

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

«AMALIY MATEMATIKA» KAFEDRASI

ADILOV AKRAM ABLAQUL O‘G‘LI

«5130200 – Amaliy matematika va informatika» ta’lim yo‘nalishi
bo‘yicha bakalavr darajasini olish uchun

**«IMPULSLI YUKLANGAN DOIRAVIY PLASTINKANING NOCHIZIQLI
TEBRANISHI MASALASINI HAR XIL CHEGARAVIY SHARTLARDA
CHEKLI AYIRMALAR USULI BILAN SONLI YECHISH»**

mavzuli

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Bajardi :

A.A.Adilov

Ilmiy rahbar :

dots. A.Abdirashidov

Ushbu ish kafedraning 2016 yil «23» maydagi yig‘ilishida muhokama qilindi va himoya qilishga №11, a bayonnoma bilan tavsiya etildi.

Kafedra mudiri :

dots. J.Maxmudov

Fakultet dekani :

dots. H.Ro‘zimurodov

Ushbu ish DAKning 2016 yil «___» iyundagi yig‘ilishida muhokama qilindi va №___ bayonnoma bilan «___» ballga baholandi.

DAK raisi

Komissiya a’zolari

Samarqand - 2016

MUNDARIJA

Kirish.	3
1-bob. Yupqa devorli qurilmalar dinamikasi va chekli ayirmalar usuli	
haqida tushunchalar.	5
1.1. Yupqa devorli qurilmalar dinamikasi bo'yicha tarixiy ma'lumotlar. .	5
1.2. Tutash muhitning klassik modeli.	7
1.3. Dinamik yuklanish haqida tushuncha.	10
1.4. Qurilmalar qobiqli elementlari haqida boshlang'ich tushunchalar. .	14
1.5. Chekli ayirmalar usuli haqida tushunchalar.	19
1.6. Iteratsion usullar va yuguruvchi hisob sxemasidan foydalanib, chegaraviy masalalarni sonli yechish.	20
2-bob. Doiraviy plastinkaning impulsli va gidrodinamik yuklanish ta'sirida	
nochiziqli deformatsiyalanishi hisobi.	25
2.1. Doiraviy plastinkaning simmetrik yuklanish ta'sirida nochiziqli deformatsiyalanishi masalasining qo'yilishi.	25
2.2. Chegaraviy masalaning chekli ayirmali approksimatsiyasi.	28
2.3. Doiraviy plastinkaning simmetrik impulsli yuklanish ta'sirida nochiziqli deformatsiyalanishi masalasini sonli yechish.	31
2.4. Doiraviy plastinkaning simmetrik gidrodinamik yuklanish ta'sirida nochiziqli deformatsiyalanishi masalasini sonli yechish.	34
Xulosa.	38
Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.	39
Ilovalar.	41

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi. Gudroelastiklikning amaliy masalalarini yechishda doimo nochiziqli deformatsiyalar, nostatsionar o‘zaro ta’sir hisobi muammosiga to‘qnash kelinadi. Zamonaviy kompyuterlar bunday hisoblarni taqribiy usullar yordamida tadqiq qilish imkonini beradi. Ba’zi masalalar aslida sodda ko‘ringan bilan qo‘yilgan maqsadga erishishning barcha hisob boshqichlarini bajarish, hisob modeli va algoritmini yaratish, ishni ishlab chiqarish yoki o‘quv amaliyotiga tadbqiq qilishgacha olib borish ancha muammolar rug‘diradi. Ana shunday masalalardan biri doiraviy plastinkaning chegaralari har xil mahkamlanish shartlarida va har xil yuklanishlarida (impulsli yoki gidrodinamik) uning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati, mustahkamligini hisoblash, kerakli hisob uslubiy tavsiyalarini ishlab chiqish muhim amaliy ahamiyatga ega va bu hozirgi kunda ham o‘z dolzarbligini yo‘qotmagan. Mazkur ishda o‘qqa nisbatan simmetrik egiluvchan doiraviy plastinkaning impulsli yoki gidrodinamik yuklanishlar ta’sirida nochiziqli deformatsiyalarini hisoblash masalasi yechilgan.

Masalaning qo‘yilishi. Impulsli yoki gidrodinamik yuklanlangan o‘qqa nisbatan simmetrik egiluvchan doiraviy plastinkaning nochiziqli deformatsiyalarini hisoblash matematik modelini o‘rganish va hisob algoritmini tuzish, hisoblashlarga dasturiy vosita yaratish.

Ishning maqsad va vazifalari. Impulsli yoki gidrodinamik yuklanlangan o‘qqa nisbatan simmetrik egiluvchan doiraviy plastinkaning nochiziqli deformatsiyalarini hisoblash masalasini o‘rganish, hisob algoritmini yaratish, uni amaliy masalalarni yechishga qo‘llash va taqribiy hisob natijalarini tahlil etish.

Ilmiy-tadqiqotning uslubiyati va uslublari. Plastinka va qobiqlar nazariyasi gipotezalari, hisob algoritmlarini qurish, matematik paketlardan foydalanish. Yaratilgan hisob algoritmini, dasturiy vositani, olingan natijalarni turdosh masalalarni yechishga qo‘llash uslubiyatini ishlab chiqish.

Tadqiqot natijalarining ilmiy jihatdan yangilik darajasi. Impulsli yoki gidrodinamik yuklanlangan o‘qqa nisbatan simmetrik egiluvchan doiraviy plastinkaning nochiziqli deformatsiyalari hisobining samarali matematik

modelini tanlash, samarali hisob algoritmini ishlab chiqish, ularni gidroelastiklikning namunaviy masalalari yechimlarida ko'rsatish.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati va tadbiqu. Sterjenlar, plastinkalar, plitalardan foydalaniladigan gidroinshootlar, qurilish va muhandislik ob'yektlari qismlari, geologik inshootlar qismlaridagi ba'zi mexanik qurilmalar, uchunchi va suzuvchi obyektlar elementlari hisobini shunday hisob algoritmgiga tayanib bajarish mumkin.

Mavzu bo'yicha qisqacha adabiyotlar tahlili. Mazkur ish hisoblarini bajarish bevosita elastiklik nazariyasi, plastiklik nazariyasi hamda plastinka va qobiqlar nazariyasi elementlariga asoslangan. Buning uchun doiraviy plastinkaning egilishi masalasi [1, 3, 5-7, 9, 10, 14] lar asosida o'rganildi. Plastinka noxiziqli deformatshiyalari va mustahkamligi hisobi jarayonini va gidrodinamik jarayonlarni, kavitatsiya va o'zaro ta'sir jarayonlarini modellashtirishda esa [6, 9, 10] lardan foydalanildi. Masalani yechishning algoritmini yaratishda [4, 6, 8, 9, 11, 12, 15, 16], dasturiy vositasini yaratishda esa [2, 13, 16] adabiyotlar va Internet saytlar [17-22] materiallari ishlatildi.

Ishning tuzilishi va tarkibi. Ushbu bitiruv malakaviy ishi kirish, 2 ta bob, 10 ta paragraf, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovalardan iborat.

Bajarilgan ishning asosiy natijalari. Murakkab yuklangan va chetlari har xil mahkamlangan doiraviy plastinkalar mustahkamligi hisobiga oid mexanik masalalarni matematik modellashtirish jarayonida amaliy masalalarni yechishning muammolari o'rganilgan. Odatda bunday masalalar hisoblashlar hajmi juda katta bo'lgan ma'lumotlar bazasi bilan yechiladi. Bu masalalarni yechish jarayonida paydo bo'ladigan muammolarni samarali hal etishning unumli hisob algoritmlari tahlil qilinib, masalalarni yechishga dasturiy vositalar yaratilgan. Bir qator hisob sxemalari uchun berilgan chegaraviy shartlar va yuklanish shartlarida plastinkaning dinamik egilishi epyuralari qurilib, plastinkaning mustahkamlik bo'yicha eng xavfli kesimi, mustahkamlik shartiga ko'ra mumkin bo'lgan yuklanish, bu yuklanishga mos keluvchi maksimal egilish, mumkin bo'lgan egilish qiymati aniqlangan. Shularga ko'ra kerakli ilmiy-uslubiy hisob tavsiyalari berilgan.

1-BOB. YUPQA DEVORLI QURILMALAR DINAMIKASI VA CHEKLI AYIRMALAR USULI HAQIDA TUSHUNCHALAR

1.1. Yupqa devorli qurilmalar dinamikasi bo'yicha tarixiy ma'lumotlar

Tebranma harakatlar va to'liqlar haqidagi tushunchalar XIX-asrning boshlaridayoq paydo bo'la boshlagan edi. O'sha paytlarda planetalarning harakati va suvdagi to'liqin harakatini tavsiflovchi nazariy mexanika va gidrodinamika tenglamalarining chiziqli yechimlari olingan edi. Ancha keyinroq esa D.S.Rasselning kuzatuvchanlik qobiliyati, B.Rimanning nazariy izlanishlari va boshqa olimlarning izlanishlari tufayli nochoiziqli to'liqlar tushunchalari paydo bo'ldi. XIX asrda chiziqli tebranishlar va to'liqlar, deyarli to'la o'rganildi va ular D.Relening [9, 10] fundamental kursida o'z ifodasini topdi, ammo nochoiziqli tebranishlar haqida bunday fikr bildirib bo'lmaydi. Nochoiziqli tenglamalar atrof muhitning sifat jihatidan yangi ma'lumotlarini o'z ichiga olganligini tushunish A.Puankarening nochoiziqli tebranishlarni o'rganishning yangi usullarini yaratishi bilan yuzaga keldi. U va boshqa izlanuvchilar tomonidan yaratilgan nochoiziqli tenglamalarni integrallash usullari qattiq jismlar mexanikasi va radiofizikada keng tadbirini topdi. Nochoizilik tushunchasi deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar va suyuqliklar mexanikasiga jida sekinlik bilan kirib keldi. Deformatsiyalanuvchi muhitning nochoiziqli holatiga bag'ishlangan dastlabki risola sifatida XX asrning birinchi yarmida yaratilgan V.V.Novojilov, A.C. Volmir, R.Z.Galimov ishlarini ko'rsatish mumkin. Bu izlanishlar har xil tutash muhitlardagi nochoiziqli tebranishlar va to'liqlarga bo'lgan qiziqishni keskin oshirdi. Natijada nochoiziqli optika, nochoiziqli akustika, zarbali to'liqlar nazariyasi, va boshqa «nochoiziqli fanlar» yuzaga keldi. Bu ishlarda odatda to'liqlarning shakl o'zgarishlari, ularning cheksiz muhitda o'zaro va fizik maydonlar bilan ta'siri o'rganildi.

Qurilmalarning suyuqlik bilan o'zaro ta'siri masalalarini yechish muammolari izlanuvchilar oldida keyinchalik paydo bo'la boshlari. Bunday

muammolar deformatsiyalanuvchi jismlarning gaz va suyuqliklarda harakatini, tashqi muhitning ta'sirini hisobga olgandagi ularning dinamik mustahkamligini, metallarni gidroimpulslar yordamida qayta ishlashni o'rganish masalalarini yechish jarayonlarida paydo bo'la boshladi. Aero- va gidroelastiklik masalalarini yechishga A.S.Volmir, Sh.U.Galiyev, A.G.Gorshkov va E.I.Grigolyuk, A.N.Guz, B.V.Zamishlyaev, B.D.Kubenko, M.A.Il'gamov, A.K.Pertsev, L.I.Slepyan, B.G.Bajenov, M.V.Stepanenko, Yu.S.Yakovlev, T.Urazbayev va boshqa olimlar o'zlarining katta xizmatlarini qo'shdi [1,3,9,10].

Keyingi tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, chiziqli nazariyaning asosiy xulosalari etarli darajada isbotlansada, boshqa tarafdin deformatsiyalanuvchi jism va suyuqlik o'zaro ta'siri jarayonida sifat jihatidan yangi hodisalar kuzatila boslandi. Bularni chiziqli nazariya doirasida tushuntirishning hech imkoni bo'lmay qoldi. Natijada qobiq-suyuqlik tizimida mutloq nochiziqli qo'yilgan masalalar yuzaga kela boshladi. Masalan, suyuqlik bilan o'zaro ta'sirdagi qurilma elementlari yupqa devorli bo'lsa, u holda bu elementlarda elastik va elastik-qayishqoq deformatsiyalar paydo bo'ladi. Bu o'z navbatida suyuqlikda nochiziqli to'liq jarayonlarini vujudga keltiradi. Natigada o'zaro ta'sir jarayonida kutilmagan mexanik effektlar yuzaga keladi. Bunday nochiziqlilik, masalan, suyuqlikdagi kavitatsiya, suyuqlikning qaynasi, suyuqlikda pufakchalarning paydo bo'lishi, termodinamik jarayonning keskin o'zgarishi va hokazolar o'z navbatida, qurilma elementining nafaqat deformatsiyalanishi, balki unung keyinchalik hatto sinishiga olib keladi. Bularning barchasini imkoniyat darajasida hisobga olish uchun elastiklik, plastinka va qobiqlar nazariyasi hamda gazogidrodinamika tenglamalarini birgalikda yechish talab etiladi.

Gaz, suyuqlik, qobiq, plastinka va plitalarni o'z ichiga olgan qurilmalardagi dinamik jarayonlar o'ta murakkab bo'lib, ularning harakatini ifodalovchi chiziqli yoki nochiziqli differensial tenglamalarni hamma vaqt ham analtik usulda yechishning imkoniyati bo'lmaydi. Ma'lumki, tekshirilayotgan jarayon tenglamalarini o'ta soddalashtirish ko'pgina mexanik effektlarni

aniqlashga imkon bermaydi, murakkab masalani yechish uchun esa taqribiy hisob usullaridan foydalanish zaruratini tugʻdiradi.

Zamonaviy hisoblash texnikasining rivojlanishi bilan gidroelastiklikning murakkabroq masalalarini keng tarqalgan sonli hisob usullari yordamida yechish imkoniyati tugʻildi. Bular: chekli ayirmalar usuli, chekli elementlar usuli, chegaraviy elementlar usuli hamda bu usullarning har xil modifikatsiyalari.

1.2. Tutash muhitning klassik modeli

Maʼlumki, tutash muhitning klassik modeli tenglamalari sistemasi quyidagi tenglamalarni oʻz ichiga oladi [1]:

- massaning saqlanish tenglamasi

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0, \quad (1.1)$$

- impulsning saqlanish tenglamasi

$$\rho \frac{dv^i}{dt} = \nabla_j \sigma^{ij} + \rho F^i, \quad (1.2)$$

- energiyaning saqlanish tenglamasi (termodinamikaning birinchi qonuni)

$$dE = \rho_0 \sigma^{ij} e_{ij} \frac{dt}{\rho} + dq + dq^*, \quad (1.3)$$

- termodinamikaning ikkinchi qonuni

$$T ds = dq + dq', \quad dq' \geq 0, \quad (4)$$

bunda ρ - muhitning zichligi; $\bar{v}$ - tezlik vektori; v^i - tezlik vektori komponentalari; σ^{ij} - kuchlanish tenzori komponentalari ($\sigma^{ij} = \sigma^{ji}$); E - solishtirma ichki energiya; e_{ij} - deformatsiyalar tezliklari tenzori komponentalari; dq - tashqaridan oqib kirayotgan issiqlik; dq^* - issiqlik ichidagi manbadan hosil boʻlgan issiqlikning oqib kirishi (uning qiymati oldindan beriladi yoki u qoʻshimcha tenglamadan aniqlanadi); dq' -

kompensatsiyalanmagan issiqlik; s - entropiya; T - harorat; F^i - tashqi ob'ektlarning muhitga ta'sir etishini ifodalovchi massaviy kuchlar.

Deformatsiyalar tezliklari tenzorining komponentalari sof geometrik qurishlardan kelib chiqadigan munosabatlar yordamida berilgan teglik vektori komponentalar orqali ifodalanadi:

$$e_{ij} = (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i) / 2 . \quad (1.5)$$

Yuqorida keltirilgan tutash muhitning (1.1)-(1.3) harakat tenglamalariga muhit zarrachasining $\bar{w}$ ko'chishlari kirmagan. Ammo vaqtning Δt kichik intervalida sodir bo'ladigan bunday ko'chishlarni ushbu

$$\bar{w} = \bar{v} \Delta t \quad (1.6)$$

tezlik vektorini aniqlagandan keyin topish mumkin.

Yuklanishning shunday hollari qaraladiki, bunda tutash muhit kichik zarrachasining holati to'la aniqlandan bo'ladi, agar s^{ij} - kuchlanish tenzori deviatori, $\bar{q}$ - issiqlik oqib kelishi, E - energiya va P - bosimning e_{ij} - deformatsiyalar tezliklari tenzori, $g^{\alpha\beta}$ - metrik tenzor komponentalari, T - harorat va masalaning berilishiga qarab o'zgarib turuvchi ba'zi qo'shimcha $x_1, x_2, \dots, x_n$ parametrlar orgali ushbu

$$\begin{aligned} s^{ij} &= s^{ij}(e_{\alpha\beta}, g^{\alpha\beta}, \rho, T, x_1, x_2, \dots, x_n) , \\ \bar{q} &= \bar{q}(e_{\alpha\beta}, g^{\alpha\beta}, \rho, T, x_1, x_2, \dots, x_n) , \\ P &= P(\rho, T, x_1, x_2, \dots, x_n) , \\ E &= E(\rho, T, x_1, x_2, \dots, x_n) , \end{aligned} \quad (1.7)$$

ifodalari aniq bo'lsa, chunki

$$\sigma^{ij} = s^{ij} - P\delta^{ij} , \quad P = -\frac{\sigma^{ii}}{3} , \quad dq = -\rho_0 \operatorname{div} \bar{q} \frac{dt}{\rho} .$$

Shunday qilib, $\rho, \bar{v}, P, s^{ij}, E, \bar{q}, T$ noma'lumlarni topishning yopiq tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi.

Bu erda termodinamik parametrlar sifatida P, ρ, T lar olingan, s^{ij} - kuchlanish tenzori deviatorining esa $e_{\alpha\beta}$ lardan emas, balki $\varepsilon_{\alpha\beta}$ - deformatsiya tenzori komponentalaridan bog'liq ifodalari olingan. Holat tenglamasida $e_{\alpha\beta}$

dan $\varepsilon_{\alpha\beta}$ ga o'tish $\varepsilon_{\alpha\beta} = e_{\alpha\beta} \Delta t$ formula bilan amalga oshiriladi, bunda $\varepsilon_{\alpha\beta}$ - kichik Δt vaqt birligidagi ko'chishga mos keluvchi cheksiz kichik deformatsiyalar komponentalari. $g^{\alpha\beta}$ - metrik tenzor komponentalari va x_n parametrlar ma'lum deb hisoblanadi.

Gidroelastillik masalalarini yechishda tezkor jarayonlar uchun yuqorida keltirilgan tenglamalar sistemasidan, termodinamikaning birinchi va ikkinchi qonunlari tenglamalarisiz, $P, \rho, v^i, \sigma^{ij}$ noma'lumlarni topish mumkin.

O'rganilayotgan muhitning mexanik xarakteristikalaridagi farqlar holat tenglamalarida hisobga olinadi.

Yuqorida keltirilgan tenglamalar systemasi tutash muhit parametrlari o'zgarishining keng diapazonida o'rinli, xuddi shunday uning suyuq va gaz holatlari uchun ham. O'zaro ta'sir va siyraklashish sohalarida aralashma ikkita komponentadan iborat boladi: suyuqlik va gaz. Bunday hollarda aralashma bir jinsli tutash muhit deb faraz qilinib, uning o'ziga xos xossalari holat tenglamalarida hisobga olinadi. Quyidagi masalalarda qovushoqmas, issiqlik o'tkazmaydigan suyuqlik va gaz modellaridan foydalanilgan. Bunday farazlar asosida (1.1) - (1.4) tenglamalar systemasi ham deformatsiyalanuvchi qattiq jism, ham suyuqlik va gaz uchun o'rinli bo'ladi. Deformatsiyalanuvchi qattiq jism uchun s_{ij} larning ifodasi yuqorida keltirilgan, ideal gaz va suyuqlik uchun esa $s_{ij} = 0$ bo'ladi.

Tenglamalar systemasi masalaning qo'yilishidan kelib chiqadigan boshlang'ich va chegaraviy shartlar bilan to'ldiriladi, hosil bo'lgan chegaraviy masala analitik yoki sonli usulda yechiladi.

1.3. Dinamik yuklanish haqida tushuncha

Dinamik yuklanish deb shu yuklanish ta'sirida ko'chish olgan jismning inertsiya kuchi sezilarli qiymatga erishib, qurilmaga ta'sir etayotgan boshqa kuchlar bilan bir qatorda hisob jarayonida e'tiborga olinishi zarur bo'lgan

yuklanishga aytiladi. Dinamik yuklanishlar ta'sir etish xarakteriga qarab davriy yoki nodavriy bo'lishi mumkin [3].

Davriy yuklanish qurilmaga ko'p marta ta'sir qiladi va ko'pincha garmonik qoniniyat bilan o'zgaradi. Bunday yuklanishlar inshootning ishida yoki uning yaqinida turgan har xil mexanizmlar (masalan, mashinalar, stanoklar va shu kabilar)ning ta'siri natijasida yuzaga keladi. Bunday yuklanish ta'siridagi qurilmalar elementlari hisobi, odatda, ularning tebranish parametrlarini aniqlash va qurilma elementining rezonans holatini yo'qotish masalalariga olib kelinadi. Bunday holda, albatta, qurilma elementining elastik tebranishlarigina o'rganiladi.

Dinamik yuklanishlarning muhim kategoriyalaridan biri bu inshoot asosining tebranishi natijasida yuzaga keluvchi seysmik yuklanishdir.

Davriy yuklanishlardan farqli qurilma elementlariga ta'sir etuvchi qisqa muddatli dinamik yuklanishlar ham mavjud bo'lib, ular odatda bir marta ta'sir etib, yuqori bosimda va vaqtning mikro- yoki millisekund ulushlarida ta'sir etishi bilan xarakterlanadi. Inshootlar va qurilmalar elementlariga ta'sir etuvchi bunday qisqa muddatli yuklanishlar portlash yoki zarba (portlash to'liqlari, og'ir jismlarning qulab tushishi natijasida yuzaga keluvchi har xil zarbalar va hokazo) ta'sirida yuzaga keladi. Bunday yuklangan qurilmalar elementlari hisobi ularning mustahkamligini aniqlash masalasiga olib kelinadi, bunda ko'p hollarda qurilma elementi elastik holatdan noelastik holatga o'tishi va yetarlicha kattalikdagi plastik deformatsiyalarga erishishi mumkin.

Davriy yuklangan qurilmalar elementlari hisobi tebranishlar nazariyasi va harakatning ustivorligi nazariyasi fanida mukammalroq o'rganiladi. Shuning uchun mazkur ishda nodavriy qisqa muddatli intensiv dinamik yuklanishlar (portlash va zarba) ta'siridagi qurilmalar elementlari hisobi masalalarini o'rganish maqsadga muvofiq bo'ladi.

Qisqa muddatli dinamik yuklanishlar ko'p hollarda havoda, tuproqda, suvda tarqalayotgan portlash to'liqlarining qurilma elementiga ta'siri natijasida

yuzaga keladi. Portlash to'liqlari odatda bevosita portlash natijasida hosil bo'ladi.

Portlash deb qo'qqisdan moddaning holati yoki uning parametrlari o'zgarishi natijasida tez energiya ajralish jarayoniga aytiladi. Moddaning holati kimyoviy (portlovchi modda) yoki yadroviy reaksiyaning tezkor o'tishi natijasida o'zgarishi mumkin.

Portlash yuklanishlari bosimning vaqt bo'yicha o'zgarish qonuni bilan xarakterlanadi, bunda eng asosiy parametrlar: maksimal bosim, uning ko'tarilishi va yuklanish ta'sirining davomiyligi.

Portlash to'liqlari zarba to'liqlari ko'rinishida tarqalib, uning bosimi, zichligi, temperaturasi, tezligi, muhit zarrachalarining harakati hamla maydonida sakrab o'zgaradi. Havodagi zarba to'liqlari siqilgan gaz ballonlari, bug' qozonlari va shu kabilarning portlasi natijasida yuzaga keladi. Tuproq yoki suvda esa bu to'liqlar shu parametrlari ketma-ket o'zgaruvchan siquvchi to'liq ko'rinishida tarqaladi. To'liqning parametrlari (bosim, ta'sir vaqti, tarqalish tezligi va shu kabilar) manbaning portlash energiyasi va massasidan hamda atrof muhit (havo, tuproq, suv) turidan va kimyoviy reaksiyaning o'tish jarayonidan bog'liq bo'ladi.

Yuqorida ta'kidlaganimizdek, havodagi zarba to'liqini qattiq portlovchi moddaning portlashi, yadroviy portlash, siqilgan gaz ballonlari, bug' qozonlari va shu kabilarning portlasi natijasida yuzaga keladi. Hisob jarayonining asosiy masalasi bu berilgan zaryad massasida yoki portlash energiyasida portlash markazidan ma'lum masofadagi zarba to'liqining parametrlarini aniqlashdan iborat. Bunda qurilma elementi hisobi uchun eng muhim bo'lgan zarba to'liqidagi bosimning vaqt bo'yicha o'zgarishini aniqlash zarur.

Ko'pgina maxsus inshootlar, metro, inshootlarning va qurilmalarning ba'zi elementlari yer ostida quriladi. Ana shunday qurilmalar elementlari seysmik tuproqda tarqalayotgan portlash to'liqlari ta'siriga uchraydi.

Havodagi va yer ustidagi portlashdan paydo bo'lgan yer qatlami sirtida tarqalayotgan havo zarbali to'liqining ta'siri natijasida tuproqda to'liq

tarqalishi sodir bo‘ladi. Bunday siquvchi to‘lqinning parametrlari uni paydo qiladigan havo zarbali to‘lqinining parametrlaridan va tuproq xarakteristikalaridan bog‘liq.

Deformatsiyalanuvchi qattiq jism biror modelining qo‘llanilishi uning impulsli yuklanishi xarakteridan va jismning geometrik shaklidan bog‘liq. Impulsli yuklanish “bir lahzada” yuklanishning o‘sishi, undan keyin esa uning keskin kamayishi bilan xarakterlanadi. Shunday qilib, impulsli yuklanishni uning ta’sir vaqtiga teng bo‘lgan chekli oraliqda nolda farqli kuch deb ifodalash mumkin. Impulsli yuklanishning tabiati xilma-xil: u qobiqning to‘lqin tarqalayotgan muhit bilan o‘zaro ta’siridan yoki qobiq bilan bevosita tutashib turgan muhitda yuz beradigan portlash yoki zarba natijasida paydo bo‘lishi mumkin. O‘zaro ta’sirning boshlang‘ich bosqichida to‘lqinning o‘tishi natijasida qobiqning siqilishi yuz beradi, yani elastik jism teng taqsimlangan bosim ta’sirida bo‘ladi. Bunday o‘zaro ta’sir na’lum aniqlikda jism bo‘lagi sirtining simmetrik impulsli yuklanishi deb qaralishi mumkin.

Agar tashqi bosim $\frac{R}{c}$ miqdorga nisbatan kichik bo‘lgan θ vaqt intervali davomida qo‘yilgan bo‘lsa, u holda qobiqning qalinligi bo‘yicha deformatsiyaning to‘lqin jarayonida tarqalishini e’tiborga olmasa ham bo‘ladi, bu yerda R - qobiqning egrilik radiusi; c - tovish tezligi bo‘lib, bunda $\theta \gg \frac{h}{c}$ deb faraz qilinadi; h - qobiq qalinligi. Odatda $\theta > \frac{3h}{c}$ qiymatlarda gidroelastiklik masalalaridagi qurilmalar elementlari uchun qobiqlar nazariyasini qo‘llash mumkin. Bunday holda yuklanishning ta’siri $v = \frac{I}{m}$ normal tezlik boshlang‘ich momentidagi qobiqqa berilgan ta’sirga ekvivalent, bunda $I = \int_0^{\theta} q(t) dt$ - nisbiy impuls; m - qobiq birlik sirtining massasi. Bu yerda bosim o‘zgarishi qonunining ahamiyati yo‘q. Hisoblarimizda bunday yuklanishni *impulsli yuklanish* deb ataymiz.

Hisob jarayonlarida foydalaniladigan $q(t)$ funksiyaning ifodasi qurilmaning to'ldin fronti harakati yo'nalishiga nisbatan joylashishiga, yuklanish manbasining uzoqligiga, qurilma elementining deformatsiyalanuvchi muhitga chuqur botirilishiga bog'liq. Hususan, o'qqa nisbatan simmetrik yuklanishni uchburchak shaklida, uning ta'sir vaqti qutilmani tekshirish vaqtiga nisbatan ancha kishik bo'lsa, u holda impulsli yuklanish qurilmaning real impulsli yuklanishiga yaqin. Masalan, qattiq jismlarning to'qnashishi, zilzila, portlash yoki gidrodinamik ta'sirlar natijasida qurilmaning yuklanishi bunga misol bo'la oladi.

Qurilma qalinligi bo'ylab o'tayotgan to'ldin jarayonining so'nishidan keyin qobiq modelidan foydalanish mumkin. Yuqorida ta'kidlangan to'ldinlarga nisbatan ancha uzun to'ldinlar yuz bergan holda hisob jarayoninig boshidanoq qobiqlar nazariyasining tenglamalaridan foydalanish mumkin.

1.4. Qurilmalar qobiqli elementlari haqida boshlang'ich tushunchalar

Qobiqlar nazariyasining har xil tenglamalari mavjud bo'lib, ularning farqi boshlang'ish geometrik va fizik gipotegalar asosida qurilgan xususiy nazariyalardan, ularning qo'llanilish sohasi, qobiqlarning geometrik shakli va foydalanilayotgan koordinatalar sistemasidan bog'liq bo'ladi. Gidroelastiklikning ba'zi chiziqli va nochiziqli effektlarini aniqlash va tahlil qilish uchun qobiqning kichik egilishlarini qarash ba'zida etarli bo'ladi, boshqa hollarda esa qobiqning geometrik va fizik nochiziqlilik xossalarini hisobga olgan holda muhitning juda katta shakl o'zgarishlarini qarash zarur bo'ladi. Mavjud barcha variantlar ichidan quyida faqat yotiq qobiqlar nochiziqli nazariyasining tenglamalarini va o'qqa nisbatan simmetrik qobiqlar tenglamalarini keltirib o'tamiz.

Tutash qattiq deformatsiyalanuvchi muhitlar mexanikasida *qobiq* deb ikkita egri chiziqli sirtlar bilan chegaralangan shunday jismga aytiladiki, bunda

shu sirtlar orasidagi masofa (qobirning qalinligi h) uning boshqa o'lchamlariga nisbatan kichik.

Qobiqni tashkil etuvchi ikkala sirtidan bir xil uzoqlikdagi nuqtalarning geometrik o'rniga *qobiqning o'rta sirti* deb aytiladi.

O'zgarmas qalinlikdagi qobiqning geometriyasi to'la aniqlangan deyiladi, agar o'rta sirtning shakli, h qalinlikning qiymat va chegaraviy konturi berilgan bo'lsa. O'rta sirtning shakliga qarab qobiqlar silindrik, konussimon, elliptik, torodial, sferik va hokazo bo'lishi mumkin. Bulardan aylanma qobiqlar va yotiq qobiqlar ko'plab haqiqiy qurilmalarda keng tarqalgan.

Qobiq yotiq deyiladi, agar uning ixtiyoriy bo'lagidagining egriligi katta bo'lmasa, ya'ni uning asos tekisligidan qobiq o'rta sirtigacha perpendikulyar maksimal, strela deb ataluvchi masofa tekislikdagi asosiy o'lchamlarga nisbatan kichik bo'lsa.

Shunday qilib, qobiq ikki o'lchamli kontinuum ekan. Agar qobiqning qalinligi bo'ylab kuchlanish va deformatsiyalar o'zgarmas deb hisoblansa, u holda *momentsiz qobiq* haqida gap yuritiladi, agar ular chiziqli qonun bilan o'zgarsa, u holda qobiqda eguvchi va burovchi momentlar hisobga olinadi va *momentli qobiq* tuchunchalari va tenglamalari kiritiladi.

To'g'ri to'rtburchakli x, y o'ng koordinatalar sistemasini qo'llaymiz, bunda x, y koordinat chiziqlari o'rta sirtning egrilik chiziqlari bilan mos tushsin deb shart qo'yamiz, z o'q esa o'rta sirtning normalini bo'ylab egrilik markaziga yo'naltiramiz. Egrilik chiziqlari shunday chiziqlarki, o'rta sirtning har bir nuqtasiga o'tkazilgan urinma bosh kuchlanishlar bilan mos tushadi. O'rta sirt nuqtalarining ko'chishlarini x, y, z o'qlari bo'ylab mos ravishda u, v, w kabi belgilaymiz. Odatda yotiq qobiqlar kriteriyasi sifatida $f / L_{\min} < 1/5$ munosabat qabul qilinadi, bunda f - strela; $L_{\min}$ - asosning minimal kichik tomoni.

Qobiqlar nazariyasining asosiy masalasi biror berilgan statik, dinamik yoki aralash yuklanishlar ta'sirida ularning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik

holatini o'rganishdan iborat. Bunday masalalarni yechish etarlicha matematik qiyinchiliklar ega, chunki elastiklik nazariyasi nuqtai nazaridan qobiq uch o'lchovli qurilmani ifodalaydi va muammo deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasining murakkab uch o'lchovli masalasiga olib kelinadi. Shuning uchun qobiqning kuchlanganlik va deformatsiyalanganlik holatiga nisbatan ba'zi farazlar kiritiladi. Bundan esa uch o'lchovli masala ikki o'lchovli masalaga olib kelinadi. Bu o'z navbatida o'rganilayotgan qobiqning uch o'lchovli ko'chishlar, deformatsiyalar va kuchlanishlar maydonini taqriban tiklash imkoniyatini beradi.

Plastinka deb ikkita tekislik bilan chegaralangan, uchinchi o'lchami (qalinligi) esa qolgan ikkita katta o'lchamlaridan bir va undan yuqori tartibga kichik bo'lgan qurilma elementiga aytiladi. Plastinkaning qalinligini teng ikkiga bo'luvchi tekislik uning *o'rta tekisligi* deb ataladi. Plastinka ko'ndalang yuklanganda uning o'rta tekisligi egiladi va *o'rta sirtga* aylanadi. Plastinkalar qalin, yupqa va juda yupqa (egiluvchan) turlarga bo'linadi. *Qalin plastinkalar* (plitalar) deb qalinligi h ning katta o'lchamlaridan kichigi a ga nisbati $h/a > 0,2 \dots 0,3$ bo'lganlariga aytiladi. Qalin plitalarga poydevor plitalarni misol qilib keltirishimiz mumkin. *Yupqa plastinkalar* deb o'lchamlari nisbati $h/a \approx 0,01 \dots 0,1$ va maksimal egilishi $w_{max} \leq 0,25h$ bo'lganlariga aytiladi. Masalan, suyuqlik yoki gaz saqlanadigan idish tubi, bino va inshootlar plitasi va panellari. *Juda yupqa (egiluvchan) plastinkalar* deb maksimal egilishi $w_{max} > 0,25h$ va o'lchamlari nisbati $h/a < 0,01$ bo'lganlariga aytiladi. Masalan, transport vositalari, samolyetlar va raketalar qoplamalari, har xil asbob va nasoslar diafragmalari va hokazo.

Yupqa qurilmalar (qobiqlar) hisobi uch o'lchovli masalalarini ikki o'lchovli masalalarga olib kelish uchun yupqa qobiqlar nazariyasining ba'zi gipotezalarini qabul qilmasdan mumkin bo'lmaydi. Qobiqlar nazariyasining asosiy munosabatlarini va ularning aniqlashtirilgan menglamalarini qurishga bag'ishlanga juda ko'p ishlar mavjud [1, 3]. Bu izlanishlarni uchta guruhga

bo‘lish mumkin: gipotezalar usuli; uch o‘lchovli umumiy nazariya tenglamalarini qurilmaning qalinligi bo‘yicha qatorga yoyish usuli; asimptotik usullar.

Qobiqlarning texnik nazariyasini qurishda yupqa devorli qurilmalar hisobini shaxsiy komp’yuterlarda bajarishning soddaligi va fizik ko‘rgazmaligi bilan samarali va iqtisodli sonli algoritmlarini qurish imkoniyatlari tug‘diruvchi gipotezalar usuli keng tarqalgan.

Yupqa qobiqlarning klassik nazariyasi hisob amaliyotida keng qo‘llaniladigan va ko‘pgina masalalarni yetarlicha aniqlikda yechish imkoniyatini beradigan quyidagi *Kirxgof-Lyav gipotezalariga* asoslanadi: qobiqning deformatsiyalanishida deformatsiyagacha uning o‘rta sirtiga perpendikulyar tolalari deformatsiyadan keyin ham xuddi shundayligicha o‘z uzunligini saqlagan holda qoladi; qobiqning o‘rta sirtiga parallel yuzachalardagi normal kuchlanishlar ularga perpendikulyar yuzachalardagi asosiy kuchlanishlarga nisbatan taqqoslaganda, etarlicha kishik va ularni e‘tiborga olmaslik mumkin.

Ta’kidlaymizki, qobiqlar nazariyasida asosiy kuchlanishlar deb, uning o‘rta sirtidagi va unga parallel sirtlaridagi normal va urinma kuchlanishlar tushiniladi.

Yuqorida qabul qilingan gipotezalar doirasida qobiq elementining holatini tekshirish haqiqatda uning o‘rta sirti holatini tekshirish masalasiga olib kelinadi. Haqiqatdan ham, bunday ish yuritishning xatoligi hamda to‘g‘ri burchakli deformatsiyalanmaydigan normallar gipotezasi asosida qurilgan qobiqlarning klassik nazariyasi qo‘llanilishi chegarasi haqidagi savol tug‘iladi.

O‘tkazilgan ko‘plab nazariy va eksperimental tadqiqotlar asosida aniqlanganki, statika masalalarida ko‘rsatilgan gipotezalarning aniqlik darajasi qobiqning yupqalashishi bilan oshib boradi ($\frac{h}{R} \leq \frac{1}{20}$, R - o‘rta sirtning egrilik radiusi). Dinamika masalalarida esa aniqlik qobiqqa tushayotgan yoki unda tarqalayotgan to‘lqinning uzunligiga bog‘liq. Agar to‘lqin uzunligi h qalinlik

tartibida bo'lsa, u holda tadqiqotda qobiq tushunchalarini kiritish yaroqli emas. Bundan tashqari, jamlangan yuklanish qo'yilga nuqta atrofidagi hodisalarni o'rganishda qobiqlarning klassik nazariyasi yaroqsiz. Yuqori chastotali jarayonlar, vaqt bo'yicha tez yuz beruvchi nostatsionar jarayonlar va boshqa shu kabi holatlarni o'rganishda ham bu nazariya sezilarli xatoliklarga olib keladi.

Qobiqlar klassik nazariyasining barsha yaroqsiz holatlarida aniqlashtirilgan qobiqlar nazariyasidan foydalanish zarur bo'ladi, xususan, ko'ndalang siljishlar qalinlik bo'yicha o'zgarmas deb qabul qilingan *S.P.Timoshenkoning klassik nazariyasi*, siljishni parabolik taqsimlangan deb chiqarilgan *S.A.Ambarsumyan modeli*, har hil noklassik nazariyalar va hokazo [1, 3, 9, 10].

Ta'kidlash zarurki, massaviy jismlarning deformatsiyasida cho'zilish va siljish asosiy rol o'ynaydi, qachonki jism elementining burilishlari yetarlicha kishik bo'lsa. Aksincha, yupqa devorli egiluvchan qurilmalar deformatsiyasi uchun normalning burilishi muhim rol o'ynaydi, siljish deformatsiyalarining ta'siri kamroq bo'ladi. Shuning uchun sterjen plastinka va qobiqlarning klassik nazariyalarida uni e'tiborga olishmaydi. Haqiqatdan ham, D.I.Jurovskiy to'sinning egilishi masalasida ko'ndalang siljishlar qalinlik bo'yicha o'zgarmas emasligi, uning kvadratik qonuniyat bilan o'zgarishi qayd etgan.

Ko'ndalang siljishlarni hisobga oluvchi plitalar hisobining dastlabki aniqlashtirilgan nazariyalaridan biri XX-asrning 40-yillarida taklif qilingan va keyinchalik Reyssner tomonidan qobiqlar uchun ham qo'llanilgan. Nazariyaning bu variantni asosida balka uchun Timoshenko modeli tipidagi hisob modeli qabul qilingan bo'lib, unga ko'ra o'rta sirt normalni yo'nalishidagi urinma kuchlanishning balka qalinligi bo'ylab taqsimlanishi kvadratik parabola shaklida, normal kuchlanishlar esa chiziqli qonun bilan taqsimlangan deb olingan. Keyinchalik A.L.Goldenveyzer bu nazariyani tanqidiy tahlil qildi va uning umumlashmasini berdi.

Shunday qilib, deformatsiyalanuvchi muhitni o'z ichida saqlagan yoki u bilan bevosita bog'lanishda bo'lganda ko'ndalang siljishlarni e'tiborga olish

qurilmalarning chidamliligini aniqlash hisobida muhim rol o'ynaydi, xususan, syuqlik va gazlar bilan o'zaro ta'sir masalalarida. Shuning uchun quyida qayishqoq oqish nazariyasi e'tiborga olingan holdagi S.P.Timoshenko modeli bo'yicha yotiq qobiqlar nazariyasi tenglamalar keltirilgan.

1.5. Chekli ayirmalar usuli haqida tuchunchalar

Chekli ayirmalar yoki to'rlar usuli quyidagilar asosida qurilgan. Chegaraviy masalani yechish sohasi, ya'ni qaralayotgan jism sohasi (masalan, to'siq o'qi, plastinka yuzasi va hokazo) kesishish nuqtalari tugunlar deb ataluvchi chiziqlar to'ri bilan yopiladi. Noma'lum deb shu to'rning tugunlaridagi izlanayotgan funksiyalar qaraladi. Buning uchun shu funksiyalarning tugunlardagi ordinatalari ifodasining funksiya hosilasi uchun taqribiy formulalar tuziladi. Bu operatorlar differensial tenglamalarni ma'lum aniqlikda ifodalab, to'rning har bir tugunida differensial tenglamaning bajarilishini talab qiladi. Bu qoida matematikada kollokatsiya deyiladi.

Berilgan chegaraviy masalaning chegaraviy shartlari ham chekli ayirmali operatorlar yordamida qaytadan quriladi. Yuqoridagilarning hammasi bajarilgandan so'ng izlanayotgan funksiya ordinatalarga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilinadi. Bu tenglamalar sistemi yuqori tartibli bo'lganda uni yechish uchun zamonaviy komp'yuterlardan hamda matematik paketlardan foydalaniladi.

Chekli ayirmalar usuli yuqorida ta'kidlangan qoidalar asosida elastiklik nazariyasining va xuddi shunday matematik–fizika tenglamalari chegaraviy masalalarni yechishda qo'llaniladi .

Eng sodda holdan boshlab bu usulni gidroelastiklik masalasiga qo'llashni o'rganamiz Yechim izlanayotgan, uzunligi L ga teng $[a,b]$ oraliqni $h = \Delta = (b - a) / n$ ga teng bo'laklarga bo'lamiz. Teylor formulasidan foydalaniladi.

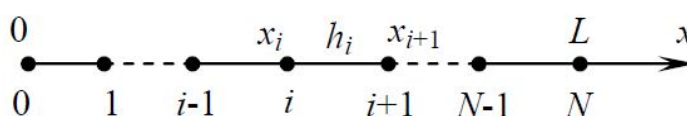
Agar $f(x)$ funksiya $[x_0, x_0 + \Delta]$ da o'zining hosilasi bilan uzluksiz bo'lsa u holda bu funksiya $x_0 + \Delta x$ nuqtada o'zining x_0 nuqtadagi hosilalari orqali quyidagi formula bilan ifodalanadi :

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x) + f'(x_0) \frac{\Delta}{1!} + f''(x_0) \frac{\Delta^2}{2!} + \dots$$

Agar bunda $x_0 = x_i$ deb olsak, u holda $i+1$ va $i-1$ tugunlar uchun uni

$$f_{i+1} = f_i + f'_i \frac{\Delta}{1!} + f''_i \frac{\Delta^2}{2!} + f'''_i \frac{\Delta^3}{3!} + \dots, \quad f_{i-1} = f_i - f'_i \frac{\Delta}{1!} + f''_i \frac{\Delta^2}{2!} - f'''_i \frac{\Delta^3}{3!} + \dots \quad (1.8)$$

kabi yozamiz.



(1.8) formuladagi har bir qatorning faqatgina dastlabki uchta hadi bilan cheklanamiz. Bu hol funksiyaning haqiqiy grafigi kvadratik parabola bilan almashtirilishiga mos keladi va bu parabola f_{i-1} , f_i , f_{i+1} lardan o'tadi.

(8) formuladagi qatorlarni hadma-had ayirsak va qo'shsak, i -chi tartibli hosilalarning chekli ayirmali formulasiga kelimiz:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_i = f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta}, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_i = f''_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta^2}. \quad (1.9)$$

Vaqt bo'yicha hosilalarning chekli ayirmasi quyidagicha yoziladi:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)^m = \frac{f^{m+1} - f^m}{\tau}, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right)^m = \frac{f^{m+1} - 2f^m + f^{m-1}}{\tau^2}. \quad (1.10)$$

Qolgan hollar shu formulalardan keltirib chiqariladi.

1.6. Iteratsion usullar va yuguruvchi hisob sxemasidan foydalanib, chegaraviy masalalarni sonli yechish

Ishning maqsadi standart dasturlardan foydalanmasdan chegaraviy masalalarni sonli yechish, yuguruvchi hisob sxema va iteratsion usullarni tadbiq

qiluvchi hisob dasturini tuzish, sonli hisob natijalarini grafikli namoyish qilish ko'nikma va malakalarini shakllantirish.

1-Masalaning qo'yilishi. Yuguruvchi hisob sxemasi va iteratsion usullardan foydalanib, quyidagi chegaraviy masala sonli yechilsin:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{2u}{1+u^2} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, & 0 < x \leq 1; \quad t > 0, \\ u(x,0) = \cos(\frac{\pi x}{2}); \quad u(0,t) = 1 + \frac{1}{2} \arctg(t). \end{cases}$$

Masalani yechishning algoritmi. Berilgan tenglamani ushbu

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \ln(1+u^2)}{\partial x} = 0, \quad 0 < x \leq 1; \quad t > 0$$

ko'rinishga keltiramiz. Quyidagi ayirmali sxema to'rini kiritamiz:

$$\omega = \left\{ x_i = ih, \quad i = 0 \dots N, \quad h = \frac{1}{N}, \quad t_j = j\tau, \quad j = 0 \dots S, \quad s = \frac{1}{S} \right\},$$

bu yerda N – Ox o'qi bo'ylab, S – Ot o'qi bo'ylab tugunlar soni; h , τ – koordinata va vaqt bo'yicha qadamlar. To'r funksiyani $y_{ij} = u(x_i, t_j)$ kabi kiritamiz. Oxirgi tenglamaning ayirmali approksimatsiyasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{y_i - y_i + y_{i+1} - y_{i+1}}{2\tau} + \frac{\ln(1 + y_{i+1}^2) - \ln(1 + y_i^2) + \ln(1 + y_{i+1}^2) - \ln(1 + y_i^2)}{2h} = 0, \quad (1.11)$$

chegaraviy va boshlang'ich shartlar: $y_{i0} = \cos(\frac{\pi x}{2}); \quad y_{0j} = 1 + \frac{1}{2} \arctg(t).$

Hosil qilingan ayirmali masalani yuguruvchi hisob sxema yordamida yechamiz.

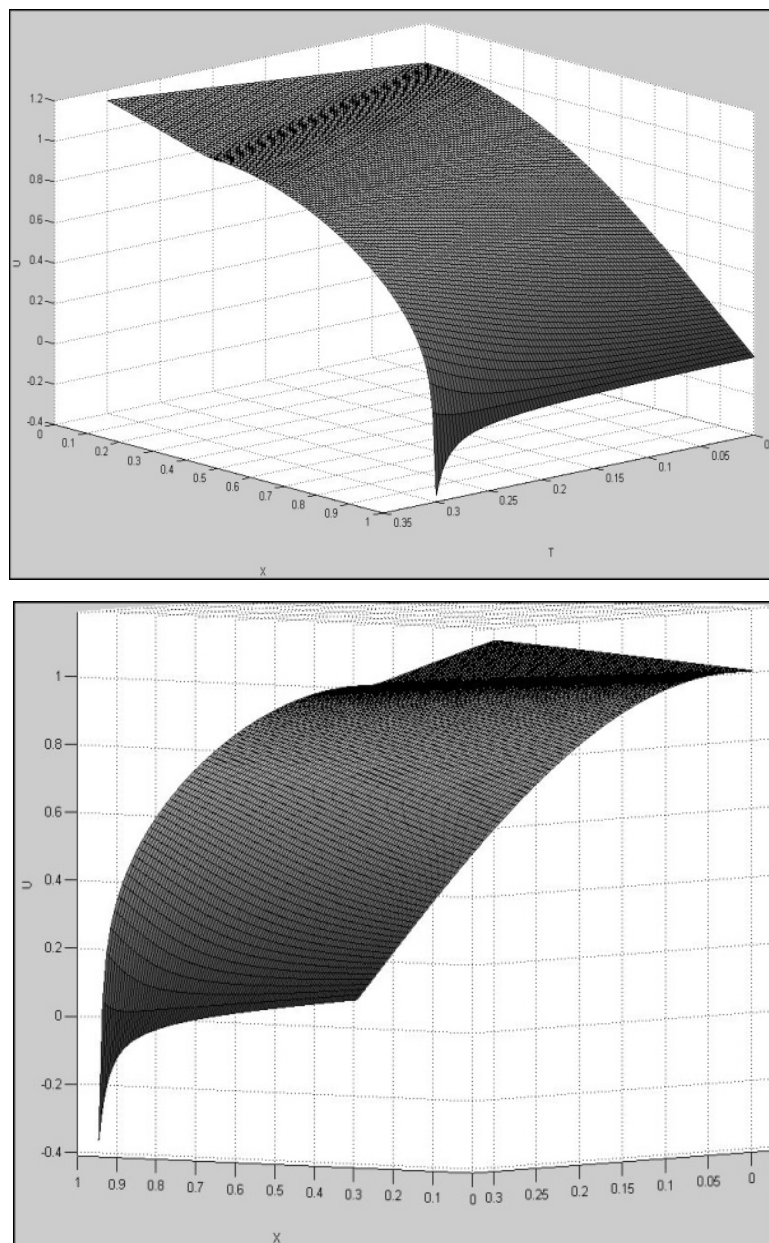
(1.11) tenglamadan foydalanib, $y_{i+1,j+1}$ ni quyidagi tenglamadan topamiz:

$$f(u) = \frac{y_i - y_i + u - y_{i+1}}{2\tau} + \frac{\ln(1 + u^2) - \ln(1 + y_i^2) + \ln(1 + y_{i+1}^2) - \ln(1 + y_i^2)}{2h} = 0. \quad (1.12)$$

(1.11) tenglama transcendent, uni quyidagi usul bilan yechamiz. $y_{i+1,j+1}$ ni ketma-ket yaqinlashishlar bilan izlaymiz. Faraz qilaylik, $y_{i+1,j+1}$ ga dastlabki biror u_0 yaqinlashish ma'lum bo'lsin, u holda (1.12) tenglama ushbu $f(u_0 + \Delta u_0) = 0$ ko'rinishga keladi, bu yerda $\Delta u_0 = u - u_0$. Bu tenglamani qatorga yoyib, uni chiziqlilashtirish orqali quyidagi tenglikka kelamiz: $f'(u_0)\Delta u_0 = -f(u_0)$. Natijada navbatdagi va undan keyingi yaqinlashishlar uchun $u_{i+1} = u_i - f(u_i)/f'(u_i)$ munosabatni hosil qilamiz. Hisoblashlar jarayoni berilgan ε aniqlikka

erishilgunga qadar ($|f(u_i)| < \varepsilon$) davom ettiriladi. Xuddi shunday, $y_{i+1,j+1}$ larning qolgan indeksleri uchun qiymatlari topiladi.

Hisob natijalari. Yuqorida keltirilgan hisob shabloni asosida MATLAB dasturi yaratildi, uning natijalari 1.1-rasmda tasvirlangan.



1.1-rasm. 1-chegaraviy masalanig sonli yechimi grafigi.

2-Masalaning qo'yilishi. Quyidagi chegaraviy masalani chekli ayirmalar usuli bilan yeching:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u^2}{2} = 0, \quad 0 < x \leq 1, \quad t > 0$$

$$u(x,0) = \frac{4}{\pi} \arctg(x-2) + 2, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$u(0,t) = \left(2 - \frac{4}{\pi} \arctg 2 \right) e^{-t}, \quad t > 0.$$

Masalani yechish algoritmi. Quyidagi ayirmali to'ri kiritamiz:

$$\omega = \{x_i = ih, \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad h = 1/N, \quad t_j = j\tau\},$$

bu yerda $N - Ox$ o'q bo'ylab tugunlar soni; τ – vaqt bo'yicha qadam; $h - x$ koordinata bo'yicha qadam. To'r funksiyasini $z_{ij} = \tilde{u}(x_i, t_j)$. Bularga ko'ra berilgan tenglamaning $\left(x_i + \frac{h}{2}, t_j + \frac{\tau}{2}\right)$ nuqtadagi ayirmali approksimatsiyasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{z_i - z_i + z_{i+1} - z_{i+1}}{2\tau} + \frac{z_{i+1}^2 - z_i^2 + z_{i+1}^2 - z_i^2}{4h} = 0, \quad (1.13)$$

chegaraviy va boshlang'ich shartlarni approksimatsiyalash esa quyidagicha:

$$z_{i0} = \frac{4}{\pi} \arctg(x_i - 2) + 2, \quad (1.14)$$

$$z_{0j} = \left(2 - \frac{4}{\pi} \arctg 2 \right) e^{-t_j}. \quad (1.15)$$

Hosil bo'lgan (1.13)-(1.15) ayirmali masalani yugiruvchi hisob sxemasi bo'yicha yechish mumkin. Faraz qilaylik, izlanayotgan to'r funksiyasining biror t_j vaqt momentidagi qiymatlari ma'lum, t_{j+1} vaqt momentida uning qiymatlarini topish talab etilsin. Dastlab (1.13) tenglamani $i = 0$ da yozib olamiz, bunda (1.15) ga ko'ra z_{0j+1} qiymatlar ma'lum. Natijada z_{1j+1} ga nisbatan kvadrat quyidagi tenglamaga kelimiz:

$$f(z_1) = \frac{1}{4h} z_1^2 + \frac{1}{2\tau} z_1 + \frac{z_0 - z_0 - z_1}{2\tau} + \frac{z_1^2 - z_0^2 - z_0^2}{4h} = 0. \quad (1.16)$$

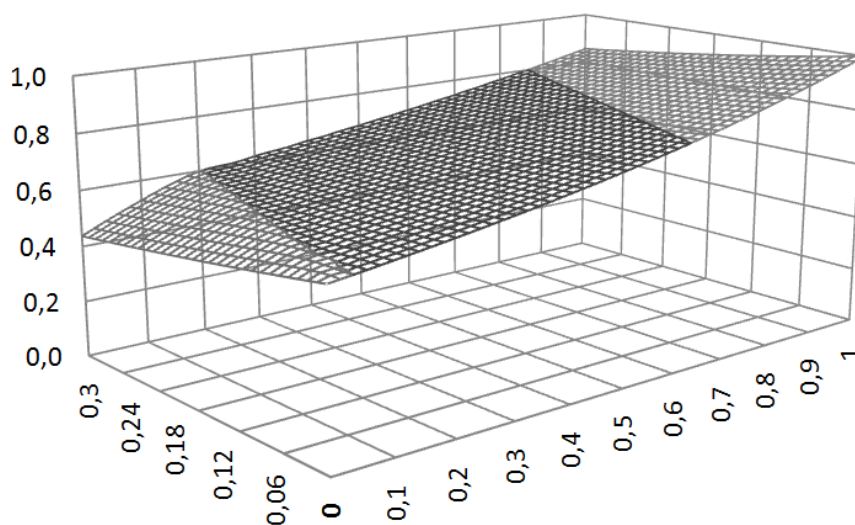
bu yerdagi h va τ qadamlar ayirmali sxema ustivorligi shartidan topiladi. Bu (1.13) to'rt nuqtali shablon bo'yicha chiqarilgan yuqori aniqlikdagi ayirmali sxemaning ustivorligini maksimum prinsipini qo'llash orqali ko'rsatib

bo'lmaydi, ammo spektral kriteriyaning doimo ustivor ekanligini ko'rsatish mumkin [3, 4]

Bu kvadrat tenglamani analitik yoki taqribiy hisob usullaridan biri, masalan, Nyuton usuli bilan yechish mumkin.

Faraz qilaylik, $z_1^{(k)}$ izlanayotgan z_1 ildizga biror yaqinlashish bo'lsin. U holda (1.16) tenglama ushbu $f(z_1^{(k)} + \Delta z_1^{(k)}) = 0$ ko'rinishni oladi, bunda $\Delta z_1 = z_1 - z_1^{(k)}$. Bu tenglamani qatorga yoyib va uni chiziqlilashtirib, ushbu $f'(z_1^{(k)})\Delta z_1^{(k)} = -f(z_1^{(k)})$ tenglikni, o'z navbatida esa ushbu $z_1^{(k+1)} = z_1^{(k)} - \frac{f(z_1^{(k)})}{f'(z_1^{(k)})}$ iteratsion formulani hosil qilamiz.

Hisob natijalari. Hisoblashlarni matematik paketlardan biri (masalan, Maple, Mathcad, MATLAB yoki boshqa) yordamida bajarish mumkin. MS Excel elektron jadvali imkoniyatlari ham ushbu masalani muvaffaqiyatli yechish imkonini beradi (1.2-rasm).



1.2.-rasm 2-chegaraviy masalanig sonli yechimi grafigi.

Ushbu (13) to'rt nuqtali shablon bo'yicha chiqarilgan ayirmali sxema oddiy oshkor va oshkormas sxemalarga nisbatan yuqori aniqlikdagi silliq yechimni beradi. Chegaraviy masalaning uzilishli yechimlari yoki katta gradiyentli yechimlari bo'lganda bu ayirmali sxemadan foydalanish maqsadga muvofiq emas.

2-BOB. DOIRAVIY PLASTINKANING IMPULSLI VA GIDRODINAMIK YUKLANISH TA'SIRIDA NOCHIZIQLI DEFORMATSIYALANISHI HISOBI

2.1. Doiraviy plastinkaning simmetrik yuklanish ta'sirida nochiziqli deformatsiyalanishi masalasining qo'yilishi

Harakat tenglamasi. Cheti qattiq mahkamlangan doiraviy plastinkaning impulsli va gidrodinamik yuklanish ta'siridagi nochiziqli defarmasiyalanish holatini o'rganish masalasi qo'yilgan (2.1-rasm).

Doiraviy plastinkaning simmetrik yuklash ta'siridagi nochiziqli harakat tenglamasi Kirxgof - Lyav gipotezalariga ko'ra qutb koordinatalari sistemasida ushbu

$$\frac{h^2}{12} \nabla^2 \nabla^2 w - \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \nabla^2 w + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) = - \frac{1-\nu^2}{Eh} \left(\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q \right) \quad (2.1)$$

tenglama bilan ifodalanadi, bunda $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$; r - radial koordinata; E -

Yung moduli; ν - Puasson koeffitsiyenti; ρ - plastinka materialining zichligi; h - plastinkaning qalinligi; w - plastinka o'rta sirti nuqtalarining ko'chishi; $q = P - q_0$ - yuklanish; q_0 - tasqi impulsli yuklanish; P - gidrodinamik yuklanish.

(2.1) tenglama chiziqli holda quyidagicha yoziladi:

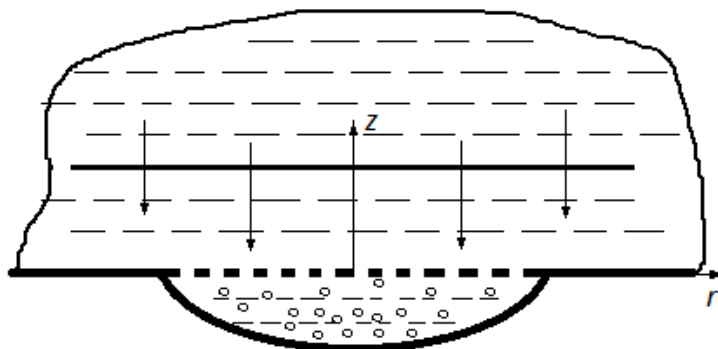
$$D \left(\frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \right) w = - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q, \quad (2.2)$$

bunda $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ - plastinka materialining silindrik qattiqligi.

Agar plastinkaning suyuqlik bilan o'zaro ta'sirini tekis qaytish gipotezasiga ko'ra ifodalasak, u holda gidrodinamik yuklanish quyidagicha yoziladi:

$$P = 2P_n - \rho_0 a_0 \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (2.3)$$

bunda $P_n = A(1 - e^{\alpha t})e^{\beta t}$ - plastinkaga tushayotgan gidrozarbadagi bosim; A - yuklanish amplitudasi; α, β - mos ravishda yuklanishning o'sish va kamayish tezligi. Agar plastinkaning faqat impulsli yuklanishini o'rganadigan bo'lsak, u holda bu yuklanishni, masalan, $q = P_n$ deb olish yetarli.



2.1-rasm. Tadqiqot obyekti, uning gidrodinamik yuklanishi, plastinkaning deformatsiyalanishi va ideal suyuqlikdagi kavitatsiya jarayonlari sxemasi.

Agar suyuqlikdagi kavitatsiya jarayonining o'zaro bog'lanish dinamikakasiga ta'sirini o'rganmoqchi bo'lsak, u holda $q = \delta(r, t)P$ - gidrodinamik yuklanish; $\delta(r, t)$ - plastinka sirtida paydo bo'ladigan kavitatsiyaning sodir bo'lishini hisobga oluvchi funksiya:

$$\delta(r, t) = \begin{cases} 1, & \text{agar } P > P_K, \\ 0, & \text{agar } P \leq P_K. \end{cases}$$

Boshlang'ich holarda $\delta(r, t) = 1$; $P_K = 0.2$ MPa – suyuqlikda kavitatsiya sodir bo'lishining bosim bo'yicha chegarasi.

Momentlarni plastinkaning w egilishlari orqali quyidagicha ifodalaymiz:

$$M_r = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right); \quad M_\theta = -D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right). \quad (2.4)$$

Masalaning simmetriyaligidan meridional kesimlarda ko'ndalang kuchlar va burovchi momentlar bo'lmaydi, ya'ni $Q_\theta = H = 0$. M_r va M_θ eguvchi momentlardan tashqari, plastinkaning aylanma kesimlarida Q_r qirquvchi kuchlar ham paydo bo'ladi va u quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$Q_r = \frac{\partial M_r}{\partial r} + \frac{1}{r}(M_r - M_\theta) = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (2.5)$$

Chegaraviy va boshlang'ich shartlar. Plastinkaning harakat differensial tenglamasi (2.1) ga chegaraviy va boshlang'ich shartlarni qo'shishimiz lozim. Plastinka konturi ($r=R$, R - plastinkaning radiusi) bo'ylab va simmetriya markazida w funksiyaga nisbatan beriladigan chegaraviy shartlar quyidagicha:

1. *Qattiq mahkamlangan chegara.* Plastinkaning $r = R$ cheti qattiq mahkamlangan bo'lgani uchun

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (2.6)$$

chegaraviy shart o'rinli, ya'ni plastinkaning konturi nuqtalarida egilishlar nolga teng va plastinkaning qattiq mahkamlangan chegaralari burilmaydi (egilish sirtlariga normal va urinma mos ravishda vertikal va gorizontol holatda qoladi).

2. *Sharnirli mahkamlangan chegara.* Bu holda plastinkaning konturi egilmaydi va unda eguvchi moment ham bo'lmaydi, ya'ni

$$w = 0, \quad M_r = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0. \quad (2.7)$$

3. *Erkin chegara.* Bu holda plastinka kesimida hech bir kuchlanishlar bo'lmaydi, ya'ni erkin chegarada quyidagi ikkita kuch shartlari qoladi:

$$M_r = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0, \quad Q_r = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0. \quad (2.8)$$

Bu chegaraviy shart plastinkaning $r = 0$ nuqtasi unga tegishli bo'lmagan (teshikli plastinka) holda uchrashi mumkin:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1-\nu}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (2.9)$$

yoki

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1-\nu}{\nu r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0. \quad (2.10)$$

Plastinka markazi ($r = 0$) da simmetriya shartidan va eguvchi momentning chegaralanganligidan foydalansak:

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (2.11)$$

yoki simmetriya sharti va qirquvchi kuchning nolga tengligidan foydalansak:

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0, \quad Q_r = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0. \quad (2.12)$$

4. *Qo'zqaluvchan chegara.* Bu holda normalning buralish burchagi va vertikal reaksiyani nolga teng deb olish lozim, ya'ni

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0. \quad (2.13)$$

Keltirilgan chegaraviy shartlar nafaqar doiraviy, balki ixtiyoriy egri konturli (r - bu konturning egrilik radiusi) plastinka uchun o'rinli.

Boshlang'ich shartlar nolga teng, ya'ni $t = 0$ da

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = 0. \quad (2.14)$$

2.2. Chegaraviy masalaning chekli ayirmali approksimatsiyasi

Gidroelastiklik tenglamalari xususiy hosilali differensial tenglamalar bo'lganligi uchun ularning chekli ayirmali tenglamalarini yuqorida keltirilgan uzliksiz funksiya hosilalarning chekli ayirmali formulalaridan foydalanib yozamiz. Avvalo plastinka tenglamalarini uchun r , t diskret tugunlar to'plamini tuzamiz. chekli ayirmalar usulidan foydalanib, sonli yechamiz: $0 \leq r \leq R$ sohani (bunda θ - aylanish burchagi simmetriya shartiga ko'ra ixtiyoriy) $\Delta = R/N$ kesmalar bilan N ta bo'lakka bo'lamiz, vaqt bo'yicha o'zgarishlarni esa chekli M marta τ qadam bilan kuzatamiz. Teng o'lchovli to'rlar quramiz:

$$\Omega_{\Delta\tau} = \{r_i = i\Delta, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad t^m = m\tau, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M\},$$

bunda Δ , τ - koordinata va vaqt bo'yicha bo'lish qadamlari va vaqt bo'yicha uch qiymatli ochiq sxemadan foydalanamiz. Har bir tugun nuqtada noma'lum funksiyalarning qiymatlarini quyidagicha ifodalaymiz:

$$w(r_i, t^m) = w_i^m, \quad u(r_i, t^m) = u_i^m, \quad P(r_i, t^m) = P_i^m.$$

Tugun nuqtalar bo'yicha xususiy hosilalarni chekli ayirmalarda ifodalasak, u holda doiraviy plastinkaning (2.1) nochiziqli harakat differensial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$w_i^{m+1} = \left(1 - \frac{\rho_0 c_0}{2\tau}\right)^{-1} \left\{ 2w_i^m - w_i^{m-1} - \frac{\tau^2}{\rho h} \left[S_3 - P_0 + \frac{h}{2c} W_i^m \right] \right\} \quad (2.15)$$

kabi yozamiz, bunda

$$\begin{aligned} W_i^m &= \frac{1}{\Delta^4} [w_{i+2}^m - 4w_{i+1}^m + 6w_i^m - 4w_{i-1}^m + w_{i-2}^m + \\ &+ \frac{1}{i-2} (w_{i+2}^m - 2w_{i+1}^m + 2w_{i-1}^m + w_{i-2}^m) - \\ &- \frac{S_2}{(i-2)^2} + \frac{S_1}{2(i-2)^3} - S_2 \left(S_2 + \frac{S_1}{2(i-2)} \right)] \\ c &= \frac{6(1-\nu^2)}{Eh^2}; \quad S_3 = P_i^m + \frac{\rho_0 c_0 w_i^{m-1}}{2\tau}, \quad w_i^m = w(r_i; t_m); \\ S_1 &= w_{i+1}^m - w_{i-1}^m; \quad S_2 = w_{i+1}^m - 2w_i^m + w_{i-1}^m. \end{aligned}$$

Soddaroq holda doiraviy plastinkaning (2.2) cniziqli harakat differensial tenglamasi tugun nuqtalar bo'yicha chekli ayirmalarda quyidagicha yoziladi:

$$w_i^{m+1} = 2w_i^m - w_i^{m-1} - \frac{\tau^2}{\rho h} \left[q_i^m + \frac{h}{2c} W_i^m \right], \quad (2.16)$$

kabi yozamiz, bunda

$$\begin{aligned} W_i^m &= \frac{1}{\Delta^4} \left[w_{i+2}^m - 4w_{i+1}^m + 6w_i^m - 4w_{i-1}^m + w_{i-2}^m + \frac{1}{i-2} (w_{i+2}^m - 2w_{i+1}^m + \right. \\ &+ 2w_{i-1}^m + w_{i-2}^m) - \frac{1}{(i-2)^2} (w_{i+1}^m - 2w_i^m + w_{i-1}^m) + \frac{1}{2(i-2)^3} (w_{i+1}^m - w_{i-1}^m) \left. \right]; \\ c &= \frac{6(1-\nu^2)}{Eh^2}; \quad q_i^n = q(r_i; t_m), \quad w_i^m = w(r_i; t_m). \end{aligned}$$

$S_3 = \delta_i^m S_3$, δ_i^m - har bir tugunda kavitatsiya sodir bo'ldanda uning qiymati nolga teng, aks holda esa birga teng.

Kavitatsiyalanuvchi suyuqlikdagi bosimni quyidagich ayirmali formula bilan hisoblaymiz:

$$P_i^{m+1} = \delta_i^{m+1} [2P_n^{m+1} + a_0 \rho_0 (3w_i^{m+1} - 4w_i^m + w_i^{m-1}) / (2\tau)].$$

(2.15) (yoki (2.16)) tenglik $0 \leq r \leq R$ oraliqning faqat ichki tugun nuqtalari uchun o'rinli. Oraliqning chetlarida yotuvchi $i = 2, N+2$ hamda undan tashqaridagi mavhum $i = 1, N+3$ nuqtalarni qaraymiz. (2.6) va (2.7) chegaraviy shartlarga ayirmali ifodalarni mos ravishda qo'llab, ushbu

$$w_{N+2}^{m+1} = 0, \quad w_{N+3}^{m+1} = w_{N+1}^{m+1}, \quad (2.17)$$

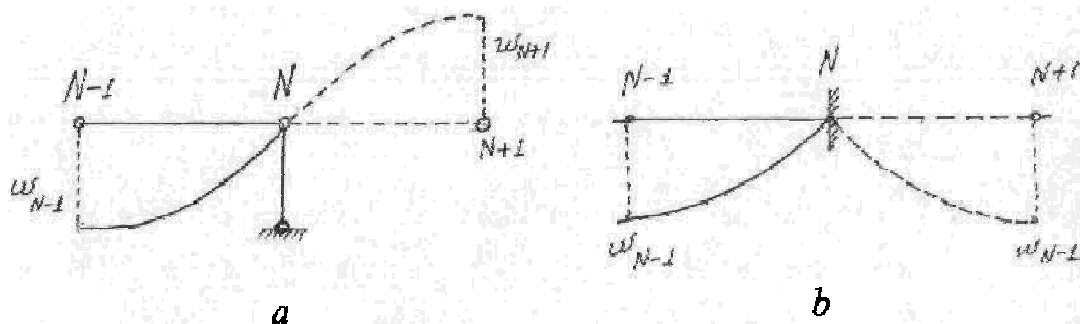
$$w_1^{m+1} = w_3^{m+1}, \quad w_2^{m+1} = \frac{1}{5}(4w_3^{m+1} + w_4^{m+1} - w_5^{m+1} + w_1^{m+1}) \quad (2.18)$$

tengliklarga ega bo'lamiz (2.2-rasm).

Boshlang'ich hisob uchun zarur ikkita vaqt qatlamidagi to'r funksiyalarning qiymatini, boshlang'ich shart (2.7) ga ko'ra ushbu

$$w_i^1 = w_i^2 = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N+3) \quad (2.19)$$

tengliklardan olamiz.

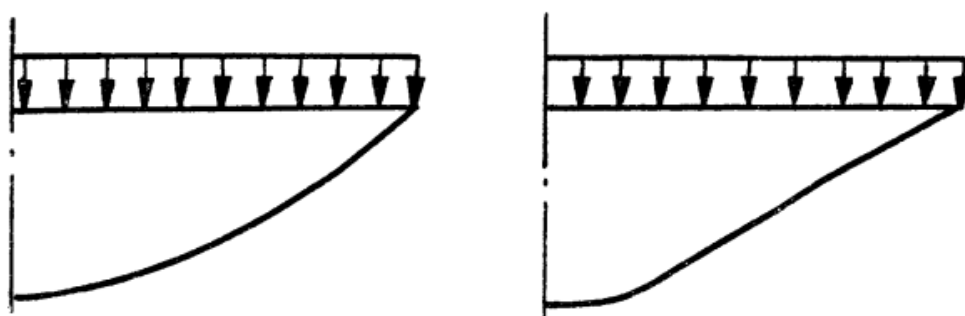


2.4-rasm. Sharnirli (a) va qattiq (b) mahkamlangan chegaraviy shartlarda chekli ayirmalar sxemasi.

Shunday qilib (2.15) - (2.19) ayirmali tenglamalar sistemasini chiziqli hamda nochiziqli hollar uchun yechamiz. Shuni ta'kidlaymizki, ayirmali sxema aniq yechimga yaqin taqribiy yechimni hamma vaqt ham ta'minlamaydi. Bunday holda ayirmali sxemaning turg'unligini ta'minlovchi τ qadam turg'unlik spektral shartiga ko'ra ushbu $\tau \leq \frac{\Delta^2}{h} \sqrt{\frac{3\rho}{E}(1-\nu^2)}$ shartdan topiladi, keyin esa uning qiymati sonli eksperimentlar yordamida oydinlashtiriladi.

2.3. Doiraviy plastinkaning simmetrik impulsli yuklanish ta'siridagi noxiziqli deformatsiyalanishi masalasini sonli yechish

Yuqorida keltirilgan nazariy ma'lumotlarga asoslangan holda bir jinsli doiraviy plastinkaning impulsli deformatsiyalanishi masalasi (2.2) tenglamaga va unga mos (2.6), (2.7) chegaraviy hamda (30) boshlang'ich shartlarga asoslanib, (2.15)-(2.19) ayirmali tenglamalar sistemasidan foydalangan holda sonli yechildi (2.3-rasm).



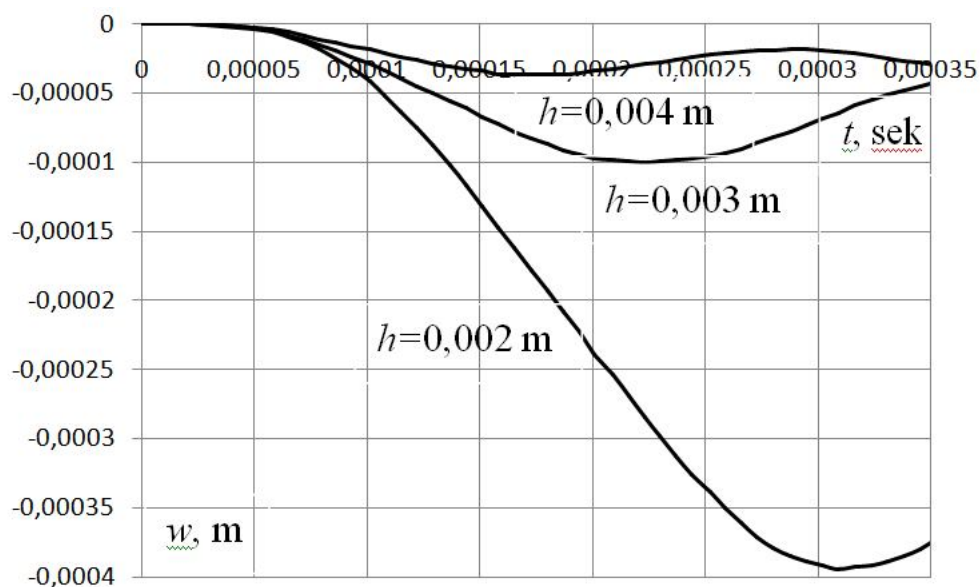
2.3-rasm. Tadqiqot obyekti, uning impulsli yuklanishi va plastinkaning deformatsiyalanish jarayoni sxemasi.

Doiraviy plastinka po'latdan tayyorlangan deb olindi, bunda

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} ; \rho = 0,00725 \text{ kt} / \text{m}^3 ; \nu = 0,25 ; R = 0,05 \text{ m} . \quad q = A(1 - e^{\alpha t})e^{\beta t}$$

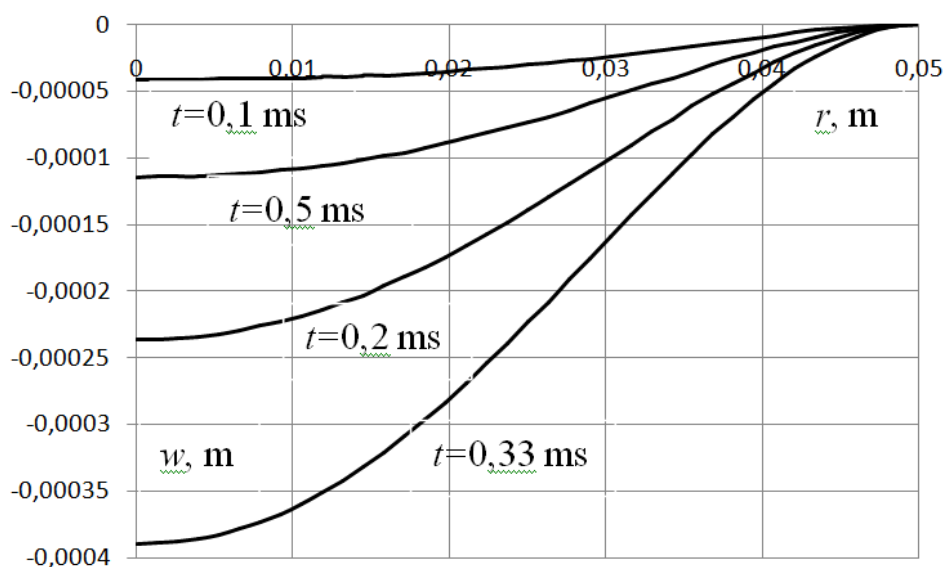
– yuklanish, bunda $A = 0,5 \text{ MPa}$ – yuklanish amplitudasi; $\alpha = -7500$ – yuklanishning o'sish tezligi; $\beta = -500$ – yuklanishning kamayish tezligi.

Dastlab qalinligi $h = 0,002; 0,003; 0,004 \text{ m}$ bo'lgan plastinkalar markaziy nuqtasining $A=0,25 \text{ MPa}$ bo'lgandagi harakati taqqoslandi (2.4-rasm), bunda vaqt-ning dastlabki qiymatlaridayoq yupqaroq plastinkaning egiluvchanligi yaqqol ko'rinadi.



2.4-rasm. Dastlab qalinligi $h = 0,002; 0,003; 0,004$ m bo‘lgan plastinkalar markaziy nuqtasining $A=0,25$ MPa bo‘lgandagi harakati grafiklari.

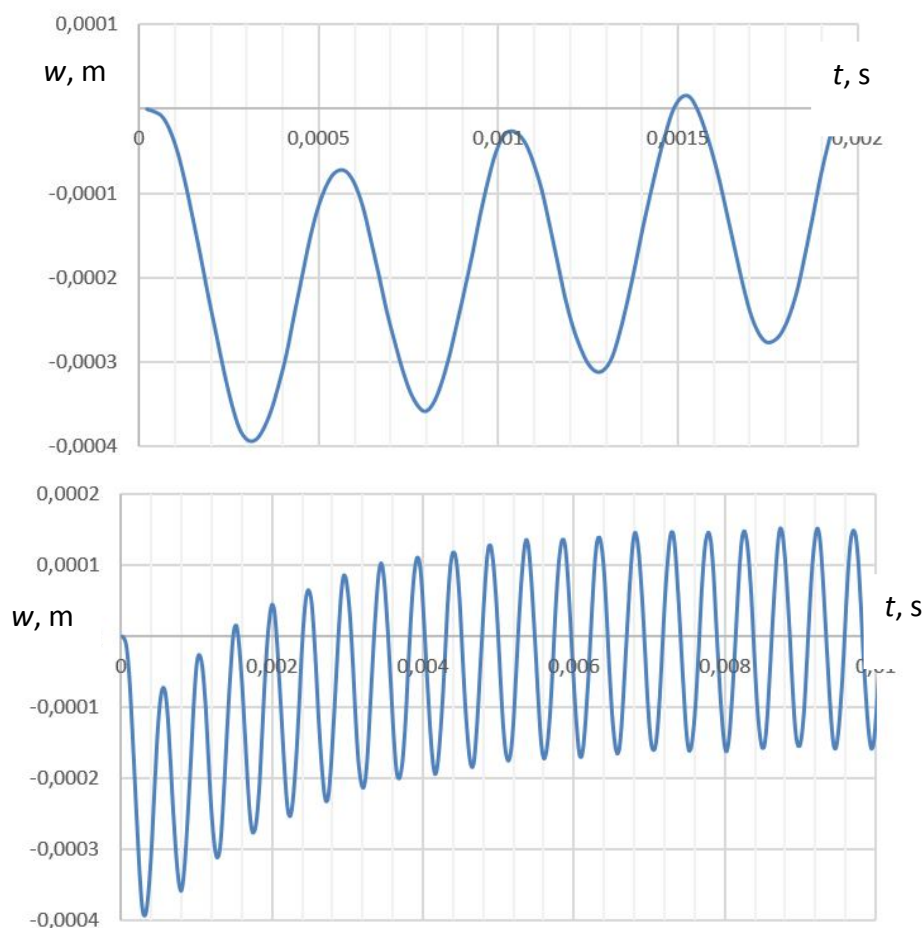
Keyin esa plastinkaning $h = 0,002$ m va $A = 0,5$ MPa qiymatlarda har xil vaqt mometlaridagi ($t = 0,1; 0,2; 0,33; 0,5$ ms) ko‘chishlari taqqoslandi (2.5-rasm). Bunda plastinkaning chetki nuqtalariga yaqin nuqtalari tezligi kattaroq bo‘lib, bu jarayon vaqt o‘tishi bilan markazga siljiydi.



2.5-rasm. Doiraviy plastinkaning $h = 0,002$ m va $A = 0,5$ MPa qiymatlarda har xil vaqt mometlaridagi ($t = 0,1; 0,2; 0,33; 0,5$ ms) ko‘chishlari grafiklari.

Plastinkaning markazi chetki nuqtalariga nisbatan mustahkamroq. Plastinka harakati davomida sirti sferik shaklga yaqin bo‘ladi, keyinchalik esa murakkab holatni egallaydi.

Plastinkaning elastik tebranishlari 8-rasmda tasvirlangan.



2.6-rasm. Qalinligi $h = 0,002$ m bo‘lgan plastinkalar markaziy nuqtasining $A=0,5$ MPa bo‘lgandagi harakati (elastik tebranishlari) grafigi.

Shunday qilib, plastinkaga qo‘yilgan yuklanish qiymatining oshishi va plastinka qalinligining kamayishi uning chetki nuqtalarida uzilish xavfi borligini keltirib chiqaradi [1, 3, 9, 10]. Chiziqli va nochiziqli tenglamalar yechimlari egilishning qalinlikdan oshmaydigan qiymatlarida juda yaqin natijalarni berdi. Egilishning qalinlikdan kattaroq qiymatlarida esa nochiziqli tenglamaning ayirmali sxemasi noturg‘un ekanligi aniqlandi.

2.4. Doiraviy plastinkaning simmetrik gidrodinamik yuklanish ta'sirida nochiziqli deformatsiyalanishi masalasini sonli yechish

Yuqorida keltirilgan nazariy ma'lumotlarga asoslangan holda bir jinsli doiraviy plastinkaning gidrodinamik yuklanish ta'siridagi deformatsiyalanishi masalasi (2.1) tenglamaga va unga mos (2.6), (2.7) chegaraviy hamda (2.14) boshlang'ich shartlarga asoslanib, (2.15)-(2.19) ayirmali tenglamalar sistemasidan foydalangan holda sonli yechildi (2.1-rasm).

Doiraviy plastinka po'latdan tayyorlangan, uning mexanik xarakteristikalar: $E = 200000$ MPa; $\rho = 0,00725$ kt/m³; $\nu = 0,25$ kabi, geometrik xarakteristikalar esa $h = 0,004$ yoki $h = 0,002$ m; $R = 0,05$ m kabi deb olindi. Impulsli yuklanish funksiyasini $q = A(1 - e^{\alpha t})e^{\beta t}$ kabi beramiz, bunda $A = 0,5$ MPa – yuklanish amplitudasi; $\alpha = -7500$ – yuklanishning o'sish tezligi; $\beta = -500$ – yuklanishning kamayish tezligi.

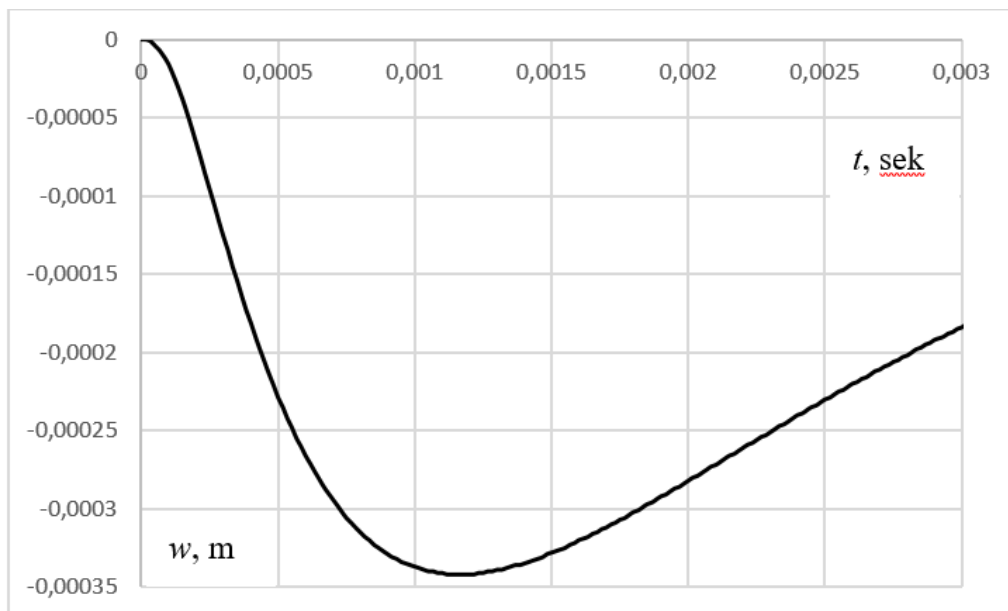
2.7-rasmda $h = 0.002$ m va $A = 0.5$ MPa qiymatlarda plastinka markaziy nuqtasining ko'ndalang tebranishlari tasvirlangan.

2.8-rasmda plastinkaning $h = 0.002$ m va $A = 0.5$ MPa qiymatlarda har xil vaqt mometlaridagi ($t = 0,00033$ s (1); 0,001 s (2); 0,002 s (3); 0,003 s (4)) ko'ndalang ko'chishi taqqoslandi. Bunda plastinkaning chetki nuqtalariga yaqin nuqtalari tezligi kattaroq bo'lib, bu jarayon vaqt o'tishi bilan markazga siljiydi. Demak plastinkaning markazi chetki nuqtalariga nisbatan mustahkamroq. Plastinka harakati davomida sirti sferik shaklga yaqin bo'ladi (2-chiziq), keyinchalik esa murakkab holatni egallaydi (4- chiziq).

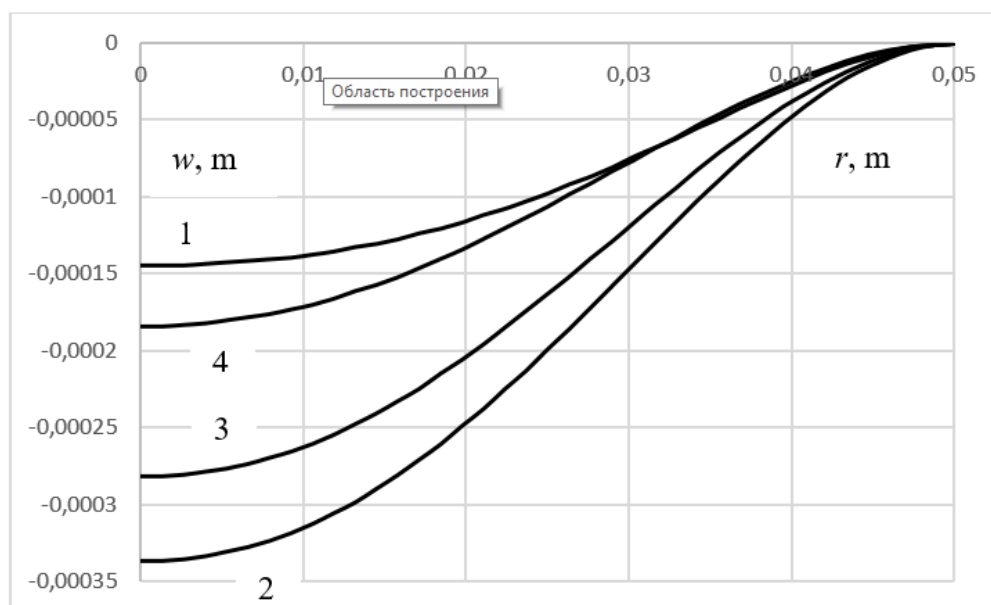
2.9-rasmda esa qalinligi $h = 0,001$ m (1); 0,002 m (2); 0,003 m (3) bo'lgan plastinkalar markaziy nuqtasining $A = 0,5$ MPa bo'lgandagi harakati taqqoslandi, bunda vaqtning dastlabki qiymatlaridayoq yupkaroq plastinkaning egiluvchanligi yaqqol ko'rinadi.

Agar plastinka chetlarida mahkamlanishni sharnirli desak, u holda egilishning qiymatlari kattaroq ekanligini ko'ramiz.

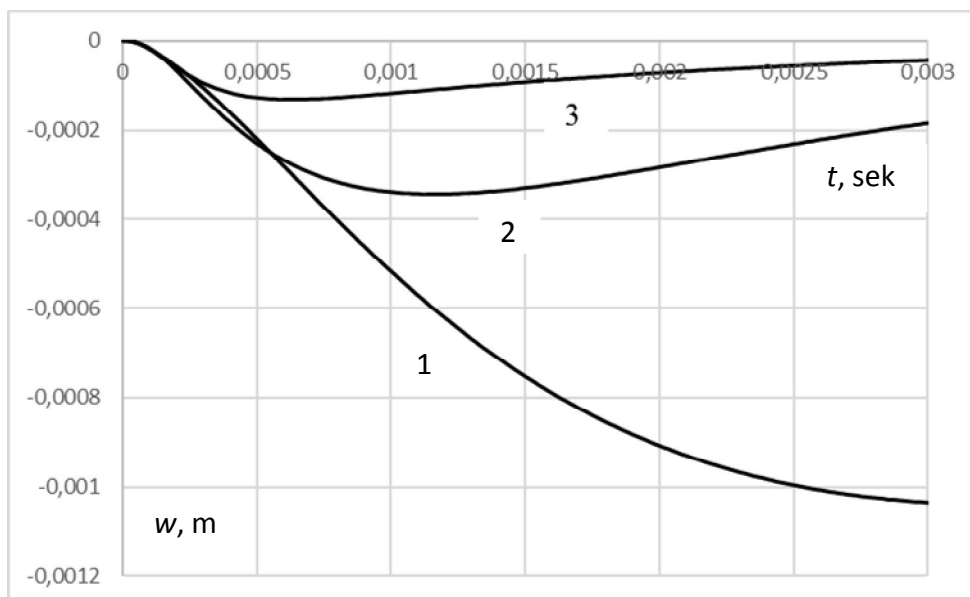
Shunday qilib, plastinkaga qo'yilgan impulsli yuklanish qiymatining oshishi va plastinka qalinligining kamayishi uning chetki nuqtalarida uzilish xavfi borligini keltirib chiqaradi.



2.7-rasm. Plastinka markaziy nuqtasining $A=0,5$ Mpa, $h=0,002$ m bo'lgan holatda vaqt bo'yicha egilishlari.



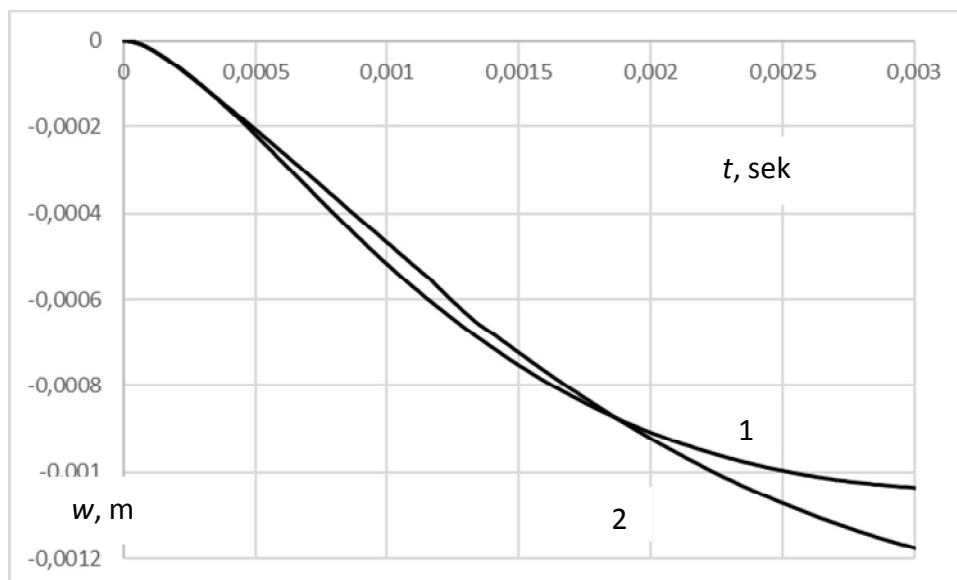
2.8-rasm. Plastinkaning $A=0,5$ Mpa, $h=0,002$ m qiymatlarda har xil vaqt momentlaridagi (1 – $t=0,00033$ sek; 2 – $t=0,001$ sek; 3 – $t=0,002$ sek; 4 – $t=0,003$ sek) ko'ndalang egilishlari.



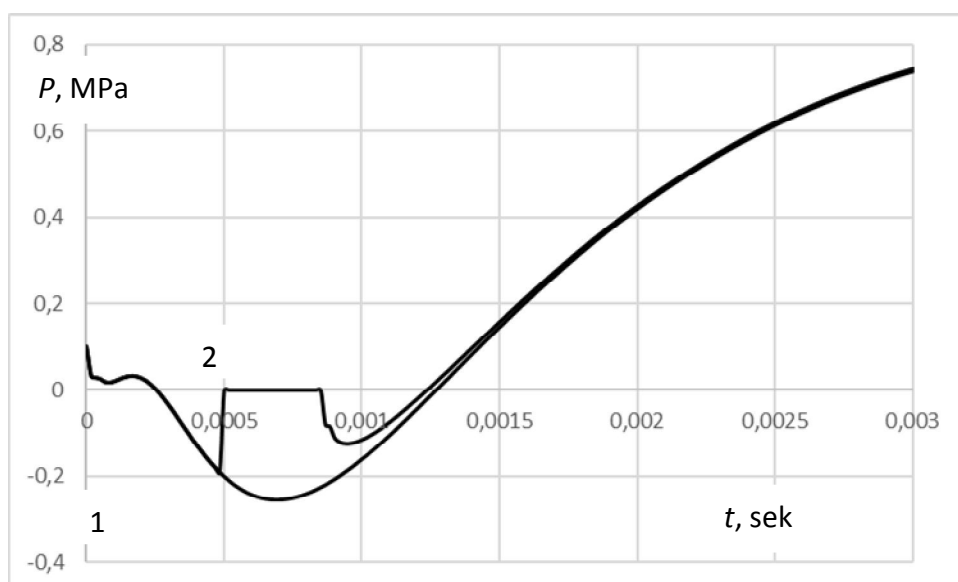
2.9-rasm. Qalinligi $h = 0,001$ m (1); $0,002$ m (2); $0,003$ m (3) bo‘lgan plastinka markaziy nuqtasining $A = 0,5$ Mpa uchun vaqt boyicha ko‘ndalang egilishlari.

Yuqoridagi parametrlar o‘zgartirilmagan holda (masalan, $A=0,5$ Mpa, $h=0,001$ m, $P_k = -0,2$ Mpa) suyuqlikdagi gidrodinamik jarayonning plastinka tebranishiga ta’siri o‘rganildi.

2.10,a-rasmida doiraviy plastinkaning kavitatsiyalanmaydigan suyuqlik ta’siridagi (1-chiziq) va kavitatsiyalanuvchi suyuqlik ta’siridagi (2-chiziq) egilishlari keltirilgan. Natijalar ko‘rsatadiki, suyuqlikda kavitatsiyani hisobga olinsa, u holda plastinkaning egilishlari qiymati oshadi. Avvalo plastinka o‘rta qismi absolyut qattiq jismdek harakat qiladi, keyin sferik shaklga yaqinlashadi va keyingi vaqt momentlarida esa uning deformatsiyalangan holati murakkab shaklni oladi. Suyuqlikning plastinka bilan tutashgan nuqtasidagi bosimi amplitudasi esa kavitatsiya sodir bolganda nolga teng bo‘ladi. Bunda plastinka markaziy nuqtasiga tutash bo‘lgan suyuqlik nuqtasida suyuqlik bosimining o‘zgarishi 2.10,b-rasmida tasvirlangan (1 – kavitatsiya hisobga olinmagan hol; 2 – kavitatsiya hisobga olingan hol).



a



b

2.10-rasm. Suyuqlikda kavitatsiya jarayonining plastinka markaziy nuqtasining tebranishlariga (*a*) va suyuqlik bosimiga (*b*) ta'siri: 1 – kavitatsiya hisobga olinmagan hol; 2 – kavitatsiya hisobga olingan hol.

Shunday qilib, plastinkaga qo'yilgan gidrodinamik yuklanish tebranish amplitudasining oshishiga va plastinka qalinligining kamayishi suyuqlikdagi kavitatsiya ta'sirining oshishiga olib kelar ekan.

XULOSA

Mazkur bitiruv malakaviy ishini bajarish natijasida olingan xulosalar:

- mexanik jarayonlarni kompyuterda modellashtirish va sonli natijalar asosida tadqiq etish usullari o'rganildi;
- masalaning matematik modeli o'rganildi;
- doiraviy plastinka hisobiga oid asosiy munosabatlar o'rganib chiqildi;
- doiraviy plastinka mustahkamligi hisobi plastinkalar nazariyasining tenglamalari orqali ifodalanishi ko'rsatildi;
- chegaraviy masalalar tuzildi va impulsli yoki gidrodinamik yuklangan doiraviy plastinka o'rta sirti egilishining tenglamasi chiqarildi;
- impulsli (gidrodinamik) yuklangan doiraviy plastinka egilishi hisobi tenglamalarini yechishning hisob uslubi va algoritmi ishlab chiqildi;
- impulsli (gidrodinamik) yuklangan doiraviy plastinkaning deformatsiyalanishi holatidagi ko'chishlar aniqlandi, kerakli epyuralar qurildi;
- hisoblashlar jarayonida tuziladigan tenglamalar sistemasini yechishga dasturiy vositalar yaratildi;
- ishlab chiqilgan hisob metodikasi asosida impulsli (gidrodinamik) yuklangan doiraviy plastinka mustahkamligi hisobi har xil chegaraviy shartlar uchun yuklanishning har xil variantlarida ishlashi aniq amaliy masalalarda ko'rsatildi;
- kompyuter dasturi yordamida olingan hisob natijalari amaliy tajribalarga va analitik yechimga mos keldi;
- ishlab chiqilgan hisob uslubidan har xil materiallari, har xil o'lchamli, chetlari turlicha mahkamlangan (qistirilgan, sharniqli, erkin, tayangan) doiraviy plastinkalar mustahkamligi hisobi masalalarini har xil tashqi yuklanishlarda yechishda samarali foydalanish va tezkor natijalarga erishish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 2001. – 400 с.
2. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Matlab, Maple (Самоучитель). – М.: НТ Пресс, 2006. – 496 с.
3. Амбарцумян С.А. и др. Прочность. Устойчивость. Колебания: Справочник. В 3 т. Т.1 / С.А. Амбарцумян, В.Л. Бидерман, И.А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1988. – 831 с.
4. Вабищевич П.Н. Численное моделирование. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – 152 с.
5. Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. – Киев: Изд-во Будівельник, 1970. – 436 с.
6. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
7. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа: Задачи гидроупругости. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
8. Ворожцов Е.В. Разностные методы решения задач механики сплошных сред: Учеб. Пособие. – Новосибирск: Изд. НГТУ, 1998. – 86 с.
9. Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем – Киев: Наук. Думка, 1981. – 276 с.
10. Галиев Ш.У. Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах – Киев: Наук. Думка, 1988. – 264 с.
11. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Численные методы: в 2 кн. Кн. 2. Методы математической физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 304 с.
12. Кантор С.А. Основы вычислительной математики: Учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. Госуд. Технич. Ун-та, 2010. – 357 с.

13. Половко А.М., Бутусов П.Н. MATLAB для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 320 с.
14. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С., Забегаев А.В. Расчет конструкций на динамические и специальные нагрузки. – М.: Высшая школа, 1992. – 319 с.
15. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., исправ. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
16. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: Физматлит, 2004. – 400 с.
17. <http://www.edu.uz> – ta'lim sayti.
18. <http://www.edu.ru> – ta'lim sayti.
19. <http://www.intuit.ru> – masofaviy ta'lim sayti.
20. <http://www.eqworld.ru> – adabiyotlarning elektron varianti.
21. <http://www.twirpx.com> – adabiyotlarning elektron varianti.
22. <http://www.ziyounet.uz> - adabiyotlarning elektron variantlari

ILOVALAR

1-ilova. Yuguruvchi hisob sxemasi va iteratsion usullardan foydalanib, chegaraviy masalani sonli yechishning MATLAB dasturi

```
N = 100; S = 100; e=0.01;
T = 0.3; h = (1/N); tau = (T/S);
Yrange = 0:h:1; Xrange = 0:tau:T;
for n=1:N+1, for s=1:S+1,
    y(n,s)=0; end; end;
for n=1:N+1,
    a=n*h; y(n,1)=cos(pi*a/2); end;
for s=1:S+1,
    t=s*tau; y(1,s)=1+1/2*atan(t); end;
for i=1:N, for j=1:S,
    ul=y(i,j+1); dl=y(i,j); dr=y(i+1,j);
    yi = dl; ur=yi; ee=ur/(2*tau)+(ul-dl-
dr)/(2*tau)+log(1+ur*ur)/(2*h)+(log(1+dr*dr)-log(1+dl*dl)-
log(1+ul*ul))/(2*h);
    while (abs(ee)>e),
        ur=yi; ee=ur/(2*tau)+(ul-dl-dr)/(2*tau)+log(1+ur*ur)/
(2*h)+(log(1+dr*dr)-log(1+dl*dl)-log(1+ul*ul))/(2*h);
        ed=1/(2*tau)+2*ur/((1+ur*ur)*2*h);
        yi=yi-ee/ed;
    end; y(i+1,j+1)=yi; end; end;
surf(Xrange,Yrange,y); colormap gray
xlabel('T'); ylabel('X'); zlabel('U');
```

2-ilova. Doiraviy plastinka impulsli deformatsiyalanishi hisobining

Pascal ABC dasturi

```
program plast_upr_1;
Uses crt;
const n = 40; np3 = n+3; m=12000; jt=75;
var i,ip1,ip2,im1,im2,j,k,kl,ifi,ifj,ity : integer;
    rx,w1,w2,w3 : array [1..np3] of real;
    tj,ww : array[1..50*n] of real;
    c,rht,hc,ro,E,nu,h,A,al,bet,tau,t,t0,q,R,d,d4,F,S1,S2,S3,S4,tp : real;
    fli,flj : text;
    fl2,f21 : string;
label met;
begin
clrscr;
ifi:=2; {ifi=1 - Chiziqli tenglama; ifi=2 - Nochiziqli tenglama;}
ifj:=0; {ifj=0 - Suyuqlik ta'siri yuq; ifj=1 - Suyuqlik ta'siri bor}
ity:=1; {ity - Pechat uchun vaqt qadami soni}
if ifi=1 then
begin fl2:='pl_up_Lin1.dat'; f21:='pl_up_Lin2.dat'; end
else begin fl2:='pl_up_Nelin1.dat'; f21:='pl_up_Nelin2.dat'; end;
ro:=0.00785;
E:=200000;
nu:=0.25;
h:=0.002;
R:=0.05;
A:=5;
al:=-7500;
bet:=-500;
d:=R/(n-2);
```

```

d4:=sqr(sqr(d));
tau:=1*sqr(d)*sqrt(3*(1-nu*nu)*ro/E)/h;
c:=6*(1-nu*nu)/(E*h*h);
rht:=ro*h/sqr(tau);
hc:=h/(2*c);
t:=0;
t0:=tau*m;
tp:=t0/itp;
j:=0; k:=0;
kl:=0;
for i:=1 to np3 do
  begin rx[i]:=(i-3)*d; w1[i]:=0; w2[i]:=0; w3[i]:=0 end;
met:
t:=t+tau;
q:=A*(1-exp(al*t))*exp(bet*t);
for i:=3 to n do
  begin
    ip1:=i+1; ip2:=i+2; im1:=i-1; im2:=i-2;
    S4:=w2[ip2]-4*w2[ip1]+6*w2[i]-4*w2[im1]+w2[im2];
    S3:=w2[ip2]-2*w2[ip1]+2*w2[im1]-w2[im2];
    S2:=w2[ip1]-2*w2[i]+w2[im1];
    S1:=w2[ip1]-w2[im1];
    if ifi=1 then F:=(S4+S3/im2-S2/sqr(im2)+S1/(2*sqr(im2)*im2))/d4
  else
    F:=(S4+S3/im2-S2/sqr(im2)+S1/(2*sqr(im2)*im2)-
sqr(S1/2)*(2*S2+d*S1/(2*(i-2))))/d4;
    w3[i]:=2*w2[i]-w1[i]-(q+hc*F)/rht;
  end;
w3[n+3]:=w3[n-1];
w3[n+2]:=w3[n];

```

```

w3[n+1]:=0;
w3[3]:=(4*w3[4]-w3[5]-3*w1[3]+4*w1[4]-w1[5])/3;
w3[1]:=w3[5];
w3[2]:=w3[4];
if (t>tp) and (kl=0) then
  begin
    kl:=1;
    assign(flj,fl2); rewrite(flj);
    for i:=3 to n+1 do writeln(flj,t:10:6,rx[i]:10:6,w3[i]:10:6);
    close(flj);
  end;
for i:=1 to np3 do
  begin w1[i]:=w2[i]; w2[i]:=w3[i] end;
j:=j+1;
if j=jt then
  begin j:=0; k:=k+1; tj[k]:=t; ww[k]:=w3[3] end;
if t<t0 then goto met;
  assign(fli,f21); rewrite(fli);
  writeln(fli,0.0:10:6,0.0:10:6);
  for i:=1 to k do writeln(fli,tj[i]:10:6,ww[i]:10:6);
  for i:=1 to k do writeln(tj[i]:10:6,ww[i]:10:6);
close(fli);
end.

```

3-ilovalar. Doiraviy plastinkaning gidrodinamik yuklanish ta'sirida deformatsiyalanishi hisobining Pascal ABC dasturi

```
program plast_upr_Jid;
Uses crt;
const n = 40; np3 = n+3; m=7200; jt=75;
var i,ip1,ip2,im1,im2,j,k,kl : integer;
    rx,w1,w2,w3 : array [1..np3] of real;
    tj,ww : array[1..10*n] of real;
    c,rht,hc,ro,E,nu,h,A,al,bet,tau,t,t0,q,R,d,d4,F,S1,S2,S3,S4 : real;
    fli,flj:text;
label met;
begin
clrscr;
    ro:=0.00785;
    E:=200000;
    nu:=0.25;
    h:=0.002;
    R:=0.05;
    A:=0.5;
    al:=-7500;
    bet:=-500;
    d:=R/(n-2);
    d4:=sqr(sqr(d));
    tau:=sqr(d)*sqrt(3*(1-nu*nu)*ro/E)/h/2;
    c:=6*(1-nu*nu)/(E*h*h);
    rht:=ro*h/sqr(tau);
    hc:=h/(2*c);
    t:=0;
    t0:=tau*m;
```

```

j:=0; k:=0;
kl:=0;
for i:=1 to np3 do
  begin rx[i]:=(i-3)*d; w1[i]:=0; w2[i]:=0; w3[i]:=0 end;
met:
t:=t+tau;
q:=A*(1-exp(al*t))*exp(bet*t);
for i:=3 to n do
  begin
    ip1:=i+1; ip2:=i+2; im1:=i-1; im2:=i-2;
    S4:=w2[ip2]-4*w2[ip1]+6*w2[i]-4*w2[im1]+w2[im2];
    S3:=w2[ip2]-2*w2[ip1]+2*w2[im1]-w2[im2];
    S2:=w2[ip1]-2*w2[i]+w2[im1];
    S1:=w2[ip1]-w2[im1];
    F:=(S4+S3/im2-S2/sqr(im2)+S1/(2*sqr(im2)*im2)-S2*(S2+S1/(2*(i-
2))))/d4;
    w3[i]:=2*w2[i]-w1[i]-(q+hc*F)/rht;
  end;
w3[n+3]:=w3[n-1];
w3[n+2]:=w3[n];
w3[n+1]:=0;
w3[3]:=(4*w3[4]-w3[5]-3*w1[3]+4*w1[4]-w1[5])/3;
w3[1]:=w3[5];
w3[2]:=w3[4];
if (t>0.0005) and (kl=0) then
  begin
    kl:=1;
    assign(flj,'pl_up_2.dat'); rewrite(flj);
    for i:=3 to n+1 do writeln(flj,t:10:6,rx[i]:10:6,w3[i]:10:6);
    close(flj);
  end;

```

```

    end;
  for i:=1 to np3 do
    begin w1[i]:=w2[i]; w2[i]:=w3[i] end;
    j:=j+1;
    if j=jt then
      begin j:=0; k:=k+1; tj[k]:=t; ww[k]:=w3[3] end;
    if t<t0 then goto met;
    assign(fli,'pl_up_1.dat'); rewrite(fli);
    for i:=1 to k do writeln(fli,tj[i]:10:6,ww[i]:10:6);
    for i:=1 to k do writeln(tj[i]:10:6,ww[i]:10:6);
    close(fli);
  end.

```