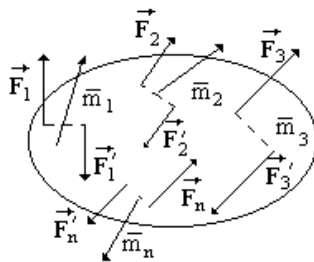
Masala. $F_1 = 5 \text{ kn}$, $F_2 = 4 \text{ kn}$, $l = 4 \text{ m}$, $a = 1 \text{ m}$
 $X_A = ?$, $Y_A = ?$, $M_A = ?$



6. Juftlar sistemasini sodda holga keltirish.
 Juftlar sistemasining muvozanati.

Aytaylik, jismga n -ta juft ta'sir qilayapti. $(\vec{F}_1, \vec{F}_1^1), \dots, (\vec{F}_n, \vec{F}_n^1)$
 juftlar fazoda ixtiyoriy joylashgan. 3-aksiomaga ko'ra ulardan ikkitasini bitta juft bilan almashtirish mumkin, ularning momenti

$\vec{M}_3 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$ bo'ladi. Bu juft $(\vec{F}_3, \vec{F}_3^1)$ bilan qo'shamiz.



$\vec{M}_3 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3$ va xakozo.

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots + \vec{M}_n = \sum \vec{M}_k \quad (6)$$

Demak, juftlar sistemasi bitta juftga keltiriladi, uning momenti sistema momentlarining geometrik yig'indisiga teng.
 Bu sistema ta'sirida jism muvozanatda bo'lishi uchun $\sum \vec{M}_k = 0$ (7)
 bajarilishi kerak.

Agar barsha juftlar bir tekislikda yotsa, natijaviy moment ularning algebraik yig'indisiga teng va muvozanat sharti $\sum \vec{M}_k = 0$ (8)
 bo'ladi.

STATIKANIK VA STATIK ANIKMAS MASALALAR.
JISMLAR SISTEMASINING MUVOZANAT SHARTI.

Tekshirilayotgan masalada noma'lum kuchlar soni muvozanat tenglamalari soniga teng bo'lsa, bunday masalalar statik aniq masalalar deyiladi.

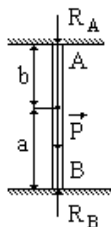
Yuqorida biz statik aniq masalalar bilan tanishib chiqdik.

Agar tekshirilayotgan masalada noma'lum kuchlar soni tenglamalar sonidan ortiq bo'lsa, bunday masala statik aniqmas masala deyiladi. Masalan, ship bilan pol orasida

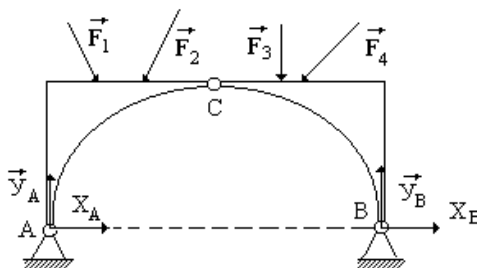
siqilib turgan ustunni olaylik. Ustunga shakldagidek R kuch ta'sir qilsin. U xolda muvozanat tenglamalari:

$$\sum F_x = 0 ; \sum m_b(F_k) = 0 \quad \text{lar } 0 \equiv 0; 0 \equiv 0 \quad \text{va}$$

$$\sum F_y = P - R_A - R_B = 0$$

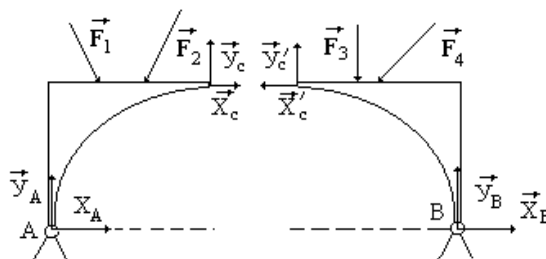


bo'lib, bu yerdan reaksiya kuchlarini aniqlash mumkin emas. Yana bir misol, uch sharnirli arkadagi reaksiya kuchlarini qaraylik.



Bu yerda to'rtta noma'lum uchun uchta tenglama olamiz.

Shunday bo'lsa xam bu masalni statik aniq deymiz. Sababi bu yerda ikkita o'zaro S sharnir orqali ulangan jism muvozanatda turibdi. Har bir jism muvozanatini aloxida tekshirib, oltita tenglama tuzishimiz mumkin. A qismning V qismga ta'sirini bitta kuch bilan va xuddi shuningdek, V qismning A qismga ta'sirini bitta kuch bilan almashtirish mumkin (4-aksiomaga ko'ra).



Lekin bu kuchlarning yo'nalishini aniq bilmaganimiz uchun tashkil etuvchilarga ajratamiz. U_S va X_S . Bu yerda albatta $U_S = -U_S^1$ va $X_S = -X_S^1$ bo'ladi.

Xar bir qism uchun aloxida tenglama tuzsak oltita tenglama va $X_A, U_A, X_B, U_B, U_S, X_S$ -oltita noma'lum bo'ladi. Yoki umumiy konstruktsiya uchun uchta tenglama tuzishimiz xam mumkin.

Agar sistema bir neshta qattiq jismdan tuzilgan bo'lsa ham biz shu usuldan foydalanishimiz mumkin.

FERMALAR HISOBI.

Fermalar to'g'risida tushuncha. Tekis fermalarni analitik usulda hisoblash.

O'zaro sharnirlar yordamida biriktirilgan to'g'ri chiziqli sterjenlardan tuzilgan konstruksiyaga ferma deyiladi. Agar hamma sterjenlar bir tekislikda yotsa, tekis ferma deyiladi. Sterjenlar birikkan joy tugun deyiladi. Fermalar hisobida sterjen og'irliklari hamda tugunlardagi ishqalanishlar hisobga olinmaydi yoki tugunlarga qo'yilgan deb hisoblaniladi. Shuning uchun sterjenlarga faqat ikkita uchlariga sterjen bo'ylab yo'nalgan kuchlar qo'yilgan deyish mumkin. Demak, ferma sterjenlari yoki cho'ziladi yoki siqiladi.

Agar ortiqsha sterjen qo'shilmagan bo'lsa, fermada tugunlar soni bilan sterjenlar soni k orasida $2 \cdot k - 3$ bog'lanish bor.

Agar sterjenlar soni oz bo'lsa, ferma geometrik o'zgarmas bo'lmaydi. Agar ko'payib ketsa, masala statik aniqlanmas bo'ladi.

Fermalar hisobi sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlash va bog'lanish reaksiyalarini topishdan iborat. Reaksiya kuchlarini muvozanat tenglamalari yordamida topish mumkin.

Sterjen zo'riqishlarini quyidagi usullar yordamida aniqlash mumkin.

1. Tugun qirqish usuli.

Agar ferma sterjenlarining barshasida zo'riqishlarni aniqlash kerak bo'lsa, bu usuldan foydalangan ma'qul. Masalani yechib, bu usul bilan tanishamiz.

Berilgan: $F_1 = F_2 = F_3 = 2 \text{ kn}$

Aniqlash kerak Y_a, X_A, R_B

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9;$

yeshish: $\sum F_X = 0; X_A + F_1 + F_2 + F_3 = 0$

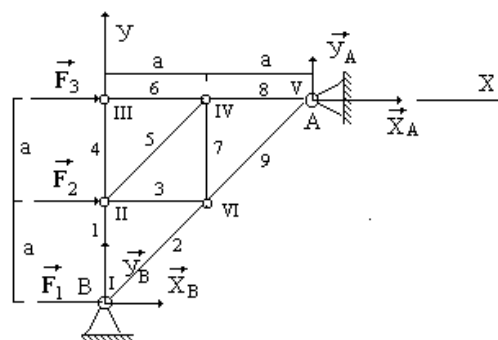
$\sum F_Y = 0; Y_a + R_B = 0$

$\sum m_A(F_K) = 0$ bundan

$- 2a R_B + a F_2 + 2a F_1 = 0$

$2R_B = 3 F; R_B = 3 \text{ kn}$

$Y_a = - R_B = - 3 \text{ kn}$



Endi sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlaylik.

Kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamasi

$$\sum F_{KX} = 0, \sum F_{KY} = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Kesishni shunday tugundan boshlaymizki, bu yerda ikkita noma'lum kuch bo'lsin. Bu noma'lumlar yuqorida tuzilgan tenglamalar orqali oson topiladi.

2. Ritter usuli. (Qirqish usuli).

Bu usul ferma sterjenlarining ayrimlaridagi zo'riqlashlarni aniqlashda ishlatiladi. Yoki yeshimni tekshirishda ishlatiladi. Usulni mohiyati shundan iboratki, fermani fikran kesib 2-qismga ajratiladi. Shunday joydan kesiladiki, bu kesimda uchta sterjen bo'lsin. Fermaning 1-qismini ikkinchisiga ta'sirini kuch bilan almashtirib olinadi. Qolgan qismdagi kuchlardan shunday nuqtaga nisbatan moment olamizki, bu yerda bitta bizga kerak sterjendagi zo'rikish qatnashsin.

Masala.

3. Kremon - Maksvell diagrammasi.

Tekis ferma sterjenlaridagi zo'riqlashlarni grafik usulda aniqlash uchun Kremon-Maksvell diagrammasi deb ataluvchi diagrammadan foydalanilsa, fermaning barcha tugunlari uchun birdaniga ixcham, aniq va yagona bo'lgan kuch ko'pburchagi tuzish imkoniyatiga ega bo'lamiz.

Bunday diagrammani tuzish uchun quyidagi qoidaga amal qilish zarur:

1. Ferma tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini aniqlash.

2. Ferma tugunlariga qo'yilgan aktiv kuchlarni va reaksiya kuchlarni ferma konturidan tashqarida belgilash kerak. Ferma sterjenlari bilan chegaralangan soxalarni katta harflar bilan belgilash kerak (A, V, S, ..., K).

3. Tanlab olingan masshtab asosida fermaga ta'sir qiluvchi aktiv kuchlarning yopik kuch ko'pburchagi ferma konturini soat strelkasiga teskari yo'nalishda aylanib quriladi.

Buning uchun soxa chegarasini aylanib chiqayotganda kuchdan o'ng va chapda yotgan soxaga mos bo'lgan kichkina xarflar bilan belgilanadi. (F_1 -kuch ab, F_2 -kuch vs va xakazo). Shunday qilib, qaralayotgan ferma uchun kuch ko'pburchagi avsda-bo'ladi (diagrammada kuch oxiriga strelka qo'yilmaydi).

4. Ko'rilgan tashqi kuchlar ko'pburchagiga barsha tugunlarda ta'sir qiluvchi sterjenlardagi zo'riqlash kuchlarining ko'pburchagi ulanadi. Bu ko'pburchaklarni qurishni ikkita sterjen uchrashgan tugundan, ma'lum kuchdan boshlab tugunni soat strelkasiga qarama-qarshi yo'nalishda aylanganda uchraydigan sterjenlardagi zo'riqlashlarni tasvirlashdan boshlash kerak (sterjenlardagi zo'riqlashlar ham xuddi aktiv kuchlar kabi belgilanadi:

1-sterjendagi zo'riqlashda ;

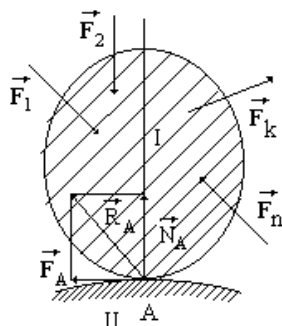
2-sterjendagi zo'riqlash (va hokazo).

7-MAVZU

ISHQALANISH HISOBGA OLINGANDA QATTIQ JISMLAR SISTEMASINING MUVOZANATINI TEKSHIRISH.

1. Sirpanib ishqalanishda jism muvozanatini tekshirish.

Agar ikkita I va II jismlar 1-shakldagidek A nuqtasida bir-biriga tegib tursa, II jism tomonidan I jismga qo'yilgan - R_A reaksiya kuchini o'zaro perpendikulyar yo'nalgan ikkita tashkil etuvchiga ajaratish mumkin: N_A -tegib turgan sirlarning umumiy normali bo'yisha yo'nalgan reaksiya kuchi va F_A -urinma tekislikda yotuvchi kuch. F_A -kuch I jismning II jim ustida sirpanishga qarshilik ko'rsatgani uchun sirpanib ishqalanish kuchi deyiladi.

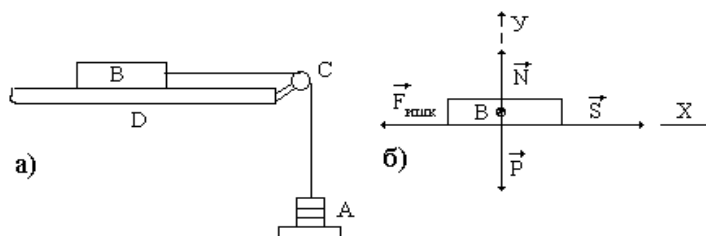


Statikaning 4-aksiomasiga ko'ra I jism xam II jismga miqdori R_A - miqdoriga teng, yo'nalish qarama-qarshi bo'lgan kuch bilan ta'sir qiladi. Bu kuchning normal tashkil etuvchisiga normal bosim kuchi deyiladi. Demak, normal bosim kuchi normal reaksiya kuchiga miqdor jixatdan teng, yo'nalishi jixatidan qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

Agar tegib turgan sirtlar ideal silliq bo'lsa, ishqalanish kuchi nolga teng bo'ladi.

Tabiatda juda ko'p hollarda sirlarning g'adir-budirligini, ya'ni ishqalanish kuchini hisobga olishga to'g'ri keladi. Ishqalanish kushining asosiy xossalarini tushinish ushun 2-shaklda ko'rsatilgan sxema buyicha o'tkazilgan tajribani taxlil qilib ko'ramiz. Qo'zgalmas D plita ustida joylashgan V jism S blokdan o'tkazilgan ipning bir uchiga ustiga yuk qo'yish mumkin bo'lgan A taxtachaga osilgan.

Agar A taxtachaga sekin-astalik bilan yuk qo'yib, og'irligini oshira borsak, - S ning miqdori ham osha boradi va V jismni o'ngga surishga harakat qiladi. Lekin, yuk ma'lum miqdorga yetguncha - F_{ishq} kuchi V jismni muvozanat xolatda ushlab turadi. 2-shaklda V jismga ta'sir qiluvchi kuchlar ko'rsatilgan, bu yerda R-og'irlik kuchi, N-plitaning normal reaksiya kuchi.



Agar yuk muvozanatni buzadigan qiymatga yetmagan bo'lsa, quyidagi muvozanat tenglamalri o'rinli bo'ladi.

$$\begin{aligned} \sum F_{KX} &= 0, \sum F_{KY} = 0 \\ S - F_{ishk} &= 0, N - P = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Natijada, $N = R$ va $F_{\text{ishk}} = S$ tengliklarga ega bo'lamiz. Demak, jism muvozanat xolatida turar ekan ishqalanish kuchi ipning taranglik kuchiga teng bo'ladi. V jism muvozanat holatini yo'qotib, D-plita ustida sirpanish boshlangan kritik (chegara) paytdagi ishqalanish kuchini F_{ishk} - bilan belgilaymiz. Bu holda quyidagicha yozish mumkin

$$F_{\text{ishk}} \leq F_{\text{max}} \quad (2)$$

Kritik paytdagi maksimal (eng katta) ishqalanish kuchi jismning materialiga, tegib turgan sirtlarning g'adir-budirliigi ya'ni shakliga va normal bosim kuchiga bog'liq bo'ladi. Tajribalarning ko'rsatishicha maksimal ishqalanish kuchi taxminan normal bosimga proportsional bo'ladi. Ya'ni

$$F_{\text{max}} = fN \quad (3)$$

(3) ifodaga Kulon-Amanton qonuni deb aytiladi. O'lchovsiz f koefitsientga ishqalanish koefitsienti deyiladi. Tajribalarning ko'rsatishicha tegib turgan sirtlarning katta kishikligiga bog'lik emas, lekin jismlarning materialiga va sirtlarning g'adir-budirliigiga bog'liq.

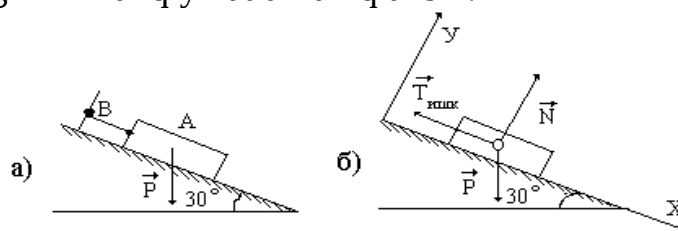
Sirpanib ishqalanish koefitsienti tajribalar orqali har bir material uchun aniqlanadi va ma'lumotlar jadvali (spravochnik)da beriladi.

(3)dan foydalanib, (2) tengsizlikni quyidagicha yozish mumkin.

$$F_{\text{ishq}} < fN \quad (4)$$

(4) ifodadagi tenglik belgisi ishqalanish kuchining maksimal qiymatiga to'g'ri keladi. Demak, bizga oldindan jismning kritik, ya'ni shegaraviy muvozanat xolatida ekanligi ma'lum bo'lsa, ishqalanish kuchining qiymatini (3) tenglikdan aniqlash mumkin. Boshqa hollarda ishqalanish kuchi muvozanat tenglamalaridan aniqlanadi.

Masalan. Gozizont bilan 30° burchak tashkil etuvshi, g'adir-budir qiya tekislikda og'irligi $R = 20 \text{ N}$ bo'lgan jism AV-arqon orqali ushlab turilibdi. Arqonning og'irligi hisobga olinmasin (3-shakl). Ishqalanish koefitsientining ikkita: $f_1 = 0,8$ va $f_2 = 0,2$ qiymatlari uchun tekislik bilan jism orasidagi F_{ishq} -kuchining va arqonda xosil bo'ladigan taranglik kushi T -ning minimal qiymatlari aniqlansin.



4.Shakl

Eshish. 1 Jismni bog'lanishlardan ozod qilib,ularning ta'sirini reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (4b-shakl).Jismga P -ogirlik kuchi, F ishq -jism bilan tekislik orasida hosil bo'ladigan tinch holatdagi ishqalanish kuchi, N -tekislikning normal reaksiya kuchi, T -arqonning taranglik kuchi ta'sir kiladi.

2. Jismning ta'sir qilayotgan kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lish shartlarini yozamiz. Jismga tekislikda joylashgan kesishuvchi kuchlar sistemasi ta'sir qilmoqda. Bunday kuchlar sistemasining muvozanat shartlari ma'lumki, quyidagicha:

$$\sum F_{KX} = 0; \quad P \sin \alpha - F_{ishk} - T = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0; \quad N - P \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

Ko'rinib turibdiki, bu ikkita tenglamada uchta noma'lum kattalik bor. Ishqalanish etiborga olinayotgani uchun Kulan-Amanton qonunining ifodasini ya'ni $F_{ishq} = fN$ (3) ni tenglamalar qatoriga qo'shib qo'ysak, uchta noma'lum va uchta tenglama xosil bo'ladi. Yukoridagi tenglamalardan quyidagi natijalar aniqlanadi.

$$T = P \sin \alpha - F_{ishq},$$

$$N = P \cos \alpha,$$

$$F_{ishq} \leq P \cos \alpha$$

yoki berilgan qiymatlarni o'rniga qo'ysak,

$$T = 10 - F_{ishk} \quad (4)$$

$$F_{ishk} \leq 17,3 f \quad (5)$$

xosil bo'ladi.

1. $f=0,8$ bo'lgan holni ko'rib chiqaylik: bu holda (5) dan $F_{ishq} \leq 17,3 \times 0,8 = 13,8 \text{ N}$ xosil bo'ladi.

Arqon yuk deb faraz qilsak, $T=0$ bo'lib, (4) ifodadan $F_{ishq}=10\text{N}$ kelib chiqadi va $F_{ishq} 13,8 \text{ N}$ degan shart qanoatlanarli bo'ladi, demak $f=0,8$ bo'lganda, arqonni olib tashlasak ham jism ishqalanish kuchi ta'sirida muvozanatini yo'qotmay turaveradi. Demak, bu holda $T=0$ va $F_{ishk}=10\text{N}$.

2. $f_2=0,2$ bo'lgan holni ko'raylik. Bu holda (5) ga ko'ra $F_{ishq} < 17,3 = 17,3 \times 0,2 = 3,46\text{N}$ shart bajarilishi kerak. Agar, bu holda arqon yo'q deb faraz qilsak $T=0$ da $F_{ishq}=10\text{N}$ bo'lib, $F_{ishq} = 3,46 \text{ N}$ shartga qarama-qarshi qiymatga ega bo'lamiz, demak, agar arqon yo'q bo'lsa $f_2=0,2$ qiymatda jism muvozanatda turmasdan pastga qarab harakatlanib ketadi. Shuning uchun $f_2=0,2$ da ishqalanish kuchi o'zining $3,46 \text{ N}$ qiymatiga erishadi, bunda arqonda taranglik kuchi (4) ga ko'ra $T=10 - F_{ishk} = 10 - 3,46 = 6,54 \text{ N}$ ga teng bo'ladi.

Shunday kilib,

$$f_1 = 0,8 \text{ da } F_{ishq} = 10 \text{ N}, T = 0$$

$$f_2 = 0,2 \text{ da } F_{ishq} = 3,46 \text{ N}, T = 6,54 \text{ N}.$$

8-MAVZU

PARALLEL KUHLAR MARKAZI VA QATTIQ JISMNING OG'IRLIK MARKAZI.

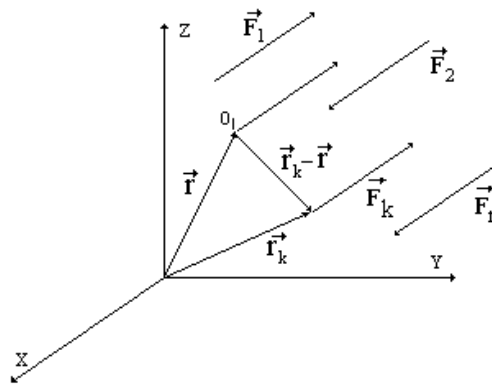
1. Parallel kuchlar markazi.

Qattiq jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalariga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ parallel kuchlar sistemasi ta'sir qilayotgan bo'lsin. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ -ni topish mumkin.

Aytaylik, $\vec{R} \neq 0$ bo'lsin. Kuchlar sistemasini qo'yilgan nuqtasi atrofida bir xil burchakka burganimizda, ularning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ ham ma'lum nuqta atrofida shunday burchakka buriladi, qo'yilgan nuqta o'zgarmaydi. Bu nuqtaga parallel kuchlar markazi deyiladi. Bu nuqtani ma'lum bir fiksirlangan nuqta ekanligini isbot kilamiz.

Aytaylik, O nuqta $\vec{R}$ -ning ta'sir chizig'ida yotuvchi nuqta bo'lsin.

$\vec{r}$ -O nuqta radius vektori. $\vec{r} - \vec{F}_k$ -kuchning radius vektori.



Kuchlar sistemasidan O nuqtaga nisbatan olingan momentlar yig'indisi Varinion teoremasiga binoan no'lga teng.

$$\sum_{K=1}^n (r_K - \vec{r}) \times \vec{F}_K = 0$$

Sababi O₁ nuqta $\vec{R}$ ta'sir chizig'ida yotadi (1) ni quyidagicha yozish mumkin.

$$\sum_{k=1}^n \vec{r}_k \times \vec{F}_K - \sum_{k=1}^n \vec{r} \times \vec{F}_K = \sum_{k=1}^n \vec{r}_k \times \vec{F}_K - \vec{r} \times \sum_{k=1}^n \vec{F}_K = 0 \quad (2)$$

Aytaylik, $\vec{e}$ -birlik vektor parallel kuchlar yo'nalishni belgilovchi vektor bo'lsin. U xolda ixtiyoriy kuch

$\vec{F}_K = F_K^* \vec{e}$ (3) - ko'rinishda yozilishi mumkin. $F_K^* = F_k$ - agar $\vec{e}$ bilan $\vec{F}_K$ bir xil yo'nalgan bo'lsa.

Demak, $\sum_{k=1}^n \vec{F}_K = \vec{e} \sum_{k=1}^n F_K^*$ (4) (3) va (4) $\rightarrow$ (2)

Bu yerdan $\left[\sum_{k=1}^n \vec{r}_k \times \vec{F}_K - \vec{r} \times \sum_{k=1}^n \vec{F}_K \right] \times \vec{e} = 0$ (5)

(5) $\vec{e}$ - birlik vektorning ixtieriy yo'nalishida o'rinli bo'lishi uchun

$$\sum_{k=1}^n \vec{r}_k \times \vec{F}_K - \vec{r} \times \sum_{k=1}^n \vec{F}_K = 0 \quad (6) \text{ bo'lishi kerak.}$$

Bu tenglamadan biz $\vec{r}$ - uchun yagona qiymatni topishimiz mumkin.

Bu $\vec{R}$ - qo'yilgan nuqtaning radius vektori bo'ladi. $\vec{r}$ ni $\vec{r}_e$ - bilan belgilab

$$\vec{r}_e = \frac{\sum_{k=1}^n \vec{r}_k F_k^*}{\sum F_k^*} = \frac{\vec{r}_1 \cdot F_1^* + \vec{r}_2 \cdot F_2^* + \dots + \vec{r}_n \cdot F_n^*}{F_1^* + F_2^* + \dots + F_n^*} \quad (7)$$

yoki koordina o'qlaridagi proeksiyalari

$$\boxed{}; \quad y_c = \frac{\sum y_k \cdot F_k^*}{\sum F_k^*}; \quad z_c = \frac{\sum z_k \cdot F_k^*}{\sum F_k^*} \quad (8)$$

$\sum_{k=1}^n x_k F_k^*$, $\sum_{k=1}^n y_k F_k^*$, $\sum_{k=1}^n z_k F_k^*$ -ifodalar mos ravishda , yoz, xoz, xoy -

tekisliklarga nisbatan berilgan kuchlar sistemasining statik momentlari deyiladi.

Agar parallel kuchlar markazi koordinatalar boshi bilan ustma-ust tushsa

$x_s = y_s = z_s = 0$.

2. Og'irlik markazi.

Ixtiyoriy ko'rinishdagi jismni koordinata tekisliklariga parallel tekisliklar bilan mayda bo'laklarga bo'lish mumkin. Bunda har bir bo'laklarning og'irliklarini yerga karab yo'nalgan parallel kuchlardan iborat deb qarash mumkin. $\mathcal{M}_k$ - elementar paralipiped markazi V_k - xajmi - ΔV_k - og'irligi. $\mathcal{M}_k$ - nuqtadagi o'rtacha zishlikni topamiz. Buning uchun $\Delta V_k \rightarrow 0$ deb, hajmni nuqtaga aylantiramiz.

$$\gamma(x_k, y_k, z_k) = \lim_{\Delta V_k \rightarrow 0} \frac{\Delta P_k}{\Delta V_k} \quad (9)$$

Shunday kilib, zichlik nuqta koordinatalariga bog'liq. $\Delta P_k = \gamma_k \cdot \Delta V_k$

Bu xolda, parallel kuchlar markazini quyidagi formuladan topish mumkin.

$$\vec{r}^n = \frac{\sum_{k=1}^n \vec{r}_k \Delta P_k}{\sum_{k=1}^n \Delta P_k} = \frac{\vec{r}_1 \cdot \Delta P_1 + \vec{r}_2 \cdot \Delta P_2 + \dots + \vec{r}_n \cdot \Delta P_n}{\Delta P_1 + \Delta P_2 + \dots + \Delta P_n} \quad (10)$$

(10) bilan topiladigan nuqta jism og'irlik markazi deyiladi. ($n \rightarrow \infty$ dagi qiymati)

$$\vec{r} = \lim_{n \rightarrow \infty} \vec{r}^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum \vec{r}_k \Delta P_k}{\sum \Delta P_k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum \gamma_k \cdot \vec{r}_k \cdot \Delta V_k}{\sum \gamma_k \cdot \Delta V_k} \quad (11)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum \Delta P_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum \gamma_k \cdot \Delta V_k = P$$

$\gamma(x, y, z)$ - bo'lgani uchun umumiy holda (11) ni hajm bo'yisha olingan integral ko'rinishida yozish mumkin.

$$\vec{r}_e = \frac{1}{P} \iiint_{(V)} \gamma(x, y, z) \vec{r} dx dy dz \quad (12)$$

yoki

$$\left. \begin{aligned} x_c &= \frac{1}{P} \iiint_{(V)} x \cdot \gamma(x, y, z) dx dy dz \\ y_c &= \frac{1}{P} \iiint_{(V)} y \cdot \gamma(x, y, z) dx dy dz \\ z_c &= \frac{1}{P} \iiint_{(V)} z \cdot \gamma(x, y, z) dx dy dz \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Agar jism bir jinsli bo'lsa, ya'ni $\gamma(x, y, z) = \gamma = const$

$$x_c = \frac{1}{V} \iiint_{(V)} x dx dy dz, \quad y_c = \frac{1}{V} \iiint_{(V)} y dx dy dz, \quad z_c = \frac{1}{V} \iiint_{(V)} z dx dy dz \quad (14)$$

bu bir jinsli hajmning og'irlik markazi deyiladi.

OG'IRLIK MARKAZINI TOPISHNING BA'ZI BIR USULLARI

1. Simmetriya.

Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa bu tekislikka xoy tekisligini joylashtirsak.

$$Z_s = 0$$

Og'irlik markazi shu tekislikda yotadi.

Agar simmetriya o'qiga ega bo'lsa, og'irlik markazi shu o'q ustida yotadi.

Agar simmetriya markaziga ega bo'lsa, shu nuqta-markaz og'irlik markazi bo'ladi.

2. Bo'laklarga ajratish usuli.

Murakkab ko'rinishdagi jism og'irlik markazini, og'irligi va og'irlik markazi ma'lum bo'lgan bo'laklarga ajratib topamiz.

$$\vec{r}_c = \frac{P_1 \cdot \vec{r}_1 + P_2 \cdot \vec{r}_2 + \dots + P_n \cdot \vec{r}_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}$$

3. Manfiy og'irlik tushunchasi.

Bu usul bo'sh qismga ega jism og'irlik markazini topishda ishlatiladi.

$$P = P_t - P_q;$$

R_t - to'la qism og'irligi: R_q - qirqib tashlangan qism og'irligi.

9 – Mavzu

NUQTA KINEMATIKASI.

1. Kinematikaga kirish.

Kinematika – jismlarning inertligi va taʼsir qiluvchi kuchlarni hisobga olmasdan harakatni faqat geometrik nuqtai nazardan oʻrganadi.

Kinematika bir tomondan dinamikaga kirish hisoblansa, ikkinchi tomondan kinematika metodlari alohida qism sifatida mexanizm harakatlarida, harakatlarni uzatishni oʻrganishda katta amaliy ahamiyatga ega.

Harakatlanayotgan jismlarning harakatini oʻrganish uchun albatta bittasini harakati ikkinchisiga nisbatan qaraladi. Shuning uchun jism harakatda der ekanmiz qaysi jismga nisbatan harakatlanayotganligini koʻrsatish kerak. Harakati oʻrganilayotgan jismga koordinata oʻqlari va soat maxkamlab qoʻyiladi. Koordinata oʻqlari bilan soat birgalikda sanoq sistemasiga deyiladi.

Kinematikada harakat berilgan deyiladi, agar tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan biror funktsiya orqali jismning istalgan vaqtdagi holatini aniqlash mumkin boʻlsa. Biror sanoq sistemaga nisbatan harakatlanayotgan jism, boshqa sanoq sistemaga nisbatan tinch turgan boʻlishi mumkin. Demak "tinch" yoki "harakat" soʻzlari nisbiy tushuncha. Shuning uchun harakat tanlangan sanoq sistemasiga juda ham bogʻliq.

Harakat oʻrganilayotgan ekan, uni biror vaqt oraligʻida qaraladi. harakat boshida koʻpincha $t=0$ deyiladi. Qattiq jism harakati mobaynida har bir nuqtasi har xil harakat qiladi. Masalan: toʻgʻri chiziqli relsda harakatlanayotgan gʻildirak nuqtalari. Shuning uchun oldin nuqtalar harakatini oʻrganib chiqamiz.

Traektoriya deb - nuqtaning vaqt oʻtishi bilan fazoda qoldirgan iziga aytiladi. Agar traektoriya toʻgʻri chiziq boʻlsa, harakat toʻgʻri chiziqli traektoriya egri chiziqdan iborat boʻlsa egri chiziqli harakat boʻladi. Nuqta harakatini oʻrganishga kirishar ekanmiz bizning oldimizda quyidagi masala turadi: harakatni berilishini aniqlash, berilgan harakatga koʻra nuqtaning tezlik va tezlanishini aniqlash.

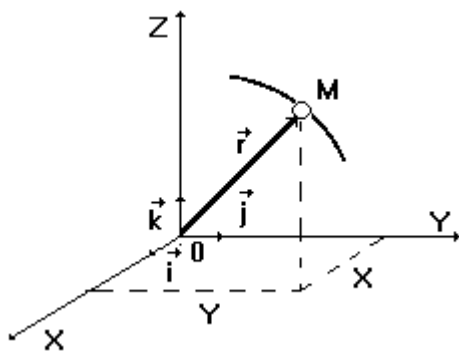
2. Harakatning berilish usullari.

Harakat asosan uch xil usulda beriladi.

1. Tabiiy usul.
2. Koordinatalar usuli.
3. Vektor usul.

1. Harakatning vektor usulida berilishi. M nuqta biror oxxyz kordinata sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan boʻlsa, ixtiyoriy vaqt uchun bu nuqtaning O koordinata boshiga qoʻyilgan - radius vektori orqali aniqlash mumkin boʻlsa, harakat vektor usulida berilgan deyiladi.

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1)$$

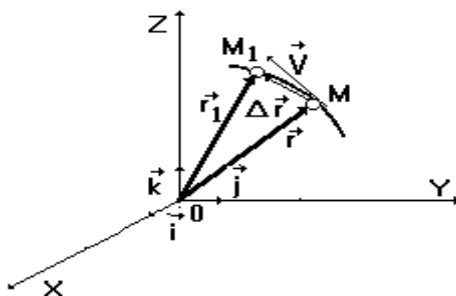


M nuqtaning harakati davomida $\vec{r}$ ham miqdor, ham yo'nalish jihatidan o'zgaradi, t - ga bog'liq ravishda.

Nuqtaning tezlik vektori.

t_1 - vaqtda M_1 , t - vaqtda M holatda bo'lib, $\Delta t = t_1 - t$ vaqtda esa

$\vec{M}_1 \vec{M} = \vec{r}_1 - \vec{r} = \Delta \vec{r}$ ko'chish bo'lsin.



$\vec{V}_{yp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ (2) o'rtacha tezlik deyiladi $t \rightarrow 0$ dagi $\vec{V}_{yp}$ -ning qiymatiga nuqtaning berilgan t - vaqtdagi $\vec{V}$ -tezlik vektori deyiladi.

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{V}_{yp}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3)$$

Berilgan vaqtdagi tezlik vektori deb, nuqtaning radius-vektoridan vaqt bo'yicha olingan hosilaga aytiladi. Tezlikning birligi m/s, km/soat.

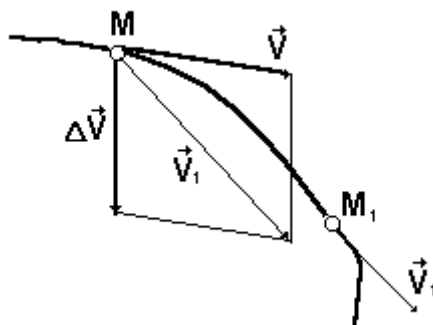
Nuqtaning tezlanish vektori.

Aytaylik M nuqtaning t_1 vaqtdagi tezligi $\vec{V}_1$. t - vaqtdagi tezligi $\vec{V}$ bo'lsa, tezlik ortirma oladi, ya'ni $t = t_1 - t$ vaqtda tezlik $\Delta \vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}$ ortirma bo'ladi.

$\Delta \vec{V}$ -har doim troektoriyaning botiqligi tomonga yo'nalgan bo'ladi.

$$\vec{a}_{yp} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} \quad (4)$$

(4) tenglamaga nuqtaning o'rtacha tezlik vektori deyiladi, bu vektor $\Delta \vec{V}$ bilan bir xil yo'nalgan. $t \rightarrow 0$ dagi $\vec{a}_{yp}$ -ning qiymati to'la tezlik vektori deyiladi.



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \text{yoki (3)ni hisobga olsak}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad (5)$$

Berilgan vaqtda nuqtaning tezlanish vektori deb, tezlik vektordan olingan birinchi tartibli yoki radius-vektordan olingan ikkinchi tartibli hosilaga aytiladi. Umumiy holda tezlig vektori egri chiziqning botiqligi tomonga yo'naladi.

2. Harakatning koordinatalar usulida berilishi.

Istalgan vaqtdagi holatini aniqlash uchun nuqta koordinatalari bilan vaqt orasidagi bog'lanish berilgan bo'ladi.

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \\ z &= f_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) to'g'ri chiziqli dekart koordinatalar sistemasida nuqtaning harakat tenglamasini bildiradi.

Nuqtaning tezligini aniqlash.

(3) - tenglamadan foydalanamiz, bunda $\vec{V}$ va $\vec{r}$ vektorlarni koordinata o'qlardagi proeksiyalari orqali yozamiz.

$$\left. \begin{aligned} \vec{V} &= V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} \\ \vec{r} &= x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$(3)\text{-ga ko'ra } \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

Tezlikni (5) dagi ifodasini qo'ysak.

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \text{ bu yerda}$$

$$V_x = \frac{dx}{dt}; V_y = \frac{dy}{dt}; V_z = \frac{dz}{dt} \quad (6)$$

Tezlikning biror o'qdagi proeksiyasi shu o'qdagi harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli xosilaga teng.

Tezlik moduli

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (7)$$

Tezlikning yo'nalishi yo'naltiruvchi kosinuslari orqali topiladi.

$$\cos(\vec{V} \wedge \vec{i}) = \frac{V_x}{V}, \quad \cos(\vec{V} \wedge \vec{j}) = \frac{V_y}{V}, \quad \cos(\vec{V} \wedge \vec{k}) = \frac{V_z}{V}, \quad (8)$$

Tezlanishni aniqlash.

Yuqoridagicha ish ko'rib bu yerda ham aytish mumkinki,

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2};$$

yoki

$$a_x = V'_x = X'' \quad a_y = V'_y = Y'' \quad a_z = V'_z = Z'' \quad (9)$$

Tezlanishning biror o'qdagi proeksiyasi tezlikni shu o'qdagi proeksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli xosila, koordinatasidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli xosilaga teng.

Demak, tezlanishning modul va yo'nalishi:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2} \quad (10)$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{a} = \cos(\vec{a}_x \wedge \vec{a}) \quad \cos(\vec{a}_y \wedge \vec{a}) = \frac{a_y}{a} \quad \cos(\vec{a}_z \wedge \vec{a}) = \frac{a_z}{a} \text{ formulalar orqali hisoblanadi}$$

3. Harakatning tabiiy usulda berilishi.

Traektoriya bo'ylab harakatlanayotgan nuqtaning ixtiyoriy vaqtdagi xolatini bilish uchun yoy bilan vaqt orasidagi bog'lanishini bilish kerak.

$S=f(t)$ (11) tenglama nuqtaning traektoriya bo'ylab harakat qonuni deyiladi. Shunday qilib, harakat tabiiy usulda berilgan deyiladi, agar, quyidagilar berilgan bo'lsa:

1. Nuqtaning traektoriyasi.

2. Traektoriyaning qaysi nuqtasidan harakat boshlanganligi ya'ni sanoq boshi, musbat va manfiy yo'nalishlari ko'rsatilgan holda.

3. $S=f(t)$ ko'rinishda traektoriya bo'ylab harakat qonuni.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{V}_1 - \vec{V}}{\Delta t} \quad (*)$$

(*) ni M_τ va M_n - o'qlarga proeksiyalaymiz.

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V_{1\tau} - V_\tau}{\Delta t} \quad a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V_{1n} - V_n}{\Delta t} \quad (14)$$

$M_1 \vec{\tau}'$ va $M \vec{\tau}$ urinmalar orasidagi $\Delta\varphi$ - burshak surilish burchagi deyiladi.

$\Delta\varphi$ -ni $MM_1 = \Delta S$ - nisbati egri chiziqning egriligi deyiladi.

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta S} = K = \frac{1}{\rho} \quad \rho - \text{traektoriyaning egrilik radiusi.}$$

Shakldan proeksiyalarni aniqlaymiz.

$$V_\tau = V; \quad V_n = 0$$

$$V_{1\tau} = V_1 \cos \Delta\varphi; \quad V_{1n} = V_1 \sin \Delta\varphi;$$

$\Delta t \rightarrow 0$ da M_1 nuqta M nuqtaga juda yaqin keladi va $\Delta\varphi \rightarrow 0$, $\Delta S \rightarrow 0$ demak, (14) ni e'tiborga olib, $a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V_1 \cos \Delta\varphi - V}{\Delta t}$

a_τ -ni topamiz.

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V_1 - V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt}$$

a_n -ni quyidagisha topamiz. $a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V_1 \sin \Delta\varphi}{\Delta t}$

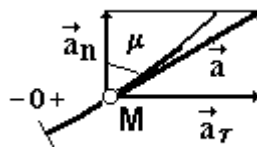
$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(V_1 \frac{\sin \Delta\varphi}{\Delta\varphi} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta S} \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} \right) \text{ bu yerda } \Delta t \rightarrow 0 \text{ bo'lganda}$$

$$\lim V_1 = V; \quad \lim \frac{\sin \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = 1; \quad \lim \frac{\Delta\varphi}{\Delta S} = \frac{1}{\rho}$$

$$\lim \frac{\Delta S}{\Delta t} = V; \quad \text{Demak} \quad a_n = \frac{V^2}{\rho}$$

$$a_n = \frac{V^2}{\rho}; \quad a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}; \quad \text{tg} \mu = \frac{|a_\tau|}{a_n}$$

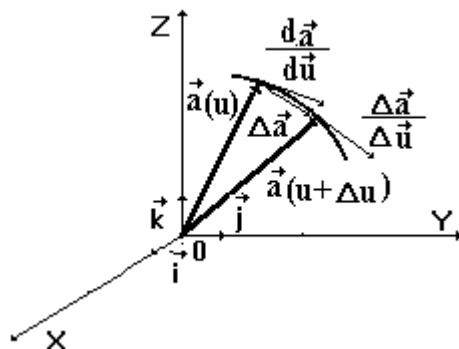


Vektordan skalyar argument bo'yicha olingan hosila to'g'risida tushuncha.

Kinematika va dinamika masalalarini yechishda vektordan skalyar argument bo'yicha xosila olish kabi tushunchaga duch kelamiz.

Aytilik, biror koordinata sistemasida u skalyar argumentli

$\vec{a} = \vec{a}(u)$ - vektor berilgan bo'lsin.



u - argument o'zgarishi bilan $\vec{a}$ - vektor o'zining miqdor va yo'nalishini o'zgartiradi.

u -ga Δu orttirma bersak.

$\Delta \vec{a} = \vec{a}(u + \Delta u) - \vec{a}(u)$ -bunga $\vec{a}$ -vektorning o'zgarishi deyiladi. $\Delta u \rightarrow 0$ - da

$\frac{\Delta \vec{a}}{\Delta u} = \frac{\vec{a}(u + \Delta u) - \vec{a}(u)}{\Delta u}$ - ifodaning qiymati mavjud bo'lsa, unga vektorning skalyar bo'yicha hosilasi deyiladi va $\frac{d\vec{a}}{du}$ - deb yoziladi.

ya'ni
$$\frac{d\vec{a}}{du} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{a}}{\Delta u} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\vec{a}(u + \Delta u) - \vec{a}(u)}{\Delta u} \quad (1)$$

Shakldagi $\Delta \vec{a}$ - vektorning $\Delta u \rightarrow 0$ - dagi qiymati doimo $\vec{a}$ vektorning godografiga urinma bo'lib yo'naladi.

Vektor xosilasining xossalari.

1. Yo'nalishi va miqdori o'zgarmas vektorning xosilasi nolga teng.
2. Vektorlar yigindisining hosilasi, hosilalar yigindisiga teng.

$$\frac{d(\vec{a} + \vec{b})}{du} = \frac{d\vec{a}}{du} + \frac{d\vec{b}}{du} \quad (2)$$

3. Vektor ko'paytmaning xosilasi quyidagicha

$$\frac{d}{du}(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{du} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \frac{d\vec{b}}{du}$$

$\vec{a}$ -vektor Dekart koordinatalar sistemasida berilgan bo'lsin:

$$\vec{a} = \vec{a}(u) = a_x(u) \vec{i} + a_y(u) \vec{j} + a_z(u) \vec{k}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - vektorlar o'zgarmas bo'lgani uchun

$$\frac{d\vec{a}}{du} = \frac{da_x}{du} \vec{i} + \frac{da_y}{du} \vec{j} + \frac{da_z}{du} \vec{k}.$$

Ikinchi tomondan

$$\frac{d\vec{a}}{du} = \left(\frac{d\vec{a}}{du} \right)_x \vec{i} + \left(\frac{d\vec{a}}{du} \right)_y \vec{j} + \left(\frac{d\vec{a}}{du} \right)_z \vec{k}$$

Bu ifodalarni solishtirsak

$$\left(\frac{d\vec{a}}{du} \right)_x = \frac{da_x}{du}; \quad \left(\frac{d\vec{a}}{du} \right)_y = \frac{da_y}{du}; \quad \left(\frac{d\vec{a}}{du} \right)_z = \frac{da_z}{du}; \quad (3)$$

vektor xosilasining proeksiyasi, proeksiya xosilasiga teng bo'ladi.

10 – Mavzu

QATTIQ JISM KINEMATIKASI.

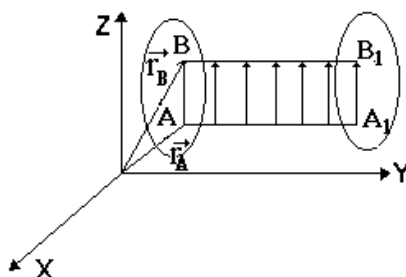
1. Qattiq jismning ilgarilanma va qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati.

Nazariy mexnikaning kinematika bo'limida ham qattiq jism deganda absolyut qattiq jismni tushunamiz. Ya'ni jismning butun harakati davomida ikkita nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmasdan qoladi.

1. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.

Ta'rif: Qattiq jismda olingan har qanday kesma, jism harakati davomida doim, o'z-o'ziga parallel qolsa, jismning bunday harakati ilgarilanma harakat deyiladi.

Bu ta'rifdan ko'rinadiki, ilgarilanma harakatda jism barcha nuqtalarining traektoriyalari bir xilda va bir-biriga parallel bo'ladi.



$$|AB| = |A_1B_1|$$

$$AB \parallel A_1B_1$$

Agar A nuqtaning radius vektori $\vec{r}_A$, V nuqtaning radius vektori $\vec{r}_B$ bo'lsa, shakldan

ko'rinadiki, $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$

Ilgarilanma harakat ta'rifiga ko'ra

$$\vec{AB} = \text{const}$$

Demak

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{AB}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{AB}}{dt} = 0, \quad \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \vec{V}_B; \quad \frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{V}_A;$$

U holda $\vec{V}_A = \vec{V}_B$; (1)

Demak, qattiq jismning barcha nuqtalari berilgan vaqtda bir xil tezlik bilan harakatlanadi.

(1) tenglamani differentsiallasak,

$$\frac{d\vec{V}_B}{dt} = \frac{d\vec{V}_A}{dt} \quad \text{yoki} \quad \vec{a}_B = \vec{a}_A;$$

Demak, jism nuqtalarining tezlanishlari xam bir xil.

Shunday qilib, ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jism nuqtalarining traektoriyalari bir xil, tezlik va tezlanishlari esa geometrik teng bo'lar ekan.

Shuning uchun qattiq jismning ilgarilanma harakatini o'rganishda uning barcha nuqtalarining harakati tekshirib o'tirilmasdan, bitta nuqtasining harakati o'rganilsa kifoya.

Misollar:

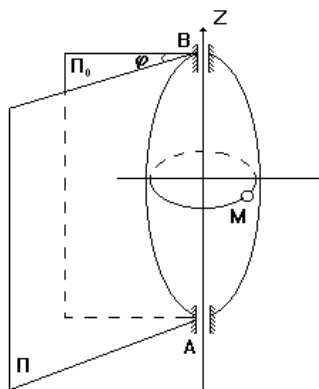
1. Tekis yo'lda harakat qilib ketayotgan avtomobil kuzovi ilgarilanma harakat qiladi.

2. ΔAVS , bir-biriga teng va parallel ikkita krivoship yordamida harakatga keladi. Uchburchak ilgarilanma harakat qiladi.

$$O_1A \perp O_2V \quad \text{va} \quad O_1A \parallel O_2V$$

2. Qattiq jismning ko'zg'almas o'q atrofida aylanma harakati. Burchak tezlik va burchak tezlanish.

Qattiq jismning ikkita nuqtasi maxkamlangan bo'lsa va bu jism harakatlanayotgan bo'lsa, qattiq jismning ta'rifiga ko'ra ikkita maxkamlangan nuqtalari orasidagi masofa ham o'zgarmasdan harakatsiz qoladi.



Bu ikkita nuqtaning birlashtiruvchi chiziq aylanish o'qi, bunday harakat qo'zg'almas o'k atrofidagi aylanma harakat deyiladi.

Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatini xarakterlash uchun ikkita tekislik o'tkazamiz. Ulardan biri jism bilan maxkam bog'langan, jism bilan birga harakatlanuvchi (P), ikkinchisi qo'zg'almas qilib o'tkazilgan P_0 tekislik.

Agar vaqtning funktsiyasi sifatida $\varphi = \varphi(t)$ - burchakning qiymatini aniqlash mumkin bo'lsa, jismning harakatini aniqlash mumkin.

φ - burchakni aylanish burchagi deyiladi.

$\varphi = \varphi(t)$ qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat tenglamasi deyiladi. Jism holatini bir qiymatli aniqlash uchun φ ning yo'nalishini ham bilish kerak. A - o'qining uchidan qaralganda soat strelkasiga teskari yo'nalishini musbat deb qabul qilamiz.

Aytaylik, t - vaqtdagi ikkita tekislik orasidagi burchak φ bo'lsin. $t+\Delta t$ vaqtdagisi $\varphi(t+\Delta t)$, bundan Δt vaqtda $\Delta\varphi = \varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)$ burchakka burilganligi kelib chiqadi.

$\omega_0 = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ - nisbatga cheksiz kichik vaqtdagi burchakning o'rtasha burilish tezligi deyiladi.

$\Delta t \rightarrow 0$ dagi qiymatga jismning burchak tezligi deyiladi.

$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$ - φ - ning o'zgarish qonuniga mos ravishda burchak tezlik musbat yoki manfiy bo'lishi mumkin.

Aylanish burchagi radianda, vaqt esa sekundda o'lshanadi.

Texnikada asosan jism tekis aylanayotgan bo'lsa, 1 minutdagi aylanishlar soni n beriladi. Burchak tezligi bilan 1 minutdagi aylanishlar soni orasida quyidagi bog'lanish mavjud. n - bir minutda aylanishlar soni, bir sekunddagi aylanishlar $\frac{n}{60}$ jism to'la aylanishda 2π ni bosib o'tadi. Bir sekundda esa

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \omega_0}{c}$$

Xususiylar.

1. Agar $\omega = \text{const}$ bo'lsa, harakat teng o'lshovli deyiladi.

$T=0$ da $\varphi=0$ bo'lsin, demak,

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \quad d\varphi = \omega dt;$$

$\varphi = \omega t$ — harakat tenglamasi

2. Agar $\varepsilon = \text{const}$ bo'lsa,

$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \text{const}$ -ni integrallab quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\omega = \varepsilon t + S_1; \quad \varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} + C_1 t + C_2$$

Boshlang'ish shartlaridan foydalansak, ya'ni $\varphi = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$

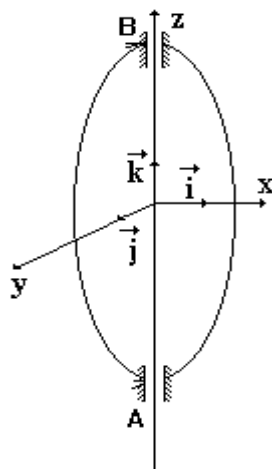
$T=0$ da $\varphi = \varphi_0$, $\omega = \omega_0$ bo'lsa, $S_1 = \omega_0$ va $C_2 = \varphi_0$ bundan tekis tezlanuvchan yoki tekis sekinlanuvchan harakat tenglamasi kelib chiqadi.

Burchak tezlik va burchak tezlanishning vektorligi.

Ko'zgalmas o'q atrofida aylanma harakat qilayotgan qattiq jism burchak tezligining vektori deb shunday kattalikka aytiladiki, bu vektorning moduli jismning aylanish

burchagidan vaqt bo'yicha olingan xosilaning absolyut kiymatiga teng, yo'nalishi aylanish o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. Bu vektorning uchidan qaraganimizda jism soat strelkasiga teskari ravishda aylanayotgan bo'ladi.

Demak, ta'rifga ko'ra



$$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{k} = \omega_z \vec{k} \quad (1)$$

$\vec{k}$, OZ - o'qining birlik vektori.

$\omega_z = \varphi'$ - burchak tezlik vektorining OZ o'kdagi proeksiyasi.

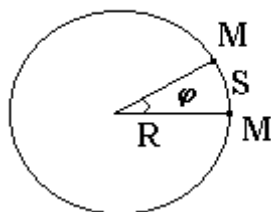
Burchak tezlik vektoridan vaqt bo'yicha olingan xosila burchak, tezlanish vektori deyiladi.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\omega_z}{dt} \vec{k} = \varepsilon_z \vec{k}, \quad (2)$$

$\varepsilon_z = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ - burchak tezligi vektorining OZ dagi proeksiyasi.

(2) dan ko'rinadiki, $\vec{\varepsilon}$ -ning yo'nalishi ham OZ o'qi bo'ylab yo'nalgan.

Endi qo'zgalmas o'q atrofida aylanma harakat qilayotgan qattiq jism ixtiyoriy nuqtasi tezlik va tezlanishlarini aniqlaymiz.



Aylanma harakat qilayotgan jismning ixtiyoriy M nuqtasini olamiz. Uning traektoriyasi aylanadan iborat bo'ladi. Aylanish o'qidan nuqtagacha bo'lgan masofa R bo'lsin. Nuqtaning qandaydir t vaqtda bosib o'tgan yo'li $MM_1 = S = R \cdot \varphi$ bo'ladi.

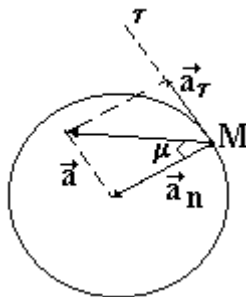
M nuqta tezligini topaylik.

$$V = \frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = R \cdot \omega \Rightarrow V = R \cdot \omega$$

Demak, aylanma harakatda tezlik burchak tezlik bilan nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa kupaytmasiga teng.

Ma'lumki, egri chiziqli harakatda nuqta tezlanishi normal va tangentsial tezlanishlar geometrik yig'indisiga teng.

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$



$$\vec{a}_\tau = \frac{du}{dt} = \frac{d(R \cdot \omega)}{dt} = R \cdot \varepsilon$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{V^2}{\rho} = \frac{(R \cdot \omega)^2}{R} = R \cdot \omega^2$$

$$a = R \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

To'la tezlanish bilan normal tezlanish orasidagi burchak μ bo'lsa,

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{|a_\tau|}{|a_n|} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}$$

Bir jism aylanma harakatini, shu jism bilan bog'langan ikkinchi jism xolatiga tatbiq etish mumkin.

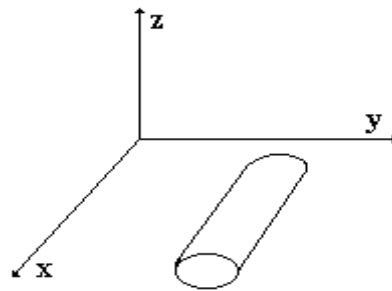
Masalan: Ikkita yetakchi va yetaklanuvchi g'ildiraklar burchak tezliklarining nisbati uzatishlar soni deyiladi. Ularning burchak tezliklarini ω_1, ω_2 , tishlar sonini z_1, z_2 , aylanishlar sonini n_1, n_2 , radiuslarini r_1, r_2 bilan belgilasak, uzaytirishlar soni quyidagicha bo'ladi

$$i_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

11 –MAVZU

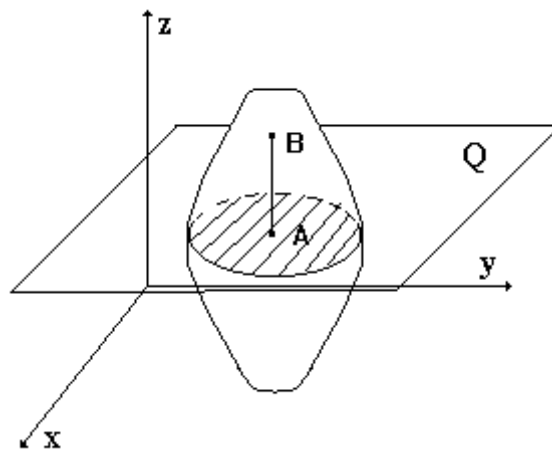
QATTIQ JISMNING TEKIS PARALLEL HARAKATI.

Ta'rif: Qattiq jismning hamma nuqtasi biror qo'zg'almas tekislikka nisbatan parallel harakat qilsa bunday harakat tekis parallel harakat deyiladi.



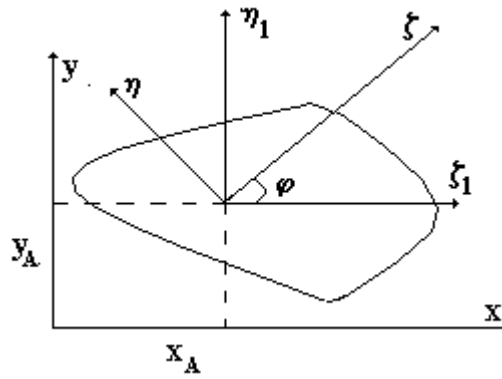
Bunday harakatga misol XY tekislikdagi dumalayotgan silindr harakatini qarash mumkin. Silindir asosi YZ tekisligiga doimo paral-lel qoladi.

Qattiq jismning ixtiyoriy tekis parallel harakatini qaraylik (rasm 2). Jismning hamma nuqtasi XY tekisligiga parallel harakat qilayotgan bo'lsin. Tekis harakat ta'rifidan va qattiq jism xossasidan ma'lumki XY tekisligiga parallel qilib olingan AV chiziq faqat ilgarilanma harakat qiladi, ya'ni bu chiziqning ixtiyoriy nuqtasining tezlik, troektoriya va tezlanishlari bir xil bo'ladi. Demak, jismning tekis harakatini o'rganish uchun XY tekislikka perpendikulyar qilib o'tkazilgan har bir chiziqning bitta nuqtasi harakatini o'rgansak yetarli bo'ladi. Ya'ni jismni XY tekislikka parallel qilib o'tkazilgan tekislik bilan kesib, shu kesim yuzasining harakatini tekshirsak yetarli bo'ladi.



Aytaylik $A\xi\eta$ koordinata sistemasi jism bilan mahkam bog'langan bo'lsin.

U holda jismning istalagan vaqtdagi XOY sistemasiga nisbatan holatini A nuqtaning koordinatalari X_A, Y_A va $A\xi$ va $A\xi_1$ o'qlari orasidagi φ burchagi orqali aniqlash mumkin. ($A\xi_1$ va $A\eta_1$, o'qlar OX va OY o'qlarga mos ravishda parallel shuning uchun bu o'qlar ilgarilanma harakat qiladi).



(Rasm 3)

$$\left. \begin{aligned} x_A &= x_A(t) \\ y_A &= y_A(t) \\ \varphi &= \varphi(t) \end{aligned} \right\}$$

Bu tenglamalar tekis parallel harakat tenglamalari deyiladi.

1. Tekis harakatda jism nuqtalarining tezligi.

Aytaylik XOY qo'zg'almas koordinatalar sistemasi bo'lsin. A $\xi_1\eta_1$ koordinatalar sistemasi ixtiyoriy A nuqtaning boshlang'ich holati bo'lib, ilgarilanma harakat qilsin. A $\xi_1\eta_1$ - sistema jism bilan mahkam bog'langan. Shakldan (Rasm 4)

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{AB} \quad (2)$$

differentsiallasak.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}_B}{dt} &= \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{r}_{AB}}{dt} \\ \frac{d\vec{r}_B}{dt} &= \vec{V}_B; \quad \frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{V}_A \\ \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} &= \vec{V}_{BA} - \text{bilan belgilaymiz.} \end{aligned}$$

V nuqtaning A nuqta atrofida aylanishidan hosil bo'lgan tezlik. Ya'ni V nuqta A $\xi_1\eta_1$ - o'qi atrofida aylanadi. Biz aylanma harakatdagi tezlikni bilamizki,

$$\vec{V}_{BA} = \left[\vec{\omega}_A \cdot \vec{BA} \right], \quad (4)$$

Bu yerda ω_A - jismning A nuqtasi (A $\xi_1\eta_1$ o'qi) atrofida aylanish burchak tezligi. A nuqta qutb nuqta deyiladi.

(3) formula quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \quad (5)$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \left[\vec{\omega}_A \cdot \vec{BA} \right] \quad (6)$$

Tekis parallel harakatda jismning ixtiyoriy V nuqtasining tezligi, qutb deb ataluvchi A nuqta tezligi bilan A nuqta atrofida V nuqtaning aylanishidan hosil bo'lgan tezliklarning geometrik yig'indisiga teng.

Jismning aylanish burchak tezligi qutb nuqtasining qaerdan tanlab olganimizga bog'liq emas. Shuning uchun $\omega_A = \omega_V = \omega$ qutb nuqta atrofida aylanish yo'nalishi burchak tezlikning Aξη o'qidagi proeksiyasiga qarab aniqlanadi.

$\omega_Z > 0$ bo'lsa harakat soat strelkasiga teskari, $\omega_Z < 0$ bo'lsa, harakat soat strelkasi bo'ylab bo'ladi.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \left[\vec{\omega}_A \cdot \vec{BA} \right] \quad (7) \quad \vec{\omega} \perp \vec{BA}$$

$$V_{BA} = \omega \cdot BA$$

A nuqtaning tezligi ma'lum bo'lsa va ω_Z -ning ishorasiga qarab V nuqtaning tezligi quyidagicha topiladi.

$$a) \omega_Z > 0$$

$$b) \omega_Z < 0$$

Teorema: Tekis harakatda jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi tezligining shu nuqtalardan o'tuvchi o'qdagi proeksiyalari o'zaro teng.

$$\left(\vec{V}_B \right)_{np AB} = \left(\vec{V}_A \right)_{np AB} + \left(\vec{V}_{BA} \right)_{np AB}$$

$\vec{V}_{BA} \perp \vec{AB}$ – bo'lgani uchun. $\left(\vec{V}_{BA} \right)_{AB} = 0$ demak $\left(\vec{V}_B \right)_{AB} = \left(\vec{V}_A \right)_{AB}$

1. Shakldagi krivoship-shatunli mexanizmning V polzuni tezligi topilsin.
 $AC = CB = l$, AS krivoshipning burchak tezligi ω , $AB \perp BS$

$$\left(\vec{V}_C \right)_{BC} = \left(\vec{V}_B \right)_{BC}$$

$$V_C = V_B \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$V_B = V_C \cdot \sqrt{2} = \omega \cdot l \cdot \sqrt{2}$$

TEZLIKLAR ONIY MARKAZI. TSENTROIDALAR.

Tekis parallel harakatda qarayotgan vaqda tezligi no'lga teng bo'lgan nuqtaga tezliklar oniy markazi deyiladi.

Tezliklar oniy markazining mavjudligi haqidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema: Agar tekis shaklning tezligi no'ldan farqli bo'lsa, unda tezliklar oniy markazi mavjuddir.

Aytaylik tekis shaklning ixtiyoriy A nuqtasining tezligi $\vec{V}_A$ - ni yo'naltirib, unga $\perp$ qilib A nuqtadan $AP = \frac{V_A}{\omega}$ masofada qo'yamiz. $\omega = \vec{\varphi} > 0$ bo'lsin. U holda R nuqtaning tezligi no'lga tengligini isbotlaymiz. Ya'ni R nuqta tezliklar oniy markazi. Tezliklar formulasiga binoan

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{PA}$$

$\vec{V}_{PA}$ - perpendikulyar AR - ga va $\vec{V}_A$ - ga parallel, AR ning qurilishiga ko'ra $\vec{V}_A$ va $\vec{V}_{PA}$ qarama-qarshi yo'nalgan. $\vec{V}_{PA}$ - ning moduli quyidagicha:

$$V_{PA} = \omega \cdot AP = \frac{V_A}{\omega} \cdot \omega = V_A$$

Demak, V_{PA} va V_A - o'zaro teng va qarama-qarshi yo'nalgan. Shuning uchun ularning yig'indisi no'lga teng. R nuqtaning tezligi $V_P = 0$. R nuqtani qutb nuqta deb qabul qilib, ixtiyoriy A nuqtaning tezligini yozamiz.

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \left[\vec{\omega} \cdot \vec{PA} \right] = \left[\vec{\omega} \cdot \vec{PA} \right] \quad (\vec{V}_P = 0 \text{ bo'lgan uchun})$$

Demak, tekis harakatda ham nuqtalarning tezliklari xuddi aylanma harakatdagi tezlik kabi bo'ladi. Bu yerda qo'zg'almas o'q rolini oniy aylanish o'qi o'ynaydi. Oniy aylanish o'qi harakat tekisligiga perpendikulyar bo'ladi.

Shunday qilib, tekis shakl barcha nuqtalarining tezliklari R nuqta bilan shu nuqtani tutashtiruvchi chiziqqa perpendikulyar bo'ladi ($YA \perp AR$), tezlik moduli esa R nuqttagacha bo'lgan masofaga proportsional ($V_A = \omega RA$). Agar bizga tezliklar oniy markazi va biror nuqtaning tezligi ma'lum balsa, tekis shakl barcha nuqtalarining tezliklarini topish mumkin.

Masalan: A nuqta tezligi va R nuqta xolati ma'lum bo'lsin. U holda

$$\omega = \frac{V_A}{AP}$$

$$V_B = \omega \cdot BP = \frac{BP}{AP} \cdot V_A$$

Tezliklar oniy markazining xossasidan foydalanib quyidagi hollarda oniy markazning holatini aniqlashimiz mumkin. Ikkita A va V nuqtalarning tezliklarining yo'nalishlari ma'lum bo'lsin.

Agar bir jism ko'zg'almas ikkinchi bir jism ustida sirpanmasdan dumalayotgan bo'lsa R nuqtaning o'ni ular tegib turgan nuqtada bo'ladi.

Tekis parallel harakatning aylanma harakatdan farqi shundaki, tekis parallel harakatda aylanish o'qi har onda o'zgarib turadi.

Agar tekis shakl harakatidagi har ondagi aylanish nuqtasini belgilab borsak qo'zg'aluvchi va qo'zg'almas tekisliklarda bu nuqtaning izi ya'ni chiziq hosil bo'ladi.

Qo'zg'almas tekislikda tezliklar oniy markazining qoldirgan geometrik o'rniga qo'zg'aluvchi tsentroida deyiladi.

Masala: 1. Ikki polzunli krivoship-shatunli mexanizmda krivoship $OA = 15$ sm.

O nuqta atrofida $\omega_0 = 2 \cdot c^{-1}$ o'zgarmas burchak tezligi bilan aylanadi. Shatun uzunliklari $AV = SD = 60$ sm, $AS = 20$ sm. OA krivoship o'ng tomonda gorizontol holda turganda AV va SD shatunning burchak tezliklari va D polzunning tezligi aniqlansin.

Bu holda AV shatunning tezliklar oniy markazi V nuqta bilan ustma-ust tushadi. $V_A = \omega_0 \cdot OA$, ikkinchi tomondan $V_A = \omega \cdot AB$. ω - AV ning burchak tezligi.

$$\omega = \frac{\omega_0 \cdot OA}{AB} = 0,5 \text{ s}^{-1}$$

$$V_C = \omega \cdot BC = 20 \text{ sm/s}$$

$$\vec{V}_C \perp \vec{BC}$$

Endi ω_{DC} - ni aniqlaymiz. $\vec{V}_C \parallel \vec{BC}$ - dan. $\omega_{DC} = 0$, $\vec{V}_C = \vec{V}_D$, $V_C = V_D = 20 \text{ sm/s}$.

TEKIS SHAKL NUQTALARINING TEZLANISHI. TEZLANISHLAR ONIY MARKAZI.

Ma'lumki, $V_B = V_A + [\omega_A \cdot AB]$ buni vaqt bo'yicha differentsiallasak.

$$\frac{d\vec{V}_B}{dt} = \frac{d\vec{V}_A}{dt} + \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt} AB \right] + \left[\vec{\omega} \frac{dAB}{dt} \right]$$

$$\frac{dAB'''}{dt} = \left[\vec{\omega} AB \right] = \vec{V}_{BA} \quad ; \quad \frac{d\vec{V}_A}{dt} = \vec{a}_A$$

bu yerdagi $-\varepsilon$ vektor ham ω vektor kabi shakl tekisligiga perpendikulyar

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}(\varphi \vec{k}) = \varphi \vec{k}$$

Demak, A va V nuqtalar tezlanishlari orasida qo'yidagi bog'lanish bor.

$$\vec{a} = \vec{a}_A + \left[\vec{\varepsilon} AB \right] + \left[\vec{\omega} \vec{V}_{BA} \right] \quad (7)$$

(7)dagi oxirgi 2 - ta had V nuqtaning A nuqta atrofida aylanma harakatini aniqlaydi,

$\vec{a} = \vec{a}_A + \left[\vec{\varepsilon} AB \right] + \left[\vec{\omega} \vec{V}_{BA} \right]$. Aylanma harakatdan bizga ma'lumki, $\vec{a}_{BA}^n = \left[\vec{\omega} \vec{V}_{BA} \right]$ va

$\vec{a}_{BA}^\tau = \left[\vec{\varepsilon} AB \right]$ deb belgilashimiz mumkin. Bo'larning a_{BA}^n va a_{BA}^τ - modullari qo'yidagicha:

$$a_{BA}^n = \omega^2 BA; \quad a_{BA}^\tau = \varepsilon BA$$

Demak, V nuqtaning tezlanish uchta vektorning geometrik yig'indisi sifatida aniqlanadi.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} + \vec{a}_{BS} \quad (8)$$

Tekis shakl ixtiyoriy v nuqtasining tezlanishi qutb deb qabo'l qilingan $\overline{A}$ nuqtaning va V nuqtani shu A nuqta atrofida aylanishidan hosil bo'lgan tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng (8) dan ko'rinib turibdiki, tekis harakatda jism nuqtasining tezlanishi aniqlash uchun jismning burchak tezligi, burchak tezlanishini topishimiz kerak va qutb nuqtasini topishimiz kerak. Qutb nuqta uchun shunday nuqtani tanlash kerakki, bu nuqta tezlanish masala shartidan topish oson bo'lsin. 11 shakldan

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\left| \vec{a}_{BA}^{\tau} \right|}{a_{BA}} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}; \quad (9)$$

Demak, 1) burchak qutbning tanlanishiga bog'liq emas 2) Fiksirlangan ma'lum vaqtda

Bu tenglikda $\frac{d\vec{V}_B}{dt} = \vec{a} \quad ; \quad \frac{d\vec{a}_A}{dt} = \vec{a}_A$

MUNDARIJA

Beti

1-MAVZU

Nazariy mexanika faniga kirish. Statika Statika aksiomalari.....3

2-MAVZU

Bog'lanish va bog'lanish reaksiya kuchlari. Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proeksiyasi. Statikaning asosiy masalalari..... 8

3-MAVZU

Kesishuvshi kushlar sistemasini qo'shish. Bir nuqtada kesishuvshi kushlar sistemasining muvozanati.....	11
4-MAVZU	
Juflar nazariyasi. Nuqtaga va o'qga nisbatan kuch momenti.....	18
5-MAVZU	
Statikaning asosiy teoremasi. (Puanso teoremasi). Statik aniq va statik aniqmas masalalar. Jismlar sistemasining muvozanat sharti.....	22
6-MAVZU	
Fermalar hisobi. Fermalar to'g'risida tushunsha. Tekis fermalarni analitik usulda hisoblash.....	29
7-MAVZU	
Ishqalanish hisobga olinganda qattiq jism muvozanatini tekshirish.....	31
8-MAVZU	
Parallel kuchlar markazi va qattiq jismning og'irlik markazi. Og'irlik markazini topishning ba'zi bir usuli	35
9-MAVZU.	
Nuqta kinematikasi. Harakatni berilish usullari. Nuqtaning tezlik vek-tori. Nuqtaning tezlanish vektori. Nuqtaning normal va urinma tezlanish-lari.....	39
10- MAVZU.	
Qattiq jism kinematikasi. Qattiq jismning ilgarilanma va qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakati. Burshak tezlik va burshak tezlanish tushunsha-lari.....	49
11-MAVZU.	
Qattiq jismlarning parallel harakati.....	55
12 - MAVZU.	
Nuqtaning murakkab harakati. Vektorning absolyut va nisbiy xosilasi. Tezliklarni kochish xakida teorema.....	65
13- MAVZU.	
Qattiq jismning murakkab harakati. Masalaning kuyilishi. Ilgarilanma harakatlarni ko'shish. Kesishuvshi o'q atrofidagi aylanma harakatlarni qo'shish. Juft aylanish. Parallel o'qlar atrofidagi aylanma harakatlarni qo'shish. Ilgarilanma va aylanma harakatlarni qo'shish.....	71

Foydalanilgan adabiyotlar

1. P.Shoxaydarova, Sh.Shoziyotov, J.Zoirov "Nazariy mexanika" Toshkent: "O'qituvchi", 1991 y.

2. T.Rashidov va boshqalar “Nazariy mexanika asoslari” - Toshkent: “O`qituvchi” , 1990 y.
3. I.V.Mesherskiy “Nazariy mexanikadan masalalar to`plami”-Toshkent: “O`qituvchi”, 1990 y.
4. A.A.Yablonskiy “Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to`plami” - Toshkent: “O`qituvchi” , 2002 y.
5. O.E.Kepe, Ya.A.Viba, O.P.Grapis, “Nazariy mexanika fanidan qisqa masalalar to`plami”-Toshkent: “Yangi asr avlodi”, 2008 y.