

**O'ZBEKSTAN RESPUBLIKASI' BAYLANI'S,
INFORMACIYALASTI'RI'W HA'M TELEKOMMUNIKACIYA
TEXNOLOGIYALARI' MA'MLEKETLIK KOMITETI**

**TASHKENT INFORMACIYALI'Q TEXNOLOGIYALARI'
UNIVERSITETI NO'KIS FILIALI'**

Informatsiyali'q texnologiyalar kafedrası'

**Komp'yuter injiniringi fakultetinin`
ka`rxana servisi bag`dari`
studenti Babataev Raximjan Axmadovichtin`**

PITKERIW QA'NIGELIK JUM I'SI'

**Temasi': Matlab programmasi'ni'n` Intlab paketinen paydalani'p
ma`seleler sheshiw.**

İlimiy basshi' _____ Kumisbaeva G, «Wo'zbektelekom»
AK ATS-225 jetekshi injeneri,
ass. Begilov B.

Kafedra basli'g'i' _____ t.i.k. Arzi'mbetov T.Z.

No`kis-2014 j.

MAZMUNI':

KIRISIW.....	3
§1. MATLAB paketi menen tani'si'w.	5
§2. MATLAB da esaplaw proceslerin sho'lkemlestiriw.....	15
§3. Interval di' analizlewdin' tiykarg'i' tu'siniklari ha'm klassikali'q interval arifmetikasi'.....	23
§4. Kompleks intervallar ha'm olar u'stinde arifmetikali'q a'meller.	34
§5. INTLAB paketi ha'm onda islew tiykarlari'	38
Juwmaqlaw.	54
Paydalani'lg'an a'debiyatlar:	55

KIRISIW.

Elektron esaplaw mashinalari'ni'n'(EEM) jarati'li'wi' ilim-pa'n, ekonomika ha'm texnikadag'i' bir qatar ma'selelerdi sheshiw ushi'n ken' imkaniyatlardi' ashi'p berdi. Usi' menen birge bul imkaniyatlar menen baylani'sli' bir qatar mashqalalar ju'zege shi'g'a basladi'. Sonnan, EEM jarati'li'wi'nan da'slep nuqsansi'z dep esaplang'an bir qatar algoritm ha'm uqsas usi'llar a'meliyatta uli'wma na'tiyjege ali'p kelmesligi yaki kerekli na'tiyjeni bar resurslar esabi'nan bere almasl'igi' ani'qlandi'. Bul bag'darda izertlewshilerdi EEM de hasi'l qi'li'ng'an uqsas sheshim menen haqi'yqi'y, yag'ni'y ani'q sheshim, arasi'ndag'i' parq qi'zi'qti'ra basladi' ha'm bul mashqala bir ta'repten bar jantasi'w ha'm de usi'llardi' qayta analizlewdi, ekinshi ta'repten bolsa jan'a qurallar qa'siyetleri ha'm imkaniyatlari'n itibarg'a ali'wshi' princip ha'm esaplaw texnologiyalari'n jarati'wdi' taqaza eta basladi'.

O'tgen asirdi'n' 60–ji'llari'nda berilgen ma'selenin' EHM de ali'ng'an sheshimin qa'ttiy ha'm toli'q analiz benen tabi'w imkaniyati'n beretug'i'n - informati'ka ha'm de a'meliy matematikani'n' abzal ta'replerin o'zinde jaylasqan jan'a bag'dar – *interval analiz* payda boldi'.

Interval analizdin' tiykari' kiritiletug'i'n mag'li'wmatlarda bar bolg'an yaki arali'q esaplawlari'nda interval ani'qemeslikler ma'selelerdi wol'yreniwden ha'm de ali'natug'i'n sheshimlerde to'mennen ha'm joqari'dan bahalawdan ibarat. Interval analizde qollani'latug'i'n mug'darlar bir ma'nis penen emes, ba'lkim ma'nistin' o'zgeriw diapazoni'' – *jabi'q interval* menen an'lati'ladi'. Bul diapazon to'mennen (shep) ha'm joqari' (on') shegaralarg'a iye boli'p, *interval san* tu'sinigine ali'p keledi.

Interval analiz qurallari'ni'n' basqa bar usi'llardan parqi' ha'm u'stinligi sonda, bunda EEM de bazi' bir berilgen ma'seleni sheshiw procesinde ushi'raytug'i'n qa'teliklerdin' barli'q derekleri: esaplawlardag'i' qa'telik – pu'tinlew qa'teligin; paydalani'latug'i'n mag'li'wmatlardag'i' (matematikali'q modeldin' parametrlerindegini) qa'telik; EEM de sheshiw procesinde

qollani'latug'i'n sanli' usi'ldi'n' qa'teligi bir waqi'tti'n' o'zinde analiz etiw ha'm esapqa ali'w imkaniyati' bar.

Bizge ma'lim, ko'pshilik a'meliy ma'selelerdi sheshiwde, woni'n' sheshiliw usi'li'na qarag'anda ali'natug'i'n na'tiyjeler ko'p a'hmiyetke iye esaplanadi'. Esaplaw matematikasinda da tap sol idea ilgeri su'riledi. Na'zerde tuti'li'p ati'rg'an tipdegi ma'selelerdi kompyuterde programma du'zbesten turi'b, tayar matematikali'q sistemalar (Mathcad, Matlab, Mathematica, Maple) ja'rdeminde sheshiw mu'mkin. Olardan paydalani'wdi' jolg'a qoyi'w arqali' waqi'ttan uti'w ha'm u'lken ko'lemdegi kompyuter programmalari'n du'ziwden quti'lami'z.

Matematikali'q paketler, ko'binshe MATLAB – joqari'da sanap o'tilgen dizim ishine en' belgili paket boli'p, ilmiy – texnikaliq taraw qa'nigeliklerine programmalasti'ri'wdi'n' na'zik elementlerine itibar berilmesten (ma'selen: fortran, C, paskal ha'm basqalar si'yaqli') matematikali'q modellestiriwdi ha'm esaplaw eksperimentlerin a'melge asi'ri'wg'a u'lken ja'rdem beredi.

Pitkeriw qa'nigelik jumi'si' kirisiw, 5 paragraf, juwmaqlaw ha'm pydalang'an a'debiyatlar diziminen ibarat boli'p, birinshi paragrafta MATLAB sistemasi'ni'n' kompyuter algebrasi'' sistemalari'' arasi'nda tutqan orni', woni'n' imkaniyatlari', yekinshi paragrafta MATLAB paketinin' imkaniyatlari'nan paydalanip maselelerdi shehsiw rocessleri ha'm programmali'q sistemani'n' du'zilisi ha'm interfeysi keltirilgen, u'shinshi paragrafta intervaldi' analizlew din' tiykarg'i' tu'sinikleri, to'rtinshi paragrafta kompleks intervallar ha'm wolar u'stinde arifmetikali'q a'meller bayan etilgen bolsa, en' aqi'rg'i' besinshi paragrafta klassikali'q interval arifmetika tiykari'nda jarati'lg'an INTLAB paketi ha'm wonda islew tiykarlari' jarati'lg'an. MATLAB ha'm de INTLAB paketlerinde turli ma'selelerdi sheshiw usi'llari' ha'm esaplaw da'stu'rleri sa'wlelengen.

§1. MATLAB paketi menen tani'si'w.

Bul paragrafta Intlab paketinin' tiykari' esaplang'an Matlab sistemasi'', woni'n' basqa sistemalar arasi'nda tutqan orni', interfeysi ha'm onda islew tiykarlari' bayan etiledi.

1.1. MATLAB ti'n' kompyuter algebrasi' sistemalari' arasi'nda tutqan orni'.

MATLAB (Matrix Laboratory) sistemasi'' Amerikani'n' MathWorks firmasi' o'nimi boli'p, bul sistema u'lken imkaniyatlarg'a iye bolg'an programmali'q o'nim. Woni'n' birinshi versiyasi' 1970 ji'lda ja'ma'a'tke paydalani'w ushi'n engizilgen. Wol matematikali'q ha'm texnikali'q wazi'ypalardi' orinlawshi' ko'plegen arnawli' programmalardan ibarat. Woni'n' tiykarg'i' elementi - bul MATLAB sistemasi'ni'n' yadrosi'. Bug'an qosi'msha ta'rizde onda 60 qa jaqi'n buyri'qlar komplekti ("Toolboxes"), ha'r qi'yli' matematika, matematikali'q-fizikali'q, proektlestirilgen, baylani's, ekonomika ha'm t.b. sistemada ha'mme waqi't bar. WOL Curve Fitting Toolbox, Optimization Toolbox, Partial Differential Equation Toolbox, Statistics Toolbox ha'm Symbolic Math Toolbox paketleri menen birlestirilgen. Onda ha'r qi'yli' sho'lkemlestirilgen programmalar a'meliy shi'ni'g'i'w ha'm ori'nlani'p sistemi' tolti'ri'w ushi'n xizmet etedi.

MATLAB ha'r qi'yli' sistema ha'm tekst redaktorlari'n ha'm usi' qatarda Microsoft Wordti' wo'z ishine aladi'. Wol MATLAB penen birge *notebook* ja'rdeminde iske tu'siriledi. Na'tiyjede programma fayllari' Work sistemasi''nda wori'nlanadi'. Word redaktori''nda tekstli fayllarg'a ko'shiriledi ha'm wol arqali' woqi'ladi'. Bul jumi's M-fayl rejiminde isleydi. M-fayl rejiminde islewdin' qolayli'g'i' sonda, woni'n' na'tiyjesi fayl tekstine programmadan keyin qoyi'ladi'.

Sonnan keyin, bul programmali'q sistema 20 dan arti'q operatsion sistemalar, yag'ni'y Microsoft Windows, Windows NT, OS/2, Linux, Unix ha'm basqa operatsion sistemalar ortalig'nda islew ushi'n maslasti'ri'ldi'.

Ha'zirgi ku'nde MatLab 4x, MatLab 5x, MatLab 6x, MATLAB 13, MATLAB R2006a sistemalari'' ken' ko'lemde paydalani'lmaqta. MATLAB 13, MATLAB R2006a sistemalari'' o'zlerinin' qolay ha'm tu'sinikli interfeysi (paydalani'wshi'ni'n' dialog wortali'gi') ha'm ha'r qi'yli' xarakterdegi esaplaw proceslerine qollani'w imkaniyati'ni'n' barli'g'i' menen wo'zlerinin' aldi'n'g'i' a'wladlari'nan keskin parq etedi.

Sunday soraw tuwi'ladi': "Sonsha ilim g'ayratgerlerin, injenerlerin, qalaberse woqi'ti'wshi'-professorlardi', sutedtlerdi wo'zine tartqan bul sistemani''n' imkaniyatlari' qanday da'rejede? Wol wo'zinin' qaysi' ta'replari menen bar sistemalar ha'm programmalasti'ri'w tillerinen parq etedi?"

Sunday etip, MATLAB sistemasi'' to'mendegi **imkaniyatlarg'a** iye:

Matematikali'q yesaplawlar:

- Matritsa, vektor, logikali'q operatorlar;
- Elementar ha'm polinomial arifmetika;
- ko`p o'lshemli massivler;
- jazi'w massivleri;
- bo`lim massivleri.

Sanli' usi'llardi' rejelestiriw:

- differentzial tenglemeler;
- bir ha'm ko`p o'lshemli kvadratur yesaplawlar;
- si'zi'qli' (si'zi'qli' emes) algebrali'q tenglemeler ha'm wolardi'n' sistemalari''n sheshiw;
- o'zgeriwshen' funkciyalardi' optimallasti'ri'w;
- bir ha'm ko`p o'lshemli interpolyaciya.

Programmalasti'ri'w.

- 500 den arti'q matematikali'q funksiyalar;
- kodlang'an ha'm tekstli fayllardi' kiritiw ha'm shi'g'ari'w;
- C de jazi'lg'an programmalardi' qollani'w;

- Matlab proseduralari'n C ha'm C ++ tillerinen programmalarg'a avtomat qayta kodlasti'ri'w;
- Ha'r qi'yli' basqari'wshi' strukturalar.

Grafika ha'm vizuallasti'ri'w;

- Eki ha'm u'sh o'lsheмли grafiklerdi jarati'w imkaniyatlari';
- Visual mag'li'wmatlardi'n' analizini a'melge asi'ri'w.

Bul qurallar ashi'q arxitektura sistemalari' menen maslasqan, olar bar funkciyalari'n o'zgertiriwge ha'm jan'alari'na qosi'wg'a ja'rdem beredi.

Matlab qurami'na kiriwshi *Simulink* programmasi' ani'q sistemalar ha'm du'ziwshilerdi basqari'w imkaniyati'n beredi. *Simulinkte* paydalani'wshi' ta'repinen ken'eytiriwshi bloklar bibliotekasi' ha'm olardi' wo'zgertiw qural-lari' bar.

Programma du'ziw ortali'g'i'n qolaylasti'ri'wda:

- M-fayllardi' programmalasti'ri'w, programmalardi' ju'ritiw waqti'n ani'qlaw ushi'n;
- M-fayllari'ni'n' qolay grafikali'q interfeys redaktori';
- jumi's orni'ni'n' ha'm programma jollari'ni'n' qurami'n ko'rip shi'g'i'w qurallari';
- M-fayllari'n wo'zgertiw.

Paydalani'wshi'ni'n' grafikaliq interfeysi (GVI);

- GVI-din' quri'li'si'ni'n' interaktiv qurali';
- jan'a grafikali'q ob'ektlardin' redaktori' Handle Graphics Property Editor;
- dizimler paneli ko'p tan'lawli' dizimlerdi o'z ishine aladi';
- dialog panelleri ha'm xabarlar paneli ko'rinisi;
- tekstti wo'zgertiw rejimi;
- basqari'wdi'n' grafikali'q elementleri izbe-izbeligin este qaldi'ri'w;
- basqari'w elementlerinin' ken'eytiriliwi;
- platformalar arasi'nda o'tkeziwshen'lik qa'siyetleri;

- paydalani'wshi' ta'repinen ani'qlanatug'i'n kursor;
- 5.3 versiyasi'nan baslap HTML formati''nda mag'li'wmatlardi' tayarlaw.

Mag'li'wmatlardi'n' jan'a tu'rleri:

- ko`p o'lshepli massivler;
- struktura (jazi'w) massivleri;
- mag'li'wmatlar bo'limlerinin' ha'r qi'yi' massivleri;
- onalti'li'q kodirovkali' simvollar massivleri;
- segizlik kodirovkali' element massivleri.

Programmalasti'ri'w qurallari':

- O'zgeriwshen' uzi'nli'q argumentleri dizimi;
- M-fayllarda lokal funkciyalari'n qollani'w;
- *Switch.case..end* qayta jag'i'wshi operator;
- *Wait for* operatori'
- bitlarni qayta islew funkciyalari''

Matematikali'q esaplaw ha'm mag'li'wmatlar analizi:

- A'piwayi' differencial ten'lemelerdin' jan'a bes cifrli' esaplaw metodlari';
- Bessel funkciyalari'n tez esaplaw;
- Eki kvadrat formulalari';
- Ko`p o'lshepli interpoliyaciya;
- Ko`p o'lshepli massivler analizi ha'm qayta islew;
- Waqi't ha'm sa'neni qayta islew funkciyalari';

A'piwayi' grafikani'n' jan'a imkaniyatlari':

- U'sh o'lshepli vizuallasti'ri'w ushi'n z – bufer;
- RGB ni' 24-bitli qollani'w
- Wol u'lken u'sh o'lshepli model ushi'n vektorlang'an poligonlar
- Jaqti'landi'ri'w di'n' jan'a modelleri
- Mag'li'wmatlari'n qollani'w
- Ko`p ob'ektlar ushi'n diskrektor grafika

- Segiz razryadli su'wretlerdi terminalg'a shi'g'ari'w, saqlaw ha'm import qi'li'w
- Grafikali'q ob'ektlerdi qosi'msha formatlari'.

Taqdimotli grafika ha'm dawis

- Ekilengen x ha'm y ko'sherleri;
- grafika ishine yaki qasi'nda jaylasqan jazi'wlardi' si'ni'q si'zi'qlar ja'rdeminde tu'sindiriw;
- tekstli ob'ektlerdin' shiriftlerin basqari'w;
- joqarg'i' ha'm to'mendegi qatarlar ha'm grek simvollari';
- u'sh o'lshemli diagrammalar, bag'dari' maydanlar ha'm si'zi'qli' grafikler;
- si'zi'q usi'llari' ha'm markirovkalari'n wo'zgerti'w sani';
- 16 bitli stereo dawis.

Interaktiv hu'jjetlestiriw

- Netscape Navigator ha'm Microsoft Internet Explorer ja'rdeminde ko'rip shi'g'i'w imkaniyatlari';
- HTML ha'm PDF formatlari'nda toli'q hu'jjetlestiriw; Notebook ja'rdeminde kitaplar jarati'w imkaniyatlari' bar.

1.2. MATLAB programmali'q sistemasi'ni'n' du'zilisi ha'm interfeysi.

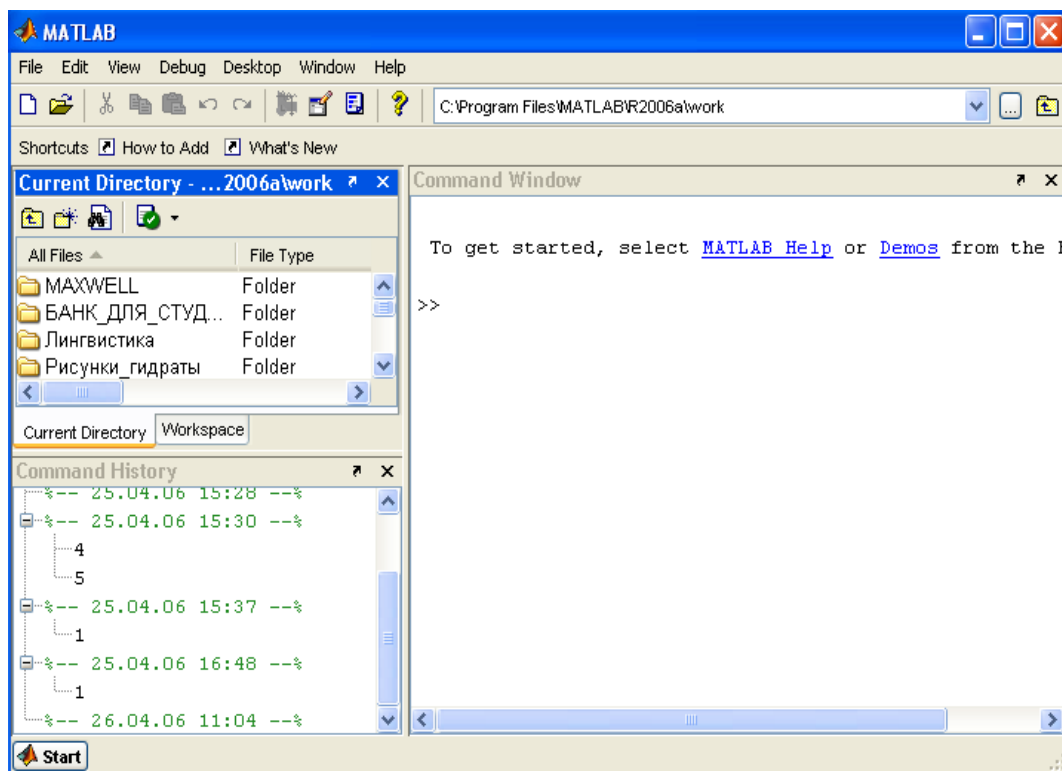
MATLAB ti' iske tu'siriw ta'rtibi:

Пуск → Программы → Matlab Release 12 → Matlab R12

yaki to'mendegi belgi ja'rdeminde iske tu'siriledi (*matlab.exe*).

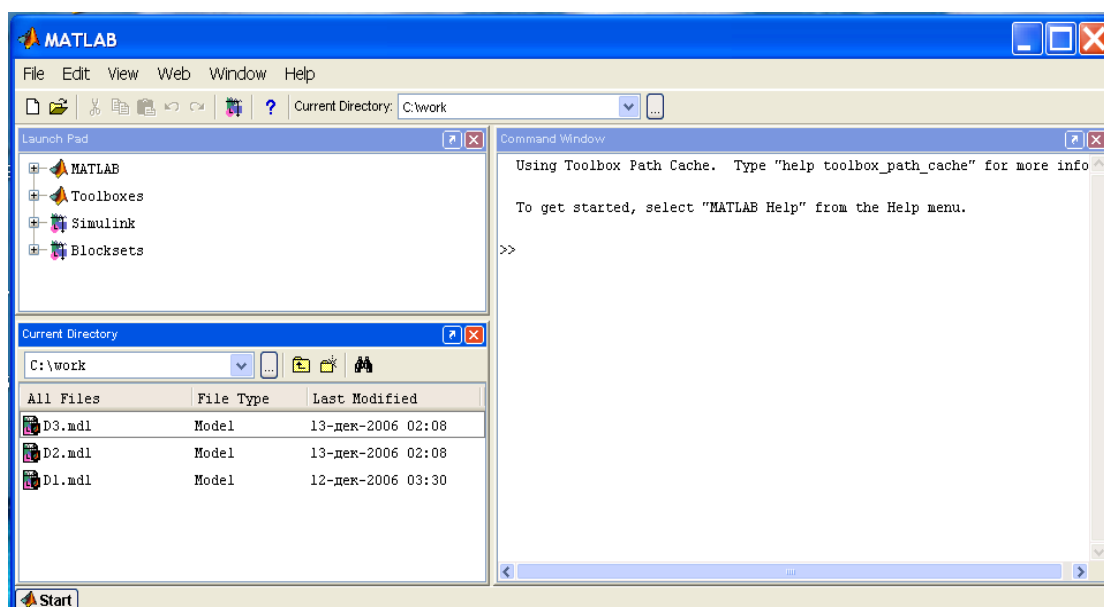
Buni'n' na'tiyjesinde sistemani'n' jumi's aynasi' ashi'ladi'.





MATLAB sistemasi'ni'n' jumi's aynasi'.

Menyular qatari' (Fayl, Pravka, Vid ha'm h.k.) Microsoft Word redaktori'ni'n' menyu qatari' menen uqsas. To'mengi qatardag'i' belgiler Word redaktori' belgileri menen bir qi'yli' wazi'ypani' wori'nlaydi'. Soni'n' ushi'n Word programmi'n bilip, Matlab jumi's aynasi'nda islew imkaniyati'n beredi. Joqari'dag'i' aynani'n' shep bo'leginde *Current Directory* keltirilgen. Bul papkalardi'n' ha'mmesi *Work* sistemasi' katalogi'nda joylasqan. To'mengi aynada wori'nlang'an buyruqlardi'n' izbe-izligi keltirilgen. *Vid* menyusi ja'rdeminde jumi's aynani'n' formasi'n wo'zgertiw mu'mkin. Ayna ko'lemi ti'shqansha ja'rdeminde shegarani' ji'lji'ti'w arqali' maslasti'ri'ladi'. Buyri'qlar aynasi'nda ">>" belgiden son' buyri'qlar qatari' teriledi ha'm "Enter" den keyin wori'nlanadi'.



1-su'wret

Matlab sistemasi'nda **Launch Pad** aynasi'nda islew to'mendegishe du'zilgen (1-su'wret). *Matlab sistemasi' elementleri wo'z qa'lewi menen a'melge asi'ri'ladi'.*

Workspace bo'liminde islew (2-su'wret) waqti'nshali'q wo'zinin' qaydnasi'na ajrati'ladi'. Matlab jumi's bo'limi (yaki bo'limning islew funksiyasi'), ashi'q aynani' qi'sqarti'wda lazi'm bolg'an mag'li'wmatlar kiritiledi.

Command History (2-su'wret) buyri'g'i' aqi'rg'i' buyri'qti'n' qashan jazi'lg'anli'g'i' ha'm woni'n' tariyxin' wo'z ishine saqlaydi'. Bul buyri'qti' ta'krarlaw klaviaturada "Enter" tu'ymesi arqali' yaki ti'shqansha arqali' wori'nlanadi'.

Current Direktory tekushiy katalog aynasi' (1-su'wret) Matlabdag'i' fayllardi' izlew ha'm on' katalogqa jaylasti'ri'wdan ibarat. Fayllardi' ashi'wda klaviatura yaki ti'shqanshadan paydalani'ladi'.

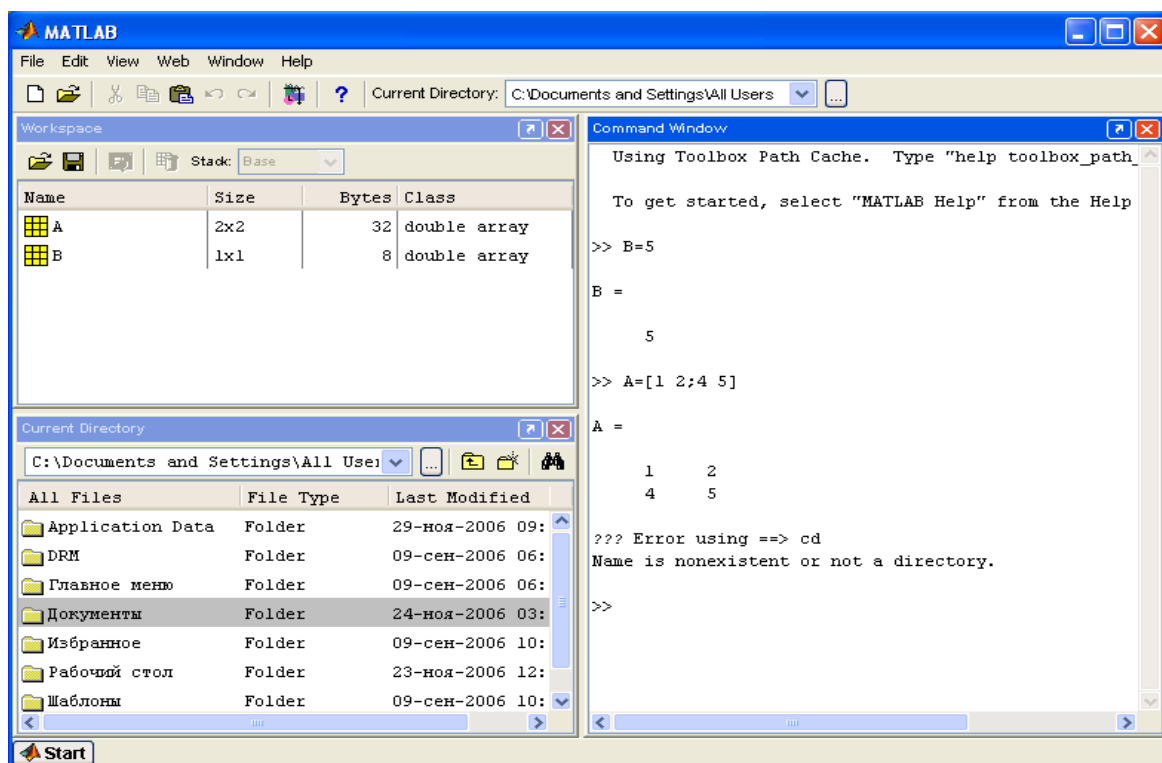
Command Window (1,2-su'wret) buyri'g'i' tekushiy seansi' na'tiyjelerine qarap tiyisli ta'rtiple'y aladi'. Aqi'rg'i' buyri'qti' klaviaturadag'I' ↑ ha'm ↓ tu'ymler arqali' ko'shiredi, tekst redaktori' arqali' buyri'qti' redaktorlaydi' ha'm buyri'qqa Enter arqali' kiriledi.

Matlab sistemasi' aynasi'n basqari'wda **View** menyusi xizmet etedi. Paydalani'lmag'an aynani' **View** menyu ba'ndinen ali'p taslaw mu'mkin.

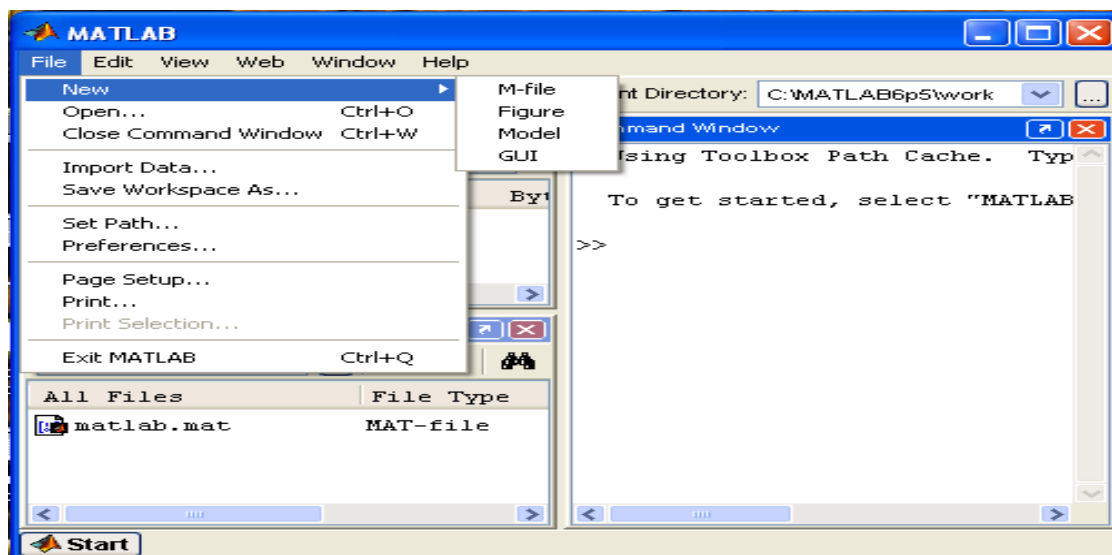
Aynadag'i' buyri'qqa kiriw 2-su'wrettegidey boladi'.

B=5

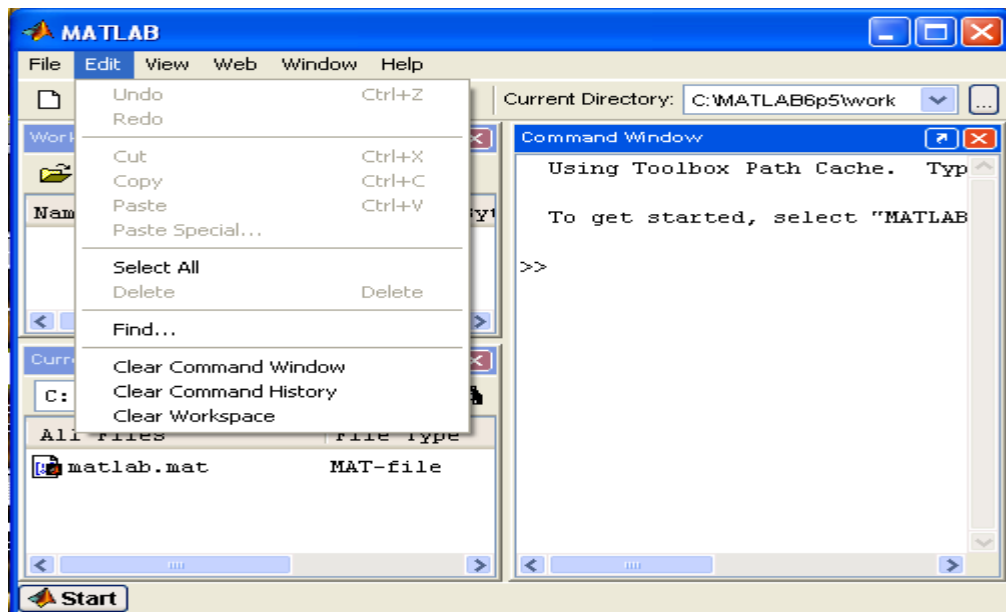
Bunnan



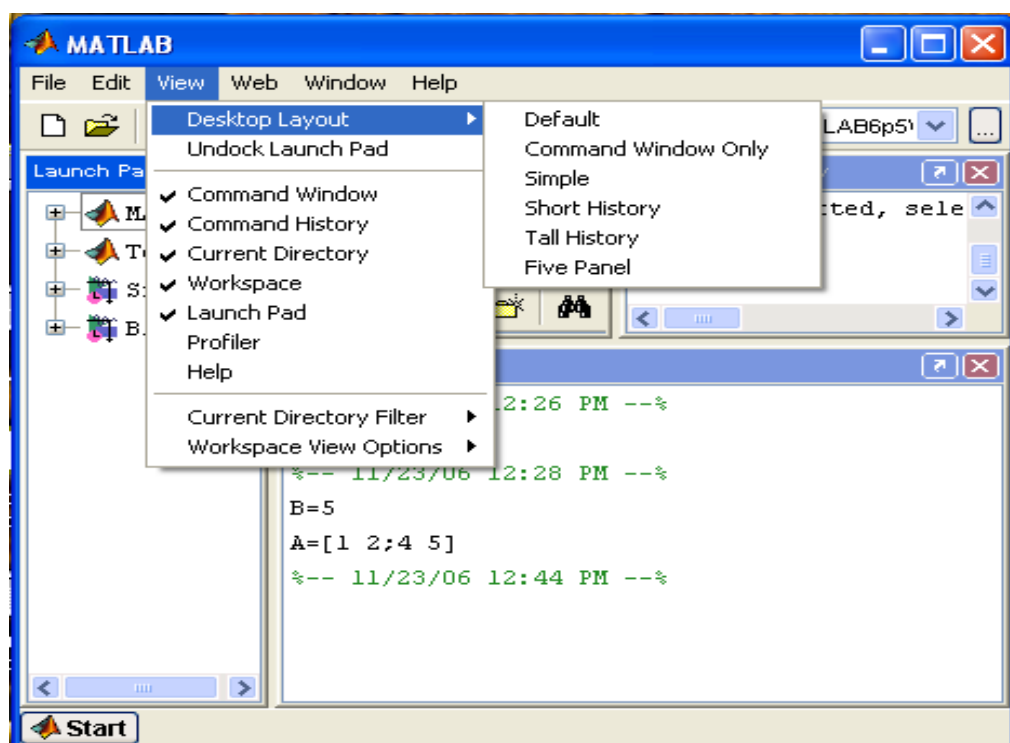
2-su'wret. Matlab sistemasi'nda Workspace ha'm Current Direktory aynalari'ni'n' du'zilisi.



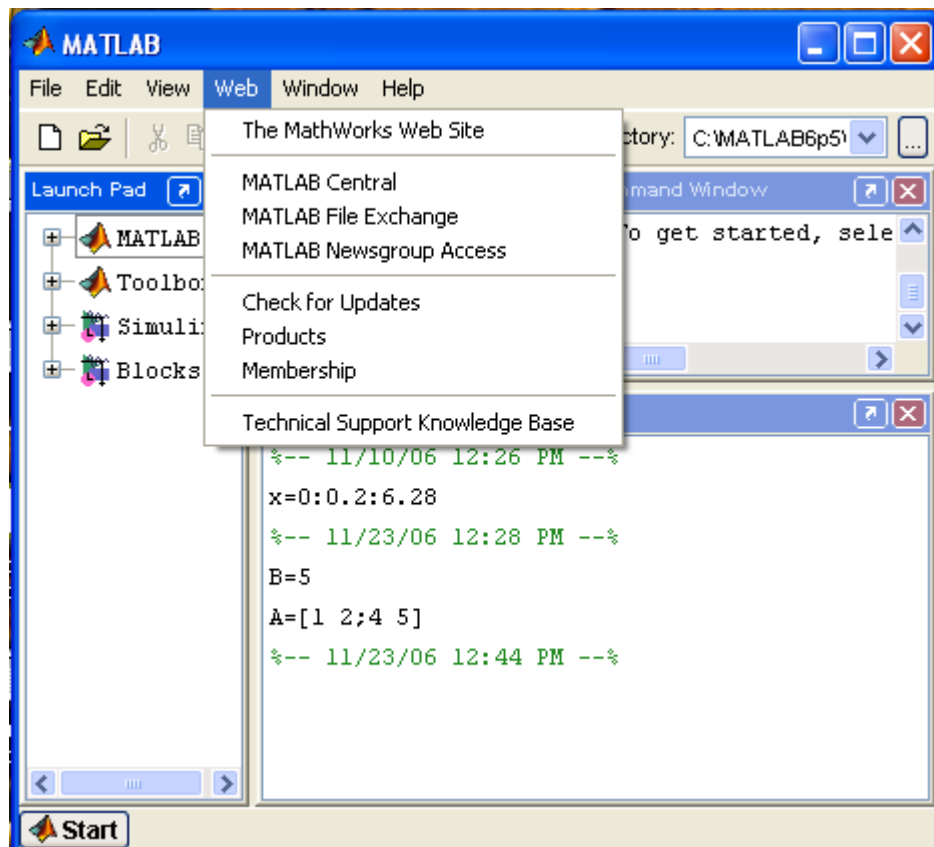
4 – su'wret. Matlab sistemasi'ni'n' Fayl menyusi.



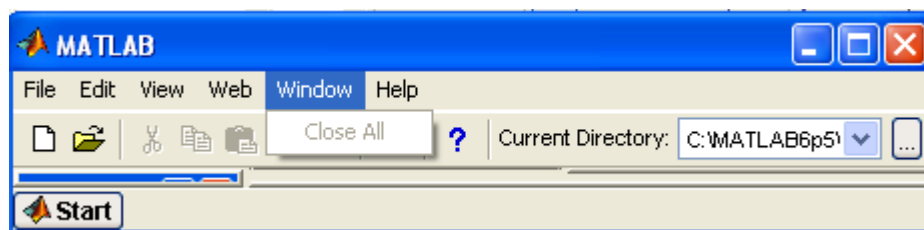
5-su'wret. Matlab sistemasi'ni'n' Pravka menyusi.



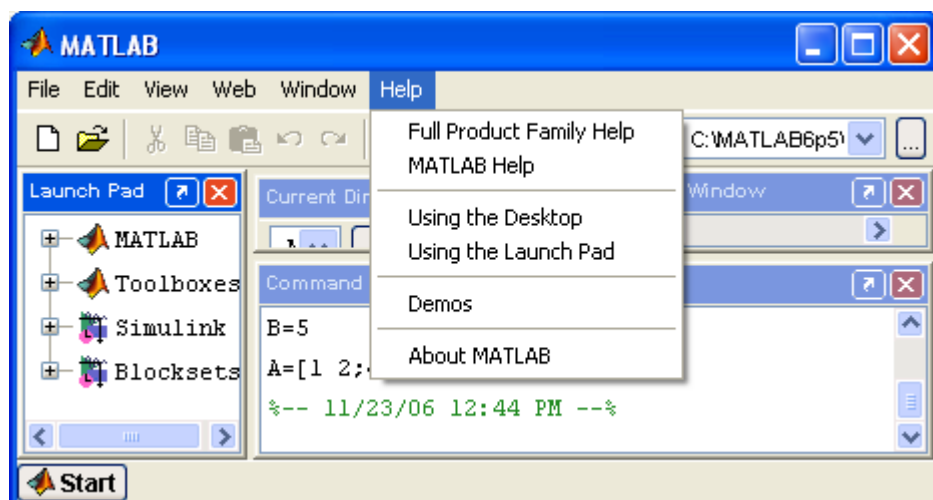
6 – su'wret. Matlab sistemasi'ni'n' Vid menyusi.



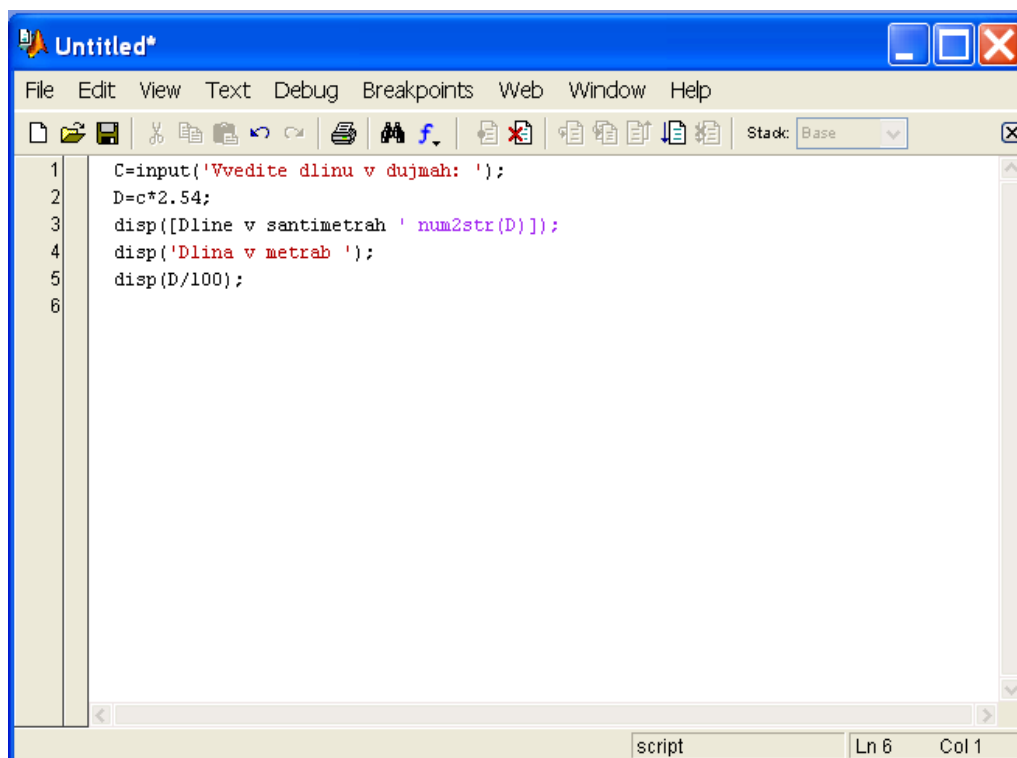
7 – su'wret. Matlab sistemasi'ni'n' Web menyusi.



8 – su'wret. Matlab sistemasi'ni'n' Window menyusi.



9 – su'wret. Matlab sistemasi'ni'n' Help menyusi aynasi'ni'n' du'zilisi.



10-su'wret. Matlab sistemasi' M-file aynasi'ni'n' du'zilisi.

§2. MATLAB da esaplaw proceslerin sho'lkemlestiriw.

MATLAB basqa tilde programmalasti'ri'lg'an joqari' basqi'sh fayllari'n jarati'w imkaniyati'n beredi. Usi' menen bir qatarda wol programmalasti'ri'lg'an kalkulyator qa'siyetine iye. San formati' *File* menyusi *Preferences bo'limi Numeric Format* funksiyasi' ja'rdeminde beriledi. 12 lik bar sannan ko'p isletiletug'i'ni' *Short* ha'm *Long* – qisqa ha'm uzi'n san formati'. Yesaplawlar tiykarg'i' arifmetikali'q a'meller tradiciyali'q belgiler arqali' wori'nlanadi': "+", "-", "*", "/" (shepten on'g'a bo'liw), "\" (on'nan shepke bo'liw), "^" (da'rejege ko'teriw). Esaplaw buyri'qlar qatari'nda "Enter" tu'yimesi basi'lg'annan son' wori'nlanadi'. Na'tiyje "ans" sistemali' o'zgeriwshige o'zlestiriledi.

Mi'sal 1 :

An'latpani' esaplaymi'z $\ln\left(1+5\frac{\lg^2 100-0,2\pi}{\sqrt{1+e^3}}\right)$. Buni'n' ushi'n buyri'qlar aynasi'nda to'mendegi programma teriledi :

```
log(1+5*((log10(100))^2-0.2*pi)/sqrt(1+2.71828^3))
ans =
    1.5414
```

MATLAB kalkulyator rejiminde a'piwayi' funkciyalardi' esaplag'anday, trigonometrikali'q funkciyalardi' esaplaw imkaniyati'n beredi.

Mi'sal 2:

Esaplaymi'z. $\sin(\pi/3)$:

```
sin(pi/3)
```

```
ans =
    0.8660
```

Mi'sal 3 :

San formati'n o'zgeritemiz:

```
format long
sin(pi/3)
```

```
ans =
    0.86602540378444
```

Mi'sal 4 :

San π :

```
pi
```

```
ans =
    3.14159265358979
```

Mi'sal 5 :

Suyi'qli'qti'n' ti'g'i'zli'g'i' $800\text{kg}/\text{m}^3$ ha'm ko'lemi $V = 0,01\text{m}^3$ bolsa, massasi'n tabi'n'. $m = \rho \cdot V$:

```
1-usi'l.
format short
rho=800
V=0.01
m=rho*V
```

```
rho =
    800
V =
```

```

0.0100
m =
    8

```

```

2-usi'1:
rho=800; V=0.01; m=rho*V
m =
    8

```

Vektorlar u'stinde a'meller wori'nlawda vektor komponentleri kvadrat qawi's ishine probel taslap yaki vergul menen ajrati'lg'an jag'dayda kiritiledi.

Mi'sal 6:

Dekart koordinatalar sistemasi'nda vektor tezliginin' uli'wma ko'rinisi $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$. Bizge 2 vektor berilgen bolsi'n $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{v}_2 = 4\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$. Vektori'n esaplaymi'z $\vec{u} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

```

v1=[2 3 4]; v2=[4 5 6]; u=v1+v2
u =
    6    8   10

```

Biz vektori'n payda ettik $\vec{u} = 6\vec{i} + 8\vec{j} + 10\vec{k}$. Ha'r qi'yli' vektorlar analitikali'q esaplanadi'.

Mi'sal 7:

Skalyar ko'beymeni esaplaymi'z $c = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$ aldi'n'g'i' mi'saldan.

```

v1*v2

```

```

??? Error using ==> mtimes

```

```

Inner matrix dimensions must agree.

```

Tu'sindirime: Komanda toli'q ori'nlanbadi'. Sistema qa'te berip ati'r. $v1*v2$ an'latpadan son' “'” belgi qoyi'li'p tuwri' na'tiyjege erisiw mu'mkin:

```

v1*v2'
ans =
    47

```

Na'tiyje: $c = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 = 47$.

Mi'sal 8:

Berilgen 2 vektordi'n' uzi'nli'g'i'n esaplaymi'z: $|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v}_1 \vec{v}_2}$:

```

sqrt(v1*v1')
ans =

```

5.3852

norm buyri'g'i' vektordi'n' normasi'n esaplawda isletiledi.

Mi'sal 9: v1 vektordi'n' normasi'n esaplaw:

norm(v1)

ans =
5.3852

Na'tiyjeni a'piwayi' tekseremiz: $|\vec{v}_1| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29} \approx 5,3852$.

Mi'sal 10:

Berilgen a ha'm b matritsalar u'stinde elementar ko'beytiw, bo'liw, ayi'ri'w ha'm qosi'w a'mellerin ori'nlap, na'tiyjeni esaplaymi'z. Wo'zgeriwshiden keyingi noqat elementar ko'beyme esaplanadi'.

a=[1 2 3]; b=[2 2 3];

c=a.*b

d=a./b

e=a-b

f=a+b

c =
2 4 9
d =
0.5000 1.0000 1.0000
e =
-1 0 0
f =
3 4 6

Tu'sindirme: Sonday etip, aldi'nan berilgen wo'zgeriwshilerdi ekrang'a shi'g'ari'w mu'mkin. Buni'n' ushi'n "whos" buyri'g'i' qollani'ladi'.
Wo'zgeriwshinin' ta'rtibi ha'm ko'lemi almasi'w yadi'nda jaylasadi':

whos

Name	Size	Bytes	Class
V	1x1	8	double array
a	1x3	24	double array
ans	1x1	8	double array
b	1x3	24	double array
c	1x3	24	double array
m	1x1	8	double array
rho	1x1	8	double array

u	1x3	24 double array
v1	1x3	24 double array
v2	1x3	24 double array
xqxqxq1234	1x1	1 logical array
xqxqxq1235	1x3	6 char array

Grand total is 26 elements using 183 bytes

Bir qansha buyri'q ha'm a'mellerdi kalkulyator rejiminde ori'nlaw jeterlishe u'lken. Bazi' bir' bir mi'sallardi' ko'rip shi'g'ami'z.

Mi'sal 11:

Bir ha'ptenin' (°S) belgilengen ha'm ani'q wortasha sutka na'tiyjesi hawa-rayi' temperaturasi'. Bul ma'g'li'wmat t matrica tu'rinde berilgen. Minimal temperaturasi'n ani'qlaymi'z:

```
t=[-1 0 2 3 -5 -7 -4]; min(t)
ans =
    -7
```

Maksimal temperaturasi'n ani'qlaymi'z:

```
max(t)
```

```
ans =
     3
```

wortasha temperaturasi'n ani'qlaymi'z:

```
mean(t)
```

```
ans =
   -1.7143
```

Mi'sal 12 :

Qabi'l qi'li'ng'an ma'nisin yag'ni'y wortasha temperaturasi'n tekseremiz.

```
sum(t)/length(t)
```

```
ans =
   -1.7143
```

Mi'sal 13:

Matricani' t temperatura boyi'nsha o'siw ta'rtibinde jaylasti'ri'w:

```
sort(t)
```

```
ans =
    -7    -5    -4    -1     0     2     3
```

```
sort(-t)
```

```
ans =
```

-3 -2 0 1 4 5 7

Mi'sal 14

Si'ziqli' algebrali'q tenglemeler sistemasi'ni'n' sheshimin tabi'w:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 14$$

$$2x_1 - x_2 - 5x_3 = -15$$

$$x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4$$

a=[2 3 4; 2 -1 -5; 1 -2 -3]; b=[14; -15; -4]; x=a\b

x =

3

-4

5

2.1. Grafikler imkaniyatlar

MATLAB sistemasi'ni'n' eki ha'm u'sh o'lsheqli ken'islikte grafikali'q quri'w imkaniyati' bar. Grafikali'q si'zi'lmada paydalani'latug'i'n to'mendegi *mesh*, *surf*, *plot3*, *contour3* buyri'qlari'n ko'rip shi'g'ami'z ha'm wazi'ypani' keltiremiz:

mesh – ketekpe-ketek ko'rinite u'sh o'lsheqli ko'rinish beradi;

surf – ketekshe ishindegil ketekshenin' ren'i ha'r qi'yli' ko' rinistegi ren'lerde sa'wlelenadi;

plot3 – izbe-iz x, y, z koordinatali' noqatlarga tuwri' ju'rgiziledi;

har bir keltirilgen buyri'q wo'zinin' modifikatsiyasi'na iye. MATLAB sistemasi'ni'n' Help bo'liminde siz olar menen tani'si'w imkaniyati'na iyesiz.

Ma'sele 1:

$z = x^2 + y^2$ funkciyasi'ni'n' grafigin payda etiw, bul jerde $0 \leq x \leq 10$ ha'm $0 \leq y \leq 10$ sha'rtlerin qanatlandi'radi'.

Meshgrid buyri'g'i' grafiklerdi ketekli jag'dayda payda boli'wi'n ta'miynleydi.

[X, Y] = meshgrid(0:2:10, 0:2:10);

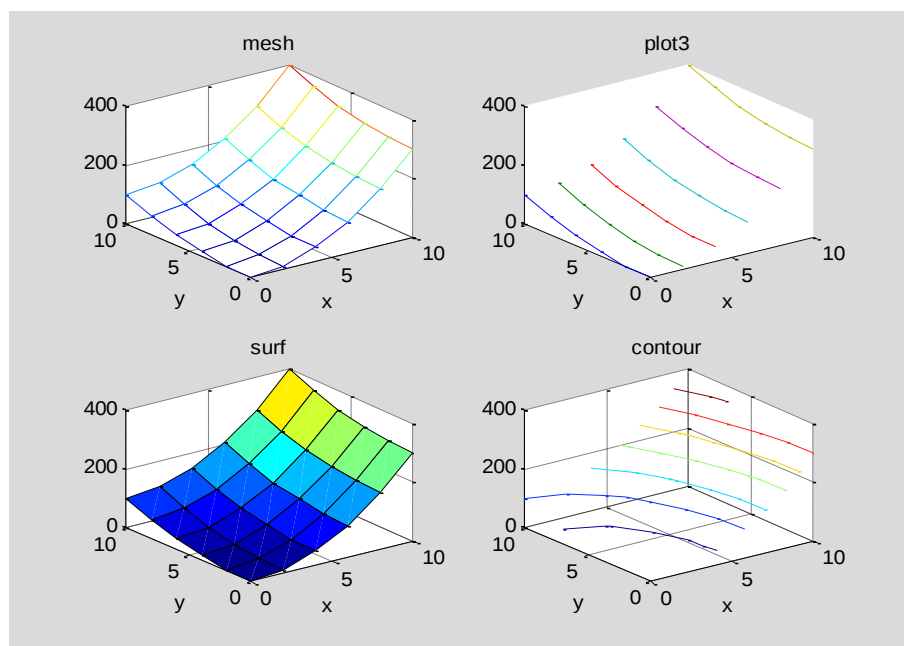
Z=3*X.^2+Y.^2;

subplot(2,2,1); mesh(X, Y, Z);

```

title ('mesh'); xlabel('x'); ylabel('y')
    subplot(2,2,2); plot3(X, Y, Z);
    title ('plot3'); xlabel('x'); ylabel('y')
subplot(2,2,3); surf(X, Y, Z);
title ('surf'); xlabel('x'); ylabel('y')
    subplot(2,2,4); contour3(X, Y, Z);
    title ('contour'); xlabel('x'); ylabel('y')

```



U'sh o'lsheqli grafikler ji'yi'ndi'si'.

Patch buyri'g'i' arqali' kublar ji'yi'ndi'si'ni'n' mi'sallari'n qaraymi'z.

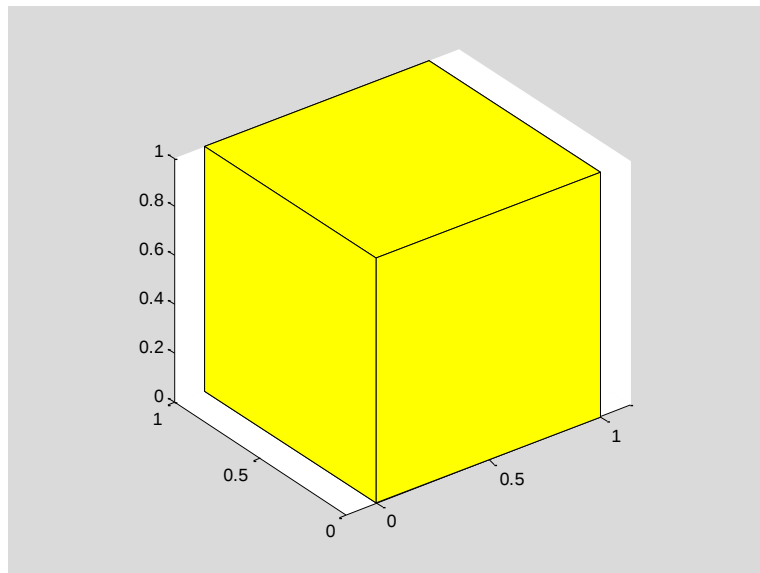
Mi'sal 2:

Ekranda kub formasi'n payda etiw programmasi':

```

%
v=[0 0 0; 1 0 0; 1 0 1; 0 0 1; 0 1 0; 1 1 0; 1 1 1; 0
1 1];
%
f=[1 2 3 4; 1 2 6 5; 2 3 7 6; 1 4 8 5; 3 4 8 7; 5 6 7
8];
patch('Vertices', v, 'Faces',f, 'FaceColor', [1 1 0])
axis equal
view(3)

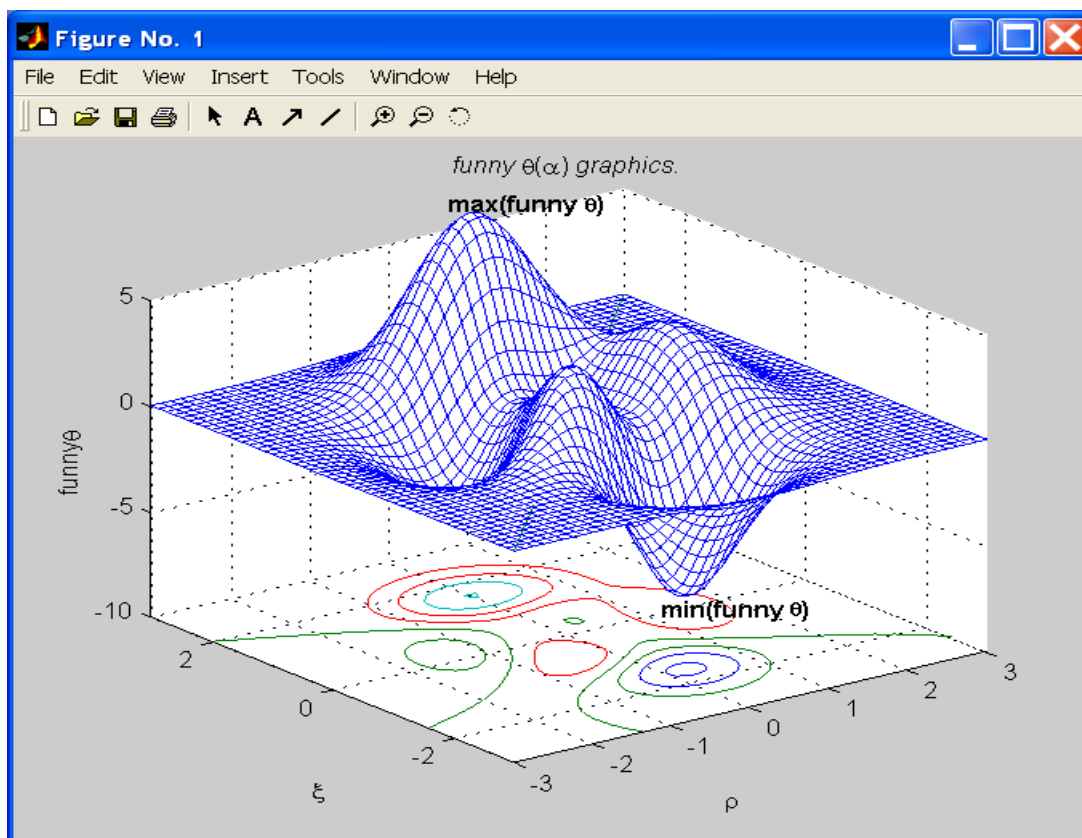
```



Mi'sal 4:

To'mende Matlab sistemasi'nda berilgen funkciyasi'ni'n' grafigi quri'lg'an.

```
[X, Y]=Meshgrid(-3:.125:3);
Z=peaks(X,Y);
mesgc(X,Y,Z, ones(6/.125+1)*11); hold on h
meshc(X,Y,Z, ones(6/.125+1)*11);hold on
contour(X,X,Z); hold off
colormap lines
axis([-3 3 -3 3 -10 5])
h=title('\itfunny \rm\theta(\alpha) \itgraphics.' )
xlabel('\rho')
ylabel('\xi')
zlabel('funny \theta')
text(0,2,8.2,'\bfmax(funny \theta)')
text(0,-1.5,-7,'\bfmin(funny \theta)')
```



§3. Intervaldi' analizlewdin' tiykarg'i' tu'siniklari ha'm klassikali'q interval arifmetikasi'.

Interval analizde to'mendegishe belgilewler qabi'l qi'li'ng'an:

- 1) eger tiyisli tekstte ayri'qsha belgilenbese, wol jag'dayda barli'q interval mug'darlar (kishi yaki u'lken ha'ripler menen belgileniwden qa'ttiy na'zer) qoyi'w qara ren' menen belgilenedi, –ma'selen, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{A}, \mathbf{Z}, \mathbf{y}_0, \mathbf{p}$ ha'riplik belgiler wolardi'n' interval mug'dar ekenliginen da'liylleydi;
- 2) Jumi'sti'n' ha'r bir bo'limi wo'zinin' ayri'qsha nomerlengen paragraflari' ha'm olar ishindegisi sa'ykes formulalari'na iye. Eger bazi'bir paragrafda usi' bo'limge tiyisli paragrafti'n' formulasi''na mu'ra'ja'a't etilse, wol jag'dayda ekilengen nomerden, ma'selen (4.3) ko'rinishidagi nomerden, paydalani'ladi' ha'm bul 4-paragrafti'n' 3-formulasi' yekenligin an'latadi' za'ru'rliqi bolg'anda paragraf ishine ani'qlama ha'm teoremlar ayri'qsha nomerlenedi ha'm t. b.

Interval analizde bazi'bir a parametrinin' ani'qsi'zli'g'i' woni'n' qabi'l qi'li'wi' mu'mkin bolg'an ma'nisleri diapazoni' (ko'pligi') jabi'q interval- $[\underline{a}, \bar{a}]$ arqali' an'lati'ladi'. Bunda $\underline{a}$ - diapazoni'ni'n' to'mennen(shep) shegarasi', $\bar{a}$ bolsa joqari' (on') shegarasi' delinedi. Haqi'yqattanda, endi a parametr bir haqi'yqi'y ma'nis penen emes, ba'lkim $[\underline{a}, \bar{a}]$ ko'plik klassifikaciyalanadi'. Bul diapazon (ko'plik)g'a *interval san* delinedi.

Interval sandi' eki qi'yli' ma'niste:

- sanlardi'n' jan'a bir formasi' – qa'rezsiz bir matematikali'q obekt si'pati'nda; yaki
- qandayda bir qa'telik benen berilgen haqi'qi'y san si'pati'nda tu'siniw mu'mkin.

Interval analizdin' tiykarg'i' jetiskenligi, yag'ni'y basqa usi'llardan u'stinligi sonda, bunda EEMde bazi'bir belgili ma'seleni sheshiw procesinde ushi'raytug'i'n qa'teliklerdin' barli'q derekleri: esaplawlardag'i' qa'telik – pu'tinlew qa'teligi; paydalani'latug'i'n mag'li'wmatlardag'i' qa'telik; qollani'latug'i'n so'nli' usi'l qa'teligi bir waqi'tti'n' o'zinde esapqa ali'ni'p, ali'natug'i'n juwi'q sheshiminin' izlenetug'i'n haqi'qi'y sheshiminen shetleniwi bahalanadi'.

Interval analizdegi ilmiy mashqalalardi', shartli ra'wishte, to'mendegi 3 toparg'a:

- interval sanlar sistemasi'n belgili matematikali'q sistema si'pati'nda qarali'p izertlew;
- interval analiz apparati''ni'n' a'meliy ma'selelerin sheshiw procesine qollani'w;
- interval algoritmlerin EEM de sheshiw (esaplaw) mashqalalari'na bo'liw mu'mkin.

3.1. Interval esaplawlarga ali'p keletug'i'n ma'seleler.

Bunda tradiciyalig'q usi'llar ja'rdeminde sheshiliwi qi'yi'n bolg'an, biraq interval esaplaw ja'rdeminde na'tiyjeli sheshiletug'i'n bazi' bir ma'seleler menen tani'sami'z.

Juwig'q esaplawlardi' EEM larde ori'nlag'anda ju'z beretug'i'n to'mendegi tipik jag'daylardi' keltireyik.

1-mi'sal. Meyli $x_0 = 1 - 10^{-21}$ $x_{n+1} = x_n^2$ $n = 0, 1, 2, \dots$ bolsi'n. Bunda x_{75} tin' ma'nisin esaplaw talap etilsin.

Eger biz vergulden keyin 20 cifrli' arifmetikali'q esaplawlardi' wori'nlasaq, wol jag'dayda

$$x_0 = 1, \quad x_1 = 1, \dots, \quad x_{75} = 1 \text{ ge iye bolami'z.}$$

Biraq x_{75} ti ani'q ma'nisin joqari'dan to'mendegishe bahalaw mu'mkin

$$\begin{aligned} x_{75} &= (1 - 10^{-21})^{2^{75}} < (1 - 10^{-21})^{10^{22,2}} < \\ &< \{(1 - 10^{-21})^{10^{21}}\}^{31,6} < e^{-31,6} < 10^{-10}. \end{aligned}$$

Bul mi'saldi' sheshiw ushi'n qollani'latug'i'n interval arifmetikali'q (vergulden keyin 10 cifr saqlag'an jag'dayda) bolsa $[0, 1]$ intervalg'a jaqi'n na'tiyjeni, 20 cifrdi' saqlag'an jag'dayda wori'nlang'an yesaplawlar ja'nede ani'qraq na'tiyjeni beredi. Mi'saldan ko'rinip turg'ani'nday yesaplawlar 21 cifrdan ko'birek cifrlardi' saqlag'an jag'dayda wori'nlawi' kerek.

2-mi'sal. Berilgen $a = 77617.0$ ha'm $b = 330096.0$ ma'nislerde

$$f = 333.75b^6 + a^2(11a^2b^2 - b^6 - 121b^4 - 2) + 5.5b^8 + a/(2b)$$

an'latpani'n' ma'nisin esaplaw talap etilsin.

Negizinde f tin' ani'q ma'nisi -0.8273960599468213 ge ten'.

Excel programmasi'nda esaplawlardi' wori'nlasaq kompyuter 0 na'tiyjeni beredi.

Usi' mi'saldi'n' tuwri' interval sheshimin 3-bo'limde keltiremiz.

3-mi'sal. Endi

$$I_n = \frac{1}{e} \int_0^1 x^n e^x dx \text{ integraldi' esaplaw ma'seleli menen shug'ullanami'z.}$$

Bo'leklep integrallaw formulasi'nan paydalani'p to'mendegi rekurrent formulag'a iye bolami'z

$$I_n = \frac{1}{e} \int_0^1 x^n e^x dx = \frac{1}{e} \int_0^1 x^n de^x = \frac{1}{e} x^n e^x \Big|_0^1 - \frac{1}{e} \int_0^1 e^x dx^n =$$

$$= \frac{1}{e} (1^n e^1 - 0^n e^0) - \frac{1}{e} n \int_0^1 x^{n-1} e^x dx = 1 - n \left(\frac{1}{e} \int_0^1 x^{n-1} e^x dx \right) = 1 - n \cdot I_{n-1}.$$

$I_n = 1 - n \cdot I_{n-1}$, $I_0 = 1 - \frac{1}{e}$ rekurrent formulag'a ko'ra EEMde esaplaw-lardi' wori'nlag'anda to'mendegi jag'daylardi' gu'zeti'w mu'mkin (1-keste).

1-keste

n	I_n	n	I_n	n	I_n
0	. 632 1205	7	. 112 4296	14	-597. 5973
1	. 367 8795	8	. 100 563	15	119 6496
2	. 207 2786	9	9. 493 256 E-02	16	-194 38. 3
3	. 170 8932	10	5. 067 444	17	325 4453
4	. 145 534	11	. 442 5812	18	-485 8015 E+07
5	. 126 7958	12	-4. 310 974	19	1. 113 023 E+09
6	. 129 4790	13	57. 04 216 E-05	20	-2. 226 046 E+10

3.2. Interval sanlar ha'm wolardi'n' xarakteristikali'q qa'siyetleri.

Meyli R -haqi'qi'y sanlar ko'pligi bolsi'n.

1-Ani'qlama. Interval san dep

$$[a, b] = \{x | x \in R, a \leq x \leq b\}$$

an'latpa menen ani'qlanatug'i'n R nin' shegaralang'an ha'm jabi'q bo'lek ko'pligine ayti'ladi'.

Interval sanlar ko'pligin $I(R)$ menen belgileymiz. Eger $\mathbf{a}$ interval $\mathbf{I}(R)$ din' elementi bolsa: $\mathbf{a} \in \mathbf{I}(R)$ ha'm de $\mathbf{a}$ nin' shep ha'm on' shegaralari'n, sa'ykes ra'wishte, $\underline{a}$ ha'm $\bar{a}$ formasi'nda jazi'lsa, wol jag'dayda $\mathbf{a} = [\underline{a}, \bar{a}]$ dep jazi'w matematikler ta'repinen wo'z-ara kelisip ali'ng'an.

Eger $\mathbf{a} = [\underline{a}, \bar{a}]$ da $\underline{a} = \bar{a} = a$ bolsa, yag'ni'y intervaldi'n' shep ha'm on' shegaralari' u'stpe-u'st tu'sse, wol jag'dayda $\mathbf{a}$ interval a haqi'qi'y sang'a ten' delinedi. Sonday etip, $R \subset I(R)$.

2-Ani'qlama. Eger $\mathbf{a} = [\underline{a}, \bar{a}]$ ha'm $\mathbf{b} = [\underline{b}, \bar{b}]$ intervallar ushi'n $\underline{a} = \underline{b}$, $\bar{a} = \bar{b}$ qatnas wori'nli' bolsa, wol jag'dayda $\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ intervallar wo'z-ara ten' intervallar delinedi.

$\mathbf{I}(R)$ ko'plikte ta'rtip qatnasi' to'mendegishe ani'qlanadi': $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ qatnas tek g'ana $\bar{a} \leq \bar{b}$ ten'sizlik wori'nli' bolg'anda g'ana wori'nlanadi'. Demek $\mathbf{I}(R)$ bul ma'niste ayri'm bo'legi ta'rtiplesken ko'plik.

$\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ ko'pliklerinin' kesilispesi to'mendegishe ani'qlanadi':

$$a \cap b = \begin{cases} \text{eger } a < b \text{ yamasa } b < a \text{ bolsa} \\ [\max\{\underline{a}, \underline{b}\}, \min\{\bar{a}, \bar{b}\}] & \text{keri sin she} \end{cases}$$

$\mathbf{a}$ intervaldi'n' ken'ligi (uzi'nli'gi') $\text{wid}(\mathbf{a})$ si'yaqli' belgilenip, $\text{wid}(\mathbf{a}) = \bar{a} - \underline{a}$ formula menen esaplanadi'.

$\mathbf{a}$ intervaldi'n' wortasi' – worta ma'nisi $\text{mid}(\mathbf{a})$ bolsa to'mendegishe ani'qlanadi':

$$\text{mid}(\mathbf{a}) = \frac{1}{2}(\underline{a} + \bar{a}).$$

$\mathbf{a}$ intervaldi'n' radiusi' $\text{rad}(\mathbf{a})$ si'yaqli' belgilenip,

$$\text{rad}(\mathbf{a}) = \frac{1}{2}(\bar{a} - \underline{a}) = 0.5 * \text{wid}(\mathbf{a})$$

formula menen esaplanadi'.

$\mathbf{a}$ intervaldi'n' absolyut mug'dari' yaki moduli yaki magnitudasi' – $|\mathbf{a}|$:

$$|\mathbf{a}| = \max\{|\underline{a}|, |\bar{a}|\} = \max\{|\underline{a}|, |\bar{a}|\}.$$

Interval $\mathbf{a}$ ni'n' mignitudasi', yag'ni'y woni'n' shegaralari'ni'n' absolyut ma'nisi boyi'nsha en' kishi dep $\langle \mathbf{a} \rangle$ belgi menen belgilenip ha'm to'mendegi qatnas:

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \min\{|\underline{a}|, |\bar{a}|\} = \begin{cases} \min\{|\bar{a}|, |\underline{a}|\}, & \text{eger } 0 \notin \mathbf{a} \\ 0, & \text{eger } 0 \in \mathbf{a} \end{cases}$$

arqali' ani'qlani'wshi' mug'darg'a ayt'i'ladi'.

Metrika (qashi'qli'q) $\mathbf{I}(R)$ ko'plikte to'mendegishe ani'qlanadi'. Eger $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{I}(R)$ bolsa, wol jag'dayda

$$\rho(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \max\{|\underline{a} - \underline{b}|, |\bar{a} - \bar{b}|\}.$$

Eger $\mathbf{a} = [\underline{a}, \bar{a}]$ interval ushi'n $-\underline{a} = \bar{a}$ tenglik wori'nli' bolsa, wol jag'dayda – $\mathbf{a}$ simmetrikali'q interval delinedi. Bunda $\text{mid}(\mathbf{a}) = 0$ yekenligi kelib shi'q'adi'.

Joqari'da keltirilgen tu'sinikler tiykari'nda interval sani'ni'n' on' wortasi' ha'm radiusi' arqali' an'lati'li'wi'n to'mendegishe jazi'w mu'mkin:

$$\mathbf{a} = \text{mid}(\mathbf{a}) + [-1, 1] \cdot \text{rad}(\mathbf{a}).$$

Sunday etip, $\mathbf{a}$ intervaldi' eki qi'yli' usi'l: 1) woni'n' shegaralari' – $\underline{a}, \bar{a}$; 2) woni'n' wortasi' $\text{mid}(\mathbf{a})$ ha'm radiusi' $\text{rad}(\mathbf{a})$ menen su'wretlew mu'mkin eken. Bul su'wretlewler wortasi'ndag'i' baylani's to'mendegishe:

$$\mathbf{a} = [\underline{a}, \bar{a}] = \text{mid}(\mathbf{a}) + [-1, 1]\text{rad}(\mathbf{a}).$$

Endi, interval sani'ni'n' bazi' bir xarakteristikalarin' belgilewshi shamalardi'n' qa'siyetleri menen tani'sami'z.

1. *Interval sani'ni'n' magnitudasi' ha'm mignitudasining qa'siyetleri.*

$\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ intervallar ushi'n to'mendegi qatnaslar barli'q waqi't wori'nli'dur:

$$\mathbf{a} \subseteq \mathbf{b} \Rightarrow |\mathbf{a}| \leq |\mathbf{b}| \quad \text{ha'm} \quad \langle \mathbf{a} \rangle \geq \langle \mathbf{b} \rangle, \quad (1)$$

$$|\mathbf{a}| - \langle \mathbf{b} \rangle \leq |\mathbf{a} \pm \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|, \quad (2)$$

$$\langle \mathbf{a} \rangle - |\mathbf{b}| \leq \langle \mathbf{a} \pm \mathbf{b} \rangle \leq \langle \mathbf{a} \rangle + |\mathbf{b}|, \quad (3)$$

$$|\mathbf{ab}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|, \quad (4)$$

$$|\mathbf{a/b}| \leq |\mathbf{a}| / \langle \mathbf{b} \rangle, \quad \langle \mathbf{a/b} \rangle = \langle \mathbf{a} \rangle / |\mathbf{b}|, \quad \text{eger } 0 \notin \mathbf{b} \quad (5)$$

$$\left| \frac{1}{\mathbf{a}} \right| = \langle \mathbf{a} \rangle^{-1}, \quad \text{eger } 0 \notin \mathbf{a} \quad (6)$$

2. *Interval san wortasi'ni'n' qa'siyetleri:*

$$\text{mid}(\mathbf{a} \pm \mathbf{b}) = \text{mid}(\mathbf{a}) \pm \text{mid}(\mathbf{b}), \quad (7)$$

$$\text{mid}(a\mathbf{b}) = a \text{mid}(\mathbf{b}), \quad \text{bul jerde } a \in R \quad (8)$$

3. *Interval radiusi'ni'n' qa'siyetleri:*

$$\mathbf{a} \subseteq \mathbf{b} \Rightarrow \text{rad}(\mathbf{a}) \leq \text{rad}(\mathbf{b}), \quad (9)$$

$$\text{rad}(\mathbf{a} \pm \mathbf{b}) = \text{rad}(\mathbf{a}) + \text{rad}(\mathbf{b}), \quad (10)$$

$$|\mathbf{a}| \cdot \text{rad}(\mathbf{b}) \leq \text{rad}(\mathbf{ab}) \leq |\mathbf{a}| \cdot \text{rad}(\mathbf{b}) + \text{rad}(\mathbf{a}) \cdot |\text{mid}(\mathbf{b})|, \quad (11)$$

$$\text{rad}(\mathbf{a}) \cdot |\mathbf{b}| \leq \text{rad}(\mathbf{ab}) \leq \text{rad}(\mathbf{a}) \cdot |\mathbf{b}| + |\text{mid}(\mathbf{a})| \cdot \text{rad}(\mathbf{b}), \quad (12)$$

$$\text{rad}\left(\frac{1}{\mathbf{a}}\right) = \frac{\text{rad}(\mathbf{a})}{\langle \mathbf{a} \rangle |\mathbf{a}|}, \quad \text{eger } 0 \notin \mathbf{a} \quad (13)$$

$$\text{rad}(\mathbf{a}^n) \leq n |\mathbf{a}|^{n-1} \text{rad}(\mathbf{a}), \quad \forall \mathbf{a} \in \mathbf{I}(R), \quad (14)$$

$$rad(\mathbf{a}^n) = |\mathbf{a}|^{n-1} rad(\mathbf{a}), \text{ eger } 0 \notin \mathbf{a}. \quad (15)$$

Joqari'da keltirilgen qa'siyetlerdi'n' birinin' da'liylleniwin keltiremiz.

Ma'selen, (14) qatnasti' wori'nli' yekenligin da'liyllense matematikali'q indukciya metodi'nan paydalanami'z.

$n=1$ de ten'sizlikdin' wori'nli' yekenligin ko'riw qi'yi'n emes. (14) qatnasti' erikli n de wori'nli' dep oylap, $n+1$ de (14) ten'sizlikdin' wori'nli' yekenligin ko'rsetemiz:

$$\begin{aligned} rad(\mathbf{a}^{n+1}) &= rad(\mathbf{a}^n \mathbf{a}) \leq |\mathbf{a}^n| rad(\mathbf{a}) + rad(\mathbf{a}^n) \cdot |mid(\mathbf{a})| \leq \\ &\leq |\mathbf{a}^n| rad(\mathbf{a}) + n |\mathbf{a}|^{n-1} rad(\mathbf{a}) \cdot |\mathbf{a}| \leq (n+1) |\mathbf{a}|^n rad(\mathbf{a}). \end{aligned}$$

Demek, (14) ten'sizlik n nin' yerikli ma'nisinde wori'nli'.

3-Ani'qlama. Eger $\sigma(\mathbf{a}) = sign(\underline{a} + \bar{a})/2$ $\mathbf{a}$ intervaldi'n' wortasi'ni'n' belgisin bildirse ha'm ha'r qanday $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{I}(R)$ ushi'n $\sigma(\mathbf{a}) \cdot \sigma(\mathbf{b}) \geq 0$ wori'nlansa, wol jag'dayda $\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ intervallar nolge qarata bir jaylasqan delinedi.

Intervaldi'n' radiusi' ha'm ken'ligi interval ani'qsi'zli'qti'n' absolyut wo'lshegin bildiredi. Biraq, bazi'da interval ani'qsi'zli'qti'n' teris wo'lshegin biliw de jaman bolmaydi'. Ma'selen, $[1, 2]$ ha'm $[1001, 1002]$ intervallar bir qi'yli' radiusqa iye bo'lsada, birinshi intervalda ani'qsi'zli'q 100% ti, ikkinshisinde bolsa 0,1% ten kemin quraydi'. Ani'qsi'zli'qti'n' teris wo'lshegi si'pati'nda $\bar{a}/\underline{a}$ qatnasti' alsa da boladi', biraq $0 \in \mathbf{a}$ ushi'n bul qatnas ku'tilgen na'tiyjeni bermeydi.

Usi' sebepli, chex ali'mi' X. Racheq [18] teris ani'qsi'zli'q tu'sinigine ker, bolg'an tu'sinikti, yag'ni'y intervaldi'n' «tarli'g'i'n» ani'qlawshi' to'mendegi funkcionaldi' usi'ni's etdi

$$\chi(\mathbf{a}) = \begin{cases} \underline{a}/\bar{a}, & \text{eger } |\underline{a}| \leq |\bar{a}|, \\ \bar{a}/\underline{a}, & \text{kerisinshe} \end{cases}$$

Nolge tiyisli bolg'an intervallar ushi'n $\chi(\mathbf{a})$ ani'qlanbag'an ha'm wol to'mendegi ten'sizlikni qanatlandi'radi': $-1 \leq \chi(\mathbf{a}) \leq 1$. Eger $0 \neq a \in R$, yag'ni'y $\mathbf{a}$ ni'n' shegaralari' u'stpe-u'st tu'sip wol haqi'yqi'y sang'a ten' bolsa, wol jag'dayda $\chi(\mathbf{a}) = 1$. $\chi(\mathbf{a}) = -1$ tenglik $\mathbf{a}$ intervaldi'n' simmetrikali'q in-

terval ekenliginen derek beredi. Nolge ten' bolmag'an $\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ intervallar ushi'n X. Rachek funkcionali'ni'n' bazi' bir qa'siyetlerin keltiremiz:

$$\chi(\mathbf{a}) = \chi(\mathbf{b}) \Leftrightarrow \mathbf{a} = t\mathbf{b} \text{ va } 0 \neq t \in R,$$

$$\chi(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \leq \max \{ \chi(\mathbf{a}), \chi(\mathbf{b}) \},$$

$$\chi(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \min \{ \chi(\mathbf{a}), \chi(\mathbf{b}), \chi(\mathbf{a}) \cdot \chi(\mathbf{b}) \}.$$

Eger $\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ nolge qarata bir qi'yli' arali'qta jaylasqan bolsa, wol jag'dayda $\chi(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \geq \min \{ \chi(\mathbf{a}), \chi(\mathbf{b}) \}$. Eger $\mathbf{a} \supseteq \mathbf{b}$ ha'm $\chi(\mathbf{b}) \geq 0$ bolsa, wol jag'dayda $\chi(\mathbf{a}) \leq \chi(\mathbf{b})$ qatnaslar wori'nli' boladi'.

3.3. Interval sanlar u'stinde arifmetikali'q a'meller. Klassikali'q interval arifmetikasi' ha'm woni'n' algebrali'q qa'siyetleri

Eger $*$ $\in \{+, -, \times, /\}$ bolsa, wol jag'dayda $\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ intervallar ushi'n arifmetikali'q a'meller to'mendegishe an'lati'ladi':

$$\mathbf{a} * \mathbf{b} = \{ a * b \mid a \in \mathbf{a}, b \in \mathbf{b} \}. \quad (1)$$

Bunda bo'liw a'melinde $0 \notin \mathbf{b}$.

$\mathbf{a} = [\underline{a}, \bar{a}]$ ha'm $\mathbf{b} = [\underline{b}, \bar{b}]$ bolsa, wol jag'dayda (1) formula sa'ykes jag'daylarda, to'mendegi formulalarg'a ekvivalentdur:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = [\underline{a}, \bar{a}] + [\underline{b}, \bar{b}] = [\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}],$$

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = [\underline{a}, \bar{a}] - [\underline{b}, \bar{b}] = [\underline{a} - \bar{b}, \bar{a} - \underline{b}],$$

$$\mathbf{a} * \mathbf{b} = [\underline{a}, \bar{a}] * [\underline{b}, \bar{b}] =$$

$$= [\min \{ \underline{a} * \underline{b}, \underline{a} * \bar{b}, \bar{a} * \underline{b}, \bar{a} * \bar{b} \}, \max \{ \underline{a} * \underline{b}, \underline{a} * \bar{b}, \bar{a} * \underline{b}, \bar{a} * \bar{b} \}],$$

$$\mathbf{a} / \mathbf{b} = [\underline{a}, \bar{a}] / [\underline{b}, \bar{b}] = [\underline{a}, \bar{a}] * [1/\bar{b}, 1/\underline{b}]. \quad (2)$$

Eger $\mathbf{a}$ ha'm $\mathbf{b}$ intervallarda shep ha'm on' shegaralari' wo'z-ara ten' bolsa, yag'ni'y $\mathbf{a} = a, \mathbf{b} = b$ bolsa, wol jag'dayda (2) formulalar haqi'qi'y sanlar u'stindeg'i arifmetikali'q a'mellerdi ani'qlawshi' formulalardi' an'lati'wi'n ko'riw qi'yi'n emes.

Demek, interval san haqi'qi'y sani'ni'n' uli'wmalasi'wi', interval arifmetikali'q bolsa haqi'qi'y arifmetikani'n' uli'wmalasi'wi'dur. Interval

qosi'w ha'm ko'beytiw a'melleri associativlik ha'm kommutativlik ni'zamlarg'a boysi'nadi'. Yag'ni'y, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbf{I}(R)$ bolsa, wol jag'dayda

$$\begin{aligned}\mathbf{a} + \mathbf{b} &= \mathbf{b} + \mathbf{a}, \\ \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) &= (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}, \\ \mathbf{a} * \mathbf{b} &= \mathbf{b} * \mathbf{a}, \\ \mathbf{a} * (\mathbf{b} * \mathbf{c}) &= (\mathbf{a} * \mathbf{b}) * \mathbf{c}.\end{aligned}$$

Interval sandi' pu'tin da'rejege ko'teriw to'mendegi formula tiykari'nda a'melge asi'ri'ladi'

$$\mathbf{a}^n = [\underline{a}, \bar{a}]^n = \begin{cases} [\underline{a}^n, \bar{a}^n], & \text{eger } n = 2i + 1 \text{ bolsa} \\ [\underline{a}^n, \bar{a}^n], & \text{eger } n = 2i \text{ va } \underline{a} > 0 \text{ bolsa} \\ [\bar{a}^n, \underline{a}^n], & \text{eger } n = 2i \text{ va } \bar{a} < 0 \text{ bolsa} \\ [0, \max(\underline{a}^n, \bar{a}^n)], & \text{eger } n = 2i \text{ ha'm } 0 \in \mathbf{a} \text{ bolsa.} \end{cases} \quad (3)$$

(1)–(2) formulalar menen ani'qlang'an arifmetikali'q interval, interval analizge tiyisli a'debiyatlarda, *klassikali'q interval arifmetikali'q* yaki *R. Mur arifmetikasi'* da dep ju'ritiledi.

(1)–(2) formulalardi'n' analizi sani' ko'rsetedi, arifmetikali'q intervalda: qosi'w a'meli, ayi'ri'w a'meline, ko'beytiw a'meli bolsa bo'liw a'meline kerime sur. Yag'ni'y, $\mathbf{a} - \mathbf{a} \neq [0, 0]$, $\mathbf{a}/\mathbf{a} \neq [1, 1]$. Biraq, $0 \in \mathbf{a} - \mathbf{a}$, $1 \in \mathbf{a}/\mathbf{a}$.

Sebebi, (2.10) formuladan ko'rinip turg'ani'nday, intervallardi'n' ji'yi'ndi'si'ni'n' yaki ayi'rmasi'ni'n' radiusi' (ken'ligi) qosi'li'wshi'lari'ni'n' radiuslari'ni'n' ji'yi'ndi'si'na ten' boladi'. $\mathbf{I}(R)$ ge tiyisli erikli interval ushi'n wog'an qarama-qarsi' interval joq, yag'ni'y $\mathbf{a} - \mathbf{a} \neq 0$. Ekinshi ta'repten, (2.11)–(2.12) formulalardan ko'rinip turg'ani'nday, erikli shegaralari' u'stpe-u'st tu'spegen intervaldi', intervallar ko'beymesinin' nolge ten' bolmag'an radiusi'na ko'beyttirgende na'tiyje hesh qashan nolge ten' bolmaydi'. Usi' sebepli, $\mathbf{I}(R)$ tin' erikli shegaralari' u'stpe-u'st tu'spegen intervaldi'n' kerisi joq, yag'ni'y $\mathbf{a}/\mathbf{a} \neq [1, 1]$.

Biraq, $\mathbf{I}(R)$ de, to'mendegi qa'siyetler wori'nli'dur:

$$\begin{aligned}\mathbf{a} + \mathbf{c} = \mathbf{b} + \mathbf{c} &\Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{b}, \\ \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}, 0 \notin \mathbf{a}, 0 \notin \mathbf{b}, 0 \notin \mathbf{c} &\Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{b}.\end{aligned}$$

Klassikali'q interval arifmetikani' qollani'li'wi'na tiyisli to'mendegi mi'sallar menen tani'sami'z:

$$\begin{aligned}
[1, 2] + [4, 6] &= [5, 8], \\
1 + [-3, 2] &= [-2, 3], \\
[2, 5] - [0, 2] &= [0, 3], \\
[-2, 1] \times [0, 4] &= [-8, 0], \\
3 \times [-2, 3] &= [-6, 9],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[2, 4] / [-2, 1] &= \text{ani'qlanbag'an}, \\
2 / [1, 2] &= [1, 2], \\
[2, 4] / [-2, -1] &= [-4, -1], \\
[2, 3] ** 2 &= [4, 6], \\
[-1, 2] ** 2 &= [0, 4].
\end{aligned}$$

Arifmetikali'q intervaldi'n' subdistributivlik qa'siyeti.

Arifmetikali'q intervalda $\mathbf{a, b, c} \in \mathbf{I(R)}$ intervallar ushi'n, distributivlik qa'siyeti, yag'ni'y

$$\mathbf{a * (b + c) = a * b + a * c.} \quad (4)$$

qatnas barli'q waqi't wori'nli' bolmaydi'. Haqi'yqattan da, $[0, 1](1 - 1) = 0$ bolg'an jag'dayda $[0, 1] - [0, 1] = [-1, 1]$ yekenin ko'riw mu'mkin.

Arifmetikali'q intervalda *subdistributivlik* dep atalatug'i'n to'mendegi qa'siyet

$$\mathbf{a * (b + c) \subseteq a * b + a * c,} \quad (5)$$

har dayi'm wori'nli'dur.

Sonday bo'lsada, to'mendegi jag'daylarda, yag'ni'y:

1) Eger $\text{wid}(\mathbf{a}) = 0$ yaki $\mathbf{b} = [0, 0]$, yaki $\mathbf{c} = [0, 0]$;

2) Eger $\mathbf{b}$ ha'm $\mathbf{c}$ intervallar ushi'n $\text{sign}(\mathbf{b}) = \text{sign}(\mathbf{c})$ qatnas wori'nli';

3) Eger $\mathbf{d = bc} = [\underline{d}, \bar{d}]$ interval barli'q waqi't on';

4) Eger $\mathbf{b}$ ha'm $\mathbf{c}$ intervallar – simmetrikali'q intervallar bolsa, wol jag'dayda arifmetikali'q intervalda distributivlik ni'zami' wori'nlanadi', yag'ni'y (4) tenglik wori'nli' boladi', keri jag'dayda (5) qatnas, yag'ni'y subdistributivlik qa'siyeti wori'nlanadi'.

Arifmetikali'q intervaldi'n' monotonli'q qa'siyeti

Ani'qlama. Eger $\mathbf{a \subseteq c}$ va $\mathbf{b \subseteq d}$ bolg'an jag'dayda

$$\mathbf{a + b \subseteq c + d,}$$

$$\mathbf{a - b \subseteq c - d,}$$

$$\mathbf{ab \subseteq cd,}$$

$$\mathbf{a/b \subseteq c/d.} \quad (6)$$

qatnas wori'nli' bolsa, *arifmetikali'q interval monotonli'q qa'siyetke* ($\subseteq$ a'meli boyi'nsha) iye delinedi.

Teorema. Eger $\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ shekli sandag'i' $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ interval wo'zgeriwshiler ha'm de interval arifmetikali'q a'meller ja'rdeminde payda etilgen racional an'latpa bolsa, wol jag'dayda barli'q $x_i \in \mathbf{x}_i, i = \overline{1, n}$ ushi'n

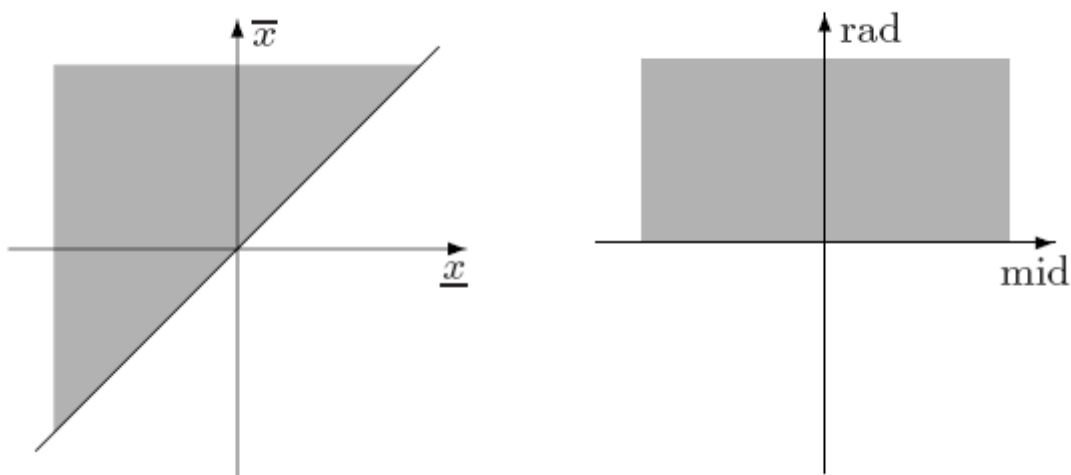
$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \subseteq \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n),$$

qatnaslar wori'nli' boladi'.

Joqari'da keltirilgen teorema interval analizde, *interval arifmetikani'n' tiykarg'i' (fundamental) teoremasi'* dep te ju'ritiledi.

Aldi'n'g'i' paragrafda intervallardi' suwretlew din' eki usi'li, yag'ni'y woni'n' shegaralari' ha'm de wortasi' ha'm radiusi' arqali' an'lati'li'wi' menen tani'sqan edik. Eger sanlar tegisliginde usi' su'wretlewlerdi an'latpaqshi' bolsaq, wol jag'dayda to'mendegi su'wretlerge iye bolami'z:



Su'wret 1. *Interval tegislikler*

Bul ko'rinslerden ko'rinip turg'ani'nday, $\mathbf{I}(\mathbf{R})$ di koordinatalar tegisliginde su'wretlegenimizde, interval tegislikler (yeki jag'dayda da) toli'q paydalani'lmay qali'p ati'r, woni'n' yari'mi' paydalani'ladi'. Bul sheklewler klassikali'q interval arifmetikani'n' jetilistirilgen ko'rinslerinde ma'lim bir ma'niste joyti'ladi'.

§4. Kompleks intervallar ha'm olar u'stinde arifmetikali'q a'meller.

Haqi'qi'y sanlar ko'pligi - R den pari'qli' kompleks sanlar ko'pligi - C «eki o'lshefli» ko'plikdur. Sanlardi' bul ko'plikte intervallarda bir neshe usi'llarda su'wretlew mu'mkin.

Tuwri'to'rtmu'yeshlikler ha'm kompleks tegisliginin' aylanalari' - en' ko'p qollani'latug'i'n kompleks intervallar esaplanadi'.

$\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{I}(R)$ intervallar ushi'n *tuwri'to'rtmu'yeshlikli kompleks interval* - $\mathbf{a} + i\mathbf{b}$ dep kompleks tegisliktin' to'mendegishe ani'qlanug'i'n

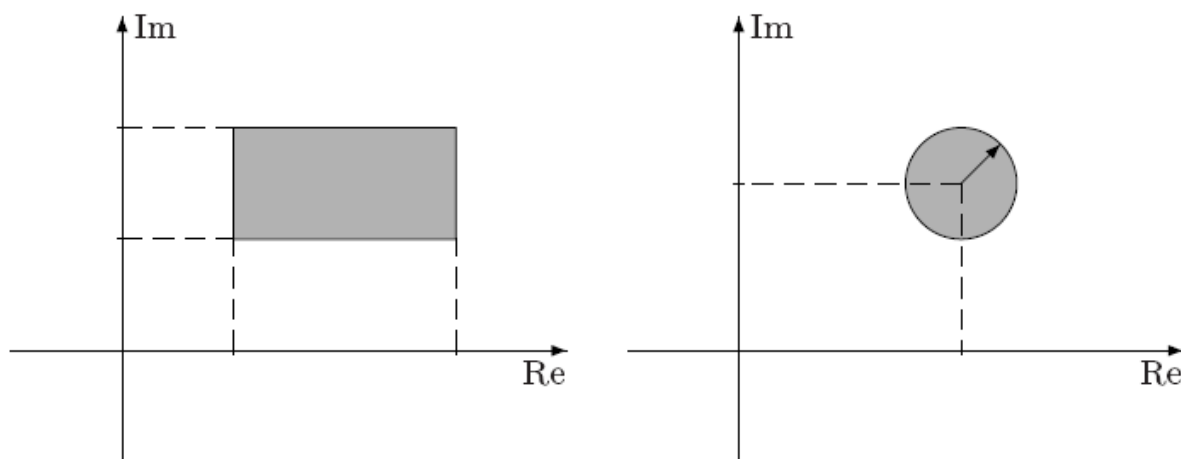
$$\{z = a + ib \in C \mid a \in \mathbf{a}, b \in \mathbf{b}\}$$

ko'pligine ayti'ladi'. Bunnan keyingi tuwri'to'rtmu'yeshlikli kompleks intervaldi' a'piwayi' g'ana etip *kompleks interval* dep ataymi'z.

Kompleks tegisliginin' to'mendegishe

$$\{z \in C \mid |z - c| \leq r\}$$

ani'qlanug'i'n ko'pligine bolsa aylanbali' kompleks interval dep ataladi' ha'm $\langle c, r \rangle$ si'yaqli' belgilenedi. Bunda $c \in C, r \in R$ ha'm $r \geq 0$.



Su'wret 2. To'gri to'rtburchakli ha'm aylanbali' kompleks intervallar

To'mendegishe belgilew kiritip alami'z: $\mathbf{I}(C)_{rect}$ - barli'q kompleks intervallar ko'pligi; $\mathbf{I}(C)_{circ}$ - barli'q aylanbali' kompleks intervallar ko'pligi. Eger tekstin' mazmuni'nan yeki ko'plikke de tiyisli arifmetikali'q a'meller

u'stinde so'z ju'ritilse, wol jag'dayda kompleks intervallar ko'pligin qi'sqasha etip $\mathbf{I}(C)$ dep belgileymiz.

Ani'qlama. $\mathbf{z} \in \mathbf{I}(C)$ kompleks intervaldi'n' absolyut ma'nisi dep, $|\mathbf{z}| = \max\{|z| | z \in \mathbf{z}\}$ qatnas penen ani'qlani'wshi' olshemge ayti'ladi'.

$\mathbf{z} = \mathbf{a} + i\mathbf{b}$ formula menen ani'qlanatug'i'n kompleks interval ushi'n wol $|\mathbf{z}| = \sqrt{|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2}$ g'a ten', $\mathbf{z} = \langle c, r \rangle$ aylanbali' kompleks interval ushi'n bolsa woni'n' ma'nisi $|\mathbf{z}| = |c| + r$ menen an'lati'ladi'.

4.1. Kompleks intervallar u'stinde arifmetikali'q a'meller.

Kompleks intervallar u'stinde arifmetikali'q a'meller to'mendegishe ani'qlanadi':

$$\begin{aligned}(\mathbf{a}_1 + i\mathbf{b}_1) + (\mathbf{a}_2 + i\mathbf{b}_2) &= (\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2) + i(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2), \\(\mathbf{a}_1 + i\mathbf{b}_1) - (\mathbf{a}_2 + i\mathbf{b}_2) &= (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) + i(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2), \\(\mathbf{a}_1 + i\mathbf{b}_1) * (\mathbf{a}_2 + i\mathbf{b}_2) &= (\mathbf{a}_1\mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_1\mathbf{b}_2) + i(\mathbf{a}_1\mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_2\mathbf{b}_1), \\(\mathbf{a}_1 + i\mathbf{b}_1) : (\mathbf{a}_2 + i\mathbf{b}_2) &= \frac{1}{|\mathbf{a}_2 + i\mathbf{b}_2|^2} ((\mathbf{a}_1\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_1\mathbf{b}_2) + i(\mathbf{a}_2\mathbf{b}_1 - \mathbf{a}_1\mathbf{b}_2)) = \\&= \frac{1}{|\mathbf{a}_2|^2 + |\mathbf{b}_2|^2} ((\mathbf{a}_1\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_1\mathbf{b}_2) + i(\mathbf{a}_2\mathbf{b}_1 - \mathbf{a}_1\mathbf{b}_2)).\end{aligned}$$

Bunda bo'liw a'melinde $0 \notin (\mathbf{a} + i\mathbf{b})$.

Aylanbali' kompleks intervallar ushi'n arifmetikali'q a'meller to'mendegishe ani'qlanadi':

$$\begin{aligned}\langle c_1, r_1 \rangle + \langle c_2, r_2 \rangle &= \langle c_1 + c_2, r_1 + r_2 \rangle, \\ \langle c_1, r_1 \rangle - \langle c_2, r_2 \rangle &= \langle c_1 - c_2, r_1 + r_2 \rangle, \\ \langle c_1, r_1 \rangle * \langle c_2, r_2 \rangle &= \langle c_1c_2, |c_1|r_2 + |c_2|r_1 + r_1r_2 \rangle, \\ \frac{1}{\langle c, r \rangle} &= \left\langle \frac{c^*}{|c|^2 - r^2}, \frac{r}{|c|^2 - r^2} \right\rangle, \\ \langle c_1, r_1 \rangle : \langle c_2, r_2 \rangle &= \langle c_1, r_1 \rangle * \frac{1}{\langle c_2, r_2 \rangle}.\end{aligned}$$

Bul jerde c^* – c g'a tu'yinles bolg'an kompleks sandur.

4.2. Kompleks intervallar arifmetikasi'ni'n' algebrali'q qa'siyetleri.

1. $u + v = v + u$,
2. $(u + v) + \omega = u + (v + \omega)$,
3. $u \cdot v = v \cdot u$,
4. $u(v + \omega) \subseteq uv + u\omega$.

Sani' ayti'p wo'tiw kerek, kompleks intervallar arifmetikasi'nda ko'beytiw a'meli associativlik qa'siyetin saqlamaydi'. Ma'selen, $u = ([1, 2] + i)$, $v = (1 + i)$ ha'm $\omega = (1 + i)$ intervallar ushi'n

$$(uv)\omega = ([0, 1] + i[2, 3]) * (1 + i) = [-3, -1] + i[2, 4],$$

$$u(v\omega) = ([1, 2] + i) * 2i = -2 + i[2, 4].$$

Buni'n' sebebi sonda, distributivlik qa'siyeti $I(C)$ de barli'q waqi't wori'nlanbaydi'. Biraq aylanbali' kompleks intervallar arifmetikasi'nda bolsa distributivlik qa'siyeti wori'nlanadi':

$$(uv)\omega = u(v\omega), u, v, \omega \in I(C)_{circ}.$$

4.3. Kompleks intervallar arifmetikasi'ni'n' monotonli'q qa'siyeti.

Kompleks interval arifmetika monoton qa'siyetke iye, yag'ni'y har qanday $u, v \in I(C)$ intervallar ha'm de $* \in \{+, -, *, /\}$ arifmetikali'q a'meller ushi'n

$$u \subseteq u', v \subseteq v' \Rightarrow u * v \subseteq u' + v'$$

qatnas wori'nli'dur.

Haqi'qi'y intervallar ko'pliginde bul qatnasti'n' wori'nlanani'wi'n tekseriw hesh qanday qi'yi'nshi'li'q tuwdi'rmaydi'. Aylanbali' kompleks intervallar ushi'n bul qatnasti' wori'nlawi' ashi'qtan-ashi'q ko'rinbeydi ha'm arnawli' forma almasti'ri'wlardi' talap etedi.

4.4. Kompleks intervallar arifmetikasi'nda interval arifmetikani'n' tiykarg'i' teoremasi'.

Teorema. Eger kompleks racional funksiya – $f(z_1, z_2, \dots, z_n)$ da $z_1, z_2, \dots, z_n$ kompleks mug'darlar, sa'ykes ra'wishte $z_1, z_2, \dots, z_n$ interval

kompleks mug'darlar ha'm de wolar u'stinde wori'nlanatug'i'n arifmetika bolsa kompleks interval arifmetika menen almasti'ri'li'p, $\mathbf{f}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n)$ -kompleks interval funtksiya payda etilgen bolsa, wol jag'dayda

$$\{f(z_1, \dots, z_n) | z_1 \in \mathbf{z}_1, \dots, z_n \in \mathbf{z}_n\} \subseteq \mathbf{f}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n), \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n \in \mathbf{I}(C)$$

qatnas barli'q waqi't wori'nli' boladi', yag'ni'y, $(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n)$ da $\mathbf{f}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n) - f(z_1, z_2, \dots, z_n)$ funkciyasi'ni'n' ma'nisler ko'pligin wo'z ishine aladi'.

Bul teoremani'n' dalilyli haqi'yqi'y intervallar arifmetikasi'ndag'i' si'yaqli' a'melge asi'ri'ladi'.

Iteracion procesti natuwri' na'tiyjega ali'p keliwge tiykarg'i' sebeplerden biri, wo'z-ara jaqi'n sanlardi'n' ayi'rmasi'dur. I_n izbe-izlik joqari'dan ha'm to'mennen shegaralang'an, yag'ni'y $1/(n+1) < I_n < 1/n$. Usi' kesindini to'mendegi ko'riniste jazi'p alami'z $I_n \in [1/(n+2), 1/(n+1)] = \mathbf{I}'_n$. Sang'a $\mathbf{I}_0$ berilgen dep oylap, to'mendegi iteracion procesti du'zemiz

$$I_n \in \mathbf{I}_n = (1 - n\mathbf{I}_{n-1}) \cap \mathbf{I}'_n, (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (1)$$

Bul proces na'tiyjesinde ali'natug'i'n interval sheshimlerinin' ani'qli'gi'n to'mendegishe bahalaw mu'mkin

$$\text{wid}(I_n) < \text{wid}\left(\left[\frac{1}{n+2}, \frac{1}{n+1}\right]\right) = \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

Bul jerde, $n \rightarrow \infty$, $\text{wid}(I_n) \rightarrow 0$

2-keste

n	$\mathbf{I}_n$	$\bar{\mathbf{I}}_n$	$\text{wid}(\mathbf{I}_n)$
0	. 632 1203	. 632 1208	4. 77 E-07
1	. 367 8789	. 367 88	4. 01 E-07
2	. 264 2398	. 264 2424	2. 56 E-07
3	. 207 2724	. 207 281	8. 52 E-07
4	. 170 8758	. 170 9106	3. 48 E-05
5	. 145 4466	. 145 6215	1. 75 E-04
6	. 126 2766	. 127 3209	1. 05 E-03
.			
13	6. 66 6666 E-02	7. 142875 E-02	7. 76 E-03
14	6. 24 9999 E-02	6. 66 6668 E-02	4. 17 E-03

Bul xarakterdegi mi'sallardi' ja'ne wonlap keltiriv mu'mkin. Joqari'da keltirilgen mi'sallar sani' ko'rsetedi, EEM de tradiciyalig'q usi'llar ja'rdeminde ali'ng'an «juwig'q sheshim izlengen haqiqi'y sheshiminen qanshag'a parq etedi? yaki «EEM de ali'ng'an juwig'q sheshimlerimizge qay da'rejede isensek boladi?» degen sorawlarg'a barli'q waqit' juwap bere almaydi'. Bul sorawlarg'a juwaplardi' izlew de ali'mlari'mi'z da EEM nin' ta'jiriybeli paydalani'wshi'lari' aldi'nda ha'zirgi ku'nde *mashqala* boli'p turi'pti'. Interval analiz apparati' ja'rdeminde usi' mashqalalardi'n' bazi'lari'n sheshiw mu'mkin.

§5. INTLAB paketi ha'm onda islew tiykarlari'

Keyingi ji'llarda ja'ne bir na'tiyjeli bag'dar sanli' – interval esaplawlardi' simvolli' analitikali'q yesaplawlar (kompyuter algebrasi') menen sa'ykeslendiriv usi'li ko'p rawajlanbaqta. Bul sa'ykeslendiriv analitikali'q esaplawlarda sanli' sheshimlerde basqari'latug'i'n joqari' aniqli'qtag'i' isenimli ko'riniste ali'wg'a imkan beredi. Ekinshi ta'repten analitikali'q ha'm de interval esaplawlardi' birgelikte a'melge asi'ri'w, ko'p jag'daylarda ali'natug'i'n interval sheshiminin' ken'eyip ketiw (Wrapping effect¹-effekt rasskrutki) effektinin' aldi'n ali'wg'a ja'rdem bermekte. Soni'n' ushi'n Maple, Matlab, Mathematica, Scilab si'yaqli' kompyuter algebrasi' sistemalari'nda interval tipli mag'li'wmatlardi' qollani'w a'detke kirmekte. Kompyuter algebrasi' sistemalari'ni'n' payda boli'wi', analitikali'q esaplawlardi' olarda an'sat ha'm tez a'melge asi'ri'w paydalani'wshi'g'a ko'p imkaniyatlar jarati'p bermekte. Sonday paketlerden biri – klassikali'q interval arifmetikasi' tiykari'nda jarati'lg'an MATLAB sistemasi'' qurami'nda islewshi INTLAB paketi esaplanadi'.

¹ Interval sheshimlerinin' ba'zi iteratsion processlerinde ken'eyip ketiw jag'dayi'n birinshi boli'p, XX a'sirdin' 60-ji'llari'nda AQSH ali'mi' R.E.Mur ta'repinen ani'qlang'an. Si'rtqi' interval bahalaw ma'selesinde bunday sheshimler optimal sheshim esaplanbaydi'.

5.1. INTLAB paketi ha'm woni'n' imkaniyatlari'.

Nemis matematigi Rump ta'repinen jarati'lg'an ha'm ha'zirgi ku'nde ju'da' ko'p izertlewshiler ta'repinen u'nimli paydalani'p ati'rg'an «INTLAB» programmalar kompleksi haqqi'ndag'i' mag'li'wmatlardi' ha'm woni'n' programmalar bibliotekasi'n internettin'

<http://www.ti3.tu-harburg.de/~rump/intlab/index.html>

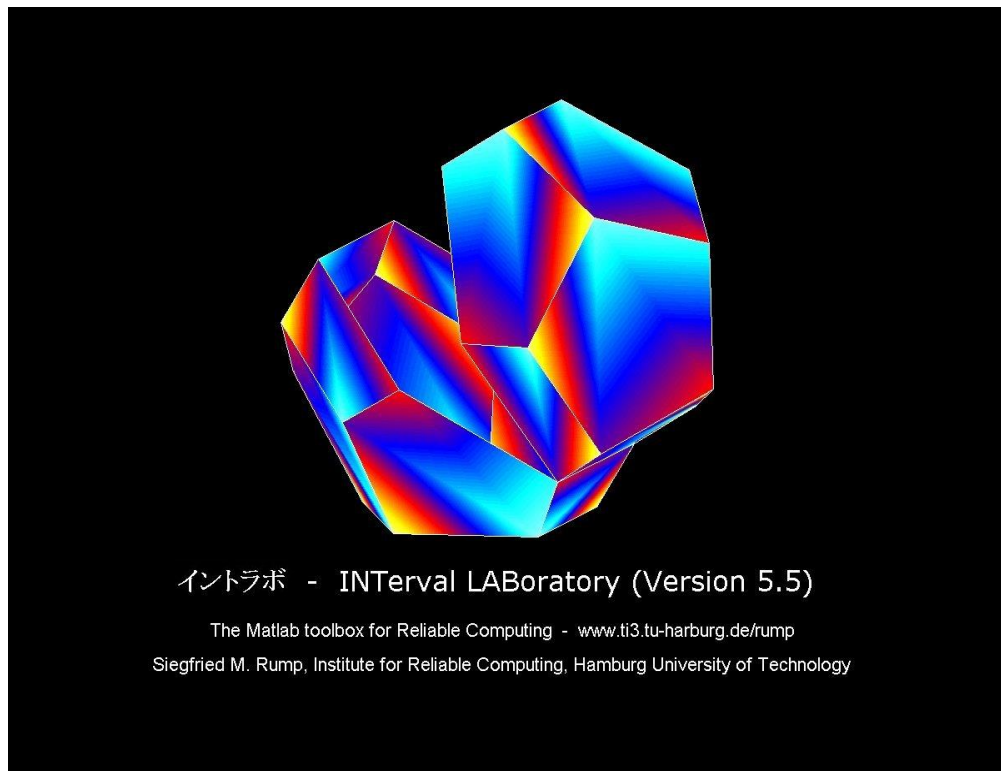
sayti'nan tabi'w mu'mkin. Bul jumi's jazi'li'w waqti'nda INTLAB 5.5 versiyasi' menen jumi's ko'rildi.

INTLAB paketinde to'mendegi taraw algoritmleri boyi'nsha esaplawlardi' a'melge asi'ri'w mu'mkin:

- haqi'yqi'y intervallar ha'm usi' tipdegi massivler (vektor ha'm matricalar) u'stinde arifmetikali'q a'meller;
 - avtomatik differenciallaw (parallel yesaplawlar);
 - si'zi'qli' emes tenglemeler sistemasi'n sheshiw ushi'n gradientler;
 - Hessian boyi'nsha global optimallasti'ri'w (ko'p wo'zgeriwshili funksiyalar ushi'n);
 - bir ha'm ko'p wo'zgeriwshili interval ko'pag'zali'lar;
 - haqi'yqi'y intervalli' elementar funksiyalar;
 - kompleks intervalli' elementar funksiyalar
- ha'm basqalar.

5.2. INTLAB paketinde elementar yesaplawlar.

Bul jerde biz *Intlab*tan paydalani'w haqqi'nda qi'sqasha mag'li'wmat beremiz. Paydalani'wshi' ">>" komandasi'nan son' to'mendegi mag'li'wmat boyi'nsha islewi kerek. Paydalani'wshi' Matlab penen tani's bo'liw ha'm Intlabti' tuwri' wornatqan boli'wi' a'hmiyetli. Intlabqa kiriw ushi'n >>**startintlab** ti' terin'.



Bul **intlab** bibliotekasi'na kirip Matlab izlew sistemasi' so'ralg'an global wo'zgerislerge kiriwdi ta'miynlewi mu'mkin.

Intervalg'a kiriwdin' 4 joli' bar. Birinshisi bul matricani'n' noqati'na kiriwge eltiwshi *intval* funkciya. Keyingisi 2×2 interval noqati' matricani' keltirip shi'g'aradi'.

```
>> A = intval([0.1,2;3,4])
intval A =
0.1000    2.0000
3.0000    4.0000
>> A = intval ('0.1 2 3 4')
intval A =
0.1000
2.0000
3.0000
4.0000
```

Birinshi komponent endi 0.1 qosi'ndi'. Bul radius 0 ge ten' bolmag'anda ko'rinishi mu'mkin.

```
>> rad(A(1,1))
ans =
1.3878e-017
```

Yadi'n'i'zda saqlan', A bul vektor u'stini. Barli'q na'tiyje si'zi'qli' argumenti usi' formadag'i' vektori'n keltirip shi'g'aradi'. Bul 2×2 matricasi' to'mendegi menen wo'zlestiriliwi mu'mkin:

```
>> A = reshape(A,2,2)
intval A =
0.1000      3.0000
2.0000      4.0000
```

U'shi'nshi alternative bul woni'n' worta noqati' ha'm radiusi' arqali' interval beriw.

```
>> B = midrad([1,0;0.5,3],1e-4)
intval B =
1.000_      0.000_
0.500_      3.0000
```

intervallardi' infimum ha'm supremum arqali' kiriw mu'mkin.

```
>> C = infsup([-1,0;2,4],[-0.9,0;2.4,4.01])
intval C =
-0.9_ _ _      0.0000
2._ _ _ _      4.00_ _
```

Kompleks sanli' intervallarg'a quramali' cifr menen belgilengen worta noqat yaki radius belgilew sistemasi' arqali' kiriw mu'mkin.

```
>> c = midrad(3-2i,0.01)
c =
3.00_ _ - 2.00_ _i
```

Eger kompleks san haqi'yqi'y tuwri'da worta noqatqa iye bolsa, joqari'dag'i' usi'l haqi'yqi'y intervalda na'tiyje boli'wi' mu'mkin. Woni'n' worni'nda to'mendegi qollani'wi' kerek.

```
>> z = cintval(2,0.01)
intval z =
2.00_ _ + 0.0_ _ _i
```

Bul qa'legen kompleks intervalg'a woni'n' worta noqati' ha'm radiusi' arqali' kiriwde isletiliwi mu'mkin. Jetispeytug'i'n qaldi'q shama ko'rsetiledi. Bul intervalg'a kiriw 1 ko'rsetkishli sanlar ko'rsetilgenidey worta noqat arqali' kiriwdi ha'm aqi'rg'i' formada ko'rsetilgenidey kiriwdi an'latadi'. Intervaldi'n' worta noqat, radius, infimum ha'm supremumlari'g'a erisiw mu'mkin.

```
>> x = infsup(0.99,1.01);
```

```
>> mid(x)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> rad(x)
```

```
ans =
```

```
0.0100
```

```
>> inf(x)
```

```
ans =
```

```
0.9900
```

```
>> sup(x)
```

```
ans =
```

```
1.0100
```

Usi' menen birge interval infimum radius supremum belgilengen sistemasi'nda shi'g'ari'li'wi' mu'mkin.

```
>> infsup(x)
```

```
intval x = [0.9899, 1.0101]
```

```
>> midrad(x)
```

```
intval x = <1.0000, 0.0101>
```

Mi'na bul eki sistemalarda barli'q intervallardi' ko'rsetiw ushi'n jetispeytug'i'n shi'g'i'n wo'zgartiriliwi mu'mkin:

```
>> intvalinit('displaymidrad')
```

```
==> Default display of intervals by midpoint/radius
```

```
>> x
```

```
intval x = <1.0000, 0.0101>
```

Original haqi'yqi'yg'a (jetispewshilik) qayti'w ushi'n:

```
>> intvalinit('display_')
```

==> Default display of intervals with uncertainty

```
>> x
```

```
intval x =
```

```
1.00__
```

Infumum/supremumge wo'zgerti'w ushi'n:

```
>> intvalinit('displayinfsup')
```

==> Default display of intervals by infimum/supremum

```
>> x
```

```
intval x = [0.9899, 1.0101]
```

MATLAB ti'n' shi'g'i'w formati' intervallardi' payda etiwde turli ani'qli'qlar beriw ushi'n wo'zgartiriliwi mu'mkin.

```
>> format long; x
```

```
intval x =
```

```
[ 0.9899999999999998, 1.0100000000000001]
```

```
>> format short; x
```

```
intval x =
```

```
[ 0.9899, 1.0101]
```

Barli'q standart arifmetikali'q esaplawlardi' intervallar u'stinde wori'nlaw mu'mkin. Arifmetikali'q esaplawlardi' wori'nlawda eger qatnasi'wshi'lardi'n' bazi' birewi interval tipinde bolsa interval arifmetikasi'n qollani'w mu'mkin.

```
>> y = 3*midrad(3.14,0.01)^2
```

```
intval
```

```
y = [ 29.3906, 29.7676]
```

Joqari' intervalg'a iye bolg'an 2 matricani' ko'beytiw ushi'n radiuste 1.5 faktori' arqali' maksimum bahani' beriwshi matricani' ko'beytiw usi'li'nda bazi' bir kemshilikler bar.

```
>> A = midrad(rand(100),1e-4);
```

```
>> tic; A*A; toc;
```

```
elapsed_time =
```

0.0500

Bul sekinirek, biraq ani'qraq matritsa ko'beytiwge wo'zgeriliwi mu'mkin.

```
>> intvalinit('sharpivmult')
==> Slow but sharp interval matrix multiplication in use
>> tic; A*A; toc;
elapsed_time =
1.1000
```

Arqag'a qayti'w ushi'n:

```
>> intvalinit('fastivmult')
==> Fast interval matrix multiplication in use
(maximum overestimation factor 1.5 in radius)
```

Sinus, kosinus, logarifm si'yaqli' standart funksiyalar intervallar menen qollani'wi' mu'mkin. Kemshilik qi'sqa ha'm tuwri' sheshimlerdi beriw ushi'n tasti'yi'qlang'an quramali' standart funkciyalardi' qollani'w. Alternativa ken'irek sheshimdi beriwshi tez juwi'q funkciyalardi' qollani'w.

```
>> x = intval(1e5);
>> intvalinit('approximatestdfcts'), rad(sin(x))
==> Faster but not rigorous standard functions in use
ans =
2.2190e-011
>> intvalinit('rigorousstdfcts'), rad(sin(x))
==> Rigorous standard functions in use
ans =
1.3878e-017
```

INTLAB tin' joqari'da keltirilgen ko'pshilik qa'siyetleri funkciyalardi' ta'miynleydi. Eki intervaldi'n' kesilisiwi esaplani'wi' mu'mkin:

```
>> x = infsup(-1,2); y = infsup(1.5,3);
>> intersect(x,y)
intval ans =
[ 1.5000, 2.0000]
```

Eki intervaldi'n' birlesiwine bolsa to'mendegishe erisiw mu'mkin:

```
>> hull(x,y)
intval ans =
[ -1.0000, 3.0000]
```

Intervaldi'n' joqari' ko'rsetkishi beriledi:

```
>> abss(x)
ans =
```

2

Joqari' ko'rsetkish:

```
>> mi g(x)
```

```
ans =
```

```
0
```

Interval basqa bir intervaldi' wo'z ishine o'lg'an almag'ani'n tekseriw ushi'n logikali'q funktsiya qollani'wi' mu'mkin.

```
>> p = infsup(-1,1); in(p,x)
```

```
ans =
```

```
1
```

Interval basqa bir intervaldi'n' qurami'nda jati'w jatpasli'g'i'n tekseriw mu'mkin.

```
>> in0(p,x)
```

```
ans =
```

```
0
```

Bunda p ha'm x tin' infimumi bir bolsa na'tiyje qa'te.

Tasti'yi'qlang'an funksiyalar. INTLAB si'zi'qli' sistema interval sheshimin esaplaydi' yaki si'zi'qli' ten'lemelerdin' sheshimin esaplawi'n belgileytug'i'n funktsiyalardi' ta'miynleydi.

```
>> A = rand (5); b = ones (5,1);
```

```
>> verifylss (A,b)
```

```
intval ans =
```

```
[ 0.6620,  0.6621]
```

```
[ 0.7320,  0.7321]
```

```
[ 0.5577,  0.5578]
```

```
[ -0.2411,    -0.2410]
```

```
[ 0.0829,  0.0830]
```

Eger si'zi'qli' sistema komponenti interval tipinde bolsa, sheshimdi tabi'w na'tiyjeleri ko'rsetiliwi mu'mkin.

```
> A = midrad(A,1e-4);
```

```
>> A\b
```

```
intval ans =
```

```
[ 1.8192,  1.8365]
```

```
[ -0.2210,    -0.2167]
```

```
[ -1.1849,    -1.1618]
```

```
[ -0.1182,    -0.1129]
```

```
[ 1.1484,  1.1555]
```

Eger A tarqalg'an bolsa sheshim avtomatik ra'wishte qo'llanadi. Si'ziqli' emes tenglemeler sheshimi tasti'yi'qlanbag'an usi'lda tabi'li'wi' mu'mkin. Bir wo'lsheqli' emes funksiyalarg'a "x" belgisizi arqali' tuwri'dan-tuwri' kiritiliwi mu'mkin.

```
>> verifynlss('2*x*exp(-1)-2*exp(-x)+1',1)
intval ans =
[ 0.4224, 0.4225]
```

Ekinshi parametr koreng'e ten'lesiwidur. Si'ziqli' emes tenglemeler sistemi'n sheshiw ushi'n funksiya jarati'li'wi' kerek. Ma'selen: meyli, to'mendegi funksiya M-file boli'p kirgen. function y = f(x)

```
y = x;
y(1) = 3*x(1)^2-x(1)+3*x(2)-5;
y(2) = 4*x(1)+2*x(1)^2+x(2)-7;
```

Bul si'ziqli' emes sistema korenlerinen birinin' sheshimi boli'wi' ushi'n $y = (1; 1)^T$ jeterlishe tenglik ta'miyinlengen.

```
>> verifynlss(@f,[2,3])
intval ans =
[ 0.9999, 1.0001]
[ 0.9999, 1.0001]
```

5.3. Saykes ma'nis ha'm saykes vektor ma'selesi.

Tasti'yi'qlang'an shegaralar *eigenvalue/eigenvector* jupli'qlari' ushi'n erisiw mu'mkin.

```
>> intvalinit('displaymidrad'); A = wilkinson(9);
==> Default display of intervals by midpoint/radius
>> [V,D] = eig(A);
>> [L,X] = verifyeig(A,D(1,1),V(:,1))
intval L =
< -1.1254 + 0.0000i, 0.0001>
intval X =
< -0.0074, 0.0001>
< 0.0381, 0.0001>
< -0.1497, 0.0001>
< 0.4297, 0.0001>
< -0.7635, 0.0001>
```

```

< 0.4297, 0.0001>
< -0.1497, 0.0001>
< 0.0381, 0.0001>
< -0.0074, 0.0001>

```

Wilkinson bul 9Ch9 *eigenvalue* test matricasi'n jaratadi'. A nin' *eigenvector*-lari ha'm *eigenvalue* derlik ten'lesedi ha'm D(1,1) ha'm de V(:, 1) arqali' ten'lesken *eigenvalue/ eigenvectorlari'* ushi'n tasti'yi'qlang'an shegarani' keltirip shi'g'aradi'.

Wilkinsonni'n' *eigenvalue* test matricasi' *eigenvaluelar* jupli'g'i' bar funksiyalar menen bir qi'yli'. *Verifyeig* funksiyasi' *eigenvaluelar* klasterin baylani'sti'ri'w, shegaralaw ushi'n isletiliwi mu'mkin.

```

>> verifyeig(A,D(8,8),V(:,8:9))
intval ans =
< 4.7462 + 0.0000i, 0.0010>

```

Bul D(8,8) ha'm D (9,9) arqali' ten'lesken *eigenvaluelardi'n'* shegarasi'n jaratadi'. Talap qi'li'ng'an kiriw *eigenvaluetin'* ten'lesiw, yag'ni'y D(8,8) ha'm V(:,8:9) menen berilgen *invariant subspace* ge muwapi'q ten'lesiw.

Intlabtag'I' en' tiykarg'i' funksiya bul processordin' aylanba ha'reketin joqari'g'a ha'm to'menge wo'zgeriwine ali'p keletug'i'n *setround* funkciyasi'dur. Bul shablon interval arifmetikali'q ha'm cifrli' basqa funkciyalardi'n' wori'nlani'wi'n ta'miynleydi.

Periodli' aylanba ha'reket penen erisiw mu'mkin:

```

>> y = getround
y =
0

```

y=0 na'tiyje aylanba ha'reket en' jaqi'n periodli' wo'rnasqanli'g'i'ni' bildiradi. Bul to'mendegi menen almasti'ri'li'wi' mu'mkin:

```

>> setround(-1)
yamasa joqari'g'a qaray do'n'geleklew
>> setround(1)
>> setround(y)

```

Aylanba ha'reketin' wo'zgeriw effekti mi'sali' si'pati'nda to'mendegiler tiykari'nda kiriwge ha'reket qi'li'n'.

```
>> format long
>> rndold = getround; setround(-1); x = 0;
>> for i = 1:100000, x = x+0.1; end
>> setround(rndold); x
x =
9.999999999947979e+003
```

Ha'zir aylanba ha'reketi en' jaqi'n ha'm joqari' aylani'wi'na o'zgerttiriwge ha'reket qi'li'n' ha'm na'tiyjede parqti' gu'zetin'.

INTLAB avtomatikali'q parqti' qollawshi' buri'li'w papkasi'na iye. Mi'sal ushi'n da'slepki wo'zgeriwshi buri'li'wi' papkasi' menen qollani'wi' berilgen:

```
>> u = gradientinit(2)
gradient value u.x =
2
gradient derivative(s) u.dx =
1
```

Funkciyasi'ni'n' da'slepki payda bo'liw shegaralari'na buri'li'w papkasi' menen isletilgen interval arqali' erisiw mu'mkin.

```
>> intvalinit('displayinfsup');
===> Default display of intervals by infimum/supremum
>> x = gradientinit(infsup(0.999,1.001))
intval gradient value x.x =
[ 0.9989, 1.0010]
intval
gradient derivative(s) x.dx =
[ 1.0000, 1.0000]
```

Avtomatikali'q pari'qlani'w wo'zgeriwshi buri'li'w tipinen bolsa an'latpa si'pati'nda ko'riniwi mu'mkin.

```
>> y = sin(x)*(4*cos(x)-2)^2
intval gradient value y.x =
[ 0.0209, 0.0229]
intval gradient derivative(s) y.dx =
[ -0.9201, -0.8783]
```

An'latpa ma'nisi ha'm da'slepki derek y.x. ha'm y.dx si'pati'nda saqlanadi'.

```
>> y.x, y.dx
intval ans =
[ 0.0209, 0.0229]
```

```
intval ans =
[ -0.9201, -0.8783]
```

Bir qancha belgisizlarning funktsiyalari ushning gradient papkasi Jacobian matricasi na erish ushning islatilishi mumkin. Ma'salen, *Jacobiang* a shegaralar funktsiyasi nining M-file f.m. de saqlanadi.

```
>> x = gradientinit(midrad([1,2],1e-6));
>> y = f(x)
intval gradient value y.x =
[ 2.9999, 3.0001] [ 0.9999, 1.0001]
intval gradient derivative(s) y.dx =
intval (:,:,1) =
[ 4.9999, 5.0001] [ 7.9999, 8.0001]
intval (:,:,2) =
[ 3.0000, 3.0000] [ 1.0000, 1.0000]
```

Jacobian da shegaralar funktsiya f.m de ko'rsatildi ha'm y.dx si'patida saqlanadi.

5.4. Interval grafiklar qurish.

Interval analizde qaratilgan ishki ha'm si'rtqi bahalash ma'selelerinde izlenib o'tirilgan aniq sheshimlar ko'pligining shegaralari koordinata ko'sherlerine parallel bo'lgan o'lshemli parallelopipedlar yordamida sa'ykes ra'vishte ishki ha'm si'rtqi ta'riqqa qoplanadi. A'dette izertlewshiler ishki bahalashda eng u'lken, si'rtqi bahalashda eng kishi parallelopipedlarni qurishga harakat qiladi. Demak, interval ma'selelarni sheshiwde ma'salening geometriyalik ta'riqi a'hmiyetli bo'lishini tutadi.

Biz to'mende INTLAB paketining grafikaliq imkoniyatlarni ko'rib shig'amiz:

1. 30° li aylandi'rilgan 2x2 Q matricasi ha'm to'mengi shep ushi (1,1) nuqatda, on' joqari ushi (3,3) nuqatda bo'lgan X qaplash ushning

```
>> phi = 30*pi/180;
Q = [ cos(phi) -sin(phi) ; sin(phi) cos(phi) ]
X = [ infsup(1,2) ; infsup(2,4) ]
```

Q =

```
0.86602540378444 -0.500000000000000
0.500000000000000 0.86602540378444
```

intval x =

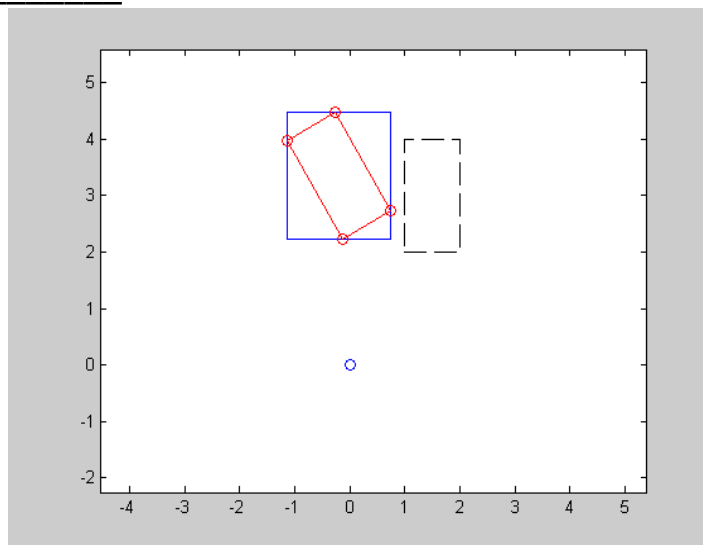
```
2. _____
1. _____
```

Na'tiyje Q^*X interval vektor boladi', sonday-aq wol ani'q sheshimdi wo'zinde saqlawshi' en' kishi vektor Q^*x , yag'ni'y barli'q $x \in X$ lar ushi'n.

```
>>Y = Q*X
plotintval(Y), hold on
x = [1 1 2 2;2 4 2 4]; y = Q*x;
index = convhull(y(1,:),y(2,:));
plot(0,0,'o')
plot(x(1,index),x(2,index),'k--')
plot(y(1,index),y(2,index),'r-o')
axis equal
```

intval Y =

```
-0. _____
1. _____
```

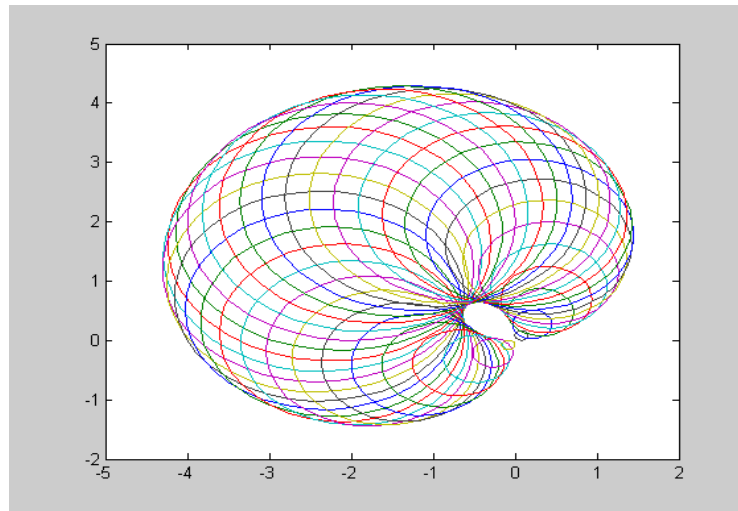


Si'zi'lmadag'i' qi'zi'l ren'li figura – ani'q sheshim, ko'k ren'lisi bolsa interval baha.

2. Kompleks intervalli' baha:

```
>> kmax=40; i=sqrt(-1); a=midrad(1,1); b=midrad(-1+i,1);
>> plotintval(a*b);
>> phi=linspace(0,2*pi, kmax);
```

```
>> [A,B]=meshgrid(mid(a)+rad(a)*exp(i*phi),
mid(b)+rad(b)*exp(i*phi));
>> plot(A.*B)
```



3. Global optimallasti'ri'w ma'selesi:

```
f = inline(' (x.^2+y.^2)/4000 + cos(x).*cos(y)/sqrt(2) + 1 ');
```

```
f =
```

```
Inline function:
```

```
f(x,y) = (x.^2+y.^2)/4000 + cos(x).*cos(y)/sqrt(2) + 1
```

Berilgen funksiya ushi'n to'mende keltirilgen ma'nislerde minimumdi'

tabi'w talap etiledi.

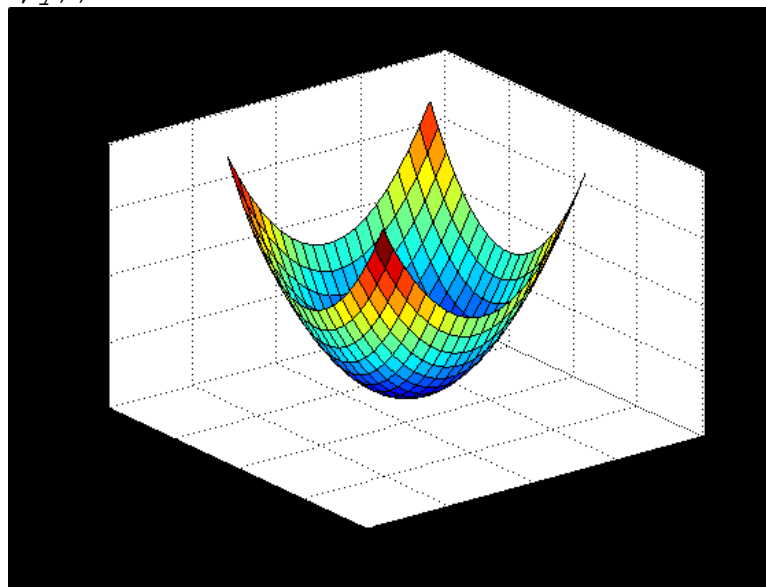
```
-60 <= x <= 60
```

```
-60 <= y <= 60
```

```
>> kmax = 20;
```

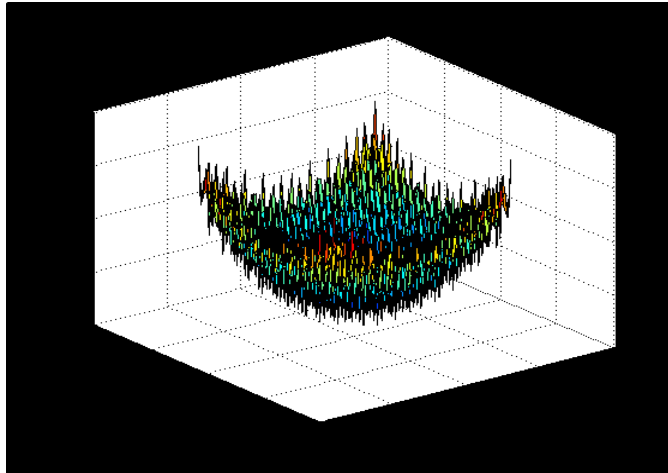
```
[x,y] = meshgrid(linspace(-60,60,kmax));
```

```
surf(x,y,f(x,y))
```



Eger k_{max} parametrge 50 ma'nisin bersek,

```
>> kmax = 50;
[x,y] = meshgrid(linspace(-60,60,kmax));
surf(x,y,f(x,y))
```

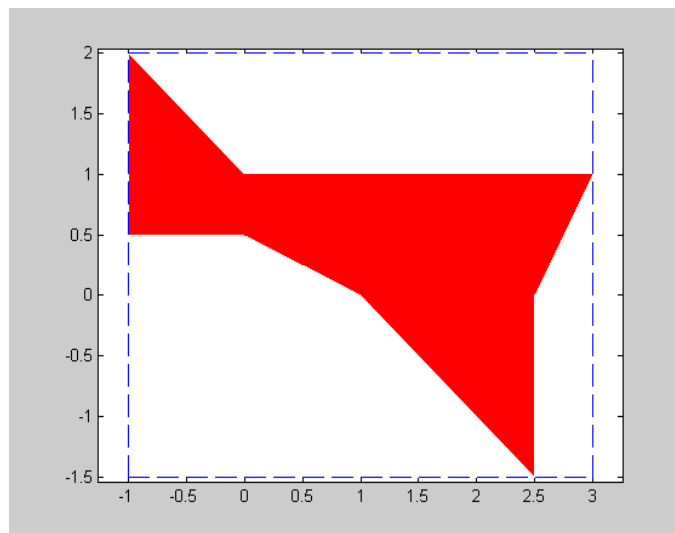


Na'tiyje:

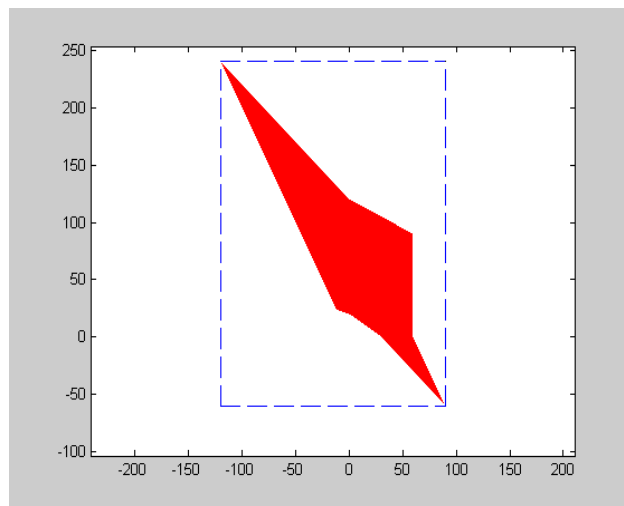
```
>> min(min(f(x,y)), max(max(f(x,y)))
X = infsup(-60,60); Y = X; f(X,Y)
ans =
    0.3901
ans =
    3.4414
intval ans =
    1_.
```

4. Interval koeffisientli tenglemeler sistemasi', ma'lim ha'r bir ortantda oyi's deneni an'latadi'.

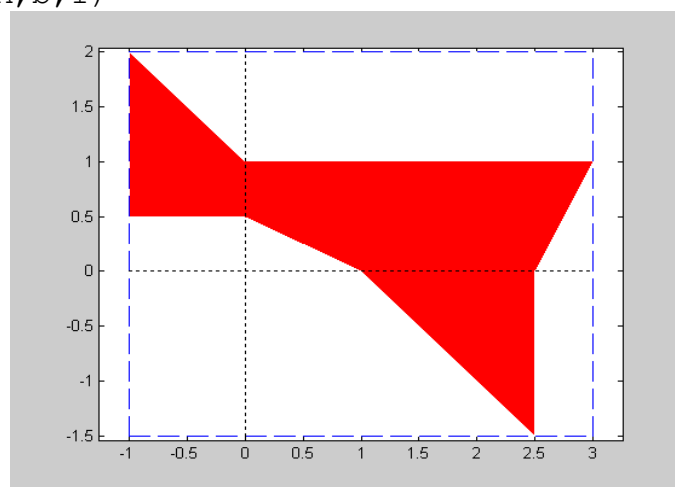
```
>> A = [infsup(2,4) infsup(-1,0);infsup(0,1) infsup(1,2)];
b = [infsup(-2,5);1];
plotlinsol(A,b)
```



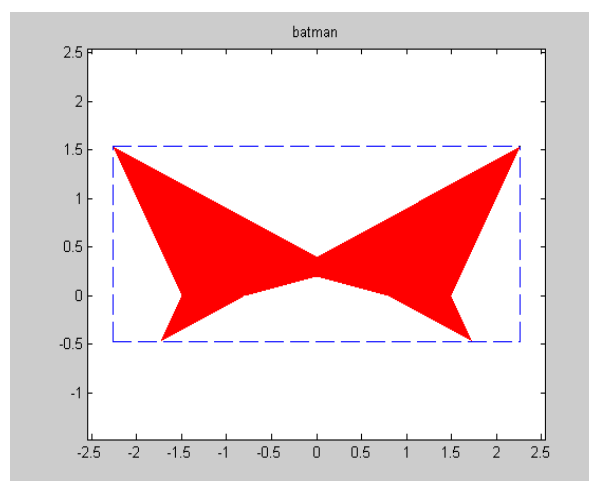
```
>> A = [infsup(2,3) infsup(0,1);infsup(1,2) infsup(2,3)];
>> b = [infsup(0,120);infsup(60,240)];
>> plotlinsol(A,b)
```



```
>>plotlinsol(A,b,1)
```



```
>> A = [infsup(2,4) infsup(-1,1);infsup(-1,1) infsup(2,4)]
b = [infsup(-3,3);.8],
plotlinsol(A,b)
title('batman')
intval A =
    1_._._____ 0_._._____
    0_._._____ 1_._._____
intval b =
    0_._._____
    0.8000
```



Juwmaqlaw.

Interval analiz usi'llari da'slep esaplaw procesindegi qa'teliklerdi esapqa ali'w qurali' si'pati'nda payda bolg'an bo'lsada, ha'zirgi ku'nde ani'q emesliklerdi esapqa ali'w qurali', sonday-aq "isenimli" esaplaw apparati' si'pati'nda ta'n almaqta ha'm ekonimikali'q, texnikali'q ha'm basqa ko'p g'ana tarawlardag'i' a'meliy ma'selelerdi sheshiwde na'tiyjeli engizilmekte.

Usi' pitiriw qa'nigelik jumi'si'nda bul tarawdag'i' eksperimental esaplawlardi' sho'lkemlestiriw ha'm o'tkiziwge tiyisli metodikali'q jumi'slar a'melge asi'ri'lg'an. Tiykari'nan, MATLAB sistemasi'ni'n' qurami'nda islewshi, klassikali'q interval arifmetika tiykari'nda proektlestirilgen INTLAB paketi ha'm onda islew tiykarlari' bayan qi'li'ng'an.

Jumi'sti' wori'nlawda, Matlab sistemasi' ha'm interval analiz elementleri haqqi'ndag'i' bilim ha'm ko'nlikpelerin za'ru'r dep esaplap, bul tu'sinikler birinshi ha'm u'shinshi paragraflarda bayan etilgen. Sebebi, INTLAB paketinin' ko'p g'ana operator ha'm funkciyalari' Matlab sistemasi' bazasi'nan ali'ng'an, sonday-aq, INTLAB da a'melge asi'ri'latug'i'n yesaplawlar interval arifmetika ni'zamlarg'a tiykarlang'an.

Pitkeriw qa'nigelik jumi'si'nan wo'z ilmiy-izertlewlerinde intervaldi' analizlew usi'llari'n qollani'w, interval-arifmetikali'q esaplawlardi' a'melge asi'ri'w niyetinde bolg'an ilmiy-texnikali'q kadrlar, «Esaplaw matematikasi'», «Zamanago'y programmalasti'ri'w tilleri», «Informati'ka ha'm axborot texnologiyalari'» ha'm basqa panler boyi'nsha joqari' woqi'w worni' professor-woqi'tiwshi'lari' ha'm studentleri sabaq procesinde paydalani'wlari' mu'mkin.

Paydalani'lg'an a'debiyatlar:

1. Potemkin V.G. Vi'chisleniya v srede MATLAB. M., Dialog MIFI, 2004.
2. Anufriev I., Smirnov A., Smirnova E. MATLAB 7 v podlinnike. S.-P., BXV-Peterburg, 2005.
3. Ketkov Yu., Ketkov A., Shul'ts M. MATLAB 7 programmirovaniye, chislenni'e metodi'. BXV-Peterburg, 2005.
4. Chen K., Djiblin P., Irving A. MATLAB v matematicheskix issledovaniyax. M, Mir, 2001.
5. Porshnev S.V. Komp'yuternoe modelirovaniye fizicheskix protsessov v pakete MATLAB. M., Goryachaya liniya – Telekom, 2003.
6. Marti'nov N.N. MATLAB 7: Elementarnoe vvedeniye. KUDITs-Obraz, 2005g.
7. Kalmi'kov S.A., Shokin Yu.I., Yuldashev Z.X. Metodi' interval'nogo analiza. Novosibirsk: Nauka, 1986 - 223 s.
8. Alefel'd G., Xertsberger Yu. Vvedeniye v interval'ni'e vi'chisleniya. - M.: Mir, 1987.
9. R. Moore. Interval Arithmetic. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1966.
10. S. M. Rump. Fast and parallel interval arithmetic. BIT, 39(3):534–554, 1999.
11. S. M. Rump. INTLAB — INTerval LABoratory. In Tibor Csendes, editor, Developments in Reliable Computing, pages 77–105. Kluwer, Dordrecht, Netherlands, 1999.
12. G. I. Hargreaves Interval Analysis in MATLAB Numerical Analysis Report No. 416 December 2002.
13. www.exponenta.ru
14. <http://www.ma.man.ac.uk/~nareports>
15. <http://www.ict.nsc.ru/interval>