

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI ALOQA, AXBOROTLASHTIRISH VA  
TELEKOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI DAVLAT QUMITASI  
TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI  
NUKUS FILIALI**

**Axborot texnologiyalari kafedrası**

**Komp`yuter injeneringi fakulteti <<Karxona servis >> yo`nalishining  
4-kurs talabasi Ruslan Utegenovning**

**BITIRUV MALAKAVIY ISHI**

**MAVZU: Maple tizimidan foydalanib murakkab masalalarni  
yeshish**

**Ilmiy rahbar: \_\_\_\_\_**

**t.f.n. B.Aytmuratov**

**Kafedra mudiri: \_\_\_\_\_**

**t.f.n. T.Arzimbetov**

**NUKUS -2014**

## MUNDARIJA

|                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| KIRISH.....                                                                         | 3  |
| I- BOB. MATEMATIK PAKETLAR .....                                                    | 5  |
| 1.1. MAPLE INTEGRALLASHGAN TIZIMI.....                                              | 5  |
| 1.2 MAPLE PAKETINING ASOSIY MAQSADI VA UNING IMKONIYATLARI                          | 6  |
| 1.3. MAPLE MUXITINING GRAFIK IMKONIYATLARI .....                                    | 28 |
| 2 BOB MAPLE MUXITIDA MURAKKAB SOHA TENGLAMASINI QURISH..                            | 36 |
| 2.1 MURAKKAB MASALALARNI YESHISH GEOMETRIK<br>KOMPONENTALAR .....                   | 36 |
| 2.2 MURAKKAB SOHA TENGLAMASINI R-FUNKTSYADAN FOYDALANIB<br>QURISH .....             | 38 |
| 2.3 MAPLE TIZIMIDA MURAKKAB SOHALAR USHUN CHEGARAVIY<br>TENGLAMALARINI QURISH ..... | 41 |
| XULOSA.....                                                                         | 50 |
| FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RUYXATI .....                                             | 51 |

## Kirish

O'zbekiston mustaqillikka erishgandan so'ng, o'z taraqqiyotining muhim shartlaridan biri bo'lgan xalqning boy ma'naviy saloqiyati va umuminsoniy qadriyatlariga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimi barpo etilmoqda.

“Ta'lim to'g'risida”gi qonun va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”ning qabul qilinishi natijasida ilmiy-texnika taraqqiyoti yutuqlarini xalq xo'jaligiga tadbiq qilish ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish bilan uzviy bog'liq ekanligining ahamiyati tobora ortib bormoqda.

Oliy o'quv yurtlarining texnika yo'nalishi bo'yicha bakalavrlar tayyorlashning yangi o'quv rejasi va dasturlarida axborot texnologiyalari bilan ishlash, axborotlarga zamonaviy texnik vositalar yordamida ishlov berish va uni tahlil qilish, sonli usullarning amaliy masalalarni yechishga tadbiq qilinishiga katta e'tibor qaratilgan.

Oliy o'quv yurtlarida tayyorlanayotgan mutaxassislar optimal matematik usullarni o'rganishning asosiy maqsadi shuki, ular bu usullarni o'zlashtiribgina qolmay, balki ularni xalq xo'jaligining turli amaliy masalalarini yechishga qo'llay bilishlari, olingan yechimni tahlil qila olishlari hamda yechimga asoslanib to'g'ri qaror qabul qilish muammolarini hal qilishga qodir malakali mutaxassis bo'lib yetishishlari kerak.

Fan sohasining har qanday ishlanmasi, loyihasi va ishlab chiqarish tarmog'i murakkab matematik hisoblashlarsiz amalga oshirilmaydi. Bunday hisoblashlarni yengillashtirish maqsadida ko'plab quvvatli va universal integrallashgan tizimlar, ya'ni amaliy dasturlar paketi yaratilgan. Amaliy dasturlar paketi deganda ma'lum bir sohaga tegishli masalalarni yechish imkonini beruvchi, bir - biri bilan o'zaro bog'langan amaliy dasturlar majmuasi tushuniladi. Amaliy dasturlar paketiga berilgan ushbu ta'rif amaliy va tizimli dasturlardan birgalikda foydalanish orqali

xisoblash mashinalarining amaliy darajasini oshirishga qaratilgan dasturiy ishlanmalarning keng doirasini o'z ichiga oladi.

Hozirgi vaqtda ko'plab matematik paketlar yaratilgan va ulardan keng foydalanilmoqda. Ulardan eng ko'p tarqalganlari – bu ***Mathcad, Matlab, Derive, Eureka, Matematika, Maple*** paketlari hisoblanadi. Bu paketlar ko'p funksional paketlar hisoblanadi.

Bugungi kunda matematik paketlarning o'quv jarayonidagi o'rni va roli ancha sezilarli va samaraliroqdir. Murakkab matematik masalalarni yechishni osonlashtirish orqali matematikani o'rganishda asabiy siqilishni oldini oladi hamda uni qiziqarli va juda oddiy jarayonga aylantiradi.

Matematik paketlardan foydalanish matematik va texnik ta'limning fundamentalligini oshirishni ta'minlaydi.

**Biriruv malakaviy ishning maqsadi** – Maple tizimida murakkab masalalarni yechish jarayonida matematik paketlardan foydalanish texnologiyasini o'rganish.

**Ishning vazifalari:**

- Keng tarqalgan zamonaviy matematik paketlar bilan tanishish;
- Maple paketi bilan ishlash ko'nikmalarini egallash va shakllantirish;
- R-funktsiya usulidan foydalanib murakkab sohalar chegaraviy tenglamasini qurish;
- Maple tizimida murakkab sohalar chegaraviy tenglamasini qurish va sohani grafik imkoniyatlardan foydalanib chizish.

Biriruv malakaviy ishi kirish, ikkita bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ruyhati va ilovalardan iborat.

## 1. MATEMATIK PAKETLAR HAQIDA

### 1.1 Maple – integrallashgan tizimi

Matematik hisoblashlarni avtomatlashtirish tizimlari orasida «*Maple*» paketi muhim o'ringa ega. «*Maple*» eng tarqalgan va qo'llaniladigan quvvatli va samarali integrallashgan tizim hisoblanadi. Shu bilan birga u barcha foydalanuvchilar uchun zamonaviy va universal matematik paket hisoblanadi. U ham sonli ham analitik(simvolli) hisoblashlarni amalga oshiradi. «*Maple*» keng va katta imkoniyatli grafik vositasiga ega.

«*Maple*» muhitidan foydalanish uchun ma'lum bir texnik va dasturiy ta'minotga ega bo'lish kerak.

#### **Texnik ta'minoti.**

«*Maple*» muhiti to'g'ri ishlashi uchun kompyuter quyidagi minimal texnik ta'minotiga ega bo'lish kerak

- **Proessor** – Pentium I va undan yuqori.
- **Operativ xotira** – 16 Mbaytdan kam emas
- **Qattiq diskda** 80 Mb ga yaqin joy ajratilgan bo'lishi kerak.
- Windowsda ishlovchi videomonitor va videokarta.
- Windows muhitida ishlovchi sichqoncha.
- Windows muhitida ishlovchi ixtiyoriy printer.

#### **Dasturiy ta'minoti.**

- MS-DOS yoki PC-DOS operasion sistemalarining kamida 3.3 versiyalari va undan keyingilari.
- Microsoft Windows muhitining kamida 3.1 versiyasi va undan keyingilari, Windows NT 3.5 yoki undan keyingilar yoki Windows 95

## **1.2 *Maple paketining asosiy maqsadi va uning imkoniyatlari***

Maple muhiti 1980 yilda Waterloo, Inc (Kanada) firmasi tomonidan yaratilgan. Bugungi kunda uning quyidagi versiyalari mavjud: Maple 5, Maple 6, Maple 7 va hokoza.

Maple da belgili ifodalashlar bilan ishlash uchun asosiysini sxema yadrosi tashkil qiladi. U belgili ifodalashlarning yuzlab bazaviy funksiya va algoritmlaridan iborat. Shu bilan birga operator, buyruq va funksiyalarning asosiy kutubxonasidan iborat.

Umumiy hisobda Maple 5 da 2500 ta, Maple 6 da 2700 ta, Maple 7 da 3000 ga yaqin funksiyalar mavjud. Bu shu narsani anglatadiki, ko'plab masalalarni sistema bilan to'g'ridan-to'g'ri muloqot tarzida yechish mumkin bo'ladi.

Maple dasturlashsiz katta hajmdagi masalalarni yechish imkoniyatiga ega. Faqat masalalarni yechish algoritmini yozish va uni bir necha bo'laklarga bo'lish kerak. Bundan tashqari yechish algoritmlari funksiya va sistema buyruqlari ko'rinishida hal qilingan minglab masalalar mavjud. Maple uch xil shaxsiy tilga ega: kirish, hal qilish va dasturlash. Maple matematik va injener-texnik hisoblashlarni o'tkazishga mo'ljallangan dasturlashning integrallashgan tizimi hisoblanadi. U formula, son, matn va grafika bilan ishlash uchun keng imkoniyatli tizimdir.

Paket foydalanish uchun ancha qulaydir. Uning interfeysi shunchalik qulay qilinganki, undan foydalanuvchi dastur varag'i bilan xuddi qog'oz varag'i singari ishlaydi. Unga sonlar, formulalar, matematik ifodalar va hokozalarni yozadi.

Maple tizimi matn muharriri, kuchli hisoblash va grafik prosessoriga ega.

Matn muharriri matnlarni kiritish va muharrirlash uchun ishlatiladi. Matnlar izohlardan iborat bo'lib unga kiritilgan matematik ifodalar bajarilmaydi. Matn so'zlar, matematik ifoda va formulalar, maxsus belgilar va hokozalardan iborat bo'lishi mumkin. Maplening asosiy xususiyati matematikada umumiy qabul qilingan belgilarning ishlatilishidadir.

Hisoblash proessori keng imkoniyatga ega. U murakkab matematik formulalar bo'yicha hisoblashlarni bajaradi. Ko'plab matematik funksiyalarga ega bo'lish bilan birga, qatorlar, yig'indi, ko'paytma, hosila va aniq integrallarni hisoblash, kompleks sonlar bilan ishlash, hamda chiziqli va chiziqli bo'lmagan tenglamalarni yechish, vektor va matrisilar ustida amallar bajarish imkoniyatini yaratadi.

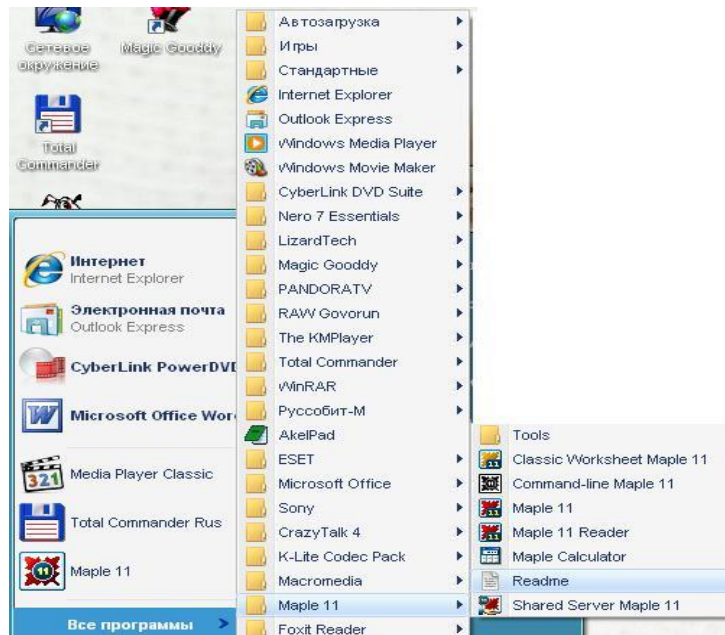
Grafik proessor grafiklar yaratish va uni ekranga chiqarish uchun ishlatiladi. Grafik proessor foydalanuvchini grafik vositalarining eng qulay va sodda imkoniyatlari bilan ta'minlaydi. Foydalanuvchi oddiy funksiyalarning grafigini tizim bilan ishlashni boshlashdanoq chizishi mumkin. Tradision ko'rinishdagi grafik bilan birgalikda qutb grafiklari, fazoviy grafiklar, vektorli maydon grafiklari va hokozolarni yasash mumkin. Grafik tipik matematik masalalarni yechish uchun mo'ljallangan. Shu bilan birga grafikni tez-tez o'zgartirish, ularga matnli yozuv-larni qo'shish va uni hujjatni ixtiyoriy joyiga ko'chirish imkoniyati mavjud. Bitta ishchi sohaga matnni, grafikani va matematik hisoblashlarni joylashtirish orqali **Maple** eng murakkab hisoblashlarni tushunishni ham yengillashtiradi.

### **Sistemani ishga tushirish**

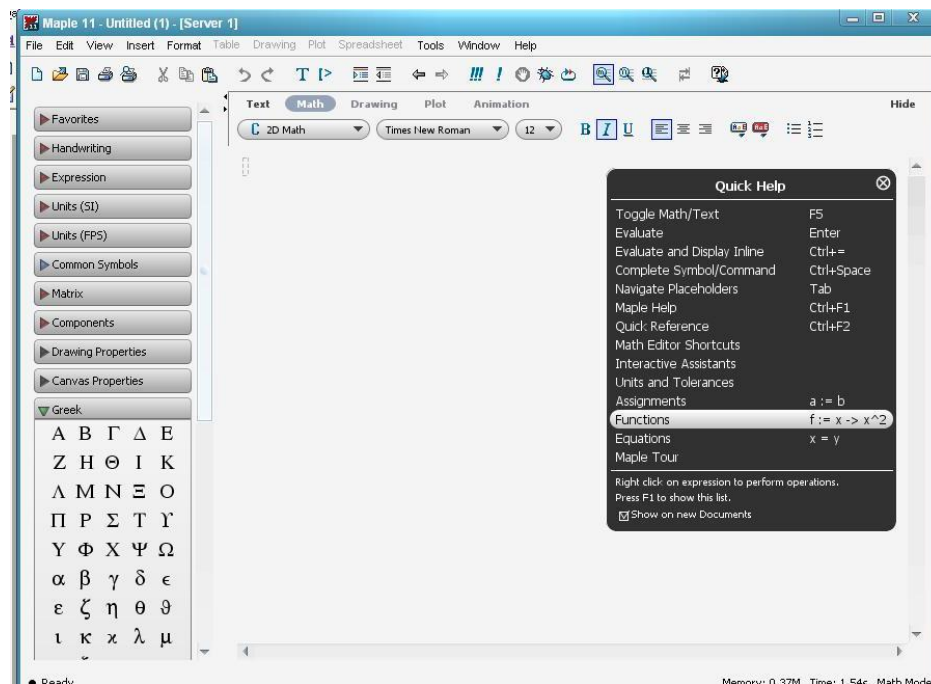
Dasturni ishga tushirish uchun sichqoncha ko'rsatkichini **Пуск** tugmachasi ustiga joylashtiramiz. Hosil bo'lgan masalalar panelidan **Программы** bo'limi va undan keyin esa **Maple** yorlig'i tanlanadi:

**Пуск → Программы → Maple →  $\Re$  Maple .**

Bundan tashqari ishchi stolida joylashgan **Maple** yorligi orkali ham uni ishga tushirish mumkin.



Ekraanda sistema oynasi hosil bo'ladi:



Windows ning barcha ilovalari kabi u quyidagi elementlardan iborat:

- Sarlavhalar satri
- bosh menyu satri
- instrumentlarning bosh paneli
- vositalarning xos paneli, uning ko'rinishi Maple 7 bilan ishlash rejimiga bog'liq
- hujjatlarni kiritish va muharrirlash oynasi: holat satri.

## Maple muhiti menyusi

**Maple 7** muhitining bosh menyusi boshqarishning to'la imkoniyatini yaratadi.

U sarlavhalar satridan keyin gorizontal holatda joylashgan. Menyu sistema-ning foydalanuvchi interfeysi bilan asosiy amallarni bajarish imkonini beradi. Dastur ishga tushirilgandan keyin quyidagi menyu hosil bo'ladi:

**File** – fayllar bilan ishlash va hujjatni chop etish

**Edit** – hujjatni tahrirlash buyruqlari va almashtirishlar buferi bilan ishlash.

**View** – foydalanuvchi interfeysi ko'rinishini boshqarish.

**Insert** – o'rnatish amallari.

**Format** – formatlarni berish operatsiyalari.

**Spreadsheet** - jadvallarni berish amallari.

**Options** – parametrlarni berish.

**Help** – ma'lumotlar muhiti bilan ishlash.

**Window** – oynalarni boshqarish.

## Matematik belgilarni kiritish palitrasi

Matematik belgilarni kiritish uchun **Palettes** palitrasi ro'yxatidan foydalaniladi. Bu ro'yxat **View** menyusida joylashgan. Ro'yxatda quyidagilar mavjud.

**SYMBOL**- alohida belgilarni kiritish (grek xarflar va ba'zi matematik belgilar);

**FESSION**- matematik operatorlar va amallar shablonini kiritish;

**MATRIX** – turli o'lchovdagi matrisalar shablonini kiritish;

**VEKTOR** – turli o'lchovdagi vektorlar shablonini kiritish

Menyudan pastda joylashgan har bir tugmacha belgilar palitrasini ochish uchun ishlatiladi. Bu palitralar operatorlar, grek harflari, grafiklar va boshqalarni o'rnatish uchun ishlatiladi.

### **Maple muhitining vositalar va shriftlar paneli**

Tugmachalar majmuasidan pastda – vositalar paneli joylashgan. Menyuning ko'plab buruqlarini tezroq ishga tushirish uchun vositalar panelining tugmachalarini bosish kerak bo'ladi. Har bir tugmachani bosish orqali nima amalga oshirilishini bilish uchun, uning belgisi ustiga sichqoncha ko'rsatkichi o'rnatilsa ma'lumot satri paydo bo'ladi.

Vositalar panelining to'g'rima - to'g'ri pastida shriftlar paneli joylashgan. U tanlash shabloni va tugmachalardan iborat bo'lib, tenglamalarda va matnda shriftlar xarakteristikasini berish uchun ishlatiladi.

Oynaning o'ng tomonida vertikal aylantirish uskunasi joylashgan bo'lib, u joriy holatda ekranda ko'rinmay turgan ma'lumotlarni ko'rish imkonini beradi. Ekranning ko'rinib turgan sohasidan yuqori va pastki qismlarida nimalar borligini ko'rish uchun vertikal aylantirish uskunasi unga mos yo'nalish belgisiga sichqonchani qirsillatish yetarli bo'ladi.

Oynaning quyi qismda gorizontal aylantirish uskunasi joylashgan bo'lib, u joriy holatda ekranning ishchi sohasining chap yoki o'ng tomonida ko'rinmay turgan ma'lumotlarni ko'rish imkonini beradi. U vertikal aylantirish uskunasi kabi ishlatiladi va undan farqi gorizontal aylantirish uskunasi chapdan o'ngga yoki o'ngdan chapga yurgiziladi.

### **Muloqot tartibida Maple bilan ishlash asosi**

Sistema yuklangan va ishga tushirilgandan keyin matematik ifodalarni yaratish va hisoblash uchun **Maple** muhiti bilan muloqotni bajarish mumkin. Muloqot «savol berding, javob olding» ko'rinishida olib boriladi. Savol va javoblar

chap tomonlari kvadrat qavslar bilan chegaralangan alohida bloklardan iborat bo'ladi. Kvadrat qavslarning uzunligi ifodalarning katta - kichikligiga bog'liq.

> - muloqot belgisi. O'chib yonuvchi vertikal chiziq – kiritish kursori deyiladi.

Ifoda oxiriga quyiladigan (;) hisoblash natijasini ekranga chiqarish kerakligini eslatadi ; (:) – ikki nuqta chiqarishni bekor qiladi, ya'ni bir nechta ifodalarni bir satrga yozish yoki ularni bir-biridan ajratish uchun ishlatiladi.

Maple muhitida grek harflarni ham poligrafik usulda yozish mumkin . Buning uchun buyruqlar satrida grek harfining nomi yoziladi. **Masalan**, agar **alpha** deb terilsa  $\alpha$  hosil bo'ladi.

*Grek harflarining jadvali va nomlari:*

$\alpha$ - alpha ,  $\beta$ - beta,  $\gamma$ - gamma,  $\delta$ - delta,  $\epsilon$ - epsilon,  $\zeta$ - zeta,  $\eta$ - eta,  $\theta$ - theta,  $\iota$ - ita,  $\kappa$ - kappa,  $\lambda$ - lambda,  $\mu$ - mu,  $\chi$ -xi,  $\rho$  – pi,  $\rho$ - rho,  $\xi$ - sigma va hokazo..

Agar grek harflarining nomlari bosh harflarda terilsa bosh grek harflari hosil bo'ladi, masalan,  $\Omega$  ni hosil qilish uchun **Omega** deb terish kerak.

### Oddiy ifodalar

Maple muhitida oddiy ifodalar sonlar , arifmetik va mantiqiy amal belgilaridan iborat bo'ladi. Maple muhitida ham ifodalar xuddi dasturlash ( Paskal, Basic) tillari kabi ostki hamda ustki indeksiz bitta satrga yoziladi. **Masalan:**  $(56.6 + 6.3 * 3.2) / (2.3^3 + 2^4)$ .

Har qanday sonli ifodani qiymatini chiqarish uchun, klaviatura orqali standart matematik yozuvdan foydalanib kerakli ifoda teriladi va oxiriga (;) belgisi qo'yilib **enter** tugmachasi bosiladi. Oddiy ifodalarni qiymatlarini hisoblash uchun quyidagi sonlar va amal belgilaridan foydalaniladi:

- 1) raqamlar - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 .
- 2) arifmetik amallar - +, -, \*, /, ^ **yoki** \*\*, !.
- 3) munosabat amallar - >, <, >=, <=, =, <>.
- 4) mantiqiy amallar – **and, or, not**.
- 5) Maxsus belgilar – (, ), [, ], {, }, @, #, \$, &, %

6) **Pi** –  $\pi$  soni, **infinity** – cheksiz; **Gamma** – Eyler o'zgarmasi; **true, false** – mantiqiy o'zgarmlar,

*Maple* muhitida sonlar haqiqiy (real) va kompleks (complex) bo'ladi. Kompleks sonlarning algebraik ko'rinishi  $z=x+iy$ , buyruqlar satrida quyidagicha yoziladi:

> **z:=x+I\*y;**

Sonlar butun va rasional sonlarga bo'linadi. Butun sonlar (integer) o'nli yozuvda raqamlar bilan ifodalanadi. Rasional sonlar 3 xil ko'rinishda berilishi mumkin: 1) bo'lish amalidan foydalangan holda rasional kasr ko'rinishida, **masalan: 28/70**; 2) qo'zg'aluvchan vergulli (float), ko'rinishida, **masalan: 2.3**; 3) daraja ko'rinishida, **masalan: 1.602\*10<sup>(-19)</sup>** yoki **1.602E-19** ko'rinishdagi yozuv  $1,602 \times 10^{-19}$  ni bildiradi.

Rasional sonlarni aniq ko'rinishda emas, balki taqribiy qiymatini hosil qilish uchun butun sonlarni haqiqiy sonlar ko'rinishida yoish kerak bo'ladi. **Masalan:** 1) Quyidagini bajaring : > **75/4;**

$$\frac{75}{4}$$

Endi shu ifodada 4 sonini haqiqiy son, ya'ni 4.0 ko'rinishida yozamiz. Natijani kuzating.

> **75/4.;**

$$18.75000000$$

2)  $345 - \frac{34}{678}$  ni hisoblang.

> **345-34/678;**

$$\frac{116938}{339}$$

Bu yerda endi 34 sonini haqiqiy son, ya'ni 34.0 ko'rinishida yozamiz. > **345-34./678;**

$$344.9498525$$

Prosent (%) belgisi oldingi buyruqni chaqirish vazifasini bajaradi. Bu belgi yozuvni qisqartirish uchun va oldingi buyruqni tezroq almashtirish maqsadida ishlatiladi. **Masalan:**

> **a+b;**

$$a+b$$

> **%+c;**

$$a+b+c.$$

### Arifmetik ifodalarni hisoblash

**Maple** muhitida arifmetik ifodalarni yozish va ularning qiymatlarini hisoblash ham mumkin. Arifmetik ifodalarni belgilash va ularni qiymatini berish uchun o'zgaruvchilardan foydalaniladi. Maple muhitida o'zgaruvchilar turi butun (integer), rasional (rational), haqiqiy (real), kompleks (complex ) yoki satrli (string) bo'lishi mumkin.

O'zgaruvchilarga nom beriladi. O'zgaruvchilar nomi harflar, belgilar va raqamlar ketma-ketligidan iborat bo'lib, har doim harflardan boshlanishi lozim. Nom 524275 ta belgidan oshib ketmasligi kerak. **Masalan:** AB, tenglama, Y11, Var\_1, Xmin, Ymax va boshqalar.

> **A:=123; B:= 'Salom'**

$$A:=123; B:= \text{Salom}$$

O'zgaruvchi nomi sifatida xizmatchi so'zlardan foydalanib bo'lmaydi.

O'zgaruvchilarga qiymat berish uchun **:** = belgisi ishlatiladi.

**Masalan:**

$$n:=3; x:=234.568; y:=17/19; d:= \text{'Salom'}; W:=2*\text{Pi}/3;$$

$$V:= [1,2,3]; M:= [[1,2,3].[4,5,6]]$$

**Masalan:**

a) Ifodani yozing :

> **y:= a^2+b\*x+d\*c;**

$$y := a^2 + b x + d c$$

b) a=2; b=4; c=5; x=6; d=7 qiymatlarda ifodani hisoblang

> **a:=2;b:=4;c:=5;x:=6;d:=8;y:= a^2+b\*x+d\*c;**

$$y := 68$$

Hisoblash jarayonida foydalanilgan o'zgaruvchilar qiymatlarini bekor qilish uchun **restart;** buyrug'i ishlatiladi

Maple muhitida quyidagi standart funksiyalardan foydalaniladi

| Matematik yozuv | Mapleda yozuv | Matematik yozuv | Mapleda yozuv |
|-----------------|---------------|-----------------|---------------|
| $e^x$           | exp(x)        | cosecx          | csc(x)        |
| lnx             | ln(x)         | arcsinx         | arcsin(x)     |
| lgx             | log10(x)      | arccosx         | arccos(x)     |
| $\log_a b$      | log[a](x)     | arctgx          | arctan(x)     |
| $\sqrt{x}$      | sqrt(x)       | arcctgx         | arccot(x)     |
| $ x $           | abs(x)        | shx             | sinh(x)       |
| sinx            | sin(x)        | chx             | cosh(x)       |
| cosx            | cos(x)        | thx             | tanh(x)       |
| tgx             | tan(x)        | cthx            | coth(x)       |
| ctgx            | cot(x)        | secx            | sec(x)        |

**1-misol.** Hisoblang:  $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$ . Quyidagini tering:

> (sqrt(6+2\*sqrt(5))-sqrt(6-2\*sqrt(5)))/sqrt(3);

va **Enter** tugmachasini bosamiz. Natija hosil bo'ladi:

$$\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

**2-misol.** Formulani tering :  $\omega = \frac{\theta}{t}$  esa  $|f(x) - \delta|$ .

> omega=theta/t; abs(f(x)-delta)<epsilon; Enter ni bosamiz.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$|-f(-3) + \delta| < \varepsilon$$

**3-misol .** Quyidagi ifodaning qiymatini  $x=4$  va  $y=9$  da hisoblang:

$$d := \sqrt{\sqrt{x+y} + 2x^3}$$

> **x:=4:y:=9:d:= sqrt(sqrt(x+y)+2\*x^3);**

$$d := \sqrt{\sqrt{13} + 128}$$

Chiqarish satrida oldingi qiymatni hosil qilish uchun **%** va sonli qiymatni hosil qilish uchun **evalf(%);** yoki **evalf(ifoda);** buruqlari ishlatiladi.

> **evalf(%);**

11.47194627

**4-misol.**  $s=2$ ,  $d=1.4$  da quyidagi ifodani qiymatini hisoblang:

$$\frac{\sqrt{c-d}}{c^2 \cdot \sqrt{2 \cdot c}} \cdot \left( \sqrt{\frac{c-d}{c+d}} + \sqrt{\frac{c^2 + c \cdot d}{c^2 - c \cdot d}} \right)$$

**Yechish:**

> **c:=2:d:=1.4:sqrt(c-d)/(c^2\*sqrt(2\*c))\*(sqrt((c-d)/(c+d))+sqrt((c^2+c\*d)/(c^2-c\*d)));**

.2711630723

## Oddiy tenglamalarni yechish.

Maple muhitida tenglamalarni yechish uchun universal buyruq **solve(t,x)** mavjud, bu yerda **t** – tenglama, **x** – tenglamadagi noma'lum o'zgaruvchi. Bu buyruqning bajarilishi natijasida chiqarish satrida ifoda paydo bo'ladi, bu ana shu tenglamaning yechimi hisoblanadi. **Masalan:**

> **solve(a\*x+b=c,x);**

$$-\frac{b-c}{a}$$

Agar tenglama bir nechta yechimga ega bo'lsa va undan keyingi hisoblashlarda foydalanish kerak bo'lsa, u holda **solve** buyrug'iga biror-bir nom **name** beriladi.. Tenglamaning qaysi yechimiga murojoat qilish kerak bo'lsa, uning nomi va kvadrat qavs ichida esa yechim nomeri yoziladi: **name[k]**.

**Masalan:**

> **x:=solve(x^2-a=0,x);**

$$x := \sqrt{a}, -\sqrt{a}$$

> **x[1];**

$$\sqrt{a}$$

> **x[2];**

$$-\sqrt{a}$$

**Tenglamalar sistemasini yechish.** Tenglamalar sistemasi ham xuddi shunday **solve({t1,t2,...},{x1,x2,...})** buyrug'i yordami bilan yechiladi, faqat endi buyruq parametri sifatida birinchi figurali qavsda bir- biri bilan vergul bilan ajratilgan tenglamalar, ikkinchi figurali qavsda esa noma'lum o'zgaruvchilar ketma-ketligi yoziladi.

Agar bizga keyingi hisoblashlarda tenglamalar sistemasining yechimidan foydalanish yoki ular ustida ba'zi arifmetik amallarni bajarish zarur bo'lsa, u holda **solve** buyrug'iga biror bir **name** nomini berish kerak bo'ladi. Keyin esa ta'minlash buyrug'i **assign( name)** bajariladi. Shundan keyin yechimlar ustida arifmetik amallarni bajarish mumkin. **Masalan:**

> **s:=solve({a\*x-y=1,5\*x+a\*y=1},{x,y});**

$$s := \{y = \frac{a-5}{a^2+5}, x = \frac{1+a}{a^2+5}\}$$

> **assign(s); simplify(x-y);**

$$6 \frac{1}{a^2+5}$$

**Tenglamalarning sonli yechimini topish.** Agar transsentdent tenglamalar analitik yechimga ega bo'lmasa, u holda tenglamaning sonli yechimini topish uchun maxsus buyruq **fsolve(eq,x)** dan foydalaniladi, bu yerda ham parametrlar **solve** buyrug'i kabi ko'rinishda bo'ladi. **Masalan:**

> **x:=fsolve(cos(x)=x,x);**

$$x:=.7390851332$$

**Rekurrent va funksional tenglamalarni yechish.** **rsolve(t,f)** buyrug'i yordamida **f** butun funksiya uchun **t** rekurrent tenglamani yechish mumkin. **f(n)** funksiya uchun ba'zi bir boshlang'ich shartlarni berish mumkin, u holda berilgan rekurrent tenglamaning xususiy yechimi hosil bo'ladi. **Masalan:**

> **t:=2\*f(n)=3\*f(n-1)-f(n-2);**

$$eq := 2 f(n) = 3 f(n-1) - f(n-2)$$

> **rsolve({eq,f(1)=0,f(2)=1},f);**

$$2 - 4 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Universal buyruq **solve** funksional tenglamalarni yechish imkonini ham beradi, masalan:

> **F:=solve(f(x)^2-3\*f(x)+2\*x,f);**

$$F := \text{proc}(x) \text{ RootOf}(\_Z^2 - 3\_Z + 2*x) \text{ end}$$

Natijada oshkor bo'lmagan ko'rinishdagi yechim paydo bo'ladi. Lekin *Maple* muhitida bunday yechimlar ustida ishlash imkoni ham mavjud. Funksional tenglamalarning oshkor bo'lmagan yechimlarini **convert** buyrug'i yordamida biror elementar funksiyaga almashtirib olish mumkin. Yuqorida keltirilgan misolni davom ettirgan holda, oshkor ko'rinishdagi yechimni olish mumkin:

> **f:=convert(F(x),radical);**

$$f := \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{9 - 8x}$$

**Trigonometrik tenglamalarni yechish.** Trigonometrik tenglamani echish uchun qo'llanilgan **solve** buyrug'i faqat bosh yechimlarni, ya'ni  $[0, 2]$  intervaldagi yechimlarni beradi. Barcha yechimlarni olish uchun oldindan **EnvAllSolutions:=true** qo'shimcha buyruqlarni kiritish kerak bo'ladi. **Masalan:**

> **\_EnvAllSolutions:=true:**

> **solve(sin(x)=cos(x),x);**

$$\frac{1}{4}\pi + \pi \_Z1 \sim$$

*Maple* muhitida  $\_Z \sim$  belgi butun turdagi o'zgarmasni anglatadi, shuning uchun ushbu tenglama yechimining odatdagi ko'rinishi  $x := \pi/4 + \pi n$  bo'ladi, bu yerda  $n$  – butun son.

**Transsendent tenglamalarni yechish.** Transsendent tenglamalarni yechishda yechimni oshkor ko'rinishda olish uchun **solve** buyrug'idan oldin qo'shimcha **\_EnvExplicit:=true** buyrug'ini kiritish kerak bo'ladi.

Murakkab transsendent tenglamalar sistemasini yechish va uni soddalashtirishga misol qaraymiz:

> **t:={ 7\*3^x-3\*2^(z+y-x+2)=15, 2\*3^(x+1)+3\*2^(z+y-x)=66, ln(x+y+z) - 3\*ln(x)-ln(y\*z)=-ln(4) }:**

> **\_EnvExplicit:=true:**

> **s:=solve(t,{x,y,z});**

> **simplify(s[1]);simplify(s[2]);**

$$\{x = 2, y = 3, z = 1\}, \{x = 2, y = 1, z = 3\}$$

Yuqorida keltirilgan fikrlar asosida quyidagi misollarni qaraymiz.

1. Tenglamalar sistemasining  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 - xy = 2 \end{cases}$  barcha yechimlarini toping  
Buyruqlar satrida tering:

> **t:={x^2-y^2=1,x^2+x\*y=2};**

> **\_EnvExplicit:=true:**

> **s:=solve(eq,{x,y});**

$$s := \{x = \frac{2}{3}\sqrt{3}, y = \frac{1}{3}\sqrt{3}\}, \{x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}, y = -\frac{1}{3}\sqrt{3}\}$$

2. Endi topilgan yechimlar majmuasining yig'indisini toping.

Buyruqlar satrida tering:

> **x1:=subs(s[1],x): y1:=subs(s[1],y):**

**x2:=subs(s[2],x): y2:=subs(s[2],y):**

> **x1+x2; y1+y2;**

3.  $x^2 = \cos(x)$  tenglamaning sonli yechimini toping.

Buyruqlar satrida tering: :

> **x=fsolve(x^2=cos(x),x);**

$$x=.8241323123$$

4.  $f(x)^2 - 2f(x) = x$  tenglamani qanoatlantiruvchi  $f(x)$  funksiyani toping.

Tering:

> **F:=solve(f(x)^2-2\*f(x)=x,f);**

**F:= proc(x) RootOf(\_Z^2- 2\*\_Z- x) end**

> **f:=convert(F(x), radical);**

$$f := 1 + \sqrt{1 + x}$$

5.  $5\sin x + 12\cos x = 13$  tenglamaning barcha yechimlarini toping.

Buyruqlar satrida tering:

> **\_EnvAllSolutions:=true;**

> **solve(5\*sin(x)+12\*cos(x)=13,x);**

$$\arctan\left(\frac{5}{12}\right)$$

## Vektorlar algebrasida matematik amallar

Chiziqli algebra masalalarini yechish buyruqlarining asosiy qismi **linalg** kutubxonasida joylashgan. Shuning uchun ham matrisa va vektorlarga doir masalalarni yechishdan oldin **with(linalg)** buyrug'i bilan shu kutubxonani yuklash kerak bo'ladi.

## Vektorlarni berilish usullari

*Maple* muhitida vektorlarni aniqlash uchun **vector([x1,x2,...,xn])** buyrug'i ishlatiladi, bu yerda kvadrat qavslarda vergul bilan ajratilgan vektor koordinatalari ko'rsatiladi. **Masalan:**

> **x:=vector([1,0,0]);**

$x := [1, 0, 0]$

Agar **x[i]** buyrug'i kiritilsa aniqlangan **x** vektorning koordinatasini chiqarish satrida hosil qilish mumkin, bu yerda **i** - koordinata nomeri. **Masalan,** oldingi misolda berilgan vektorning birinchi koordinatasini quyidagicha chiqarish mumkin:

> **x[1];**

1

Vektorni ro'yxat ko'rinishida yoki aksincha ro'yxatni vektor ko'rinishida tasvirlash uchun **convert(vector, list)** yoki **convert(list, vector)** buyruqlari ishlatiladi.

### Vektorlarni qo'shish

Ikkita **a** va **b** vektorlarni qo'shish quyidagi buyruqlar orqali amalga oshiriladi: 1) **evalm(a+b);** 2) **matadd(a,b).**

Agar **matadd(a,b,alpha,beta)** ko'rinishdagi format ishlatilsa **add** buyrug'i **a** va **b** vektorlarning chiziqli kombinasiyasini hisoblaydi:  $\alpha a + \beta b$ , bu yerda  $\alpha, \beta$  - skalyar miqdorlar..

### Vektorlarning skalyar, vektor ko'paytmasi va vektorlar orasidagi burchak

Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi  $(a, b) = \sum_{i=1}^n a_i b_i$  ni hisoblash uchun **dotprod(a,b)** buyrug'i ishlatiladi.

Ikki vektorning vektor ko'paytmasi  $[a, b]$  ni hisoblash uchun **crossprod(a,b)** buyrug'i ishlatiladi.

**a** va **b** ikki vektor orasidagi burchak **angle(a,b)** buyrug'i bilan aniqlanadi.

### Vektor normasi

$\mathbf{a} = (x_1, \dots, x_n)$  vektorning normasi (uzunligi)  $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$  ni **norm(a,2)** buyrug'i yordamida hisoblash mumkin.

$\mathbf{a}$  vektorni **normalize(a)** buyrug'i yordamida ham normallashtirish mumkin, natijada birlik vektor  $\frac{\mathbf{a}}{\|\mathbf{a}\|}$  hosil bo'ladi.

### Misol

1. Ikkita vektor berilgan:  $\mathbf{a} = (2,1,3,2)$  va  $\mathbf{b} = (1,2,-2,1)$ .  $\mathbf{a}$  va  $\mathbf{b}$  vektorlar orasidagi  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  burchakni toping. Bu masalani yechish uchun quyidagini tering:

> **with(linalg):**

> **a:=( [2,1,3,2] ); b:=( [1,2,-2,1] );**

$a := [2, 1, 3, 2]$

$b := [1, 2, -2, 1]$

> **dotprod(a,b);**

0

> **phi=angle(a,b);**

$\phi = \frac{\pi}{2}$

2. Vektor ko'paytma  $\mathbf{c} = [\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ , so'ngra esa skalyar ko'paytmani  $(\mathbf{a}, \mathbf{c})$  hisoblang, bu yerda  $\mathbf{a} = (2, -2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 3, 6)$ .

> **restart; with(linalg):a:=( [2,-2,1] ); b:=( [2,3,6] );**

$a := [2, -2, 1]$

$b := [2, 3, 6]$

> **c:=crossprod(a,b);**

$c := [-15, -10, 10]$

> **dotprod(a,c);**

0

3.  $\mathbf{a} = (2, -2, 1)$  vektor normasini toping.

> **restart; with(linalg):**

> **a:=vector([1,2,3,4,5,6]): norm(a,2);**

$\sqrt{91}$

## Matrisalar ustida amallar. Matrisalarni aniqlash

*Maple* muhitida matrisalarni aniqlash uchun **matrix(n, m, [[a11,a12,...,a1n], [a21,a22,...,a2m],..., [an1,an2,...,anm]])** buyrug'i ishlatiladi, bu yerda **n** – matrisada satrlar soni, **m** – ustunlar soni. Bu sonlarni berish majburiy emas, faqat kvadrat qavslarda vergul bilan matrisa elementlarini berish kifoya qiladi. **Masalan:** > **A:=matrix([[1,2,3],[-3,-2,-1]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

*Maple* muhitida maxsus ko'rinishdagi matrisalarni hosil qilish uchun qo'shimcha buyruqlardan foydalaniladi. Xususan diagonal matrisalarni **diag** buyrug'i bilan hosil qilish mumkin.:

> **J:=diag(1,2,3);**

$$J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Matrisalarni  $f(i, j)$  funksiyalar yordamida hosil qilish mumkin,  $i, j$  – o'zgaruvchilar matrisa indekslaridir: **matrix(n, m, f)**, bu yerda **n** – satrlar soni, **m** – ustunlar soni. Masalan:

> **f:=(i, j)->x^i\*y^j;**

$$f := (i, j) \rightarrow x^i y^j$$

> **A:=matrix(2,3,f);**

$$A := \begin{bmatrix} xy & xy^2 & xy^3 \\ x^2y & x^2y^2 & x^2y^3 \end{bmatrix}$$

**A** matrisaning satrlar sonini **rowdim(A)**, ustunlar sonini **coldim(A)** buyruqlari orqali aniqlash mumkin.

## Matrisalar ustida amallar.

Bir o'lchovli ikki matrisani qo'shish vektorlarni qo'shish kabi quyidagi buyruqlar orqali amalga oshiriladi: **evalm(A+B)** yoki **matadd(A,B)**. Ikki matrisaning ko'paytmasi quyidagi buyruqlar orqali amalga oshiriladi:

**a) evalm(A&\*B); b) multiply(A,B).**

Ko'paytmani hisoblayotgan buyruqning ikkinchi argumenti sifatida vektorni ko'rsatish mumkin, **masalan**:

> **A:=matrix([[1,0],[0,-1]]): B:=matrix([[-5,1],[7,4]]):**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

> **v:=vector([2,4]):**

$$v := [2, 4]$$

> **multiply(A,v):**

$$[2, -4]$$

> **multiply(A,B):**

$$\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$$

> **matadd(A,B):**

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

**evalm** buyrug'i xuddi shunday matrisaga sonni qo'shish va ko'paytirish imkonini beradi. **Masalan**: > **S:=matrix([[1,1],[2,3]]):**

> **evalm(2+3\*S):**

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$$

### **Determinantlar, minorlar va algebraik to'ldiruvchilar.**

$A$  matrisa determinanti **det(A)** buyrug'i bilan hisoblanadi. **minor(A,i,j)** buyrug'i matrisaning  $i$ -satri va  $j$ -ustunini o'chirishdan hosil bo'lgan matrisani beradi.

$A$  matrisaning  $a_{ij}$  elementining  $M_{ij}$  minorini **det(minor(A,i,j))** buyruq bilan hisoblash mumkin.

$A$  matrisa rangi **rank(A)** buyrug'i bilan hisoblanadi. Diagonal elementlarining yig'indisidan iborat bo'lgan  $A$  matrisa izi (sled) **trace(A)** buyrug'i bilan hisoblanadi. **Masalan**: > **A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]):**

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

> **det(A);**

1

> **minor(A,3,2);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

> **det(%);**

-24

> **trace(A);**

9

### Teskari va transponirlangan matrisa

$A^{-1}$  -teskari matrisa bo'lib, bunda  $A^{-1}A=AA^{-1}=Ye$ , bu yerda  $Ye$  - birlik matrisa. Uni ikki usul bilan hisoblash mumkin:

**1) evalm(1/A); 2) inverse(A).**

$A$  matrisani transponirlash— bu satr va ustunlarning o'rinlarini almashtirishdir. Natijada olingan matrisa transponirlangan deyiladi va  $A'$  bilan belgilanadi. Transponirlangan  $A'$  matrisa **transpose(A)** buyrug'i bilan hisoblanadi.

**Masalan**, oldingi punkda berilgan  $A$  matrisa uchun unga teskari va transponirlangan matrisani topamiz.

> **inverse(A);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -18 & 1 & 24 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

> **multiply(A,%);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> **transpose(A);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

### Matrisa turini aniqlash

Matrisaning musbat yoki manfiy aniqlanganligi **definite(A,param)** buyrug'i yordamida aniqlanadi, bu yerda **param** quyidagi qiymatlarni qabul qilishi mumkin: **'positive\_def'** – musbat aniqlangan ( $A>0$ ), **'positive\_semidef'** – manfiymas aniqlangan ( $A\geq 0$ ), **'negative\_def'** – manfiy aniqlangan ( $A<0$ ), **'negative\_semidef'** – musbat emas aniqlangan ( $A\leq 0$ ).

Bajarilish natijasida konstanta **true** – chin, **false** – yolg'on bo'lishi mumkin.

**Masalan:**

> **A:=matrix([[2,1],[1,3]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

> **definite(A,'positive\_def');**

*true*

A matrisaning ortogonalligi **orthog(A)** orqali tekshiriladi.

> **V:=matrix([[1/2,1\*sqrt(3)/2],  
[1\*sqrt(3)/2,-1/2]]);**

$$B := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

> **orthog(V);**

*true*

### Matrisadan iborat funksiya.

A matrisani  $n$  darajaga ko'tarish **evalm(A^n)** buyrug'i orqali amalga oshiriladi.  $e^A$  matrisali eksponentasini hisoblash **exponential(A)** buyrug'i orqali amalga oshirilishi mumkin. **Naprim:**

> **T:=matrix([[5\*a,2\*b],[-2\*b,5\*a]]);**

$$T := \begin{bmatrix} 5a & 2b \\ -2b & 5a \end{bmatrix}$$

> **exponential(T);**

$$\begin{bmatrix} e^{(5a)} \cos(2b) & e^{(5a)} \sin(2b) \\ -e^{(5a)} \sin(2b) & e^{(5a)} \cos(2b) \end{bmatrix}$$

> **evalm(T^2);**

$$\begin{bmatrix} 25a^2 - 4b^2 & 20ab \\ -20ab & 25a^2 - 4b^2 \end{bmatrix}$$

## Misollar

1. Matrisa berilgan:  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ . Quyidagilarni

toping:  $(AB)C$ ,  $\det A$ ,  $\det B$ ,  $\det C$ ,  $\det[(AB)C]$ . Tering:

> **with(linalg):restart;**

> **A:=matrix([[4,3],[7,5]]):**

> **B:=matrix([[-28,93],[38,-126]]):**

> **C:=matrix([[7,3],[2,1]]):**

> **F:=evalm(A&\*B&\*C);**

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

> **Det(A)=det(A); Det(B)=det(B); Det(C)=det(C); Det(F)=det(F);**

$$\text{Det}(A) = -1$$

$$\text{Det}(B) = -6$$

$$\text{Det}(C) = 1$$

$$\text{Det}(F) = 6$$

2. Matrisa berilgan:  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ , toping:  $\det A$ ,  $A^{-1}$ ,  $A'$ ,  $\det(M_{22})$ . Tering:

> **A:=matrix([[2,5,7],[6,3,4],[5,-2,-3]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

> **Det(A)=det(A);**

$$\text{Det}(A) = -1$$

> **transpose(A);**

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & -2 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

> **inverse(A);**

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}$$

> **det(minor(A,2,2));**

$$-41$$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Matrisa rangini toping:

> **A:=matrix([[8,-4,5,5,9], [1,-3,-5,0,-7], [7,-5,1,4,1], [3,-1,3,2,5]]):**

> **r(A)=rank(A);**

$$r(A) = 3$$

4. Hisoblang  $e^T$ , bu yerda  $T = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

> **exponential([[3,-1],[1,1]]);**

$$\begin{bmatrix} 2e^2 & -e^2 \\ e^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

5. Matrisa berilgan:  $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$ . Ko'phad qiymatini toping:

$$P(A) = A^3 - 18A^2 + 64A$$

> **A:=matrix([[5,1,4],[3,3,2],[6,2,10]]):**

> **P(A)=evalm(A^3-18\*A^2+64\*A);**

$$P(A) = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$$

### 1.3 Maple muxitining grafik imkoniyatlari

#### Ikki o'lchovli grafika

**Plot buyrug'i va uning parametrlari.** Bir o'zgaruvchili  $f(x)$  funksiyaning grafigini ( $Ox$  o'qi bo'yicha  $a \leq x \leq b$  intervalda va  $Oy$  o'qi bo'yicha  $c \leq y \leq d$  intervalda ) yasash uchun **plot** buyrug'i ishlatiladi. Uning umumiy ko'ri-nishi quyidagicha: **plot(f(x), x=a..b, y=c..d, parametr)**, bu yerda **parametr** – tasvirni boshqarish parametrlari. Agar u ko'rsatilmasa jimlik bo'yicha o'rnatishdan foydalaniladi. Shu bilan birga tasvirlarga tuzatishlar kiritish vositalar paneli orqali ham amalga oshiriladi.

**plot** buyrug'ining asosiy parametrlari:

- 1) **title="text"**, bu yerda **text**-rasm sarlavhasi.
- 2) **coords=qutb** –polyar koordinatani o'rnatish.
- 3) **axes** – koordinata o'qlari turlarini o'rnatish: **axes=NORMAL** – oddiy o'qlar; **axes=BOXED** – ramkada shkalali grafika; **axes=FRAME** – rasmning quyi chap burchagi markazi bo'lgan o'qlar; **axes=NONE** – o'qsiz.
- 4) **scaling** – tasvir masshtabini o'rnatish: **scaling=CONSTRAINED** –o'qlar bo'yicha bir xil masshtab; **scaling=UNCONSTRAINED** – grafik oyna o'lchovi bo'yicha masshtablanadi.
- 5) **style=LINE(POINT)** – chiziqlar (yoki nuqtalar) bilan chiqarish.
- 6) **numpoints=n** – grafikaning hisobga olinadigan nuqtalari (jimlik qoidasi bo'yicha **n=49**).
- 7) **solor** – chiziq rangini o'rnatish: rangning inglizcha nomi, masalan, **yellow** – sariq va h.
- 8) **xtickmarks=nx** va **ytickmarks=ny** – mos ravishda ,  $Ox$  va  $Oy$  o'qlari bo'yicha belgilar soni.
- 9) **thickness=n**, gde **n=1,2,3...** - chiziq qalinligi (jimlik bo'yicha **n=1**).
- 10) **linestyle=n** – chiziq turi: uzluksiz, punktirli va h. (**n=1** – uzluksiz).
- 11) **symbol=s** – nuqtalar orqali hosil bo'ladigan belgi turi: **BOX, CROSS, CIRCLE, POINT, DIAMOND**.

12) **font=[f,style,size]** – matnni chiqarish uchun shrift turini o’rnatish: **f** shriftlar nomini beradi: **TIMES, COURIER, HELVETICA, SYMBOL;** **style** shrift stilini beradi: **BOLD, ITALIC, UNDERLINE;** **size** – pt da shrift o’lchovi.

13) **labels=[tx,ty]** – koordinata o’qlari yozuv: **tx** – Ox o’qi bo’yicha va **ty** – Oy o’qi bo’yicha.

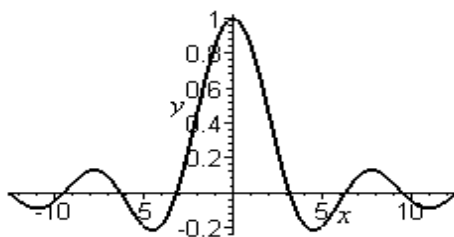
14) **discont=true** – cheksiz uzilishlarni yasash uchun ko’rsatma.

**plot** buyrug’i yordamida **y=f(x)** funksiya grafigi bilan birga, ochiq ko’rinishda, parametrik berilgan **y=y(t), x=x(t)** funksiyalar grafigini ham hosil qilish mumkin: **plot([y=y(t), x=x(t), t=a..b], parameters).**

### Misollar.

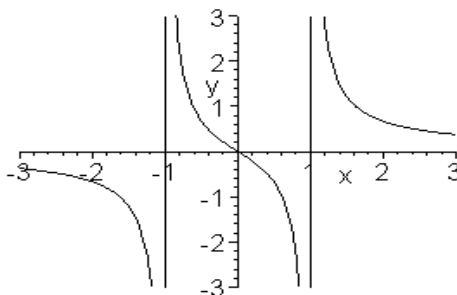
1.  $[-4\pi, 4\pi]$  intervalda  $y = \frac{\sin x}{x}$  funksiya gafigini chizing. Buning uchun quyidagilarni tering:

**> plot(sin(x)/x, x=-4\*Pi..4\*Pi, labels=[x,y], labelfont=[TIMES,ITALIC,12], thickness=2);**



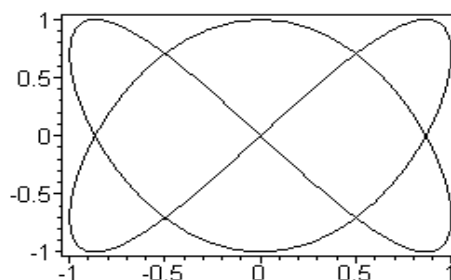
2.  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$  uzlukli funksiya grafigini yasang.

**> plot(x/(x^2-1), x=-3..3, y=-3..3, color=magenta);**



3.  $0 \leq t \leq 2\pi$  ramkada parametrik egri chiziq  $y = \sin 2t$ ,  $x = \cos 3t$  ni hosil qiling. Buning uchun quyidagini tering:

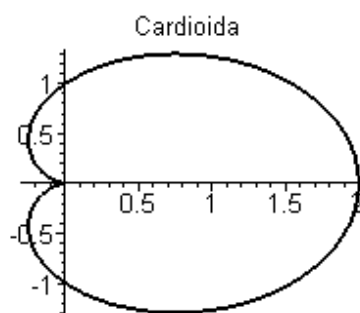
**> plot([sin(2\*t), cos(3\*t), t=0..2\*Pi], axes=BOXED, color=blue);**



4. Qutb koordinatasida  $\rho = 1 + \cos\varphi$  kardioidlar grafigini nom bilan yasang.

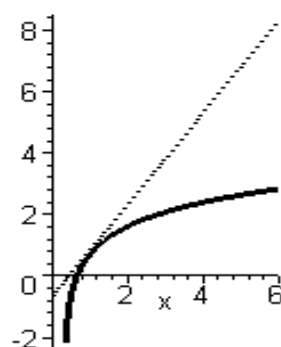
Quyidagini tering:

```
> plot(1+cos(x), x=0..2*Pi, title="Cardioida", coords=polar, color=coral,
thickness=2);
```



5. Bitta rasmda ikkita grafikni :  $y = \ln(3x-1)$  funksiya va unga urinma bo'lgan  $y = \frac{3}{2}x - \ln 2$  funksiya grafigini hosil qiling. Tering:

```
> plot([ln(3*x-1), 3*x/2-ln(2)], x=0..6, scaling=CONSTRAINED,
color=[violet,gold],
linestyle=[1,2], thickness=[3,2]);
```



**Oshkora berilmagan funksiyalar grafigini yasash.**

Funksiya oshkora berilmagan bo'ladi, agar u  $F(x,y)=0$  tenglama orqali berilgan bo'lsa. Oshkora berilmagan funksiyalar grafigini yasash uchun **plots** grafik paketidan **implicitplot** buyrug'i ishlatiladi: **implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2).**

### Tasvirda matnli izohlarni chiqarish.

**Plots** paketida rasmda matnli izohlarni chiqarish **textplot** buyrug'i mavjud: **textplot([xo,yo,'text'], options)**, bu yerda **xo, yo** – **'text'** matnini chiqarish boshlanadigan nuqtalar koordinatalari.

### Tengsizlik bilan berilgan ikki o'lchovli sohani hosil qilish.

Agar  $f_1(x,y) > c_1, f_2(x,y) > c_2, \dots, f_n(x,y) > c_n$  tengsizliklar sistemasi bilan berilgan ikki o'lchovli sohani hosil qilish uchun **inequal** buyrug'i ishlatiladi.

**inequals({f1(x,y)>c1,...,fn(x,y)>cn}, x=x1...x2, y=y1..y2, options)** buyrug'ida figurali qavs ichida sohani aniqlovchi tengsizliklar sistemasi, so'ngra esa koordinata o'qlarining o'lchovlari va parametrlari ko'rsatiladi. Parametrlar ochiq va yopiq chegaralar rangini, sohaning ichki va tashqi rangini hamda chiziq chegarasining qalinligini aniqlaydi:

- **optionsfeasible=(color=red)** – ichki soha rangini o'rnatadi;
- **optionsexcluded=(color=yellow)** – tashqi soha rangini o'rnatadi;
- **optionsopen(color=blue, thickness=2)** – ochiq chegara chizig'ining qalinligi va rangini o'rnatadi;
- **optionsclosed(color=green,thickness=3)** – yopiq chegara chizig'ining qalinligi va rangini o'rnatadi;

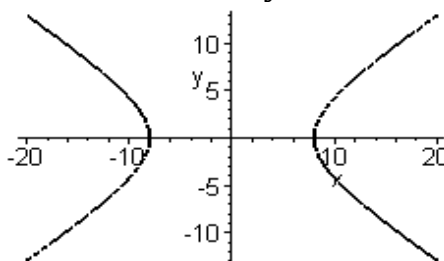
### Misollar

1. Oshkora berilmagan (giperbola) funksiya grafigini chizing:  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 16$

Quyidagilarni tering.

> **with(plots):**

> **implicitplot(x^2/4-y^2/2=16, x=-20..20, y=-16..16,color=green, thickness=2);**



$$x=4\cos^3 t, \quad x=2\sin^3 t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

2. Bitta rasmda ellipsga ichki chizilgan astroidalar grafigini yasang. Astroida va Ellips o'qlari nomlarini yog'li shriftda hosil qiling. Buning uchun quyidagilarni tering:

> **with(plots):**

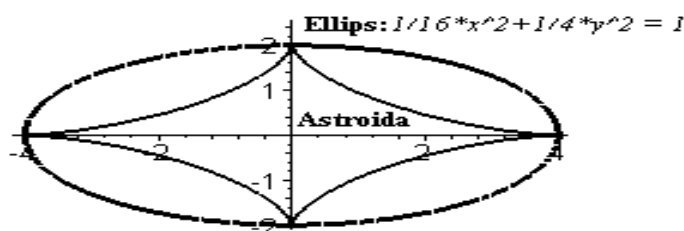
> **eq:=x^2/16+y^2/4=1: el:=implicitplot(eq, x=-4..4, y=-2..2, scaling=CONSTRAINED, color=green, thickness=3): as:=plot([4\*cos(t)^3,2\*sin(t)^3, t=0..2\*Pi], color=blue, scaling=CONSTRAINED, thickness=2):**

> **eq1:=convert(eq,string): t1:=textplot([1.5,2.5,eq1], font=[TIMES,ITALIC,10], align=RIGHT):**

> **t2:=textplot([0.2,2.5,"Ellips:"], font=[TIMES, BOLD,10], align=RIGHT):**

> **t3:=textplot([1.8,0.4,Astroida], font=[TIMES, BOLD,10], align=LEFT):**

> **display([as,el,t1,t2,t3]):**



**Uch o'lchovli grafika.**

**Animasiya. Aniq ko'rinishdagi funksiya bilan berilgan sirt grafigi.**

$z = f(x,y)$  funksiya grafigi chizish uchun **plot3d(f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2, options)** buyrug'idan foydalanish mumkin. Bu buyruqning parametrlari **plot** buyrug'i parametrlari bilan mos tushadi.

**style=opt** parametri tasvir stilini beradi: **POINT** –nuqtalar, **LINE** – chiziqlar, **HIDDEN** – ko'rinmas chiziqlardan iborat to'r, **PATCH** – to'ldiruvchi, **WIREFRAME** – ko'rinmas chiziqlarni chiqaradigan to'r, **CONTOUR** – chiziq darajasi, **PATCHCONTOUR** – to'ldiruvchi va chiziq darajasi.

**shading=opt** parametr to'ldiruvchi intensivlik funksiyasini beradi, jimlik bo'yicha uning qiymati xyz ga teng, **NONE** – rangsiz.

### Parametrik berilgan sirt grafigi.

Agar  $x=x(u,v)$ ,  $y = y(u,v)$ ,  $z = z(u,v)$  parametrik ko'rinishda berilgan sirtning grafiginiyasash talab etilgan bo'lsa, u holda bu funksiyalar buyruqda kvadrat qavslarda sanab o'tiladi:

**plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2).**

### Aniqmas ko'rinishda berilgan sirt grafigi.

$F(x,y,z) = c$  aniqmas tenglama bilan berilgan uch o'lchovli sirt grafigi **plot** paketining **implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2)** buyrug'i orqali amalga oshiriladi, bu yerda sirt tenglamasi  $F(x,y,z) = c$  va koordinata o'qlari bo'yicha tasvir o'lchovlari ko'rsatiladi.

### Fazoviy egri chiziqlar grafigi

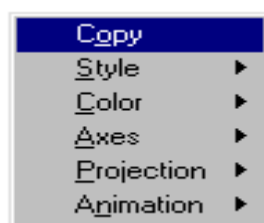
**plot** paketida  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$  parametrik ko'rinishda berilgan fazoviy egri chiziqlarni hosil qilish uchun **spacecurve** buyruqi mavjud. Uning umumiy ko'rinishi: **> spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2)**, bu yerda **t** parametr **t1** dan **t2** gacha o'zgaradi.

### Animasiya.

*Maple* muhitida **animate** (ikki o'lchovli) va **animate3d** (uch o'lchovli) buyruqlari yordamida ekranda harakatlanayotgan tasvirlarni chiqarish imkoniyati mavjud. **animate3d** buyrug'ining parametrlari orasida **frames** – parametri mavjud bo'lib, u animasiya kadrlarining sonini beradi (jimlik bo'yicha **frames=8**).

Uch o'lchovli tasvirlarni **plot3d** buyrug'ining opsiyalari orqali emas, balki dasturning xos menyusidan foydalanib tuzatish ancha qulaydir. Buning uchun sichqonchani tasvirning ustiga qo'yib o'ng tugmachasi bosiladi. Menyu buyruqlari tasvirning rangini o'zgartirish, kerakli o'q turi va chiziq turini o'rnatish, harakatlanayotgan tasvirni boshqarish imkonini beradi.

Tasvirlarni tuzatish xos menyusi:



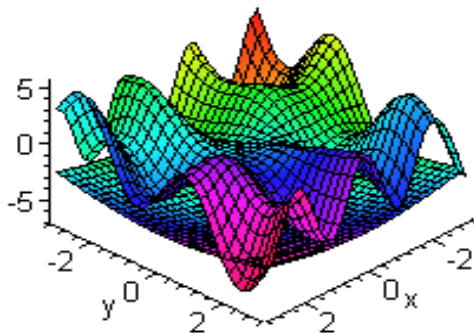
### Misollar

1. Quyidagi sirtlarni hosil qiling

$$z = x \sin 2y + y \cos 3x \quad \text{va} \quad z = \sqrt{x^2 + y^2} - 7, \quad x, y \in [-\pi, \pi] \text{ интервалада.}$$

Quyidagi satrlarni tering:

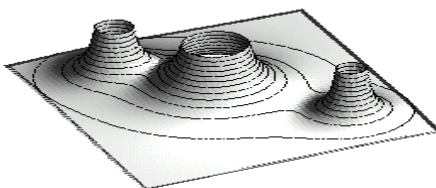
```
> plot3d({x*sin(2*y)+y*cos(3*x), sqrt(x^2+y^2)-7}, x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi,
grid=[30,30], axes=FRAMED, color=x+y);
```



2. Daraja chizig'i bilan sirtni hosil qiling:

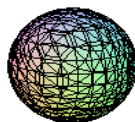
$$z = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{0.2}{(x+1.2)^2 + (y-1.5)^2} + \frac{0.3}{(x-0.9)^2 + (y+1.1)^2}$$

```
> plot3d(1/(x^2+y^2)+0.2/((x+1.2)^2+(y-1.5)^2)+ 0.3/((x-0.9)^2+(y+1.1)^2),
x=-2..2, y=-2..2.5, view=[-2..2, -2..2.5, 0..6], grid=[60,60], shading=NONE,
light=[100,30,1,1,1], axes=NONE, orientation=[65,20],
style=PATCHCONTOUR);
```

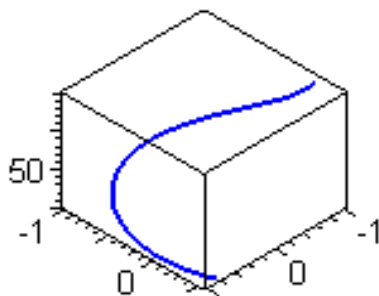


3.  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  sharni hosil qiling. Tering:

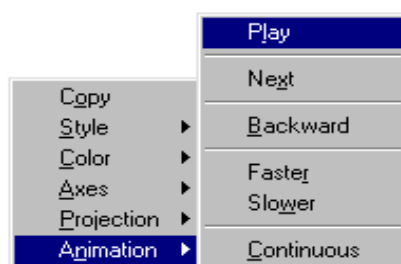
```
> with(plots): implicitplot3d(x^2+y^2+z^2=4, x=-2..2, y=-2..2, z=-2..2,
scaling=CONSTRAINED);
```



4. Fazoviy egri chiziqni hosil qiling:  $x = \sin t$ ,  $y = \cos t$ ,  $z = e^t$ .  
 > **with(plots):**  
 > **spacecurve([sin(t),cos(t),exp(t)], t=1..5, color=blue, thickness=2,**  
**axes=BOXED);**



5. Harakatlanayotgan obyektни hosil qiling. Avvalo quyidagi satrni tering.  
 > **animate3d(cos(t\*x)\*sin(t\*y), x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi, t=1..2);**



6. Hosil bo'lgan tasvir ustida sichqonchani o'ng tugmachasini bosing. Paydo bo'lgan xos menyuda Animation® Continuous buyrug'ini bajaring. So'ngra yana xos menyuni hosil qiling va Animation® Play buyrug'ini bajaring. Harakatlanishni to'xtatish uchun Animation® Stop buyrug'ini bajaring. So'ngra sichqoncha yordamida tasvirni boshqa burchak bo'yicha buring va uni yana harakatlantiring.

## MAPLE MUXITIDA MURAKKAB SOHANI CHEGARAVIY TENGLAMASINI QURISH

### 2.1 Murakkab masalalarni yeshish geometrik komponentalar

Elektrodinamik maydonning o'zgarishi, issiqligining jismda tarqalishi va mexanik kuchlarning jismga ta'sir qilish masalalarini yechish murakkab masalalardan hisoblanadi. Har xil kuchlarning maydonga ta'sirida uning o'zgarishi faqat fizik qonunlarga bog'liq emas, u berilgan jismning shakliga ham bog'liq bo'ladi.

Matematik nuqtai nazardan olib qaraydigan bo'lsak maydonlarni hisob-kitob qilish bu  $\Omega$  sohasida xususiy hosilali differentsial tenglamaga ega chegaraviy masalalarni yechishga olib kelinadi [11-12].

$$Au = f \quad (2.1)$$

quyidagi chegaraviy shartlarda

$$L_i u = \varphi_i \quad \partial\Omega_i \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.2)$$

Bu yerda  $\partial\Omega_1, \partial\Omega_2, \dots, \partial\Omega_n$  -  $\Omega$  sohaning  $\partial\Omega$  chegerasini tashkil etadi.

Chegaraviy masalanig ko'inishiga qaray yechim skalyar funktsiya, vector funktsiya yoki tenzor bo'lishi mumkin. Keyinchali biz yechimni «*funktsiya*» termini bilan ataymiz.

Yuqorida masalani qo'yilishida keltirilgan  $u, f, \varphi_i$  funktsiyalarni va  $A, L_i$  operatorlarini chegaraviy masalani *analitik komponentalari*, soha ozini  $\Omega$ , o'ning chegerasini  $\partial\Omega$  va chegerani tashkil qiluvchlarini qismlarni  $\partial\Omega_i$  - geometrik komponentalar deb yuritamiz. Bu ikki xil ma'lumotlar - analitik va

geometrik ma'lumotlar hisoblash algoritmlariga geometrik ma'lumotlarni kiritishda ko'plagan qiyinchiliklar tug'diradi. Klassik usullarda Fure, integrally akslantirishlarda va boshqa usullarda geometrik ma'lumotlarni hisobga olish koordinat sistemasini tug'ri tanlash bilan, komform akslantirishda akslantirish funktsiyalarini qurish yuli bilan, variatsion usullarda bo'lsa koordinat ketma - ketligini tug'ri tanlay olish bilan yechish mumkin. R-funktsiya yordamida chegaraviy masalalarni taqribiy analik yechganda geometrik komponentalarni effektiv va osongina hisobga oladi.

Aytaylik  $S_2(t) \equiv (t \geq 0), t \in \mathbb{R}^1, t \geq 0$  bo'ganda 1 qiymatga ega aks holda  $t < 0$  bo'lganda nol qiymatga ega predikat bo'lsin.

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ;  $S_2(x) = \{S_2(x_1), S_2(x_2), \dots, S_2(x_n)\}$ . U holda  $y = f(x)$  funktsiyasi R- *funktsiya* deyiladi, agarda shunday Bul funktsiyasi  $Y = F(X), X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  mavjud bo'lib, quyidagi shart bajarilsa

$$S_2[f(x)] = F[S_2(x)]. \quad (2.3)$$

Bu yerda,  $Y = F(X)$  funktsiyasi Bul funktsiya bo'ladi, agarda  $X_i$  va  $B_2 = \{0;1\}$  to'plam elementlari, faqat gina ikkita elementdan tashkil topsa 0 va 1.

Yuqoridagi (2.3) shartidan shu narsa nomayon bo'ladiki har bir R-funktsiyaga Bul funktsiyasi mos keladi. Teskarisi o'rinli emas bitta Bul funktsiyasiga cheksiz ko'p R- funktsiyalar to'plami mos keladi. R-funktsiyalardan tashkil topgan sistema yetarlicha to'la deyiladi, agarda  $M(H)$  to'plamdan H-funktsiyasi R-funktsiyaning har bir shoxi bilan kesishmasi bo'sh to'plam bo'lmasa. Sistemaning yetarlicha to'la bo'lish sharti bu sistemasi barcha Bul funktsiyalarida to'la bo'lishi kerak. Haqlagan Bul funktsiyasi murakkab funktsiya ko'rinishida berilishi mumkin.

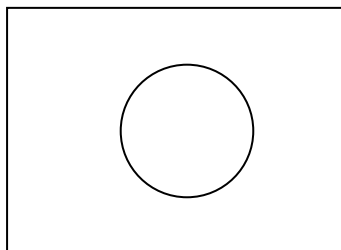
Bul funktsiyalar to'plamida eng ko'p qo'llaniladigan to'la sistema quyidagi sistema hisoblanadi

$$H^* = \{X \wedge Y, X \vee Y, \bar{X}\}$$

Bu yerda  $X \wedge Y$  konyunktsiya,  $X \vee Y$  dizyunktsiya va  $\bar{X}$  bekor qilish.

## 2.2 Murakkab soha tenglamasini R-funktsiyadan foydalanib qurish

Bu Bul funktsiyalariga oddiy geometrik interpretatsiya berish mumkin. Quyidagi rasmda berilgan  $\Omega$  sohasi predikatlar bilan beriladi.



$$\Omega = (\Sigma_1 \wedge \Sigma_2) \wedge \Sigma_3$$

$$\Sigma_1 \equiv (4 - x_1^2 \geq 0), \Sigma_2 \equiv (4 - x_2^2 \geq 0), \Sigma_3 \equiv (1 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0) \quad (2.4)$$

$\Sigma_1$  - eni 2 teng bo'lgan gorizontal yulak (polosa) ;  $\Sigma_2$  - eni 2 teng bo'lgan vertikal yulak (polosa);  $\Sigma_3$  - markazi (0,0) joylashgan radiusi 1 ga teng bo'lgan doira.

Bu yerda predikat tenglamalaridan analitik qurishga o'tish quyidagi formulalar yordamida amalga oshiriladi [11-12]

$$x \wedge_{\alpha} y \equiv \frac{1}{1+\alpha} (x + y - \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy}) \quad (\text{R- konyunktsiya})$$

$$x \vee_{\alpha} y \equiv \frac{1}{1+\alpha} (x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy}) \quad (\text{R- дизъюнкция})$$

$$\bar{x} \equiv -x \quad (\text{R- бекор этиш}) \quad (2.5)$$

Бу ерда  $\alpha \equiv \alpha(x, y)$  - функция  $-1 < \alpha \leq 1$  орлиғида жойлашган.

Хусусий ҳолини қараб ўтайлик  $\alpha = 0$ .

$$x \wedge_0 y \equiv (x + y - \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (\text{R- конъюнкция})$$

$$x \vee_0 y \equiv (x + y + \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (\text{R- дизъюнкция})$$

$$\bar{x} \equiv -x \text{ (R- beko etish )} \quad (2.6)$$

U holda yuqorida rasmda berilgan  $\Omega$  sohasini chegaraviy tenglamasi

$$\varpi = [(4 - x_1^2) \wedge_0 (4 - x_2^2)] \wedge_0 (1 - x_1^2 - x_2^2) = 0, \quad (2.7)$$

bilan beriladi.

Endi (2.6) formulasidan foydalanib (2.7) tenglamasidan R-operatsiyalarni yo'qatib  $\omega(x_1, x_2) = 0$ , ko'rinishidagi analitik tenglamaga ega bo'lamiz. Bu yerda  $\omega(x_1, x_2)$  - oddiy elementar funktsiya. Shu bilan  $\Omega$  sohani ishqarisida  $\omega(x_1, x_2) > 0$  bo'ladi,  $\Omega$  sohani tashqarisida esa  $\omega(x_1, x_2) < 0$ .

Sohani  $\partial\Omega$  chegarasini tenglamasi  $\omega(x) = 0$  ychyn normallashtgan tenglamasini qo'rish ko'pchilikni qiziqishini uyg'atadi. Ta'rif buyicha,  $\omega(x) = 0$  tenglamasi  $\Omega \equiv [\omega(x) \geq 0]$  sohasida birinchi tartibligacha normallashtgan deyiladi agarda

$$\omega(x) > 0 \quad \Omega \text{ sohasi ishida bo'lsa;}$$

$$\omega(x) < 0 \quad \partial\Omega \text{ chegarada bo'lsa;}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\nu}\Big|_{\partial\Omega} = 1$$

( $\nu$ - $\partial\Omega$  ichki normal).

Agarda

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial\nu^2}\Big|_{\partial\Omega} = \frac{\partial^3\omega}{\partial\nu^3}\Big|_{\partial\Omega} = \dots = \frac{\partial^n\omega}{\partial\nu^n}\Big|_{\partial\Omega} = 0 \quad (2.8)$$

Bo'lsa  $\omega(x) = 0$  tenglamasi *n-tartibligacha normallashtgan* deyiladi.

Endi berilgan masala uchun normallashtgan tenglamasini qo'ramiz

$$\Sigma_1 \equiv \left[ \frac{1}{4}(4 - x_1^2 \geq 0) \right], \Sigma_2 \equiv \left[ \frac{1}{4}(4 - x_2^2 \geq 0) \right], \Sigma_3 \equiv \left[ \frac{1}{2}(1 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0) \right]$$

Sohani chegaraviy tenglamasini birinchi tartibli normallashtirgan tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$\varpi = \left[ \frac{1}{4}(4 - x_1^2) \wedge_0 \frac{1}{4}(4 - x_2^2) \right] \wedge_0 \frac{1}{2}(1 - x_1^2 - x_2^2) = 0, \quad (2.9)$$

Endi masalani chegaraviy shartini qanoatlandiradigan tenglamani qurishimiz kerak

$$u(x) \equiv \varpi(x)\Phi(x)$$

Bu yerda  $\Phi(x)$  funktsiyasi noma'lum komponentalardan tashkil topgan funktsiya. Komponentalarni o'zgartirish orqali chegarada  $u(x)=0$  shartini qanoatlandiradigan funktsiyani olamiz.

Bir jinsli bo'lmagan shartlarda esa

$$u(x) \equiv \varphi(x) + \varpi(x)\Phi(x)$$

Yechim ko'rinishda qidiriladi.

Umumiy holda chegaraviy masalani yechimlar strukturasi-bu quyidagi formula

$$u(x) \equiv B(\Phi) + \varphi_0 \quad (2.10)$$

Bu yerda  $\varphi_0$  - ma'lum funktsiya;  $B$  – operator,  $\partial\Omega$  chegara shaklidan va  $\partial\Omega_i$  chegara qismlaridan bog'liq operator. Bu operator shunday qurilganki noma'lum funktsiyalarni haqlagan ko'rinishda olsakda o'rinli bo'ladi. Masalani hamma chegaraviy shartlarini qanoatlandiradigan struktura umumiy struktura deyiladi. Strukturaga bir nechta shartlar quyiladi to'ralik sharti, bu yordamida  $\Phi$  noma'lum komponentni tanlashga yordam berib (1.3.10) strukturasi masalani aniq yechimiga ham aylantirish mumkin. Noma'lum bo'lgan strukturaning  $\Phi$  - komponentasini tanlash taqribiy usullarning biri yordamida amalga oshiriladi. Ko'pchilik masalalarda R-funktsiya usuli foydalanilgan masalalarda variatsion

usullar qo'llanilgan, boshqa usullarni ham qo'llash mumkin (to'r, ayirmali-analitik, chekli elementlar va h.).

Echimler strukturasi qurilgandan keyin noma'lum ko'effitsiyentlarni aniqlash muammosi turadi. Strukturali formulalarni foydalangan mualliflarning ko'pchiligi variatsion usullardan foydalangan (Ritts, Bubnov-Galerkin usullari). Bu usullarda noma'lum funktsiyalar quyidagi ko'rinishda beriladi.

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^n C_i \psi_i(x), \quad (2.11)$$

Bu yerda  $\psi_i(x)$  ( $i=1,2,..$ ) – to'la funktsiyalar ketma-ketligi (Chebishev, Lejandr, trigonometrik polinomlar va h.)dagi  $C_i$  noma'lum ko'effitsiyentlar variatsion usullarning oddiy sxemasi buyicha topiladi.

Asosiy qiyinchiliklardan biri  $\omega, \omega_i, \psi_i$  funktsiyalariga bog'liq differentsillash va integrallashlarda katta analitik ifodalarning payda bo'lishi. Bu yerda elementar funktsiyalarni differentsiallashda aniq algoritmlar bilan amalga oshiriladi shu sababli hisoblashlarda ko'p mashina vaqti ketadi. Integrallashlar esa taqribiy formulalar yordamida amalga oshiriladi. Integrallashlarda qadamning katta kichikligiga ham bog'liq bo'ladi agarda qadam kichik bo'lsa hisoblashlar ko'p vaqtni oladi, agarda katta bo'lsa integrallashlar noaniq bo'lib hisoblash eksperimentlari turg'unsiz bo'lishi mumkin. Variatsion usullardan birini qo'llagandan so'ng natijada  $n$  ta noma'lumli  $n$  tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz va bu sistema o'z navbatida Gauss usuli yordamida yechiladi, agarda dinamik maslala yechilayotgan bo'lsa Nyumark usulidan foydalaniladi [7-8].

### **2.3 Maple tizimida murakkab sohalar ushun chegaraviy tenglamalarini qurish**

Yuqorida berilgan murakkab sohalarni Maple tizimi yordamida chizishni qarab o'tamiz. Dastlab o'tkan paragraphdagi sohani chegaraviy tenglamasini Bul algebrasi yordamida quriladi. Mantiqiy bo'lgan tenglama (2.6) sonli

formulalaridan foydalanilib analitik ko'rinishga o'tkaziladi. Maple tizimida bu masalalarni realizatsiya qilish ushuni R nomli modul yaratamiz. Bu modulda R-funktsiya qossalri va tenglamani mantiqiy tenglamalarini qurishda ishlatiladigan formulalar ushuni protseduralar keltirilgan.

```
> R := module()
description "R-functions method package";
export nStripX,
nStripY,nCircle,HalfPlane,nHalfPlane,Ellipse,Astroid,OvalKassini,
SetRSystem, `&Un`, `&In`, `&Not`, Grad, Div, `&.` , Lapl, DiffT,
PlotDomain, PlotDomain3d, PlotSolution, PlotSolution3d,
FindRoots, GenPowerPolynoms, GenCoordFunctions,
option package;
> nStripX := proc(DisplY::numeric, HalfWidth::numeric)
    global x,y;
    if HalfWidth=0 then error "zero half width of strip" end if;
    (x,y) -> (HalfWidth^2 - (y - DisplY)^2)/2/HalfWidth;
end proc;
> nStripY := proc(DisplX::numeric, HalfWidth::numeric)
    global x,y;
    if HalfWidth=0 then error "zero half width of strip" end if;
    (x,y) -> (HalfWidth^2 - (x - DisplX)^2)/2/HalfWidth;
end proc;
> nCircle := proc(DisplX::numeric, DisplY::numeric,
Radius::numeric)
    global x,y;
    if Radius=0 then error "zero radius of circle" end if;
    (x,y) -> (Radius^2 - (x - DisplX)^2 - (y - DisplY)^2)/2/Radius;
end proc;
> HalfPlane := proc(X1::numeric, Y1::numeric, X2::numeric,
Y2::numeric)
    global x,y;
    if X1=X2 and Y1=Y2 then error "can't create line through one
point"
        elif X1=X2 and Y1<Y2 then (x,y) -> x - X1;
        elif X1=X2 and Y1>Y2 then (x,y) -> -x + X1;
        else (x,y) -> (-Y2+Y1)/(-X2+X1)*x + (X1*Y2-Y1*X2)/(-X2+X1) -
y;
    end if;
end proc;
> nHalfPlane := proc(X1::numeric, Y1::numeric, X2::numeric,
Y2::numeric)
    global x,y;
    if X1=X2 and Y1=Y2 then error "can't create line through one
point"
        elif X1=X2 and Y1<Y2 then (x,y) -> (x-X1)/(x^2-
2*x*X1+X1^2+1)^(1/2);
        elif X1=X2 and Y1>Y2 then (x,y) -> -(x-X1)/(x^2-
2*x*X1+X1^2+1)^(1/2);
```

```

    else (x,y) -> (-x*Y2+x*Y1+X1*Y2-Y1*X2+y*X2-y*X1)/(-
X2+X1)/((2*x*Y1*y*X2-2*x*Y1*y*X1-2*x^2*Y2*Y1-2*x*Y2^2*X1-
2*x*Y1^2*X2+2*x*Y2*Y1*X2-2*x*Y2*y*X2+2*x*Y1*X1*Y2+2*x*Y2*y*X1-
2*X1^2*Y2*y-2*Y1*X2^2*y-
2*y^2*X2*X1+Y1^2*X2^2+x^2*Y2^2+x^2*Y1^2+X1^2*Y2^2+y^2*X2^2+y^2*X
1^2+Y2^2-2*Y2*Y1+Y1^2+X2^2-2*X2*X1+2*X1*Y2*y*X2-
2*X1*Y2*Y1*X2+2*Y1*X2*y*X1+X1^2)/(-X2+X1)^2)^(1/2);
    end if;
end proc;
> SetRSystem := proc(alpha::numeric)
    global Alpha;
    unprotect('Alpha');
    if (alpha>1) or (alpha<-1) then
        Alpha := 'Alpha';
        error "alpha must be in range [-1,1]"
    end if;
    Alpha := alpha;
    protect('Alpha');
end proc;
> `&Un` := proc(Func_1::procedure, Func_2::procedure)
    if not type('Alpha',protected) then error "the R system is not
set, use SetRSystem(alpha)" end if;
    unapply((Func_1(x,y) + Func_2(x,y) + sqrt(Func_1(x,y)^2 +
Func_2(x,y)^2 - 2*Alpha*x*y))/(1 + Alpha),x,y);
end proc;
> `&In` := proc(Func_1::procedure, Func_2::procedure)
    if not type('Alpha',protected) then error "the R system is not
set, use SetRSystem(alpha)" end if;
    unapply((Func_1(x,y) + Func_2(x,y) - sqrt(Func_1(x,y)^2 +
Func_2(x,y)^2 - 2*Alpha*x*y))/(1 + Alpha),x,y);
end proc;
> `&Not` := proc(Func_1::procedure)
    if not type('Alpha',protected) then error "the R system is not
set, use SetRSystem(alpha)" end if;
    unapply(-Func_1(x,y),x,y);
end proc;
> Grad := proc(Func::algebraic)
    Vector([diff(Func,x),diff(Func,y)]);
end proc;
> Div := proc(Vect::Vector)
    diff(Vect[1],x) + diff(Vect[2],y);
end proc;
> `&.` := proc(Vect1::Vector, Vect2::Vector)
    LinearAlgebra[Transpose](Vect1) . Vect2;
end proc;
> PlotDomain := proc(Domain::name, Boundary::list)
    plots[implicitplot](Domain(x,y),x=Boundary[1]..Boundary[3],
y=Boundary[2]..Boundary[4],numpoints=1000, scaling=constrained,
color=black);
end proc;
> PlotSolution := proc(Domain::name, Solution::name,
Boundary::list, ContNumber::posint)
    local f, a, b;

```

```

f := piecewise(Domain(x,y)>0,Solution(x,y),0):
a := contourplot(f,x=Boundary[1]..Boundary[3],
y=Boundary[2]..Boundary[4],filled=true,contours=ContNumber,color
ing=[white,blue], scaling=constrained, grid=[50,50]):
b := implicitplot(Domain(x,y),x=Boundary[1]..Boundary[3],
y=Boundary[2]..Boundary[4], numpoints=2000,
thickness=2,scaling=constrained, color=black):
plots[display]({a,b});
end proc;
> PlotSolution3d := proc(Domain::name, Solution::name,
Boundary::list, ContNumber::posint)
local f, a, b;
f := piecewise(Domain(x,y)>0,Solution(x,y),0):
a := contourplot3d(f,x=Boundary[1]..Boundary[3],
y=Boundary[2]..Boundary[4],filled=true,contours=ContNumber,color
ing=[white,blue], scaling=constrained, grid=[50,50]):
plots[display]({a});
end proc;
>
> FindRoots := proc(Expr::algebraic, c::numeric, d::numeric,
NumOfSteps::posint, Eps::numeric)
local roots, Func, Deriv,step, position, flag, i, Func_pos,
Func_pos_old, temp;
#option trace;
Func := unapply(Expr,y);
Deriv := unapply(diff(Func(y),y),y);
roots := [];
step := (d-c)/NumOfSteps;
position := evalf(c);
Func_pos := evalf(Func(position));
if abs(Func_pos)<Eps then
    roots := [op(roots),position];
    position := position + step;
    Func_pos := evalf(Func(position));
end if;
if Func_pos>=0 then flag := true;
else flag := false; end if;
while ((position+step)<=d) do
    position := position + step;
    Func_pos_old := Func_pos;
    Func_pos := evalf(Func(position));
    if Func_pos<0 and flag=true then
        flag := false;
        temp := NewtonRaphsonBisection(position-step,
position, Func_pos_old, Func_pos, Func, Deriv, Eps);
        roots := [op(roots),temp];
    elif Func_pos>=0 and flag=false then
        flag := true;
        temp := NewtonRaphsonBisection(position-step,
position, Func_pos_old, Func_pos, Func, Deriv, Eps);
        roots := [op(roots),temp];
    end if;
end do;
end proc;

```

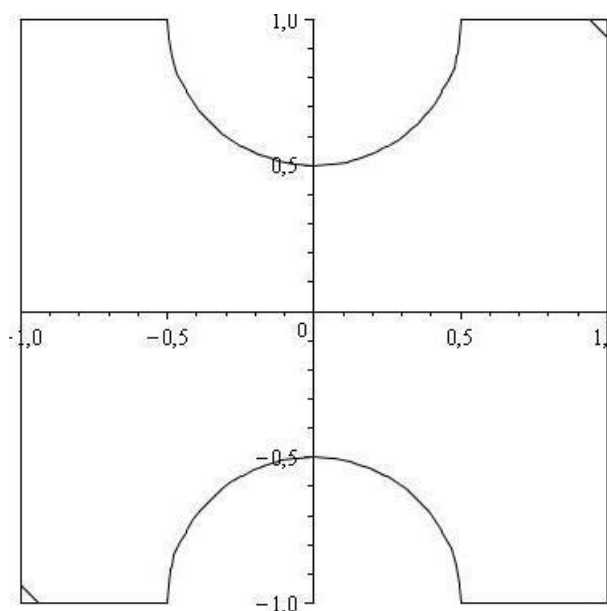
```

temp := evalf(Func(d));
if abs(temp)<Eps then roots := [op(roots),d]; end if;
if abs(roots[nops(roots)]-roots[nops(roots)-1])<Eps then
    roots := [op(1..(nops(roots)-1),roots)];
end if;
sort(roots);
end proc;
> GenPowerPolynoms := proc(n::posint)
global NumberOfBasisFunc;
local i, temp, j, BasisList, k;
if n=1 then error "power of polynoms must be greated than 1" end
if;
BasisList[1] := 1;
BasisList[2] := x;
BasisList[3] := y;
j := 4;
for i from 2 to n do
    temp := combinat[composition](i,2);
    temp := temp union {[i,0],[0,i]};
    for k from 1 to nops(temp) do
        BasisList[j] := x^(temp[k][1])*y^(temp[k][2]);
        j := j + 1;
    end do;
end do;
NumberOfBasisFunc := j-1;
convert(BasisList,list);
end proc;
> GenCoordFunctions := proc(Domain::algebraic,
BasisFuncList::list)
    unapply(map(proc(Temp) Domain*Temp end
proc,BasisFuncList),x,y);
end proc;
> protect(x,y);
with(plots

```

Modul yaratilgandan so'ng Maple tizinida asosiy dasturni yaratamiz. Bu dasturda murakkab soha ushun soha va o'ning chegara teng'lamasini R-funktsiyadan foydalanilib chiziladi.

Mayli quyidagi berilgan sohani chegara tenglamasini chizishni qaraylik



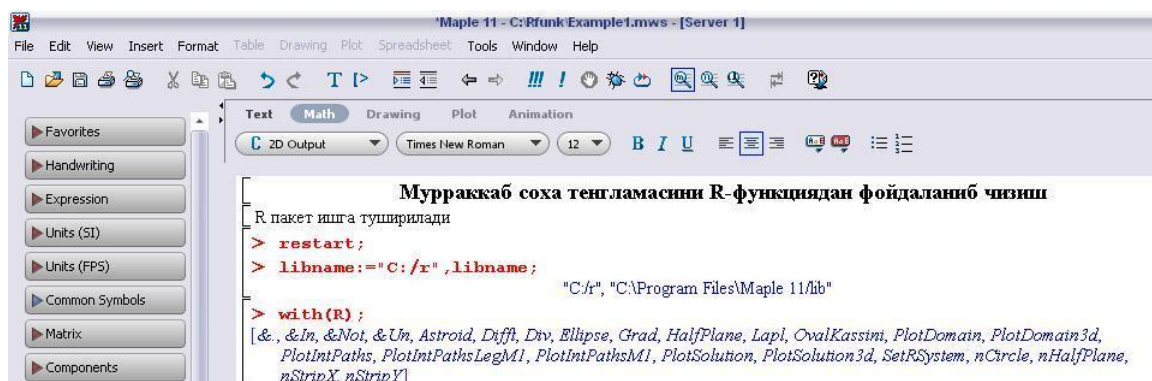
$$\Sigma_1 \equiv \left[ \frac{1}{2}(1 - x_1^2) \geq 0 \right], \Sigma_2 \equiv \left[ \frac{1}{2}(1 - x_2^2) \geq 0 \right], \Sigma_3 \equiv \left[ (0.5^2 - x_1^2 - (x_2 - 1)^2) \geq 0 \right]$$

$$\Sigma_4 \equiv \left[ (0.5^2 - x_1^2 - (x_2 + 1)^2) \geq 0 \right]$$

Bu mantiqiy tenglamalardan foydalanib yoqaridagi sohani quramiz.

$$\Omega \equiv ((F1 \wedge F2) \wedge \overline{F3}) \wedge \overline{F4}$$

Bu ushun dastlab R moduli ishga tushiriladi



K-операция танлаш амалга оширилади

```
> SetRSystem(0);
```

соҳа чегараси берилди

```
> F1 := nStripX(0,1);
```

$$(x, y) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{1^2 - (y-0)^2}{1} \quad (3)$$

```
> F2 := nStripY(0,1);
```

$$(x, y) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{1^2 - (x-0)^2}{1} \quad (4)$$

```
> F3 := nCircle(0,1,0.5); F31 := nCircle(0,0,1);
```

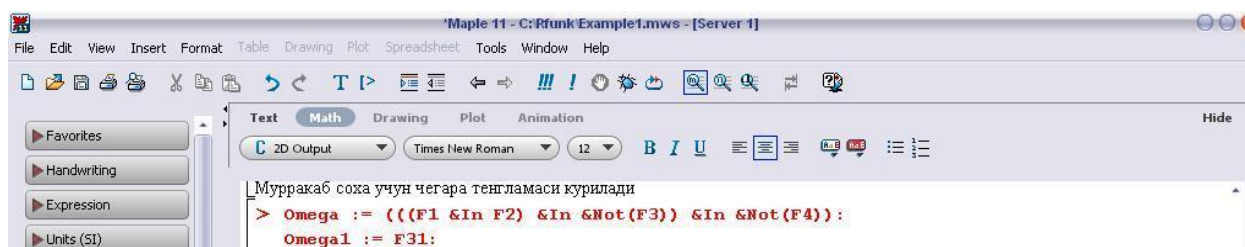
$$(x, y) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{0.5^2 - (x-0)^2 - (y-1)^2}{0.5} \quad (5)$$

$$(x, y) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{1^2 - (x-0)^2 - (y-0)^2}{1}$$

```
> F4 := nCircle(0,-1,0.5);
```

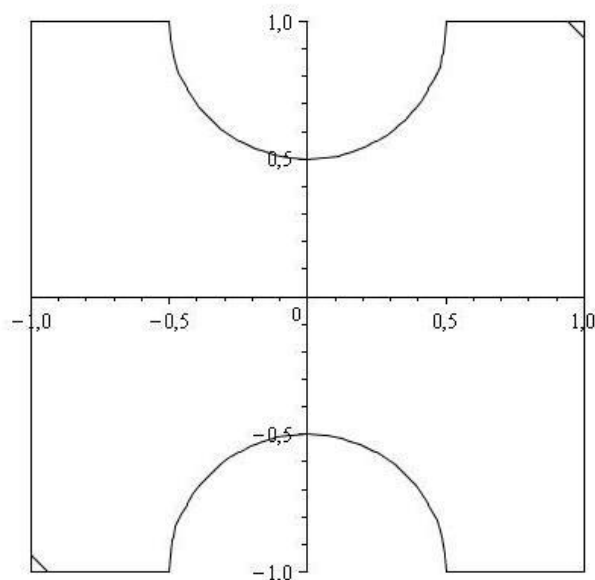
$$(x, y) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{0.5^2 - (x-0)^2 - (y-(-1))^2}{0.5} \quad (6)$$

```
> F5 := nHalfPlane(0,1,1,0);
```

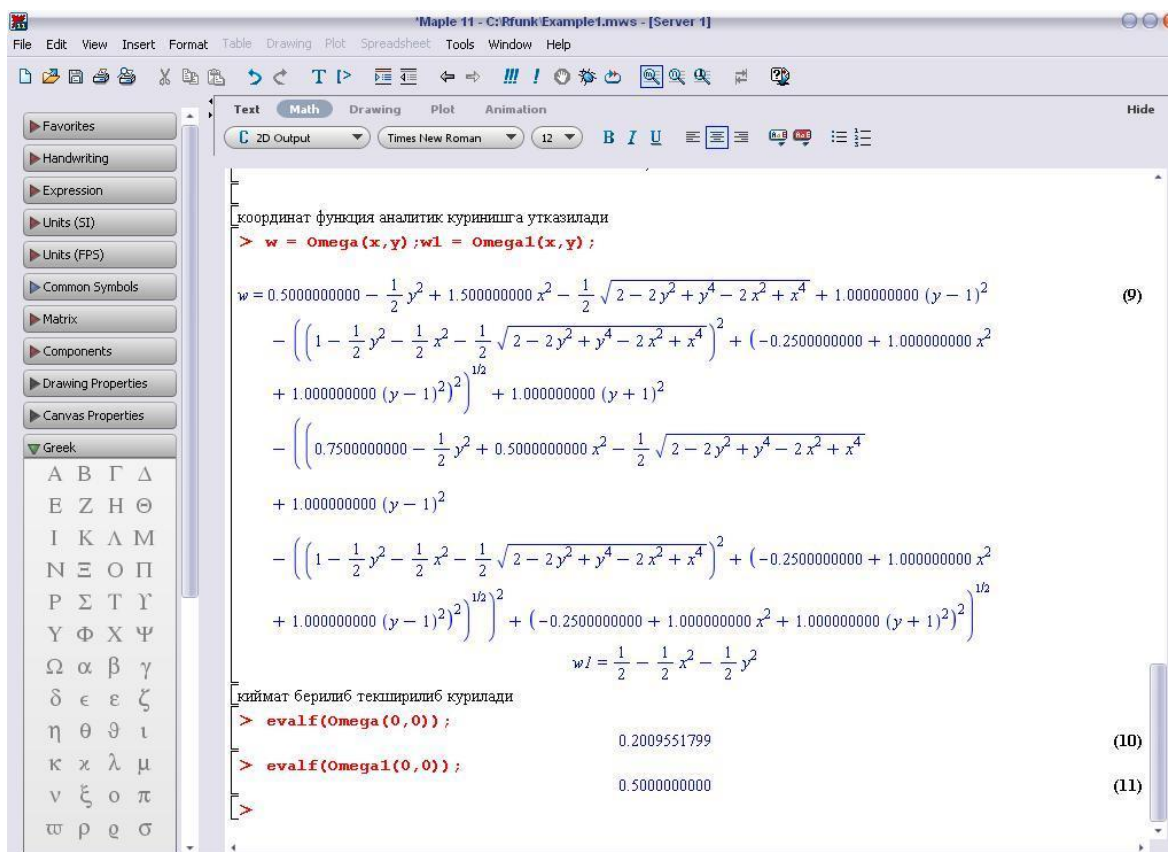


Курилган функциядан фойдалаб соҳа чизилади

```
> PlotDomain(Omega, BoundRect); PlotDomain(Omega1, BoundRect);
```



Endi mantiy ifodadan analitik ko'rinishga o'tiladi. U uchun R-funktsiya usulidan (2.6) formuladan foydalaniladi. Natijada berilgan sohani chegaraviy tenglamasi olinadi.



Bu olingan ten'lamani to'g'i yoki nato'g'ri ekanligini tekshirish uchun olingan ten'lamaga x,y qiymatlari qoyib tekshirilib ko'riladi. Bizning murakkab soha uchun olingan ten'lamamiz quyidagi ko'rinishga ega:

$$w = 0.5000000000 - \frac{1}{2}y^2 + 1.5000000000x^2 - \frac{1}{2}\sqrt{2 - 2y^2 + y^4 - 2x^2 + x^4} + 1.0000000000(y-1)^2$$

$$- \left( \left( 1 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\sqrt{2 - 2y^2 + y^4 - 2x^2 + x^4} \right)^2 + (-0.2500000000 + 1.0000000000x^2 + 1.0000000000(y-1)^2)^{1/2} + 1.0000000000(y+1)^2 \right)$$

$$- \left( \left( 0.7500000000 - \frac{1}{2}y^2 + 0.5000000000x^2 - \frac{1}{2}\sqrt{2 - 2y^2 + y^4 - 2x^2 + x^4} + 1.0000000000(y-1)^2 \right. \right.$$

$$\left. \left. - \left( \left( 1 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\sqrt{2 - 2y^2 + y^4 - 2x^2 + x^4} \right)^2 + (-0.2500000000 + 1.0000000000x^2 + 1.0000000000(y-1)^2)^{1/2} \right)^2 + (-0.2500000000 + 1.0000000000x^2 + 1.0000000000(y+1)^2)^2 \right)^{1/2}$$

X=0 va y=0 qiymatlarida bu funktsiya quyidagi natijani beradi

иймат берилиб текширилиб курилади

```
> evalf(Omega(0,0));
```

0.2009551799

Tekshirish osan bo'lishi uchun aylanani tenglamasini misol tarzida ham olganmiz.

$$w1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

иймат берилиб текширилиб курилади

```
evalf(Omega1(0,0));
```

0.5000000000

Bu olingan natija Maple tizimidan foydalanib murakkab sohani chegaraviy tenglamasini V.L.Rvachev funktsiyasi bo'lgan R – funktsia yordamida qurilgan teng'lamani to'g'riligini bildiradi.

## XULOSA

Mazkur Bitiruv malakaviy ishda murakkab matematik masalalarni yechishni zamonaviy matematik tizimlarda avtomatlashtirish jarayoni qarab o'tilgan. Elektrodinamik maydonning o'zgarishi, issiqligining jismda tarqalishi va mexanik kuchlarning jismga ta'sir qilish masalalarini yechish murakkab masalalardan hisoblanadi. Har xil kuchlarning maydonga ta'sirida uning o'zgarishi faqat fizik qonunlarga bog'liq emas, u berilgan jismning shakli ham masalaning murakkablik tomonini aniqlaydi, yani plastinkaning formasiga bo'g'liq bo'ladi. Bu ishda V.L. Rvachevning R-funktsiya usulidan foydalanib murakkab shakldagi plastina chegaraviy tenglamasini qurish masalasi qarang. Maple tizimida R-funktsiya qossalarini o'z ishiga olgan mos R-moduli yaratilgan va u asosida murakkab soha chegaraviy tenglamasini qurish masalasi yeshilgan va quyidagi ishlar bajarilgan:

- Keng tarqalgan zamonaviy matematik paketlar bilan tanishib chiqildi va masalalar yechish o'rganildi;
- Maple paketi matritsalar bilan ishlash, bir va ikki tenglamalardi yechish, grafika bilan ishlash, protsedura bilan ishlash ko'nikmalari egallandi;
- Maple tizimida amaliy masalalarni yechish jarayonida matematik paketlardan foydalanish texnologiyasini o'rganiildi;
- R-funktsiya usulidan foydalanib murakkab sohalar chegaraviy tenglamasini qurish etaplari ko'rib chiqildi;
- Maple tizimida murakkab sohalar chegaraviy tenglamasini qurish va sohani grafik imkoniyatlardan foydalanib chizish uchun dasturi ishlab chiqildi.

## **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Dyakonov V.P. Maple 6: uchebniy kurs. SPb.: Piter, 2001.
2. Dyakonov V.P. Matematicheskaya sistema Maple V R3/R4/R5. M.: Solon, 1998.
3. Manzon B.M. Maple V Power Edition. M.: Filin', 1998.
4. Govoruxin V.N., Sibulin V.G. Vvedeniye v Maple V. Matematicheskiy paket dlya vsekh. M.: Mir, 1997.
5. Proxorov G.V., Ledenev M.A., Kolbeyev V.V. Paket simvolnix vichisleniy Maple V. M.: Petit, 1997.
6. Bugrov Ya.S., Nikolskiy S.M. Elementy lineynoy algebrы i analiticheskoy geometrii. M.: Nauka. 1989.
7. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. M.: Nauka. 1970.
8. Ilin V.A., Poznyak E.G. Lineynaya algebra. M.: Nauka. 1970.
9. Eshtemirov S., Aminov I.B. , Nomozov F. Maple muhitida ishlash asoslari. Uslubiy qo'llanma. –SamDU, Samarqand, 2009 y.
10. Mirzakarimov E.M. Maple dasturi yordamida oliy matematika masalalarini yechish. FerPI, 1,2qism o'quv qo'llanma, №10, 2010.04.06
11. Rvachev V.L. Teoriya R- funktsiy i nekotorye ee prilozheniya. -Kiyev: Naukova dumka, 1982. - 552 s.
12. Rvachev V.L., Kurpa L.V. R- funktsiya i v zadachax teorii plastin. -Kiyev: Naukova dumka, 1988. - 118 s.