ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

АЛИШЕР НАВОИЙ НОМИДАГИ
САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Васоити таълим доир ба ҳалли мисол ва масъалаҳо аз фанни “Геометрияи аналитики” қисми I

Услубий қўлланма

СамДУ ўқув-услубий кенгашининг
2015 йил 13-июндаги йиғилишида
кўриб чиқилган ва нашрга тавсия этилган
(8-мажлис баённомаси).

САМАРҚАНД – 2015

УЎК 513.3
УДК 516.0

Васоити таълим доир ба ҳалли мисол ва масъалаҳо аз фанни “Геометрияи аналитики”қисми I.Услубий қўлланма. –Самарқанд: СамДУ нашри, 2015.-140 бет

Ушбу услубий қўлланма аналитик геометрия фанидан мисол ва масалалар ечишга оид методик кўрсатмаларга бағишланган. Услубий қўлланма 2-қисмдан иборат бўлиб тақдим этилаётган биринчи қисми текисликдаги аналитик геометрия масалаларига доирдир.

Биринчи қисм 4-бобдан иборат. Ҳар бир бобда аввал мавзуга оид асосий назарий маълумотлар ва зарурий формулалар келтирилади, сўнг намунавий мисол ва масалалар ечиб кўрсатилган. Бобларнинг охирида мустақил ечиш учун бир қатор мисол ва масалалар келтирилади.

Услубий қўлланма бакалавриатнинг 5460100-математика, 5110200-физика таълим йўналишлари учун мўлжалланган бўлиб, амалдаги давлат таълим стандарти ва “Аналитик Геометрия” фани намунавий дастурига асосан тузилади.

Тузувчилар: Т.Э.БЎРИЕВ, Ҳ.О.ҲАЙДАРОВ

Масъул муҳаррир Ҳ.Х.Рўзимуродов, физика-математика фанлари номзоди, доцент

Тақризчилар: Я.М. Мухтаров, Самарқанд давлат университети Дифференциал тенгламалар кафедраси доценти

У.Х.Нарзуллаев,ТАТУ Самарқанд филиали доценти

ISBN 978-9943-4126-7-5

© Алишер Навоий номидаги Самарқанд давлат университети, 2015

Ушбу услубий қўлланма аналитик геометрия фанидан мисол ва масалалар ечишга оид методик кўрсатмаларга бағишланган. Услубий қўлланма икки қисмдан иборат. Биринчи қисм текисликда аналитик геометрияга оид бўлиб, иккинси қисм фазода аналитик геометрия масалаларига бағишланган.

Биринчи қисм 4-бобдан иборат. Биринчи бобда координаталар методининг асослари таҳлил қилинади. Иккинчи боб векторлар алгебрасига бағишланган. Учинчи бобда текисликда тўғри чизиқ масалалари баён этилган. Тўртинчи бобда иккинчи тартибли эгри чизиқлар, уларнинг каноник тенгламалари ва иккинчи дараљали икки номаълумли умумий тенгламани соддалаштириш масалалари ўрганилади.

Ҳар бир бобнинг бошида асосий назарий маълумотлар ва зарурий формулалар келтирилади, сўнг мавзуга оид мисол ва масалалардан намуналар кўрсатилган. Мисол ва масалалар ечишнинг асосий методлари тўлиқ тушунтирилади. Ҳар бир бобнинг охирида талабаларнинг мустақил ечишлари учун бир қатор мисол ва масалалар келтирилган.

Услубий қўлланма математика, амалий математика, физика ва табиий фанлар факультетларининг талабалари учун аналитик геометрия фанидан амалий машғулотларда услубий қўлланма сифатида тавсия этилади.

Сарсухан

Ин васоити таълим доир ба ҳалли мисолу масъалаҳо аз фанни “Геометрияи аналитики” ҳамчун воситаи дарси барои талабагони курси якуми шӯъбаи бакалавриати факултетҳои математика ва физика тартиб дода шудааст. Васоити таълими мазкур аз ду қисм иборат аст. Қисми якум ба геометрияи аналитики дар ҳамвори ва қисми дуюм ба геометрияи аналитикї дар фазо бахшида шудааст.

Қисми якум аз 4-боб иборат аст. Фанни геометрияи аналитики бо ёрии таҳлили алгебравї шаклҳои геометриро тадқиқ менамояд. Дар геометрияи аналитики бо ёрии ададҳо хусусиятҳои муҳимтарини шаклҳои геометри, мавқеи онҳо муайян карда мешавад.

Ададҳоеро, ки мавқеи шаклҳои геометриро муайян мекунад, координатаҳои он меноманд. Тарзе, ки бо ёрии он мавқеи шаклҳои геометри муайян карда мешавад, методи координатї ном дорад. Аз ин рӯ боби якӯми васоит ба методи координатаҳобахшида шуда, дар он методи координат дар хати рост, дар ҳамвори ва фазо таҳлил карда мешавад.

Ҳалли баъзе масъалаҳои геометрияи аналитики, аз љумла, тартиб додани муодилаи хати рост (дар ҳамвори ва дар фазо), муодилаиҳамвори бо воситаи векторҳо бисьёр қулай ва аён мебошад. Бо муносибати ин боби дуюм ба асосҳои алгебраи векторҳо бахшида шуддаст.

Боби сеюм ба хати рост дар ҳамвори бахшида шудааст. Дар боби чорум хатҳои каљи тартиби дуйӯм таҳлил карда мешавад. Қисми якуми ин боб ба муодилаҳои каноникии хатҳои качи тартиби дуюм (давра, эллипс, гипербола ва парабола) ва қисми дуйӯм ба намуди каноники овардани муодилаи умумии дараљаи дуйӯми дуномаълума бахшида шудааст.

Дар ибтидои ҳар як боб маълумотҳои асосии назарияви ва формулаҳои зарурии мавзӯъ оварда шудаанд. Баъд мисол ва масъалаҳои намунави ҳал карда мешаванд. Методҳои асосии ҳалли мисолу масъалаҳо маънидод карда шудаанд. Дар охири ҳар як боб барои кори мустақилии талабагон мисол ва масъалаҳои бисёре оварда шудааст.

Ин воситаи дарсиро талабагони факултетҳои табии университет (физика, химия, биология, география ва ғайра) ва дигар мактабҳои оли ки дар онҳо элементҳои фанни геометрияи аналитики омӯхта мешавад, низ метавонанд истифода баранд.

Ин гуна воситаи таълим аз фанни геометрияи аналитики доир ба машғулоти амали ба забони тољики мавчуд набуд, аз ин чи ба талабагон ва чи ба муаллимон ҳангоми омӯзиши таълим ба мушкилии муайяне меорад, бинобар ин мақсади асосии тартиб додани чунин дастур бартараф намудани ин норасои мебошад.

Дар хотима хоҳишмандем, ки хонандагон фикру мулоҳизаҳои худро оид ба баландтар бардоштани сифати ин васоит ба кафедраи Алгебра ва Геометрияи факултети математикаи университети давлатии Самарқанд фиристонанд.

Муаллифон ба ҳамаи онҳо пешаки изҳори миннатдори менамоянд.

Муаллифон.

БОБИ I

МЕТОДИ КООРДИНАТА ДАР ХАТИРОСТ ВА ЊАМВОРИ

§ 1. Методи координата дар хати рост.

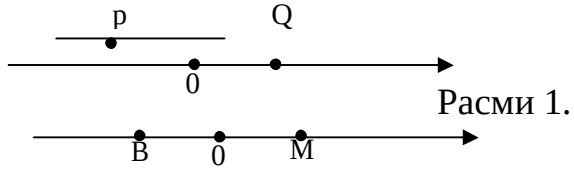
Идеяи асосии методи координата аз муайян кардани мавқеи нуқта дар тир, ҳамвори ва фазо бо ёрии ададҳои ҳақиқи,яъне координатахо иборат аст. Барои муайян намудани мавқеи нуқтахо дар хати рост системаи координатиро ин тавр љори мекунем:

1) Дар хати рости горизонтали ибтидои координата - нуқтаи О-ро (расми 1), ки нисбат ба он мавқеи нуқтаҳои боқимондаи хати рост муайян карда мешавад, интихоб мекунем.

2) Барои чен кардани масофаи байни нуқтаҳо дар хати рости муоинашаванда аз ибтидои координата порчаи воҳиди ($l=\left|\overline{PQ}\right|$) интихоб мекунем.

3) Дар хати рост самти мусбат интихоб мекунем (дар расм он бо аќрабак нишон дода шудааст).

Системаи координатии бо хамин тарз мукаррар шудатир низ номида мешавад. Барои тири ҳосилшударо ба тири ададӣ табдил додан дар байни нуқтаҳои тир ва маљмуи ададҳои ҳақиқи мувофиқгузории якќиматаро љорї кардан лозим аст. Ин мувофиқгузори барои ҳар як нуқтаи тир чунин иљро карда мешавад, ба ҳар як нуқтаи М-и тир як ададӣ ягонаи беном ки мавқеи онро нисбат ба ибтидои координата муайян мекунад, яъне $x=\frac{\text{буз}\cdot\overline{OM}}{\overline{PQ}}$ - мувофиқ гузошта мешавад. Дар ин љо $\left|\overline{OM}\right|$ - масофа аз нуқтаи М то ибтидои координата аст. Аломати х дар кадом тарафи ибтидои координата љойгир шудани нуқтаи М-ро муќаррар мекунад.



Расми 1.

Расми 2.

Ададимусбатёманфиибаҳаминтариққҳосилшудаих-рокоординатаинуқтаиМменоманд. Минбаъд координатаи нуқтаро дар қавс дар паҳлуи ҳарфе, ки ин нуқтаро ишорат мекунад, менависем:М(х).

Агар нуқтаҳои $M_1(x_1)$ ва $M_2(x_2)$ дода шуда бошанд, бузургии порчаи самтноки $\overline{M_1M_2}$ бо ёрии формулаи

$$\overline{M_1M_2}=x_2-x_1 \qquad (1.1)$$

Масофаи байни онҳо бошад, бо ёрии формулаи

$$\overline{M_1M_2}=\left|x_2-x_1\right| \quad (1.2)$$

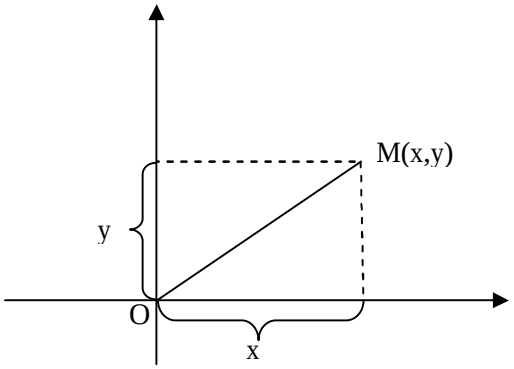
муайян карда мешавад. Проекцияи порчаи самтноки $\overline{M_1M_2}$ дар тири Ох бо ёрии формулаи

$$\text{пр}_x\overline{M_1M_2} = x_2 - x_1 (1.3)$$

муайян карда мешавд.

§2. Методи координатаҳои росткунља дар ҳамворї

Барои муайян кардани нуқта дар ҳамвори аз системаи координатаҳои ростқунча истифода мебаранд. Ду хати рости ба якдигар перпендикулярро ,ки дар нуқтаи О якдигарро мебурранд интихоб карда, дар ҳар яки онҳо самти мусбатро муайян мекунем. Нуқтаи буриши онҳо О -ро ибтидои системаи координати меномем. Ин хатҳои рост, ки нисбат ба онҳо мавқеи нуқтаҳои ҳамвори муайян карда мешавад тирҳои координата номида мешавад. Тири горизонталиОх-ро тири абсисса ва тири вертикалиОу-ро тири ордината меноманд.



расми 3.

Инак, мавқеи нуқтаҳои дилхоҳи ҳамвори бо ёрии ду адади ҳақиқии бо тартиби муайян гирифташуда (якумаш абссисса ва дуюмаш ордината) х ва у муайян карда мешавад. Ин ду ададҳоро одатан координатаҳои нуқтаи Мменоманд ва бо нишонаи М(х,у) менависанд.

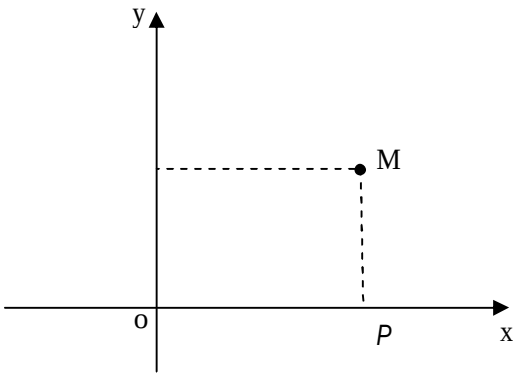
Тирҳои координата ҳамвориро ба љор қисм људо мекунанд, ки ин қисмҳоро одатан чорякҳо меноманд. Аломатҳои х ва у аз рўи мавқеи нуқтаҳо дар ин чоряқхо бо ёрии љадвали зерин муайян карда мешавад

Чорякҳо	Абцисса (х)	Ордината (у)
1	+	+
2	-	+
3	-	-
4	+	-

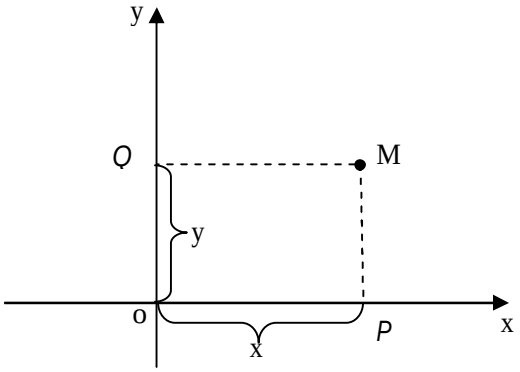
Масъалаҳои асосї

1. Барои ёфтани координатаҳои нуқтаи М ки он дар ҳамвори дода шудааст, аз нуқтаи М ба тирҳои Ох ва Оу перпендикулярҳо (расми 4) мегузаронем. Асосҳои ин перпендикулярҳо (нуқтаи Р ва Q) ҳарду координатаи маҳдудро муайян мекунад. Координатаи якуми нуқтаи

М(абсиссаи он х) ба бузургии порчаи самтдори $\overline{OP}$ -и тири Ох баробар аст.Координатаи дуюми нуқтаи М (ординатаи ону) ба бузургии самтдори $\overline{OQ}$ –и тири Оу баробар аст.



Расми 4



Расми 5

2. Координатаҳои х ва у –и нуқтаи М-ро дониста барои онро сохтан чунин рафтор кардан лозим аст: агар $x \geq 0$бошад дар тири Ох аз нуқтаи О ба тарафи рости порчаи дарозиаш х воҳид, агар $x \leq 0$ бошад дар тарафи чапи ҳамин тир порчаи дарозиаш $|x|$ воҳид људо мекунем. Интиҳои ин порча (нуқтаи Р) проекцияи нуқтаи М дар тири ох мебошад. Ба монанди ин амал карда интиҳои порчаи OQ (нуқтаи Q) -ро дар тири Оу ки проекцияи нуқтаи М мебошад муайян мекунем. Аз нуқтақои Р ва Q хатҳои рости ба тирҳои координатапараллелро мегузаронем: хатҳои рости гузаронидашуда ҳамдигарро мебуранд. Нуқтаи буриши онҳо нуқтаи матлуб дар ҳамвори мешавад (расми 5).Ҳамин тавр љои геометрии нуқтаи М дар ҳамворї муайян карда мешавад.

3. Масофаи байни нуқтаҳои $M_1(x_1,y_1)$ ва $M_2(x_2,y_2)$ дар ҳамворї бо ёрии формулаи

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad (1.4)$$

ҳисоб карда мешавад.

Дар ҳолати хусуси масофаи нуқтаи М (x,y) то ибтидои координата боёрииформулаи

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (1.5)$$

ҳисоб карда мешавад.

4.Кунљи φ ки порчаи $\overline{M_1M_2}$ бо самти мусбати тири Ох ташкил мекунад, боёрии формулаи.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (1.6)$$

муайян карда мешавад. Дар ин љо (,) ва (,) мувофиқан координатаҳои нуқтаҳои M_1 ва M_2 мебошанд.

5. Тақсими порча ба нисбати додашуда.

Фарз мекунем ки нуқтаи М(х.у) порчаи бо ёрии (,) ва $M_2(x_2, y_2)$ муайян шударо дар нисбати дода шуда

$$\frac{\text{бузургии}\overline{M_1M}}{\text{бузургии}\overline{MM_2}} = \lambda$$

тақсим кунад. Пас координатаҳои нуқтаи M бо ёрии формулаҳои

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda} \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda} \qquad (1.7)$$

муайян карда мешавад. Агар нуқтаи M дар дохили порчаи $\overline{M_1M_2}$ љойгир шуда бошад $\lambda \geq 1$ ва агар M дар давоми порчаи $\overline{M_1M_2}$ (ё аз чап, ё аз рост) љойгир шуда бошад $\lambda \leq 1$ мешавад. Дар ҳолати хусуси, ҳангоми $\lambda = 1$ будан нуқтаи M(x,y) порчаи $\overline{M_1M_2}$ –ро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад,яъне нуқтаи M миёнаљои порча мебошад. Дар ин маврид координатаҳои миёнаљои порча - нуқтаи M бо ёрии формулаҳои

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2} \qquad (1.8)$$

ҳисобкарда мешавад.

6. Масоҳа т и секунља

а) Масоҳати секунљае, ки қуллахояш дар нуқтаҳои $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ва $C(x_3, y_3)$ воқеанд бо ёрии формулаи

$$S = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_1 - x_2 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} \quad (1.9)$$

ҳисоб карда мешавад. Азбакси масоҳат бузургии мусбат аст бинобар ин дар тарафи рости формулаи (1.9) аз ду аломат ҳамонаш гирифта мешавад, ки S мусбат шавад.

б) Агар нуқтаҳои A, B ва C дар як хати рост хобад онгоҳ,$S=0$ мешавад. Инак шарти дар як хати рост хобидани се нуқтаҳо чунин аст:

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_2 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} = 0$$

в) Координатаҳои маркази мувозинатии секунљаи якчинсае, ки қуллаҳояш дар нуқтаҳои $A_1(x_1y_1)$ $B_2(x_2y_2)$ ва $C(x_3y_3)$ воқеъанд бо ёрии формулаи

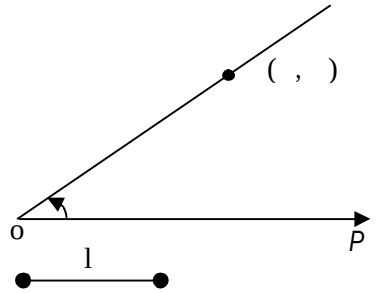
$$X = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad Y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \qquad (1.11)$$

ҳисоб карда мешавад.

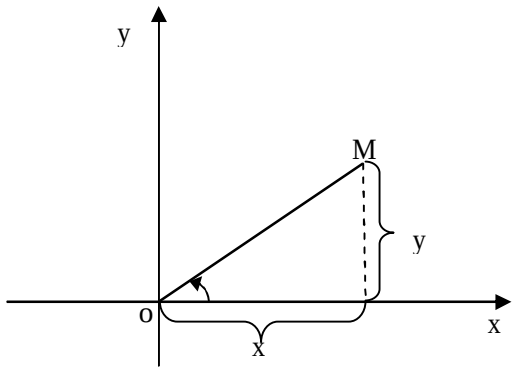
§ 3.Системаи координатаҳои қутбї

Барои дар ҳамвори муайян кардани мавқеи нуқта аксар вақт аз координатаи қутбї низ истифода мебаранд. Элементҳои системаи координатаи қутбї нуқтаи O (қутб) нур –OP (тири қутби) ва порчаи воҳиди L мебошанд (расми.6) мавқеи нуқтаи M дар ҳамвори бо ёрии масофаи нуқтаи M то кутб ρ (радиуси қутби) ва кунљи байни радиуси қутбїва самти мусбати тири қутбї - φ (қунљи қутбї) муайян карда мешавад, ин ду адад ρ ва φ - координатаҳои қутбии нуқтаи M номида шуда ба мисли

$M(\rho,\varphi)$ навишта мешавад. Дар ин љо ρазнольто $\pm\infty$ ва φ аз ноль то 2π таъғир меёбад. Ҳолатҳое мешавад, ки φ аз 2π калон ё манфи шуданаш ҳам мумкин.



Расми 6



Расми 7

Вобастагии байни коодинатаҳои қутби (ρ,φ) ва координатаҳои декарти (x, y)-инуқтаи дилхоҳи M бо ёрии формулаҳои

$$= \quad = \qquad (1.12).$$

$$= \quad + \qquad (1.13)$$

$$= -$$

муайян карда мешавад (расми 7).

§ 4. Ҳалли масъалањо

Масъалаи 1. Нуқтаҳои A(5) ва B(-4) дода шудаанд.

а) бузургии порчаи $\overline{AB}$ в) дарозии порчаи $\overline{AB}$ г) проекцяи порчаи $\overline{AB}$ дар тири Ox талаб карда мешавад.

Ҳал:а) дар асоси формулаи (1.1) бузургии $\overline{AB} = -4-5 = -9$

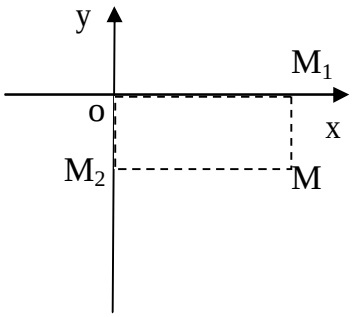
б) проекцияи ABдар тири Ox дар асоси формулаи (1.3) $\text{пр}_x \overline{AB} = -4-5 = -9$ баробар аст.

Дарозии порчаи ABбошад (формулаи (1.2) $\left|\overline{AB}\right| = 9$) аст.

Масъалаи 2. Нуқтаи M(5,-2) дар системаи координатии декартї сохта шавад.

Ҳал: Аввал порчаи воҳиди интихоб мекунем ва пас аз ибтидои системаи координатаҳо саркарда дар тарафи рости тири Ox порчаи $\overline{OM}$ -ро месозем, ки дарозиаш 5 воҳид баробар бошад. Ба монанди ин рафтор карда координатаи дуюми нуқтаи M- ро дар қисми манфии тири Oy месозем, ки он порчаи $\overline{OM}_2$ бузургиаш ба -2 баробар буда мешавад. Аз нуқтаиҳоиM_1 ва M_2 ба тириҳои координати параллел карда хатҳои рост

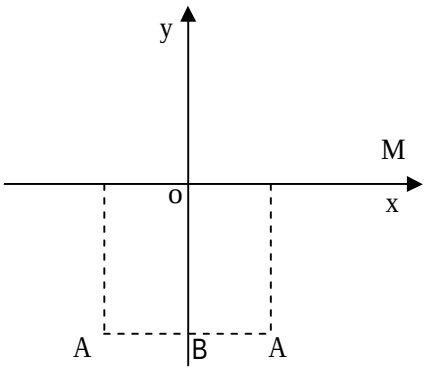
мегузаронем ин хатҳои рост ҳам дигарро бурида дар буриш нуқтаи матлуб М-ро медиҳад (расми 8).



Расми 8.

Масъалаи 3. Нуқтаҳои А(3.-5) ва нисбат ба тири Оу симметри љойгир шуданд, координатаҳои нуқтаи ёфта шавад.

Ҳал: Агар ду нуқта нисбат ба ягон тир симметри бошанд, пас ин нуқтаҳо дар охирҳои гуногуни порчаи хати рости ба ҳамон тир перпендикуляр буда мехобанд ва аз тир дар масофаҳои баробар љойгир мешаванд, бинобар ин аввал нуқтаи А-ро дар система координатии декарти месозем.

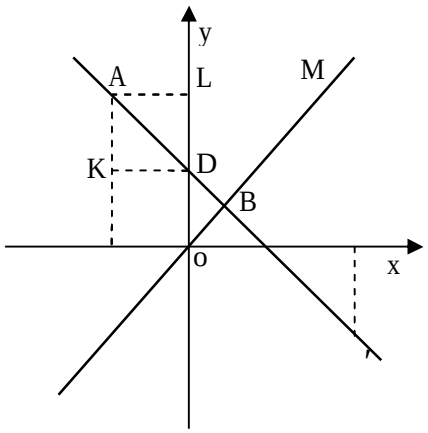


Расми 9.

Аз нуқтаи А ба тири Оуперпендикуляр карда хати рости АВ-ро мегузаронем. Дар давоми перпендикуляри гузаронида шуда порчаи $\overline{BA'}$- дарозиаш ба дарозии порчаи $\overline{AB}$ баробар бударо људо мекунем (расми 9).Интиҳои ин порча нуқтаи ба нуқтаи додашудаиА нисбат ба тири Оу нуқтаи симметри мебошад. Азбаски порчаи $\overline{BA'}$ дар тарафи чапи тири Охљойгир шудааст бинобар ин ВА=АВ=3, адади -3 абссисаи нуқтаи А’ мешавад. Азбакси нуқтаҳои А ва дар як хати рости ба тири Ох паралел буда љойгир шудаанд ординатаи онҳо баробаранд. Инак координатаҳои нуқтаи ададҳои -3 ва -5 мебошанд .

Љавоб: (-3-5)

Масъалаи 4.Координатаҳои нуқтаи A' ки он нисбат ба биссектирисаи кунљи координатаии чоряки якум бо нуқтаи A(-3;5) симметрии мебошад ёфта шавад.



Расми 10.

Ҳал. Нуқтаи A-ро дар системаи росткунљаи декарти месозем Биссектрисаи NMчорякҳои I ва III -ро мегузаронем. Аз нуқтаи A ба биссектрисаи NM перпендикуляр карда хати рости AB-ро мегузаронем. Ба давоми порчаи $\overline{AB}$ порчаи $\overline{BA'}$ ки дарозиаш ба дарозии порчаи $\overline{AB}$ баробар аст ва дар давоми хати рости AB мехобад љойгир мекунем (расми 10).Секунљаи ADK секунљаи баробарпаҳлӯ чунки $\angle KAD = \angle ADK = \frac{\pi}{4}$ аст. Љоркунљаи росткунљаи AKDL квадрат аст. Бинобар он $|AB| = |DK| = 3$ аст. Секунљаи АДК ва $A'D'C'$ баробаранд чунки $|\overline{AK}| = |\overline{AC}|$, $|\overline{DK}| = |\overline{CD}|$ ва $|\overline{AD}| = |\overline{AD}|$ Дарозиҳои порчаҳои $A'C'$ ва $\overline{AK}$ байни худ баробар буда дар тарафҳои гуногуни тири ОУљойгир шудаанд, бинобар он $A'C' = |\overline{AK}| = -3$ Порчаи $\overline{OC'} = \overline{OD'} + D'C' = \overline{OD} + C'D' = D'C = \overline{CK} - \overline{DK} = 2 - (-3) = 5$ чунки $\overline{CK}$ = $\overline{AC}$ - $\overline{AK}$ =5-3=2 Ҳаминтавр координатаҳои нуқтаи x=5 ва y=-3 шуд. Љавоб $(5, -3)$

Масъалаи 5. Исбот кунед, ки секунљаи қуллаҳояш дар нуқтаҳои A(-3.-2), B(0.-1) ва C(-2.5) воқеъ буда, росткунља аст.

Ҳал: Дарозиҳои тарафҳои секунљаи ABC-ро бо ёрии формулаи (1.4) ҳисоб мекунем .

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(0+3)^2} + (-1+2)^2 = \sqrt{10}.$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-2+0)^2} + (5+1)^2 = \sqrt{40}.$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{(-2+3)^2} + (5+2)^2 = \sqrt{50}.$$

Барои дарозиҳои тарафҳои ёфташуда теоремаи Пифагорро тадбиқ карда 50=50-ро ҳосил мекунем. Росткунља будани секунљаиABC исбот шуд.

$$\left|\overline{AB}\right|^2+\left|\overline{BC}\right|^2=\left|\overline{AC}\right|^2 \quad 50=50$$

$$\sqrt{10}^2+\sqrt{40}^2=\sqrt{50}^2$$

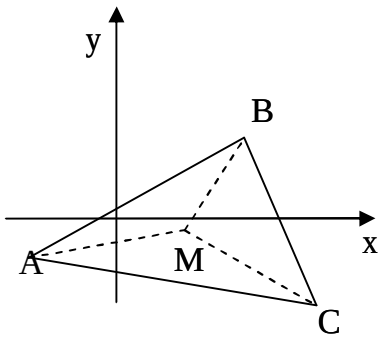
Масъалаи6.Координатаҳоимарказварадиусидавраекибасекунљаиқулла хояшдарнуқтаҳоиA(-3.-1),B(5.3)ваC(6.-4)будаберункашидашудаастёфташавад.

Ҳал. НуқтаҳоиA,ВваC-родарсистемаиросткунљаидекартисохта онҳоро љуфт-љуфт ба ҳам пайваст мекунем. Дар натиља секунљаи ABCҳосил мешавад (расми 11). Маркази давраро бо M ишорат мекунем, координатаҳои нуқтаи M*(*x, y*)* мебошад. Он гоҳ дар асоси шарти масаъла бояд $\left|\overline{CM}\right|=\left|\overline{AM}\right|=\left|\overline{BM}\right|=R$ шавад. Дар асоси формулаи (4)

$$\left|\overline{CM}\right|=\sqrt{(x-6)^2+(y+4)^2}$$

$$\left|\overline{BM}\right|=\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}$$

$$\left|\overline{AM}\right|=\sqrt{(x+3)^2+(y+1)^2} \qquad (1.14)$$



Расми11.

Азбакситарафичапибаробариҳои (1.14) байнихудбаробаранд, бинобаронтарафиростионҳонизбайнихудбаробармешавандЯъне.

$$\sqrt{(x+3)^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}$$

$$\sqrt{(x+3)^2}+(y+1)^2=\sqrt{(x-6)^2+(y-4)^2} \qquad (1.15)$$

Ҳар ду тарафи баробариҳои (1.15)-ро алоҳидаба квадрат бардошта баробарии ҳосилшударо содда карда системаи зеринро

$$\begin{cases}2x+y-3=0\\3x-y-7=0\end{cases} \qquad (1.16)$$

-ро ҳосил мекунем.

Системаи ҳосил шударо якљояҳал карда координатаҳои маркази давра = 2 ва = −1-ро ҳосил мекунем.

Барои радиуси давраро ёфтан ба яке аз баробариҳои (1.14) координатаҳои маркази М(2,-1) –ро гузоштан кифоя аст:

$$= \sqrt{(2+3)+(-1+1)} = 5$$

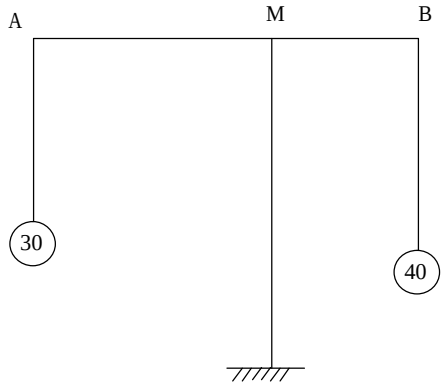
Љавоб М(2,-1) R=5.

Масъалаи 7. Дар нуқтаҳои А(-3.-1) ва В(4.6)қуввaҳои параллелбудаи мувофиқан ба 30 кг ва 40 кг баробар буда гузошта шуда аст .Дар порчаи АВ координатаҳои нуқтаи баробар таъсир кунанда ёфта шавад.

Ҳал. Бигузор М(х.у) нуқтаи матлуб бошад. Дар асоси формулаи (1.7)

$$\frac{\text{бузургии}\overline{AM}}{\text{бузургии}\overline{MB}} = \lambda$$

мешавад. Дар асоси формулаи моменти қувва. $\frac{\text{бузург.}\overline{AM}}{\text{бузург.}\overline{MB}} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$ аст.



Расми 12.

Аз ду баробариҳои ҳосилшуда $\lambda = \frac{4}{3}$ буданаш муқаррар мешавад.

Агар $x_1 = -3$ $y_1 = -1$ ва $x_2 = 4$ $y_2 = 4$ гўем он гоҳ дар асоси формулаи (1.7)

$$x = \frac{-3+\frac{4}{3}\cdot\frac{7}{3}}{1+\frac{4}{3}} = 1 \quad y = \frac{-1+\frac{4}{3}}{1+\frac{4}{3}}\cdot 6 = \frac{21}{7} = 3.$$

Инак кординатаҳои баробар таъсиркунанда ба = 1 ва = 3 баробар будааст.

Љавоб М(1, 3)

Масъалаи 8. Координатаҳои декартии нуқтаи М дода шудааст - М(1, -1), координатаҳои қутбии М ёфта шавад.

Ҳал.Мувофиқи (1.13) ва $\operatorname{tg}\varphi$ -ро меёбем.

$$\rho = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{x} = \frac{-1}{1} = -1$$

Аз ду қимати $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ ва $\varphi = \frac{3}{4}\pi$ ҳамонашро гирифтан лозим аст ки то ки $\sin\varphi$ манфї шавад, чунки нуқтаи М дар љоряки љорум воқеъ аст.

Инак координатаҳои қутбии нуқтаи М: $\rho=\sqrt{2}$ ва $\varphi=-\frac{\pi}{4}$ мебошанд, $M(\sqrt{2},-\frac{\pi}{4})$

Масъалаи 9.Нуқтаҳоеро ёбед, ки координатаҳои онҳо муодилаҳои зеринро қаноат мекунонад.

) | | = 3 б) | − 2| = 4 в) |1 − | = 5г)|2 + | = 1

Ҳал. а) Равшан аст, ки муодилаи | | = 3 ба ду муодилаҳои = 3 ва = −3 эквивалент мебошад. Бинобар он мо ду нуқтаҳои (3) ва (−3) – хоро ҳосил мекунем.

б) Айнан ҳамин тавр муодилаи | − 2| = 4 ба муодилаҳои − 2 = 4 ва − 2 = −4 эквивалент бинобар он ду нуқтаҳои = 6 ва = −2ҳосил мекунем: (6) , (−2)

Масъалаи 10. Координатаи нуқтаи -ро ёбед, агар) (4) ва = 6, б) (−5), = −3 ,) (−1), | | = 5

Ҳал.) (4), = 6 бошад. Мувофиқи формулаи (1.1) = − яъне,

− = 6 , = 4 −ро гузорем

4 − = 6 , = −2ҳосил мекунем.

Инак координатаи нуқтаи − = −2 , (−2)

б) (−5), = −4, = −5 ва = − = −4 , − (−5) = −4 → = −9инак нуқтаи (−9)

) (−1)ва | | = 5, = −1мувофиқи формулаи (1.2) − = 5 → −1 − = 5 → = 4 (−6), (4)

Масъалаи 11. Агар нуқтаҳои A, B, C дода шуда бошанд, нисбати = — −ро муайян кунед.

(−1), (5)ва (3)

Ҳал. Мувофиқи формулаи (1.1) ва −ромеёбем:

= − = 3 − (−1) = 4, = − = 5 − 3 = 2

Инак = — = – = 2 яъне порчаи аз порчаи 2-маротиба дарозтар мебошад.

Масъалаи 12. Агар нуқтаҳои (2) ва (−5) ва = —— = 2 дода шуда бошад, координатаи нуқтаи М-ро ёбед.

Ҳал. координатаҳои нуқтаи - ро аз рӯи формулаҳои (1.7) меёбем:

= ——— , дар ин ҷо

= 2, = −5, = 2

Ҳамин тавр = ———— = —— = − –

Масъалаи 13. Дар системаи координатии декарти нуқтаи $(5,-2)$ ва нуқтаҳои ба он нисбат ба тирҳои координати ва ибтидои координата симметри буда сохта шавад.

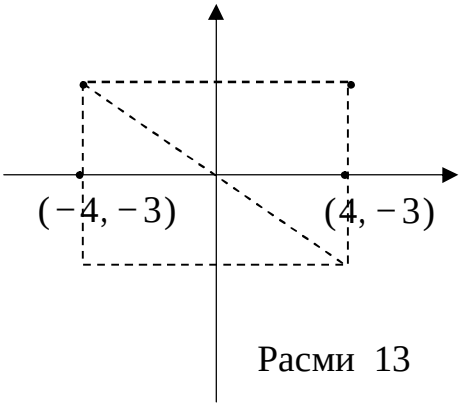
Ҳал. Аввал нуқтаи $(4,-3)$ −ро дар системаи координатии декарти месозем. Барои ин порчаи воҳидиро (масштаб) интихоб карда аз ибтидои координата дар тарафи рости тири OX порчаи - ро месозем, ки дарозиаш ба 4-воҳид баробар бошад. Координатаи дуюми нуқтаи −ро дар қисми манфии тири OУ месозем, ки он порчаи буда бузургиаш ба -3 баробар мешавад.

Баъд , аз нуқтаҳои ва ба тирҳои координати параллел карда хатҳои рост мегузаронем, нуқтаи бурриши ин хатхо нуқтаи матлуб $(4,-3)$ мебошад.

Акнун нуқтаҳои ба ин нуқтаи $(4,-3)$ нисбат тирҳои координата симметри бударо месозем. Агар ду нуқта нисбат ба ягон тир симметрӣ бошанд, пас ин нуқтахо дар охирҳоиперпендикуляри ба ин тир гузаронида шуда мехобанд ва аз тир дар масофаи баробар љойгир мешаванд.

Бинобар онаввал аз нуқтаи $(4,-3)$ ба тири OУперпендикуляр карда хати рости –ро мегузаронем. Дар давоми ин перпендикуляри гузаронидашуда порчаи -и дарозиаш ба дарозии порчаи баробар буда −ро људоM_yмекунем. Азбаски порчаи дар тарафи чапи тири љойгир аст, бинобар ин $= -\quad = -4$ мешавад, ин абсцисаи нуқтаи мебошад. Азбаски нуқтаҳои ва дар як хати рости ба тири OX параллель буда љойгир шудаанд, ординатаҳои онхо баробаранд. Инак, координатаҳои нуқтаи ададҳои -4, ва -3 мебошанд ,яъне нуқтаи ба нуќтаи додашуда нисбат ба тири OУ симметри буда нуқтаи $(-4,-3)$ аст.

Љавоб: $(-4,-3)$.



Расми 13

Нуқтаи нисбат ба тири OX симметри буда -ро айнан ҳамин тавр рафтор карда месозем. Акнун аз нуқтаи $(4,-3)$ хати рости ба тири OX перпендикулярро мугузаронем. Ба монанди боло координатаҳои нуқтаи абсциссааш $= 4$, ва ординатааш $= -3$ мешавад, инак нуқтаи нисбат тири OX симметри $(4,-3)$ мебошад.

Акнун бароои нуқтаи ба нуқтаи додашудаи $M(4,-3)$ нисбат ба ибтидои координата симметри бударо сохтан хати рости аз нуқтаи ва ибтидои координата $(0,0)$ гузарандаро месозем. Дар давоми ин хати рост порчаи ба порчаи баробар бударо људо мекунем, охири ин порча нуқтаи матлуб мешавад. Барои људо кардани порча ва ёфтани координатаҳои нуқтаи аз нуқтаҳои ва мувофиқан ба тирҳоиОХ ва ОУ хатҳои рости параллелро мегузаронем, нуқтаи бурриши ин хатҳо бо хати рости -и гузаронидашуда нуқтаи мазкур мешавад. Аз расм равшан аст, ки абсциссаи нуқтаи , $= -4$ ва ординатааш $= 3$ аст.

Ҳамин тавр нуқтаи $(-4,\ 3)$ - ро ҳосил намудем ,ки он ба нуқтаи додашуда нисбат ба ибтидои координата симметри мебошад.

Масъалаи 14.Қуллаҳои секунља нуқтаҳои $(-3;2)$, $(5;-2)$, $(1;3)$ дода шудаанд, дарозии баландии аз қуллаи фуровардашударо ёбед.

Ҳал. Аввал аз рўи формулаи (I;9) масоҳати секунљаи Δ -ро ҳисоб мекунем .

Аз ду аломати тарафи рости формула ҳамонашро интихоб мекунем, ки бо аломати муайянкунанда якхела бошад,

$$= \pm\frac{1}{2}\begin{matrix} -3-1 & 5-1 \\ 2-3 & -2-3 \end{matrix} = \pm\frac{1}{2}\begin{matrix} -4 & 4 \\ -1 & -5 \end{matrix} = \pm\frac{1}{2}(20+4) = 12$$

Акнун дарозии баландии аз қуллаи фуровардашуда -ро меёбем. Баландии ба тарафи фуроварда мешавад, бинобар он масоҳати секунља аз рўи формулаи

$= -$ $\cdot$ ҳисоб карда мешавад.

Барои ҳамин мо аввал дарозии тарафи меёбем.

$$| \quad | = \sqrt{(1-5) + (3-(-2))} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

Акнун аз формулаи масоҳати секунља дарозиибаландии -ро ҳисоб мекунем.

$$= \frac{1}{2} \cdot \Rightarrow$$

$$12 = \frac{1}{2}\sqrt{41} \cdot \Rightarrow = \frac{24}{\sqrt{41}};$$

Масъалаи 15. Дар тири абсцисса чунин нуқтаи -ро ёбед, ки он аз нуқтаи $(3,-4)$ дар масофаи 5 љойгир шуда бошад.

Ҳал. Бинобар он, ки нуқтаи мувофиқи шарти масъала дар тири абсцисса мехобад, пас координатаи он $(,0)$ мешавад ва масофаи $| \quad | = 5$ мебошад.

Масофаи $| \quad |$ –ро меёбем.

$$| \quad | = \sqrt{(\quad - \quad) + (\quad - \quad)} = \sqrt{(3- \quad) + (-4-0)} = 5$$

$$(3- \quad) + 16 = 25$$

$$(3- \quad) = 93 - \quad = \pm 9$$

1) $3 - \quad = 9 \Rightarrow \quad = -6,$

2) $3 - \quad = -9 \Rightarrow \quad = 12.$

Ҳамин тавр ду нуқтаҳои $(-6,0)$ ва $(12,0)$ мављуд аст, ки онҳо аз нуқтаи $(3,-4)$ дар масофаи 5 воҳид мехобанд.

§ 5. Масълаҳо барои кори мустақил.

1. Координатаи нуқтаеро ёбед ки вай бо нуқтаи А(4) нисбат:
1) ибтидои координата. 2)нуқтаи В(-3) 3)нуқтаи С(6) симметри бошад.

2. Нуқтаҳои зерин сохта шавад.

А(3.4) В(-3.4) С(1.-2) Д(0.5) Е(-5.0) $F(-2\frac{1}{2}...2\frac{1}{3})$ $N(\sqrt{3}.\sqrt{5})$

3. Исбот кунед, ки секунљаи куллаҳояш дар нуқтаҳои А(2.3) , В(9.7) ва С(2.7) буда росткунља мебошад.

4. Дарозии тарафҳои секунљаро ки куллаҳояш дар нуқтаҳои А(5.-3) В(-2.7) ва С(7.9) воқеъ аст муайян кунед.

5. Қуллаҳои секунља дода шудааст.А(-3.7) , В(2.3) ва С(1.-4), миёнаљои тарафҳои он ёфта шавад.

6.Нуқтаҳои А(2.1) , В(5.2) ва С (7.4) қуллаҳои секунља мебошад. Масоҳати секунља ҳисоб карда шавад.

7. Нуқтаҳоеро созед ки кунљҳои қутбиашон 0^0, 30^0, 45^0, 75^0 ва 90^0 баробар буда , радиус векторҳои мувофик аз муодилаи $\rho=2\sin\varphi$ ёфта шавад.

§ 6.Координатањои росткунља дар фазо

Интихоби системањои координатањои росткунљаи декартї дар фазо имконият медињад, ки ба њар як нуќтаи фазо се адади њаќиќї мувофиќ гузошта шаванд ва баръакс ба њар гуна се адади њаќиќї якто нуќтаи фазо мувофиќ гузошта, шавад. Пас аз ба тартиби муайян овардани ин се адад нуќтаро чунин менависанд: М(x,y,z), ки x-абцисса, y-ордината ва z-апликатаи нуќтаи М ном доранд ва якљоя (x,y,z)-ро координатањои ин нуќта меноманд.

Масофаи байни нуќтањои $M_1(x_1,y_1,z_1)$ ва $M_2(x_2,y_2,z_2)$ бо ёрии формулаи $= \sqrt{(\quad-\quad)+(\quad-\quad)+(\quad-\quad)}$ (1.17) њисоб карда мешавад. Дар ин чod-дарозии порчаест, ки нуќтањои додашударо мепайвандад.

Дар њолати хусусї, агар яке аз нуќтањо ибтидои системаи координатањо ва дигаре М(x,y,z)бошад, он гоњ барои њисоби масофаи байни онњо формулаи

$$= \sqrt{x + y +} \qquad (1.18)$$

ќулай аст.

Бигузор нуќтаи N(x,y,z) порчаи байни нуќтањои $M_1(x_1,y_1,z_1)$ ва $M_2(x_2,y_2,z_2)$-ро ба нисбати γ=таќсим кунад, яъне

$$\gamma = \frac{\text{бузургии}\quad N}{\text{бузургииN}}$$

Он гоњ координатањои (x,y,z)-и нуќтаи N аз рўи формулањои зерин ёфта мешаванд:

$$x=\frac{x\quad x}{\quad}\ ,\ y=\frac{y\quad y}{\quad}\ ,\ z=\frac{\quad}{\quad} \qquad (1.19)$$

Агар нуќтаи N дар миёнаи порчаи M_1M_2 љой гирифта бошад,пасγ = 1 ва аз формулањои (1. 19) њосил мекунем:

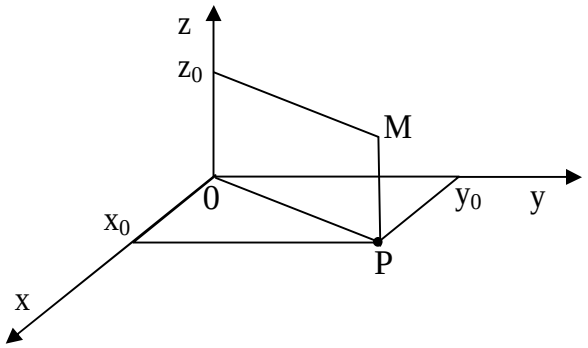
$$x=\frac{x\quad x}{\quad}\ ,\ y=\frac{y\quad y}{\quad}\ ,\ z=\frac{\quad}{\quad} \qquad (1.\ 20)$$

њамин тавр координатањои миёнаи порча бо ёрии формулањои (1. 20) њисоб карда мешаванд.

Њалли мисолњо:

Мисоли 1.Нуќтаи М дар октанти якўм дода шудааст. Координатањои вай ёфта шаванд.

Њал. Барои ёфтани координатањои нуќтањои додашуда усулҳоигуногун мављуданд. Яке аз онњо чунин аст. Проекцияи нуќтаи М-ро дар њамворииХОУ месозем. Фарз кунем ин нуќтаи Р бошад, Пас координатањои нуќтаи Р-ро њамчун нуќтае, ки дар њамворииkоординатии ХОУ дода шудааст, меёбем. Координатањои (x_0, y_0)-и нуќтаи Р- абцисса ва ординатаи нуќтаи М мешаванд. Барои ёфтани апликатаи нуќтаи дода шуда дар тири oz аз нуќтаи О сар карда, порчаеро месозем, ки ба порчаи МР баробар аст.



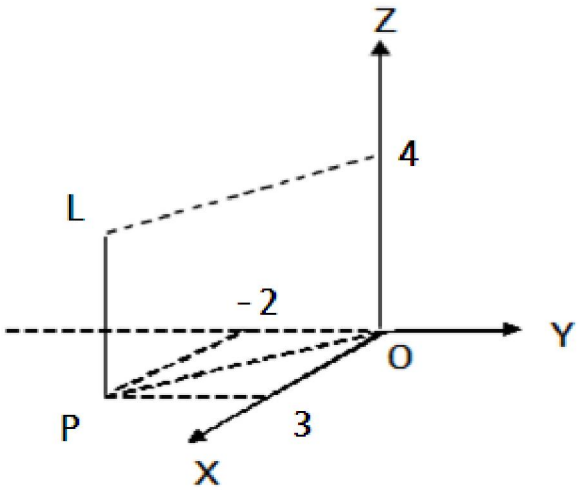
Расми 14

Он гоњ дарозии он порча z_0 апликатаи матлуб мешавад. Њамин тавр координатањои нуќтаи М маънз ададњои њаќиќии x_0;y_0; z_0 мебошанд.

Мисоли 2. Нуќтаи А бо координатањояш (3,-2,4) дода шудааст. Ин нуќта сохта шавад.

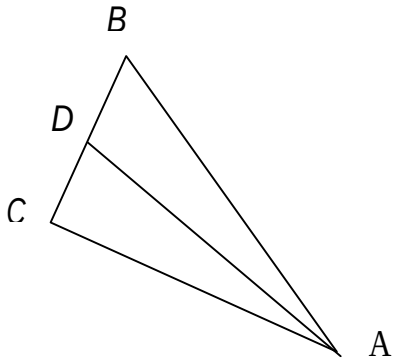
Њал: Азбаски координатањоинуќтаиА: x>0, y<0, z>0, пас маълум мешавад, ки вай дар октанти (њашяки) чорум воќеъ мебошад. Асоси ин октант чоряки чорўми њамворииkоординатии ОХУ мебошад. Бинобар он дар чоряки чорўми њамворииОХУ нуќтаи Р-ро месозем, ки координатањояш (3,-2) (абцисса ва ординатаи нуќтаи А) мебошад. Пас ,аз нуќтаи Р ба самти

мусбати тири OZ параллель карда порчаи дарозиаш ба 4 воњид баробар бударо месозем. Интиљои ин порча нуќтаи матлуби A (3,-2,4) мебошад.



Расми 15

Мисоли 3.Ќуллањои секунља маљз нуќтањои A(1,1,1), B(5,1,-2) ва C(7,9,-1) мебошад. Биссектрисаи кунљи A тарафи CB-ро дар нуќтаи D мебурад. Координатањои нуќтаи D ёфта шаванд.



Расми 16.

Њал: Пеш аз њама бо ёрии формулаи (1. 17) дарозии тарафњоеро, ки кунљи A-ро ташкил медињанд, меёбем:

$AC=\sqrt{(7-1)+(9-1)+(1-1)}=\sqrt{36+64}=10$

$BC=\sqrt{(5-1)+(1-1)+(-2-1)}=\sqrt{16+9}=5$

Биссектрисаи кунч, тарафи муќобилро ба ќисмњое таќсим мекунад, ки бо тарафњои кунљ мутаносиб мебошанд. Бинобар ин нуќтаи D тарафи CB-ро ба нисбати

$=\frac{C}{B}=\frac{AC}{AB}=—=2$ таќсим мекунад.

Њамин тавр,

$X_D=\frac{x_C \quad x_B}{\quad}=\frac{\quad\cdot}{\quad}=—;$

$У_D = \frac{y_C \quad y_B}{} = —$, $z_D = \frac{C \quad B}{} = \frac{(\quad)}{} = -1$.

нуќтаи матлуб D (—;—; − 1) мебошад.

Мисоли 4.Нуќтањои A(2,1,1) ва B(3,-2,-1) дода шудаанд. дар тири Ox нуќтае ёфта шавад, ки аз нуќтањои A ва B дар як хел масофаљойгир шуда бошад,

Њал: Азбаски нуќтаи номаълум M дар тири абцисса мехобад, бинобар ин координатањои вай M(x,0,0) мешаванд. Мувофиќи шарти мисол AM=MB. Бинобар ин мувофиќи формулаи (1.17) њосил мекунем:

$$\sqrt{(x-2)\ +(1)\ +(1)} = \sqrt{(x-3)\ +(-2)\ +(-1)}\ .$$

Њар ду тарафи ин баробариро ба квадрат бардошта њисоб мекунем:

$(x-2)^2+2=(x-3)^2+5$

ё ки $x^2-4x+6=x^2-6x+14$

аз ин љо $2x=8$ $x=4$

Њамин тавр, нуќтаи M (4,0,0)-ро њосил мекунем, ки вай дар тири Ox хобида аз нуќтањои A ва B дар масофаи якхела љойгир шудааст.

§ 7.Масъалањо барои кори мустаќилона

1. Нуќтањои A(4,0,0), B(0,-7,0), C(-5,0,3), Д(1,2,-1), E(-4,-4,-4)-ро созед ва хусусияти мавќеи онњоро нишон дињед.

2. Масофаи байни нуќтаи A(4,-3,5)ва ибтидои координата, инчунин масофаи байни ин нуќта ва тирњои координатањоро муайян кунед.

3. Секунљаи A(1,2,3), B(7,10,3),C(-1,3,1) дода шудааст. Нишон дињед, ки кунљи A кундаст.

4.Нуќтањои A(2,-2,3) ва B(-1,4,3) дода шудаанд. Нуќтањои C ва Д порчаи AB-ро ба се њиссаи баробар таќсим мекунанд. Координатањои ин нуќтањо ёфта шаванд.

Љавоб:C(1,0,3), Д(0,2,3)

5. Ќуллањои секунља дар нуќтањои A(1,-2,1), B(3,-3,1), C(4,0,3) љойгир шудаанд. Нишон дињед, ки ин секнља росткунља аст.

6. Нуќтањои A(1,-1,5), B(3,4,4) ва C(4,1,6) дода шудаанд. Дар њамвории хоу нуќтае ёфта шавад, ки аз нуќтањои A,B ва дар масофањои баробар љойгир шудаанд. Љавоб: M(16,-5,0)

БОБИ II

АСОСҲОИ АЛГЕБРАИ ВЕКТОРЇ

§ 1.Векторҳо ва амалҳои хатти бо онҳо.

Бузургиҳое,ки дар механика, физика ва дар дигар фанҳоиамалидуљормешаванддухеланд. Бузургиҳои ба монанди температура, вақт, масса, зичи, дарозии хат, масохат, хачмвағайрафақатбо як қимматиададипуррatавсифмешаванд. Ин гуна бузургиҳоро бузургиҳои скаляри ёки мухтасар скалярҳо меноманд.

Аз дигар тараф бузургиҳои ба монанди қувва, моменти қувва, суръат, суръатноки ва ғайра бо қимати ададии худ ва самти муайяни дар фазо доштаашон пурра муайян мешаванд. Ин гуна бузургиҳоро бузургиҳои вектори ёки мухтасар векторҳо меноманд.

Дар геометрияи аналитики одатан векторҳои озод новобаста аз табиати онҳо омўхта мешавад.

Таъриф. Порчае, ки дарозии муайян ва дар фазо (ҳамвори) самти муайян дорад, яъне порчаи самтдорро вектор меноманд.

Ҳамин тавр вектор барои тасвири геометрии бузургиҳои вектории физики хизмат мекунад.

Таърифи век т орҳои баробар: Ду векторҳоро баробар меномем, агар:

1) дарозии онҳо баробар бошанд; 2) векторҳо параллел ёки дар хатҳои рости параллел мехобанд; 3) векторҳо самти якхела дошта бошанд.

Векторҳоро бо ҳарфҳои хурди лотинии дар болояш хат ишорат мекунем: , , ,……

Агар ибтидои вектор (нуқтаи гузориши он) ва интиҳои он додашуда бошанд, онро бо харфҳои лотинии калони дар болояш хатча кашидашуда: , …. - ҳарфи якум ибтидо харфи дуюм интиҳо ишорат мекунем.

Агар дарозии вектор ба як баробар бошад, онро вектори воҳиди , агар дарозии вектор ба нул баробар бошад, онро вектори нулї меноманд. Амалҳои љамъи векторҳо, тарҳи векторҳо ва зарби вектор ба ададро амалҳои хатти меноманд.

Векторҳое, ки дар як хати рост ёки дар хатҳои рости параллель мехобанд векторҳои коллинеар меноманд.

Шарти зарури ва кифоягии коллинеарии векторҳои ва

+ = 0мебошад, (,) , ≠ 0.

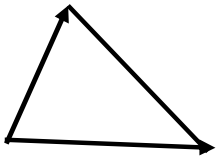
Векторҳое, ки дар як ҳамвори мехобанд, ёки ба як ҳамвори параллел мебошанд векторҳои компланари меноманд.

Шарти зарурии ва компланарии се векторҳои (, ,) + + c = 0 (, ,) мебошад, , , ≠ 0

Љамъ ва тарҳи векторҳо. Барои амали љамъ ва тарҳи векторҳо аз усули (қоидаи) секунља ёки усули параллелограм истифода бурда мешавад.

1. Усули секунља.

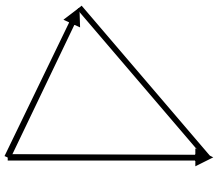
а) Мувофиқи ин қоида барои љамъ кардани ду вектори ва дар интиҳои вектори љамъшавандаи якўм вектори љамъшавандаи дуюмро месозем (яъне параллел мекўчонем). Векторе, ки ин хати шикастаро пайваст мекунад суммаи ин векторҳо мебошад ва он аз ибтидои љамъшавандаи якўм ба интиҳои љамъшавандаи дуюм равона мешавад.



+

б) Барои аз як вектор тарҳ кардани вектори дигар онҳоро ба як нуқтаи ибтидои месозем (яъне ҳар ду векторро ба ягон нуқта параллел мекўчонем). Векторе, ки аз интихои вектори тарҳшаванда ба интиҳои вектори камшаванда равона аст, тарҳи ин векторҳо мебошад.

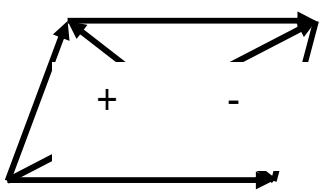
+



2. Усули паралеллограмм.

Барои љамъ (тарҳ) кардани ду векторҳои ва онҳоро ба ибтидои умуми оварда (ба як нуќта параллел мекўчонем) аз онҳо паралеллограмм месозем. Он гоҳ диогнали паралеллограмм ,ки аз ибтидои умумии ду вектор мебарояд, љамъи ин ду векторҳо мебошад.

Диогнали дуюми паралеллограмм бошад тарҳи ин векторҳо мебошад ва он ба интиҳои вектори якум равона аст.



Хосиятҳои асосии амалҳои хаттии векторҳо:

1. + = + қонуниљойивазкунї.
2. + + ¯ = + + ¯қонуни тақсимот.

3. Зарби вектор ба адад.

Зарби вектори ба адади , ( ) гуфта векторе ро меномем, ки модули он ба ҳосили зарби модули вектор ва модули адади баробар буда, он ба вектори параллель ёки бо ин вектор дар як хати рост мехобад ва самти он бо самти вектори додашуда як хел мешавад, агар > 0 бошад ва бо самти муқобил мешавад, агар < 0 бошад.

Хосиятҳоизарби вектор ба адад:

1. + = +
2. (+) = +
3. ( ) = ( )

§2. Проексияи вектор.

2.1 Проексияи вектор ба тир.

Проексяи вектори АВ ба тир гуфта дарозии порчаи - -и ин тирро меноманд, ки он дар байни проексияҳои а ва b – и нуқтаи ибтидо А ва нуқтаи интиҳо В воқеъ аст ва агар самти порчаи бо самти тири проексия ҳамчоя шавад , аломаташ + ва агар самтҳои порчаю тир муқобил бошанд, аломати он — гирифта мешавад . Ба ҳамин тариқ , проексияи вектори АВ ба тир бузургии порчаи самтдори –и тир мебошад .

Қоидаҳои асосии назарияи проексияҳоро ин тавр баён кардан мумкин аст :

1. Проексияи вектор ба ягон тир ба ҳосили зарби дарозии вектор бар косинуси кунљи байни тир ва вектор баробар аст, яъне

прАВ = АВ со .

Аз он љумла, аз инљо натиља мебарояд, ки векторҳои баробар дар як тир проексияҳои баробар доранд.

2.Проексияи суммаи векторҳо ба ягон тир ба суммаи проексияҳои дар ҳамон тир доштаи векторҳои љамъшаванда баробар аст, яъне, пр +

+ =пр +пр +пр ,

дар инљо векторҳо ба як тир проексия шудаанд.

Ҳақиқатан, суммаи векторҳо вектори сарбасткунандаи хати шикастаест, ки векторҳои љамъшаванда қисмҳои ташкилдиҳандаи он мебошад.

Системаи координатии росткунља ва вектори дилхоҳи OM –ро дида мебароем. Аз нуқтаи M (интиҳои вектори OM) ба тири Oz параллел карда , то ҳамвории xOy-ро дар нуқтаи P буридан хати рост мегузаронем. Аз нуқтаи P –и ҳамвории xOy ба тири Oy параллел карда, то тири Ox-ро дар нуқтаи M_1 буридан хати рост мегузаронем. Дар натиља, ифодаи зеринро ҳосил мекунем:

$$OM = OM + M P + PM.$$

Аз нуқтаи O векторҳои PM –ро људо карда, онҳоро бо векторҳои баробарашон :

$$M P = OM , PM = OM$$

Иваз мекунем ва , дар натиља, баробарии

$$OM = OM + OM + OM$$

ро ҳосил мекунем, ё ки ба ибораи дигар:

$$M = M + M + M \quad (2.1)$$

Баробарии (2.1) нишон медиҳад , ки ҳаргуна вектор ро ба се љамъшавандаи дар тирҳои координат хобидагӣ људо кардан мумкин аст. Векторҳои љамъшавадаи M , M , M –ро компонентҳои ташкилдиҳандаҳои вектори додашудаи M нисбат ба системаи координати Oxyz меномем.

Агар дар фазо системаи координатии декарти дода шуда бошад он гоҳ мо дар ин система векторҳои сегонаи муайянро љори мекунем. Аз ибтидои координата - нуқтаи O ба самти мусбати ҳаряктири координат векторҳои дарозиашон ба як баробарро,яъне векторҳои воҳидиро,људо мекунем. Ин се векторҳои воҳидии љуфт-љуфт ба ҳамдигар перпедикуляр ро мувофиқанд ро , j, k ишорат карда , онҳоро векторҳои асоси (ёки орти) меномем. Ба баробарии (1) баргашта , боядқайд кард , ки вектори M_1 мисли вектории , дар тири абсцисса љойгир аст, бинобар ин:

$$M = X ,$$

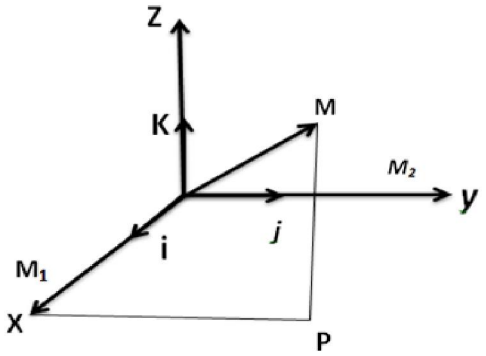
ки дар ин љо X дарозии вектори M_1 мебошад; агар самтивекторҳои M_1 ваи ҳамљояшаванд ,аломати X плюс мешавад ва агар самтивектори M_1 ба самтивектории асосии муқобил бошад, аломати X минус хоҳад шуд. Ба ибораи дигар , X ададест, ки он проексияи вектори M ба тири абсцисса мебошад. Ҳаминтавр, баробариҳои зеринро ҳосил мекунем:

$$M = , = ,$$

ки дар инљо Y ва Z проексияҳои вектори M мувофиқан ба тирҳои ордината ва апликата мебошанд. Ба ҳамин тариқ, се проексияҳои вектори M - ро ба тирҳои координати X, Y, Z-ро дида баромада , баробарии (I)-ро ба намуди

$$M = + + , \quad (2.1')$$

менависем. Ин баробарӣ аз рӯи векторҳои асосии i, j, k људо карданивектор мебошад (расми 17).



Расми 17

Дар байни компонентҳои вектор ва проексияҳои он фарқи асосӣ мављуд аст. Се ададиX, Y, Zпроексияҳои векторанд ва онҳо, агар ибтидои вектор дар ибтидои координатвоқеъ бошад , координатҳои декартии интиҳои вектор (нуқтаи M) мебошанд. Вектори аз ибтидои координат ба нуқтаи M равандаро радиус-вектори нуқтаи M номида , мо гуфта метавонем, ки координатаҳои декартии(X, Y, Z) нуқтаи M проексияҳои радиус-вектори OM мебошад. Компонентҳои вектор векторҳои M_1, M_2, M_3 мебошанд, ки суммаи онҳо ба вектори додашуда M баробар аст. Дар байни компонентҳо ва проексияҳо вобастагиҳои соддаи зерин мављуданд:

M = X , = , = , (2.2)

яъне, дарнатиљаи ба проексия зарб кардани вектори воҳидии асосиkомпонентаи вектор ҳосил мешавад. Баробарии (1′) дар назарияи векторҳо аҳамияти калон дорад. Бо ёрииин баробарӣ алоқаи байни ду қисми назарияи векторҳо –геометрӣ ва алгебравӣмуайянмешавад . Онҳо якдигарро пурра карда, аппаратеро ташкил медиҳанд, ки алгебраи векторӣ ба воситаи он бо манфиатнокиаш фарқ мекунад: назарияи геометрӣ ба васеъ истифода бурдани тасвири геометрӣ ва назарияи алгебравӣ бошад , ба гузаронидани ҳамаи ҳисобкуниҳо имконият медиҳад.

Ба љои навишти пурраи

M = + + (2.1)

Аксар вақт навишти мухтасари

M = { , , }

ро истифода мекунанд. Чунон ки дар боло қайд карда шуд , дар ин љо X, Y, Z проексияҳои вектори M, ё ки координатаҳои нуқтаи M-ро, ки интиҳои радиус-вектори M мебошад, ишорат мекунанд. Масалан:

M = {2, 3, −1} = 2 + 3 − .

1.2. Амалҳоихаттии векторҳоибокоординатаашондодашуда.

Агар вектори дар фазои координатии Oxyz бо координатаашон дода шуда бошад, он гоҳ онро нисбат ба векторҳои асосии , ва кљудо кардан мумкин аст:

= x + y + (2.3)

Дар ин љо x, y ва z проексияҳои вектори дар тирҳои координати мебошанд. Инчунин x;y;z -ҳоро координатаҳои вектор ҳам меноманд ва чунин = {x ; y ; } ишорат мекунанд.

Дарозии вектори -ро бо ёрии формулаи

$$| | = \sqrt{x + y +} \qquad (2.4)$$

ҳисоб мекунем.

Агар ибтидои вектори нуқтаи M x , y , z ва интиҳояш нуқтаи M (x , y ,) бошад, он гоҳ координатаҳои ин векторро чунин муайян мекунанд: =

$$= \{x - x ; y - y ; - \}.$$

Дар ҳақиқат, агар = { , , z } − радиус − вектори нуқтаиM ва ={x , y , z } радиус-вектори нуқтаиM бошанд, он гоҳ

$$= - = (. + . + z \cdot) - (. + + z .) =$$

$$= (x - x) + y y \cdot + (z - z) \qquad (2.5)$$

Пас, дарозии вектори ба масофаи байни нуқтаҳои M ваM баробар аст ва | | = = $\sqrt{(x - x) + y - y + (z - z)}$

Бигузор вектори бо тирҳоиOx, Oy ва Oz мувофиқан кунљҳои α, β ва -ро ташкил диҳад. Он гоҳ косинуси ин кунљхо, ки косинусҳои равишдиҳанда ном доранд аз рӯи формулаҳои зерин муайян карда мешаванд:

$$\cos = \frac{x}{| |} = \frac{x}{x \quad y}; \quad \cos = \frac{y}{| |}; \quad \cos \gamma = \frac{}{| |}$$

Дидан осон аст, ки косинусҳои равишдиҳанда байни худ чунин вобастаанд:

$$\cos + \cos + \cos = 1.$$

Вектори воҳидии ки бо самти вектори равона аст, координатаҳои зеринро дорад ={cos ; cos ; cos }.

Фарз мекунем, ки векторҳои ва бо координатаҳояшон дода шуда бошанд, яъне =x \cdot + y . + z . ва **b**=x . +x . +x . он гоҳ, амалҳои хаттии векторҳо чунин ҳисоб карда мешавад:

$$\pm = \{x \pm x ; y \pm y ; z \pm z , \}.$$

$$\lambda = x + \lambda y + \lambda z = x ; y ; z \}$$

§3. Ҳалли масъалаҳо

Масъалаи 1.Нуқтаҳои A(1; 3; 2) ва B(5; 8; -1) дода шуда бошанд, дарозии вектори = AB, ва вектори воҳиди ёфта шавад.

Ҳал. Азбаски радиус –вектори нуқтаҳои АваВмувофиқан векторҳои $= \{1;3;2\}$ ва $= \{5;8;-1\}$

мебошанд, бинобар ин мувофиқи (2.5)

$$= - = 4 + 5 - 3$$

Аз ин љо мувофиқи формулаи (2.6)

$$| | = \sqrt{4 + 5 + (-3)} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

Барои ёфтани вектори воҳидии a_o, мо бояд косинусҳои равишдихандаи вектори а-ро ёбем. Мувофиқи формулаҳои (2.7)

$\cos = \frac{x}{| |} = \frac{\sqrt{}}{}$; $\cos = \frac{y}{| |} = \frac{}{\sqrt{}}$; $\cos = \frac{z}{| |} = -\frac{}{\sqrt{}}$.

Пас $= \frac{\sqrt{}}{}$; $\frac{}{\sqrt{}}$; $-\frac{}{\sqrt{}}$ ва дидан осон аст, ки шарти (2.8) қаноат мегардад.

Масъалаи 2. Радиус- вектори нуқтаи М бо тири тириОукунљи $= 60^o$ ва бо тири Oz кунљи $= 45^o$ – ро ташкил медихад; дарозии вай $| |=8$ мебошад.

Координатаҳои нуқта М ёфта шавад, агар абсциссаи вай адади манфи бошад.

Ҳал.Азбаски $= 60^o$, $= 45^o$ва $| |=8$, пас $\frac{y}{| |} = \cos$ $=> \cos 60^o = -$; $y=-| |=4$. $\frac{}{| |} = \cos$ $\cos 45^o = \frac{\sqrt{}}{}z = \frac{\sqrt{}}{} \cdot | | = 4\sqrt{2}$.

Барои даръёфти координатаи якум-х аз формулаи (4.10) истифода мебарем: $\cos \alpha + \cos + \cos\gamma = 1$

Аз ин љо$\cos = 1 - - - \frac{\sqrt{}}{} = 1$. Аммо$\cos \alpha = \frac{x}{| |}$ бинобар ин $\frac{x}{| |} = -$; $x = - \cdot | | = 16$, $x_{;} = \pm 4$.

Мувофиқи шарти мисол абоциссаи нуқтаи М адади манфи аст, бинобар ин х=-4 ва дар натиља нуқтаи М(-4; 4; $4\sqrt{2}$)ҳосил мешавад.

Масъалаи 3. Дар секунљаи АВС тарафи ВСбо нуқтаи D ба ду ҳиссаи баробар тақсим карда шудааст: BD=*D*C. Агар АВ= ваАС= ,бошад, вектори А ёфта шавад.

Ҳал.Азбаски ВС=а- пас $BD = \frac{a}{}$ бинобар ин

$$A = AB + B = + \frac{a}{} = \frac{a}{}.$$

Масъалаи 4. Агар$| | = 13$, $= 19$ ва $+ = 22$ бошад, + -ро ҳисоб кунед.

Ҳал: Мувофиқи таърифи љамъи векторҳо аз рўи қоидаи параллелограмм векторҳои + ва − аз диогоналҳои паралелограмми дар ин векторҳо сохта шуда иборат мебошад. Мувофиқи формулаи вобастагии байни тарафҳо ва диагоналҳои параллелограмм

$+ = 2(+)$ (*)

d_1 d_2 –диагоналҳо, , – тарафҳоипаралелограмм.

Инак = + , = − , ишорат мекунем ва мувофиқи формулаи (*)

$- + + = 2(| | + => 22 + + = 2(13 + 19).$

$+ = 2(169 + 361) - 484$

$+ = 576 => + = 24$

Љавоб: $+ = 24$

Масъалаи 5. Кунљи байни векторҳои ва - = ^ = 60° ва | | = 5, = 8 бошад, + ва | − |- ро ҳисоб кунед.

Ҳал. − = , + =

Дарозии диагонали -ро аз рӯи формулаи косинусҳо меёбем.

Дар Δ :

$| | = | | + | | - 2 \cdot | | \cdot | |$

Мувофиқи шарти масъала:

$- = | | + - 2 \cdot | | \cdot 60° = 5 + 8 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 49,$

$- = 7$

Диагонали дуюм = + –ро аз рӯи формулаи (*) ҳисоб мекунем:

$+ = 2 | | + - - =>$

$| + | = 2(5 + 8) - 7 = 129 => + = \sqrt{129}$

Љавоб: $+ = \sqrt{129}$, $- = 7.$

Масъалаи 6. Векторҳои $= \{4, -3, 6\}$ ва $= \{-2, 3, -4\}$ дода шуда бошанд, векторҳои зеринро муайян намоед:

) + , б) − ,) 3 , г) $-\frac{1}{3}$, д) 5 − 2

Ҳал. Ин векторҳоро мувофиқи қоидаҳои амалҳои хаттии векторҳои бо координатаашон додашуда ҳисоб мекунем. (формулаҳои пункти 2.2)

) $+ = \{ + , + , + \} = \{4 + (-2), -3 + 3, 6 + (-4)\} = \{2,0,2\}$

$+ = \{2,0,2\}$

б) $- = \{ - , - , - \} = \{4 - (-2), -3 - 3, 6 - (-4)\} =$

$= \{6, -6, 10\}, - = \{6, -6, 10\}$

$)3 = \{3 , 3 , 3 \} = \{12, -9, 18\}$

г) $-\frac{1}{3} = -\frac{1}{3} ; -\frac{1}{3} ; -\frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \cdot (-2); -\frac{1}{3} \cdot 3, -\frac{1}{3} \cdot (-4)$

$= \frac{2}{3}, -1, \frac{4}{3}$

$-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}, -1, \frac{4}{3}$

д) Аввал векторҳои 5 ва 2 -ро муайян мекунем.

$$5 = \{5 \cdot 4, 5 \cdot (-3), 5 \cdot 6\} = \{20, -15, 30\}$$
$$2 = \{2 \cdot (-2), 2 \cdot 3, 2 \cdot (-4)\} = \{-4{,}6, -8\}$$

Акнун вектори $5 - 2$ - ро ҳисоб мекунем.

$$5 - 2 = \{20 - (-4); -15 - 6; 30 - (-8)\} = \{24; -21; 38\}$$

§ 4. Зарби скалярии векторҳо.

Таъриф. Зарби скалярии векторҳои ва гуфта, ададеро меноманд, ки он ба ҳосили зарби модулҳои ин векторҳо ва бар косинуси кунљи байни онҳо баробар аст.

Зарби скалярии ду векторҳоро бо нишонаи ёки ( ) ишорат мекунанд:

$$= | | \cdot \quad , \quad (= \wedge).$$

Агар аз формулаи проекцияи вектор ба тир истифода барем , зарби скалярии векторҳоро боз чунин навиштан мумкин:

$$= | | \cdot \text{пр} \quad \text{ёки} \quad = \text{пр} .$$

Хосиятҳои зарби скалярии векторҳо

a) Агар кунљи байни ду векторҳо -кунљи тез бошад, > 0 ва агар -кунљи кунд бошад, < 0. Агар векторҳо ба ҳамдигар перпендикуляр бошанд, он гоҳ зарби скалярии онҳо ба нул баробар мешавад, чунки дар ин ҳол $\cos = 0$.

b) Агар ҳеч набошад яке аз векторҳо ба нул баробар бошад , зарби скалярии онҳо ба нул баробар мешавад: $= 0$ ва баръакс $= 0$ мешавад, агар яке аз векторҳо вектори нули бошад.

c) Зарби скалярии - квадрати скалярии вектор меноманд, яъне

$$= = | | .$$

d) Зарби скалярии векторҳои орти (воҳидӣ) , , :

$$\cdot = = 1, \quad \cdot = = 1, \quad \cdot = = 1,$$
$$\cdot = \cdot = \cdot = 0$$

4.1 Хосиятҳои зарби скалярӣ:

1) $=$ хосияти љойивазкуни
2) $+ \quad = \quad + \quad$ тақсимот
3) $= ( ) =$

Маънои физикавии зарби скаляри.

Агар ба нуқтаи материали ягон қувваи таъсир кунад, ин нуқта ягон масофаи = - ро тай менамояд. Кори иљро кардаи қувваи ба зарби скалярии вектори ва баробар мешавад:

A =

Зарби скалярии векторҳои бо координатаҳояшон додашуда:

Агар = { , , }, = { , , } бошад:

= , + , + ,

= | | = + +

Кунљи байни ду векторҳои ва мувофиқи таърифи зарби скалярии векторҳо аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

= , = .

Агар векторҳо бо координиатаҳояшон дода шуда бошанд:

= , + , + ,

+ + + +

Шарти перпендикулярии векторҳои бо координатаҳояшон додашуда ифодаи , + , + , = 0 мешавад.

§5. Ҳалли масъалаҳо.

Масъалаи 1.Кунљи байни векторҳои ва - = — ва

| | = 5, | | = 6бошад, ифодаҳои зеринро ҳисоб кунед:

а) , б) в) (−) , г) (5 − 2)(4 + 3), д) (3 + 5)

Ҳал:а) = | | · cos = 5 · 6cos — = 30 · cos135° = 30 · (−cos45°) = = 30 · — = −15√2

б)| | = = · = | || | 0° = | | = 5 = 25

в) (−) =? Аввал аз хосиятҳои зарби скалярии векторҳо истифода бурда ифодаро содда мекунем ва баъд қимати онро ҳисоб мекунем:

− = − 2 + = | | − 2 · | | $\frac{3}{4}$ +

= 5 − 2 · −15√2 + 6 = 25 + 30√2 + 36 = 61 + 30√2.

д) 3 + = 9 + 30 + 25 = 9 · 25 − 30 · 15√2 + 25 · 36 =

= 1125 − 450√2

Масъалаи 2. Агар се векторҳои , ва ¯ шарти + + ¯= 0 −ро қаноат кунонанд ва | | = 1 , = 4, | ¯| = 3 бошад, қимати ифодаи

+ ¯+ ¯- ро ҳисоб кунед.

Ҳал. Барои ҳисоб кардани қимати ифодаи + ¯+ ¯– аз шарти додашуда истифода мебарем. Мувофиқи шарт + + ¯= 0. Ҳар ду тарафи ин баробариро ба квадрат мебардорем:

(+ + ¯) = 0 =>

$$+ \quad + \bar{} + 2 \quad + 2 \bar{} + 2 \bar{} = 0 \Rightarrow$$

$$2 \quad + \bar{} + \bar{} = - \quad + \quad + \bar{} \Rightarrow$$

$$+ \bar{} + \bar{} = -\frac{1}{2}(1 \quad + 4 \quad + 3 \;) = -\frac{1}{2}(1 + 16 + 9) = -13$$

Масъалаи 3. Кунљи байни векторҳои ва $-$ $= 45°$, $|\ | = \sqrt{2}$, $= 1$бошад, кунљи байни векторҳои $\bar{} = +$ ва $= -$ - ро ёбед.

Ҳал. Мувофиқи формулаи кунљи байни векторҳо

$$\cos(\bar{\wedge}\ ) = \qquad = \frac{\cdot}{|\bar{}| \cdot |\ |}$$

Зарби скалярии векторҳои $\bar{}$ ва ва модулҳои онҳоро ҳисоб мекунем.

$$\bar{} = \quad + \quad - \quad = \quad - \quad = \sqrt{2} \quad - 1 \quad = 1$$

$$|\bar{}| \quad = \bar{} = (\quad + \quad) \quad = \quad + 2 \quad + \quad = (\sqrt{2}) \quad + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \quad 45° + 1$$

$$= 2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 5. \Rightarrow |\bar{}| = \sqrt{5}$$

$$|\ | = \quad = (\quad - \quad) = \quad - 2 \quad + \quad = \sqrt{2} \quad - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cos 45° + 1$$

$$= 2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 1 \Rightarrow |\ | = 1$$

Ҳамин тавр:

$$= \frac{\bar{}}{|\bar{}||\ |} = \frac{1}{\sqrt{5} \cdot 1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \qquad = \qquad \frac{1}{\sqrt{5}};$$

Масъалаи 4. Дар кадом қимати векторҳои $= -6\bar{} - 3\bar{} +$ ва $= \bar{} + \bar{} + 6$ ба ҳамдигар перпендикуляр мешаванд:

Ҳал. Мувофиқи хосияти зарби скалярии векторҳо ду вектор ба ҳамдигар перпендикуляр мебошанд, агар зарби скалярии онҳо ба нул баробар бошад ва баръакс.

Ҳамин тавр бояд $= 0$ бошад:

$$= \{-6, -3, \ \}, \qquad = \{1, \ , 6\}$$

$$= -6 \cdot 1 - 3 \cdot \quad + 6 \cdot \quad = 0 \Rightarrow$$

$$-6 - 3 \quad + 6 \quad = 0 \Rightarrow 3 \quad = 6 \Rightarrow \quad = 2$$

Инак ҳангоми $= 2$ будан векторҳо ба ҳам перпендикуляр : яъне векторҳои

$= \{-6, -3, 2\}$ва $= \{1, 2, 6\}$ бо ҳамдигар перпендикуляранд.

Масъалаи 5.Қуллаҳои секуљаи Δ дода шудаанд: $(-1, 3, -7)$, $(2, -1, 5)$, $(0, 1, -5)$. Кунљи назди қуллаи $-$ро ҳисоб кунед.

Ҳал.Кунљи назди қуллаи - и секунљаро ҳамчун кунљи байни векторҳои ва мувофиқи формулаи зарби скалярии векторҳо меёбем:

$= \frac{\cdot}{|\ |\cdot|\ |}$.Аввал координатаҳои векторҳои ва -ро меёбем:

$$= \{\quad - \quad , \quad - \quad , \quad - \quad\} = \{-1 - 2;\ 3 - (-1);\ -7 - 5\} = \{-3, 4, -12\}$$

$= \{ - , - , - \} = \{0 - 2; 1 - (1); -5 - 5\} =$
$\{-2; 2; -10\}$, акнун модулҳоиин векторҳо ва зарби скалярии онҳоро ҳисоб мекунем:

$$| | = \overline{(-3) + 4 + (-12)} = \sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$$| | = \overline{(-2) + 2 + (-10)} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$(\cdot) = -3(-2) + 4 \cdot 2 + (-12) \cdot (-10) = 134$$

Ҳамин тавр

$$= \frac{\cdot}{| | \cdot | |} = \frac{134}{13 \cdot 6\sqrt{3}} = \frac{67}{39\sqrt{3}} \approx 1$$

$$= \frac{67}{39\sqrt{3}}$$

Масъалаи 6. Кори қувваи $= \{-3, 2, 5\}$ - ро ҳисоб кунед, агар нуқтаи гузориши он аз нуқтаи $(3, -2, 5)$ба нуқтаи $(-2, -1\ 3)$ равона бошад.

Ҳал. Мувофиқи тадбиқи физикавии зарби скаляри агар вектори қувваеро тасвир намояд, ки нуқтаи гузориши он аз ибтидои вектори ба интиҳои он ҳаракат намояд, он гоҳ коре , ки қувваи иљро мекунад ба зарби скалярии векторҳои ва баробар мешавад.

Яъне: =

Ҳамин тавр коре , ки қувваи иљромекунад аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$$= \cdot.$$

Дар ин љо $= \{-2 - 3; -1 + 2; 3 - 5\} = \{-5; 1; -2\}$

$$= \cdot = -5 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) = 15 + 2 - 10 = 7$$

Љавоб: кори қувваи $- = 7$ воҳиди кор.

§6. Зарби вектории векторҳо

6.1 Таърифи зарби векторї

Фараз мекунем векторҳои ва дода шуда бошад, ки байни хам ягон кунљи φ-ро ташкил медиҳанд. Он гоҳба зарби вектории ин векторҳоро чунин таъриф медиҳанд:

Таъриф: Зарби вектории векторҳои ва гуфта чунин вектори с - ро мемонанд, ки он аз рӯи се шартҳои зерин муайян карда мешавад:

1) модули зарби вектори ба ҳосили зарби модулҳои векторҳои ва бар синуси кунљи байни онҳо баробар аст, яъне бо ибораи дигар ба масохати параллелограмме ки бо ёрии ин векторҳо сохта шудааст, боробар мебошад:

2) вектори ба ҳамворие ки дар он векторҳои ва мехобанд, перпендикуляр аст; яъне ба ҳар яки ин векторҳо перпендикуляр аст: ва

3) пас аз ба ибтидои умуми овардани векторҳои , ва онҳо нисбат бо ҳамдигар ҳамчун векторҳои асосии , , љойгир мешаванд.

Зарби вектории ду векторҳоро бо нишонаи зеринишорат мекунем:]

мувофиқи шарти (2):

| |= , =| |· · (2.9)

6.2 Хосиятҳои зарби вектори

1) [,] = −[,]

2) [,] = 0, агар = 0, ё = 0, ё ки / / , бошад,

3) [(+c)] = + [ ],

4) [λ] = ( ) = [ ],барои ададиди лхохиλ.

Аз таъриф ва хосиятҳои зарби вектори истифода бурда зарби вектории векторҳои воҳидии , ва чунин натиља мебарояд:

[,] = [,] = [,] = 0,

[,] = −[,] = , [,] = −[,] =

[,] = − , = .

Агар векторҳои ва бо координатаҳояшон дода шуда бошад, яъне

= · + . + · , = + +

Он гоҳ зарби вектории онхо бо формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

= , = = · + · + · . (2.10)

6.3 Татбиқи геометрии зарби векторї.

Модули зарби вектории векторҳои ва ба масоҳати параллелограмме, ки аз ин векторҳо сохта шудаст баробар мебошад, яъне

$_{\text{пар}}$ = | |

6.4 Татбиқи физикавии зарби векторї.

Агар вектори қувваи дар ягон нуқтаи гузошта шуда бошад ва вектори аз ягон нуқтаи О ба нуқтаи М равона бошад, он гоҳ зарби вектории · - моменти қувваи нисбат ба нуқтаи О - ро тасвир мекунад.

= = ·

§7. Ҳалли мисолҳо

Масъалаи 1. Агар| | = 5, = 4 ва = 16 бошад, модули зарби вектории | |- ро ёбед.

Ҳал.Аввал кунљи байни векторҳоро аз рӯи формулаи зарби скаляри ҳисоб мекунем:

$$= \frac{}{|\ ||\ |} = \frac{16}{5\cdot 4} = \frac{4}{5}$$

Акнун синуси кунљи байни векторҳоро меёбем:

$$= \sqrt{1 - \quad} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

Инак $= |\ |\cdot \quad \cdot \sin = 5\cdot 4\cdot - = 12$

Масъалаи **2**. Кунљи байни векторҳои ва $- = —$ ва $|\ | = 2$, $= 5$ бошад, ифодаи $(2 - 3\ )(\ + 5\ ) -$ро ҳисоб кунед.

Ҳал. Аввал зарби вектории $(2 - 3\ )(\ + 5\ )$ -ро ҳисоб мекунем:

$$(2 - 3\ )(\ + 5\ ) = [2\ ] + 2\cdot 5 - 3\cdot - 3\cdot 5$$
$$= 2[\ ] + 10\cdot - 3\cdot - 15$$
$$= 2\cdot 0 + 10 + 3 - 15\cdot 0 = 13$$

Модули зарби векториро ҳисоб мекунем:

$$= |\ |\cdot \quad \cdot \sin = 2\cdot 5\cdot \sin\frac{3}{4} = 2\cdot 5\cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

Ҳамин тавр

$$(2 - 3\ )(\ + 5\ ) = 2 - 3 + 5 = |13\ | = 13\cdot 5\sqrt{2}$$
$$= 169\cdot 25\cdot 2 = 8450$$

Мисоли 3. Векторҳои $+ 3$ ва $3 +$ дода шудаанд .

Масохати параллелограмме, ки бо ёрии ин векторхо сохта шудааст, ёфта шавад, агар $|\ | = = 1$ ва кунљи байни векторҳои ва ба− баробар бошад.

Ҳал. Мувофиқи тадбиқи геометрии зарби вектори масоҳати параллелограмм ба модули зарби вектории ин векторҳо баробар мебошад.Бинобар ин аввал зарби векториро ҳисоб мекунем.

$$[(\ + 3\ )\ 3 +\ ) = 3[\ ,\ ] +\ ,\ + 9\ ,\ + 3\ ,\ =\ ,\ -$$

$-9\ ,\ = -8\ ,$,чунки $[\ ,\ ] =\ ,\ = 0$ ва $[\ ,\ ] = -\ ,$ аст.

Дар натиља $S= [\ + 3\ ,3 +\ ]| = 8\ [\ ,\ ]| = 8\cdot 1\cdot 1\cdot \quad - = 4.$

Мисоли**4**.Хосили зарби вектории векторҳои $= 2 + 3 + 5\ ,\ = + 2 +$ ёфта шавад.

Ҳал. Барои ин аз формулаи (4.17) истифода мебарем.

$$[\ ,\ ]= \cdot + \cdot + \cdot = -7 + 3 + .$$

Мисоли **5**. Қуллаҳоисекунља маҳз дар нуқтаҳои A(1; 1;1), B(2; 3; 4) ва C(4; 3; 2)љойгир шудаанд. Масохати ин секунљаҳисоб карда шавад.

Ҳал: Векторҳои AB ва AC − ро меёбем:

$$AB = (2-1)\cdot\ +(3-1)\cdot\ +(4-1)\cdot\ =\ +2\ +3\ .$$
$$=(4-1)\ +(3-1)\ +(2-1)\ =3\ +2\ +$$

Масохати секунљаи ABC бо нисфи масохати параллелограмме , ки бо ёрии векторҳои AB ва AC сохта шудааст, баробар мебошад. Бинобар ин аввало зарби вектории ин векторҳоро меёбем:

$$[\qquad\ ]=\qquad\ =-4\ +8\ -4$$

Пас $\qquad = -\ [\qquad\ ]|=-\sqrt{16+64+16}=\sqrt{24}.$

Масъалаи 6. Қувваи $\bar{\ }=\{3\ ,\ 2\ ,\ -1\}$ дар нуқтаи $(-1,\ 4,\ -2)$ гузошта шудааст. Бузургии моменти қувва ва косинусҳои самтдиҳандаи онро нисбат ба нуқтаи $(2,4,0)$ҳисоб кунед.

Ҳал. Мувофиқи тадбиқи физикавии зарби вектори моменти қувваи нисбат ба нуқтаи ба зарби вектории векторҳои ва баробар мебошад, яъне $=\qquad =\qquad\cdot$

Вектори $\qquad =\{3-2;2-4;-1-0\}=\{1,-2,-1\}$

Зарби векториро ҳисоб мекунем:

$$=[\qquad\cdot\ ]=\begin{matrix}1 & -2 & -1\\ 3 & 2 & -1\end{matrix}=2\ +3\ -3\ +6\ +2\ +\ =4\ -2\ +8$$

Инак $\qquad =\qquad\ =4\ -2\ +8\ =\{4,-2,8\}$

Бузургии момент ба модули ин вектор баробар аст.

$$|\ |=|\qquad\ |=\ \sqrt{4\ +(-2)\ +8}\ =\sqrt{84}=2\sqrt{21}$$

Акнун косинусҳои самтдиҳандаи моментро ҳисоб мекунем:

$$=\frac{\ }{|\ |}=\frac{4}{2\sqrt{21}}=\frac{2}{\sqrt{21}};$$
$$=\frac{\ }{|\ |}=\frac{-2}{2\sqrt{21}}=\frac{1}{\sqrt{21}};$$
$$=\frac{\ }{|\ |}=\frac{8}{2\sqrt{21}}=\frac{4}{\sqrt{21}};$$

§8. Масъалаҳо барои кори мустақил

1. Кунљи байни векторњои ва , $=150^{\circ}$, $|\ |=10,\qquad =6$ бошад, $=7$ ро њисоб кунед.

2. Дода шудааст: $|\ |=8,\qquad =4,$ ва $\qquad =-16,\qquad -$ роёбед.

3. Векторњои ва ба њам перпендикуляр, ва $|\ |=3,\qquad =4$ бошад, ифодањои зеринро њисоб кунед:

а) $2\ -3\ (2\ +3\ )\ ,\qquad 3\ -5\ (2\ -3\ )\ .$

4. Кунљи байни векторњои ва = —. Агар | | = 2, = 4 бошад, ифодањоро њисоб кунед:

а) , б) 2 + 3 (− 5) , + 2 (3 − 7) .

5.Хосили зарби вектории векторҳои = {3; 4; 7} ва = {2; −5; 2} ёфта шавад.

Љавоб; [,] = 43· + 8· − 23 .

6. Векторњои = 5, −2, 1}, = { 4 , 0, 6} дода шуда бошад, координатањои зарби вектории векторњои зеринро њисоб кунед:

а) , б) 2 + 3 , в) 3 − 2 (2 + 3) .

7. Нуќтањои A(3,1,2), B(2,7,4) ва C(1,2,1) дода шудааст. Координатањои зарби вектории зеринро њисоб кунед:

а) [AB · BC], б) [(AC − 2BC)AB], в) [(3BC − CA)CB]

8.Масохатесекунљае, киқуллахояшдарнуқтаҳоиA(2; 2; 2), B(4; 0; 3), ваC(0; 1; 0) воқеъмебошанд, ёфташавад.

Љавоб:

$$= \frac{1}{2}\sqrt{65}.$$

9.Масохати параллелограмме, ки бо ёрии векторҳои = 6 + 3 − 2 ва = 3 − 2 + 6 сохта шуддаст, ёфта шавад.

Љавоб: S=|[,]| = 49.

§9. Зарби омехтаи се векторҳо.

Таъриф.Зарби омехтаи се векторҳои , ва ¯ гуфта ададеро мемонанд, ки он ба ҳосили зарби скалярии вектори ба вектори ¯ баробар мебошад, яъне ¯ одатан зарби омехтаро бо нишонаи ¯- ишорат мекунанд:

¯ = ¯ = ¯

Зарби омехтаи се векторҳои , , ¯ ба ҳачми параллелопипеде, ки аз ин векторҳо сохта шудааст баробар мебошад.

Агар векторҳо компланар бошанд (дар як ҳамвори ёки дар ҳамвориҳои параллель хобанд) зарби омехтаи онҳо ба нул баробар мешавад ва баръакс агар зарби омехтаи се векторҳои ¯= 0 бошад, онҳо компланар мебошанд, яъне шарти ¯= 0 - шарти зарури ва кифоягии компланарии се векторҳои , , ¯- мебошад.

Агар векторҳо бо координатаҳояшон дода шуда бошанд:

= { , , }, = { , , }, ¯= { , , }

зарби омехтаи онҳо аз рўи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

с =

§10.Ҳалли масъалаҳо.

Масъалаи 1. Вектори ¯ ба векторҳои ва перпендикуляр, кунҷи байни векторҳои , ва − = 60° ва | | = 5, | | = 2, | ¯| = $2\sqrt{3}$ дода шуда бошад, зарби омехтаи ин векторҳоро ҳисоб кунед.

Ҳал.Мувофиқи таърифи зарби омехтаи се векторҳо:

$$\bar{} = \bar{}$$

Аввал модули зарби вектории ¯ = -ро меёбем

$$\bar{} = |= | |\cdot| \cdot 60° = 5 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

Зарби вектории векторҳои ва - ро бо ишорат мекунем, он гоҳ с = · ¯= | |·| ¯|cos (^) = | |·| ¯| .

- кунҷи байни вектори ¯ ва зарби вектории мебошад. Бинобар он, ки вектори ¯ ба векторҳои ва перпендикуляр аст ва зарби вектории - вектори ҳам ба векторҳои ва перпендикуляр мебошад, пас векторҳои ва ¯ ба ҳамдигар параллель мебошанд ва кунҷи байни онҳо = 0° ёки = 180° мебошад ва = ±1

Ҳамин тавр зарби омехтаи се векторҳо

$$\bar{}= | \bar{}| \cdot | \bar{}|\cos = 5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot = \pm 30$$

Масъалаи 2. Муайян намоед, ки дар кадом қимати - се векторҳои = {2, −1, }, = {1, , −3} , ¯= {3, −4, 7} компланар мешаванд.

Ҳал. Мувофиқи шарти зарури ва кифоягии компланарии се векторҳо бояд ¯= 0 шавад:

Зарби омехтаро ҳисоб мекунем:

$$\bar{}= \begin{vmatrix} 2 & -1 & \\ 1 & -3 & \\ 3 & -4 & 7 \end{vmatrix} = 14 - 4 + 9 - 3 - 24 + 7 = -3 + 10 - 8$$

Мувофиқи шарт

$$-3 + 10 - 8 = 0 => 3 - 10 + 8 = 0$$

$$\cdot = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{3} = \frac{5 \pm 1}{3}$$

$$= 2, \quad = \frac{4}{3}$$

Ҳамин тавр ҳангоми = 2 ва = – векторҳо компланар яъне векторҳои

$$= \{2, -1, 2\}, \quad = \{1, 2, -3\}, \bar{}= \{3, -4, 7\}$$

$$= 2, -1, \frac{4}{3}, \quad = 1, \frac{4}{3}, -3, \bar{}= \{3, -4, 7\}$$

Векторҳои компланари.

Масъалаи 3.Қуллаҳои тетраэдр дода шудааст:

(1,2, −1), (−1,2,1), C(−1 ,2, 1), (2,1, −3)

Дарозии баландии аз қуллаи фуроварда шударо ҳисоб кунед.

Ҳал. Барои ёфтани баландии аз қуллаи фуровардашуда, мо аввал ҳачми тетраэдрро меёбем, ки он ба −ҳиссаи параллелопипеди аз векторҳои , ва сохта шуда баробар мебошад ва баъд аз рӯи формулаи ҳисоб кардани ҳачми тетраэдр

$$_{тет} = \frac{1}{3} \; _{асос} \cdot$$

Баландии = - ро ҳисоб мекунем.

Асоси тетраэдр секунљаи Δ мебошад. Ҳачми параллелопипедро ҳисоб мекунем. Барои ин аввал векторҳои , ва -муайян мекунем:

$$= \{ - , - , - \} = \{0 - 1, \quad 1 - 2, \quad 5 - (-1)\}$$
$$= \{-1, \quad -1, \quad 6\}$$
$$= \{-1 - 1, \quad 2 - 2, \quad 1 - (-1)\} = \{-2, 0, 2\}$$
$$= \{2 - 1, \quad 1 - 2, \quad -3 - (-1)\} = \{1, -1, -2\}$$

Ҳачми параллелопипедро ҳисоб мекунем.

$$= \cdot \cdot = \pm \begin{matrix} -1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{matrix} = 12 - 2 - 2 + 4 = 12$$

Ҳаљми тетраэдр $_{т} = - = - \cdot 12 = 2$

Акнун масоҳати асоси тетраэдр - масоҳати секунљаи Δ - ро меёбем. Масоҳати Δ ба ними масоҳати параллелограмме, ки аз векторҳои ва сохта шудааст баробар аст. Масоҳати параллелограмм ба модули зарби вектории векторҳои ва баробар. Зарби вектории [·]–ро ҳисоб мекунем:

$$[\cdot] = \begin{matrix} -1 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \end{matrix} = -2 - 6 - 2 + 2 = -2 - 4 - 2$$

$$_{пар} = |[\cdot]| = \sqrt{(-2) + (-4) + (-2)} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Масоҳати секунља $_{\Delta} = - _{пар} = \sqrt{6}$

Акнун дарозии баландии -ро ҳисоб мекунем.

$$_{т} = \frac{1}{3} \; _{асос} \cdot \quad =>$$

$$2 = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \quad => \quad = \frac{6}{\sqrt{6}}$$

Инак баландии $= \sqrt{6}$

Масъалаҳо барои кори мустаъќилона

1.Векторњои , ва с сегонаи чап ёки рост мешавад, муайян намоед, агар:

1) = , =i, ¯= 2) = , = , ¯= 3) = , = , ¯=

4) = , = , ¯= 5) = + , = − , ¯= 6) = + , = − , ¯=

бошад.

1. Векторњои , ва ¯сегона ростро ташкил мекунад ва байни худ перпендикуляр мебошад. Агар | | = 6, =4, | ⃒ = 6 бошад, зарби омехтаи ¯- ро њисоб кунед.

2. Вектори ¯ба вектори ва ба 150° баробар. Агар | | = 8, =6, | ⃒ = 4 бошад, ¯- ро њисоб кунед.

3. Айнияти (¯+ 2 +) = ¯- ро исбот кунед, - адади дилхоњ.

4. Векторњои 1) = {1, −1,3}, = {2,1, −3}, ¯= {1,2,1}

2) = {3,2, −5}, = {1, −1,4}, ¯= {1, −3,1}

3) = {1, −1, −3}, = {−2,2,1}, ¯= {3, −2,5}зарби омехтаи ¯- ро њисоб кунед.

6. Компланарии векторњои , , ¯- ро санљед.

а) = {1, −2,1}, = {3,1, −2}, ¯= {7,14, −13}.

б) = 2 + − 3 , = − 4 + , ¯= 3 − 2 + 2 .

в) = {3, −2,1}, = {2,1,2}, ¯= {3, −1, −2}.

г) = {2, −1,2}, = {1,2, −3}, ¯= {3, −4, 7}.

7. Санљед, ки чор нуќтаи A(1, 0, 1), B(4,4,6), C(2,2,3) ва Д(10, 14, 17) дар як њамворї мехобанд.

8. Њаљми паралелопипеди дар векторњои = {−3,2, −1}, = {2,1,2}, ¯= {−3,1,2} сохта шударо њисоб кунед.

9. Қуллањои тетраэдр дода шудааст:

A(2,-1,1), B(5,5,4), C(3,2,-1), D(4,1,3). Дарозии баландии аз ќуллаи C-фуровардашударо ёбед.

10. Њаљми тетраэдр V=5 ва се ќуллаи он нуќтањои A(2,1,-1), B(3,0,1), C(2,-1,3), координатањои ќуллаи чорўми он D-ро ёбед, агар он дар тири OXхобида бошад.

БОБИ III.
ХАТИ РОСТ ДАР ҲАМВОРИ

§1. Хатҳо ва муодилаи онҳо.

Таъриф.Хат-љои геометрии нуқтахои ба як хосияти умумї молик будаи њамворї мебошад.Муодилаи хат бошад ифодаи тарзи аналитикии ин хосияти умумии нуқтаҳои вай мебошад, ки бо ёрии координатаҳои љории ва – и нуқтаи дилхоҳи хат навишта мешавад.

Тағьирёбандаҳои ва – и нуқтаи дилхоҳи ба муодилаи хат дохилбударо координатаҳоиљори, доимиҳои ҳарфии онро параметрҳо меноманд.

Масалан, дар муодилаи давраи

+ = , (−) + (−) =

x ва координатаҳои љорӣ буда, , , R - параметрҳо мебошад.

Барои тартиб додани муодилаи хат чун љои геометрии нуқтаҳои ҳамворӣ бояд:

1. Нуқтаи ихтиёрии хат (,) гирифт,
2. Хосияти умумии ҳамаи нуқтаҳои хатро истифода бурда айният тартиб дод.
3. Бузургиҳои дар шарти масъала (кунљ, порча, координатаҳои нуқтаи маълум ва дигарҳо) додашударо бо ёрии координатаҳои љории хат ифода кард.

Мисоли соддатарини тартиб додани муодилаи хати додашударо ҳал мекунем.

Мисоли 1. Муодилаи хати росте тартиб дода шавад, ки он ба порчаи нуқтаҳои $(3;-2)$ва $(5;3)$-ро пайвасткунанда перпендикуляр буда, онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад.

Ҳал. Аз шарти масъала аён аст, ки ҳамаи нуқтаҳои хати рости матлуб аз нуқтаҳои ва дар масофаҳои баробар љойгир шудаанд. Бинобар он хати ростро чун љои геометрии нуқтаҳои ҳамворӣ, ки он аз нуқтаҳои ва дар як хел масофа воқеъ аст, дида мебароем. Фарз мекунем, ки (;) нуқтаи дилхоҳи хати рости матлуб бошад. Баробарии

$$\overline{\quad} = \overline{\quad} \qquad (3.1)$$

хосияти умумии нуқтаҳои хати рости матлубро ифода мекунад. Агар нуқтаи (,) дар хати рости матлуб нахобад, он гоҳ ≠ мешавад. Барои тартиб додани муодилаи хати рости матлуб масофаи ва -ро бо ёрии координатаҳои маълум ва љории нуқтаҳои , ва бо ёрии формулаи (1.4) ифода карда ба баробарии (3.1) мегузорем. Он гоҳ.

$$\overline{(\quad -3)\quad +(\quad +2)} = \overline{(\quad -5)\quad +(\quad -3)} \qquad (3.2)$$

Муодилаи ҳосилшуда, муодилаи хати рости матлуб мебошад.

Пас аз ҳар ду қисми баробарии (3.2) –ро ба квадрат бардошта содда кардан муодилаи $4\quad +6\quad -21=0$ -ро ҳосил мекунем.Ин муодилаи хати росте мебошад,ки ба порчаи АВ перпендикуляр буда аз миёнаљои он мегузарад.

§2.Муодилаи хати рост.

2.1 Муодилаи умумии хати рост

Таъриф. Муодилаи тартиби якўми байни тағъирёбандаҳои ва , ки онро координатаҳои нуқтаҳои дилхоҳи дар хати рост воқеъбуда қаноат мекунонанд, муодилаи хати рост номида мешавад.

$$+\quad +\quad =0 \qquad (3.3)$$

Ин муодила муодилаи умумии хати рост дар ҳамворї номида мешавад.

Агар дар муодилаи умумии хати рост $A\quad +\quad +\quad =0$ баъзе аз коэффициентҳо ба нул баробар бошад, он гоҳ онро муодилаи нопурраи хати рост меноманд. Мавридҳои зерин дуљор мешаванд:

1) = 0бошад, муодила намуди A + = 0 мешавад ва он хати рости аз ибтидои координата гузарандаро тасвир мекунад.

2) A = 0, ≠ 0бошад, муодила намуди + = 0 ,

= − ёки = ва ин муодила хати рости ба тири Ox параллел бударо тасвир мекунад.

Агар = 0 ҳам бошад, он гоҳмуодилаи = 0 , муодилаи тири Ox мешавад.

3) = 0 (≠ 0)бошад, он гоҳ муодила намуди A + = 0 ёки

= − , = буда ин муодила хати рости ба тири O параллел бударо тасвир мекунад. Агар = 0 ҳам бошад, он гоҳ муодилаи = 0 , муодилаи тири Oy мешавад.

2.2. Муодилаи хати рост дар порчаҳо

Бигузор дар муодилаи умумии хати рост A + + = 0ҳеч яке аз коэффициентҳо ба нул нобаробар бошад, он гоҳ ин муодиларо ба намуди соддатар овардан мумкин аст:

$$A + + = 0 \quad , \qquad A + = -C$$

$$\frac{A}{-} + \frac{}{-} = 1 \, , \qquad \frac{}{} + \frac{}{} = 1$$

− − = , − − = ишорат кунем, муодилаи

$$- + - = 1 \quad (3.4)$$

ҳосил мекунем, ки ин муодила муодилаи хати рост дар порчаҳо номида мешавад.

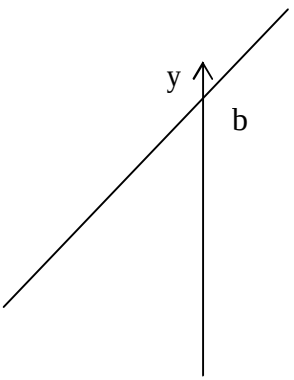
Дар ин ҷо бузургиҳои a ва b дарозии порчаҳое мебошад, ки хати рост дар тирҳои Ox ва Oy мувофиқан ҷудо мекунанд (расми 18). Ин муодила барои сохтани хати рост дар системаи координати ҷудо ҳам қулай мебошад.

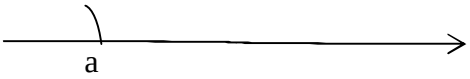
2.3 . Муодилаи хати рост бо коэффициенти кунҷї

Муодилаи хати росте, ки нисбат ба ҳал карда шудааст, яъне, муодилаи намуди

$$= + \quad (3.5)$$

муодилаи хати рост бо коэффициенти кунҷй номида мешавад. Дар муодилаи (3.5) - коэффициенти кунҷї, (дар ин ҷо = буда, −кунҷи моилй мебошад, ки хати рост бо самти мусбати тири OX ташкил мекунад) b-бошад бузургии порчае мебошад, ки хати рост аз тири ординатаҷудо мекунад(расми 18).





Расми 18.

2.4 Муодилаи хати росте, ки аз нуқтаҳои додашуда мегузарад

1. Агар хати рост аз нуқтаи (,) гузарад ва коэффиценти кунљии он kдода шуда бошад,он гоҳ муодилаи он ба намуди зерин навишта мешавад:

$$- = (-).(3.6)$$

2. Бигузор хати рост аз ду нуқтаҳои (,) ва (,) гузарад. Дар ин маврид коэффиценти кунљии он аз руи формулаи

$$= \frac{}{} \qquad (3.7)$$

ҳисоб карда мешавад ва муодилаи хати рост ба намуди зерин навишта мешавад:

$$\frac{}{} = \frac{}{} \qquad (3.8)$$

2.5 Кунљи байни ду хати рост.

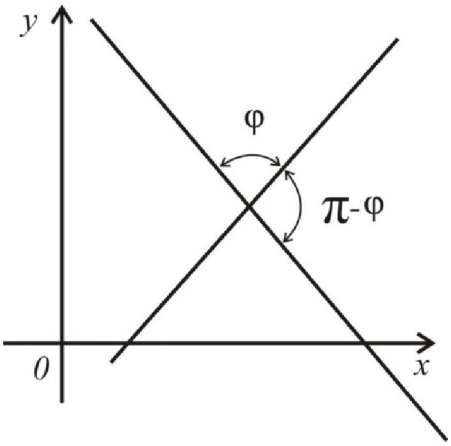
Кунљи байни хатҳои рости

$$\begin{aligned} &= + \\ &= + \end{aligned} \qquad (3.9)$$

бо ёрии формулаи

$$= \frac{-}{1 +} \qquad (3.10)$$

ҳисоб карда мешавад (расми 20).



Расми 20.

Шарти параллелии ду хати рост = буда, шарти перпендикулярии онҳо

$= -1$ ёки $= -$ (3.11)

Бигзор муодилаи хатҳои рост ба намуди умумӣ дода шуда бошанд:

$+ \quad + \quad = 0$

$+ \quad + \quad = 0$

Он гоҳ коэффиценти кунљии онҳо $= -$, $= -$ пас,

1) шарти параллелии ду хати рост баробарии

$: \quad = \quad :$, $\frac{1}{1} = \frac{2}{2}$ (3.12)

2) шарти перпендикуляриаш бо ёрии баробарии

$+ \quad = 0$ (3.13)

муайян карда мешавад.

3) агар $= = =$ бошад, хатҳои рост ҳамљоя мешавад , яъне ҳар ду муодила якто хати ростро муайян мекунад.

4) агар $\neq$ бошад, хатҳои рост дар як нуқта мебуранд, яъне нуқтаи умуми доранд ва координатаҳои нуқтаи буриш M (,)аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$= \quad = \quad$ (3.14)

2.6 Муодилаи дастаи хатҳои рост.

Таъриф:Маљмуи ҳаммаи хатҳои ростеро, ки аз ягон нуқтаи ҳамвори мегузаранд, дастаи хатҳои рост ва нуқтаи умумии онҳоро маркази дастаи хатҳо меноманд.

Маълум аст, ки муодилаи хати росте, ки аз нуқтаи (,) мегузарад ва коэффициенти кунљиаш k мебошад намуди зерин дорад: $- = (-)$

Дар ин муодила k қиматҳои дилхоҳқабул мекунад ва ин муодила дастаи хатҳои марказаш дар нуқтаи (,) бударо тасвир мекунад.

Одатан муодилаи дастаи хатҳои ростро бо воситаи чуфти хатҳои росте, ки ба даста таалуқ доранд муайян кардан мумкин аст.

Фараз мекунем, ки хатҳои рости $A + + = 0$ ва $A + + = 0$ дар ягон нуқтаи (,) якдигарро мебуранд. Он гоҳ муодилаи

$A + + + (A + +) = 0$ (3.15)

ки дар ин љо $-$параметри дилхоҳ мебошад, дастаи хатҳои ростеро муайян мекунад, ки маркази он дар нуқтаи (,) мебошад. Ин муодила муодилаи дастаи хатҳои рост номида мешавад.

2.7Муодилаи каноники ва параметрии хати рост.

Бигузор хати рост аз нуқтаи (,) гузарад ва вектори $= \{ , \}$ ягон вектори ба хати рост параллел ёки дар хати рост хобида

бошад. Ин гунна векторро вектори самтдиҳандаи (равишдиҳанда) хати рост меноманд. Нуқтаи (,) ягон нуқтаи дилхоҳи ҳамвори бошад. Вектори М ро тартиб медиҳем: М = { − , − }

Агар нуқтаи (,) нуқтаи хати рост бошад , он гоҳ векторҳои ва М ба ҳамдигар параллель яъне коллинеар мешаванд ва баръакс ,агар ~ М бошад, нуқтаи (,) дар хати рости L мехобад. Пас мувофиқи шарти коллениарии векторҳои бо координатаашон додашуда мо шарти зеринро ҳосил мекунем:

——— = ———(3.16)

Ин муодилаи хати рост нисбат ба таъғирёбандаҳои хва у буда, муодилаи каноникии хати рост номида мешавад.

Ҳар яки ифодаҳои баробарии (*)-ро бо t ифода карда муодилаи намуди

= −
= − (3.17)

ҳосил мекунем, ки дар ин љot – параметр буда қиммати дилхоҳқабул мекунад ва нуқтаи хати ростро муайян менамояд. Ин гуна муодиларо муодилаи параметрии хати рост меноманд. Агар параметри t-ро дар муодилаи параметри ҳамчун вақти таъғирёбанда қабул кунем, он гоҳ муодилаи параметри муодилаи ҳаракати ростхаттаи мунтазами нуқтаи М ро муайян мекунад. Суръати ҳаракати ин нуқта аз рӯи формулаи

= √ + (3.18)

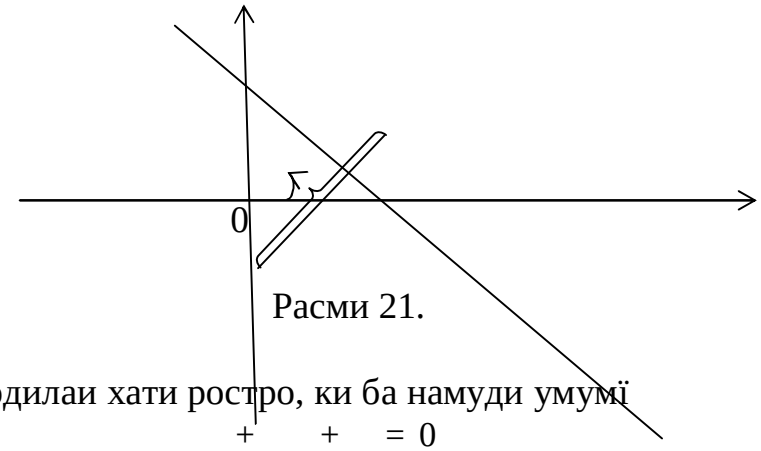
ҳисоб карда мешавад.

2.8 Муодилаи нормалии хати рост. Масофа аз нуқта то хати рост.

Муодилаи намуди

+ − = 0 (3.19)

муодилаи нормалии хати рост номида мешавад, ки дар инљо −дарозии перпендикуляри (нормали) аз ибтидои координата то хати рост додашуда (яъне масофа аз ибтидои координата то хати рост) буда, кунље мебошад, ки ин перпендикуляр бо самти мусбати тири 0 ташкил мекунад (расми 21).



Расми 21.

Ҳар гуна муодилаи хати ростро, ки ба намуди умумї

+ + = 0

дода шуда аст, дар натиљаи ба зарбкунандаи нормалй

$\mu = \frac{}{\pm\sqrt{\quad}}$ (3.20)

зарб кардан, ба намуди нормалй овардан мумкин аст:

$\frac{}{\pm\sqrt{\quad}} + \frac{}{\pm\sqrt{\quad}} + \frac{}{\pm\sqrt{\quad}} = 0$(3.21)

Аломатиμакси аломати гирифта мешавад.

Моилшавии нуқтаи додашуда − (;)аз хати рости додашудаи

+ − = 0.

ё ки + + = 0.

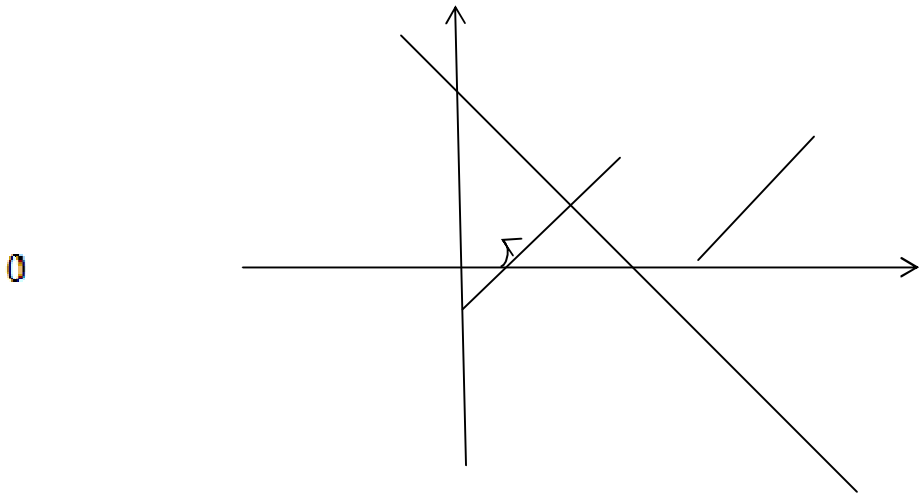
бо ёрии формулаи.

= + − (3.22)

ё ки

$= \frac{}{\pm\sqrt{\quad}}$ (3.23)

муайян карда мешавад (расми 22).



Расми 22.

Масофа аз нуқта то хати рост ба бузургии мутлақи моилшавй баробар буда, бо формулаҳои

$$= | \quad | = | \qquad + \qquad - \quad | \qquad (3.24)$$

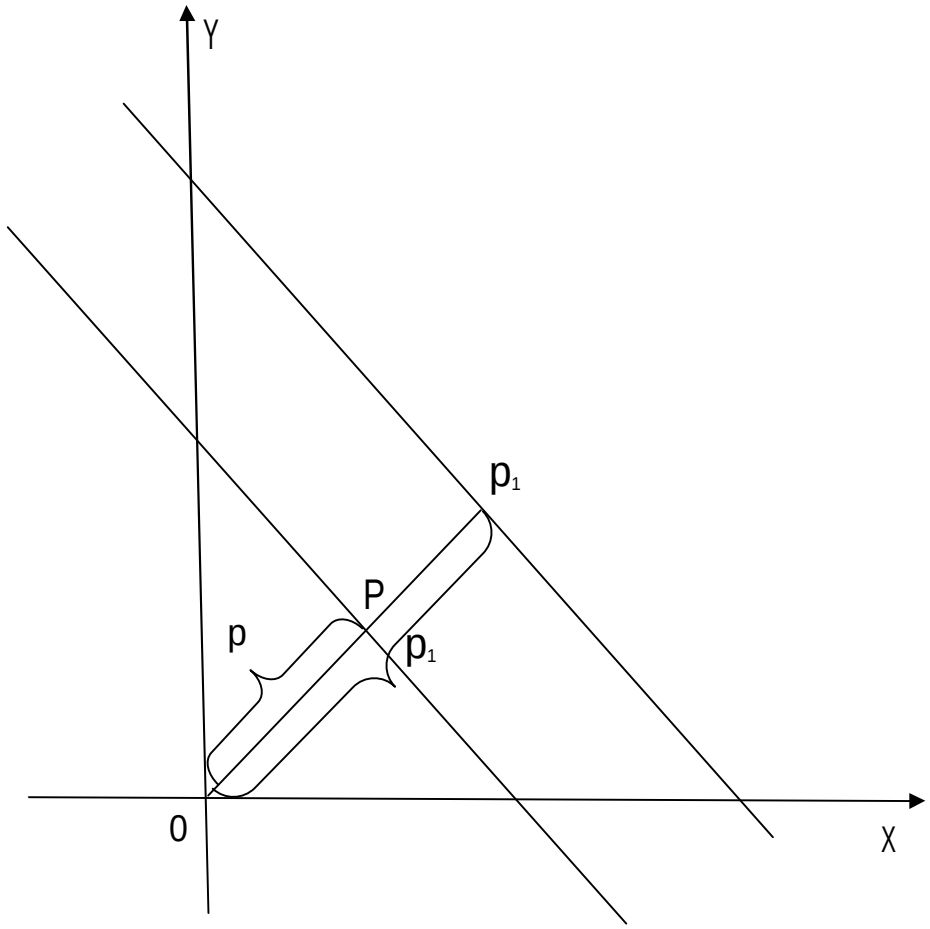
ё ки

$$= | \quad | = \frac{0 + \quad 0 +}{\overline{\quad 2 + \quad 2}} \qquad (3.25)$$

ҳисоб карда мешавад.

Бигузор, хатҳои рости $+ \quad + = 0$ ва $+ \quad + = 0$ байни худ параллель бошанд. Барои масофаи байни ин ду хатҳоро ёфтан кофист, ки аз хати рости якӯм (ё ки дуюм) нуқтаи ихтиёрй интихоб карда, масофаи онро то хати рости дуюм (ё ки якӯм) ҳисоб карда шавад.

Ин намуд масъалаҳоро бо дигар усул низ ҳал кардан мумкин аст. Яъне аввал муодилаҳои хатҳои додашударо ба намуди нормалй оварда параметрҳои онҳо ва ёфта шаванд. Он гоҳ масофаи байни хатҳои рости параллель ба $= | \quad - \quad |$ баробар мешавад (расми 23).



Расми 23.

Ҳалли масъалаҳо

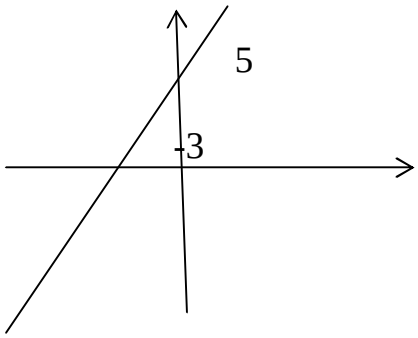
Масъалаи 1.Хати рости $5 \quad - 3 \quad + 15 = 0$ сохта шавад.

Ҳал:Ҳар гуна хати рост бо ёрии ду нуқта, ки ба он мансуб аст сохта мешавад. Бинобар ин барои ёфтани ду нуқтаи хати рости мазкур дар муодилаи хати рост ба яке аз координатаҳои он (х ёки у)қимати ихтиёрй дода қимати мувофиқ будаи координатаи дигарро меёбем. Масалан $=$ 0 гуфта, $-3 \quad + 15 = 0$ –ро ҳосил мекунем . Аз ин љо $= 5$ буданашро муайян мекунем. Дар натиља яке аз нуқтаҳои ба хати рости додашуда мансуб будаи $(0; 5)$ – ро пайдо мекунем. Акнун $= 3$ гӯем, онгоҳ, $-3 \quad = 0$ҳосил мешавад. Аз ин љо $= 0$.

Инак, нуқтаи дуюми ба хати рости додашуда мансуб $(-3; 0)$ҳосил мегардад.

Нуқтаҳои ва – ро р ӯ и координатаҳояшон дар системаи координата дар асоси қоидаи дар боби 1 баёншуда месозем. Нуқтаҳои ва –ро пайваст карда ба ҳар ду тараф давом медиҳем. Дар натиља хати рости додашуда хосил мешавад(расми 24). Услуби дигари сохтани графики

хати рости додашударо дида мебароем. Муодилаи хати рости додашударо бо ёрии формулаи (2.5) ба намуди порчаҳо менависем.



Расми 24.

Барои ин аъзои озоди муодиларо ба тарафи рости баробарӣ мегузаронем:

$$5 \quad - 3 \quad = -15$$

Ҳар ду тарафи баробарии ҳосилшударо ба -15 тақсим мекунем.

Он гоҳ,

$$\frac{5}{-15} - \frac{3}{-15} = 1$$

ё ки

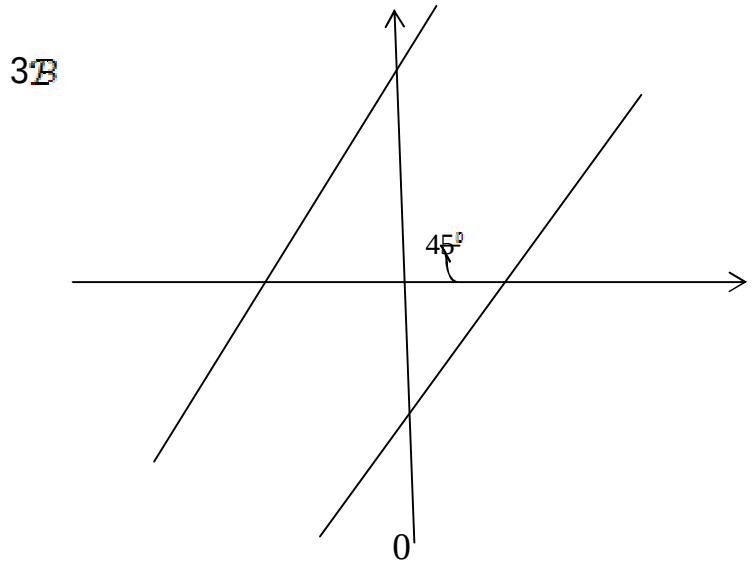
— + – = ҳосил мешавад.

Баробарии (2.20)- ро бо баробарии (2.5) муқоиса карда = −3 ва = 5 буданашро муайян мекунем. Қиматҳои ва − ро мувофиқан ба тирҳои Охва О гузошта графики дар расми 21 бударо ҳосил мекунем.

Масъалаи 2. Хати росте сохта шавад, ки вай аз тири порчаи бузургиаш = 3 бударо људо кунад ва бо самти мусбати тири О кунљи бузургиаш 45° бударо ташкил кунад.

Муодилаи ин хати рост тартиб дода шавад.

Ҳал. Дар системаи росткунљаи декартӣ хати росте месозем, ки вай аз ибтидои координата гузарад ва бо самти мусбати тири 0 кунљи бузургиаш 45° бударо ташкил кунад (расми 25). Аз самти мусбати тири порчаи дарозиаш ба 3 воҳид баробарро људо карда онро бо B ишорат мекунем. Аз нуқтаи B хати росте мегузаронем, ки ба хати рости сохташуда параллель бошад. Хати рости аз нуқтаи B гузаранда ва ба хати рости сохташуда параллель буда хати росте мешавад, ки дар шарти масъала талаб карда шудааст.



Расми 25.

Барои муодилаи ин хатро тартиб додан аз формулаи (2.5) истифода мебарем. Азбаски = 45° = 1 аст, бинобар он муодилаи хати рости матлуб = + 3 мешавад.

Масъалаи3.Кунљи байни хатҳои рости 2 − 3 + 5 = 0 ва 3 + − 2 = 0ҳисоб карда шавад.

Ҳал. Барои коэффициенти кунљии хатҳои рости додашударо ёфтан, муодилаҳоро нисбат ба ҳал карда, онҳоро ба намуди системаи (2.6) навишта мегирем:

$$= \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \qquad (1)$$

$$= -3 + 2 \qquad (2)$$

Агар ба муодилаҳои хатҳои рост бо тартиби додашавиашон рақам гузорем, он гоҳ = − коэффициенти кунљии хати рости (1) ва = −3 коэффициенти кунљии хати рости (2) мешавад. Мувофиқи формулаи (2.7) = − — ва аз ин љо = − — мешавад.

Масъалаи 4. Муайян кунед, ки дар байни хатҳои рости3 − 2 + 7 = 0, 6 − 4 − 9 = 0, 6 + 4 − 5 = 0, 2 + 3 − 6 = 0 кадомҳо байни худ параллеланд ва кадомҳо байни худ перпендикуляранд.

Ҳал. Пеш аз ҳама муодилаҳои додашударо нисбат ба ҳал карда, коэффициенти кунљии хатҳои рости додашударо муайян мекунем:

$$= \frac{3}{2} + \frac{7}{2}, \quad = \frac{3}{2} - \frac{9}{4}, \quad = -\frac{3}{2} + \frac{5}{4}, \quad = -\frac{2}{3} + 2.$$

Аз ин љо коэффициенти кунљии хатҳои рости додашуда

$$= \frac{3}{2}, \quad = \frac{3}{2}, \quad = -\frac{3}{2}, \quad = -\frac{2}{3}$$

мешаванд. Акнун дар асоси формулаҳои (2.9) ва (2.10) муайян мекунем, ки хатҳои рости $3\ -2\ +7=0$ ва $6\ -4\ -9=0$ байни худ параллель буда, хатҳои рости $3\ -2\ +7=0$ ва $2\ +3\ -6=0$,

$$6\ -4\ -9=0\ \text{ва}2\ +3\ -6=0$$

байни худ перпендикуляр мебошанд.

Масъалаи 5. Муодилаи хати росте тартиб дода шавад, ки он аз нуқтаи $(-3;2)$гузарад ва ба тири дар таҳти кунљи 150° моил бошад.

Ҳал. Дар асоси формулаи (3.6) муодилаи хати рости матлубро ба намуди

$$-2=\ (\ +3)$$

менависем. Азбаски $=\ 150^{\circ}=-\sqrt{3}$ аст, бинобар

он $-2=-\sqrt{3}(\ +3)$

ё ки$\sqrt{3}\ -\ +3\sqrt{3}-2=0$

мешавад, ки ин муодилаи хати рости матлуб аст.

Масъалаи 6. Муодилаи хати ростро тартиб диҳед, ки он аз нуқтаҳои $(3;5)$ ва $(-1;2)$гузарад.

Ҳал. $=3,\ =5,\ =-1,\ =2$ −ро ба формулаи (3.8) гузошта, баробарии

$$\frac{-5}{2-5}=\frac{-3}{-1-3}$$

-ро ҳосил мекунем. Аз ин љо

$$\frac{-5}{-3}=\frac{-3}{-4}$$

ё ки $4\ -20=3\ -9$ ё ки $3\ -4\ +11=0$.

Љавоб: $3\ -4\ +11=0$

Масъалаи 7. Муодилаи хати росте навишта шавад, ки вай аз нуқтаи буриши хатҳои рости $3\ -\ +5=0,\ 2\ +3\ +1=0$ гузарад ва ба хати рости $7\ -3\ +5=0$ параллел бошад (координатаҳои нуқтаи буриши хатҳои рост истифода бурда нашаванд).

Ҳал. Аз формулаи (2.15) истифода бурда

$$3\ -\ +5+\ (2\ +3\ +1)=0$$

-ро ҳосил мекунем. Аз баробарии навишташуда

$$(3+2\ )\ +(3\ -1)\ +5+\ =0$$

мешавад. Барои муайян кардани аз формулаи (2.9) истифода мебарем. Он гоҳ$\frac{\qquad}{(\quad)}=\frac{\qquad}{(\quad)}$ ёки $21\ -7=-9-6\ ,\ \ 27\ =-2,$

$=-\frac{}{}$.Қимати −ро ба љояш гузошта

$$3-\frac{4}{27}\ \ +\ -\frac{6}{27}-1\ \ +5-\frac{2}{27}=0,$$

$$77\ -33\ +133=0$$

-ро ҳосил мекунем, ки ин муодилаи хати рости матлуб мебошад.

Масъалаи 8. Муодилаи хати рост $3\ -4\ +25=0$ ба намуди нормалї оварда шавад.

Ҳал. Зарбкунандаи нормалї $= -1:5 -$ ро меёбем. Муодилаи додашударо ба он зарб мекунем:

$$-\frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 5 = 0$$

ё ки

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 5 = 0.$$

Ҳамин тариқ, барои хати рости додашуда баробариҳои

$$-5, \qquad = \frac{3}{5}, \qquad = -\frac{4}{5}.$$

-роҳосилмекунем.

Масъалаи 9.Муодилаиљоигеометриинуқтаҳоеёфташавад, кимоилшавииииннуқтаҳоазхатирости $6 - 8 + 5 = 0$ баададади -5 баробарбошад.

Ҳал. Бигузор $(;)$ нуқтае бошад, ки моилшавии он аз хати рости дода шуда ба ададди -5 баробар бошад. Он гоҳ дар асоси формулаи (3.25).

$$-5 = \frac{6 - 8 + 5}{\pm\sqrt{36 + 64}}$$

Азбаски дар муодилаи хати рост $= 5$ аст, пас зарбкунандаи нормалй бо аломати минус гирифта мешавад.

Бинобарон $-5 =$ ———

Аз ин љо

$$50 = 6 - 8 + 5$$

ё ки $6 - 8 - 45 = 0$

ҳосил мешавад.

Љои геометрии нуқтаҳои матлуб хате будааст, ки ба хати рости додашуда параллел мебошад.

Масъалаи 10. Муодилаи љои геометрии нуқтаҳое ёфта шавад, ки масофаи онҳо то хати рости $5 - 12 - 13 = 0$ ба 3 баробар бошад.

Ҳал. Бигузор $(;)$нуқтае бошад, ки масофаи он то хати рости додашуда ба 3 баробар бошад . Он гоҳ, дар асоси формулаи (3.25)

$$3 = \frac{|5 - 12 - 13|}{\sqrt{25 + 144}}, \qquad 3 = \frac{|5 - 12 - 13|}{13}, \qquad 39 = |5 - 12 - 13|$$

Азтаърифиқиматимутлақиададҳоиҳақиқйистифодабурда

$$5 - 12 - 52 = 0$$

ва

$$5 - 12 + 26 = 0$$

-роҳосилмекунем.

Инак, љоигеометрииматлуб, киазхатиростидодашудадармасофаи 3 воҳиддурйљойгиршудааст,
аздухатҳоиростибахатиростидодашудапараллелиборатбудадартарафҳоигуног унихатиростидодашудавоқеъмебошанд.

Љавоб: $5\ -12\ -52=0,\ \ 5\ -12\ +26=0.$

Масъалаи 11. Масофаи аз нуқтаи $(5,-15)$ то хати рости $3\ -4\ +25=0$ ёфта шавад.Муодилаи хати рост $3\ -4\ +25=0$ ба намуди нормалй оварда шавад.

Ҳал. Аввал муодилаи умумии хати рост $3\ -4\ +25=0$- ро ба намуди нормалй меоремю

Зарбкунандаи нормалй $=-1/5$ − ро меёбем. Муодилаи додашударо ба он зарб мекунем:

$$-\frac{3}{5}\ +\frac{4}{5}\ -5=0$$

ё ки

$$\frac{3}{5}\ -\frac{4}{5}\ +5=0.$$

Ҳамин тариқ, барои хати рости додашуда баробариҳои

$$=5,\qquad =\frac{3}{5},\qquad =-\frac{4}{5}.$$

-роҳосилмекунем.

Масъалаи12.Муодилаи љои геометрии нуқтаҳое ёфта шавад, ки моилшавии ин нуқтаҳо аз хати рости $6\ -8\ +5=0$ ба ададй -5 баробар бошад.

Ҳал. Бигузор $(\ ;\ )$ нуқтае бошад, ки моилшавии он аз хати рости дода шуда ба ададй -5 баробар бошад. Он гоҳ дар асоси формулаи (2.25).

$$-5=\frac{6\ -8\ +5}{\pm\sqrt{36+64}}$$

Азбаски дар муодилаи хати рост -5 аст, пас зарбкунандаи нормалй бо аломати минус гирифта мешавад.

Бинобарон $-5=$ ———

Аз ин љо

$$50=6\ -8\ +5$$

ё ки $6\ -8\ -45=0$

ҳосил мешавад.

Љои геометрии нуқтаҳои матлуб хате будааст, ки ба хати рости додашуда параллел мебошад.

Масъалаи 13. Муодилаи љои геометрии нуқтаҳое ёфта шавад, ки масофаи онҳо то хати рости $5\ -12\ -13=0$ба 3 баробар бошад.

Ҳал. Бигузор $(\ ;\ )$нуқтае бошад, ки масофаи он то хати рости додашуда ба 3 баробар бошад . Он гоҳ, дар асоси формулаи (2.25)

$$3=\frac{|5\ -12\ -13|}{\sqrt{25+144}},\qquad 3=\frac{|5\ -12\ -13|}{13},\qquad 39=|5\ -12\ -13|$$

Азтаърифиқиматимутлақиададҳоиҳақиқйистифодабурда

$$5\ -12\ -52=0$$

ва

$$5 \quad -12 \quad +26 = 0$$

-роҳосилмекунем.

Инак, љоигеометрииматлуб, киазхатиростидодашудадармасофаи 3 воҳиддурйљойгиршудааст, аздухатҳоиростибахатиростидодашудапараллелиборатбудадартарафҳоигуног унихатиростидодашудавоқеъмебошанд.

Љавоб: $5 \quad -12 \quad -52 = 0, \quad 5 \quad -12 \quad +26 = 0.$

Акнун масофаи аз нуқтаи $(5, -15)$ то хати рости додашуда -ро ҳисоб мекунем. Мувофиқи формулаи (2.18) :

$$= |x \cos \quad + \quad \sin \quad - \quad |$$

$$= \frac{3}{5}x \quad -\frac{4}{5} \quad -5 \quad = \frac{3}{5}5 - \frac{4}{5}(-15) - 5 \quad = 10$$

Масъалаи 14.Қуллаҳои секунљаи Δ дода шудаанд: A(5,-4), B (-1,3), C(-3,-2)

Муодилаи тарафҳои секунља ва баландии аз қуллаи A фуроварда шударо тартиб диҳед.

Хал.:Аввал муодилаи тарафҳои секунљаро ҳамчун муодилаи хатҳои рости аз ду нуқтаи додашуда гузарандаро тартиб медиҳем.

Муодилаи тарафи AB: A(5,-4), B (-1,3)

$$\frac{-}{-} = \frac{-}{-}$$

$$\frac{-5}{-1-5} = \frac{+4}{3-(-4)} \quad \frac{-5}{-6} = \frac{+4}{7}$$

$$7 \quad -35 = -6 \quad -24$$

$$7 \quad +6 \quad -11 = 0$$

Тарафи BC:B (-1,3), C(-3,-2)

$$\frac{-}{-} = \frac{-}{-}$$

$$\frac{+1}{-1-(-1)} = \frac{-3}{-2-3}$$

$$-5 \quad -5 = -2 \quad +6$$

$$5 \quad -2 \quad +11 = 0$$

Тарафи AC:A(5,-4), C(-3,-2)

$$\frac{-}{-} = \frac{-}{-}$$

$$\frac{-5}{-3-5} = \frac{+4}{-2+4}$$

$$2 \quad -10 = -8 \quad -32$$

$$2 \quad +8 \quad +22 = 0$$

$$+4 \quad +11 = 0$$

Аннун муодилаи баландии аз қуллаи A фуроварда шударо тартиб медиҳем. Баландии AM аз қуллаи A фуровардашударо ҳамчун хати рости аз

нуқтаи A(5, -4) гузашта ба хати рости BC перпендикуляр бударо тартиб медиҳем:

Муодилаи ин перпендикуляр: − = (−)

Коэффиценти кунљии баланди мувофиқи шарти перпендикулярии хатҳои рости AM ва BC шарти зеринро қаноат мекунонад:

$$= -\frac{1}{\text{вс}}$$

Коэффиценти кунљии тарафи BC-ро меебем:

Муодилаи BC: 5x-2y+11=0 => 2y=5x+11 => y = –x + —

вс = – , пас = − — = -2/5;
вс

Инак, муодилаи баландии AM:

y+4= -2/5 (x-5) =>5y+20=-2x+10 =>2x+5y+10=0

Муодилаи баландии AM:

2x+5y+10=0.

Масъалаи 15. Нуқтаи M.-ро ебед, ки он ба нуқтаи N (8,-9) нисбат ба хати рости аз нуқтаҳои A (3,-4) ва B (-1,-2) гузаранда симметри бошад.

Ҳал. Аввал муодилаи хати рости аз нуқтаҳои A(3,-4) ва B (-1,-2) гузарандаро тартиб медихем:

Муодилаи AB: $\frac{x\ x_A}{x\ x_A} = \frac{y\ y_A}{y_B\ y_A} => \frac{x}{} = \frac{y}{} => \frac{x}{} = \frac{y}{} =>$

=> 2x − 6 = −4y − 16 => 2x+4y+10=0

AB: x+2y+5=0.

Нуқтаи M –ки ба нуқтаи N (8,-9) нисбат ба хати рости AB симметри мебошад дар перпендикуляре , ки аз нуқтаи N ба хати рости AB гузаронида шудааст мехобад. Бинобар он мо муодилаи перпендикулярро, ки аз нуқтаи N (8,-9) ба хати рости AB фуроварда шудааст , тартиб медихем.

Муодилаи ин перпендикуляр ба намуди зерин мебошад:

У − У = (Х − Х)

Коэффициенти кунљии перпендикуляр:

$$= -\frac{1}{}$$

= − –,инак:

$$= -\frac{1}{} = 2.$$

Пас, муодилаи перпендикуляри MN:

Y+9=2(x-8) => Y+9=2X+16 => MN: 2x-y-25=0/

Мувофики таърифи симметрия нуќтаи N дар перпендикуляри MN аз хати рости AB дар кадом масофа љойгир бошад, нуќтаи M хам дар ин перпендикуляр аз хати рости AB дар хамон хел масофа мехобад.

Барои ин масофаро ёфтан мо аввал нуќтаи буриши перпендикуляри MN ва хати рости AB ро меёбем, ки ин нуќта миёнаљоинуќтахои M ва N мебошад.

Нуќтаи бурришро хамчун халли системаи зерин меёбем:

$$\begin{cases} : \quad + 2 \quad + 5 = 0 \\ : \ 2 \quad - \quad - 25 = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

(2) => 5x-45=0 => = 9 => = 2 − 25 => 18 − 25 = −7

Инак нуќтаи бурриш O(9,-7). Ин нуќта миёнаљои порчаи MN мебошад (мувофики таърифи симметрия).

Мувофики формулаи хисоб кардани координатахои миёнаљои порча:

$$= \frac{+}{2}; \qquad = \frac{+}{2};$$

њамин тавр:

$$9 = \frac{+ 8}{2} => \quad = 10$$

$$-7 = \frac{- 9}{2} => \text{У} \quad = -5$$

Инак нуќтаи ба нуќтаи N (8, -9) нисбат ба хати рости AB симметри буда нуќтаи M(10, -5) мешавад.

Масъалаи 16.Масофаи d - байни хатҳои рости параллелро ёбед:

24x-10y+39=0 ва 12x-5y-26=0

Ҳал. Баро ёфтани масофаи байни ду хатҳои рости параллел, ки аз ягон хати росити як нуќтаи михтиёри интихоб карда масофаи онро то хати рост дуюм њисоб карда шавад.

Усули дигари њалли ин масъала њам мављуд аст. Барои ёфтани ин масофа аввал муодилаи хатҳои рости додашударо ба намуди нормал оварда параметрхои онҳо ва ро меёбем. Онгоњ масофаи байни хатҳои рости паралел мувофиќи таърифи муодилаи нормалї хати рост ба S =| − | баробар мешавад.

Мо бо усули дуюм хал мекунем. Муодилахои хатҳоро ба намуди нормали меорем:

$$= \frac{\pm}{\sqrt{\quad}} = \pm \frac{\pm}{\sqrt{\quad}} = \frac{\pm}{\sqrt{\quad}} = \frac{\pm}{\quad}$$

Ишораи манфиро мегузорем , чунки аъзои озоди муодила C= 39 > 0 инак

= − — намуди нормалї :

$$-\frac{24}{26} + \frac{10}{26} - \frac{39}{26} = 0 => -\frac{12}{13} + \frac{5}{13} - \frac{3}{2} = 0, \qquad = -\frac{3}{2}.$$

2)12x-5y–26=0 ;

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{12 + 5}} = \frac{1}{13}.$$

Намуди нормалї:

$$\frac{12}{13} + \frac{5}{13} - 2 = 0$$

$$= 2$$

Инак масофаи байни хатхои рости параллел $= | - | = - - - 2 = 3{,}5$

Љавоб $= 3{,}5.$

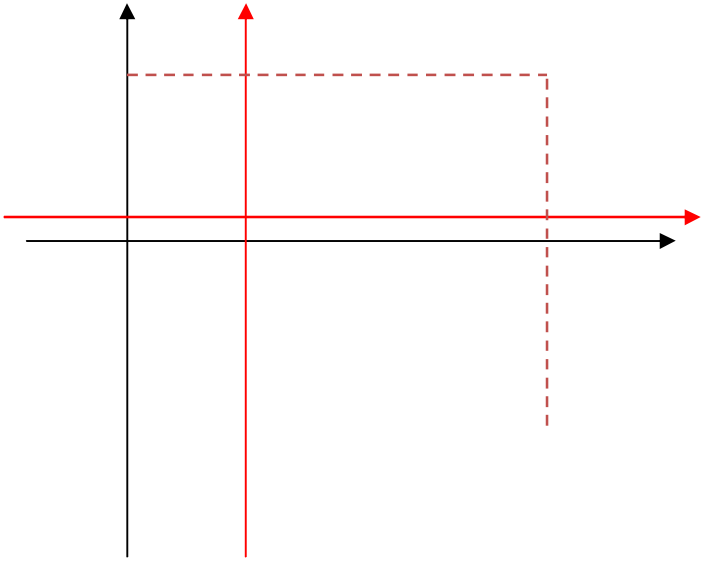
Боби IV

Хатҳои каљи тартиби дуюм

§1. Табдилдиҳии системаи координатии декартӣ.

1.1 Кӯчондани ибтидои координата

Бигузор дар ҳамвори ду системаи координатаҳо дода шудаанд, тирҳои мувофиқи онҳо параллель мебошанд. (Нигаред ба расми 26.)



Расми 26.

Агар a ва b координатаҳои ибтидоии системаи нисбат ба системаи хоу бошанд, он гоҳ байни координатаҳои нуқтаи Мдар системаҳои хоу ва чунин вобастагиљой дорад:

$$\begin{aligned} x &= \quad + a \quad = \quad - \\ y &= \quad + в \quad = \quad - \end{aligned} \qquad (4.1)$$

Мисоли 1. Ибтидои системаро ба нуқтаи (2;-1) кӯчонида муодилаи $x^2+2y^2-4x+4y+2=0$–ро содда намоед ва графики онро созед.

Ҳал:Дар ин муодила гузориши $x= \quad +2$, $y= \quad -1$-ро иљро намоем:

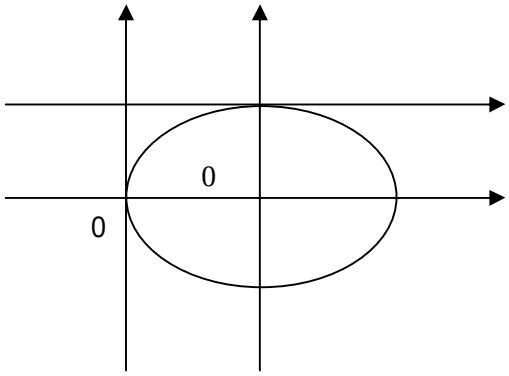
$(\quad +2)^2+2(\quad -1)^2-4(\quad +2)+4(\quad -1)+2=0$

Ин муодиларо содда намуда, муодилаи зеринро ҳосил менамоем: $\quad +2 \quad =4$

ё ин ки—+——=1.

Мисоли 2. Муодилаи параболаи $y=2x^2-8x+5$ (4.2)

ба намуди каноники оварда шавад. Қуллаи парабола муайян карда шавад.



Расми 27.

Ҳал:Муодилаи (4.2)-ро ба намуди зерин менависем:

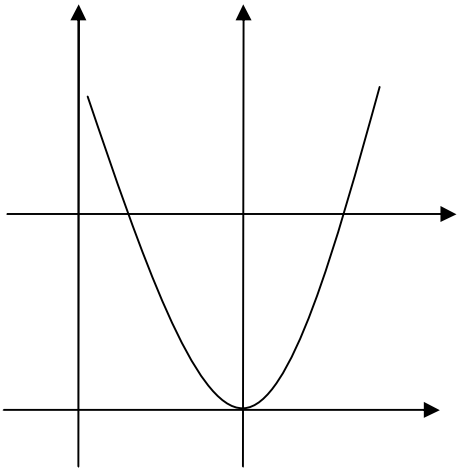
$y=2(x^2-4x+4)-3$,

ё ки

$y+3=2(x-2)^2$

Ивазкунии x-2 = , y+3=

–ро љори мекунем, он гоҳ муодилаи парабола дарРасми *28.*



системаи нав чунин шаклро мегирад:

=2

Азинљодидамешавад, киқуллаиинпарабола, дарнуқтаи (2;-3) љойгирифтааст.

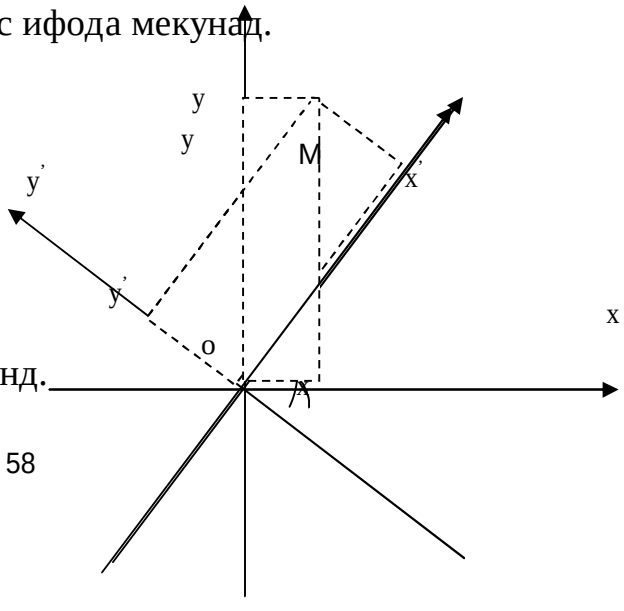
1.2 Даврзанонии тирҳои координати.

Бигузор ибтидои ду системаи координатаҳои росткунљаи декарти дар як нуқта љойгиранд ва кунљи байни тирҳои Ox ва O ба баробар бошад,

Он гоҳ вобастагии координатаҳои ягон нуқтаи M-и системаҳои хоу ва o ба воситаи формулаҳои зерин муайян карда мешаванд:

$$\begin{aligned} &= - \quad = + \\ &= + \quad = + \end{aligned} \qquad (4.3)$$

Информула координатаҳои x ва y-и нуқтаи M-ро бо воситаи координатаҳои нави ва ва баръакс ифода мекунад.



Мисоли 1.Пас аз ба кунљи = 30^0давр занониданитирҳои координати координатаҳои нави нуқтаи A($\sqrt{3};3$) ёфта шаванд.

Расми *29.*

Ҳал:Мувофиқи формулаи (4.3) меёбем

$= \sqrt{3}\cos 30° + 3\sin 30° = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{\ }}{\ } + 3 \cdot \frac{\ }{\ } = 3,$

$= -\sqrt{3}\sin 30° + 3\cos 30° = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{\ }}{\ } + 3 \cdot \frac{\ }{\ } = \sqrt{3},$

Ҳамин тавр координатаҳои нави нуқтаи $A(\sqrt{3}, 3)$.

Мисоли 2.Ба воситаи даврзанонидани тирҳои координати ба кунљи 45° муодилаи $5x^2-6x+5y=32$ (4.4)

содда карда шавад.

Ҳал: Дар вақти =45°будан, формулаи (4.3) намуди зеринро мегирад:

$x = \frac{\sqrt{\ }}{\ }(\quad + \quad),$

$y = \frac{\sqrt{\ }}{\ }(\quad + \quad).$ (4.5)

Дар муодилаи (4.4) гузориш (4.5)-ро иљро мекунем.

$5 \cdot \frac{\ }{\ }(\quad - \quad)^2 - 6 \cdot \frac{\ }{\ }(\quad - \quad) + 5(\quad + \quad) = 32,$

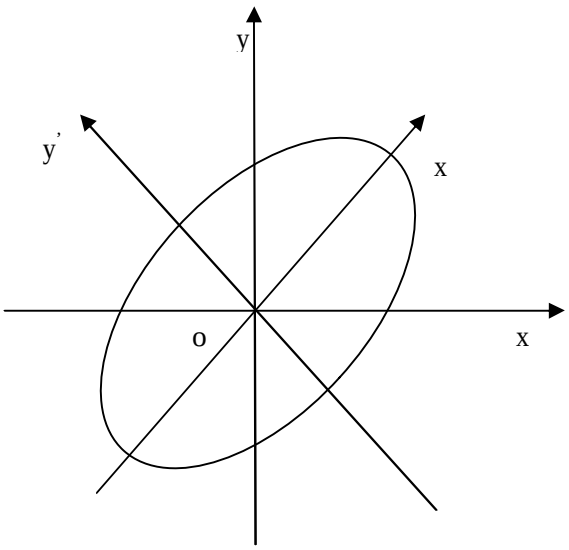
5 -10 +5 - 6 +6 +5 +10 +5 - 6 +6 +5 +10 +5 =32

4 +16 =32

ё ки

$\frac{\ }{\ } + \frac{\ }{\ } = 1$

Ҳамин тавр муодилаи додашуда, эллипсро тасвир мекунад(расми 29):



Расми *30*

§ 2. МАСЪАЛАҲО БАРОИ КОРИ МУСТАҚИЛОНА

1. Ба воситаи кўчонидани ибтидои системаи координати муодилаҳои зерин содда карда шаванд:

а) $\frac{(\quad)}{\quad}-\frac{(\quad)}{\quad}=1$

б) $x^2+4y^2-6x+8y=5$

в) $y^2-8y=4x$

д) $x^2+6x+5=2y$

2. Тирҳои координатиро ба 45^0даврзанонида муодилаи зерин содда карда шавад:

$3x^2-10xy+3y^2+32=0$

3. Тирҳои координатиро ба 45^0даврзанонида, муодилаи зерин сода карда шавад:

$xy=-4$

4. Порчаи тири Ox , ки параболаи $y=-x^2-2x+3$ бурида људо мекунад, диаметри даврае шуда хизмат мекунад. Муодилаи ин давра навишта шавад.

5. Параболаи $y= ax^2+bx+c$ аз нуқтаи O(0,0); A(-1,-3) ва B(-2,-4) мегузарад. Муодилаи даврае, ки диаметри он порчаи тири Ox, парабола бурида људомекнад, мебошад, тартиб дода шавад.

6. Тирҳои координатиро ба кунљи $\alpha = -$

гардонида, муодилаи

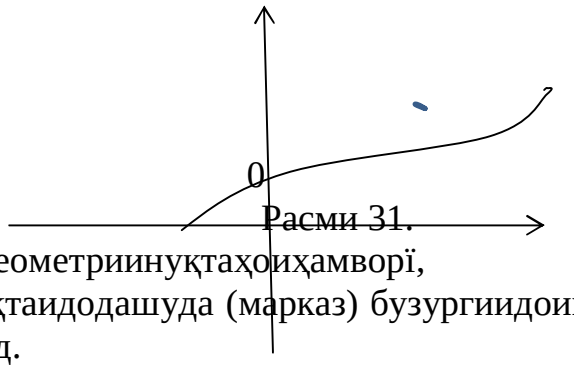
$3x^2-2xy+3y^2-8=0$ -ро сода кунед.

§3. Давра ва муодилаи он

Бигузор дар ҳамворй хати дода шудааст (расми 31). Агар муодилаи $(;) = 0$ −ро координатаҳои нуқтаи ихтиёрии ин хат қаноат кунонаду координатаҳои нуқтаҳои берун аз ин хат љойгирифта қаноат накунонад баробарии $(;) = 0$ муодилаи хати номида мешавад.

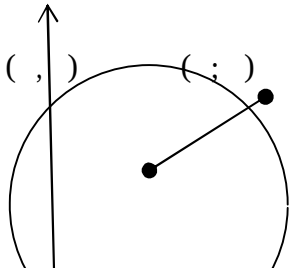
Муодилаи умумии хати тартиби дуюм намуди зерин дорад:

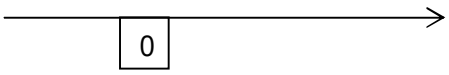
$+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad = 0.$ (4.6)



Расми 31.

Таъриф:Љоигеометриинуқтаҳоиҳамворї, кимасофаионҳоазнуқтаидодашуда (марказ) бузургиидоимї (радиус) мебошад, давраномидамешавад.





Расми 32.

Аз рӯи таърифи додашуда ба осонӣ муайян менамоем , ки муодилаи

$(\quad -\quad) + (\quad -\quad) = \qquad (4.6)$

муодилаи давраи радиусаш ва марказаш дар нуқтаи $(\quad , \quad)$ҷойгирифта мебошад. Муодилаи (4.6)

муодилаи каноникии давра номида мешавад. Муодилаи (4.6)-ро дар намуди зерин менависем.

$$+ \quad -2 \quad -2 \quad + \quad + \quad - \quad = 0. \qquad (4.7)$$

Ишораҳои $= -2$, $= -2$, $= \quad + \quad - \quad -$ ро дохил намуда, муодилаи (4.6)-ро ба шакли

$$+ \quad + \quad + \quad + \quad = 0 \qquad (4.8)$$

меорем. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки ҳангоми $= 1 = \quad = 1, \quad =$ 0 ва $< 0,$ муодилаи (4.6) муодилаи давра мебошад.

Мисоли 1. Координатаҳои марказ ва радиуси даврае, ки муодилаи он

$$+ \quad -4 \quad +2 \quad +1 = 0 \qquad (4.9)$$

аст, ёфта шаванд.

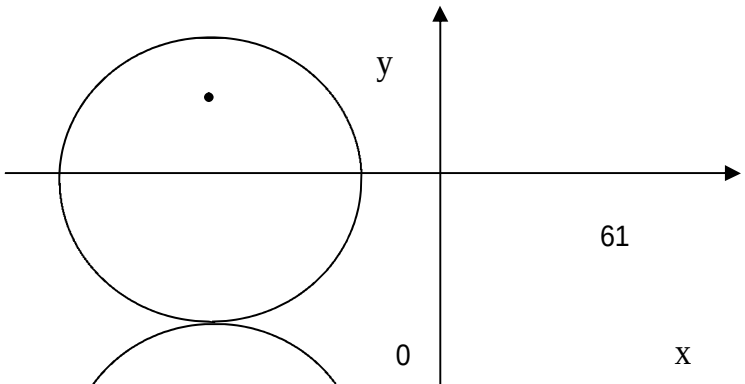
Ҳал. Тарафи чапи муодилаи (4.9)-ро ба квадратҳои пурра оварда, дар намуди

$$(\quad -2) \quad + (\quad +1) \quad = 4$$

менависем. Аз ин ҷо дида мешавад, ки нуқтаи $(2; 1)$ маркази давра буда, радиуси он $= 2$ мебошад.

Мисоли 2. Муодилаи даврае, ки радиуси он $= 3$ буда, ба тири 0 дар нуқтаи (-5,0) мерасад, тартиб дода шавад.

Ҳал. Азбаски дар нуқтаи расиш радиус ба тири 0 перпендикуляр аст, абсциссаи марказ $= -5$ ва ординатаи он $= \pm 3$ ва радиуси он ба R=3баробар мешавад.



Расми 33.

Яъне ин хел давра дуто мебошад маркази якеи он нуқтаи A(- 5 , 3) маркази дуйумаш B(-5 , -3).

Муодилаи яке аз онҳо

$$(\quad + 5) \quad + (\quad - 3) \quad = 9$$

ва дигаре

$$(\quad + 5) \quad + (\quad + 3) \quad = 9$$

мебошад.

Мисоли 3. Муодилаи давраи марказаш дар нуқтаи $(1,0)$будае, ки аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад, тартиб дода шавад.

Ҳал. Дар муодилаи каноникии ин давра

$$(\quad - 1) \quad + \quad =$$

радиус номаълум аст. Азбаски давра аз нуқтаи 0 (0,0) мегузарад, пас

$$(0 - 1) \quad + 0 \quad =$$

Аз ин љо $= 1$.Ҳамин тариқ, муодилаи каноникии давра чунин мешавад: $(\quad - 1) \quad + \quad = 1$.

§4. Масъалаҳо барои кори мустақил.

1.Координатаҳои марказ ва радиуси давраҳо аз рӯи муодилаашон муайян карда шаванд:

а) $2 \quad + 2 \quad + 5 \quad - 3 \quad - 2 = 0$;

б) $+ \quad - 6 \quad - 7 = 0$;

в) $+ \quad + 3 \quad = 0$;

г) $+ \quad - 2 \quad + 4 \quad - 20 = 0$;

д) $+ \quad + \quad = 0$;

е) $+ \quad + \quad = 0$.

2. Муодилаи даврае, ки ба тири o дар ибтидои координатаҳо расида, тири o −ро дар нуқтаи (0;-8) мебурад, тартиб дода шавад.

3. Муодилаи даврае, ки маркази он дар нуқтаи (4;5) љой гирифта, ба хати рости $3 \quad - 4 \quad + 1 = 0$ мерасад, тартиб дода шавад.

4. Нуқтаҳои $(-1; 2)$ ва $(5; 6)$ дода шудаанд. Муодилаи даврае, ки диаметри он порчаи мебошад, навишта шавад.

5. Даврaҳои зеринро созед:

а) $+ \quad = 0$;

б) $(\quad - 1) \quad + (\quad - 1) \quad = 1$;

в) (+ 4) + (− 2) = 25;

г) (− 2) + = 4.

6. Муодилаи даврае, ки марказаш дар нуқтаи буриши хатҳои рости 5 + 3 − 13 = 0 ва + 4 + 2 = 0љой гирифта аз нуқтаи (5;3) мегузарад, тартиб дода шавад.

7. Нуқтаҳои буриши давраи (− 3) + (− 1) = 25 ва хати рости 4 − 3 − 9 = 0 ёфта шаванд.

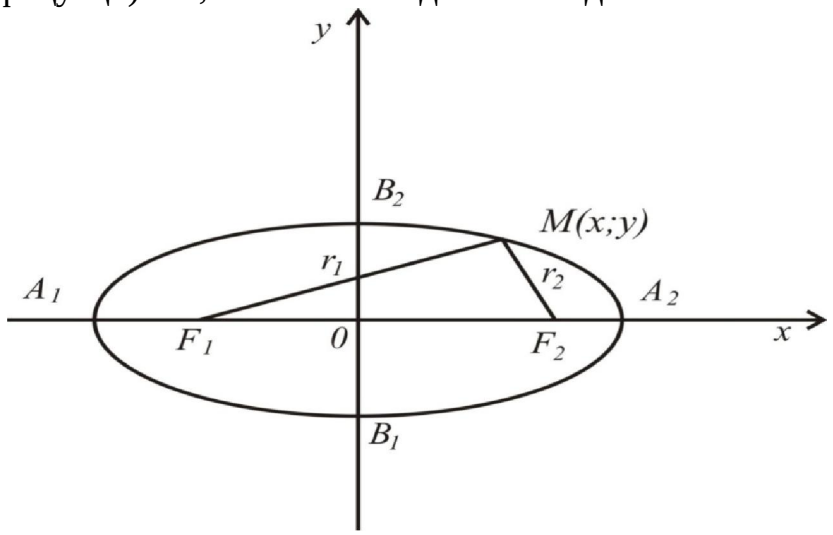
8. Муодилаи даврае, ки аз нуқтаҳои (1; 2), (0; 1), (−3; 0) мегузарад, тартиб дода шавад.

9. Давра аз нуқтаҳои (1; 5) ва (5; 3) мегузарад, маркази он бошад дар хати рости + − 4 = 0 мехобад. Муодилаи ин давра тартиб дода шавад.

10. Хати рости + − 6 = 0 тирҳои координатаро дар нуқтаҳои ва мебурад. Муодилаи даврае, ки аз ин нуқтаҳо ва аз нуқтаи буриши хатҳои рости − 2 − 1 = 0 ва 2 − 5 + 1 = 0 мегузарад, тартиб дода шавад.

§5. Эллипс ва муодилаи каноникии он

Таъриф: Љои геометрии нуқтаҳои ҳамворие, ки суммаи масофаи онҳо то ду нуқтаҳои додашудаи ва (фокусҳо) бузургии доимй (калон аз масофаи байни фокусҳо) аст, эллипс номида мешавад.



Расми 34.

Мувофиқи таъриф

+ = 2 , > 0. (4.10)

мебошад. Агар = 2 , бошад он гоҳ

(− ; 0), (; 0), >

буда

= (+) + , = (−) + (4.11)

Қиматҳои ва − ро ба (4.10) гузошта, баъд аз содда намудан, муодилаи каноникии эллипсро ба намуди зерин ҳосил менамоем:

— + — = 1.(4.12)

Дар ин ҷо = 2 − тири калон, = 2 − тири хурд, − нимтираи калон, b -нимтираи хурди эллипс номида мешаванд. Дар байни бузургиҳои , ва вобастагии зерин ҷой дорад:

− = (4.13)

= − − эксцентриситети эллипс номида мешавад. Азбаски < , пас с < 1 аст. ва − радиусҳои фокалии эллипс номида мешаванд ва барои онҳо формулаҳои зерин ҷой доранд:

= + .(4.14)

= − .

Масъалаи 1. Эксцентриситети эллипсӣ

$$\frac{}{160} + \frac{}{25} = 1$$

ёфта шавад.

Ҳал. Дар ин ҷо = 13, = 5 аст. Бинобар он

$$c = \frac{}{-} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12.$$

Пас = − = — = 0.92 аст.

Масъалаи 2. Тири хурди эллипс ба 6 ва эксцентриситети он ба 0,8 баробар аст. Муодилаи эллипс тартиб дода шавад.

Ҳал. Дар инҷо = 6ва = 0,8 аст.

Нимтираи калонро ҳисоб мекунем:

аз ифодаи

$$= - = \frac{\sqrt{\quad -}}{}$$

меёбем, ки

$$= \frac{-}{}$$

Аз ин ҷо

$$= \frac{}{1 -} = \frac{36}{1 - 0{,}64} = \frac{36}{0{,}86} = 100.$$

Яъне = 10. Ҳаминтариқ, маълумгардид, кимуодилаиканоникииэллипсчунинаст:

$$\frac{}{100} + \frac{}{36} = 1.$$

Масъалаи 3. Дар эллипси 9 + 25 = 225 чунин нуқтае ёфта шавад, ки масофаи он аз фокуси рост нисбат ба фокуси чап ҷор маротиба калон бошад.

Ҳал. Муодилаи эллипсро ба намуди каноникӣ меорем:

$$\frac{}{25} + \frac{}{9} = 1.$$

Дар ин ҷо = 5, = 3 аст.

Бинобар он

$$= \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4.$$

Аз рӯи формулаи (3.10) пайдо мекунем

$$= 5 + \frac{4}{5} \quad , \qquad = 5 - \frac{4}{5} \quad .$$

Мувофиқи шарти масъала 4 = .

Пас,

$$20 + \frac{16}{5} \quad = 5 - \frac{4}{5}$$

ё ин ки $4 \quad = -15.$

$$= -\frac{15}{4}.$$

Ин қиматро ба муодилаи эллипс гузашта ординатаро муайян менамоем.

$$25 \quad = 225 - 9 \quad -\frac{15}{4}$$

$$= \frac{225(16 - 9)}{25:16}, \qquad = \pm\frac{\sqrt{63}}{4}$$

Ҳаминтариқ, инхелнуқтаҳодутомављудмебошанд:

$$-\frac{15}{4};\frac{\sqrt{63}}{4} \quad \text{ва} \qquad -\frac{15}{4};-\frac{\sqrt{63}}{4}$$

Масъалаи 4. Эллипс бо муодилаи $\frac{x}{} + \frac{y}{} = 1$ додашуда бошад, фокусҳои он,экссентриситет, директрисаҳо ва радиусҳои фокалии нуқтаи М (5,-3$\sqrt{3}$) -ро ҳисоб кунед.

Ҳал: а) Дар ин љо нимтираҳои эллипса= 10 ва ϐ=6 аст,

фокуси эллипсро аз рӯи формулаи зерин ҳисоб мекунем:

$$c \quad = \alpha \quad - ϐ \quad = 100 - 36 = 64; \quad c = 8$$

Инак фокусҳои эллипс нуқтаҳои $(8,0)$ ва $(-8,0)$ мебошад.

а) экссентриситети эллипс:

$$= \frac{c}{} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; \qquad = \frac{4}{5}$$

b) директрисаҳои эллипс:

$x = \pm - \Rightarrow x = \pm\frac{}{} = \pm$; яъне директрисаҳои эллипс хатҳои рости

$x = $ ва $x = -$ мебошанд.

с) Радиусҳои фокалии эллипсро аз рӯи формулаҳои

$= \quad -$ барои фокуси рост ва

$= \quad -$ барои фокуси чап ҳисоб карда мешаванд.

Пас, $= 10 - -x$ ва

$$= 10 + \frac{4}{5}x$$

НуқтаиМ $(-5,-3\sqrt{3})$ нуқтаи эллипс мебошад; Ҳақиқаттан ҳам координатаҳои ин нуқтаро бо муодила гузорем:

$$\frac{}{} + \frac{\sqrt{\ }}{} = - + - = 1$$

Яъне М − нуқтаи эллипс аст: Акнун радиусҳои фокалии онро ҳисоб мекунем:

$$= 10 - \frac{4}{5} \cdot (-5) = 10 + 4 = 14.$$

$$= 10 + \frac{4}{5} \cdot (-5) = 6.$$

Масъалаи 5.Нуқтаи буриши хати рости 3x-4y-40= 0 ва эллипси $\frac{x}{} + \frac{y}{} = 1$ − ро ёбед.

Ҳал:Барои ёфтани нуқтаҳои буриш муодилаҳои хати рост ва эллипсро ҳамљоя ҳал менамоем,яъне системаи зеринро ҳал менамоем:

$$3x-4y-40= 0$$

$$\frac{x}{16} + \frac{y}{9} = 1$$

Аз муодилаи якум x = − (4y+40) - ро ба муодилаи дуюм мегузорем:

$$\frac{-(4y + 40)}{16} + \frac{y}{9} = 1 \qquad \frac{-\cdot 16(x + 10)}{16} + \frac{y}{9} = 1 \qquad (y + 10) + y = 1$$

$$y + 20y + 100 + y = 9 \qquad 2y + 20y + 91 = 0$$

$$= 10 - 2 \cdot 91 = 100 - 182 = -82 < 0$$

Муодилаи квадратии ҳосил шуда решаҳои ҳақиқи надорад, яъне, система ҳал надорад. Инак, хати рости 3x- 4y-40= 0 эллипсро намебурад,яъне хатти рост берун аз эллипс мегузарад.

Масъалаи 6. Нуқтаи буриши хати рости

2x − y − 9 = 0 ва эллипси $\frac{x}{} + \frac{y}{} = 1$ ро ёбед:

Ҳал: Ба монанди масъалаи боло барои ёфтани нуқтаҳои буриши эллипс ва хати рост, муодилаҳои онҳоро ҳамљоя ҳал мекунем,яъне координатаҳои нуқтаҳои буриш ҳалли системаи

2x – y - 9= 0

$\frac{x}{} + \frac{y}{} = 1$ мебошад.

Аз муодилаи якум y= 2x − 9 -ро ба муодилаи дуюм мегузорем:

$$\frac{x}{36} + \frac{(2x - y)}{12} = 1 \qquad x + 3(2x - 9) = 36 \qquad x + 12x - 108x + 243 = 36$$

$$13x - 108x + 207 = 0$$

$$x_{,} = \frac{54 \pm \sqrt{2916 - 13 \cdot 207}}{13} = \frac{54 \pm \sqrt{225}}{13} = \frac{54 \pm 15}{13};$$

$$x = \frac{54 + 15}{13} = \frac{69}{13}; \quad x = \frac{54 - 15}{13} = \frac{39}{13} = 3;$$

Акнун қимматҳои ординатаи нуқтаи буришро меёбем.

$$y = 2x - 9 = 2 \cdot \frac{69}{13} - 9 = \frac{138 - 117}{13} = \frac{21}{13};$$

$$y = 2x - 9 = 2 \cdot 3 - 9 = -3.$$

Пас,нуқтаҳои буриш:

$$M \quad \frac{69}{19}; \frac{21}{13} \ , \qquad \text{ва} \quad M\ (3, -3)$$

Масъалаи 7. Аз нуқтаи M(-6,3) ба эллипси

$$\frac{x}{15} + \frac{y}{9} = 1$$

расандаҳо гузаронида шудаанд , муодилаи расандаҳоро тартиб диҳед.

Ҳал:Аввал месанљем,ки нуқтаи M(-6,3) дар эллипс мехобад ё не, барои ин координатаҳои нуқтаро ба муодила мегузорем:

$$\frac{(-6)}{5} + \frac{3}{9} = \frac{36}{15} + \frac{9}{9} = \frac{12}{5} + 1 = 3\frac{2}{5} \neq 1$$

Пас, нуқтаи M(-6,3) дар эллипс намехобад. Маълум аст,ки муодилаи расанда ба эллипс дар нуқтаи $M\ (x\ , y\ )$ -и он ба намуди зерин

$\frac{}{} + \frac{}{} = 1$ мебошад.

Коэффисиенти кунљии расандаро муайян мекунем:

$$\frac{}{15} + \frac{}{9} = 1 \qquad 3x\ x + 5y\ y = 45$$

$$y = -\frac{3x}{5y} \quad - 9$$

инак,коэффисиенти кунљи расанда

$$_{p} = -\frac{3}{5}$$

Нуқтаи M(-6,3) дар расанда мехобад , бинобар он координатаҳои он муодилаи расандаро бояд қаноат кунонад. Координатаҳои нуќтаи M-ро ба муодилан расанда мегузорем;

$$\frac{-6x}{15} + \frac{3y}{9} = 1 \qquad \frac{-2x}{5} + \frac{y}{3} = 1 \qquad y = 3\ \ 1 + \frac{2x}{5}$$

Аз тарафи дигар координатаҳои нуқтаи расишM $(x\ , y\ )$ бояд муодилаи элипсро ҳам қаноат кунонад, яъне

$$\frac{x}{15} + \frac{y}{9} = 1$$

Ифодаи y − ро аз муодилаи расанда дар ин муодила мегузорем:

$$\frac{x}{15} + \frac{3\ \ 1 + \frac{x}{}}{9} = 1 \qquad \frac{x}{15} + \ \ 1 + \frac{2x}{5} \quad = 1 \qquad \frac{x}{15} + 1 + \frac{4x}{5} + \frac{4x}{25} = 1$$

$$5x\ + 75 + 60x\ + 12x\ = 75$$

$$17x\ + 60x\ = 0 \qquad x\ (17x\ + 60) = 0$$

а) $x\ = 0$, *в*) $x\ = -\frac{}{}$;

$$y = 3;\ y = 3\left(1 - \frac{2 \cdot 60}{17 \cdot 5}\right) = 3\left(1 - \frac{24}{17}\right) = -\frac{21}{17}$$

Ҳамин тавр мо ду нуқтаҳои расишро ҳосил намудем,яъне аз нуқтаи M (-6,3) ба эллипс ду расандаҳоро гузаронидан мумкин,нуқтаҳои расиш:

$$M(0,3) \quad \text{ва} \quad M\left(-\frac{60}{17}; -\frac{21}{17}\right)$$

Муодилаҳои расандаҳоро тартиб медиҳем:

$$\frac{x \cdot x}{15} + \frac{yy}{9} = 1$$

) M (0,3): $\frac{}{} = 1$ $\boxed{y = 3}$

)M $-\frac{}{}; -\frac{}{} \Rightarrow \frac{-x}{}+\frac{-y}{} = 1$ $-\frac{x}{} - \frac{y}{} = 1$

$\boxed{12x + 7y + 51 = 0}$

Инак, муодилаҳои расандаҳо: $\boxed{\begin{array}{c} y = 3 \\ 12x + 7y + 51 = 0. \end{array}}$

Масъалаи 8.Дарозии диаметрҳои эллипси $\frac{x}{} + \frac{y}{} = 1$ ба $2\sqrt{7}$ баробаранд, муодилаҳои ин диаметрҳоро тартиб диҳед.

Ҳал: Нӯгҳои диаметрҳои эллипс нисбат ба ибтидои координата симметрӣ мебошанд,яъне координатаҳои нӯгҳо аз рӯи бузургии мутлақашон якхела буда аз рӯи аломатҳояшон муқобиланд. Бинобар ин агар мо координатаҳои яке аз нӯги диаметрро бо $M(x_0, y_0)$ ишорат намоем, он гоҳ координатаҳои нӯги дигари он $M(-x_0, -y_0)$ мешавад ва онҳо муодилаи эллипсро қаноат менамоянд,яъне

$$\frac{}{} + \frac{y}{6} = 1, \frac{}{} + \frac{y}{6} = 1. \quad (\cdot)$$

Мувофиқи шарт дарозии диаметрҳо ба $2\sqrt{7}$баробар аст,яъне

$|MM| = 2\sqrt{7}$ пас,

$|MM| = \sqrt{(-x - x) + (-y - y)} = \sqrt{4x + 4y} = 2\sqrt{x + y}$,яъне $2\sqrt{x + y} = 2\sqrt{7}$

аз ин ҷо $x + y = 7$

Ин муодиларо ҳамҷоя бо муодилаи эллипс ҳал намуда координатаҳои нӯгҳои диаметрро меёбем

$$\frac{}{} + \frac{y}{6} = 1$$
$$x + y = 7$$
$$3x + 4y = 24$$
$$x + y = 7$$

$y = 3,\ y = \pm\sqrt{3}$ акнун x –ро меёбем.

$x + y = 7 \quad x = 7 - y = 7 - 3 = 4$

$$x = 4, \qquad x = \pm 2$$

Ҳамин тавр нӯгҳои диаметр нуқтаҳои зерин мебошанд:

$M\ (2, \sqrt{3}),\quad M\ -2, -\sqrt{3}$

Муодилаи диаметрҳоро тартиб медиҳем:

$$M\ M \qquad \frac{x}{\quad}=\frac{y\ \sqrt{\ }}{\sqrt{\ }\ \sqrt{\ }} \qquad \frac{x}{\quad}=\frac{y\ \sqrt{\ }}{\sqrt{\ }}$$

$$2\sqrt{3}(x-2)=4\ y-\sqrt{3} \qquad \sqrt{3}x-2\sqrt{3}=2y-2\sqrt{3} \qquad y=\frac{\sqrt{3}}{2}x$$

Инак муодилаҳои диаметрҳои дарозиашон ба $2\sqrt{7}$ баробар буда:

$$\boxed{y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x}$$

§6. Масъалаҳо барои кори мустаъқил.

1. Аз рӯи шартҳои додашудаи зерин муодилаи эллипсро тартиб диҳед:

а) Дарозии тири хурди эллипс ба 6 ва масофаи байни фокусҳои он ба 8 баробар аст.

б) Масофаи байни охирҳои тири калон ва тири хурди эллипс ба 5 ва суммаи дарозии нимтирҳои он ба 7 баробар аст.

в) Тири калони он ба 10 баробар буда, масофаи байни фокусҳо 2 = 8 аст;

г) Тири хурди он ба 24 баробар буда, масофаи байни фокусҳо 2 = 10 аст;

д) Масофаи байни фокусҳо 2 = 6 буда, эксцентриситети он = – аст;

е) Тири калони он ба 20 баробар буда, эксцентриситети он = — аст;

ж) Тири хурди он ба 10 баробар буда, эксцентриситети он = — аст;

з) Суммаи нимтирҳо ба 8 ва масофаи байни фокусҳо ҳам ба 8 баробар аст.

2. Замин аз рӯи эллипсе, ки дар яке аз фокусҳои он офтоб љойгир шудааст, ҳаракат мекунад. Масофаи хурдтарини байни замину офтоб ба 147,5 млн.км. ва масофаи калонтарини байни онҳо ба 152,5 млн.км. баробар аст. Тири калон ва эксцентриситети мадори замин муайян карда шаванд.

§7. Расанда ба эллипс.Диаметрҳои эллипс .

Таъриф. Расанда ба хати каљ дар нуқтаи додашудаи $M_o(x_o,\ y_o\ )$ – и хати каљ гуфта мавқеи ҳудудии бурранда и M_oM – ро ҳангоми ҳамљояшудани нуқтаи M_o бо нуқтаи M-ро меноманд. Расанда бо хати каљ

нуқтаи умумии ягона дорад, ин нуқтаи $M_o(x_o , y_o)$-ро нуқтаи расиш мекунанд. Муодилаи расанда ба эллипси $\frac{x}{a} + \frac{y}{b}=1$ дар нуқтаи $M_o(x_o , y_o)$ намуди зерин дорад:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}=1$$

Таърифи диаметр. Хати росте, ки аз миёнаҳои хордаҳои параллели эллипс мегузарад диаметри эллипс номида мешавад. Диаметрҳои эллипс аз марказ мегузаранд. Коэффисиенти кунљи диаметри эллипс ро , коэффисиенти кунљии хордаҳои параллелро бо ишорат кунем, муносибати зеринро ҳосил мекунем:

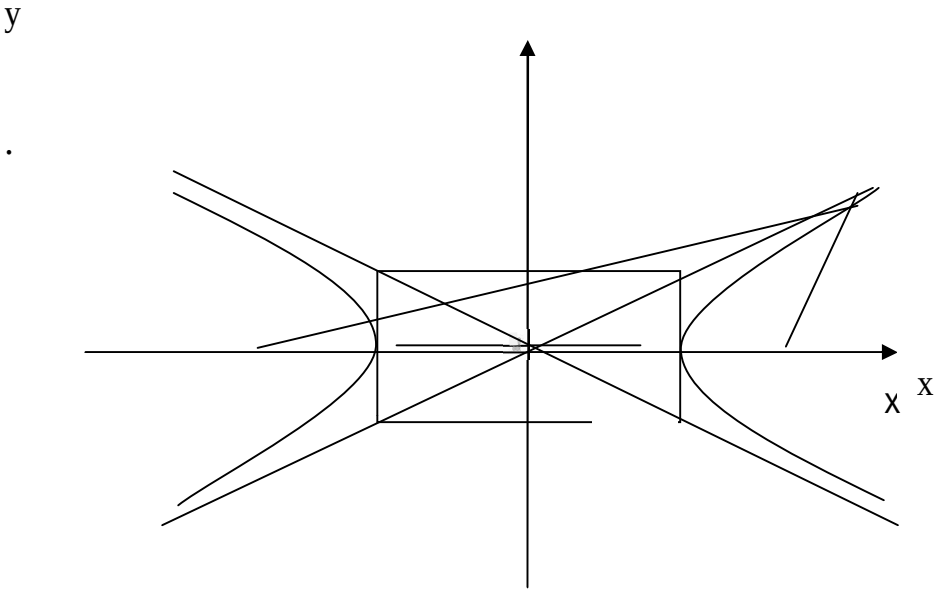
$$k \cdot k = -\frac{b}{a}$$

ва муодилаи диаметри эллипс ба намуди зерин навишта мешавад:

$$y = -\frac{b}{a k}$$

§8. Гипербола ва муодилаи канонии он

Љойи геометрии нуқтаҳои ҳамвори, ки фарқи масофаи онҳо аз ду нуқтаҳои додашудаи F_1 ва F_2 (фокусҳо) бузургии доими аст, гипербола номида мешавад.



расми 35.

Аз рўйи таъриф $r_1 - r_2 = \pm 2a$ (4.15)

Агар F_1 F_2 =2c бошад, он гоҳ дар гипербола ҳам r_1 ваr_2 ба воситаи формулаҳои (4.11) ифода меёбанд. Инро ба ҳисоб гирифта, муодилаи (4.15) баъд аз содда намудан ба шакли зерин меорем:

— - $\frac{y}{—}$=1 (4.16)

ки онро муодилаи каноники гипербола меноманд. дар ин љо A_2= 2a – тири ҳақиқи, B_1B_2=2b – тири мавҳум, a – нимтираи ҳақиқї ва b- нимтираи мавҳуми гипербола номида мешаванд. Дар байни a, b ва c вобастагии

$$c^2 – a^2=b^2 \qquad (4.17)$$

љой дорад, Эксцентриситети гиперболаε=$\frac{c}{–}$> 1 аст.

Радиусҳои фокалии гипербола ба воситаи чунин формулаҳо ифода меёбанд:

r_1=–a+εx. барои шохаи рост, (4.18)
r_2 =a+εx

r_1=a-εx. барои шохаи чап, (4.19)
r_2 =-a+εx

хатҳои рости

y=— x, y= − — x

асимптотаҳои гипербола номида мешавад.

Директрисаҳои гипербола.

Хатҳои рости x = ± – - ро,ки ба тири фокалии (ҳақиқии) гипербола перпендикуляр буда аз марказ дар масофаи – воқеанд , директрисаҳои ба фокусҳои росту чап мувофиқ оянда меноманд.

Азбаски барои гипербола

> 1 мебошад. пас, – < аст ва аз ҳамин сабаб директрисаҳои гипербола дар байни қуллаҳои он воқеъ мешаванд. Хосияти директрисаҳои гипербола ба монанди хосияти директрисаҳои эллипс мебошад,яъне — =

Муодилаи расанда дар нуқтаи $M_o(x_o , y_o)$ба гиперболаи $\frac{x}{—}$ - $\frac{y}{ϐ}$=1 ба намуди зерин навишта мешавад:

$$—— - \frac{yy}{ϐ}=1$$

Муодилаи диаметри гипербола,ки бо хордаҳои параллели самташон муайян ҳамроҳшуда мебошанд, намуди зерин дорад:

— - $\frac{y}{ϐ}$ к = 0 ёки y = $\frac{ϐ}{——}$x

ки дар ин љо к -коэффисиенти кунљии хордаҳои параллел мебошад.

Масъалаи 1. Нимтираҳо, координатаҳои фокусҳо ва эксцентриситети гиперболаи $9x^2-16y^2=36$ ёфта шавад.

Ҳал: Муодилаи гиперболаро б муодилаи канонники меорем:

$$\frac{}{} - \frac{y}{} = 1.$$

Аз ин љо нимтираиҳақиқиа=2, нимтираи мавҳумb=– аст, азбаски

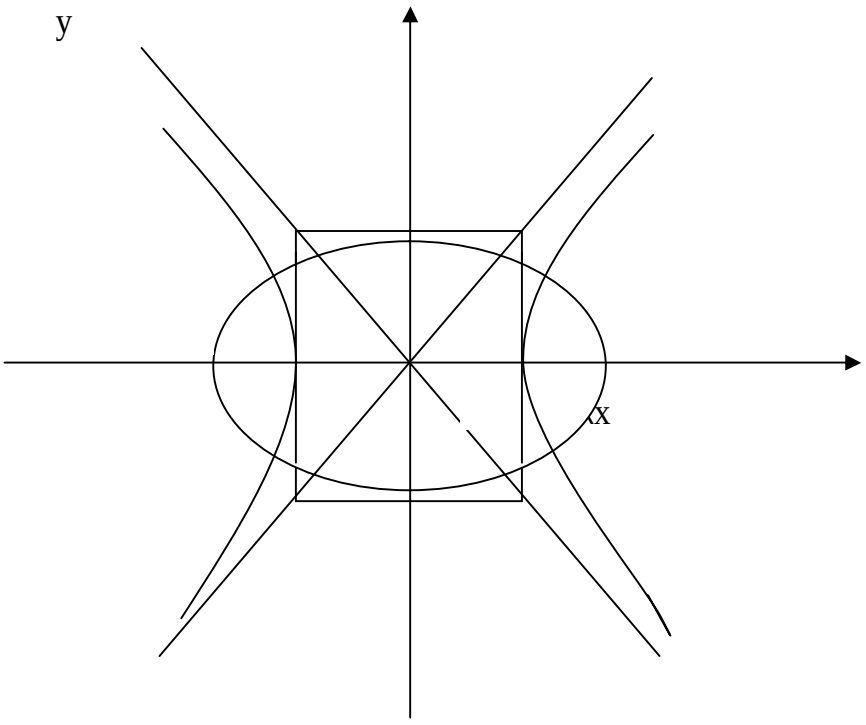
$$c = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{4 + } = ,$$

эксцентриситети гипербола ε=–: 2=–

аст ва фокусҳои гипербола $F_1(- ; 0)$ ва$F_1(- ; 0)$мебошад.

Масъалаи 2.Эллипси $\frac{}{} - \frac{y}{} = 1$ дода шудааст. Муодилаи гиперболае, ки қуллаҳои он дар фокусҳо ва фокусҳояш дар қуллаҳои ин эллипс љой гирифтаанд, тартиб дода шавад.

Ҳал: Координатаҳои фокусҳои эллипсро муайян мекунем. Азбаски $a^2=8$ ва $b^2=5$ аст, аз рӯи формулаи $c = \sqrt{\quad -}$ муайян менамоем, ки $c = \sqrt{8-5} = \sqrt{3}$ аст, инак фокусҳои эллипснуқтаҳои$F_1(-\sqrt{3};0)$ ва $F_1(\sqrt{3};0)$ мебошанд.



расми 36.

Мувофиқи шарти масъала нимтираҳои гипербола $a^* = \sqrt{3}$ нимтираи ҳақиқи ва $F_2(2\sqrt{2}\ ; 0)$ ва $F_1(-2\sqrt{2}\ ; 0)$ фокусҳои гипербола мебошанд. Аз рӯи формулаи $b^2 = c^2 - a^2$

нимтираи мавҳумро муайян мекунем:

$b^2 = \sqrt{8-3} = \sqrt{5}$

Ҳамин тариқ муодилаи гипербола ба намуди зеринмешавад:

$$\frac{}{} - \frac{y}{} = 1$$

Масъалаи 3. Гипербола аз нуқтаи $M(4; -2\sqrt{2})$ мегузарад ва нисбат ба тирҳои координати симметри буда, нимтираи мавҳуми он ба 2 баробар аст. Муодилаи гиперболаро тартиб диҳед ва масофаи аз нуқтаи M то фокусҳои онро муайян намоед.

Ҳал: Мувофиқи шарт нимтираи мавҳуми гиперболаb=2аст ва ин гипербола аз нуқтаи $M(6; -2\sqrt{2})$ мегузарад, пас

$$\frac{}{} - \frac{}{\sqrt{}} = 1$$

аз ин ҷо

$$\frac{}{} - 2 = 1$$

$$= 12$$

$$= 2\sqrt{3}$$

Бинобар он муодилаи гипербола чунин аст:

$$\frac{}{} - \frac{y}{} = 1$$

Дар ин ҷо $c = \sqrt{12+4} = 4$ аст. Бинобар он $\varepsilon = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{\sqrt{}}{}$ аст.

Акнун аз формулаҳои радиусҳои фокали истифода бурда, масофаи нуқтаи M-ро то фокусҳо муайян мекунем:

$r_1 = -\sqrt{12} + \frac{\sqrt{}}{} \cdot 6 = -2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$r_2 = -\sqrt{12} + \frac{\sqrt{}}{} \cdot 6 = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$

Масъалаи 4. Аз дастур илова асимптотаҳо ва директрисаҳо .

Ҳал:Муодилаи ассимптотаҳо $y = \pm \frac{\beta}{}x$, мувофиқи шарт

$= 4$, $\beta =$ – ва муодилаи ассимптотаҳо: $y = \pm \frac{}{}x = \pm \frac{}{}x$

Муодилаи директрисаҳо $x = \pm$ –; мувофиқи шарт $\alpha = 4$, $c =$ – ,пас муодилаи директрисаҳо:

$$= \pm \frac{}{} = \pm \frac{4}{} = \pm \frac{16}{5}$$

$$= \pm \frac{}{} :$$

Масъалаи 5. Муодилаи соддатарини гиперболаро тартиб диҳед,агар фокусҳои он дар тири OX љойгир бошанд , нисбат ба ибтидои координата симметрӣ бошад ва агар маълум бошад,ки:

а) тири мавҳум ба 8 эксентриситет =

в) муодилаи асимптотаҳо y=± хва масофаи байни фокусҳо ба 20 баробар,

г) масофаи байни директрисаҳо ва экссентриситетба

д) муодилаи асимптотаҳо y= ± ва масофаи байни директрисаҳо ба 12 баробар бошад.

Ҳал: а) тири мавҳум 2 = 8, = 4 ва экссентриситет =

Аз ин љо $= \frac{c}{}$ = $c = \alpha.$

Мувофиқи таърифи гипербола муносибати зерин дуруст аст:

$$= c - \quad (*)$$

Қимматҳои ва -с ро дар ин формула гузорем:

$$4 = \frac{5}{4} - \qquad 16 = \frac{25}{16} - \qquad 16 = \frac{9}{16} \qquad = \frac{16}{9}$$

$$= \frac{16}{3}$$

Инак , муодилаи гипербола:

$$\frac{}{} - \frac{}{16} = 1$$

в) Муодилаи асимптотаҳо $y = \pm x$ ва масофаи байни фокусҳо 2с= 20 инак , с= 10ва аз муодилаи асимптотаҳо ; = , =

Мувофиқи формулаи (*)

$$\frac{4}{3} = 10 - \frac{16}{9} - 100 = \frac{16}{9} - = 100 \quad \frac{25}{9} = 100$$

$$= \frac{900}{25} = 36.$$

$$= 6, \qquad = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8.$$

Муодилаи гипербола $\frac{x}{} - \frac{y}{} = 1$

г) масофаи байни директрисаҳо — = –ва экссентириситет = –.

Аз муносибати якум — = – — = – = 2, экссентриситет

= –инак , — = – c = –α= – ·2=3.

Акнун нимтираи мавҳумβ-ро ҳисоб мекнем:

= c – = 3 – 2 = 9 − 4 = 5.

Ҳамин тавр муодилаи гиперболаи мазкур; $\frac{x}{} - \frac{y}{} = 1$.

д) Муодилаи асимптотаҳо y= ± – хинак,

$$- = \frac{3}{4} \qquad = \frac{3}{4} \ .$$

масофаи байни директрисаҳо - 12–,

яъне, $\frac{2}{} = 12\frac{4}{5}$ $\frac{2}{} = \frac{64}{5}$ $= \frac{32}{5}$ =>.

$$= \frac{5}{32}$$

аз тарафи дигар $= \frac{c}{}$ ва $\frac{c}{} = —$ c = —,

инак, мувофиқи формулаи (*) β = c – – = — -

=> — = —— – — = —— − 1 — =

—— = —— = 8.

пас,β= – · = – · 8 = 6 , c = — = 10.

Ҳамин тавр муодилаи гипербола: $\frac{x}{} - \frac{y}{} = 1$.

Масъалаи 6. Муодилаи гиперболаро тартиб диҳед,агар он нисбат ба ибтидои координат симметрӣ , фокусҳои он дар тири ордината ОУ љойгир бошад ва агар маълум бошад,ки:

а)масофаи байни фокусҳо 10 ва экссентриситет = –;

б)муодилаи асимптотаҳо y=± — x ва масофаи байни куллаҳои он ба 48 баробар бошад.

Ҳал: а)муодилаи ин гуна гипербола ба намуди зерин мешавад:

$$\frac{x}{\alpha} - \frac{y}{\beta} = -1$$

дар ин љо α-тири мавҳум, β-тири ҳақиқї мебошад.

Мувофиқи шарт 2c=10 яъне c=5 ва = –, яъне $\frac{c}{\beta} = -$ β = 3.

Акнун тири мавҳумро ҳисоб мекунем: мувофиқи таърифи гипербола $= c - \beta$ пас, $= 5 - 3 = 25 - 16 = 9$. Инак, $\alpha=3$ ва муодилаи гипербола

$$\frac{x}{16} - \frac{y}{9} = -1$$

б) муодилаи асимптотаҳо барои ин гуна гипербола

$= \pm \frac{}{\beta}$,бинобар ин мувофиқи шарти масъала муносибати

$y = \pm \frac{}{} x$ ва $\frac{}{\beta} = \frac{}{}$- ро ҳосил мекунем,

аз ин љо $= \frac{}{} \beta$. Масофаи байни қуллаҳо ба 48 баробар , ва қуллаҳои гипербола дар тири ордината воқеанд,бинобар он $2\beta=48$ $\beta=24$. Пас,

$\alpha = \frac{}{} \beta \Rightarrow 24 = \frac{}{}$ $= \frac{\cdot}{} = 10$

инак ,муодилаи гипербола

$$\frac{x}{100} - \frac{y}{576} = -1$$

Масъалаи 7. Нуқтаҳои буриши гиперболаи $\frac{}{} - \frac{}{} = 1$ва хати рости 2x-y-10=0 -ро ёбед:

Ҳал:Барои ёфтани нуқтаҳои буриш, муодилаҳои гипербола ва хати рости додашударо ҳамљоя ҳал мекунем;яъне ҳалли системаи зеринро меёбем.

$$\frac{}{20} - \frac{}{5} = 1$$

$2x-y-10=0$ $y=2x-10$

$$\frac{x}{20} - \frac{(2x-10)}{5} = 1 \qquad \frac{x}{20} - \frac{4x - 40x + 100}{5} = 1$$

$$x - 4(4x - 40x + 100) = 20$$

$$x - 16x + 160x - 400 = 20$$

$$-15x + 160x - 420 = 0$$

$$3x - 32x + 84 = 0$$

$$, = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 252}}{3} = \frac{16 \pm 2}{3};$$

$$x = \frac{16 + 2}{3} = 6, x = \frac{16 - 2}{3} = \frac{14}{3};$$

$$y = 2x - 10 = 2 \cdot 6 - 10 = 2, \qquad y = 2x - 10 = 2 \cdot \frac{14}{2} - 10 \quad y = -\frac{2}{3};$$

Инак , хати рост гиперболаро дар ду нуқтаҳо мебуррад ва нуқтаҳои буриш: $M\ (6,\ 2)$ ва $M \ \frac{}{}, - -$.

Масъалаи 8.Исбот намоед,ки муодилаи 2 -16=0 гиперболаро тасвир мекунад ва маркази он, нимтираҳо, экссентириситет,муоддилаҳои асимптотаҳои онро тартиб диҳед ва нақшаи онро созед.

Ҳал:Муодилаи 2 -25=0 -ро тадқиқ менамоем: 2 =25

Барои ин муодиларо ба намуди каноникӣ овадан ивазкунии зеринро љори мекунем.

$$x = \frac{}{\sqrt{}}(x + y) \qquad x=\frac{}{\sqrt{}}(x+y)$$

$$y=\frac{}{\sqrt{}}(x- y) \qquad y=\frac{}{\sqrt{}}(x-y)$$

Онгоҳ, муодила намуди зерин қабул мекунад

$$\frac{}{\sqrt{}}(x+ y)\frac{}{\sqrt{}}(x - y) = 25 \qquad x - y = 25 \qquad \frac{x}{} - \frac{y}{} = 1.$$

Ин муодила гиперболаи баробартараф дар системаи координатии нави OXY буда ,нимтираҳояш $\alpha=\beta=5$ мебошад. Маркази ин гипербола дар ибтидои системаи координатии нав O(o,o) љойгир аст. Муодилаи асимптотаҳоро тартиб медиҳем. Муодилаи асимптотаҳо дар системаи координатии нав OXY - $y = \pm x$ мебошад. Акнун муодилаи асимптотаҳоро бо номаълумҳои аввала x ва y яъне ,бо системаи координатии аввала oxy ифода мекунем:

y=-x 1)$\frac{}{\sqrt{}}(x - y) = -\frac{}{\sqrt{}}(x + y)$ $x - y = -x - y$ $x = 0$, яъне яке аз асимптотаҳо тири ордината мебошад.

2) = $\frac{}{\sqrt{}}(-) = -\frac{}{\sqrt{}}(+)$ − = + y=0, яъне асимптотаи дуйум тири абсцисса мебошад.

Инак, асимптотаҳои ин гипербола тирҳои координати мебошанд.

Масъалаи 9.Аз нуқтаи M(1,-10) ба гиперболаи $\frac{x}{} - \frac{y}{} = 1$ расандаҳо гузаронида шудаанд. Муодилаи хордаеро,ки нуқтаҳои расишро пайваст мекунад,тартиб диҳед.

Ҳал: Аввал муодилаҳои расандаҳоро тартиб медиҳем. Бигзор нуқтаи расиш $M(X, У)$ ва $M(X, У)$ бошанд. Муодилаи расандаҳо ба гипербола дар ин нуќтаҳо ба намуди зерин мебошад:

$$\frac{}{} - \frac{}{} = 1 \text{ва } \frac{}{} - \frac{}{} = 1$$

Нуқтаҳои расиш муодилаи гиперболаро бояд қаноат кунонанд,яъне

$$\frac{x}{8} - \frac{y}{32} = 1, \qquad \frac{x}{8} - \frac{y}{32} = 1$$

Коэффисиенти кунљии расандаҳоро муайян мекунем:

аз муодилаи якум: 4 − = 32 =>y= $\frac{x}{y}$ − $\frac{}{y}$

пас,коэффисиенти кунљии расандаҳо;

$$_{р} = \frac{}{} \text{ ёки } _{р} = \frac{}{}$$

Аз тарафи дигар расандаҳо аз нуқтаи M(1,-10) ҳам мегузаранд,бинобар он координатаи ин нуқта муодилаи расандаҳоро бояд қаноат кунонад,яъне;

— − — = 1 — - ( ) = 1 — + — = 1 2 +

+5 = 16 = −(16 − 5).

Ин ифодаро бо муодилаи гипербола мегузорем:

$$\frac{-(16-5y)}{8}-\frac{y}{32}=1 \quad \frac{(16-5y)}{32}-\frac{y}{32}=1 \quad (16-5y)-y=32$$

$$256-160y+25y-y=32 \quad 24y-60y+224=0$$

$$3y-20y+28=0$$

$$y=\frac{10\pm\sqrt{100-3\cdot 28}}{3}=\frac{10\pm 4}{3};$$

$$y_{,}=\frac{10-4}{3}=2; \qquad y_{,}=\frac{14}{3};$$

абссисаҳоро ҳисоб мекунем:

$$x_{,}=\frac{1}{2}(16-5\cdot 2)=3; \quad x_{,}=\frac{1}{2}\left(16-5\cdot\frac{14}{3}\right)=-\frac{11}{3};$$

Ҳамин тавр нуқтаҳои расиш;

М (3,2) ва М (− —, —)

Акнун муодилаи хордаи М - ро тартиб медиҳем:

$$\frac{x-3}{-—-3}=\frac{y-2}{—-2} \qquad \frac{x-3}{-—}=\frac{y-2}{-}.$$

§9. Масъалаҳобароикоримустақил

1.Азрӯишартҳоизеринмуодилаигиперболаротартибдиҳед:

А) нимтираи ҳақиқи ба 5 ва эксцентриситети он ба 1,4 баробар аст;

Б) масофаи байни фокусҳо ба2с = $\sqrt{15}$эксцентриситети он ба−баробар аст.

В) масофаи байни фокусҳо 2с=10 ва тири мавҳум 2b=8 аст.

Г)муодилаҳои асимптотаҳо у=±− х

ва масофаи байни қуллаҳо 2а=20 аст.

д) масофаи байни фокусҳо 2с=10 ва масофаи байни қулладаҳри гипербола 2а= 8 аст.

е) тири ҳақиқи ба 6 баробар буда, гипербола аз нуқтаи М(9;-4) мегузарад.

2.Муодилаи оддитарини гиперболае, ки аз нуқтаҳои

($2\sqrt{7}$; −3) ва (-7; $6\sqrt{2}$) мегузарад, тартиб диҳед.

3.Нуқтаи буриши гиперболаи

x^2-3y^2= 12 бо даврае, ки марказаш дар фокуси рости гипербола љой гирифта аз ибтидои системаи координатаҳо мегузарад, ёфта шавад.

4. Гиперболаи x^2-3y^2= 12 дода шудааст:

нимтираҳоиа ва b, эксцентриситет, фокусҳо, муодилаҳои асимптотаҳо ёфта шаванд.

5.Фокусҳои гипербола дар тири абцисса нисбат ба ибтидои координатаҳо симметри мехобанд. Масофаи байни фокусҳо ба 9 баробар буда, кунљи моилии яке аз асимптотаҳо ба 60^0 баробар аст. Муодилаи гипербола тартиб дода шавад.

6. Нуқтаҳои буриши гиперболаи

$$\frac{}{} - \frac{y}{} = 1$$

ба хати рости x-5y=0 ва 2x +y-18=0

ёфта шаванд.

7. Аз нуқтаи A(4;-5) хати ростиба асимптотаҳои гиперболаи

$$x^2-4y^2= 4$$

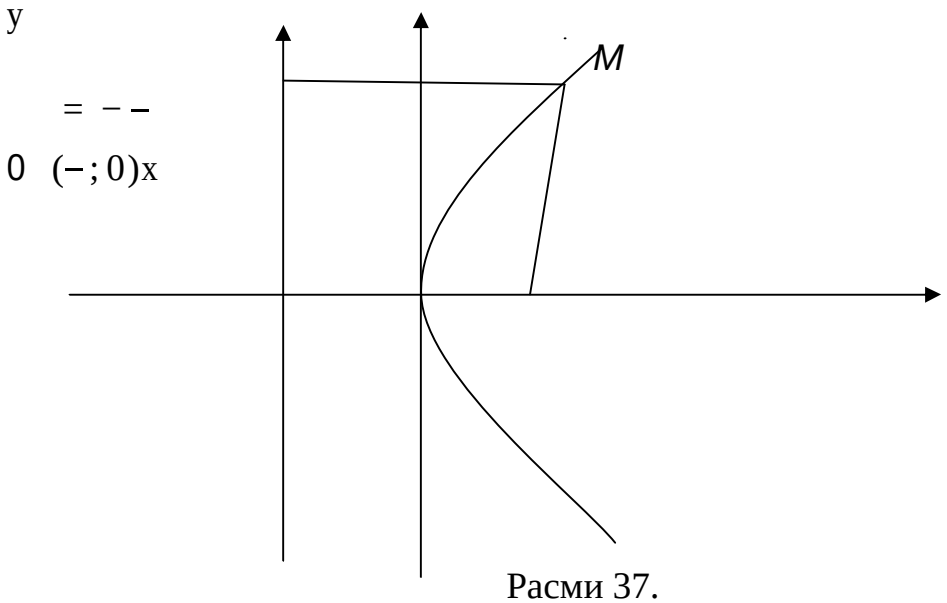
параллел буда гузаронида шавад.

8. Гипербола нисбат ба тирҳои координати симмметри буда, , аз нуқтаи M(6; $-2\sqrt{6}$) мегузарад ва нимтири мавҳуми b=2-ро дорад. 1). Муодилаи гипербола навишта шавад. 2). масофаи байни нуқтаи M ва фокусҳо ёфта шавад.

§10. Парабола ва муодилаи каноникии он

Таъриф. Љойи геометрии нуқтахои хамворӣ, ки аз нуқтаи дода шуда (фокус) ва аз хати рости дода шуда(директрисса), дар як хел масофаљойгир шудаанд, парабола номида мешавад.

Агар тири симметрии парабола тири Ox бошад, он гох муодилаи он намуди $y^2=2px$, $p>0$ (3.16) мегирад(ба расм нигаред).



Расми 37.

Агар тири симметрии парабола тири Oy бошад, он гоњ, муодилаи он намуди

$x^2=2py$, $p>0$-ро мегирад. (4.20)

Радиуси фокалии параболаи (4.19) аз рӯи формулаи

$r=x+\frac{p}{2}$, барои параболаи (4.17) $r=y+\frac{p}{2}$, $(p>0)$ муайян карда мешавад. Барои параболаи (4.16) хати рости ба тири симметри параллели

$x=-\frac{p}{2}$ ва барои параболаи (4.17) хати рости

$y=-\frac{p}{2}$ директриса мебошанд.

Мисоли 1.Парабола нисбат ба тири Ox симметрӣ аст ва аз нуқтаи M(2;-4) мегузарад, муодилаи он тартиб дода шавад.

Хал: Мувофиқи шарти мисол парабола намуди (3,16)-ро дорад. Азбаски парабола аз нуқтаи M(2;-4)мегузарад, пас координатаҳои ин нуқта муодилаи (3,16) - ро бояд қаноат кунонанд.

$$(-4^2)= 2 \cdot 2p$$

Аз ин ҷо p=4. Бинобар ин муодилаи ин парабола чунинаст.

$$y^2=8x$$

Мисоли 2. Муодилаи ҷойи геометрии нуқтаҳое, ки аз нуқтаи A(0;2) ва аз тири Ox дар як хел масофаҷойгир шудаанд, тартиб дода шавад.

Хал:Бигзор M(x , y)нуқтаи дилхоҳи ҳамвори бошад, он гоҳ мувофиқи шарт бояд баробарии (чи тавре ки аз расми 31 мебинем)

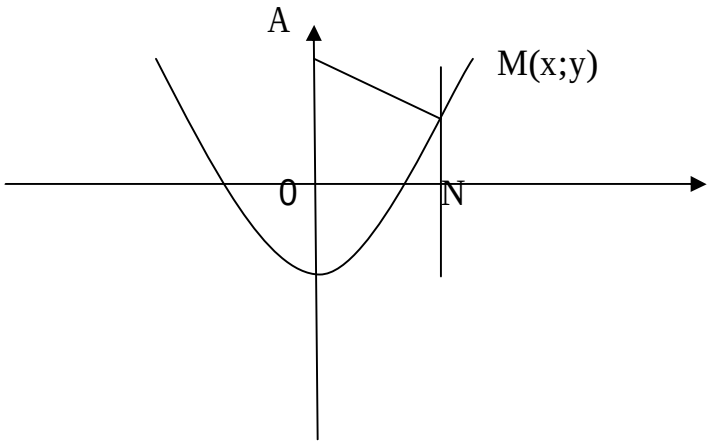
|AM|=|MN| иҷро шавад.

$|AM|=\sqrt{x + (y-2)}$ ва MN=y.

Аз ин ҷо $\sqrt{x + (y-2)} = y$.

Инро содда карда муодилаи параболаро ба намуди зерин ҳосил менамоем:

$x^2=4(y-1)$,яъне тири симметрии ин парабола тири Oy аст ва қуллаи он дар нуқтаи B(0;1) ҷой гирифтааст.



Расми 38.

Мисоли 3. Дар параболаи $y^2=6x$

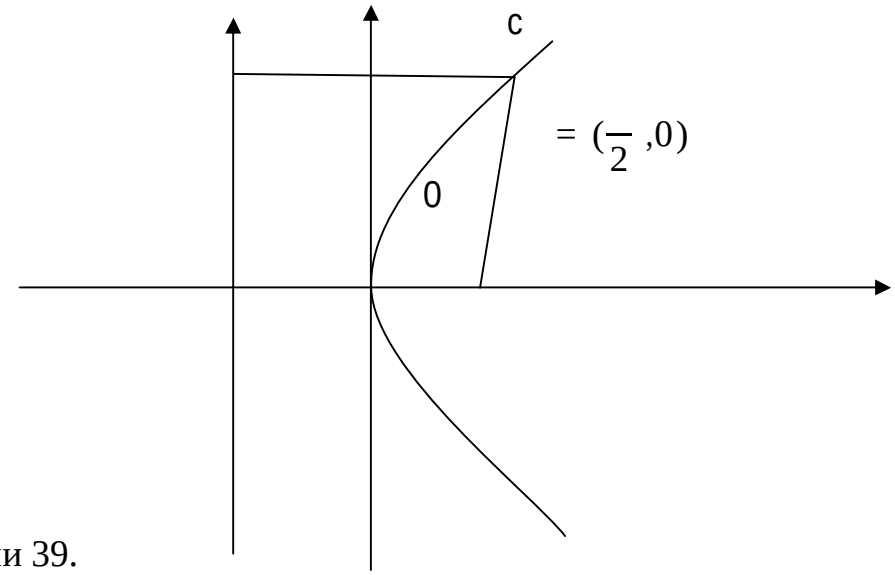
чунин нуқтае ёфта шавад, ки масофаи он то фокус ба 4,5 баробар бошад.

Хал: Дар ин љо p=3 аст. Бинобар ин $F(-;0)$фокус аст. Мувофиқи шарти мисол агар M(x, y) ягон нуқтаи парабола бошад он гоҳ бояд баробарии MN= MF=4.5 иљро шавад (расми 45);

пас, x=CM= NM − NC = 4.5 − –=3

x=3

Инро ба муодилаи парабола гузошта ординатаи нуқтаи M-ро муайян мекунем: y^2=6*3=18. Аз ин љо y=±3$\sqrt{2}$Хамин тариқ ин гуна нуқта 2 то мавчуд будаанд : $(3, 3\sqrt{2})$ва $(3, -3\sqrt{2})$.



Расми 39.

Мисоли 4.Муодилаи параболаро тартиб диҳед ,ки фокуси он дар нуқтаи (4,3) буда директрисааш хати рости + 1 = 0 мебошад.

Ҳал. Азбаски фокуси парабола дар нуқтаи (4,3) буда директрисаи он хати рости = −1 аст, тири симметрияи парабола аз нуқтаи (4,3) ба директрисаи = −1 перпендикуляр бояд гузарад, бинобар он тири симметрияи параболаи мазкур хати рости = 4 мешавад ва муодилаи умумии парабола ба намуди

(−) = 2 (−)

мебошад, ки дар инљо (,) − қуллаи парабола аст. Қуллаи парабола мувофиқи таъриф аз фокус ва директриса дар як хел масофа мехобад.

Бинобар он абсциссаи қуллаи парабола = 4 бояд баробар бошад ва ординатаи он

$$= \frac{3 + (-1)}{2} = 1$$

Параметри парабола ба ними масофаи аз фокус то директриса баробар мешавад, яъне

$$\frac{}{2} = \qquad \frac{}{2} = 2 \qquad = 4$$

қиматҳои , ва −ро ба муодилаи мегузорем:

$$(\quad - 4) \quad = 2 \cdot 4(\quad - 1)$$

$$- 8 \quad + 16 = 8 \quad - 8$$

$$8 \quad = \quad - 8 \quad + 24 \qquad = \frac{1}{8} \quad - \quad + 3$$

Љавоб: Муодилаи парабола:

$$= \frac{1}{8} \quad - \quad + 3$$

§11. Табдилдиҳии муодилаи умумии дараљаи дуйум.

6.1. Муодилаи умумии хатҳои тартиби дуйум.

Тадқиқи муодилаи умумии хатҳои тартиби дуйум (муодилаи дараљаи дуйуми ду номаълума) ва ба намуди соддатарин (каноники) овардани он яке аз масъалаи муҳими геометрияи аналитикй мебошад.

Ин масъаларо дар ҳолати умуми ҳал накарда мо ин масъалаҳоро дар мавридҳои хусуси дар мисолҳои алоҳида ҳал мекунем. Муодилаи умумии дараљаи дуйуми дуномаълумнок намуди зерин дорад:

$$+ \quad + \quad + \quad + \quad + = 0 \qquad (4.21)$$

Лекин дар бисьер мавридҳо дар назарияи хатҳои тартиби дуйум коэффициентҳои , , ба 2 тақсим шуда дохил мешаванд, бинобар он муодилаи умумии дараљаи дуйумро ба намуди

$$+ 2 \quad + \quad + 2 \quad + 2 \quad + \quad = 0 \qquad (4.22)$$

гирифтан мувофиқи мақсад мебошад.

Мисол: Агар муодила:

$+ 3 \quad + 2 \quad + 5 \quad + 4 \quad + 1 = 0$ бошад,

$= 1, \quad = -, \quad = 2, \quad = -, \quad = 2, \quad = 1$ мебошад.

Ададҳои , , , , , коэффициентҳои муодила , , − коэффициентҳои калон, D , E – коэффициентҳои хатти ва F – аъзои озод мебошад.

Муодилаи (2) – ро ба намуди зерин ҳам навиштан мумкин:

$$(\quad + \quad + \quad) + (\quad + \quad + \quad) + (\quad + \quad + \quad) = 0 \qquad (4.23)$$

Ин намуди муодилаи умуми дар оянда истифода бурда мешавад.

§12. Содда намудани муодилаи умуми.

Бигзор муодилаи (2) дода шуда бошад. Ин муодиларо ба воситаи ба системаи координатии дигар гузаштан ба намуди соддатарин овардан талаб карда мешавад.

Талабҳои зерин гузошта мешавад:

1) Бояд аз коэффициентҳои калон коэффициенти назди ҳосили зарби координатаҳо , хориљ шавад, яъне (= 0),

2) Бояд шумораи аъзоҳои дараљаи якум (хаттӣ ,) аз хама кам бошад.

3) Агар имкон бошад, аъзои озод хориљ шавад.

Муодилае, ки дар натиљаи иљро шудани ин талабҳо ҳосил мешавад, муодилаи каноникии хати каљномида мешавад.

Дар мисолҳои алоҳида чи тавр ба иљро овардани ин талабҳоро дида мебароем.

Барои иљро намудани талабҳои дар боло гузошта шуда , яъне барои ба намуди каноники овардани муодилаи умумии дараљаи дуйум мо аз табдилдиҳии системаи координатии Декарти – параллель кӯчонии ибтидои координата ва даврзанонии тирҳои координати истифода мебарем.

Аввало мо самтҳои тирҳои координатиро иваз накарда ибтидои координатаро ба ягон нуқтаи ҳоло номаълум буда (,) ме кӯчонем. Мувофики формулаи параллель кӯчонии ибтидои координат

$$\begin{aligned} &= \bar{} + \\ &= + \end{aligned} \qquad (4.24)$$

Инро ба муодилаи (4.22) гузорем, муодилаи намуди зерин ҳосил мешавад:

$$\bar{} + 2 \bar{} + + 2 \bar{} + 2 + = 0 \qquad (4.25)$$

$$2 = 2(+ +) = (,)$$

$$2 = 2(+ +) = (,) \qquad (4.26)$$

$$= + 2 + + 2 + 2 + = (,)$$

Яъне дар натиљаи ин ивазкуни коэффициентҳои назди дараљаҳои якум ба ҳосилаи хусусии қисми чапи муодила нисбат ба тағъирёбандаҳои мувофиқ баробар мешаванд; аъзои озод бошад ба қисми чапи муодила ҳангоми ба љои таъғирёбандаҳо қимати (,) гузаштан баробар мешавад.

Акнун мо ибтидои системаи координатии нав (,) -ро, яъне киматҳои , −ро ҳамин тавр интихоб мекунем, ки (агар имкон бошад) дар муодилаи ҳосил шудаи (4.25) коэффициенти назди аъзоҳои дараљаи якум ва хориљ шавад (ба нул баробар шавад) яъне

$$\begin{aligned} &+ + = 0 \\ &+ + = 0 \end{aligned} \qquad (4.27)$$

бошад

Инак координатаҳои нуқтаи (,) ибтидои координатаи нав ҳалли системаи (4.27) мешаванд. Ҳалли ин система:

$$= \frac{}{} = \frac{-}{-};$$

(4.28)

$$= \frac{}{} = \frac{-}{-}.$$

$$= \qquad \Delta = \qquad = \frac{\Delta}{}$$

Равшан аст, ки системаи (4.27) дорои ҳал мебошад агар = − ≠ 0 бошад. Ҳамин тавр дар натиљаи ин ивазкуни муодилаи умумии (4.22) намуди зеринро кабул мекунад:

$$\bar{} + 2\,\bar{} + + = 0 \qquad (4.29)$$

Дар ин муодила мо ¯ва − ро бо − ¯ва − иваз кунем муодила таъғир намеёбад. Яъне агар (¯,) нуқтаи хати каљ бошад, нуқтаи (− ¯, −)ҳам нуқтаи ин хат мешавад. Нуќтаҳои ва нисбат ба ибтидои координата симметрй мебошанд , яъне хати каљ нисбат ба ибтидои координатии нав (,) симметри мебошад ва нуқтаи (,) маркази симметрияи хати каљ мебошад. Инак ибтидои координатаи нав ба маркази симметрияи (ё худ маркази) хати каљ кўчонида шудааст.

Ҳамин тавр агар муносибати = − ≠ 0 иљро шуда бошад хати каљ дорои маркази симметрия мешавад ва ин гуна хати каљ хати каљи маркази номида мешавад.(> 0 эллипс, < 0 гипербола).

Агар = − = 0 бошад, яъне системаи (4.27) ноҳамљоя бошад, (система ҳал надорад) он гоҳ хати каљ маркази симметрия надорад ва онро хати каљи номаркази ёки хати каљи параболи меноманд.

Системаи (4.27) - ро тадқиқ менамоем:

$$\begin{aligned} + \quad + \quad &= 0 \\ + \quad + \quad &= 0 \end{aligned} \qquad (4.30)$$

Детерминанти ин система

$$= \qquad = \qquad - \qquad (4.31)$$

Агар ≠ 0 бошад система ҳалли ягона дорад, ва дар ин маврид хати каљи тартиби дуйум маркази ягона дорад ва эллипс (давра) ёки гипербола мешавад.

Агар коэффициентҳои ва ишораҳои якхела дошта бошанд, он гоҳ > 0 ва хати каљ эллипс мебошад.

Агар ва ишораҳои гуногун дошта бошанд, он гоҳ < 0 ва хати каљ гипербола мебошад.

Ҳамин хел мавридҳо ҳам мавчуд аст, ки ҳангоми ≠ 0 будан муодилаи умуми ба намуди каноникии ба муодилаи каноникии эллипс ёки гипербола монанд буда оварда мешавад, лекин бо ин муодилаҳо пурра якхела

намешавад ва ягон хел хати каљро тасвир намекунад, (масалан қисми рост ёки 0 ёки манфи мешавад).

Баъд аз илъро кардани ивазкунии параллелкуљони ба маркази хати каљ боз соддакуниро давом медиҳем.

Бигзор дар муодилаи умумии хати каљи тартиби дуйум = 0 бошад . Ҳангоми = 0 будан ду маврид мавчуд:

а) системаи (4.27) умуман ҳал надорад, он гоҳ хати каљи тартиби дуйум марказ надорад, ва ин гуна хати каљ хати каљи номарказии номида мешавад. Дар ин маврид муодилаи умумиро бо ёрии табдилдиҳии даврзанонии тирҳои координати ба ягон кунљ ба намуди соддатарин овардан мумкин аст. Дар натиљаи ин ивазкуни мо ҳама вақт муодилаи параболаро ҳосил мекунем.

в) системаи (4.27) ҳалли беҳад бисьёр дорад, дар ин маврид хати каљ дорои марказҳои беҳад бисьёр мешавад. Дар ин маврид муодилаи тартиби дуйум як чуфт хатҳои рости параллелро тасвир мекунад.

Дар мавриде, ки муодилаи тартиби дуйум хати каљи дорои беҳад бисьёр марказ доштаро тасвир мекунад, онро параболаи ниходвайрон номидан қабул карда шудааст.

Мисолҳо.

1) $-2 + -10 - 6 + 25 = 0$

$$= \begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix} = 1 - 1 = 0 \quad \text{парабола}$$

2) $8 + 4 + 5 + 16 + 4 - 28 = 0$

$$= \begin{matrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{matrix} = 40 - 4 = 16 > 0, \quad \text{эллипс}$$

3) $+6 + + 8 + 24 + 39 = 0$

$$= \begin{matrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{matrix} = 1 - 9 = -8 < 0, \quad \text{гипербола}$$

Акнун мо муодилаи ҳосил шудаи (4.29) - ро содда мекунем. Барои ин мо аз давр занонидани тирҳои координати (ибтидои координатаро таъғир надода) истифода мебарем.

Мо чунин системаи координатии навро љорй мекунем (яъне тирҳои координатиро ба ягон кунљи давра мезанонем), ки дар натиља дар системаи координатии нав, дар муодилаи ҳосилшуда аъзои ҳосили зарби тағъирёбандаҳо (¯) иштирок накунад, яъне = 0 шавад.

Мувофиқи формулаи табдилдиҳии даврзанонии тирҳои координати

$$\begin{matrix} \bar{} = & \cos & - & \sin \\ = & \sin & + & \cos \end{matrix} \qquad (4.32)$$

Ин муносибатҳоро ба муодилаи (4.29) мегузорем:

$$(\cos - \sin) + 2 (\cos - \sin)(\sin + \cos) + + (\sin + \cos) + = 0$$

$$\cos - 2 \cos \alpha \sin + \sin +$$

$$+2 \cos \sin + \cos - x y \sin - \sin \cos +$$

$$+ \sin + 2 \sin \cos + \cos + = 0 =>$$

$$(\cos + 2 \sin \cos + \sin) +$$
$$+(-2 \sin \cos + 2 \cos - 2 \sin + 2 \sin \cos) +$$
$$+(\sin - 2 \sin \cos + \cos)' + = 0$$

Акнун коэфициенти назди $-$ро ба 0 баробар мекунем:

$$-2 \sin \cos + 2 \cos - 2 \sin + 2 \sin \cos = 0$$
$$\sin \cos - \cos + \sin - \sin \cos = 0$$

Басо $\cos$ $-$тақсим мекунем:

$$-(-) - = 0 \qquad (4.33)$$

Ин муодилаи квадрати нисбат ба буда дискриминанти он

$$= (-) + 4$$

Равшан аст, ки ҳамма вакт > 0 ва бинобар он кунљи $-$ро ҳама вақт ёфтан мумкин аст. Аз муодилаи квадратии (4.33) кимати $-$ро ёфта аз рӯи формулаҳои тригонометрїқиматҳои $\sin$ ва $\cos$ $-$ро ҳисоб мекунем:

$$\sin = \frac{}{\pm \sqrt{1 +}} ; \quad \cos = \frac{1}{\pm \sqrt{1 +}}$$

Ҳамин тавр баъд аз љорй намудани ивазкунии (4.32) муодилаи намуди зерин ҳосил мешавад:

$$+ + = 0 \qquad (4.34)$$

Муодилаи (4.34) вобаста аз ишораҳои коэффициентҳои , ва хатҳои каљи гуногунро муайян мекунад. Мавридҳои зерин дуљор мешаванд:

1) Агар > 0, > 0 ва < 0 бошад муодила эллипсро муайян мекунад.

2) Агар > 0, > 0 ва > 0 бошад муодила ҳеч ягон хатро муайян намекунад, яъне муодила маъно надорад.

3) Агар коэффициентҳои $'$ва $'$ишораҳои гуногун дошта бошанд (яъне > 0, < 0 ёки баръакс бошад) муодила гиперболаро муайян мекунад.

Акнун мавриди $= 0$ $-$ро муоина мекунем. Агар $= 0$ бошад, хати каљ номаркази мебошад (яъне марказ надорад) ва хати каљ намуди параболӣ мешавад.

Дар ин маврид барои содда намудани муодилаи умуми мо табдилдиҳии даврзанонии тирҳои координатиро,яъне ивазкунии (4.32)-ро тадбиқ менамоем. Дар натиља муодила дар координатаҳои нав $'$ва $'$ба яке аз ду намудҳои зерин оварда мешавад:

$$\bar{} + 2 + 2 + = 0 \qquad (4.35)$$

Дар ин љо $\neq 0$ ёки ба намуди:

$$' + 2 + 2 + = 0 \qquad (4.36)$$

Дар ин љо $' \neq 0$.

Акнун ин муодилаҳо бо ёрии табдилдиҳии параллель кӯчонии ибтидои координата ба намуди каноники оварда мешаванд.

§ 13. Масъалаҳо барои кори мустаъқил

1. Параболаи нисбат ба тири Оу симметрӣ нисбат ба нуқтахои буриши хати рости $x+y=0$ бо давраи $x^2+y^2+4y=0$ мегузарад. Муодилаи ин параболаро тартиб дихед. Дар нуқта, давра, парабола ва хати ростро созед.

2. Муодилаи давраеро, ки марказаш дар фокуси параболаи $y^2=2px$ љой гирифтааст ва директрисаи парабола ба давра расондааст, тартиб дихед.

3. Қуллаи парабола дар ибтидои координатахо љойгир шудааст. Муодилаи вайро ёбед. Графикашро созед, агар

а\ парабола нисбат ба тири Ох симметрӣ буда, аз нуқтаи А(9;6) гузарад;

б\ парабола нисбат ба тири Ох симметрӣ буда, аз нуқтаи В(-1;3) гузарад;

в\ парабола нисбат ба тири Оу симметрӣ буда, аз нуқтаи С(1;1) гузарад;

г\ парабола нисбат ба тири Оу симметрӣ буда, аз нуқтаи Д(4;8) гузарад;

4. Дар параболаи $y^2=8x$ нуқтаеро ёбед, ки радиуси фокалии он

а\ ба 20; б\ ба 4 баробар аст.

5. Нуқтаи буриши параболаи $y^2=18x$

бо хатхои рости

а\ $y=6(1-x)$

б\$y=4,5x+1$ ёфта шавад.

6. Фокус F ва муодилаи директрисаи параболаи $y^2=12x$ ёфта шаванд.

7. Радиуси фокалии нуқтаи М-и параболаи $y^2=162x$ –ро ёбед., агар абциссаи вай ба 7 баробар бошад,

8. Радиуси фокалии нуқтаи М-и параболаи $y^2=12x$ ёфта шавад. Агар ординатаи нуқтаи М ба 6 баробар бошад.

9. Чи гуна хатро тасвир намудани муодилахои

а\ $y=2\sqrt{x}$; б\ $y=-\sqrt{x}$; в\ $y=-3\sqrt{-2x}$; г\ $y=-2\sqrt{x}$-ро муайян куне два ин хатхоро дар нақша тасвир намоед.

10. Нуқтахои буриши параболаи $y=x^2$ ва $x=y^2$-ро ёбед. Нақшаашро созед.

Мисоли 1Муодилаи

$$6 \quad -4 \quad +9 \quad -4 \quad -32 \quad -6=0$$

ба шакли каноникӣ оварда , намуди хати каљро муайян намоед:

Ҳал

$$= 6; \quad = -2; \quad = 9; \quad = -2; \quad = -16; \quad = -6.$$

$$= \qquad = \begin{matrix} 6 & -2 \\ -2 & 9 \end{matrix} = 54-4=50>0$$

>0пасхатикаљэллипсимебошад.Марказихатикаљромеёбем:

$$= \frac{1}{} \qquad = \frac{1}{50}\begin{matrix} -2 & -2 \\ 9 & -16 \end{matrix} = \frac{1}{50}(32 + 18) = 1$$

$$= \frac{1}{} \qquad = \frac{1}{50}\begin{matrix} -2 & 6 \\ -16 & -2 \end{matrix} = \frac{1}{50}(4 + 96) = 2$$

Марказиэллипсдар нуқтаи $(1,2)$воқеъ мебошад. Ивазкуниипараллелкўчонирољоримекунем, яънеибтидоикоординатаробамарказиэллипснуқтаи $(1,2)$мекўчонем:

$$= \bar{} + 1$$
$$= \bar{} + 2$$

Ивазкуниро ба муодила мегузорем:

$$6(\bar{} + 1) - 4(\bar{} + 1)(\bar{} + 2) + 9(\bar{} + 2) - 4(\bar{} + 1) - 32(\bar{} + 2) - 6 = 0$$

$$6\bar{x} + 12\bar{x} + 6 - 4\overline{xy} - 8\bar{x} - 4\bar{y} - 8 + 9\bar{y} + 36\bar{y} + 36 - 4\bar{x} - 4 - 32\bar{y} - 64 - 6 = 0$$

$$6\bar{x} - 4\overline{x} + 9\bar{} - 40 = 0$$

Акнун табдилдиҳии даврзанонидани тирҳои координатиро љори мекунем вакунљи даврзанониро ҳамин тавр интихоб мекунем, ки дар муодилаи ҳосилшуда аъзои ҳосили зарби тағирёбандаҳо хориљ шавад.Формулаи табдилдихии даврзаниро љори мекунем:

$$\bar{} = \quad - \ '$$
$$\bar{} = \quad + \ '$$

Ивазкуниро ба муодила мегузорем:

$$6(x\cos\alpha - y'\sin\alpha)^2 - 4(x\cos\alpha - y'\sin\alpha)(x\sin\alpha + y'\cos\alpha) + 9(x\sin\alpha + y'\cos\alpha)^2 - 40 = 0$$

$$6x^2\cos\alpha - 12x\,y\sin\alpha\cos\alpha + 6y^2\sin\alpha - 4x^2\sin\alpha\cos\alpha - 4x\,y\cos\alpha + 4x\,y\sin\alpha + 4y^2\sin\alpha\cos\alpha + 9x^2\sin\alpha + 18x\,y\sin\alpha\cos\alpha + 9y^2\cos\alpha - 40 = 0$$

$$(6\cos\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha + 9\sin\alpha)x^2 + (4\sin\alpha - 4\cos\alpha + 6\sin\alpha\cos\alpha)x\,y + (6\sin\alpha + 4\sin\alpha\cos\alpha + 9\cos\alpha)y^2 - 40 = 0$$

Коефисентиназдиаъзоиҳосилизарбитаъгирёбандаҳоробонулбаробармекунем:

$$4\sin^2\alpha - 4\cos^2\alpha + 6\sin\alpha\cos\alpha = 0 / 2\cos^2\alpha$$
$$2\mathrm{tg}^2\alpha + 3\mathrm{tg}\alpha - 2 = 0$$
$$\mathrm{tg}\alpha_{,} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$
$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{-3 - 5}{4} = -2; \qquad \mathrm{tg}\alpha = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2}.$$

$\mathrm{tg}\alpha = -$;ро интихоб мекунем: Қийматҳои ва ро хисоб мекунем:

$$\sin\alpha = \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}} = \frac{-}{\sqrt{1 + -}} = \frac{1}{\sqrt{5}};$$

$$\cos\alpha = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{}{}}} = \frac{2}{\sqrt{5}};$$

Хамintавривазкуниидаврзанониитирҳоикоординатнамудизеринроқабулмекунад:

$$\frac{}{} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2 \quad - \quad ')$$

$$\frac{}{} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\quad - 2 \ ')$$

Коефисентҳои назди аъзоҳои ^{2} ва ^{2}- ро ҳисоб мекунем:

$$A = 6\cos^2\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha + 9\sin^2\alpha = \frac{6\cdot 4}{5} - \frac{4\cdot 2}{5} + \frac{9}{5} = 5$$

$$B = 6\sin^2\alpha + 4\sin\alpha\cos\alpha + 9\cos^2\alpha = \frac{6}{5} + \frac{4\cdot 2}{5} + \frac{9\cdot 4}{5} = 10$$

Ҳамин тавр муодила намуди зерин қабул мекунад:

$$5 \ ^2 + 10 \ ^2 = 40 \qquad /40$$

$$\frac{}{8}{}^2 + \frac{}{4}{}^2 = 1$$

Ин муодилаи эллипси нитираҳояша $=\sqrt{8}$ва$b =2$мебошад.

Мисоли 2Муодилаи

$$9 \quad - 24 \quad + 16 \quad - 20 \quad + 110 \quad - 50 = 0$$

ба шакли каноники оварда шавад ва намуди хати каљро муайян намоед:

Ҳал

$$= 9; \quad = -12; \quad = 16; \quad = -10; \quad = 55; \quad = -50.$$

$$= \quad - \quad ^2 = 9\cdot 16 - (-12) \quad = 144 - 144 = 0$$

Инак хати каљномаркази ва хати каљипараболй мебошад. Барои содда кардани муодила табдилдиҳии даврзанонии тирҳои координатиро тадбиқ менамоем. Формулаҳои ивазкуни:

$$= \quad - \ '$$

$$= \quad + \ '$$

Кунљи даврзании тирҳои координати α - аз муодилаи зерин

$$-(\quad - \quad) \quad - \quad = 0$$

муайян карда мешавад. Қийматҳои коефисиентҳоро гузошта муодилаи

$$-12 \quad - (16 - 9) \quad - (-12) = 0$$

$$12 \quad + 7 \quad - 12 = 0$$

Ҳосил мекунем. Решахои муодиларо ҳисоб мекунем:

$$\operatorname{tg}\alpha_{,} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4\cdot 12\cdot(-12)}}{2\cdot 12} = \frac{-7 \pm \sqrt{49+576}}{24} = \frac{-7 \pm 25}{24};$$

$$= \frac{-7+25}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}; \qquad = \frac{-7-25}{24} = -\frac{32}{24} = -\frac{3}{4}.$$

Кунљи $= -$ ро қабул мекунем ва қийматҳои ва ро ҳисоб мекунем:

$$= \frac{}{\sqrt{1+\ ^2}} = \frac{-}{\sqrt{1+\ }} = \frac{-}{-} = \frac{3}{5};$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\ ^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\ }} = \frac{4}{5};$$

Ҳаминтавривазкунииизеринрољориймекунем:

$$= \frac{1}{5}(4 \quad -3\ ')$$

$$= \frac{1}{5}(3 \quad +4\ ')$$

Ба муодила мегузорем:

$$9\ \frac{1}{5}(4 \quad -3 \quad) \quad -24\cdot\frac{1}{5}(4 \quad -3 \quad)\frac{1}{5}(3 \quad +4 \quad)+16\ \frac{1}{5}(3 \quad +4 \quad)$$

$$-20\cdot\frac{1}{5}(4 \quad -3 \quad)+110\cdot\frac{1}{5}(3 \quad +4 \quad)-50=0$$

$$\frac{9}{25}\ 16 \quad -24 \quad +9 \quad -\frac{24}{25}\ 12 \quad +16 \quad -9 \quad -12$$

$$+\frac{16}{25}\ 9 \quad +24 \quad +16 \quad -16 \quad +12 \quad +66 \quad +88 \quad -50$$

$$=0$$

$$144\ ^2-9\cdot 24 \quad +81\ ^2-288\ ^2-7\cdot 24 \quad +288\ ^2+144\ ^2+16$$

$$\cdot 24 \quad +256\ ^2-50\cdot 25 \quad +50\cdot 100 \quad -50\cdot 25=0$$

$$625й^{\,2}-50\cdot 25x+50\cdot 100й-50\cdot 25=0 \qquad /625$$

$$й^{\,2}-2 \quad +8 \quad -2=0$$

Акнун ин муодиларо ба намуди муодилаи каноникии $^2 = 2$ меорем:

$$^2+8 \quad -2=2 \qquad +2\cdot 4 \quad +4 \quad -4^2-2=2\ '$$

$$(\quad +4)\ =2(\quad +9)$$

Ивазкунии параллел куљониро љори й мекунем:

$$= \ '+9 \qquad = -9$$

$$= \ '+4 \qquad = -4$$

Инак муодилаи намуди зеринро ҳосил мекунем:

$$= 2$$

Ҳамин тавр параметри парабола = 1қуллаи парабола дар ибтидои координатаи ёки дар нуқтаи (9,4) дар системаи .

Мисоли 3Муодилаи

$$19 + 6 + 11 + 38 + 6 + 29 = 0$$

ба шакли каноникий оварда шавад ва намуди хати каљро муайян намоед:

Ҳал

$$= 19; \quad = 3; \quad = 11; \quad = 19; \quad = 3; \quad = 29.$$

$$= - = 11 \cdot 19 - (3) = 209 - 9 = 200$$

Пас муодилаи хати каљи эллипсиро мебошад. Маркази хати каљро меёбем:

$$= \frac{1}{} = \frac{1}{200} \begin{matrix} 3 & 19 \\ 11 & 3 \end{matrix} = \frac{1}{200}(9 - 209) = -1$$

$$= \frac{1}{} = \frac{1}{200} \begin{matrix} 19 & 19 \\ 3 & 3 \end{matrix} = \frac{1}{200}(57 - 57) = 0$$

Марказ нуқтаи $(-1,0)$ ивазкунии параллел куљониро љори мекунем:

$$= - 1 \qquad = + 1$$

$$= ' \qquad =$$

Аъзои озоди нав ро ҳисоб мекунем: $= \frac{\Delta}{}$

$$\Delta = = \begin{matrix} 19 & 3 & 19 \\ 3 & 11 & 3 \\ 19 & 3 & 29 \end{matrix} = \begin{matrix} 19 & 3 & 0 \\ 3 & 11 & 0 \\ 19 & 3 & 10 \end{matrix} = 10 \begin{matrix} 19 & 3 \\ 3 & 11 \end{matrix}$$

$$= 10(209 - 9) = 10 \cdot 200 = 2000$$

$$\text{Пас} = \frac{\Delta}{} = \text{——} = 10$$

Ҳаминтаврпасазтабдилдихиипараллелкуљонимуодиланамудизеринқабулмекунад:

$$19 + 6 + 11 + 10 = 0$$

Акнун табдилдихии даврзанонидани тирхои координатиро чирий мекунем:

$$' = - -$$

$$' = - +$$

Кунљи даврзани α ро аз муодилаи:

$$- (-) - = 0$$

Муайян мекунем:

$$3 - (11 - 19) - 3 = 0$$

$$3 + 8 - 3 = 0$$

$$\text{tg}\alpha_{,} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 9}}{3} = \frac{-7 \pm 5}{3};$$

$$= \frac{-4 + 5}{3} = \frac{1}{3}; \qquad = \frac{-4 - 5}{3} = -3.$$

Ба сифати кунљи даврзани кунљи = - ро қабул мекунем.

Қиймати ва ро ҳисоб мекунем:

$$= \frac{}{\sqrt{1 + \quad ^2}} = \frac{-}{\sqrt{1 + -}} = \frac{1}{\sqrt{10}};$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \quad ^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + -}} = \frac{3}{\sqrt{10}};$$

Ҳамин тавр формулахои табдилдихии координати намуди зерин мешавад:

$$= \frac{1}{\sqrt{10}}(3\bar{} - \bar{})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{10}}(\bar{} + 3\bar{})$$

Инро ба муодилаи додашуда мегузорем:

$$19 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}(3\bar{x} - \bar{y}) \quad + 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}(3\bar{x} - \bar{y}) \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}(\bar{x} + 3\bar{y}) + 11 \quad \frac{1}{\sqrt{10}}(\bar{x} + 3\bar{y})$$

$$+ 10 = 0$$

$$19(3\bar{} - \bar{}) \quad + 6(3\bar{} - \bar{})(\bar{} + 3\bar{}) + 11(\bar{} + 3\bar{}) \quad + 100 = 0$$

$$171\bar{x}^2 - 114\overline{xy} + 19\bar{y}^2 + 18\bar{x}^2 + 48\overline{xy} - 18\bar{y}^2 + 11\bar{x}^2 + 66\overline{xy} + 99\bar{y}^2$$

$$+ 100 = 0$$

$$200\bar{} \quad + 100\bar{} \quad + 100 = 0/100$$

$$2\bar{} \quad + \bar{} \quad = 1$$

Ин муодилаи эллипси ҳеч як тасвири геометрий муайян намекунад – онро эллипси мавҳум меноманд.

Мисоли 4Муодилаи 4 + 24 + 11 + 64 + 42 + 51 = 0 ба шакли каноникий оварда шавад ва намуди хати каљро муайян намоед:

Ҳал

$$= 4; \quad = 12; \quad = 11; \quad = 32; \quad = 21; \quad = 51.$$

$$= \quad - \quad = 4 \cdot 11 - (12) \quad = -100$$

Пас муодилаи хати каљи додашуда гипербола мебошад. Маркази хати каљро меёбем:

$$= \frac{1}{} \qquad = -\frac{1}{100}\begin{matrix} 12 & 32 \\ 11 & 21 \end{matrix} = -\frac{1}{100}(252 - 352) = 1$$

$$= \frac{1}{} \qquad = -\frac{1}{100}\begin{matrix} 32 & 4 \\ 21 & 12 \end{matrix} = -\frac{1}{100}(384 - 84) = -3$$

Инак марказ нуқтаи гипербола $(1, -3)$ ивазкунии параллел кучониро љори мекунем:

$$= \bar{} + 1 \qquad \bar{} = \quad - 1$$

$$= \bar{} - 3 \qquad \bar{} = \quad + 3$$

Акнун аъзои озоди навро аз руи формулаи = + + ҳисоб мекунем: (;) –координатаҳои марказ:

$$\bar{} = 32 \cdot 1 + 21(-3) + 51 = 32 - 63 + 51 = 20$$

Инак муодила дар системаи нав $\overline{\quad}$ намуди зерин мегирад:

$$4\bar{x} + 24\bar{x}\bar{й} + 11\bar{} + 20 = 0$$

Акнун барои боз ҳам соддатар намудан мо аз табдилдихии даврзанонидани тирхои координати истифода мебарам:

$$\bar{} = \prime - \prime$$

$$\bar{} = \prime + \prime$$

Кунљи даврзани α ро аз муодилаи:

$$-(-) - = 0$$

муайян мекунем:

$12 - 7 - 12 = 0$: ҳал мекунем:

$$\mathrm{tg}\alpha_{,} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 12 \cdot 12}}{2 \cdot 12} = \frac{7 \pm 25}{24};$$

$$= \frac{7 + 25}{24} = \frac{4}{3}; \qquad = \frac{7 - 25}{24} = -\frac{3}{4}.$$

$= -$ ро қабул мекунем. Қиймати ва ро ҳисоб мекунем:

$$= \frac{}{\sqrt{1 + \ ^2}} = \frac{\bar{}}{\sqrt{1 + —}} = \frac{4}{5};$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \ ^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + —}} = \frac{3}{5};$$

Ҳамин тавр формулахои табдилдихии координати намуди зерин мешавад:

$$\bar{} = \frac{1}{5}(3\ \prime - 4\ \prime)$$

$$\bar{} = \frac{1}{5}(4\ \prime + 3\ \prime)$$

Инро ба муодилаи додашуда мегузорем:

$$4 \cdot \frac{1}{5}(3x' - 4y') + 24 \cdot \frac{1}{5}(3x' - 4y') \cdot \frac{1}{5}(4x' + 3y') + 11 \frac{1}{5}(4x' + 3y') + 20 = 0$$

$$\frac{4}{25} 9\ ^2 - 24 + 16\ ^2 + \frac{24}{25} 12\ ^2 - 7 - 12\ ^2 + \frac{11}{25} 16\ ^2 + 24 + 9\ ^2 + 20 = 0$$

$$36\ ^2 - 96 + 64\ ^2 + 288\ ^2 - 168 - 288\ ^2 + 176\ ^2 + 264\ \prime\ \prime + 99\ ^2 + 500 = 0$$

$$500\ ^2 - 125\ ^2 = -500 \qquad /500$$

$$-\frac{}{2} = -1$$

Ин муодилаи гиперболаи нимтирахояш $= 1$, $= \sqrt{2}$ буда қуллаҳояш дар тири ордината мехобат, тири ҳақиқи дар тири ордината тири мавҳум тири ҷойгир мешавад.

Мисоли 5Муодилаи $7 + 6 - + 28 + 12 + 28 = 0$ ба шакли каноникий оварда шавад ва намуди хати каҷро муайян намоед:

Ҳал

$$= 7; \quad = 3; \quad = -1; \quad = 14; \quad = 6; \quad = 28.$$

$$= \quad = \begin{matrix} 7 & 3 \\ 3 & -1 \end{matrix} = -7 - 9 = -16$$

пас хати каҷ гиперболи мебошад.Маркази хати каҷро меёбем:

$$= \frac{1}{} \quad = -\frac{1}{16}\begin{matrix} 3 & 14 \\ -1 & 6 \end{matrix} = -\frac{1}{16}(18 + 14) = -2$$

$$= \frac{1}{} \quad = -\frac{1}{16}\begin{matrix} 14 & 7 \\ 6 & 3 \end{matrix} = -\frac{1}{16}(42 - 42) = 0$$

Инакмарказихатикаҷдарнуқтаи $(-2,0)$ибтидоикоординатабамарказих атикаҷнуқтаи $(-2,0)$мекуҷонемяъне ивази:

$= \bar{} +$ $= \bar{} - 2$

$= \bar{} +$ $= \bar{}$ ҷори мекунем.

Аъзои ададӣ навро ҳисоб мекунем:

$$\bar{} = \frac{1}{} \quad = -\frac{1}{16}\begin{matrix} 7 & 3 & 14 \\ 3 & -1 & 6 \\ 14 & 6 & 28 \end{matrix}$$

$$= -\frac{1}{16}(-196 + 252 + 252 + 196 - 252 - 252) = 0$$

Ҳамин тавр дар натиҷаи ивазкуни муодилаи намуди зерин ҳосил мешавад:

$$7\bar{}^2 + 6\overline{\quad} - \bar{}^2 = 0$$

Акнун ивазкунии даврзанони тирҳои координатиро ҷори й намуда аъзои ҳосили зарби тагирёбандаҳоро хориҷ мекунем:

$$\bar{} = \quad' \quad - \quad'$$

$$\bar{} = \quad' \quad + \quad'$$

Кунҷи даврзани α ро аз муодилаи:

$$-(\quad - \quad) \quad - \quad = 0$$

муайян мекунем:

$3 \quad -(-1 - 7) \quad - 3 = 0$: ҳал мекунем:

$$3 \quad + 8 \quad - 3 = 0$$

$$\text{tg}\alpha_{\,,} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 3(-3)}}{3} = \frac{-4 \pm 5}{3};$$

$$= \frac{-4 - 5}{3} = -3; \qquad = \frac{-4 + 5}{3} = \frac{1}{3}.$$

$= -3$ ро қабул мекунем. Қиммати ва ро ҳисоб мекунем:

$$= \frac{}{\sqrt{1 + \quad ^2}} = \frac{-3}{\sqrt{1 + (-3)^2}} = -\frac{3}{\sqrt{10}};$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \quad ^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}};$$

Ҳамин тавр формулахои табдилдихии координати намуди зерин мешавад:

$$- = \frac{1}{\sqrt{10}}(\quad + 3 \quad)$$

$$- = \frac{1}{\sqrt{10}}(-3 \quad + \quad)$$

Ин ифодаро ба муодила мегузорем:

$$7 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}(x \ + 3y') \quad + 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}(x \ + 3y') \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}(-3x' + y')$$

$$- \frac{1}{\sqrt{10}}(-3x' + y') \quad = 0$$

$$7 \quad ^2 + 6 \quad + 9 \quad ^2 \quad + 6 \quad -3 \quad ^2 + \quad - 9 \quad + 3 \quad ^2$$

$$- \ 9 \quad ^2 - 6 \quad + \quad ^2 = 0$$

$$7 \quad ^2 + 42 \quad + 63 \quad ^2 - 18 \quad ^2 + 6 \quad - 54 \quad + 18 \quad ^2 - 9 \quad ^2 + 6 \quad - \quad ^2$$

$$= 0$$

$$-20 \quad ^2 + 80 \quad ^2 = 0 \quad / -20$$

$$- 4 \quad ^2 = 0$$

ин муодиларо ба намуди

$(\quad - 2 \quad)(\quad + 2 \quad) = 0$ ёки $\quad = -2 \quad = 0$ ва $\quad + 2 \quad = 0$

Ҳамин тавр муодилаи додашуда гипербoли буда гиперболаи ниҳодвайронро муайян мекунад ки он аз ду хатҳои рости бурида шавандаи $= 2 \ '$ ва $= -2 \ '$ иборат мебошанд. Нуқтаи буриши ин хатҳои рост маркази хат ин нуқтаи $(-2,0)$ мебошад. Муодилаи хатҳои рост дар системаи аввала ба намуди зерин мебошад:

$$+ \quad + 2 = 0 \quad \text{ва} \quad 7 \quad - \quad + 14 = 0$$

Муодилаҳои хати каљи тартиби дуюмро ба намуди каноники биёред:

1. $16x^2–24xy+8y^2+25x-50y+50=0;$
2. $x^2–2xy+y^2-10x-6y+25=0;$
3. $8x^2+4xy+5y^2+16x+4y-28=0;$
4. $3x^2–2xy+3y^2-4x-4y-12=0;$
5. $x^2–6xy+y^2-4x-4y+12=0;$
6. $5x^2+4xy+8y^2-32x-56y+80=0;$
7. $5x^2+12xy-22x-12y-19=0;$
8. $x^2–5xy+y^2+x+2y-2=0;$
9. $5x^2–8xy+5y^2-18x-18y+9=0;$
10. $5x^2+6xy+5y^2-16x-16y-16=0;$

11. $6xy-8y^2+12x-26y-11=0$;
12. $7x^2+16xy-23y^2-14x-16y-218=0$;
13. $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$;
14. $3x^2-2xy+3y^2+2x-4y+1=0$;
15. $3x^2-2xy+3y^2+2x-4y+2=0$;
16. $x^2+2xy-y^2-6x+4y-3=0$;
17. $x^2+3xy+2y^2+2x+5y-3=0$;
18. $x^2-2xy+y^2+4x-6y+1=0$;
19. $x^2+4xy+4y^2-2x-4y-3=0$;
20. $5x^2+4xy+8y^2-32x-56y+80=0$;
21. $2x^2+3xy+4y^2-5x+2y-1=0$;
22. $4x^2-4xy+y^2-8x+6y-2=0$;
23. $2xy-4y^2+6x+6y+1=0$;
24. $5x^2+12xy-22x-12y-19=0$;
25. $x^2-2xy+y^2-10x-6y+25=0$;
26. $x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0$;
27. $2x^2+4xy+5y^2-6x-8y-1=0$
28. $5x^2+8xy+5y^2-18x-18y+9=0$;
29. $6xy-8y^2+12x-26y-11=0$;
30. $7x^2-24xy-38x+24y+175=0$.

САВОЛЊОИ ТЕСТ АЗ ФАННИ “ ГЕОМЕТРИЯИ АНАЛИТИКЇ” БАРОИ ГУРЎЊЊОИ ТОЧИКЇ

1.Зарби скалярии векторҳои $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ баробар аст ба:

A) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\vec{a},\hat{}\,\vec{b})$ B) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$;

C) $\left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right]=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\sin\varphi$; D) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$.

2.Кунчи байни векторҳои $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ бокадом формула ёфта мешавад:

A) $\cos\varphi=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$; B) $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$;

C) $\sin\varphi=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$; D) $\varphi=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$.

3.Барои ҳар гуна вектори $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ чунин муносибат чой дорад:

A) $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2\le\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$; B) $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2>\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$; C) $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2\ge\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$; D) $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$.

4.Шарти перпендикулярии векторҳои $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ муайян карда шавад:

A) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=0$; B) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$;

C) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]=\vec{0}$; D) $(\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c})=0$.

5.Шарти коллинеарии векторҳои $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ муайян карда шавад:

A) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]=\vec{0}$; B) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$;

C) $\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}=0$; D) $(\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c})=0$.

6.Шарти компланарии векторҳои $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ муайян карда шавад:

A) $(\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c})=0$; B) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$;

C) $(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=0$; D) $[[\vec{a}\cdot\vec{b}]\vec{c}]=0$.

7.Зарби скалярии векторҳои $\vec{a}=4\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$ ва $\vec{b}=3\vec{i}-5\vec{j}+\vec{k}$ баробар аст ба:

A) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=-20$; B) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=50$;

C) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=-50$; D) $(\vec{a}\cdot\vec{b})=30$.

8.Кунчи байни векторҳои $\vec{a}=\vec{i}$ ва $\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}$ баробар аст ба:

A) $\varphi=45^0$; B) $\varphi=0^0$;

C) $\varphi=30^0$; D) $\varphi=90^0$.

9.Ҳачми параллелепипеди аз векторҳои $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{j}+2\vec{k}$ ва $\vec{c}=\vec{k}$ сохташуда ёфта шавад.

A) $v=1$; B) $v=6$;

C) $v=3$; D) $v=4$.

10.Вектори $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ муайян карда шавад, агар $\vec{a}(1;3;-1)$ ва $\vec{b}(2;1;4)$ бошад:

A) $\vec{c}=(3;4;3)$; B) $\vec{c}=(0;2;1)$;

C) $\vec{c}=(1;2;4)$; D) $\vec{c}=(5;0;3)$.

11.Аз нуқтаи $A(3;1;5)$ ва $B(1;2;2)$ истифода бурда координатаҳои вектори $\overrightarrow{AB}$ ёфта шавад:

A) $\overrightarrow{AB}(-2;1;-3)$; B) $\overrightarrow{AB}(2;3;4)$;

C) $\overrightarrow{AB}(1;2;3)$; D) $\overrightarrow{AB}(0;1;4)$.

12.Муносибати байни векторҳои $\vec{a}(2;-1;3)$ ва $\vec{b}(-6;3;-9)$ муайян карда шавад.

A) $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ коллинеиар; B) $\vec{a}\perp\vec{b}$;

C) $\vec{a}=\vec{b}$; D) $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ нокомпланиар.

13.Векторҳои $\vec{a}(-2;0;10)$, $\vec{b}(0;10;0)$ ва $\vec{c}(10;0;2)$ чи гуна муносибат доранд:

A)бо ҳамдигар перпендикуляр; B)компланиар;

C)компланар; D)нокомпланиар.

14. Нуқтаи $M(x;y)$ дар кадом чоряк чойгир мешавад, агар шарти $xy>0$ ичро шавад?

A)I ва III; B)II ва III;

C)III ва IV; D)I ва IV.

15. Агар $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $(\vec{a},\hat{}\,\vec{b})=120^0$ бошад, $|\vec{a}+2\vec{b}|$ ёфта шавад:

A) $\sqrt{13}$ B) 2

C) $\sqrt{37}$ D) $\sqrt{23}$

16.Зарби омехтаи векторҳои $\vec{a}=(-2;-1;1)$, $\vec{b}=(4;-4;1)$ ва $\vec{c}=(4;-6;2)$ ҳисоб карда шавад.

A)0 B)6

C)12 D)4

17.Координатаҳои қутбии нуқтаи $M(0;-4)$ ёфта шавад.

A)$\left(4;\frac{3\pi}{2}\right)$ B)$\left(1;45^0\right)$

C)$\left(4;\frac{\pi}{2}\right)$ D)$\left(4;\frac{\pi}{4}\right)$

18.Масоҳати секунчаи қуллаҳояш дар $A(2;3)$, $B(6;3)$, $C(4;4)$

A)2,5 B)5

19.Координатаҳои нуқтаи интиҳои вектори $\vec{a}=(3;-1;0)$, ки ибтидоаш $A(1;2;3)$ мебошад, ёфта шавад.

A) (4 ; 1 ; -3) B) (0 ; 0 ; 0) C) (1 ; 2 ; 3)

20.Зарби скалярии векторҳои $\vec{a}=(3;4;2)$ ва $\vec{b}=(0;-2;1)$ ёфта шавад.

A)–6 B)18

C)–5 D)0

21.Кунчи байни вектории $\vec{a}(1;2;4)$ ва $\vec{b}(2;-3;1)$ ёфта шавад.

A)$\frac{\pi}{2}$ B)$\frac{\pi}{6}$

C)$\frac{\pi}{3}$ Д)$\frac{\pi}{4}$

22.Масоҳати параллелограмми аз векторҳои $\vec{a}(2;0;6)$ ва $\vec{b}(1;2;6)$ сохташуда ҳисоб карда шавад.

A)14 B) 25

C) 10,5 20

23.Дарозии вектори $\vec{a}(a_x,a_y,b_x)$ бо кадом формула ҳисоб карда мешавад?

A)$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$ B)$|\vec{a}|=|a_x|^2+|a_y|^2+|a_z|^2$

C)$|\vec{a}|=a_x^2+a_y^2+a_z^2$ D)$|\vec{a}|=|a_x\cdot a_y\cdot a_z|$

24.Ҳачми параллелепипеди аз векторҳои $\vec{a}(2;0;3)$, $\vec{b}(5;6;1)$ ва $\vec{c}(1;3;0)$ сохташуда ёфта шавад.

A)$v=21$ B)$v=-21$

C)$v=15$ D)$v=10$

25.Кадоме аз формулаҳои зерин зарби скалярии векторҳои $\vec{a}$ ва $\vec{b}$ мебошад ?

A)$(\vec{a}\cdot\vec{b})=|\vec{a}||\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a}\wedge,\vec{b})$ B)$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$

C)$\vec{a}\,\vec{b}=\vec{b}\,\vec{a}$ Д)$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{b}|\,\text{пр}_{ox}\vec{a}$

26.Кадоме аз баробариҳои зерин айният намешавад?

A)$([\vec{a}\cdot\vec{b}]\cdot\vec{c})=([\vec{a}\cdot\vec{c}]\cdot\vec{b})$ B)$\vec{a}\,\vec{b}=\vec{b}\,\vec{a}$

C)$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ D)$\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\,\vec{b}+\vec{a}\,\vec{c}$

27.Проекцияи нуқтаиА(х,у)нисбат ба тир ОХ –ро ёбед:

A) (− ,) B) (, −)

C) (− , −) D) (,)

28.Проекцияи нуқтаиA(x,y)нисбат ба тир OY –ро ёбед:

A) (− ,) B) (, −)

C) (− , −) D) (,)

29.Агар кунчи байни вектори бо тири - бошад, проекцияи ин вектор ба тир читавр ҳисоб карда мешавад:

A)пр = | | B)пр = | |

C)пр = | | D)пр = | |/

30.Кадоме аз қоидаҳои номбурда дуруст аст:

A)проекцияи суммаи векторҳо ба ягон тир ба суммаи проекцияҳои ҳар як векторҳои чамъшаванда дар ҳамон тир баробар аст

B)проекцияи суммаи векторҳо ба ягон тир ба ҳосили зарби проекцияҳои векторҳои чамъшаванда баробар аст

C)модули суммаи векторҳо ба ҳосили чамъи модулҳои ҳар як чамъшавандаҳо баробар аст?

D)қоидаи дуруст нест.

31.Модули вектори бо координатаҳояш додашудаи = { , , } аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад:

A)| | = + + B)| | = + +

C)| | = D)| | = + +

32.Косинусҳои равишдиҳандаи вектори = { , , } аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад:

A) = , = , =

B) = , = , =

C) = | |, = | |, = | |

D)формулаи дуруст нест

33.Таърифи векторҳои орти(воҳиди) , , –ро муайян кунед

A)векторҳои модулҳояшон ба як баробар, байни ҳам перпендикуляр ва мувофиқан дар тирҳои , , мехобад

B)векторҳои бо ҳам перпендикуляри дилхоҳи дар тирҳои координати хобида

C)векторҳои модулоҳояшон ба як баробари дилхоҳи фазои координати

D)таърифи дуруст нест

34.Зарби скалярии векторҳои = { , , } ва = { , , } аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад:

A) = { + + }

B) = (+ +)(+ +)

C) = + +

D) = − −

35.Шарти перпендикулярии векторҳои = { , , } ва = { , , } ро ёбед.

A) + + = 0 B) + + = 1

C) + = 0D)— = — = —

36.Шарти коллениарии векторҳои = { , , } ва = { , , } ро ёбед.

A) — = — = — B) + + = 0

C) + = 0 D) + + = 1

37.Кунчи байни векторҳои = { , , } ва = { , , }аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад

A)C = ——————
| |·

B)C = ——————
| |·

C) = ——————
| |·

D)C = ——————

44.Муодилаи намуди $Ax+By+C=0$ чи гуна ном дорад?

A)муодилаи умумии хати рост дар ҳамвори;

B)муодилаи канонии хати рост дар ҳамвори;

C)муодилаи нормалии хати рост дар ҳамвори;

D)муодилаи параметрии хати рост дар ҳамвори.

45.Коэффицентҳои назди координатаҳои тағирёбандаҳои х ва у дар муодилаи умумии хати рост чи гуна маънои геометрии доранд?

A)онҳо координатаҳои вектори нормалии хати рост мебошанд;

B)онҳо координатаҳои вектори самтнишондиҳандаи хати рост мебошанд;

C)онҳо дарозии порчаҳои дар тири Ох ва Оу бурида чудошуда мебошанд;

D)онҳо хати рост Ох ҳамчоя мебошад.

46.Хати рости муодилааш $Ax+By=0$ дар ҳамвори нисбат ба системаи координати чи гуна чойгир мешавад?

A)хати рост аз ибтидои системаи координатахо мегузарад;

B)хати рост ба тири Оу параллел мебошад;

C)хати рост ба тири Ох параллел мебошад;

D)хати рост бо тири Ох ҳамчоя мебошад.

47.Хати рости муодилааш $Ax+C=0$ дар ҳамвори нисбат ба системаи координатахо чи гуна чойгир мешавад?

A)хати рост ба тири Оу параллел мебошад;

B)хати рост бо тири Оу ҳамчоя мебошад;

C)хати рост ба тири Ох параллел мебошад;

D)хати рост бо тири Ох ҳамчоя мебошад.

48.Муодилаи $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ чи гуна ном дорад ва a,b чи гуна маънои геометри дорад:

A)муодилаи хати рост нисбат ба порчаҳо, a ва b порчаҳои дар тири Ox ва Oy буридашуда;

B)муодилаи канонии хати рост, a ва b ададҳои дилхоҳ;

C)муодилаи умумии хати рост, a ва b координатаҳои вектори нормали;

D)муодилаи хати рост нисбат ба порчаҳо, a ва b координатаҳои вектори нормали.

49.Муодилаи намуди $\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}$ чи тавр номида мешавад ва m, n чи гуна маънои геометри доранд?

A)муодилаи канонии хати рост, m ва n координатаҳои вектори самтнишондиҳанда;

B)муодилаи канонии хати рост, m ва n координатаҳои вектори нормали;

C)муодилаи параметрии хати рост, m ва n ададҳои дилхоҳ;

50.Муодилаи намуди $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ чи тавр номида мешавад?

A)муодилаи канонии хати росте, ки аз ду нуқтаи додашуда мегузарад;

B)муодилаи параметрии хати рост;

C)муодилаи хати рост нисбат ба порчаҳо;

D)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи.

51Муодилаи параметрии хати рост дар ҳамвори чунин аст:

A) $\begin{cases}x=x_1+\lambda m\\ y=y_1+\lambda n\end{cases}$; B) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$;

C) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$; D) $y=kx+b$.

52.Муодилаи намуди $y=kx+b$ чи гуна номида мешавад ва k,b чи гуна маънои геометри доранд?

A)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, k - тангенси кунчи байни хати рост ва тири Ox, b - порчаи дар тири Oy буридашуда;

B)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, k ва b -ададҳои дилхоҳ;

C)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, $k=\cos\varphi$ ва b -ададди дилхоҳ;

D)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, k - котангенси кунчи байни хати рост ва тири Ox, b - порчаи дар тири Oy буридашуда.

52.Кунчи байни ду хати рости бо муодилаҳои $A_1x+B_1y+C_1=0$ ва $A_2x+B_2y+C_2=0$дода шуда бо кадом формула ёфта мешавад?

A) $\operatorname{tg}\varphi=\frac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1B_2+A_1B_2}$; B) $\sin\varphi=\frac{A_1B_2-A_2B_1}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$;

C) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{k_1 k_2 + 1}$;

53.Шарти параллели ва перпендикулярии хатҳои рости $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ ва $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ чи тавр аст?

A) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$, $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

B) $\frac{A_1}{B_2} = \frac{A_1}{B_2}$, $A_1B_2 - A_1B_2 = 0$

C) $\frac{A_1}{B_2} = \frac{A_2}{B_1}$, $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

D) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$, $A_1A_2 - B_1B_2 = 0$

54.Кунчи байни хатҳои ростибо муодилаҳои $\frac{x - x_1}{m_1} = \frac{y - y_1}{n_1}$ ва $\frac{x - x_2}{m_2} = \frac{y - y_2}{n_2}$ додашуда бо чи гуна формула ёфта мешавад?

A) $\cos\varphi = \frac{m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2}}$;

B) $\cos\varphi = \frac{m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} - \sqrt{m_2^2 + n_2^2}}$;

C) $\sin\varphi = \frac{m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2}}$;

D) $\cos\varphi = \frac{m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} + \sqrt{m_2^2 + n_2^2}}$.

55.Шартҳаои параллели ва перпендикулярии хатҳои рости бо муодилаҳои $\frac{x - x_1}{m_1} = \frac{y - y_1}{n_1}$ ва $\frac{x - x_2}{m_2} = \frac{y - y_2}{n_2}$ додашударо муайян кунед:

A) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$, $m_1m_2 + n_1n_2 = 0$;

B) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$, $m_1m_2 - n_1n_2 = 0$;

C) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_2}{n_1}$, $m_1m_2 + n_1n_2 = 0$;

D) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$, $m_1n_2 + n_1m_2 = 0$.

56.Кунчи байни хатҳои рости $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ бо кадом формула ёфта мешавад?

A) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$;

B) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_1 + k_2}{1 - k_1k_2}$;

C) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 + k_1}{k_1k_2 + 1}$;

D) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{1 - k_2k_1}{k_1 + k_2}$.

57.Шартҳои паралели ва перпендикулярии хатҳои рости $y = k_1 x + b_1$ ва $y = k_2 x + b_2$ муайян кунед:

A) $k_1 = k_2$, $k_1 k_2 = -1$; B) $k_1 + k_2 = 0$, $k_1 k_2 = 1$;

C) $k_1 = -k_2$, $\frac{k_1}{k_2} = 1$; D) $-k_1 = k_2$, $k_1 = -\frac{1}{k_2}$.

58.Муодилаи намуди $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ чи тавр номида мешавад ва маънои геометрии адади p чи гуна?

A)муодилаи нормалии хати рост, p - масофа аз ибтидои координатаҳо то хати рост;

B)муодилаи нормалии хати рост, p - адади дилхоҳ;

C)муодилаи умумии хати рост, p - масофа аз ибтидои координатаҳо то хати рост;

D)муодилаи канонии хати рост, p - адади дилхоҳ.

59.Масофаи байни нуқтаи $M_1(x_1, y_1)$ ва хати рости $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ бо чи гуна формула ёфта мешавад?

A) $d = \left| x_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha - p \right|$;

B) $d = x_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha + p$;

C) $d = \left| x\sin\alpha + y\cos\alpha - p \right|$;

D) $d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

60.Масофаи байни нуқтаи $M_1(x_1, y_1)$ ва хати рости $Ax + By + C = 0$ бо чи гуна формула ёфта мешавад?

A) $d = \frac{\left| Ax_1 + By_1 + C \right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$; B) $d = \frac{\left| Ax_1 + By_1 + C \right|}{\sqrt{A^2 - B^2}}$;

C) $d = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{\left| Ax_1 + By_1 + C \right|}$; D) $d = \left| x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha - p \right|$.

70.Барои он, ки муодилаи $Ax + By + C = 0$ муодилаи нормалии хати рост бошад, чи гуна шарт ичро шуданаш лозим аст?

A) $A^2 + B^2 = 1,\ C \le 0$; B) $A^2 + B^2 \ne 1,\ C \le 0$;

C) $A^2 + B^2 = 1$, $C \ge 0$; D) $A + B = 1,\ C \le 0$.

71. Шарти дар як нуқта бурида шудани хатҳои рости $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ ва $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ муайян карда шавад.

A) $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \ne 0$; B) $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = 0$;

C) $\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix} = 0$; D) $\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = 0$.

72.Масофаи аз ибтидои координатаҳо то хати рости $\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{y}{\sqrt{2}}-1=0$ баробар аст ба:

A) $d=1$; B) $d=\sqrt{2}$;

C) $d=2$; D) $d=4$.

73.Масофаи аз нуқтаи $M_1(1,2)$ ва то хати рости $2x-y-\sqrt{5}=0$ баробар аст ба:

A) $d=1$; B) $d=0$;

C) $d=\frac{1}{\sqrt{5}}$; D) $d=5$.

74.Кунчи байни хатҳои рости $3x-4y+1=0$ ва $4x-3y-5=0$ баробар аст ба:

A) $\varphi=90^0$; B) $\varphi=0^0$;

C) $\varphi=30^0$; D) $\varphi=45^0$.

75.Нуқтаи абсциссааш $x_1=-4$ ва ординатааш y_1, ки дар хати рости $y=3x-5$ мехобад, ёфта шавад.

A) $M_1(-4;-17)$; B) $M_1(-17;-4)$;

C) $M_1(6;-4)$; D) $M_1(-4;-6)$.

76.Масоҳати секунчаи қуллаҳояш $A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(0;6)$ аст, ёфта шавад:

A)12; B)14;

C)13; D)6.

77.Масоҳати секунчаи қуллаҳоояш $A(-2;0)$, $B(0;7)$, $C(0;0)$ аст, ёфта шавад:

A)7; B)3;

C)9; D)14.

78.Координатаҳои миёна порчаи охирҳояш $A(1;-3)$ ва $B(3;-5)$ёфта шавад:

A) (2;-4); B) (0;2);

C) (3;-4); D) (2;-2) ;

79.Нуқтаҳои $A(-2;2)$ ва $B(1;-1)$ дода шудаанд. Муодилаи хати рости аз ибтидои координатаҳо ва миёнаи порчаи AB гузашта ёфта шавад.

A) $x+y=0$ B) $x-2y=0$

C) $x+2y=0$ D) $x+y=7$

80.Масофаи байни хатҳои параллели $12x-5y-26=0$ ва $12x-5y-39=0$ ёфта шавад.

A) $d=1$ B) $d=13$

C) $d=2$ D) $d=5$

81.Барои чи гунна қимати β хати рости $\beta x+3y+5=0$ ба $3x-5y+6=0$ перпендикуляр мешавад.

A) $\beta=5$ B) $\beta=1$

C) $\beta = 3$ D) $\beta = 4$

82.Аз ибтидои координатаҳо ба хати рости $7x - 8y + 15 = 0$ перпендикуляр гузаронида шудааст. Муодилаи ин перпендикуляр ёфта шавад.

A) $8x + 7y = 0$ B) $8x = 15$

C) $7x + 8y = 0$ D) $y = 15$

83.Муодилаи хати рости аз нуқтаи $M_1(-8;9)$ ба тири Oy параллел ёфта шавад.

A) $y - 9 = 0$ B) $y + 9 = 0$

C) $x + 8 = 0$ D) $9y - 8x = 0$

84. Барои кадоим қимати y_1 нуқтаи $M_1(4; y_1)$ дар хати рости $3x - 4y - 20 = 0$ мехобад?

A) $y_1 = -2$ B) $y_1 = -3$

C) $y_1 = 5$ D) $y_1 = 0$

85.Нуқтаи $M\left(2;\frac{\pi}{4}\right)$ нисбат ба системаи координатаҳои қутби дода шуда аст. Координатаҳои декартии ин нуқта ёфта шавад.

A) $\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ B) $\left(\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$

C) $\left(\frac{1}{2};\sqrt{2}\right)$ D) $(1;2)$

86.Барои чи гунна қимати λ хатҳои рости $3x - 8y = 0$ ва $9x - \lambda y - 9 = 0$ параллел мешаванд?

A) $\lambda = 24$ B) $\lambda = 8$;

C) $\lambda = 0$ D) $\lambda = 9$

87.Дар ҳамвории (xOy) нуқтаҳои $A(0;2)$ ва $B(4;-2)$ дода шудаанд. Дар тири Ox нуқтае ёфт мешавад, ки аз ин нуқтаҳо дар як хел масофа хобанд.

A) (2; 0) B) (0; 2)

C) (0; 3) D)(1; 0)

88.Нуқтаи $M\left(2;\frac{\pi}{4}\right)$ нисбат ба системаи координатаҳои қутби дода шуда аст. Координатаҳои декартии ин нуқта ёфта шавад.

A) $\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ B) $\left(\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$

C) $\left(\frac{1}{2};\sqrt{2}\right)$ D) $(1;2)$

89.Муодилаи хати росте ёфта шавад, ки коэффиценти кунчиаш 2 буда аз тири Oy порчаи ба 3 баробар барида чудо мекунад.

A) $2x - y + 3 = 0$ B) $2x + y + 3 = 0$

C) $2x - y - 3 = 0$ D) $3x + y - 2 = 0$

90.Муодилаи хати росте ёфта шавад, ки аз нуқтаи $M_1(2;3)$ мегузарад ва ба тири Ox параллел мебошад.

A) $y-3=0$ B) $x-3=0$

C) $x-2=0$ D) $y-2=0$

91.Муодилаи хати аз нуқтаҳои $A(1;2)$ ва $B(-2;-3)$ гузашта ёфта шавад.

A) $5x-3y+1=0$ B) $3x+3y-1=0$

C) $5x-3y-1=0$ D) $3y-5x+1=0$

92.Қуллаҳои секунча $A(1;2)$, $B(2;3)$ ва $C(-4;5)$ дода шудаанд. Муодилаи медианаи аз нуқтаи A гузаронидашуда ёфта шавад:

A) $x+y-3=0$ B) $x-2y+1=0$

C) $x-y-3=0$ D) $x-y+1=0$

93.Муодилаи хати росте ёфта шавад, ки аз нуқтаи $M_1(2;3)$ мегузарад ва ба хати рости $x-y=0$ параллел мебошад.

A) $x-y+1=0$ B) $x-2y+1=0$

C) $x+y+1=0$ D) $x+y-1=0$

94.Проекцияи нуқтаи $N(-6;4)$ ба хати рости $4x-5y+3=0$ ёфта шавад.

A) (-2 ; -1) B) (1 ; -2)

C) (2 ; 1) D) (1 ; 2)

95.Барои он ки хати рости $ax+by+c=0$ нимтири мусбати Ox-ро бурида гузарад, чи гуна шарт ичро шуданаш лозим.

A) $ac<0$ B) $ac>0$

C) $bc>0$ D) $bc<0$

96.Координатаҳои нуқтаи ба $M(-1;4)$ нисбат ба хати рости $x+y=0$ симметри чойгиршуда ёфта шавад.

A) (- 4 ; 1) B) (1 ; 4)

C) (1 ;- 4) D) (4 ; 4)

97.Муодилаи хати росте ёфта шавад, ки аз ибтидои координатаҳо мегузарад ва ба хати рости $2x+3y-6=0$ пендикуляр мебошад.

A) $3x-2y=0$ B) $2x+3y=0$

C) $2x-6=0$ D) $2x-3y=0$

98.Барои чи гунна қимати α хатҳои рости $3x+\alpha y-5=0$ ва $2x-3y=0$ перпендикуляр мешаванд?

A) $\alpha=2$ B) $\alpha=1$

C) $\alpha=3$ D) $\alpha=0$

99.Масофаи байни хатҳои рости $3x+4y-5=0$ ва $3x+4y+10=0$ ёфта шавад.

A) $d=3$ B) $d=2$

C) $d=10$

100.Координатаҳои нуқтаи ба $M(1;2)$ нисбат ба тири Oy симметри ёфта шавад.

A) (-1; 2) B) (1; -2)

C) (-2;-1) D)(2 ; 1)

101.Дар тири Ox ҳамин гуна нуқта ёфта шавад, ки ӯ аз нуқтаи $M(3;4)$ дар масофаи $d=5$ хобад.

A) (0;0),(6; 0) B) (0;0),(3; 0)

C) (3;0),(6; 0) D) (5 ;0),(4; 0)

102.Нуқтаҳои $A(-2;1)$, $B(2;2)$ ва $C(4;y)$ қуллаҳои секунча мебошад. Барои қадом қимати y $S_{\Delta ABCD}=15$ мешавад?

A) $y=10$ B) $y=-3$

C) $y=7$ D) $y=6$

103.Хати рости муодилааш + = 0 дар ҳамвори нисбат ба системаи координати чи гуна чойгир мешавад?

A) хати рост ба тири Ox параллел мебошад;

B)хати рост ба тири Oy параллел мебошад;

C)хати рост аз ибтидои системаи координатахо мегузарад;

D)хати рост бо тири Ox ҳамчоя мебошад.

104.Кадоме аз муодилаҳо муодилаи хати рост дар порчаҳо номида мешавад

A)– + – = 1 B)—— = ——

C) + + = 0 D) = +

105.Таърифи вектори нормали хати ростро муайян намоед:

A)векторҳое, ки аз ибтидои координата гузаронида шуда буда ба хати рост перпендикуляр мебошад

B)вектори дилхоҳи ба хати рост перпендикуляр

C)вектори ба хати рост пареллел

D)вектори дилхоҳи ҳамвори

106.Дарозии порчаи AB, ки $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ аст аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад

A) = (−) + (−)

B)| | = (−) + (−)

C)| | = (−) + (−)

D)| | = (−) − (−)

107.Координатаҳои миёначои порчаи AB, ки $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ аст, аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад

A)x = ——, y = ——,

B)x = ——, y = ——,

C)x = + , y = +

D)x = ——, y = ——,

108. Нуқтаи C(x,y)порчаи AB-ро дар нисбати тақсим мекунад. Агар $A(x_1,y_1)$ ва $B(x_2,y_2)$ бошад координатаҳои x_1 ва y_1 аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад

A)x = ——, y = ——, B)x = ——, y = ——,

C)x = ——, y = ——, D)x = + , y = +

109.Муодилаи намуди $y=kx+b$ чи гуна номида мешавад ва k,b чи гуна маънои геометри доранд?

A)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, k - тангенси кунчи байни хати рост ва тири Ox, b - порчаи дар тири Oy буридашуда;

B)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, k ва b-ададҳои дилхоҳ;

C)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, $k=\cos\varphi$ ва b-ададди дилхоҳ;

D)муодилаи хати рост бо коэффиценти кунчи, k - котангенси кунчи байни хати рост ва тири Ox, b - порчаи дар тири Oy буридашуда.

110.Кунчи байни ду хати рости бо муодилаҳои $A_1x+B_1y+C_1=0$ ва $A_2x+B_2y+C_2=0$дода шуда бо кадом формула ёфта мешавад?

A) $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1B_2+A_1B_2}$;

B) $\sin\varphi=\dfrac{A_1B_2-A_2B_1}{\sqrt{A_1^{\,2}+B_1^{\,2}}\sqrt{A_2^{\,2}+B_2^{\,2}}}$;

C) $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{k_2-k_1}{k_1k_2+1}$;

111.Шарти параллели ва перпендикулярии хатҳои рости $A_1x+B_1y+C_1=0$ва $A_2x+B_2y+C_2=0$чи тавр аст?

A) $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}$, $A_1A_2+B_1B_2=0$ B) $\dfrac{A_1}{B_2}=\dfrac{A_1}{B_2}$, $A_1B_2-A_1B_2=0$

C) $\dfrac{A_1}{B_2}=\dfrac{A_2}{B_1}$, $A_1A_2+B_1B_2=0$ D) $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}$, $A_1A_2-B_1B_2=0$

112.Кунчи байни хатҳои ростибо муодилаҳои $\dfrac{x-x_1}{m_1}=\dfrac{y-y_1}{n_1}$ ва $\dfrac{x-x_2}{m_2}=\dfrac{y-y_2}{n_2}$ додашуда бо чи гуна формула ёфта мешавад?

A) $\cos\varphi=\dfrac{m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}\cdot\sqrt{m_2^2+n_2^2}}$; B) $\cos\varphi=\dfrac{m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}-\sqrt{m_2^2+n_2^2}}$;

C) $\sin\varphi=\dfrac{m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}\cdot\sqrt{m_2^2+n_2^2}}$; D) $\cos\varphi=\dfrac{m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}+\sqrt{m_2^2+n_2^2}}$.

113.Барои чи гунна қимати λ хатҳои рости $3x-8y=0$ ва $9x-\lambda y-9=0$ параллел мешаванд?

A) $\lambda=24$ B) $\lambda=8$;

C) $\lambda=0$ D) $\lambda=9$

114.Дар ҳамвории (xOy) нуқтаҳои $A(0;2)$ ва $B(4;-2)$ дода шудаанд. Дар тири Ox нуқтае ёфт мешавад, ки аз ин нуқтаҳо дар як хел масофа хобанд.

A) (2; 0) B) (0; 2)

C) (0; 3) D)(1; 0)

115.Муодилаи хати росте ёфта шавад, ки коэффиценти кунчиаш 2 буда тири Oy порчаи ба 3 баробар барида чудо мекунад.

A) $2x-y+3=0$ B) $2x+y+3=0$

C) $2x-y-3=0$ D) $3x+y-2=0$

116.Кадоме аз муодилаҳо муодилаи каноникии эллипс мебошад:

A)— + — = 1 B)— − — = 1

C)— + — = −1 D)— + — = 0

117.Координатаҳои фокуси эллипси — + — = 1 (± ,) аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад:

A)c = −

B)c = +

C)c = −

D)c = —

118.Эксцентриситет эллипс ва гипербола гуфта кадом бузургиро меноманд:

A) = $\frac{c}{}$

B) = −

C) = −

D) = $\frac{c}{}$

119.Директрисаҳои эллипс гуфта чиро меноманд?

A)ду хати росте, ки ба тири фокалли эллипс перпендикуляр буда аз марказ дар масофаи − воқеъ мебошад

B)Ду хати росте, ки аз маркази эллипс дар масофаи − воқеъ мебошад

C)ду хати росте, ки ба тири фокалии элипс перпендикуляр буда дар масофаи − воқеъ мебошад

Д)чавоби дуруст нест

120.Кадоме аз муодилаҳо муодилаи расанда ба эллипси — + — = 1дар нуқтаи (,) мебошад

A)— + — = 1 B)— + — = 1 C)— + — = −1

D)— + — = 0

121.Радиусҳои фокалии эллипс — + — = аз рӯи кадом формула ҳисоб карда мешавад:

A) = − , = +

B) = + , = −

C) = − , = +

D)формулаи дуруст нест.

Адабиётҳои истифодашуда

1. И.Н.Привалов геометрияи аналитики нашриёти “Ирфон” Душанбе 1969 с.
2. Н.В.Ефимов Краткий курс аналитической геометрии. Издательство «Наука», Москва 1972 г.
3. А.Р.Артыков. Аналитик геометрия (услубий қўлланма) Самарқанд 2006.
4. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. Аналитическая геометрия.-М.Наука 1998 г.
5. В.В. Александров – Геометрия.- М.Наука 2000 г.
6. В.А. Кудрявцев, Б.П. Демидович – Курси мухтасари математикаи оли. Душанбе, “Ирфон” 2001 с. 15-82 саҳ.
7. Клетенник., - сборник задач по аналитической геометрии. М.Наука, 1980, 375 стр.
8. О.Н. Цубербиллер – Задачи и упражнения по пнплитической геометрии. М.Наука, 1966 г. 336 стр.
9. А.П.Рябушко, В.В.Бархатов, В.В.Державец, И.Е.Юруть- сборник индивидуальных задании по высшей математике. Часть 1, Минск, “Высшейая школа” 1990 г. 2740 стр.

М у н д а р и ҷ а