

**“ЎЗБЕКИСТОН ТЕМИР ЙЎЛЛАРИ” АКЦИЯДОРЛИК
ЖАМИЯТИ**

ТОШКЕНТ ТЕМИР ЙЎЛ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИ

Кафедра “Электр алоқа ва радио”

Р Е Ф Е Р А Т

**МАВЗУ: Энг оддий чақириқ оқими. Энг оддий чақириқ оқимини
математик модели**

***Бажарди: ТК-42 гуруҳ талабаси
Эгамов Ф.***

Текширди: асс. Мирсагдиев О.А.

Тошкент – 2015

Энг оддий чақириқ оқими

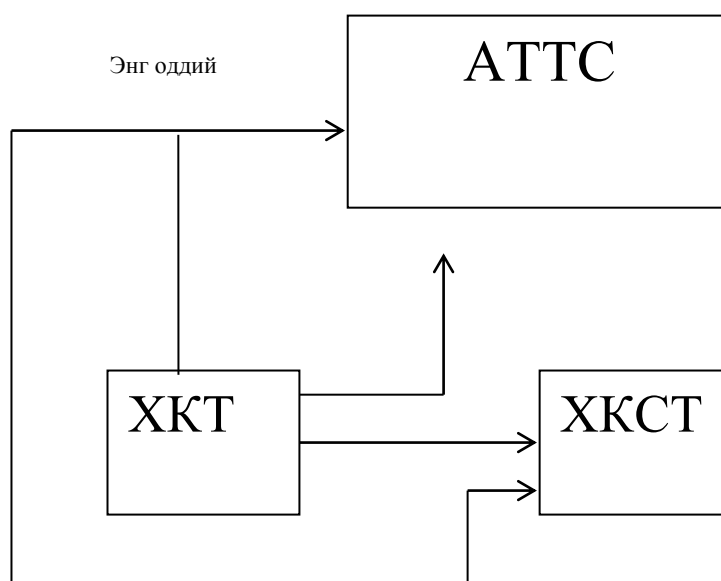
Энг оддий чақириқ оқимини математик модели

Режа

1. Энг оддий чақириқ оқими.
2. Тушаётган k чақирув оқимлар эҳтимолиги
3. Энг оддий чақириқ оқимининг математик модели.

1. Энг оддий чақириқ оқими

Энг оддий чақириқ оқимларини қуйидаги модель асосида кўриб чиқамиз.



Расм. 1. Энг оддий чақириқ оқимларини модели

Бу ерда:

АТТС – ахборотни тақсимлаш тизими структураси.

ХКТ- хизмат кўрсатиш тартиби (кутиш ва йўқотишли).

ХКСТ- хизмат кўрсатиш сифати характеристикаси.

Агар хизмат кўрсатиш сифати характеристикаси (ХКСТ) топиш керак бўлса унда:

$$\text{ХКСТ} = f(\text{ЧО}, \text{ХКТ}, \text{АТТС})$$

Энг оддий чакирув оқимлари куйидаги параметрлар билан характерланади:

- оқим етакчи функцияси;
- оқим параметри;
- оқим интенсивлиги (жадаллиги).

Ялпи (оммавий) хизмат кўрсатиш тизимларида энг кўп қўлланиладиган чакирувлар оқимининг энг кўп тарқалган реал (ҳақиқий) модели бу энг оддий чакирувлар оқимидир.

Ҳақиқатдан ҳам, юқорида айтилганидек, чакирувлар оқимларини классификация принциплари кўрилганда, катта гуруҳдаги абонентлардан келаётган чакирувлар оқими сўнги таъсирсизлик, ординарлик, стационарлик хусусияти билан характерлаб, агар кўрилаётган вақт оралиғи 1-3 сек. билан чекланса оқимни стационар деб ҳисоблаш мумкин.

Демак кейинги таъсири йўқ стационар, ординар оқимлар оддий чакириқлар оқимиға мисол бўлади.

2. Тушаётган k чакирув оқимлар эҳтимолиги

ОЧО масаласини ечишда $P_k(t_0, t_0 + t)$ эҳтимоликдан фойдаланамиз.

Бу эҳтимоллик кўрсатадики, тизимға t_0 - вақт оралиғидан t –вақт оралиғигача аниқ k –эҳтимолликдаги чакирув тушади. Энг оддий чакирув оқимини математик моделиға мисол қилиб 3.2-расмни келтириш мумкин.



Расм. 2. Энг оддий чақирув оқимини математик моделига мисол

Агар $[t_0, t_0 + t + \tau] = [t_0, t_0 + t] + (t + \tau)$ вақт оралиғини, икки қисмга бўлинган деб қарасак. $[t_0, t_0 + t + \tau]$

У ҳолда:

Бунинг учун, $[t_0, t_0 + t + \tau]$ биринчи вақт оралиғида аниқ k чақириқ тушди, бу чақириқ биринчи вақт оралиғига тушган керакли чақириқларни ва иккинчи вақт оралиғига тушган чақириқлар $k, k-1, \dots, k_i$ ёки k чақириқларни ташкил этади. Демак $0, 1, \dots, i$ вақт оралиғида k –та чақириқлар тушиш эҳтимоллиги

$P_k[t_0, t_0 + t + \tau]$ га тенг деб айтиш мумкин.

Келтирилган эҳтимоликдан келиб чиқиб чақириқ тушуш эҳтимоли қисмларини қўйидагича белгилаш мумкин:

- $P_{k-1}(t_0, t_0 + t)$ –биринчи вақт оралиғи;
- $P_i(t_0, t + \tau)$ –иккинчи вақт оралиғи.

Оддий чақириқ оқимининг тарифига кўра у стационар шу сабабли унга бирон бир чақириқ тушуш вақт оралиқлари эҳтимоли ёки $[t_0, t_0 + t + \tau]$ ни ҳисоблаш вақтига боғлиқ эмас.

Демак оддий оқим деб- ходисанинг соф оқимига айтиш мумкин, бунда чақириқларнинг тушиши вақтга ва аввалги ходисаларга боғлиқ бўлмасдан ҳақиқатдан фақат воқеа бўйича аниқланади.

Чақириқ тушиш қисмлари оралиғи эҳтимоликлари ифодаларини соддалаштирсак:

$$P_k(t_0, t_0 + t + \tau) = P_k(t + \tau)$$

$$P_i(t_0, t_0 + t)$$

$$P_{j-1}(t_0 + t, t_0 + t + \tau) = P_j(\tau)$$

кўринишга эга бўлади.

Оддий чақирик оқими кейинги таъсири йўқ оқим ҳисоблангани учун, ходиса мустақилдир, шунинг учун биринчи ва иккинчи вақт оралиқларига вақт оралиғида аниқ k –та чақирик тушиш эҳтимоли $i = 0, 1 \dots k$ бўлганда.

$$P_k(t + \tau) = P_k(t) * P_0(t, t + \tau) + P_{k-1}(t) * P_1(t, t + \tau) + \dots + P_0(t) * P_k(t, t + \tau);$$

$$P_k(t + \tau) = \sum_{i=1}^K P_i(t) P_{k-i}(\tau).$$

Келтирилган ифодалар системаси чексиз тенгламалардан иборатлиги учун вақт оралиқларини $\tau \rightarrow 0$ чеклаймиз. Бунинг натижасида оқимнинг ординарлиги $\Pi_2(t, t + \tau) = O(\tau), \tau \rightarrow 0$.

$\Pi_2(\tau)$ -тизимга битта ёки иккита чақирик тушиш интервали, олинган ифодаларни юқоридаги ифодага қўлласак у қўйидаги кўринишга эга бўлади.

$$P_k(t + \tau) = P_k(t) * P_0(\tau) + P_{k-1} * P_1(\tau) + O(\tau)$$

бундан $P_0(\tau)$ битта ҳам чақирик келиб тушмаслик эҳтимоли. $P_1(\tau)$ битта чақирик келиб тушиш эҳтимолликлари ифодасини ҳосил қиламиз.

$$\Pi_1(\tau) = P_1(\tau) + P_2(\tau)$$

$$\Pi_1(\tau) = P_1(\tau) + P_2(\tau)$$

$$\Pi_2(\tau) = P_2(\tau) + P_3(\tau)$$

$$P_1(\tau) = \Pi_1(\tau) - \Pi_2(\tau) = \lambda \tau + O(\tau)$$

бу ерда $O(\tau)$ – оқимнинг ординарлиги

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Pi_2(t, t + \tau)}{\tau} = 0 \quad \Pi_2(t, t + \tau) = O(\tau)$$

$$\lambda(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Pi_1(t, t + \tau)}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Pi_1(\tau)}{\tau}$$

$$\Pi_1(\tau) = \lambda(t)\tau + O(\tau)$$

$$\Pi_1(\tau) = \lambda \tau + O(\tau)$$

$$P_0(\tau) = (\Pi)_0(\tau) - \Pi_1(\tau)$$

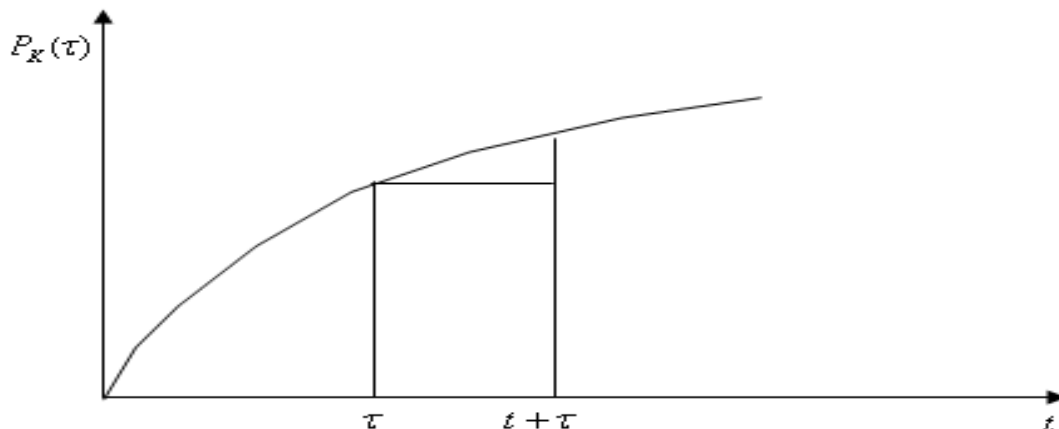
$$P_0(\tau) = 1 - \Pi_1(\tau) = 1 - \lambda \tau + O(\tau)$$

$$P_k(t + \tau) = P_k(t) [\lambda \tau + O(\tau)] + P_{k-1}(t) * \lambda \tau + O(t)$$

$$\frac{P_k(t + \tau) - P_k(t)}{\tau} = \lambda P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + \frac{O(\tau)}{\tau}$$

Энг оддий чақириқлар оқимини аниқлаш зарур бўлсин. Бунда $t_1, t_2, \dots, t_i$ вақт интервали оралиқларида тизимга тушаётган чақириқларни сонини аниқлашда 3.3-расмдан ва кўйидаги ифодалардан фойдаланамиз:

$$P'_k(t) = -\lambda P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$



Расм.3. Тизимга тушаётган чақириқларни сонини аниқлашда

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{P_k(t + \tau) - P_k(t)}{\tau} = -\lambda P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t)$$

3. Энг оддий чақириқ оқимининг математик модели

Энг оддий оқимнинг хоссаларидан келиб чиқиб, эҳтимоллар назариясининг маълум ифодаларидан фойдаланиб, дифференциал тенгламалар системасини ҳосил қилиш мумкин ва энг оддий оқимда аниқ K -чақирувларнинг t -вақт оралиғида тизимга келишини Пуассон формуласи билан аниқлаш мумкин:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{K!} e^{-\lambda t}$$

Шу сабабли баъзида энг оддий оқимни стационар Пуассон оқими деб аташ мумкин. Энг оддий оқимнинг асосий характеристикалари. параметрларги эга n -та бир-бирига боғлиқ бўлмаган энг оддий $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$ оқимларни бирлаштириб параметрли умумий оддий оқимни ҳосил қилиш мумкин. Тизимга роппа-роса K –чақирув-ларнинг t -вақт оралиғида келиш эҳтимолини аниқлашда Пуассон функциясидан фойдаланамиз. Бунда:

$$P_k(t) = \frac{[(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t]^k}{K!} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}$$

Келаётган чақирув оқимларнинг барча мумкин бўлган сони, унинг кўриляётган t - вақт оралиғидаги йиғиндисини 1 -га тенглаштириш мумкин:

$$\sum P_k(t) = 1$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = e^{-\lambda t} \sum \frac{(\lambda t)^k}{K!} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t} = 1$$

Демак $t = 1$ бўлганда

$$P_k(f) = P_n \frac{\lambda^k}{K!} e^{-\lambda}$$

Бу ерда $P_k(f)$ функцияси дискрет тасодифий K - микдорнинг тақсимот функциясидир.

Бунда $M(K)$ ва $D(K)$ микдорнинг мос равишда математик кутилиши ва дисперциясидир.

$t=1$ бўлганда ; $M(K) = D(K) = \lambda$ демак, $D(K) = \sqrt{\lambda}$

қиймати ортиши билан эгри чизик узлуксиз тасодифий микдорнинг қонун тақсимотига яқинлашади.

- Тизимга тушаётган чақириқларни сонини топишда Пуассон формуласидан фойдаланамиз:
- Мисол учун:
- $\lambda = 180$ чақириқ / соат
- $t = 8$ минут
- $K = 5$
- Топиш керак $P_K(t) = ?$
- Масаланинг ечими:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{K!} e^{-\lambda t} = \frac{(180 * 8 / 60)^5}{5!} e^{-180 * 8 / 60} = 0,3$$

i-дан кўп чақириқ келиш эҳтимолини топишда

$$P_i > i(t) = \sum_{K=i+1}^{\infty} P_k(t)$$

$$\sum_{K=0}^{\infty} P_k(t) = 1$$

$$P_i > i(t) = \sum_{K=i+1}^{\infty} P_k(t) = 1 - \sum_{K=0}^i P_k(t)$$

Ностационар Пуассон оқими

Ностационар Пуассон оқими деб (баъзида уни ўзгарувчи параметли оқим ёки ностационар энг оддий оқим деб аташади) t - чекланган параметри мавжуд бўлган сўнг таъсирсиз ординар оқимга айтилади. Бу оқимнинг параметри унинг ностационарлик хоссасини инобатга олган ҳолда, энг оддий оқимнинг $[t_0, t]$ параметри каби вақт оралиғи катталигига, ҳамда t_0 - бошланғич вақт онига ҳам боғлиқ бўлади. Ноординар Пуассон оқими учун t -вақтда n -та чақирувчи вақт онлари бўлиш эҳтимолини Пуассон формуласи асосида аниқланади.

$$P_k(t_0, t) = \frac{[\int_{t_0}^t \lambda(u) du]^k}{K!} e^{-\int_{t_0}^t \lambda(u) du}$$

Ноординар Пуассон оқими учун чақирувчи вақт онлари оқимини ва чақирувлар оқимини фарқлаш лозим.

Чақирувчи вақт онлари оқими бу t -вақт оралиғида аниқ i -чақирувчи вақт онлари эҳтимоли билан тавсифланади. Бу эҳтимоллик Пуассон формуласи асосида аниқланади, бундан кўринадикки, ҳар бир чақирик онда тушаётган чақириклар сони ўзгармас миқдордир ва l -га тенг, уни оқимининг ностационарлиги деб атаймиз ҳамда қуйидаги ифода орқали аниқлаймиз:

$$K = \frac{n}{e} \dots n = \frac{K}{e}$$

$$P_{\frac{K}{e}}(t) = \frac{(\lambda t)^{\frac{K}{e}}}{(\frac{K}{e})!} e^{-\lambda t}$$

Бошқа ноординар оқимлар учун ноординарлик тавсифи тасодифий миқдордир.

Симметрик оқим

Примитив оқим (манбалари чекланган оқим)

Примитив оқим деб, шундай симметрик оқимга айтиладикки, унинг параметри шу вақт ондаги бўш (озод) манбалар сонига тўғри пропорционал бўлади, яъни:

$$\lambda_i = (n - i)\alpha$$

Бу ерда: n -чақирувлар манбаларининг умумий сони;

l - банд манбаларнинг сони;

α - эркин ҳолатдаги манба оқимнинг параметри.

$n \rightarrow \infty$ ва $\alpha \rightarrow \infty$ бўлганда энг оддий оқим моделига айланади, чунки унинг параметри коммутацион тизимнинг ҳолатига боғлиқ бўлмайди.

Чегараланган сўнги таъсирли чақирув оқими

Чақириклар орасидаги вақт бир- бирига боғлиқ бўлмаган ва тасодифий миқдордирга эга оқимларни чегараланган сўнги таъсирли оқим деб атаймиз.

Чегараланган сўнги таъсирли оқимни қуйидаги ифода кўринишида белгилаймиз:.

$$F_K(t) = P\{Z_K \leq t, K = 1, 2\}$$

Чегараланган сўнги таъсирли оқимнинг хусусий ҳоли бу рекурент оқимдир шунинг учун уни қуйидаги ифода орқали белгилаймиз:

$$F_1(t) = F_2(t) = F_3(t) \dots = F(t)$$

Рекурент оқимининг хусусий ҳолати деб, энг оддий чақиров оқимини тушуниш мумкин.

$$F(t) = P\{z \leq t\} = 1 - e^{-\lambda t}$$

Оддий сўнг таъсирли оқим

Оддий сўнг таъсирли оқимларнинг асосий характеристикаси бу оқим параметрининг ихтиёрий t вақт онда коммутацион тизимнинг ҳолатига боғлиқ бўлишидир.

Коммутацион тизимнинг S - кўплик ҳолатига эса, коммутацион тизимнинг кириш ва чиқишларини боғловчи каналлар номерлари ва х.к. ни киритамиз. Коммутацион тизим доимо кириш, чиқиш ва боғловчи линияларнинг чекланган сонига эга бўлганлиги учун, тизимнинг мумкин бўлган ҳолатлари сони ҳам чеклангандир. Коммутацион тизимнинг бундай ҳолатлари микроҳолатлар дейилади. Коммутацион тизимнинг фақат банд бўлган киришлари (чиқишлар) сони фарқланадиган ҳолати тизимнинг макроҳолати дейилади.

Демак коммутацион тизимнинг $S(t)$ ҳолати ёки чақировчи оқим параметри деганда қуйидаги $\lim$ тушинилади.

$$\lambda_{s(t)} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\pi_1(t, t + \tau) / S(t)}{\tau}$$

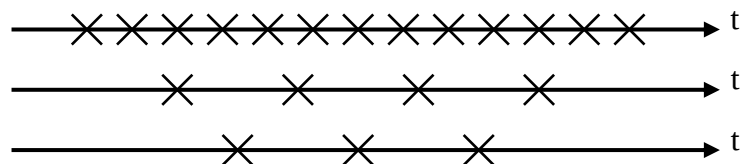
Оддий сўнг таъсирли оқим деб оддий сўнг таъсирли ординар оқим тушунилади, бундай оқим учун ихтиёрий t -вақтнинг $S(t)$ -онида чекланган ҳолатдаги оқим параметри мавжуд бўлиб, у фақат t -вақт онда $S(t)$ коммутацион тизимнинг ҳолатига боғлиқ бўлади ва t -вақт онигача чақировлар хизмат кўрсатиш жараёнига боғлиқ бўлмайди. Бошқача қилиб айтганда: оддий сўнг таъсирли оқимнинг параметри ихтиёрий t -вақт онда тизимнинг шу ондаги ҳолатига боғлиқ бўлади, тизимнинг ҳолати эса ўз навбатида t вақт онигача келган чақировлар ва уларга хизмат кўрсатиш жараёнига боғлиқ бўлади. Оддий сўнг таъсирли оқим тушунчаси оқимлар назариясида энг умумий тушунчалардан биридир. Амалда ихтиёрий оқимни оддий сўнг таъсирли оқим деб қабул қилиш мумкин, чунки коммутацион тизимга ҳар доим чақировлар келиши таъсир қилади.

Симметрик оқим деб, $\lambda_{s(t)}$ -параметри ихтиёрий t -вақт онда шу онда хизмат кўрсатилаётган фақат τ - чақировлар сонига боғлиқ бўлган ва коммутацион тизимнинг $\lambda_{s(t)}$ -ҳолатини аниқловчи бошқа тавсифларга боғлиқ бўлмаган оддий сўнг таъсирли оқимга айтилади.

Бунда параметрнинг чақировларга хизмат кўрсатиш сонидан боғлиқлигининг қонуниятини ихтиёрий бўлиши мумкин. Шунинг учун, i хизмат кўрсатилаётган чақировлардаги ихтиёрий ҳолатдиги симметрик оқимлар бир хил бўлиб фақат i га боғлиқ бўлади, яъни: $\lambda_{s(t)} = \lambda_i$.

а. Эрланг оқими ва озод бўлиш оқими

Эрланг оқими ҳам чегараланган сўнги таъсирли оқимиға мансубдир. Эрланг оқими дастлабки оддий потокни саралаш натижасида ҳосил қилинади.



Расм. 4. Эрланг оқими

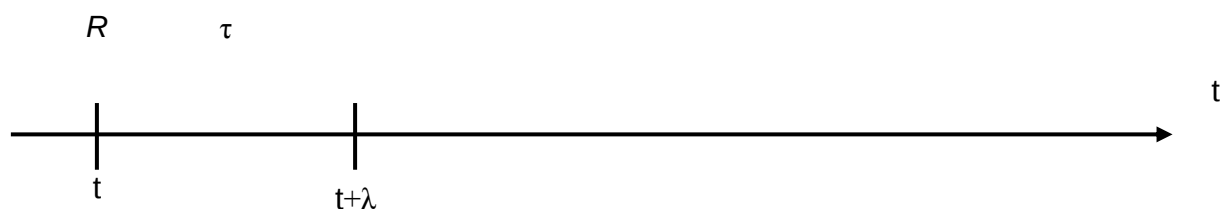
i - тартибли Эрланг оқимини i -чақириқни ташлаб юбориш ва $(i+1)$ чақириқни сақлаб қолиш йўли билан ҳосил қилинади.

Эрланг оқими асосий хусусиятлари:

Чақириқлараро оралиқлар бир-бирига боғлиқ эмас ва бир хилда тақсимланган, бўлиб уларни бир хилдаги бир –бирига боғлиқ бўлмаган вақт оралиқларидаги оддий потокларни йиғиш орқали ҳосил қиламиз.

$$\lambda_m = \frac{\lambda}{m+1}$$

Чақириқларга хизмат кўрсатишнинг тугаш онини кетма-кетлиги озод бўлиш оқими дейилади. t -вақт онда K линия банд ҳолатда деб фараз қиламиз, $t+\lambda$ -вақтда аниқ i линия озод бўлиш эҳтимоллигини аниқлаймиз.



Расм. 5. Озод бўлиш оқими

$$P_i(R, \tau) = C_K^i P^i (1 - P)$$

Бу ерда P - вақтда битта линия озод бўлиш эҳтимоллиги. Абонентга хизмат кўрсатиш вақти экспоненциал қонунга риоя қилади, шунинг учун:

$$F(t) = 1 - e^{-\beta t}$$

Бу ерда β хизмат кўрсатиш жадаллиги

$$\beta = \frac{1}{t}$$

$\bar{t}$ -ўртача хизмат кўрсатиш вақти

$$P_i\{R, \tau\} = C_K^i P^i (1-P)^{K-i} = C_K^i P^i (1-e^{-\beta t})^i \cdot e^{-\beta(K-i)\tau}$$

бу ерда $P_0(K, \tau)$ -вақт ичида битта ҳам линия озод бўлмаслик эҳтимоллиги.

τ -вақт ичида битта линия озод бўлиш эҳтимоллигини топамиз.

$$P_1(\tau) = 1 - P_0(R, \tau) = 1 - e^{-K\beta\tau} = 1 - \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^j \frac{(K\beta\tau)^j}{j!} = K\beta\tau - \frac{(K\beta\tau)^2}{2!} + \frac{(K\beta\tau)^3}{3!} + \dots$$

$$= K\beta\tau + o(\tau)$$

$$\gamma = \lim(k\beta + \frac{o(\tau)}{\tau}) = k\beta$$

Бу ифодадан кўриниб турибтики озод бўлиш оқими ординарлик хусусиятига эга.

Туғилиш ва халок бўлиш жараёни – бу шундай жараёнки унда тизимнинг i ҳолатдан фақат қўшни ҳолатга ўтиш ($i+1$ ва $i-1$) ёки тизим i ҳолатда қолиш жараёнига айтилади. Бунд $\tau \rightarrow 0$ вақт ичида ҳолатнинг бирдан ортиқ ўзгариши юз бериш, эҳтимоллиги $o(\tau)$ га тенгдир.