

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI
"NAZARIY VA AMALIY MEXANIKA" KAFEDRASI
ESHMURODOVA GULRUX

BALKA EGILISH TEBRANISHIGA KO'NDALANG KESIM
ELEMENTLARI SILJISHINING VA AYLANISH INERTSIYASINING
TA'SIRI

"5140300 -mexanika" ta'lim yunalishi bo'yicha

Bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar:

ass. Nishonov O'.

2016 yil "____" _____

Bitiruv malakaviy ishi "Nazariy va amaliy mexanika" kafedrasida bajarildi.

Kafedraning 2016 yil "29" maydagi majlisida muhokama qilindi
va himoyaga tavsiya etildi (10-bayonnoma)

Fakultet dekani:

dots. Ro'zimurodov X.

Kafedra mudiri:

dots. Berdiyev Sh.

Bitiruv malakaviy ishi YaDAKning 2016 yil "____" iyundagi majlisida
himoya qilindi va _____ ball bilan baholandi. (____ - bayonnoma)

YaDAK raisi: _____

A'zolar: _____

Samarqand 2016

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Eshmurodova Gulruxning “5440300-Mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun “Balka egilish tebranishiga ko’ndalang
kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri” mavzusidagi
bitiruv malakaviy ishiga
T A Q R I Z**

Har qanday inshoot yoki mashinaning tarkibiga kiradigan barcha qismi ma’lum darajada elastik bo’lganidan tebranish qobiliyatiga egadir. Tebranuvchi konstruksiyalarni hamma joyda uchratishimiz mumkin. Shu sababli ularning tebranishlarini turli effektlar ta’sirini hisobga olgan holda o’rganish muhim ahamiyatga ega. Balka ko’rinishidagi konstruksiya elementlari tebranishlarini o’rganish ham deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasining dolzarb masalalaridan hisoblanadi.

Malakaviy bitiruv ishida balka egilish tebranishi ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri hisobga olgan holda o’rganilgan.

Ushbu bitiruv ishi doirasida turli ko’rinishdagi tashqi kuch, ichki mexanik effektlar va chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda balkalarning ko’ndalang tebranishlari o’rganilgan. Shuningdek ishda balkalarning egilish tebranishi, ko’ndalang majburiy tebranishlari, balka egilish tebranishiga ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri kabi masalalarni yechish hamda yechimlar asosida taqsimlangan massali elastik sistemalarning xususiy chastota soni va tebranish formasi aniqlashni ularning uchlarinig har xil mahkamlanishidan bog’liq holda o’rganish vazifalari bajarilgan.

Talaba Eshmurodova Gulruxning “5440300-mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr darajasini olish uchun yozgan ushbu bitiruv malakaviy ishida qaralgan masalalarning amaliy ahamiyati va muhimligi yuqorida qayd etilgan fikrlar mazkur bitiruv ishini talab darajasida va qilingan ishni 75 ballga loyiq deb hisoblayman.

Taqrizchi:

“Amaliy matematika”

kafedراسи dotsenti

A.Boboyorov

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Eshmurodova Gulruxning “5440300-Mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun “Balka egilish tebranishiga ko’ndalang
kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri” mavzusidagi
bitiruv malakaviy ishiga
M U L O H A Z A**

Bitiruv malakaviy ishida erkinlik darajasi cheksiz bo’lgan yoyilgan massali sistemalardan balka egilish tebranishiga ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri hisobga olgan holda erkin va majburiy tebranishlarini tadqiq qilish masalasi qo’yildi.

Qaralayotgan masalada sistemali erkinlik darajasi cheksiz ko’p bo’lgani uchun xususiy chastotta soni va tebranish formasi ham cheksiz miqdorda bo’ladi. Sistemaning xususiy tebranish chastotasi va tebranish formasi ma’lum bo’lsa, uning majburiy tebranishini oddiy usullardan foydalanib o’rganishimiz mumkin. Sterjen va balkalarning harakat tenglamalarini unga ta’sir etuvchi kuchlar ta’siri shartiga ko’ra hosil qilish va hosil qilingan yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish hamda olingan yechimlar asosida mexanik xulosalar chiqarish ishga ijodiy yondashishni talab qiladi.

Ishda balka egilish tebranishiga ko’ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta’siri, ko’ndalang majburiy tebranishi tenglamalari, davriy ko’ndalang kuchning egilishga ta’siri, uzluksiz ko’ndalang yuklanish ta’siridagi balkaning egilish tebranishi tenglamalarining keltirib chiqarilishi o’rganilgan. O’rganilgan tenglamalar asosida balka egilish tebranishi tenglamasining umumiy yechimi yordamida balka o’qi bo’ylab ta’sir qiluvchi kuchni hisobga olganda tebranish tenglamalari yechimlari, siljish deformatsiyasi va aylanish inertsiasining ta’sirini hisobga olgan holda tebranish tenglamasi yechimini topish va yechimlar asosida balka egilish formalarini aniqlash ishlari bajarilgan.

Talaba Eshmurodova Gulruxning ijodiy intilishi masalani keng tahlil qilishga xulosalar va tatbiqlarni yoritilishi mazkur malakaviy bitiruv ishi qo’yilgan barcha talablarga javob berishini ko’rsatadi. Shuning uchun mazkur malakaviy bitiruv ishi 78 ballga baholash mumkin deb hisoblayman.

Ilmiy rahbar:

ass. Nishonov O’.

MUNDARIJA

KIRISH.....	3
--------------------	----------

I-BOB. BALKALARNING KO'NDALANG TEBRANISH TENGLAMALARINI KELTIRIB CHIQRISH

1.1-§. Balkalarning erkin ko'ndalang tebranish tenglamalari.....	5
1.2-§. Balka egilish tebranishiga bo'ylama kuchlarning ta'siri hisobga olingan hol.....	7
1.3-§. Balka egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri.....	9
1.4-§. Balkalarning ko'ndalang majburiy tebranishi.....	12
1.5-§. Davriy ko'ndalang kuchning egilishga ta'siri.....	14
1.6-§. Uzlaksiz ko'ndalang yuklanish ta'siridagi balkaning egilish tebranishi.....	16

II-BOB. BALKA EGILISH TEBRANISHI TENGLAMALARINING YECHIMLARI

2.1-§. Balka egilish tebranishi tenglamasining umumiy yechimi.....	18
2.2-§. Balka o'qi bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchni hisobga olganda tebranish tenglamalari yechimlari.....	27
2.3-§. Siljish deformatsiyasi va aylanish inersiasining ta'sirini hisobga olgan holda tebranish tenglamasi yechimi	29
XULOSA.....	32

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.....	33
--	-----------

KIRISH

Masalaning qo'yilishi. Bitiruv malakaviy ishida taqsimlangan massali sistemalardan balka egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri tashqi dinamik kuchlar ta'siridagi majburiy tebranishlarini chetlarini mahkamlanishidan bog'liq hollarini tadqiq qilish masalasi qo'yilgan.

Mavzuning dolzarbligi. Tebranuvchi konstruksiyalarni hamma joyda uchratishimiz mumkin. Shu sababli ularning tebranishlarini turli effektlar ta'sirini hisobga olgan holda o'rganish muhim ahamiyatga ega. Sterjen ko'rinishidagi konstruksiya elementlari tebranishlarini o'rganish ham deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasining dolzarb masalalaridan hisoblanadi.

Ishning maqsad va vazifalari. Ushbu bitiruv ishi doirasida turli ko'rinishdagi tashqi kuch, ichki mexanik effektlar va chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda balkalarning ko'ndalang tebranishlari o'rganilgan. Ishda balkalarning egilish tebranishi, ko'ndalang majburiy tebranishlari, balka egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri kabi masalalarni yechish hamda yechimlar asosida taqsimlangan massali elastik sistemalarning xususiy chastotta soni va tebranish formasi aniqlashni ularning uchlarinig har xil mahkamlanishidan bog'liq holda o'rganish vazifalari maqsad qilib qo'yildi.

Ishning ilmiy tadqiqot usuli. Balka tebranishlarini o'rganishda qaralayotgan sistema uchun normal koordinatalardan kiritilib, kinetik va potensial energiyalar ular orqali ifodalangan. Ortogonallik sharti bilan tashqi kuchning turli ko'rinishlarida balka tebranish tenglamalarining yechimlari olingan. Elastik sistemaning tebranma harakatiga oid masalalarni yechishda, sistema tarkibidagi elementlarning ba'zi qismini elastik deb qarab, uning deformatsiyasini hisobga olish bilan birga, boshqa qismini absolyut qattiq deb, faqat uning inersiya kuchinigina e'tiborga olib, masala sxemasini oddiylashtirish mumkin. Shuning uchun elastic sistema tarkibidagi elementlarning hajmi bo'yicha qoplangan massani va uning deformatsiyalanish hossasini hisobga olib tekshirilsa uning erkinlik darajasi cheksiz ko'p miqdor bo'ladi.

Ishning ilmiy ahamiyati. Taqsimlangan massali elastic sistemali erkinlik darajasi cheksiz ko'p bo'lgan bilan xususiy chastotta soni va tebranish formasi ham cheksiz miqdorda bo'ladi. Sistemaning xususiy tebranish chastotasi va tebranish formasi ma'lum bo'lsa, uning majburiy tebranishini oddiy usullardan foydalanib o'rganishimiz mumkin. Sterjen va balkalarning harakat tenglamalarini unga ta'sir etuvchi kuchlar ta'siri shartiga ko'ra hosil qilish va hosil qilingan yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish hamda olingan yechimlar asosida mexanik xulosalar chiqarish ishga ijodiy yondashishni talab qiladi. Olingan natijalarni plastinka va qobiqlarning harakatlanuvchi yuklanish ta'sirida tebranishlarini o'rganishga tadbir etib rivojlantirish mumkin.

Ishning amaliy ahamiyati. Texnika va muhandislik qurilmalaridagi har qanday inshoot yoki mashinaning tarkibiga kiruvchi barcha qismlari ma'lum darajada elastik bo'lganidan tebranish qobiliyatiga egadir. Bu tebranishlarni etarli darajada aniqlikda qurilmalarni turli fizik mexanik xususiyatlarini hisobga olish, bu turdagi masalalar bilan ishlash dinamik jarayonlarni chuqur o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi.

Ishning tuzilishi. Maskur bitiruv malakaviy ishi kirish, ikkita bob birinchi bob oltita paragraf, ikkinchi bob uchta paragrafdan tashkil topgan bo'lib, ishning xulosasi bilan yakunlangan. Bitiruv ishi ___ betni tashkil etadi, foydalanilgan adabiyotlar soni 6 ta.

Olingan natijalarning qisqacha mazmuni. Taqsimlangan massali elastik jismlardan ko'ndalang kesimi o'zgarmas balkalarning o'z og'irligidan va tashqi yuklanishlardan hosil bo'ladigan dinamik egilishlarini chetlarini mahkamlanishidan bog'liq hollarini tadqiq qilish maqsadida balkalarning erkin ko'ndalang tebranish tenglamalari, egilish tebranishiga bo'ylama kuchlarning ta'siri hisobga olingan hol uchun tenglamalar, egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri, ko'ndalang majburiy tebranishi tenglamalari, davriy ko'ndalang kuchning egilishga ta'siri, uzluksiz ko'ndalang yuklanish ta'siridagi balkaning egilish tebranishi tenglamalarining keltirib chiqarilishi o'rganildi. O'rganilgan tenglamalar asosida balka egilish tebranishi tenglamasining umumiy yechimi yordamida balka o'qi bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchni hisobga olganda tebranish tenglamalari yechimlari, siljish deformatsiyasi va aylanish inertsiasining ta'sirini hisobga olgan holda

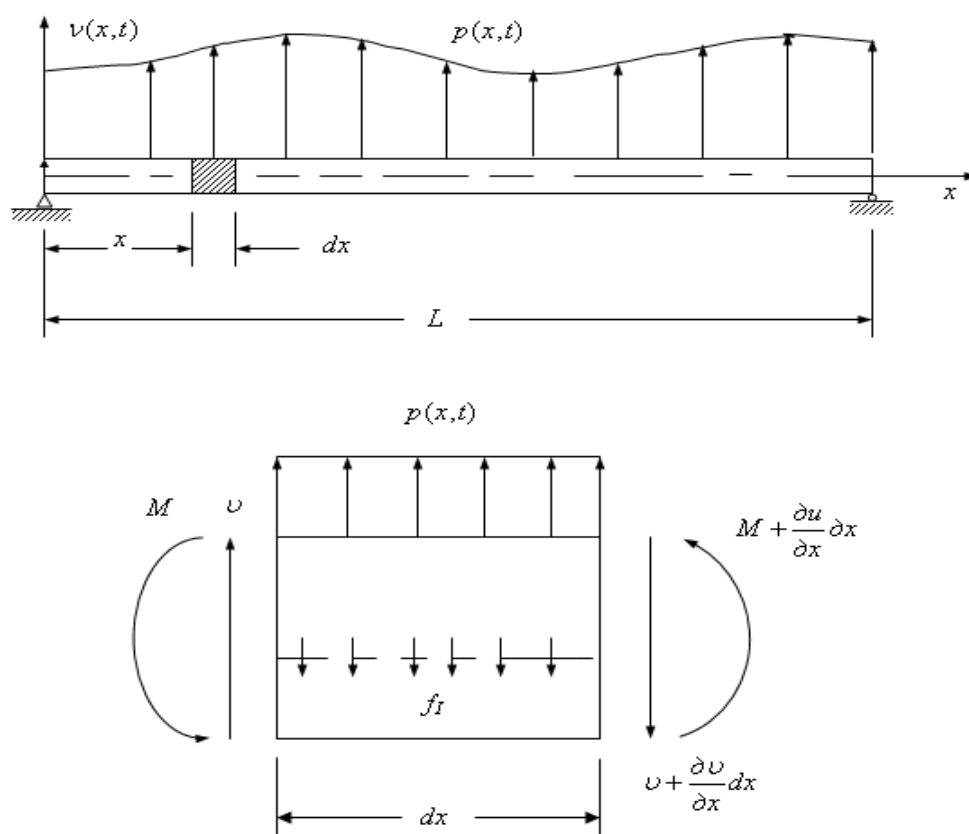
tebranish tenglamasi yechimini topish va yechimlar asosida balka egilish formalarini aniqlash ishlari bajarildi.

I-BOB. BALKALARNING KO'NDALANG TEBRANISH TENGLAMALARINI KELITIRIB CHIQUARISH

1.1-§. Balkalarning erkin ko'ndalang tebranish tenglamalari

Balkadan dx elementni ajratib, unga Dalamber prinsipini tadbiq qilamiz, ajratilgan elementga qo'yilgan yuklar bilan bir qatorda, unga inerssiya kuchi

$\rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$ ni ham qo'yamiz (1.1-chizma).



1.1- chizma. Tashqi dinamik kuch ta'siri ostidagi balka: a) balka xususiyatlari va koordinatalar; b) chekli elementga ta'sir qiluvchi kuchlar.

Dastlab 1.1a-chizmada keltirilgan balkaning tebranish tenglamalarini keltirib chiqaramiz. Bu balkaning fizik xususiyatlari $EI(x)$ egilish qattiqligi $m(x)$ birlik uzunligidagi massa. Bularning ikkovi ham x o'zgarishi bilan ixtiyoriy qiymat qabul qilishi mumkin. Ko'ndalang kuch $P(x,t)$ koordinata va vaqtning ixtiyoriy funksiyasi, hamda $v(x,t)$ ko'ndalang ko'chish bu o'zgaruvchilarning funksiyasi bo'ladi. Balka uchlaridagi mahkamlanishlar ixtiyoriy qaralayotgan sxema holat

tenglamalari undan ajratib olingan biror kichik bo'lakka ta'sir qiluvchi kuchlarni muvozanat shartidan hosil qilinadi.

1.1b chizmada vertikal yo'nalishda ta'sir qiluvchi hamma kuchlarni yig'ib chiqib quyidagi dinamik muvozanat tenglamasiga kiramiz.

$$V + p dx - (V + \frac{dV}{dx} dx) - f_i dx = 0 \quad (1.1)$$

Bunda $f_i dx$ ko'ndalang inersiya kuchini bildiradi, hamda massa va lokal tezlanish ko'paytmasiga teng.

$$f_i dx = -m dx \frac{d^2 v}{dt^2} \quad (1.2)$$

(1.2) ni (1.1) ga olib borib, uni soddalashtirganimizdan keyin formulaga ega bo'lamiz.

$$\frac{dV}{dx} = p - m \frac{d^2 v}{dt^2} \quad (1.3)$$

Endi qaralayotgan elastik sistemaga ta'sir qilayotgan momentlarning muvozanatini qaraymiz:

$$M + V dx - (M + \frac{dM}{dx} dx) = 0. \quad (1.4)$$

Buni soddalashtirib quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$\frac{dM}{dx} = V. \quad (1.5)$$

Momentlar muvozanati qaralayotganda inersiya kuchlari hisobga olinmagan (1.5) dan x bo'yicha bir marta hosila olamiz va uni (1.3) tenglamaga olib borib qo'yib quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + m \frac{d^2 v}{dt^2} = p \quad (1.6)$$

Nihoyat elementar sterjren nazariyasiga ko'ra eguvchi momentning ($M = d^2v/dx^2$) ifodasini hisobga olib balkaning ko'ndalang tebranishlarini ifodalovchi xususiy hosilani differensial tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = p \quad (1.7)$$

Bunda EI x ga bog'liq o'zgaradi.

1.2-§. Balka egilish tebranishiga bo'ylama kuchlarning ta'siri hisobga olingan hol

Bundan oldingi holatdagi ko'ndalang ta'sir qiluvchi kuch bilan birgalikda sterjren o'qi yo'nalishida bo'ylama kuch ham ta'sir qilsin. 1.1 chizmada tasvirlangan N kuch ham umumiy holda x ning funksiyasi bo'ladi. Lekin biz $N = const$ bo'lgan hol bilan chegaralanamiz. Dinamik muvozanat tenglamalari bu holda ham o'zgarmaydi, chunki bo'ylama ta'sir kuchining bu yo'nalish bo'yicha proyeksiyasi nol ga teng.

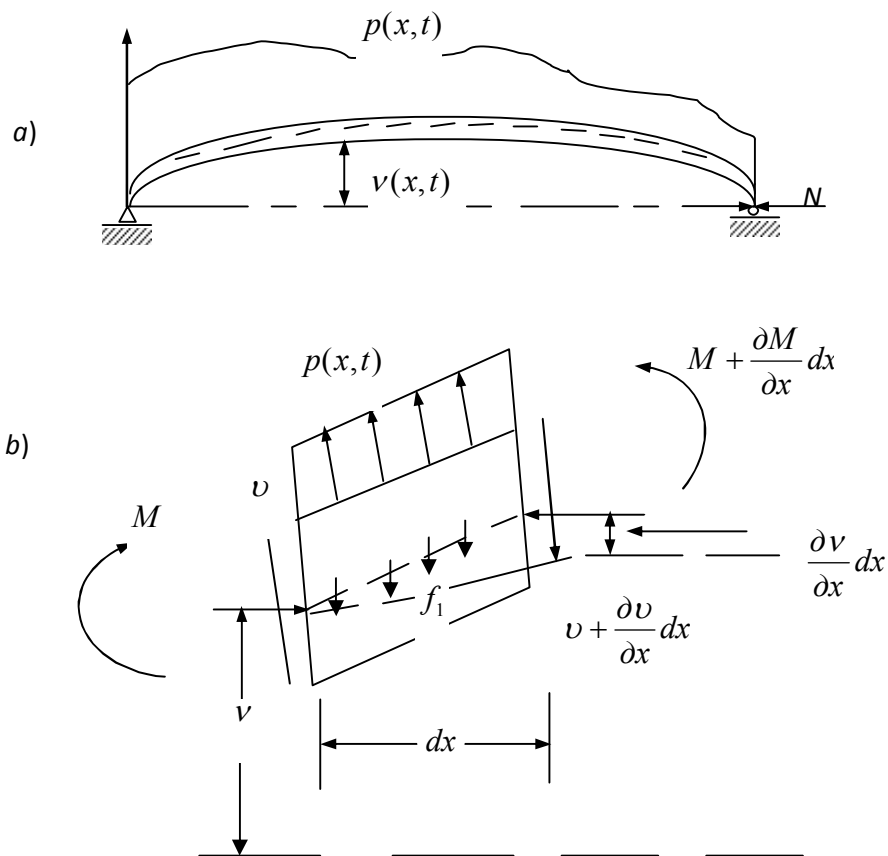
Momentlarning muvozanat sharti esa funksiyaga bo'linadi.

$$M + Vdx - N \frac{dv}{dx} dx - \left(M + \frac{dM}{dx} dx \right) = 0. \quad (1.8)$$

Bundan V funksiya topiladi.

$$V = N \frac{dv}{dx} + \frac{dM}{dx} \quad (1.9)$$

V ning mukammallashtirilgan (1.9) ifodasini (1.3) tenglamaga olib borib qo'yib bo'ylama kuch ta'sirini hisobga oluvchi tebranish tenglamasini hosil qilamiz.



1.2-chizma. O'q bo'lab statik kuch va ko'ndalang dinamik kuch qo'yilgan balka

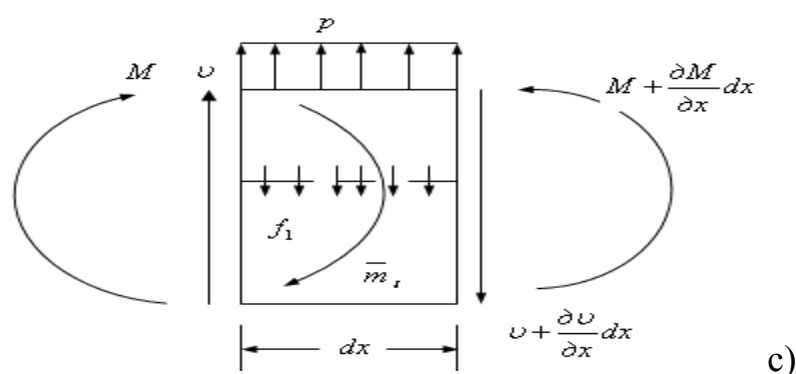
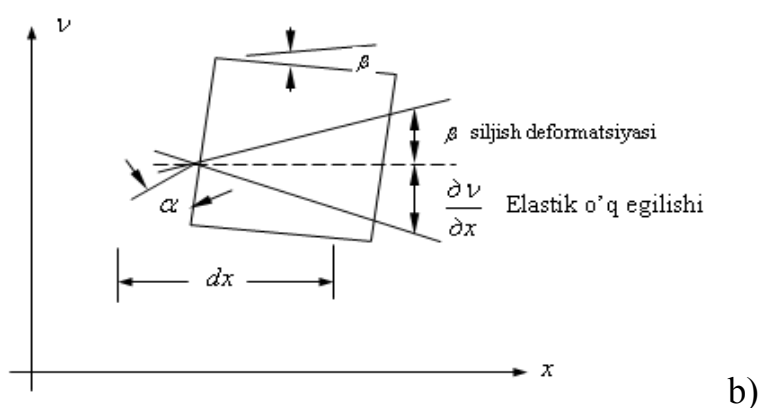
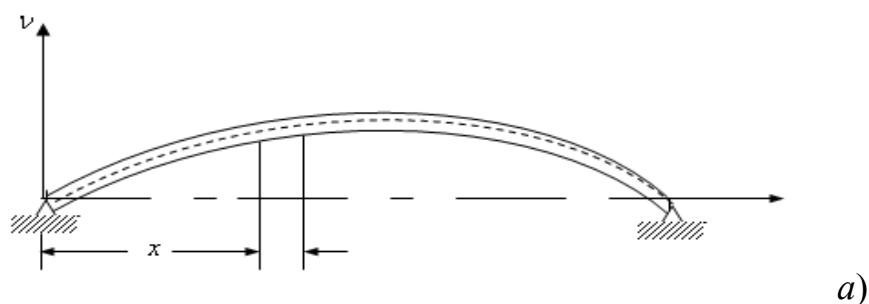
$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) + N \frac{d^2 v}{dx^2} + m \frac{d^2 v}{dt^2} = p \quad (1.10)$$

Bunda bo'ylama kuch va egilishning ko'paytmasi effektiv ko'ndalang ta'sirni yuzaga keltiradi. Shuni aytib o'tish kerak V kuch vertikal yo'nalishda ta'sir qiladi, lekin siljish kuchi emas. Chunki u elastik o'q normaliga ta'sir qilmaydi.

1.3-§. Balka egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari

siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri

(1.7) yoki (1.10) tenglamalar juda keng qo'llaniladi. Lekin bu yerda ham siljish kuchlari ta'sirida yuzaga keluvchi differentsiya va aylanish tezlanishi hisobga olinmagan. 1.3b chizmada balka egilishi komponentalari keltirilgan. Aylanish inersiyasi sterjrenning dastlabki holatdagi ko'ndalang kesishi vertikal holatdan burilishiga aytiladi. Siljish differentsiyasi esa dastlabki holatdagi gorizontol holatga nisbatan o'zgarishi sifatida olinadi.



1.3-chizma. Siljish deformatsiyasi va aylanish inertsiasining ta'siri: a) sterjrenning dinamik egilishi; b) kichik elementning deformatsiyasi; c) kichik elementga ta'sir qiluvchi kuchlar.

1.3c chizmada kichik elementga ta'sir qiluvchi kuchlar muvozanatini qaraymiz (soddalik uchun bo'ylama kuch hisobga olinmagan). Aylanish inersiyasi ko'ndalang kuchlar muvozanatiga ta'sir qilinmaydi va (1.3) o'zgarmasdan qoladi. Birlik uzunlikdagi m_i aylanish inersiyasi hisobga olingan holda momentlar muvozanati tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$M + Vdx + m_i dx - (M + \frac{dM}{dx} dx) = 0 \quad (1.11)$$

Aylanish inersiyasi jismdagi massaning inersiya momenti va burchak tezlanishiga teng.

$$m_i = pI \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$$

bu yerda p - zichlik, I - ko'ndalang kesilgan yuzasining inersiya momenti, bunda

$$m_i = m \frac{I}{A} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = mr^2 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (1.12)$$

$r^2 = I / A$ - ko'ndalang kesim aylanish radiusi. Bularni (1.11) ga olib borib qo'yamiz va soddalashtirishlardan so'ng

$$\frac{dM}{dx} = V + mr^2 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (1.13)$$

ga ega bo'lamiz.

Siljish kuchlari va burilish burchagi β quyidagicha bog'langan

$$V = k'AG\beta$$

bunda $k'A$ kesimning siljish sohasi (to'g'ri burchakli soha uchun $k' = \frac{5}{6}$ olinadi).

Bu ifodani differensiallab (1.3) ga olib borib qo'yamiz

$$\frac{d}{dx}(k'G\beta) = p - m \frac{d^2v}{dt^2} \quad (1.3 a)$$

α burilish burchagi va egilish momenti quyidagicha bog'langan

$$M - EI \frac{d\alpha}{dx}$$

Buni differensiallab siljish bilan birga (1.13) olib borib qo'yamiz

$$\frac{d}{dx}(EI \frac{d\alpha}{dx}) = k'AG\beta + mr^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad (1.13a)$$

Ikkita burchak orasidagi matematik munosabat quyidagicha (1.3c ga qarang)

$$\beta = \alpha - \frac{dv}{dx}$$

Yuqoridagilarni ikkita muvozanat tenglamalariga olib borib qo'yamiz.

$$\frac{d}{dx} \left[k'AG \left(\alpha - \frac{dv}{dx} \right) \right] = p - m \frac{d^2v}{dt^2} \quad (1.14a)$$

$$\frac{d}{dx} \left(E \frac{d\alpha}{dx} \right) = k'AG \left(\alpha - \frac{dv}{dx} \right) + mr^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad (1.14c)$$

Nihoyat, α burchakning x bo'yicha hosilasini (1.14a) dan topamiz.

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{1}{k'AG} \left(p - m \frac{d^2v}{dt^2} \right) \quad (1.15)$$

(1.14c) ni x bo'yicha differensiallaymiz va $\partial\alpha/\partial x$ hosilani (1.15) dan hisobga olib quyidagi tenglamaga kelamiz.

$$\begin{aligned}
& \underbrace{EI \frac{d^4 v}{dx^4} - (p - m \frac{d^2 v}{dt^2})}_{\text{Elementar hol}} - \underbrace{mr^2 \frac{d^4 v}{dx^2 dt^2}}_{\text{aylanish inersiyasi}} \\
& + \underbrace{\frac{EI}{k'AG} \frac{d^2}{dx^2} (p - m \frac{d^2 v}{dt^2})}_{\text{siljish deformatsiyasi}} - \underbrace{\frac{mr^2}{k'AG} \frac{d}{dt^2} (p - m \frac{d^2 v}{dt^2})}_{\text{ay-sh inersiyasi va s-sh def-yasi kombinatsiyasi}} = 0
\end{aligned} \tag{1.16}$$

(1.16) tenglamadagi har bir siljish differensiyasi va aylanish inersiyasi hadi elementar holga qo'yilgan.

1.4-§. Balkalarning ko'ndalang majburiy tebranishi

Egilish tebranishini bajaruvchi balkaning biror joyiga

$$P = P_0 \sin \omega t$$

Uyg'otuvchi kuch qo'yilgan bo'lsa, tebranishdagi egilgan o'qning harakat tenglamasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$v(x, t) = X(x) \sin \omega t \tag{1.17}$$

U holda p^2 ning o'rniga ω^2 ni qo'yish kerak. Shuning uchun kuch qo'yilgan kesim (1.17) tenglamani qanoatlantirishi zarur, chunki $P = P_0 \sin \omega t$ kuch qo'yilgan kesim balkani ikkita uchastkaga ajratayotir.

Egilish tebranishdagi balkaga, hajmiy uyg'otuvchi $q(x, t)$ ta'sir etsa, majburiy tebranish harakat differensial tenglamasi shu hol uchun chiqarilgan erkin tebranish tenglamasidan balkadan ajratilgan elementga qo'yilgan uyg'otuvchi kuchning mavjud bo'lishi bilan farqlanadi. U tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho F} \frac{\partial^4 v}{dx^4} = \frac{q(x, t)}{\rho F}. \tag{1.18}$$

Ilgarigidek, uyg'otuvchi kuch $q(x, t)$ va egilish $v(x, t)$ ni fundamental funksiya $X_i(x)$ bo'yicha qatorga ajratamiz.

$$q(x,t) = X_1(x)S_1(t) + X_2(x)S_2(t) + \dots + X_i(x)S_i(t) + \dots$$

$$v(x,t) = X_1(x)T_1(t) + X_2(x)T_2(t) + \dots + X_i(x)T_i(t) + \dots$$

$S_i(t)$ va $T_i(t)$ larni oldingi mulohazaga binoan quyidagicha aniqlaymiz:

$$T_i(t) = \frac{\int_0^i q(x,t)X_i(x)dx}{\int_0^i X_i^2(x)dx}. \quad (1.19)$$

$X_i(x)$ quyidagi tenglamaning integralidir:

$$\frac{EI}{\rho E} X_i^{IV} + p^2 X_i = 0 \quad (1.20)$$

$T_i(t)$ quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$T_i(t) + p_i^2 T_i(t) = \frac{S_i(t)}{\rho F}. \quad (1.21)$$

Buning integrali yana, ilgorigidek, quyidagicha yoziladi

$$T_i(t) = \frac{1}{\rho F p_i} \int_0^i S_i(\tau) \sin p_i(t - \tau) d\tau.$$

Bu ko'zda tutilsa, egilish funksiyasini quyidagiha bo'ladi:

$$v(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) T_i(t) \quad (1.22)$$

Bundan foydalanib eguvchi moment va kesib o'tuvchi kuchlar qiymatini topish qiyin emas.

$$\left. \begin{aligned} M(x,t) &= EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_{xi}^2}{dx^2} T_i(t) \\ Q(x,t) &= EI \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_{xi}^3}{dx^3} T_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

Bu formulalardan istalgan kesim uchun istalgan vaqtdan M va Q ni hisoblay olamiz.

1.5-§. Davriy ko'ndalang kuchning egilishga ta'siri

Misol sifatida $x = c$ kesimga qo'yilgan dariy $P = p_0 \sin \omega t$ kuch ta'sirida balkaning tebranishlarini qaraymiz. Umumlashgan kuch $\overline{\Phi}_i$ ni aniqlash uchun mos koordinataga $\delta\varphi_i$ orttirma beramiz. Bu orttirma

$$\delta v = \delta\varphi_i \sin \frac{i\pi x}{l}$$

egilishga mos keladi. Bunday egilishda o'rtalashgan P kuch

$$P\delta\varphi_i \sin \frac{i\pi c}{l} = P_0\delta\varphi_i \sin \omega t \sin \frac{i\pi l}{l}$$

ishni bajaradi.

Bu ishni umumlashgan kuchning ishi $\overline{\Phi}_i\delta\varphi_i$ ga tenglab quyidagini topamiz:

$$\overline{\Phi}_i = P_0 \sin \omega t \sin \frac{i\pi c}{l}.$$

Umumlashgan kuchning topilgan ifodasini umumiy yechimga qo'yib integrallashni bajaramiz va quyidagi yechimni olamiz

$$v = \frac{2gP_0l^3}{q} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi c}{l} \cdot \sin \frac{i\pi x}{l}}{b^2i^4\pi^4 - \omega^2l^4} \sin \omega t - \frac{2P_0l^5g\omega}{gb\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi c}{l} \cdot \sin \frac{i\pi x}{l}}{i^2(b^4i^4\pi^4 - \omega^2l^4)} \sin \frac{bi^2\pi^2t}{l^2}. \quad (1.24)$$

Birinchi yig'indi bilan ifodalanuvchi tebranish tashqi kuch bilan bir xil chastotaga ega bo'lib, majburiy tebranishga mos keladi. Ikkinchi yig'indi esa sistemaning erkin tebranishlarini ifodalaydi. Tashqi qarshilik bo'lganda vaqt o'tish bilan so'nib boradi va sistemaning «majburiy» tebranishlarini o'rganish asosiy masala hisoblanadi.

Shuni aytib o'tish kerakka, kuch qo'yilgan nuqta i - tebranish tipidagi tugun nuqtalardan biri bilan ustma-ust tushsa $\sin \frac{i\pi c}{l} = 0$ bo'ladi va (1.24) yechimdagi mos hadlar nolga aylanadi kuch i - tip tebranishni yuzaga keltirmaydi.

Agar kuchning qiymati sekin o'zgarsa, u holda w kichik (1.10) umumiy yechimda w ko'paytuvchi qatnashgan hadni tashlab yuborish mumkin; tashqari birinchi yig'indidagi $\omega^2 l^4$ kattalikni $b^2 i^4 \pi^4$ nisbatan kichik deb hisoblab tashlab yuboramiz. Natijada egilish uchun quyidagi ifodani olamiz

$$v = \frac{2gP_0 l^3 \sin \omega t}{qb^2 \pi^4} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi c}{l} \cdot \sin \frac{i\pi x}{l}}{i^4} = \frac{2Pl^3}{EJ\pi^4} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi c}{l} \sin \frac{i\pi x}{l}}{i^4}. \quad (1.25)$$

Bu ifoda c kesimga qo'yilgan P statik kuch ta'sirida egilishidir. Tashqi kuch chastatasi sistema xususiy tabranishlarning biror chastatasiga teng bo'lgan xususiy holni (rezonans hodisasini) qaraymiz

$$b^2 i^4 \pi^4 = \omega^2 l^4.$$

Bu holda (1.24) umumiy yechimdagi maxrajda qatnashuvchi hadlar nolga aylanadi. Ularni $\sum$ belgisidan tashqariga chiqarib aniqmaslikni yo'qotsak t - ko'paytuvchi qatnashgan natijaga ega bo'lamiz

$$\frac{P_0 g}{q\omega l} t \cos \omega t \sin \frac{i\pi c}{l} \sin \frac{i\pi x}{l} + \frac{P_0 g}{q\omega^2 l} \sin \omega t \sin \frac{i\pi c}{l} \sin \frac{i\pi x}{l}.$$

Tebranish amplitudasi vaqt o'tish bilan o'sib boradi. Shunga o'xshash natijada biz e'tiborga olmagan qarshilik hisobga olinganda ham erishish mumkin. Qarshilik kichik o'lchovlar katta bo'lgan amplituda katta qiymatga erishishi mumkin. Kichik kuch ham balkada katta egilishlarni, demak katta kuchlanishlarni yuzaga keltirish mumkin. Bunday holatlardan texnik hisoblarda balkaning ko'ndalang kesimini o'zgartirish bilan rezonans hodisasidan qochishga harakat qilinadi.

Agar qo'zg'atuvchi kuchning tebranish chastotasi ω balkaning xususiy tebranish chastotasidan kichik bo'lsa, ya'ni $\omega^2 l^2 / b \pi^2 = \alpha < 1$, u holda dinamik egilishlarni hisoblashda taqribiy formuladan foydalanish mumkin. Balka o'rtasining egilishi ifodasini tuzamiz. Buning uchun (1.10) umumiy yechimda $x = l/2$ deb olamiz.

$$v_{x=l/2} = \frac{2gP_0 l^3}{qb^2 \pi^4} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \sin \frac{(2k+1)\pi c}{l}}{(2k+1)^4 - \alpha^2} \sin \omega t - \frac{2gP_0 l^5 \omega}{qb \pi^2 b^2 \pi^4} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \sin \frac{(2k+1)\pi c}{l}}{(2k+1)^2 [(2k+1)^4 - \alpha^2]} \sin \frac{(2\omega + 1)^2 b \pi^2 t}{l^2}. \quad (1.26)$$

Agar P_0 statik kuch ta'sirida balka egilishini qarasak va balka o'rtasining statik egilishini f_{st} kabi belgilasak, o'rtadagi dinamik egilish

$$f_d = f_s + \left(\frac{1}{1 - \alpha^2} \sin \omega t - \alpha \sin \frac{b \pi^2 t}{l^2} \right)$$

kabi bo'ladi.

O'rtadagi eng noqulay egilish esa

$$(f_d)_{\max} = f_{st} \left(\frac{1}{1 - \alpha^2} + \alpha \right). \quad (1.27)$$

1.6-§. Uzlüksiz ko'ndalang yuklanish ta'siridagi balkaning egilish tebranishi

(1.24) yechimga ega bo'lgan holda uzluksiz taqsimlangan qiymati davriy o'zgaruvchi yuklanish ta'sirida balkaning tebranishlarini o'rganish mumkin. Faraz qilaylik $P \sin \omega t dc$ - dc uzunlikdagi elementga ta'sir etuvchi yuklanish bo'lsin (P - c dan bog'liq biror funksiya). (1.24) yechimda P_0 ning o'rniga pdc ni qo'yib va c bo'yicha 0 dan l gacha integrallab izlanayotgan yechimni

topamiz. $P = const$ bo'lgan holda balkaga tekis taqsimlangan vaqt davomida o'zgaruvchi yuklanish ta'sir etadi. Yuqoriy aytilgan integrallashni bajaramiz:

$$v = \frac{4gpl^4}{q\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{(2k+1)\pi x}{l} \cdot \sin \omega t}{(2k+1)[(2k+1)^4 b^2 \pi^4 - \omega^2 l^2]} - \frac{4gpl^6 \omega}{qb\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{(2k+1)\pi x}{l} \cdot \sin \frac{b(2k+1)^2 \pi^2 t}{l^2}}{(2k+1)^2 [(2k+1)^4 b^2 \pi^4 - \omega^2 l^4]}. \quad (1.28)$$

Yuklanish intensivligi sekin o'zgarganda ω kichik va u uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$v = \frac{4pl^4}{EJ\pi^6} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{(2k+1)\pi x}{l}}{(2k+1)^5}.$$

Bu balkaning statik egilishiga mos keladi.

Agar tebranish chastotasi xususiy tebranish chastotasidan kichik bo'lsa, eng katta dinamik egilishni (1.27) formula yordamida topish mumkin.

II-BOB. BALKA EGILISH TEBRANISHI TENGLAMALARINING YECHIMLARI

2.1-§. Balka egilish tebranishi tenglamasining umumiy yechimi

Ko'ndalang kesimi o'zgarmaydigan hol uchun $EI = const$ bo'lib, yuqoridagi tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\rho F}{EI} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

Oldingidek bu tenglamaning integralini

$$g = X(x)T(t) \quad (2.2)$$

Ko'rinishida tanlaymiz. U holda (2.2) ni (2.1) ga qo'yib quyidagi munosabatni hosil qilamiz:

$$\frac{\ddot{T}}{T} = -\frac{EI}{\rho F} \frac{X^{IV}}{X}. \quad (2.3)$$

Bu munosabat, koordinata x va vaqt t ning har qanday qiymatda aynan bajarilishi uchun, uning har ikkala tomoni bitta o'zgarmas songa teng bo'lishi kerak. Biz bu o'zgarmas sonni $-p^2$ orqali belgilaymiz, u holda yuqoridagi munosabatdan ikkita, bir-biridan mustasno, differensial tenglamalarni olamiz:

$$\ddot{T} + p^2 T = 0, \quad (2.4)$$

$$X^{IV} - \frac{\rho F p^2}{EI} X = 0 \quad (2.5)$$

(2.4) tenglama harakat chastotasi p bo'lgan tebranma xarakterligini ko'rsatadi. Uning integrali bizga ma'lumdir. (2.5) tenglama esa tebranma harakatning formasini aniqlaydi. Undagi o'zgarmas koeffisientni

$$k^4 = \frac{\rho F p^2}{EI} \quad (2.6)$$

Desak, tenglamaning integrali quyidagi ko'rinishda yoziladi

$$X(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \operatorname{sh} kx + C_4 \operatorname{ch} kx \quad (2.7)$$

Ammo (2.6) ko'rinishdagi tenglamaning integralini A.N.Krilov juda qulay va ixcham ko'rinishda bergan. Biz bu tenglamani yechimidan foydalanamiz:

$$X(x) = AS(kx) + BT(kx) + CU(kx) + DV(kx) \quad (2.8)$$

A, B, C, D integral o'zgarmovchilari, ularning chegara shartidan aniqladi. S, T, U, V funksiyalarning kombinasiyasidan iboratdir:

$$\left. \begin{aligned} S(kx) &= \frac{1}{2}(Chkx + \cos kx) \\ T(kx) &= \frac{1}{2}(shkx + \sin kx) \\ U(kx) &= \frac{1}{2}(Chkx - \cos kx) \\ T(kx) &= \frac{1}{2}(shkx - \sin kx) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Bu funksiyalarning ketma ket hosilalari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} S'(kx) &= kV(kx); & S''(kx) &= k^2U(kx); & S'''(kx) &= k^3T(kx) \\ T'(kx) &= kS(kx); & T''(kx) &= k^2V(kx); & T'''(kx) &= k^3U(kx) \\ U'(kx) &= kT(kx); & U''(kx) &= k^2S(kx); & U'''(kx) &= k^3V(kx) \\ V'(kx) &= kU(kx); & V''(kx) &= k^2T(kx); & V'''(kx) &= k^3S(kx) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$x = 0$ bo'lganda $S(0) = 1$ qolganlari nolga teng. S, T, U, V funksiyalarning bu xususiyatlari tufayli, integral o'zgarmovchilari A, B, C, D egilish funksiyasi x ning boshlang'ich qiymatlari va ularning hosilalari orqali juda qulay ifodalanadi:

$$X(0) = A; \quad X'(0) = kB; \quad X''(0) = k^2C; \quad X'''(0) = k^3D \quad (2.11)$$

Balkaning uchi qanday tartibda biriktirilgan bo'lmasin, to'rtta o'zgarmovchidan ikkitasi, albatta, nolga teng bo'ladi. Masalan, balkaning uchi qistirib tiralgan bo'lsin, u holda $X(0) = 0, X'(0) = 0$ bo'lib, $A = B = 0$ bo'ladi. Balkaning uchi erkin tiralgan bo'lsa, egilish va eguvchi moment holga teng bo'ladi:

$$X(0) = 0, \quad M = EIX''(0)T = 0, \quad X''(0) = 0,$$

demak, $A = C = 0$.

Agar balkaning uchi tiralagan, ya'ni erkin bo'lsa, eguvchi moment va kesib o'tuvchi kuch nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$M = EIX''(0)T = 0, \quad Q = EIX'''(0)T = 0$$

Demak, $X''(0) = 0; X'''(0) = 0$.

Shuning uchun: $C=D=0$ bo'ladi. Qolgan ikkita o'zgarmas sonlar balka ikkinchi uchining tiralish shartidan aniqlanadi.

Amaliy ahamiyatga ega bo'lgan bir nechta holarni tekshiramiz.

1-MASALA. Balka har ikkala uchi bilan tiralgan bo'lsin.(2.1-rasm).Koordinata boshini balkaning chap uchida olib, quyidagi chegaraviy shartni tuzamiz:

$$x = 0 \text{ bo'lganda } X(0) = 0 \quad X''(0) = 0$$

$$x = l \text{ bo'lganda } X(l) = 0 \quad X''(l) = 0$$

Chap tayanch uchun tuzilgan shartdan $A=C=0$ dir. U holda

$$X(x) = BT(kx) + DV(kx)$$

Bo'ladi. O'ng uchidagi shartdan (2.10) ni hisobga olsak, B va D ni aniqlash uchun quyidagi tenglamani olamiz:

$$BT(kl) + DV(kl) = 0$$

$$Bk^2V(kl) + Dk^2T(kl) = 0$$

Bu tenglama B va D ga nisbatan bir jinsli tenglama bo'lganidan, bu noma'lumlar noldan farq qilishi uchun, sistemaning determinantini nolga tenglashtirib, chastota tenglamasini chiqaramiz.

$$\begin{vmatrix} T(kl) & V(kl) \\ V(kl) & T(kl) \end{vmatrix} = 0.$$

Bundan

$$T^2(kl) - V^2(kl) = 0$$

Hosil bo'ladi. T va V ing qiymatini (2.9) dan keltirib qo'ysak, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$Shkl \sin kl = 0.$$

$Shkl \neq 0$ bo'lmaganidan, $\sin kl = 0$ bo'lishi kerak, demak,

$$kl = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots, n$$

K bilan tebranishning aynan chastotasini ifodalovchi p orasidagi (2.6) munosabatdan foydalanib, quyidagi formulani yozamiz:

$$p_n = (kl)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}} = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}}$$

Chastota natural sonlarning kvadratiga proporsional bo'lgan qator sonlarga teng cheksiz ko'p formalar to'plamidan iborat bo'lgan xususiy tebranishlarini olamiz. Endi bu tebranishlarga oid elastic chiziqli tenglamasini aniqlaymiz. Buning uchun B va D orasidagi munosabatni olamiz:

$$D = -\frac{T(kl)}{V(kl)} B, \quad \sin kl = 0$$

bo'lganidan, $T(kl) = V(kl) = \frac{1}{2} shkl$ va $D = -B$ bo'ladi.

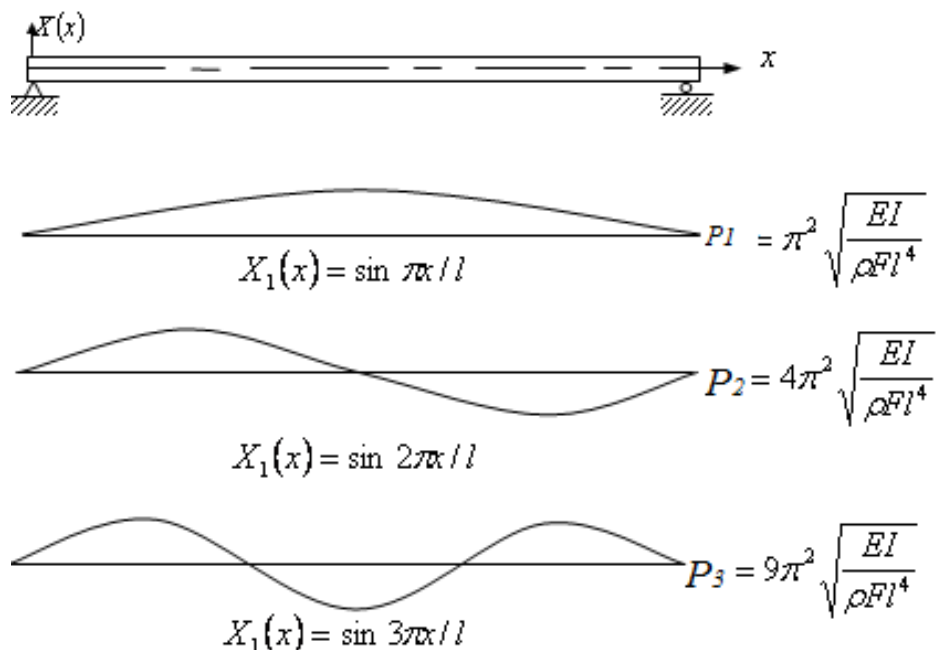
Binobarin, $X(x)$ ni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$X_n(x) = B \{T_n(k_n l) - V_n(k_n l)\} = B \sin \frac{n\pi x}{l}$$

$k_n = \frac{\pi n}{l}$ ekanligi ko'zda tutilsa, elastik chiziqli tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$X_n(x) = B \sin \frac{n\pi x}{l}$$

Demak, n tebranishga oid elastik chiziqli tenglamasi, yarim to'lqinlar soni n ta bo'lgan sinuslardan iborat bo'lar ekan. (2.1-rasm)



2.1-rasm

2-MASALA. Bir uchi qistirib tiralgan, boshqa uchi erkin bo'lgan balkaning erkin tebranishlarini tekshiramiz. (2.2-rasm). Chap tayanch uchun chegaraviy shart:

$$x = 0 \text{ bo'lganda } X(0) = 0 \quad X'(0) = 0$$

$$x = l \text{ bo'lgan erkin tomon uchun } X''(l) = 0 \quad X'''(l) = 0$$

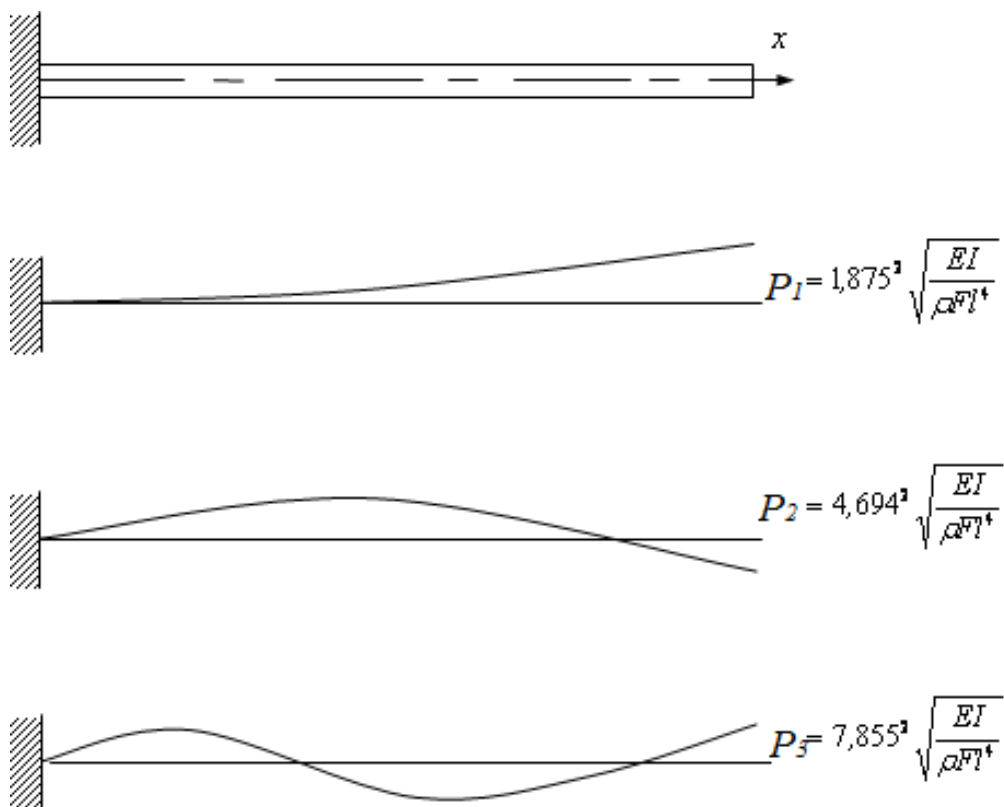
Bu shartlarning birinchisidan $a=b=0$ hosil bo'lib elastik chiziqlar tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$X(x) = CU(kx) + DV(kx)$$

Bu tenglamadan hamda balkaning erkin uchi uchun o'rinli chegaraviy shartdan foydalanib quyidagi chastota tenglamasini tuzamiz:

$$Ck^2 S(kl) + Dk^2 T(kl) = 0$$

$$Ck^3 V(kl) + Dk^3 S(kl) = 0$$



2.2-rasm

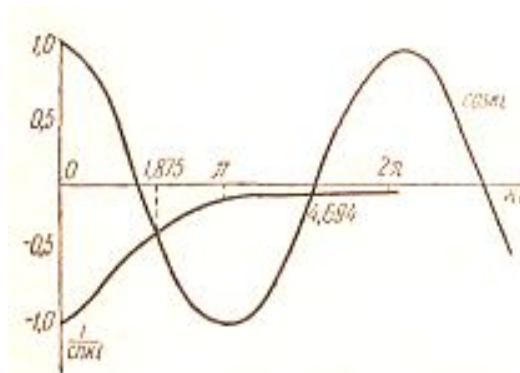
Bu tenglamalarning determinantini nolga tenglashtirib, transcendent tenglamani hosil qilamiz.

$$S^2(kl) - T(kl)V(kl) = 0$$

S, T, V larning qiymatini qo'ysak, tenglama quyidagicha yoziladi:

$$\cos kl = -\frac{1}{\cosh kl}$$

Bu tenglamamanning grafuk yechilishi 2.3- rasmda ko'rsatilgan.



2.3-rasm

Uning ildizlari:

$$(kl)_1 = 1,875$$

$$(kl)_2 = 4,694.$$

$n > 2$ bo'lgan hol uchun $(kl)_n \approx \frac{2n-1}{2}\pi$ bo'ladi. k ning bu qiymatlariga tegishli tebranish chastotasi quyidagich ifodalanadi:

$$p = (kl)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}} \quad p_1 = 3.52 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}} \quad p_2 = 22.0 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}}$$

$$p_n = \frac{(2n-1)^2}{4} \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho Fl^4}}$$

Tebranishlarning elastic chiziq formasi quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$X_n(x) = C \left\{ U(k_n l) - \frac{S(k_n l)}{T(k_n l)} \right\} V(k_n l)$$

$n=1, n=2, n=3$ bo'lgan hollarda elastic chiziq formalari 2.2-rasmda tasvirlangan

3-MASALA. Balkaning har ikkala uchi qistirib tiralgan bo'lsin (2.4-rasm). Bu hol uchun chegaraviy shart quyidagicha bo'ladi:

$$x=0 \text{ bo'lganda } X(0)=0 \quad X'(0)=0$$

$$x=l \text{ bo'lganda } X(l)=0 \quad X'(l)=0$$

Bu shartlar, chastotani aniqlash tenglamasini beradi:

$$\cos kl = \frac{1}{\cosh kl}$$

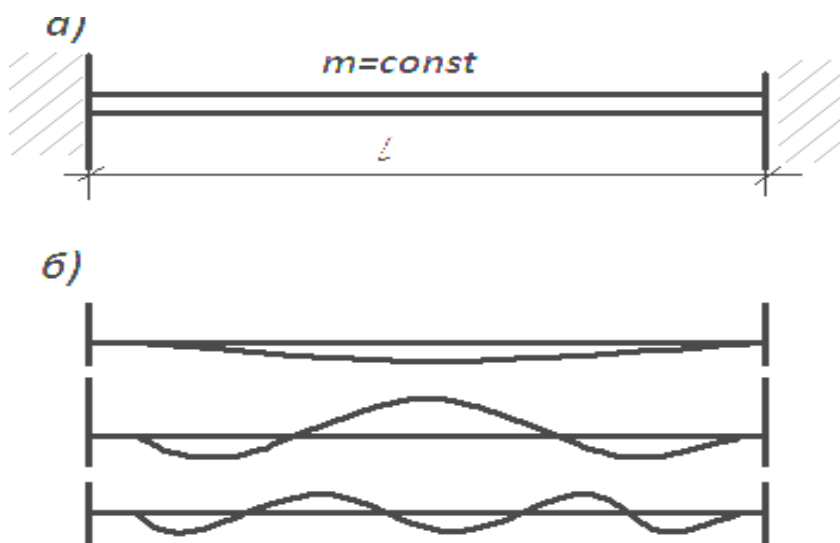
Buning ildizini ham grafik usulda toppish mumkin. Ular

$$(kl)_1 = 4,73$$

$$(kl)_2 = 7,813.$$

$n > 2$ bo'lgan hol uchun $(kl)_n = \frac{2n+1}{2}\pi$ bo'ladi. $n=1, n=2, n=3$ bo'lgan

hollarda elastic chiziq formalari 2.4-rasmida tasvirlangan



2.4-rasm

4-MASALA. Balka chap uchi qistirib tiralgan, o'ng uchi bilan esa tirab qo'yilgan bo'lsin (2.5-rasm). Bu hol uchun chegaraviy shart quyidagicha bo'ladi:

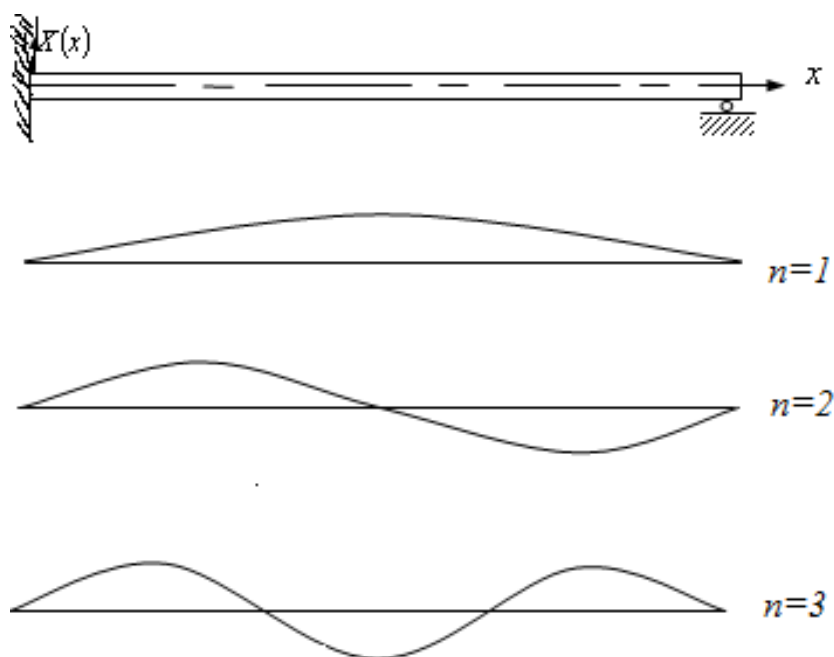
$$\text{Chap uchi uchun } x=0 \text{ bo'lganda } X(0)=0 \quad X'(0)=0$$

$$\text{O'ng uchi uchun } x=l \text{ bo'lganda } X(l)=0 \quad X''(l)=0$$

Bu shartlar, chastotani aniqlash tenglamasini beradi:

$$\operatorname{tg} kl = \tanh kl$$

Bu tenglamanin ildizlari: $(kl)_1 = 3,927; \quad (kl)_2 = 7,069; \quad \dots (kl)_n = \frac{4n+1}{4}\pi$



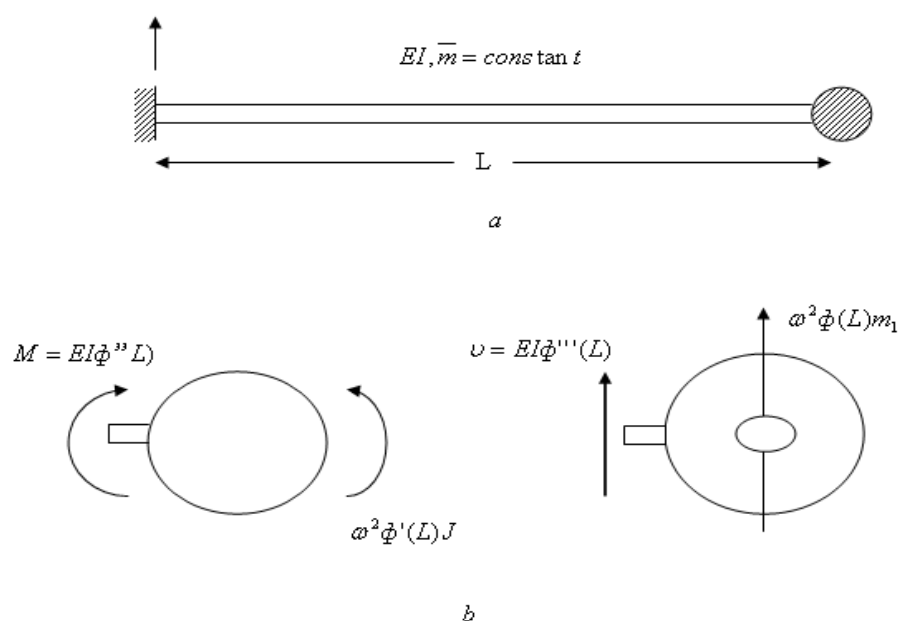
2.5-rasm

5-MASALA. Uchiga yuk qo'yilgan konsolli balka. 2.6-chizmada keltirilgan bir uchi qattiq mahkamlangan, ikkinchi uchiga yuk biriktirilgan balka uchun chegaraviy shartlarni tuzamiz. Birinchi uchda bundan oldingi masaladagi shartlar o'rinli. Ikkinchi uch uchun esa inersiya kuchini hisobga olamiz. 2.6- chizmada yuk osilgan uchga ta'sir qiluvchi kuchlar keltirilgan. Bu uch uchun chegaraviy shartlar quyidagicha bo'ladi.

$$EI\phi''(l) - \omega^2\phi'(l)S = 0$$

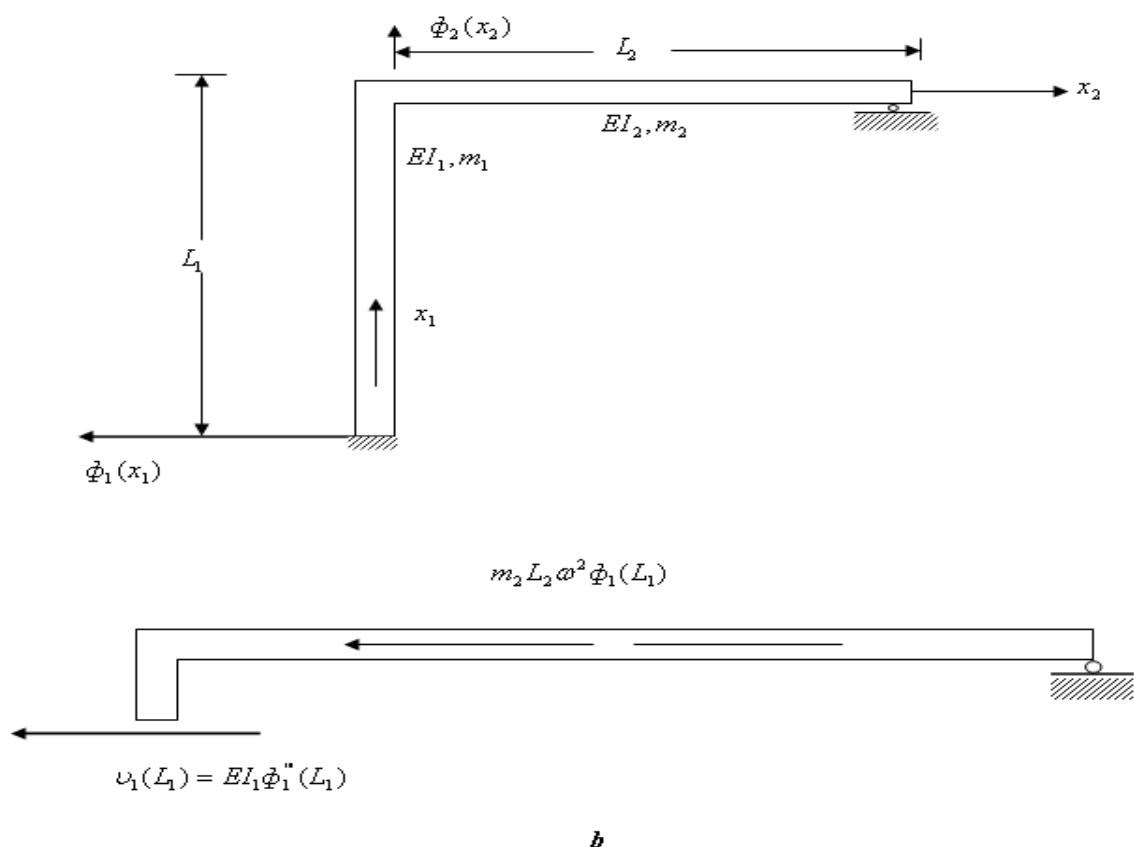
$$EI\phi'''(l) + \omega^2\phi(l)m_1 = 0$$

Bu yerda S , m_1 massali yukning inersiya momenti.



2.6-chizma. Uchiga yuk qo'yilgan sterjenning: a) sterjen xususiyatlari; b) yuk qo'yilgan uchga ta'sir qiluvchi kuchlar

6-MASALA 2.7 chizmada turli xususiyatli o'zaro to'g'ri burchak ostida biriktirilgan balka tasvirlangan. Ana shu balka tebranishlari uchun chegaraviy shartlarni tuzamiz. Buning uchun chizmada tasvirlangani kabi x_1 va x_2 koordinatalarni kiritamiz. Ikkita balka uchun ham (2.10) yechim o'rinli bo'lishi kerak va 8 ta koeffisientni topish talab qilinadi. Shunga mos 8 ta chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi kerak.



2.7-chizma. To'g'ri burchak ostida biriktirilgan ikkita balka

Birinchi balka qistirib mahkamlangan uchi uchun

$$x_1 = 0 \text{ da } \phi_1(0) = 0, \quad \phi_1'(0) = 0.$$

O'q bo'ylab cho'zilishni hisobga olmasdan ikkinchi balka uchun chegaraviy shartlar

$$\begin{aligned} x_2 = 0 \text{ da } \phi_2(0) &= 0 \\ x_2 = L_2 \text{ da } \phi_2(L_2) &= 0 \quad \phi_2''(L_2) = \frac{M(L_2)}{EI} = 0. \end{aligned}$$

Balkalar biriktirilgan (yoki o'zaro mahkamlangan) joyda burilish burchagi va momentlarning o'zaro tenglik sharti.

$$x_1 = L_1, x_2 = 0 \text{ da } \phi_1'(L_1) = \phi_2'(0) \quad EI\phi_1''(L_1) = EI\phi_2''(0).$$

2.7 chizmada tasvirlangan birinchi balkadagi kesuvchi kuch va ikkinchi balkadagi inersiya kuchlari tengligidan 8 -chegaraviy shartni yozamiz.

$$x_1 = L_1 \quad da \quad EI_1 \phi_1''(L_1) + m_2 L_2 \omega^2 \phi_1(L_1) = 0.$$

Bu 8 ta chegaraviy shartlar 8 ta (har bir balka uchun 4 tadan) koeffisientlarga nisbatan bir jinsli tenglamalar sistemasi bo'lib, uning 8×8 o'lg'flovli asosiy determinantni 0 ga tenglab chastota tenglamasiga kelamiz. Buni kompyuterda maxsus programma yordamida yechish mumkin.

2.2-§. Balka o'qi bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchni hisobga olganda tebranish tenglamalari yechimlari

Bo'ylama ta'sir etuvchi kuch ham balka tebranishlarida chastota va tebranish chastotasiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Erkin tebranishlarda bo'ylama N kuch sterjen kesimlari bo'ylab bir xil taqsimlangan N kuch hisobga olgan holda tebranish tenglamasi

$$EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (2.12)$$

o'zgaruvchilarni ajratgan holda yechimni izlaymiz va quyidagi tenglamaga kelamiz.

$$\frac{EI \phi^4(x)}{\phi(x)} + \frac{N \phi''(x)}{\phi(x)} = -m \frac{\ddot{Y}(t)}{Y(t)} = C. \quad (2.13)$$

Bundan ikkita o'zaro bog'lanmagan differensial tenglamaga kelamiz.

$$\ddot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = 0, \quad (2.14)$$

$$EI \phi^4(x) + N \phi''(x) - m \omega^2 \phi(x) = 0, \quad (2.15)$$

bu yerda $C - m \omega^2$ bilan almashtirilgan.

asosiy tenglamada bo'ylama kuch effekti qatnashmaydi va u balkaning erkin tebranish tenglamasi bilan bir xil N kuch asosiy parametrdir.

$$\phi^{IV}(x) + g^2 \phi''(x) - a^4 \phi(x) = 0, \quad (2.16)$$

Bu yerda

$$a^4 = \frac{m\omega^2}{EI}, \quad g^2 = \frac{N}{EI}. \quad (2.17)$$

U holda tenglama

$$(S^4 + g^2 s^2 - a^4) C e^{sx} = 0.$$

Bundan

$$S = \pm i\delta \pm \varepsilon,$$

bu yerda

$$\delta = \sqrt{(a^4 + \frac{g^4}{4})^{\frac{1}{2}} + \frac{g^2}{2}}, \quad \varepsilon = \sqrt{(a^4 + \frac{g^4}{4})^{\frac{1}{2}} - \frac{g^2}{2}}. \quad (2.18)$$

Ushbu to'rtta qiymatni yechimga olib borib qo'yamiz, hamda eksponensial funksiyani trigonometrik va giperbolik ekvivalentlari bilan almashtirib quyidagi tebranish formasini hosil qilamiz.

$$\phi(x) = D_1 \sin \delta x + D_2 \cos \delta x + D_3 \operatorname{sh} \varepsilon x + D_4 \operatorname{ch} \varepsilon x. \quad (2.19)$$

(2.19) bo'ylama kuchning ixtiyoriy qiymatida boshqa tebranish formasini ifodalaydi. D_1, D_2, D_3, D_4 koeffisientlar chegaraviy shartlardan aniqlanadi. Agar bo'ylama kuchni hisobga olmasak, ya'ni $N=0$ bo'lsa, bundan $g=0$. U holda $\delta = \varepsilon = 0$. Boshqa tomondan statik (tebranmaydigan) holda (bu yerda $\omega = 0$, $a=0$) $\delta = g$, bundan esa $\varepsilon = 0$. Statik egilish uchun quyidagi tebranish formasi o'rinli:

$$\phi(x) = D_1 \sin gx + D_2 \cos gx + D_3 + D_4 x. \quad (2.20)$$

Bunda oxirgi ikkita had S ning nolga teng qiymatiga mos keladi. Bu holda chegaraviy shartlardan N_{0r} kritik kuchni topish mumkin.

2.3-§. Siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasining ta'sirini hisobga olgan holda tebranish tenglamasi yechimi

Agar (1.16) tenglamada tashqi P kuchni tashlab yuborsak siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasini o'z ichiga olgan balkaning erkin ko'ndalang tebranish tenglamasiga kelimiz.

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \bar{m} r^2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}}{k'AG} \left(\bar{m} r^2 \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} - EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} \right) = 0.$$

Bu tenglamaning yechimini vaqtning garmonik funksiyasi ko' rinishda tasvirlaymiz $v(x, t) = \Phi(x) \sin \omega t$. Berilgan tenglamaga uni olib borib qo'yib $\sin \omega t$ ga bo'lgandan so'ng, quyidagi tenglamaga kelimiz.

$$EI \phi^{IV}(x) - \bar{m} \omega^2 \phi(x) + \bar{m} r^2 \omega^2 \phi''(x) + \frac{\bar{m}}{k'AG} [\bar{m} r^2 \omega^2 \phi(x) + EI \phi''(x)] = 0.$$

$a^4 = \bar{m} \omega^2 / EI$ deb olamiz va

$$\phi^{IV}(x) - a^4 \phi(x) + a^4 r^2 \phi''(x) + \frac{\bar{m} \omega^2}{k'AG} [a^4 r^2 \phi(x) + \phi''(x)] = 0. \quad (2.21)$$

(2.21) tenglamani yechish ixtiyoriy chegaraviy shartlarda ham qiyin. Faqat erkin tayangan balka hamda siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasi effektning ta'siri sezilarli bo'ladi. Erkin tayangan bir jinsli balka uchun tebranish formasini quyidagi ko'rinishda tanlaymiz.

$$\phi(x) = A_1 \sin \frac{n\pi x}{\alpha}. \quad (2.22)$$

(2.20) ni (2.21) ga qo'yamiz va $\phi(x)$ ga bo'lib quyidagi tenglamaga kelimiz.

$$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 - a^4 - a^4 r^4 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{E}{k'G}\right) + a^4 r^2 \left(a^4 r^2 \frac{E}{k'G}\right) = 0. \quad (2.23)$$

Bu yerda

$$a^4 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4, \omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}.$$

(2.23) da birinchi ikkita had elementar holga mos keluvchi hadlar. Uchunchi haddagi 1 va $E/k'G$ larga mos ravishda aylanish inersiyasi va siljish deformatsiyasini hisobga oladi. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli balka uchun $E/k'G$ taxminan 3 ga teng. Demak bu holda siljish deformatsiyasi aylanish inersiyasiga nisbatan 3 marta sezilarli. Oxirgi hadni tashlab yuborib quyidagini topamiz.

$$a^4 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 \left[\frac{1}{1 + r^2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{E}{k'G}\right)} \right].$$

Yuqoridagi ifodaning qavs ichidagi hadi siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasini to'g'rilaydi. Keltirilgan effektlar n ning o'sishi bilan o'sadi, egiluvchanlik esa kamayadi. Bu yerda nr/L kichik bo'lib yuqoridagi ifodani boshqacharoq yozamiz.

$$a^4 \approx \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 \left[1 - \left(\frac{nr\pi}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{E}{k'G}\right) \right],$$

Bundan

$$\omega_n \approx n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{nr\pi}{L}\right)^2 \left(1 + \frac{E}{k'G}\right) \right]. \quad (2.24)$$

(2.23) dagi oxirgi had amaliy masalalarda nr/L 1 ga nisbatan juda kichik bo'lsa, ikkinchi muhim effekt hisoblanadi. Oxirgi hadni siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasi bilan taqqoslaymiz. Agar nr/L juda kichik bo'lsa, u holda $a^4 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4$ deb olish mumkin. Bundan oxirgi hadni quyidagicha yozamiz.

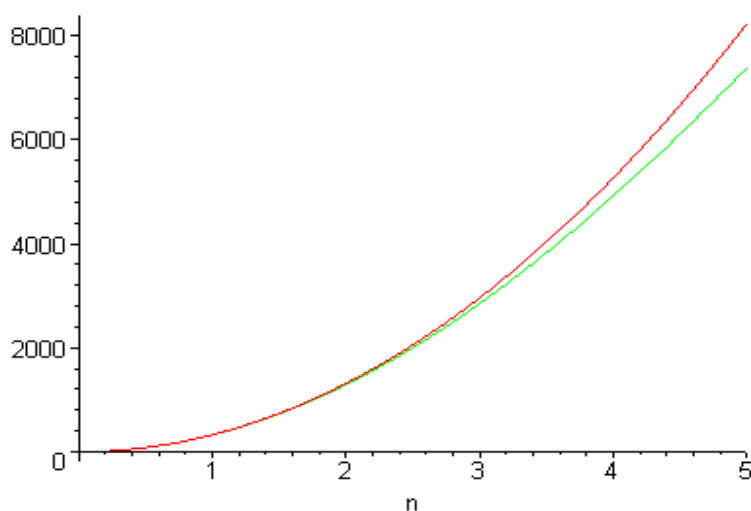
$$a^4 r^2 \left(a^2 r^2 \frac{E}{k'G}\right) \approx a^4 r^2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \left[\left(\frac{nr\pi}{L}\right)^2 \frac{E}{k'G}\right].$$

Ko'rinib turibdiki,

$$a^4 r^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \left[\left(\frac{nr\pi}{L} \right)^2 \frac{E}{k'G} \right] \leq a^4 r^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \left(1 + \frac{E}{k'G} \right).$$

Chunki $\frac{nr\pi}{L}$ 1 ga nisbatan juda kichik.

(2.24) formulaga asosan quyidagi chizmada siljish deformatsiyasi hisobga olingan va olinmagan hollar uchun chastota-to'lqin soni orasidagi bog'lanish keltirilgan.



2.8-chizma. Sterjen tebranishlariga siljish deformatsiyasining ta'siri

XULOSA

Bitiruv malakaviy ishi doirasida taqsimlangan massali sistemalardan balka egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri tashqi dinamik kuchlar ta'siridagi majburiy tebranishlarini chetlarini mahkamlanishidan bog'liq hollarini tadqiq qilish masalasi qaraldi.

Kirish qismida masala qo'yilishi, mavzuning dolzarbligi, maqsad va vazifalari, ilmiy va amaliy ahamiyati haqida tushunchalar berilgan.

Ishning birinchi bobida balkalarning erkin ko'ndalang tebranish tenglamalari, egilish tebranishiga bo'ylama kuchlarning ta'siri hisobga olingan hol uchun tenglamalar, egilish tebranishiga ko'ndalang kesim elementlari siljishining va aylanish inertsiasining ta'siri, ko'ndalang majburiy tebranishi tenglamalari, davriy ko'ndalang kuchning egilishga ta'siri, uzluksiz ko'ndalang yuklanish ta'siridagi balkaning egilish tebranishi tenglamalarining keltirib chiqarilishi o'rganildi.

Bitiruv ishining ikkinchi bobida birinchi bobda o'rganilgan tenglamalar asosida balka egilish tebranishi tenglamasining umumiy yechimi yordamida balka balka o'qi bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchni hisobga olganda tebranish tenglamalari yechimlari, siljish deformatsiyasi va aylanish inertsiasining ta'sirini hisobga olgan holda tebranish tenglamasi yechimini topish va yechimlar asosida balka egilish formalarini aniqlash ishlari bajarildi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Ржаницын А. Р. Строительная механика. - Москва: Высшая школа, 1991. - 439 с.
2. М.Т. Уразбоев, Материаллар каршилиги. Т. Укитувчи 1965 й.
3. Xolmurodov R.I., Xudoynazarov X. X. Elastiklik nazariyasi. I, II qismlar. Fan. 2003.
4. Холмуродов Р.И. Эластиклик назарияси. Маърузалар матни.
5. Александров А. В., Потапов В. Д. Основы теории упругости и пластичности. - Москва: Высшая школа, 1990. - 400 с.
6. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности. - Москва: Высшая школа, 1982. - 264 с.
7. <http://www.unilib.neva.ru/rus/lib/>.
8. <http://www.shops.h1.ru>