

**O'ZBeKISTON RESPUBLIKASI QISHLOQ VA SUV XO'JALIGI
VAZIRLIGI**

SAMARQAND QISHLOQ XO'JALIK INSTITUTI

Agroinjeneriya fakulteti

***“Umumtexnika fanlari va hayot faoliyati xavfsizligi”
kafedrası***

NAZARIY MEXANIKAfanidan

MA'RUZALAR KURSI

Samarqand – 2016

“Nazariy mexanika” fanidan ma’ruzalar kursi. “Qishloq xo’jaligini mexanizatsiyalashtirish” ta’lim yo’nalishi bo’yicha ta’lim olayotgan talabalar uchun. / Samarqand: SamQXI- 2016. 149 b.

Mazkur ma’ruzalar kursi 5430100 - “Qishloq xo’jaligini mexanizatsiyalashtirish” ta’lim yo’nalishi bo’yicha ta’lim olayotgan talabalar uchun mo’ljallangan bo’lib, unda “Nazariy mexanika” fanidan dastur bo’yicha barcha mavzular keltirilgan.

Ma’ruzalar kursida nazariy mexanika fanining statika, kinematika, dinamika va amaliy mexanika bo’limlarining asosiy qonunlari va ulardan kelib chiqadigan tenglamalar qamrab olingan. Mavzularni yoritishda reja, tushuncha va tayanch iboralar va zarur adabiyotlar keltirib o’tilgan. Kursning har bir mavzusining oxirida materialni chuqur o’zlashtirishga yordam beradigan nazorat savollari keltirilgan.

Tuzuvchi: Sh.A.Mamasov - SamQXI, “Umumtexnika fanlari va hayot faoliyati xavfsizligi” kafedrası dotsenti, t.f.n.
Ismoilov.X.F. – SamQXI, “Umumtexnika fanlari va hayot faoliyati xavfsizligi” kafedrası assistenti

Taqrizchilar: H.Mamatqulov SamQXI, “Fizika va kimyo” kafedrası mudiri, f.m.f.n., dotsent
H.X.Razzoqov - SamQXI, “Umumtexnika fanlari va hayot faoliyati xavfsizligi” kafedrası dotsenti, t.f.n.

Ma’ruzalar kursi Agroiñjeneriya fakulteti kengashining “____” _____ 2016 yil №____ - sonli yig’ilishida ko’rib chiqilgan va chop qilishga ruxsat etilgan.

Samarqand qishloq xo’jalik instituti markaziy uslubiy kengashi qarori bayonnomasi №____ «____» _____2016 y.

SO'Z BOSHI

Bu kurs Oliy ta'limning 5430100 - "Qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash" ta'lim yo'nalishi dasturi asosida yozilgan bo'lib, undan mazkur ta'lim yo'nalishi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalar foydalanishlari mumkin.

«Nazariy mexanika» fanining asosiy maqsadi - talabalarga mexanik sistemalar harakati qonuniyatlarini aniqlash usullarini, sistemaga ta'sir etuvchi kuchlarni oddiy ko'rinishiga keltirish usullarini o'rgatishdan iboratdir.

Fanning vazifalari bo'lajak mutaxassisning nazariy mexanikani o'rganishi uni kelgusi ilmiy texnikaviy taraqqiyot jarayonida uchraydigan turli masalalar va yangiliklarni mustaqil ravishda hal qilishi uchun asosiy omillardan biri bo'lishi kerak. Shu bilan birga nazariy mexanikani o'rganish, bo'lajak muhandisning dunyoqarashini, uning umumiy madaniyatini, qobiliyatini o'stirishga yordam beradi.

Nazariy mexanikani o'rganish jarayonida talaba mexanikaning asosiy tushunchalari va qonunlarini hamda shu qonunlardan kelib chiqadigan moddiy nuqta, qattiq jism mexanikasi tizimining muvozanati va harakatini aniqlash usullarini bilishi, olgan bilimni nazariy mexanikaning muhandislik va maxsus fanlarni o'tishda zarur bo'lgan qonun-qoidalarini tatbiq eta olishi zarur.

Bakalavr: mexanikaning asosiy qonunlari, teorema va prinsiplarini; nazariyani aniq masalalar yechishga tadbiq etish; bog'lanishlarning reaksiya kuchlarini aniqlashni; mexanik sistemalarning muvozanat shartlarini; nuqta va jismning tezligi, tezlanishi va harakat trayektoriyalarini aniqlashni; harakatning dinamik tenglamalarini tuzishni; ta'sir etuvchi kuchlar sistemasini oddiy ko'rinishiga keltirishni; amaliy masalani yechishning eng ratsional yo'lini tanlashni.

Nazariy mexanika fizika-matematika fanlari singari umumilmiy fundamental fanlarning biri sifatida o'rganiladi.

Ushbu fanni o'rganish uchun talabalar elementar va oliy matematika, fizika, hisoblash texnikasi, chizmachilik fanlaridan yetarli bilimlarni olgan bo'lishlari lozim.

Fanni o'qitish jarayonida talabalarning olgan bilimlarini tekshirish va mexanizmlarning ishlarini hisoblashda kompyuter texnikasi qo'llanilishi mumkin, buning uchun talabalar hisoblash algoritmlari va dasturlarini tuzishni bilishlari lozim.

Kursning har bir mavzusining oxirida materialni chuqur o'zlashtirishga yordam beradigan nazorat savollari keltirilgan.

1-mavzu. Nazariy mexanika tarixi va rivojlanish tendentsiyalari

Asosiy savollar

1. *Fanning maqsadi, vazifalari va ahamiyati.*
2. *Fazo, vaqt va kuch tushunchalarini mexanikadagi o'rni.*
3. *Statika, kinematika va dinamika bo'limalarida ko'riladigan asosiy masalalar.*

Tushuncha va tayanch iboralar

Fazo, vaqt, nazariy mexanika, harakat, materiya, statika, kinematika, dinamika

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990. – 4-8 bet.

Dars maqsadi: O'quv fani to'g'risida umumiy tasavvurlarni shakllantirish.

1. Fanning maqsadi, vazifalari va ahamiyati

«Nazariy mexanika» fanining asosiy maqsadi - talabalarning mexanik sistemalar harakati qonuniyatlarini aniqlash usullarini, sistemaga ta'sir etuvchi kuchlarni oddiy ko'rinishiga keltirish usullarini o'rganishidir.

Fanning vazifalari bo'lajak mutaxassisning Nazariy mexanikani o'rganishi, uni kelgusi ilmiy texnikaviy taraqqiyot jarayonida uchraydigan turli masalalar va yangiliklarni mustaqil ravishda hal qilishi uchun asosiy omillardan biri bo'lishi kerak. Shu bilan birga nazariy mexanikani o'rganish, bo'lajak muhandisning dunyoqarashini, uning umumiy madaniyatini, qobiliyatini o'stirishga yordam beradi.

Nazariy mexanikani o'rganish jarayonida talaba mexanikaning asosiy tushunchalari va qonunlarini hamda shu qonunlardan kelib chiqadigan moddiy nuqta, qattiq jism mexanikasi tizimining muvozanati va harakatini aniqlash usullarini bilishi, olgan bilimni nazariy mexanikaning muhandislik va maxsus fanlarni o'tishda zarur bo'lgan qonun-qoidalarini tatbiq eta olishi zarur.

Fan o'zlashtirish bo'yicha talabalarning bilimiga, uquviga va ko'nikmasiga, Davlat ta'lim standartlariga muvofiq quyidagi talablar qo'yiladi: mexanikaning asosiy qonunlari, teorema va prinsiplarini; nazariyani aniq masalalar yechishga tadbqiq etish; bog'lanishlarning reaksiya kuchlarini aniqlashni; mexanik sistemalarning muvozanat shartlarini; nuqta va jismning tezligi, tezlanishi va harakat trayektoriyalarini aniqlashni; harakatning dinamik tenglamalarini to'zishni; ta'sir etuvchi kuchlar sistemasini oddiy ko'rinishiga keltirishni; amaliy masalani yechishning eng rasional yo'lini tanlashni bilishlari lozim.

Uzoq o'tmishda insonlar qo'l mehnatini soddalashtiruvchi yoki yengillashtiruvchi qurilmalarni «Mexanik san'at» deb qaraganlar. Bularga turli mexanizm va mashinalar, umuman olganda «ziyraklik yoki tadbirkorlik» bilan yaratilgan barcha qurilmalarni kiritish mumkin... Rim imperiyasi davridayoq bu tushuncha lotin tilida «machina» deb atalib, ya'ni oz kuch sarf qilinib, imkon qadar ko'p ish bajaruvchi qurilmalar tushunilgan.

Nil, Dajla va Furot daryolari soxillarida yashagan xalqlar qadimdanoq richag (pishang), pona, blok kabi mexanik qurilmalardan foydalanishni bilganlar. Ma'lumki, birinchi Misr piramidasini qurish uchun har bittasi o'rtacha 2,5 tn. keladigan 23.300.000 tosh palaxsalarini ishlatilgan. Ba'zilarida esa xattoki 10 tn. va undan og'irroq palaxsalar ishlatilgan. Bunday og'ir palaxsalarini ko'tarishda «qiya tekisliklar» va richaglardan foydalanilgan. Misol uchun, o'sha Xafra piramidasini qurishda uzunligi 494,6 m, balandligi 45,8 m bo'lgan gorizontal tekislik bilan 5,3 gradus hosil qiluvchi qiya tekislikdan hamda joydan joyga ko'chirish va ko'tarish uchun richaglardan foydalanganlar. Keyinchalik esa suv havzalaridagi kemalar harakati va janglardagi otish qurollarining takomillashuvi natijasida ularning nazariy asoslari yuzaga keldi.

Nazariy mexanika fani - boshqa fanlar kabi insonlarning ishlab chiqarishga munosabatidan, ya'ni qo'l mehnatini soddalashtirish, kam kuch sarflab, ko'p ish bajarishni amalga oshirilishi natijasida yuzga keldi va 25 asr davomida rivojlanib kelmoqda.

Eramizdan avvalgi asrlarda ulkan inshootlarning ko'rinishi, dengizlar-dagi kemalarning harakati natijasida richaglar va bloklarning takomil-lashuvi, qil tekisliklardan foydalanish, ularga ta'sir etuvchi kuchlarni hisoblash va jismlarning tezliklari to'g'risidagi ilk tasavvurlar shakllana boshlandi.

Eramizdan avvalgi 384-322 yillarda yashagan Aristotel o'zining "Mexanika muammolari" nomli ilmiy asarida ilk bora richagni amaliyotda qo'llash orqali unga ta'sir etuvchi kuch bilan masofa orasidagi munosabatni aniqlab berdi. Lekin Aristotel erkin tushuvchi jismning tezligi uning og'irligiga to'g'ri proporsional va to'g'ri chiziqli tekis harakat o'zgarmas kuch ta'sirida sodir bo'ladi deb noto'g'ri xulosa chiqardi. Bu noto'g'ri xulosa 2000 yil davomida xukmronlik qilib, dinamikaning to'la rivojlanishiga to'sqinlik qildi.

Eramizdan avvalgi asrning yana bir buyuk olimlaridan Arximed (*eramizdan avvalgi 287-212 yillar*) kuchlar sistemasining muvozanati va jismning og'irlik markazi to'g'risida buyuk kashfiyotlar qilib, gidrostatika va injenerlik yo'nalishining rivojlanishiga o'zining ulkan hissasini qo'shdi.

IX-XIV asrlarda yashab, ijod qilgan vatandoshlarimiz Beruniy, Al-Xorazmiy, Ibn-Sino, Al Haziniy, Mirzo Ulug'bek, Umar Hayyom va boshqa zabardast olimlarimiz nafaqat mexanika fani rivojiga, balki falsafa, matematika va boshqa tabiiy fanlar rivojiga o'zlarining ulkan hissalarini qo'shdilar.

XV-XVII asrlarda, ya'ni uyg'onish davrida mexanika fani gurkirab rivojlandi va fan sifatida bir qolipga solindi. Bu davrning buyuk olimlaridan biri mashhur italyan olimi, fizik, rassom, mexanik va injener Leonardo do Vinchi (1451-1519) mexanika sohasida erkin tushuvchi jismning harakati va qiya tekislik bo'ylab harakatlanuvchi jismning harakatini o'rganib, birinchi bor kuch momenti tushunchasini va ishqalanish kuchining kattaligi jism bilan tekislik tashkil qilgan yuzaga bog'liq bo'lmasligini aniqladi.

Bu davrning buyuk olimlaridan biri polyak astronomi Nikolay Kopernik (1473-1543) shu davrgacha xukmron bo'lgan faza jismlari uchun Ptolomeyning geosentrik sistemasini geliosentrik sistema bilan almashtirib, ya'ni planetalar Er shari atrofida emas, balki Quyosh atrofida va o'z o'qi atrofida harakatlanadi degan xulosa bilan osmon jismlari mexanikasining rivojlanishiga asos soldi. So'ngra N.Kopernikning ishlarni davom ettirgan buyuk italiyalik olim Iogani Kepler (1571-1630) o'zining ustozlari Tixo Brage ishlarini davom ettirib, ko'plab kuzatish va tajribalar o'tkazib, osmon jismlari harakati to'g'risidagi uchta qonunni yaratdi.

SHu davrning yana bir buyuk italiyalik olimi Galileo Galiley (1564-1642) klasik mexanikaning nisbiylik nazariyasi, inersiya prinsipi, jismning erkin tushish qonuni, og'ir jismning qiya tekislik bo'ylab harakat qonuniyati va gorizontal biror burchak ostida otilgan jismning harakatining nazariy asoslarini yaratdi. Bundan tashqari G.Galiley sterjenlarning mutahkamligi va jismning suyuqlikdagi haraktiga qarshilik kuchi ta'sirining nazariy asoslarini yaratdi.

G.Galileyning mexanika sohasidagi ishlarining davomchisi Xristian Gyuygens (1629-1695) markazga intilma va markazdan qochuvchi inersiya kuchlarini hamda fizik mayatnikning harakatini va zarba nazariyasi asoslarini yaratdi.

1687 yilda ingliz olimi Isaak Nyutonning (1642-1727) “Tabiiy falsafaning matematik boshlanishi” nomli asari nazariy mexanikaning fan sifatida shakllanishiga asos bo’ldi. I.Nyutonning fundamental fanlarning rivojlanishiga qo’shgan hissasi shu darajada buyukki, bu xizmatlarni so’z bilan ifodalashning imkoni yo’qdir.

Buyuk nemis olimi, rus akademigi L.Eyler (1707-1783) nuqtaning tezlanishi bilan unga ta’sir etuvchi kuchlar orasidagi munosabatlarni to’la tahlil qilib, nuqtaning harakatini tabiiy o’qlarga nisbatan differensial tenglamalarini aniqladi. So’ngra Eyler qo’zg’almas nuqta atrofida aylanuvchi qattiq jismning harakatini kinematikasi va dinamikasini taxlil qilib, hozirgi kunda L.Eyler nomi bilan atalgan “Eylerning kinematik tenglamalari” va “Eylerning dinamik tenglamalari”ni kashf etib, qattiq jismning o’z inersiyasi bilan harakatlangandagi echimlarini aniqladi. Bundan tashqari L.Eyler suyuqlik mexanikasi - gidrodinamika asoschisi bo’lib, u ideal suyuqlikning harakat differensial tenglamalarini, kemalar harakati va elastik sterjenning ustivor harakatining ustvorlik shartlarini aniqladi. L.Eylerning 700 dan ortiq ilmiy maqolalari va analitik mexanika bo’yicha yozgan kitobi bilan u o’ziga buyuk olim byustini yaratdi.

Fransuz olimi J.Dalambening (1717-1783) 1743 yilda nashr qilingan “Dinamika bo’yicha traktat” asarida bog’lanishdagi mexanik sistemalar harakati haqidagi masalalarni uning nomi bilan ataluvchi prinsip asosida echish metodikasi ko’rsatilgan.

Fransuz olimi J.L.Lagranjning (1736-1813) “Analitik mexanika” asari (1788) nazariy mexanika taraqqiyotida alohida o’rin egallaydi. Bu asarda mexanika masalalariga mumkin bo’lgan ko’chish prinsipini qo’llash bayon etilgan.

M.V.Lomonosov (1711-1765) fizika-matematika fanlari, jumladan, mexanika fani sohasida olib borgan ajoyib tekshirishlari bilan mashhurdir. Lomonosov materiya bo’lmasa, harakat ham bo’lmasligini ta’kidlab, materiya va harakatning saqlanish qonunini kashf etgan.

Mexanika fanining rivojlanishiga katta hissa qo’shgan rus olimlaridan M.V.Ostrogradskiy (1801-1862) analitik mexanika sohasidagi ilmiy ishlari bilan shuhrat qozongan; P.L. Chebishev (1821-1891) mashina va mexanizmlar nazariyasiga asos solgan; S.I. Kovalevskaya (1850-1891) qo’zg’almas nuqta atrofida aylanuvchi qattiq jism tenglamalarini integrallash sohasidagi ilmiy ishlari bilan nom chiqargan; N.E. Jukovskiy (1847-1921) aerodinamikaning rivojlani-shida muhim ahamiyatga ega bo’lgan qator asarlarning muallifi, “rus aviasiyasining otasidir” (V.I.Lenin); K.E.Siolkovskiy (1857-1935) raketa nazariyasi va suyuq yonilg’ida ishlaydigan raketa dvigateli nazariyasiga asos solgan; I.V.Meshcherskiy (1859-1935) asarlari o’zgaruvchan massali jismlarning harakati, reaktiv texnika va osmon mexanikasining qator problemalarini hal qilishda ilmiy asos bo’ldi; S.A. Chaplign (1869-1942) aerogidrodinamika hamda bog’lanishdagi mexanik sistemalarning harakatini tekshirish sohasidagi ilmiy ishlari bilan mashhurdir; A.N.Krilov (1863-1945) kemalarning ustivor harkati va tashqi ballistikaga oid muhim ilmiy ishlari bilan tanilgan; S.P. Korolyov (1906-1966) rahbarligida ballistik va geofizik raketalar, Erning sun’iy yo’ldoshlari; “Vostok”, “Vosxod” kosmik kemalari yaratilgan; M.V. Keldishning (1911-1978) aerogidrodinamika, tebranishlar nazariyasi va kosmanavtika sohalaridagi tadqiqotlari alohida ahamiyatga ega; A.A.Ilyushin (1911 yilda tug’ilgan) elastiklik va plastiklik nazariyasi, aerogidrodinamika, polimerlar mexanikasi va uzoq muddatli mustahkamlik nazariyasiga oid ilmiy ishlari bilan mashhurdir; A.YU. Ishlinskiy (1913 yilda tug’ilgan) deformasiya-lanuvchi muhit mexanikasi va girooskopik asboblar to’g’risida bir necha nazariya yaratdi.

Mexanika fanining rivojlanishiga ulkan hissa qo’shgan o’zbek olimlaridan M.T. O’rozboev (1906-1971) ip mexanikasi va inshootlarning seysmik mustah-kamligi nazariyasiga oid qator ilmiy ishlarning muallifidir; X.A.Rahmatullin (1909-1988) inshootlar zaminini hisoblashda va ularni loyihalashda, kema zirhi mustahkamligini aniqlashda qo’llaniladigan “Rahmatullin to’lqinlari” nomini olgan to’lqinlar nazariyasini kashf qildi; V.Q.Qobulovning (1921 yilda tug’ilgan) tutash muhitlar mexanikasi masalalarini algoritmlash, avtomatik boshqarish sistemalarini yaratish sohasidagi ilmiy ishlari muhim amaliy ahamiyatga ega.

Nazariy mexanika fizika-matematika fanlari singari umumilmiy fundamental fanlarning biri sifatida o’rganiladi.

Ushbu fanni o'rganish uchun talabalar elementar va oliy matematika, fizika, hisoblash texnikasi, chizmachilik fanlaridan yetarli bilimlarni olgan bo'lishlari lozim.

2. Fazo, vaqt va kuch tushunchalarini mexanikadagi o'rni

Mexanik harakat fazo va vaqtda sodir bo'ladi. Nazariy mexanikada haqiqiy fazo va vaqt modeli sifatida ularning oddiy modellari – absolyut fazo va absolyut vaqt qabul qilinadi. Absolyut fazo va vaqt bir-biriga bog'liq emas deb hisoblanadi. Nisbiylik nazariyasidagi fazo va vaqt modelida ular bir-biriga bog'liq bo'ladi.

Absolyut fazo uch o'lchamli, bir jinsli va izotropqo'zg'almas yevklid fazosi deb tushuniladi. Kuzatishlar shuni ko'rsatadiki real fizik fazoning o'lchamlari katta bo'lmagan sohalari uchun yevklid geometriyasi to'g'ri.

Nazariy mexanikada absolyut vaqt to'xtovsiz o'zgaradigan kattalik deb hisoblanadi, u o'tmishdan kelajakka qarab oqadi. Vaqt bir jinsli, fazoning barcha nuqtalarida bir xil va materiya harakatiga bog'liq bo'lmaydi.

Jismlarning bir-biriga nisbatan fazodagi o'rnini o'zgarishi va muvozanat holatida qolishi yoki qolmasligi bu jismlarga ta'sir etuvchi kuchlarga bog'liq bo'ladi.

Demak, nazariy mexanika fanining asosiy tushunchalari — fazo, vaqt va kuch kattaliklaridan iborat. Shu sababli bu tushunchalarga qisqacha to'xtalib o'tamiz.

Fazo - bir vaqtda mavjud bo'lgan ob'ektlarning joylashish tartibini ifodalaydi.

Vaqt - sodir bo'layotgan hodisalarning (harakatning) ketma-ket o'zgarish tartibini ifodalaydi.

Kuch - bir jismning ikkinchi jismga ta'sirini miqdoriy o'lchovini xarakterlovchi kattalikni bildiradi.

Bu tushunchalarning ta'rifi sodda ko'rinsada, aslida ancha murakkab hisoblanib, ularning hossalari turli fanlarda turlicha qabul qilinadi. Shu sababli, bu tushunchalarni nazariy mexanika fanida qanday qabul qilinishini aniqlash uchun Nyutonning «*abstraksiya usuli*»dan foydalanamiz. Chunki nazariy-mexanika tabiiy fanlardan hisoblanib, u ko'plab o'tkazilgan kuzatish va tajriba natijalari asosida turli harakat jarayonlarining borishini matematik analiz yordamida taxlil qilib beruvchi Nyuton qonunlariga asoslangan.

I.Nyuton jismning harakatini o'rganishda ko'p sonli bog'lanishlar va erksizliklar mavjudligi tufayli, asosiy sababiy bog'lanishlar va qonuniyatlarni kuzatish hamda aniqlanishi qiyin bo'lgan murakkab jarayonlarning analizida bosh qonuniyatlar va bog'lanishlarni, avvalo ularni ikkinchi darajaliklarini, ya'ni jismning harakatiga unchalik katta ta'sir qilmaydigan omillarni hisobga olmaslikni taklif etdi. U sodir bo'layotgan hodisani analiz qilayotganida eng muhimi va asosiysini ajratib oldi, ikkinchi darajali ahamiyatsizligidan esa voz kechdi. Bu bilan I.Nyuton ilmiy abstraksiya – abstraksiya usulidan foydalanib, tekshiralayotgan hodisaning shartli sxemasini yaratdi.

Abstraksiyalar – bular shunday tushunchalarki, ular jismlarning biror muayyan hossalarni yoki jarayonning biror muayyan ko'rinishini aks ettiradi. Masalan, fazo, vaqt, kuch, inertsia kuchi, sanoq sistemasi, moddiy nuqta, absolyut qattiq jism, qovushqoq bo'lmagan suyuqlik va hakovlar abstraktlashgan tushunchalar hisoblanadi. Lekin xaqiqiy harakat jarayonini faqat qismangina aks ettiruvchi yoki hodisaning faqat muayyan tomoninigina aks ettiruvchi u yoki bu abstraksiyaga asoslangan sxemani qo'llayotganda, sxematik tasavvurlardagi abstraksiyalarning cheklangan ekanligini hamma vaqt esda tutish lozim.

Agar nazariy analiz bilan tajriba natijalari orasida qandaydir tafovut sezilsa, u holda sxemani tanlashda qilingan soddalashtirishlarning qonuniyligi va yo'l qo'yilishi mumkinligini har doim diqqat bilan tekshirib ko'rish lozim. Bundan tashqari sodir bo'layotgan harakatni ifodalovchi parametrlarni tanlashda katta va kichikni (funksiyani qatorga yoyilganda) baholashga juda ehtiyotlik bilan yondashish lozim. Lekin sodir bo'layotgan hodisalar uchun ham fazo haqidagi bunday tasavvurlar hamma vaqt ham to'g'ri bo'lavermaydi. Shu sababli, kvant mexanikasida

ko'riladigan harakat jarayonini taxlil qilishda fazoning moddiy jismlarning xususiyatlariga bog'liq bo'lgan hossalarning tegishli o'zgarishlarini hisobga olish zarur.

Jismlarning fazoviy hossalari aniqlashda asosiy kattalik birligi sifatida qabul qilingan *kesma uzunligidir*. Nazariy mexanikada uzunlik birligi sifatida etalon-sterjenning ikkita tangasi orasidagi masofa – metr (*m*)da olinadi, yuz va hajm mos ravishda kvadrat metr (*kv.m*) va kub metrlar (*kub.m.*)da o'lchanadi.

Jismlarning harakati bir-biriga nisbatan sodir bo'ladi, boshqacha aytganda harakat vaqtida jismlarning bir-biriga nisbatan joylashishida yoki bitta jismning turli qismlarining (deformatsiyalashishida) o'zaro joylashishida yuz beradi.

Har bir harakatda kamida ikkita jism ishtirok etadi, shu sababli harakatni tavsiflash uchun jismlardan birini sanoq jism sifatida qabul qilish mumkin. Sanoq jism sifatida ixtiyoriy jismni olish mumkin. Agar shu jismga koordinatalar sistemasi va soatni o'rnatdik, ular birgalikda *sanoq sistemasini* beradi. Fazoning barcha nuqtalarining holati qattiq, o'zaro tik sanoq jismi bilan doimiy bog'langan va koordinatalar sistemasining boshi deyiluvchi muayyan nuqtadan o'tadigan uchta to'g'ri o'qlarga nisbatan bir qiymatli aniqlangandir.

Tajribalarning ko'rsatishicha nazariy mexanika fanida qaratilgan harakatlarda fazoning hossalari vaqtning o'zgarishiga va sodir bo'layotgan harakatning o'zgarishiga bog'liq bo'lmaydi. Boshqacha aytganda, bir sanoq sistemasidan boshqasiga o'tishda sanoq sistemasi bilan bog'langan jismlarning fizikaviy hossalari emas, balki faqat sanoq sistemasining geometrik hossalariгина e'tiborga olish kerak. Ma'lumki, bunday hossalarga bo'ysunuvchi *absolyut fazo* – *uch o'lchovli Evklid fazosini* bildiradi. Demak, nazariy mexanikada *fazo uchun uch o'lchovli Evklid fazosi* qabul qilinadi.

Yuqorida ta'kidlab o'tganimizdek, mexanik harakat – fazoda jism holatining *vaqt* o'tishi bilan o'zgarishidir. Vaqt esa, jarayonning davomiyligi o'lchovidir. Shuning uchun o'tgan vaqt kattalikni biror jarayon davomiyligi bilan o'lchash quyosh sutkasining, ya'ni Yerning o'z o'qi atrofida bir marta to'la aylanish vaqtining $1/86400$ qismi – *sekund* (*s*) qabul qilinadi.

Nazariy mexanikada vaqt fazoning har qanday qismida ham bir me'yorda o'tadi va u fazo kabi uzluksiz hamda bir jinsli deb qaratiladi.

Tekshirishlar shuni ko'rsatadiki, jismlarning yorug'lik tezligi ($3 \cdot 10^{10}$ *m/s*)ga nisbatan juda kichik tezlik bilan harakatlanishida *vaqt* jismlarning hossalari va ularning harakatiga bog'liq emas, ya'ni vaqtni *absolyut vaqt* deb qarash mumkin. Bunday sharoitlarda turli jarayon va hodisalar uchun hodisaning ko'rinishidan va hodisada ishtirok etayotgan jismlarning harakatlaridan qat'iy nazar, vaqt birday o'tadi deyish mumkin. Maxsus tadqiqotlarning ko'rsatishicha, bir-biriga nisbatan harakatlanayotgan turli sanoq sistemalariga nisbatan bitta jarayonning davomiyligi shu sistemalarning nisbiy harakatiga bog'liqdir. Demak, jismlar ixtiyoriy tezliklar bilan harakatlanganida turli sanoq sistemalari uchun yagona vaqt yo'q. Biroq bu farq yorug'lik tezligiga nisbatan yetarlicha kichik bo'lgan odatdagi tezliklardagi harakatlarda deyarli ahamiyat kasb yetmaydi. Boshqacha aytganda, I. Nyuton qonunlari doimo barcha koordinatalar sistemasi uchun ham o'rinni bo'lavermaydi. Shu sababli nazariy mexanikada – hech bo'lmaganda bitta *inertsial sanoq sistemasi* (qo'zg'almas sanoq sistemasi) mavjud bo'ladiki, bu sanoq sistemasi uchun Nyuton qonunlari o'rinni bo'ladi deb qabul qilinadi. Ko'plab o'tkazilgan tajribalar, o'lchashlar va kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, bunday inertsial sanoq sistemasi uchun markazi Quyoshda bo'lgan va o'qlari uzoq „qo'zg'almas“ yulduzlar tomon yo'nalgan *geliosentrik* yoki *asosiy inertsial sanoq sistemasini* qabul qilish mumkin.

3. Statika, kinematika va dinamika bo'limalarida ko'riladigan asosiy masalalar

Harakat materianing mavjudlik formalaridan biri bo'lib, uning eng muhim xarakterli xususiyatini ifodalaydi.

Materiya harakati deganda jismlarning oddiy ko'chishidan tortib, issiqlik, kimyoviy, elektromagnit, biologik va boshqa o'zgarishlarda sodir bo'ladigan murakkab jarayonlar tushuniladi.

Harakatning oddiy turlardan biri mexanik harakatdir. Vaqt o'tishi bilan moddiy jismlarning bir birlariga nisbatan ko'chishiga *mexanik harakat* deyiladi.

Nazariy mexanika moddiy jismlarning bir-biriga ta'siri va mexanik harakatning umumiy qonunlari haqidagi fandir.

Mexanikada moddiy jismlar o'zaro ta'sirining miqdoriy o'lchoviga *kuch* deyiladi.

Nazariy mexanika kursi statika, kinematika va dinamikadan iborat uch qismga bo'linadi. *Statikada* jismlarning muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni sodda holga keltirish kabi masalalar bilan shug'ullanadi.

Kinematikada jismlarning harakati geometrik nuqtai nazardan, ya'ni harakatni vujudga keltiruvchi sababga bog'lamay o'rganiladi.

Dinamikada moddiy jismlarning harakati o'nga ta'sir etuvchi kuchlarga bog'liq ravishda tekshiriladi.

Shuni alohida ta'kidlash kerak-ki, hozirgi zamon texnikasining harakatini o'rganish va ularni loyihalashtirishda dinamikaning analitik mexanika, tebranishlar nazariyasi, turg'unlik nazariyasi, boshqarish jarayoni va osmon mexanikasi kabi bo'limlarini bilmay turib, sodir bo'layotgan harakat jarayonini to'la tushunish mumkin emas, chunki ko'p hollarda sodir bo'layotgan harakat nafaqat Yerdagi hodisalar jarayoniga, balki osmon jismlari harakatiga ham bog'liq bo'ladi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Mexanika predmeti haqida gapirib bering
2. Mexanik harakat deb qanday harakatga aytiladi?
3. Nazariy mexanika fani nimani o'rganadi?
4. Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari ta'rifini bering
5. Bog'lanishdagi jismni qanday holatda erkin jism deb qarash mumkin?

QATTIQ JISM STATIKASI

2-mavzu. QATTIQ JISM STATIKASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA AKSIOMALARI

Asosiy savollar

1. *Qattiq jism statikasining asosiy tushunchalari.*
2. *Statika aksiomalari.*
3. *Bog'lanish va bog'lanish reaksiya kuchlari.*

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990. – 4-8 bet.

Tushuncha va tayanch iboralar

Absolyut qattiq jism, moddiy nuqta, kuchning yo'nalishi va miqdori, kuchning ta'sir chizig'i, kuchlar sistemasi, ekvivalent kuchlar sistemasi, teng ta'sir etuvchi kuch, muvozanat holat, muvozanatlashgan kuchlar sistemasi, statika aksiomalari, bog'lanish, bog'lanishdagi jism, bog'lanish reaksiya kuchi, bog'lanishdan bo'shatish prinsipi.

Dars maqsadi: Qattiq jism statikasining asosiy tushunchalari va aksiomalari bo'yicha bilimlarini chuqurlashtirish

1. Qattiq jism statikasining asosiy tushunchalari

Qadimgi yunon olimi Arximed statikaning asoschilaridan biri hisoblanadi. U parallel kuchlar ta'siridagi richagning muvozanati, jismlarning og'irlik markazini aniqlash nazariyasini yaratish bilan birga gidrostatikaga ham asos solgan. Geometrik statikaning rivojlanishiga fransuz olimlari P.Varinon (1654-1722) va L. Puanso (1777-1859) katta hissa qo'shdilar.

Analitik statikaning asoschisi J.Lagranj hisoblanadi. Statikaning aksiomatik metodlarini rivojlantirishda rus olimlari N.Ye.Jukovskiy va S.A.Chapliginlarning roli kattadir.

Statikaning asosiy tushunchalaridan biri qattiq jismdir. Kuchlar ta'sirida bo'lgan jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmasa, bunday jismga *absolyut qattiq jism* deyiladi. Boshqacha aytganda, absolyut qattiq jismning geometrik shakli o'zgarmaydi (deformasiyalanmaydi). Kelgusida qattiq jism (yoki jism) deganda absolyut qattiq jism tushuniladi.

Nazariy mexanikada o'lchamlari e'tiborga olinmaydigan darajada kichik bo'lgan jismga *moddiy nuqta* deyiladi. Berilgan jismni tasvirlovchi moddiy nuqta geometrik nuqtadan farqli ravishda berilgan jismning massasiga teng massaga hamda boshqa jismlarga o'zaro ta'sir etish xususiyatiga ega bo'ladi.

Har qanday jismni moddiy nuqtalar to'plamidan tashkil topgan deb qarash mumkin. Mazkur nuqtalar orasidagi bog'lanish jismning xususiyatlariga bog'liq bo'ladi.

Kuchning jismga ta'siri kuch qo'yilgan nuqta, uning yo'nalishi va miqdori bilan aniqlanadi. Kuchning yo'nalishi deganda tinch holatda turgan erkin jismning mazkur kuch ta'siridan olgan harakat yo'nalishi tushuniladi. Kuchning miqdorini (modulini) aniqlash uchun uni kuch birligi sifatida qabul qilingan biror kattalik bilan solishtiriladi.

Kuch- vektor kattalik bo'lib, uni chizmada o'zunligi ma'lum masshtabda kuch miqdorini, strelkaning yo'nalishi kuch yo'nalishini foydalovchi vektor kesma tarzida tasvirlanadi. Jismning A nuqtasiga F kuch qo'yilgan bo'lsin.

Kuch vektori yo'naltirilgan VS to'g'ri chiziqqa *kuchning ta'sir chizig'i* deyiladi.

Agar jismga bir nechta $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir etsa, bunday kuchlar to'plamiga *kuchlar sistemasi* deyiladi va $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ deb belgilanadi.



Ta'sir etayotgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasini boshqa biror $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m)$ kuchlar sistemasi bilan almashtirishda jism holati o'zgarmasa, bunday kuchlar sistemasiga *ekvivalent kuchlar sistemasi* deyiladi va quyidagicha yoziladi

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m)$$

Agar $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m)$ kuchlar sistemasi bitta R kuchga ekvivalent, ya'ni

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim R$$

bo'lsa, bunday kuchga berilgan kuchlar sistemasining *teng ta'sir etuvchisi* deyiladi.

Kuchlar sistemasi ta'siridagi jism tinch holatda qolsa yoki inersion harakatda bo'lsa (masalan, jismning barcha nuqtalari o'zgarmas va bir xil tezlik bilan harakatlansa), jismning bunday

holati *muvozanat holat* deyiladi. Kuchlar sistemasi ta'siridagi jism muvozanat holatida bo'lsa, bunday kuchlar sistemasi *muvozanatlashgan kuchlar sistemasi* yoki *nolga ekvivalent sistema* deyiladi:

$$(\overset{\mathbf{r}}{F}_1, \overset{\mathbf{r}}{F}_2, \dots, \overset{\mathbf{r}}{F}_n) \sim 0$$

Statika bo'limida jismning muvozanati deganda uning tinch holati tushuniladi.

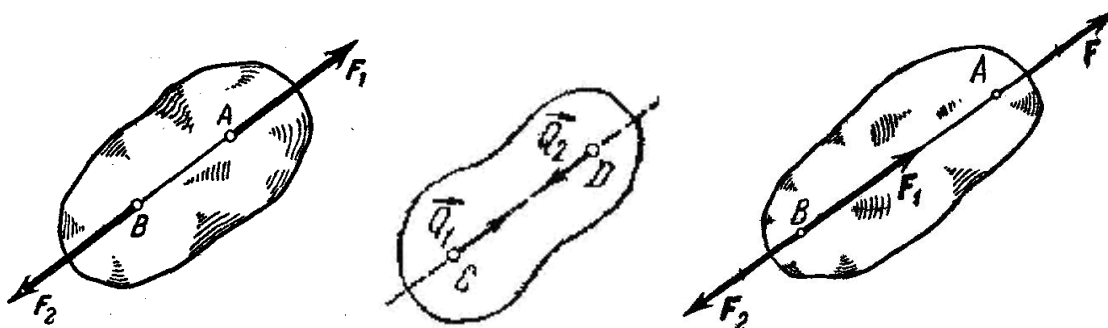
2. Statika aksiomalari

Endi ko'plab o'tkazilgan tajriba va kuzatishlar natijalari asosida qabul qilingan statika aksiomalariga to'xtalib o'tamiz.

Ma'lumki, I.Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan biror kuch ta'siridagi jism tezlanish oladi, boshqacha aytganda muvozanat holatidan chiqadi. Demak, jism bitta kuch ta'sirida muvozanatda bo'lishi mumkin emas. Shu sababli statikaning birinchi aksiomasi oddiy jismlarning muvozanat shartini aniqlaydi.

1-aksioma. *Absolyut qattiq jismga qo'yilgan ikkita kuch muvozanatlashishi uchun bu kuchlar miqdor jihatdan teng, yo'nalishi esa kuchlar qo'yilgan nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'lishi zarur va yetarlidir.*

2-aksioma. *Berilgan kuchlar sistemasining absolyut qattiq jismga ta'sirini o'zgartirmay, bu kuchlar sistemasi qatoriga muvozanatlashgan kuchlar sistemasini qo'shish yoki undan ayirish mumkin.*



Bu aksiomaga ko'ra, agar $(\overset{\mathbf{r}}{F}_1, \overset{\mathbf{r}}{F}_2, \dots, \overset{\mathbf{r}}{F}_n)$ kuchlar sistemasiga $(\overset{\mathbf{r}}{Q}_1, \overset{\mathbf{r}}{Q}_2) \not\sim 0$ sistemani qo'shsak, u holda

$$(\overset{\mathbf{r}}{F}_1, \overset{\mathbf{r}}{F}_2, \dots, \overset{\mathbf{r}}{F}_n) \not\sim (\overset{\mathbf{r}}{F}_1, \overset{\mathbf{r}}{F}_2, \dots, \overset{\mathbf{r}}{F}_n, \overset{\mathbf{r}}{Q}_1, \overset{\mathbf{r}}{Q}_2)$$

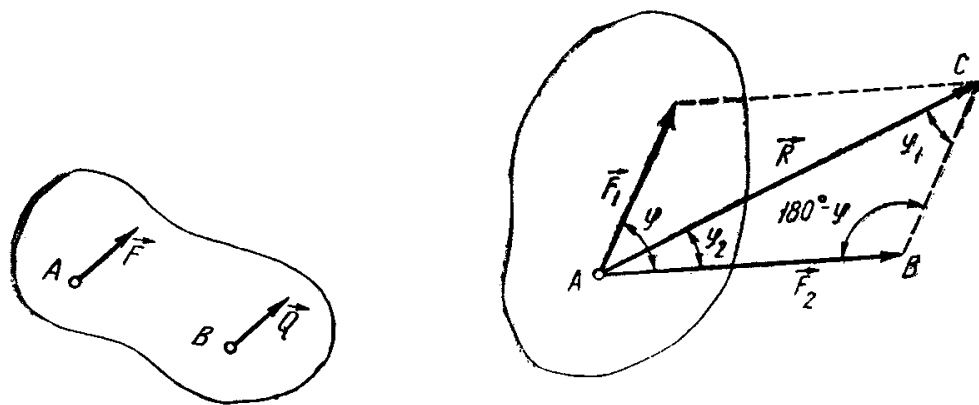
munosabat o'rinli bo'ladi.

Natija. *Kuchni uning ta'sir chizig'i bo'ylab jismning ixtiyoriy nuqtasiga kuchirish bilan kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi.*

3-aksioma. (parallelogramm aksiomasi). *Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan, bir to'g'ri chiziqda yotmagan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi miqdor va yo'nalish jihatdan shu kuchlarga qurilgan parallelogrammning kuchlar qo'yilgan nuqtadan o'tuvchi diagonal bilan ifodalanadi.*

4-aksioma (Nyutonning uchinchi qonuni). *Ikkita jism bir-biriga miqdor jihatdan teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan o'zaro ta'sir etadi.*

5-aksioma (qotish prinsipi). *Agar deformasiyalanadigan jism muvozanat holatida absolyut qattiq jismga aylansa, uning muvozanati o'zgarmaydi.*



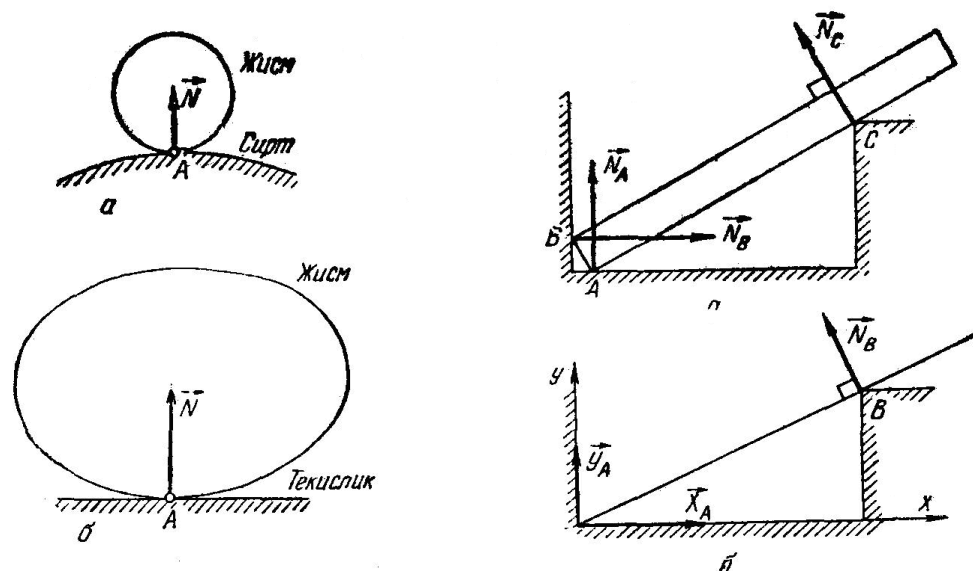
3. Bog'lanish va bog'lanish reaksiya kuchlari

Berilgan jismning ko'chishi boshqa jismlar bilan cheklangan bo'lsa, u *bog'lanishdagi jism* deyiladi. Berilgan jismning ko'chishini cheklovchi jismga *bog'lanish* deyiladi.

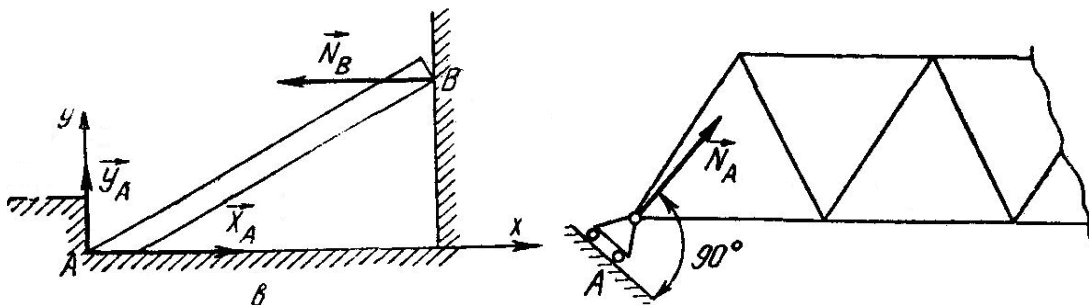
Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'siriga *bog'lanish reaksiya kuchi* deyiladi.

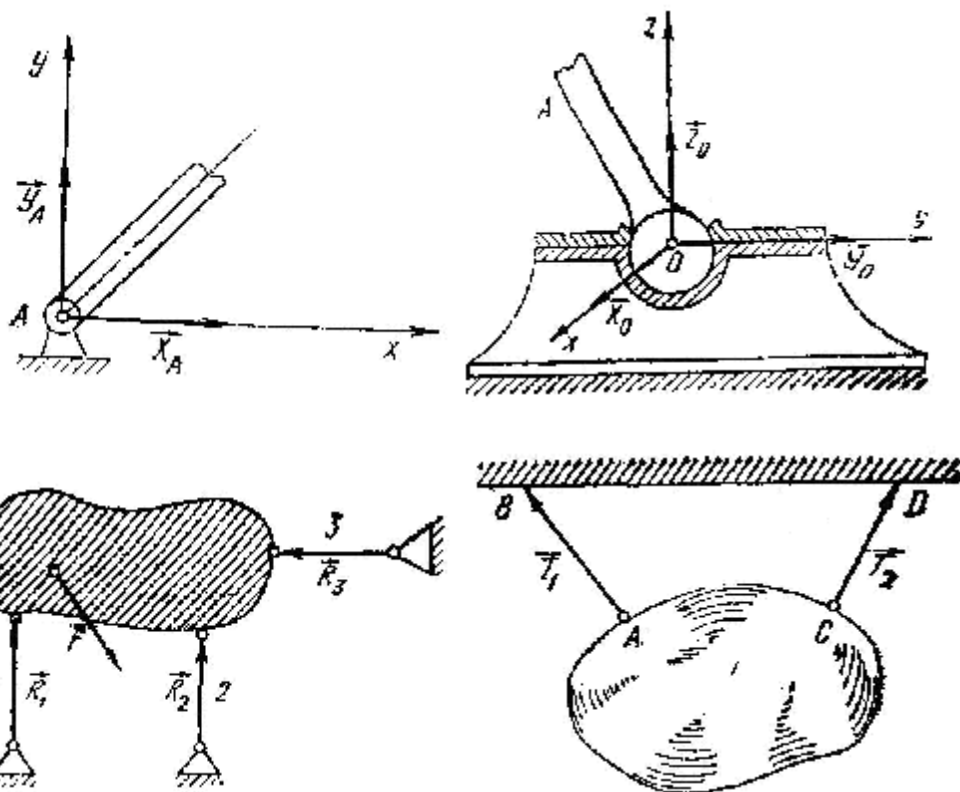
Harakati bog'lanishlar bilan cheklanmagan jism *erkin jism* deyiladi.

Bog'lanishlar aksiomasi (bog'lanishdan bo'shatish prinsipi). Bog'lanishlarning berilgan jismga ta'sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib, har qanday bog'lanishdagi jismni erkin jism deb qarash mumkin.



1. Silliqlik sirt vositasida bog'lanishlar
2. Sharnirli bog'lanishlar
3. Ip, zanjir va qayishlar vositasida bog'lanishlar





Agar jism biriktirilgan ikkinchi jismga nisbatan biror o'q yoki nuqta atrofida aylanishi mumkin bo'lsa, bunday bog'lanish *sharnirli bog'lanish* deyiladi.

Sharnir o'qi harakatlanishi mumkin bo'lsa, u qo'zg'aluvchi sharnirli bog'lanish deyiladi. Qo'zg'aluvchi sharnirli bog'lanish reaksiya kuchi sharnirning tayanch tekisligiga o'tkazilgan perpendikulyar bo'ylab yo'naladi.

Sharnir o'qi biriktirilgan jism qo'zg'almas bo'lgan holda bog'lanish *qo'zg'almas sharnirli bog'lanish* deyiladi. Qo'zg'almas sharnirli bog'lanish silindrik yoki sferik sharnir bo'lishi mumkin.

Silindrik sharnirli bog'lanishning reaksiya kuchi sharnir o'qiga perpendikulyar tekislikda joylashadi, lekin uning yo'nalishini avvaldan ko'rsatib bo'lmaydi. Bu holda reaksiya kuchining o'zaro hamda sharnir o'qiga perpendikulyar bo'lgan ikkita o'q bo'yicha tashkil etuvchilari olinadi.

Sferik sharnirli bog'lanish reaksiya kuchining yo'nalishini ham avvaldan ko'rsatib bo'lmaydi, bu holda reaksiya kuchining o'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta o'qdagi tashkil etuvchilari olinadi.

Jism vaznsiz sterjen vositasida sharnirli bog'langan bo'lsin. Jismni bog'lovchi sterjenning og'irligi jism og'irligiga nisbatan juda kichik bo'lib, sterjen uchlaridan boshqa nuqtalarga hech qanday kuch ta'sir etmasa, u *vaznsiz sterjen* deyiladi. Vaznsiz sterjenning reaksiya kuchi bog'lanish bo'yicha yo'naladi. Bunda sterjen cho'ziladigan bo'lsa, reaksiya kuchi jismdan sterjen bo'ylab tashqariga; qisiladigan bo'lsa, sterjen bo'ylab jismga qarab *sirpanuvchi qotirmalar* yo'naladi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Statikaning asosiy aksiomalarini aytib bering?
2. Bog'lanish deb nimaga aytiladi?
3. Silliqliq gorizontali tekislikdan iborat bog'lanishning reaksiyasi qanday yo'naladi?
4. Bog'lanishlar aksiomasi nimadan iborat?

3-mavzu. KESISHUVCHI KUHLAR SISTEMASI

Asosiy savollar

1. Kesishuvchi kuchlarni geometrik qo'shish.
2. Uch kuchning muvozanati haqidagi teorema.
3. Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proyeksiyasi.
4. Kuchning teng ta'sir etuvchisini analitik usulda aniqlash. Kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

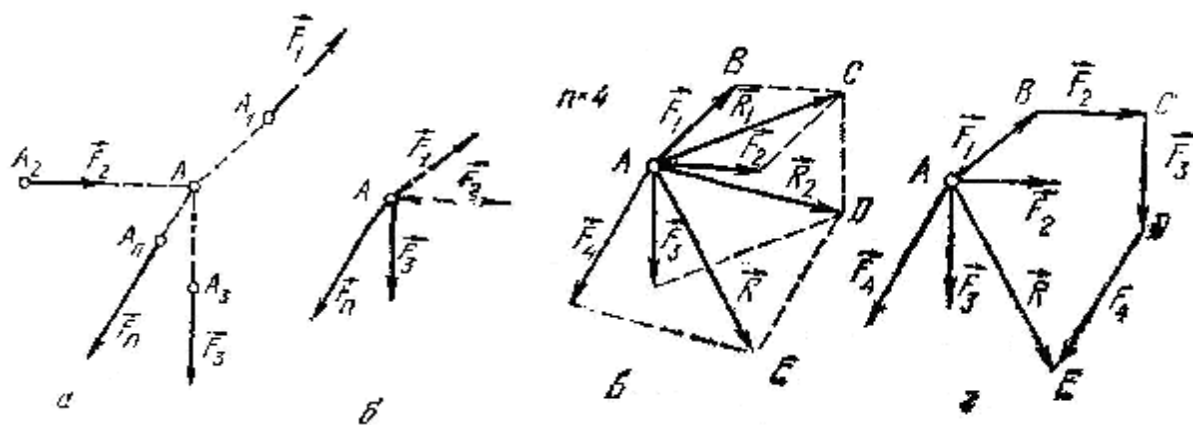
Tushuncha va tayanch iboralar: kesishuvchi kuchlar sistemasi, kuchning o'qdagi va tekislikdagi proyeksiyasi, kuchni analitik usulda aniqlash.

1. Kesishuvchi kuchlarni geometrik qo'shish

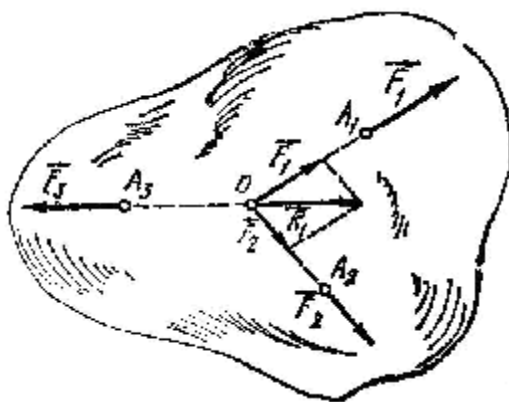
Ta'sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar sistemasiga *kesishuvchi kuchlar sistemasi* deyiladi.

Ko'plab texnika masalalarida, ayniqsa fermalarning sterjenlarida hosil bo'ladigan zo'riqishlar va osilgan yuklarning muvozanat shartlarini aniqlashda kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun olingan muvozanat tenglamalaridan foydalanish ancha qulay bo'ladi. Bundan tashqari kelgusida ko'riladigan fazoda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlar sistemasi muvozanatini o'rganishda kesishuvchi kuchlar sistemasi asosiy boshlang'ich tushunchalar bo'lib xizmat qiladi.

Bir nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ kuchlar berilgan. Bu kuchlarni qo'shish uchun parallelogramm qoidasidan ketma-ket foydalanish mumkin.



$$\begin{aligned}\vec{R}_1 &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{R}_2 &= \vec{R}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ \vec{R} &= \vec{R}_2 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4\end{aligned}$$

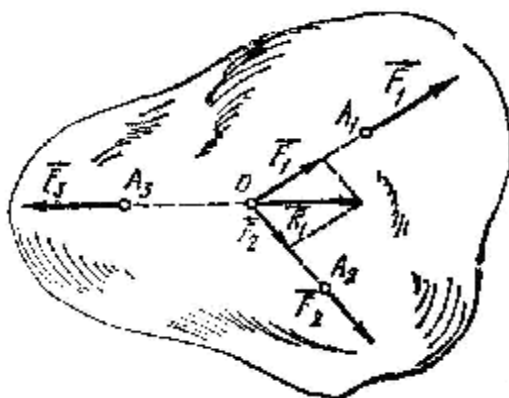


R - teng ta'sir etuvchi kuch. $ABCDE$ – kuch ko'pburchagi.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{n=1}^n \vec{F}_n \quad (3.1)$$

Shunday qilib, *kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisiga teng va shu kuchlar ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasiga qo'yilgan bo'ladi.*

2. Uch kuchning muvozanati haqidagi teorema



R - teng ta'sir etuvchi kuch. $ABCDE$ – kuch ko'pburchagi.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{n=1}^n \vec{F}_n \quad (3.2)$$

Shunday qilib, *kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisiga teng va shu kuchlar ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasiga qo'yilgan bo'ladi.*

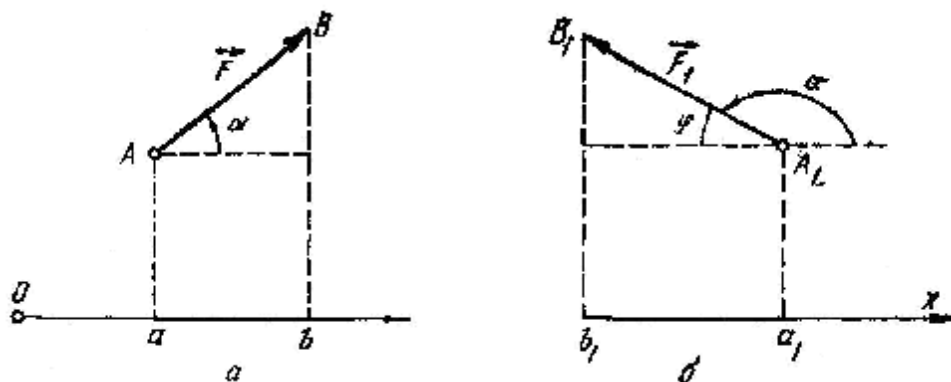
Teorema. *Bir tekislikda yotuvchi va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch muvozanatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.*

3. Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proyeksiyasi

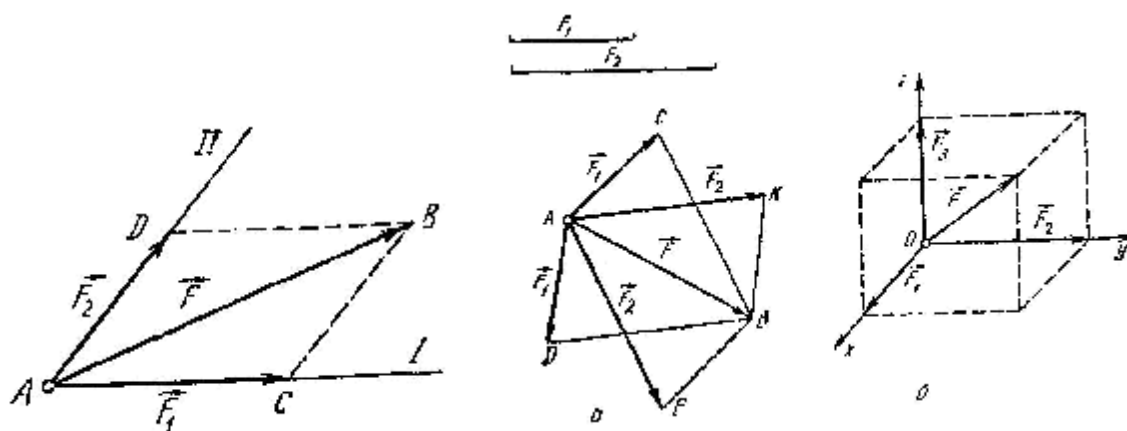
Kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuch moduli bilan kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusiga ko'paytmasiga teng.

$$F_x = X = F \cos \alpha$$

$$X_1 = F_1 \cos \alpha = -F_1 \cos \alpha$$



1. $\vec{F}$ kuchni shu kuch bilan bir tekislikda yotuvchi berilgan ikkita yo'nalish bo'yicha tashkil etuvchilarga ajratish.
2. $\vec{F}$ kuchni shu kuch bilan bir tekislikda yotuvchi va son qiymatlari berilgan ikkita tashkil etuvchiga ajratish.
3. $\vec{F}$ kuchni bir-biriga perpendikulyar uchta koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tashkil etuvchilarga ajratish.



4. Kuchning teng ta'sir etuvchisini analitik usulda aniqlash. Kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati

Kuchni uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari va qo'yilgan nuqtasining koordinatalari orqali topish usuliga *analitik usulda aniqlash* deyiladi.

(3.1) ni koordinata o'qlariga proyeksiyalab, topamiz

$$R_x = \sum_{n=1}^n X_n, \quad R_y = \sum_{n=1}^n Y_n, \quad R_z = \sum_{n=1}^n Z_n.$$

Teng ta'sir etuvchining moduli.

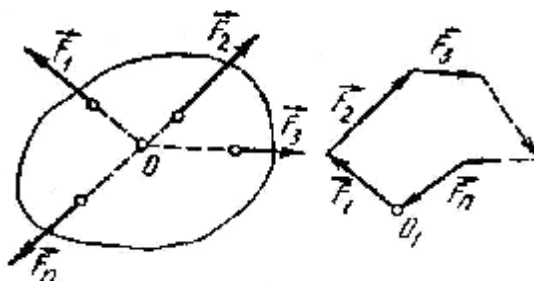
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{\left(\sum_{n=1}^n X_n\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^n Y_n\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^n Z_n\right)^2}.$$

Yo'nalishi

$$\cos(\vec{R} \wedge x) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\vec{R} \wedge y) = \frac{R_y}{R}, \quad \cos(\vec{R} \wedge z) = \frac{R_z}{R}.$$

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun mazkur kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\sum_{n=1}^m \vec{F}_n = 0$$



Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatlashishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuch ko'pburchagi yopik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Teng ta'sir etuvchi kuch $\vec{R} = 0$ bo'lsa,

$$R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0$$

yoki

$$\sum_{n=1}^n X_n = 0, \quad \sum_{n=1}^n Y_n = 0, \quad \sum_{n=1}^n Z_n = 0.$$

Bu tengliklar kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanat shartining analitik ifodasidir.

$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini kuch ko'pburchagi yordamida aniqlash uchun geometriya va trigonometriya formulalaridan foydalanamiz. teng ta'sir etuvchini bunday usulda aniqlash *geometrik usul* deyiladi.

agar kuchlar sistemasi tekislikda joylashgan bo'lsa, u holda har birini uzunligi o'lchanib, shaklda ko'rsatilganidek kuch ko'pburchagi ko'riladi va teng ta'sir etuvchining uzunligi ham o'lchanadi. teng ta'sir etuvchining uzunligi uning kattaligini beradi va bunday usul – *grafik usul* deb ataladi.

kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini koordinata o'qlaridagi proeksiyasi, barcha kuchlarning mos koordinata o'qlaridagi proeksiyalari-ning algebraik yig'indisiga teng.

muvozanat shartlari vektor yoki analitik ko'rinishda bo'lishidan qat'iylashtirib, asosiy maqsad kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanatda bo'lishini tekshirishdan iborat. bundan tashqari kuchlarning muvozanat shartlaridan foydalanib, jismga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarining qiymatlari va yo'nalishlari aniqlanib, olingan ma'lumotlar asosida berilgan qurilma baholanadi. agarda (2.10) tenglamalarda noma'lum reaksiya kuchlarining soni uchtdan ortiq bo'lsa, u holda hosil qilingan tenglamalar sistemasini yechib bo'lmaydi. bunday masalalarni *statik noaniq* yoki *statik aniqlanmaydigan masalalar* deyiladi.

malumki, koordinatalar sistemasi ixtiyoriy ravishda tanlab olinadi, lekin koordinata-talar sistemasining boshini kuchlar kesishgan nuqtada va koordinata o'qlarini imkon qadar nama'lum kuchlarga perpendikulyar qilib yo'naltirilsa, masalalarni yechish osonlashadi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Kesishuvchi kuchlar sistemasi va ularni geometrik qo'shish usullari.
2. Kuchni tashkil etuvchilarga ajratishning qanday usullarini bilasiz?
3. Kuchning o'qdagiligi va tekislikdagi proyeksiyalari qanday aniqlanadi?
4. Kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun qanday shart bajarilishi lozim?

4-mavzu. **PARALLEL KUCHLAR SISTEMASI VA JUFTLAR NAZARIYASI**

Asosiy savollar

1. Ikki parallel kuchlarni qo'shish.
2. Juft kuch haqida tushuncha.
3. Kuchning nuqtaga va o'qqa nisbatan momenti.
4. Kuchning o'qqa nisbatan va shu o'qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi bog'lanish.
5. Juft kuchning momenti.
6. Juftlar haqidagi teoremlar. Juft kuchlarning xossalari.
7. Juftlarning muvozanat sharti.

Tushuncha va tayanch iboralar

Parallel kuchlar sistemasi, juft kuch, kuch momenti, juft kuch momenti, ekvivalent juftlar.

Dars

maqsadi:

Parallel kuchlar sistemasiva juftlartushunchalarivaularorqaliamallar bajarish to'g'risidagi bilimlarinichu qurlashtirish.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Ikkita parallel kuchlarni qo'shish

Ta'sir chiziqlari o'zaro parallel bo'lgan kuchlar sistemasiga *parallel kuchlar sistemasi* deyiladi.

Jismning A va V nuqtalariga qo'yilgan va bir tomonga yo'nalgan parallel $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ kuchlar berilgan bo'lsin.

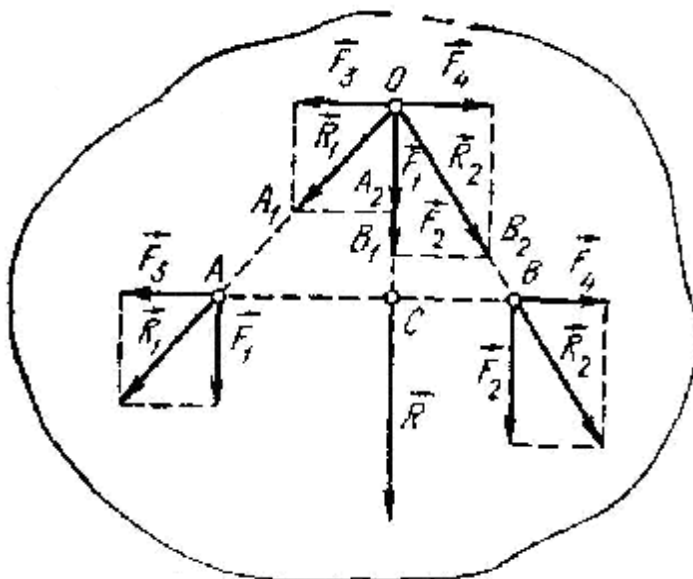
A va V nuqtalarga ta'sir chiziqlari AV da yotuvchi $(\vec{F}_3, \vec{F}_4) \rightarrow 0$ sistemani qo'yamiz.

$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \quad \text{va} \quad \vec{R}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$$

$\vec{R}_1$ va $\vec{R}_2$ lar ta'sir chiziqlari O nuqtada kesishadi.

Bu kuchlarni O nuqtada to'zuvchilarga ajratamiz. Bunda $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ni ta'sir chizig'i bo'ylab S nuqtaga ko'chiramiz

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{CB}{AC}$$



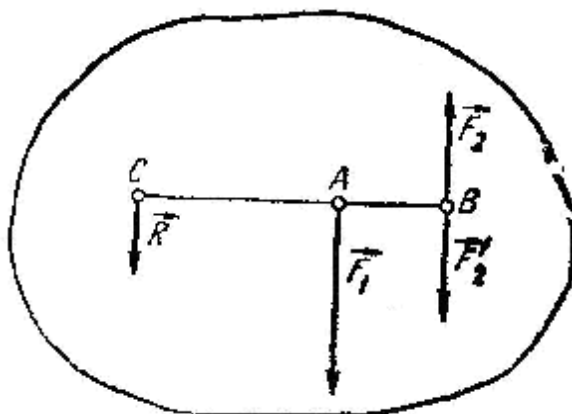
Proporsiyaning xossasiga ko'ra

$$\frac{F_1}{CB} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB}$$

Natija. *Bir tomonga yo'nalgan ikki parallel kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarning algebraik yig'indisiga teng va shu kuchlar bilan bir tomonga yo'naladi. Teng ta'sir etuvchining ta'sir chizig'i esa kuchlar qo'yilgan nuqtalar orasidagi masofani ichki ravishda shu kuchlarga teskari proporsional bo'laklarga bo'ladi.*

Miqdorlari teng bo'lmagan ($F_1 > F_2$) parallel va bir-biriga teskari yo'nalgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisi

$$R = F_1 - F_2 \text{ va } \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}$$

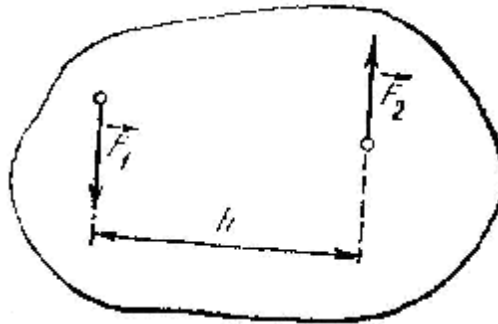


Miqdorlari teng bo'lmagan va bir-biriga teskari yo'nalgan ikkita parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi miqdor jihatidan ularning ayirmasiga teng. Teng ta'sir etuvchining ta'sir chizig'i esa AV kesmaning katta kuch qo'yilgan davomida yotadi va shu kesmani tashqi ravishda mazkur kuchlarga teskari proporsional ravishda bo'ladi.

$$AC = \frac{F_2}{F_1 - F_2} AB$$

2. Juft kuch haqida tushuncha

Bir-biriga teskari yo'nalgan miqdor jihatidan teng ikkita parallel kuchlar sistemasi *juft kuch* (qisqacha juft) deb ataladi. Juft kuch ($\vec{F}_1, \vec{F}_2$) bilan belgilanadi. Juft tashkil etuvchi kuchlarning ta'sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofaga *juftning yelkasi* deyiladi – h . Juft yotgan tekislikka *juftning tekisligi* deyiladi.



Juft kuchni bitta kuch bilan almashtirib bo'lmaydi.

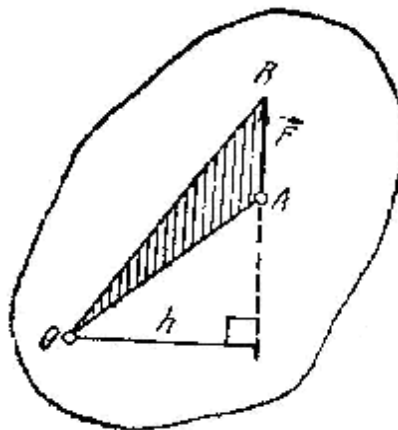
3. Kuchning nuqtaga va o'qqa nasbatan momenti

$\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan momenti deb, mos ishora bilan olingan kuch moduli F ni kuch yelkasi h ga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi

$$M_O(\vec{F}) = \pm F \cdot h,$$

bu yerda h – $\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan momenti; O nuqta moment markazi deyiladi.

$$|M_O(\vec{F})| = 2S_{\triangle AOB}.$$



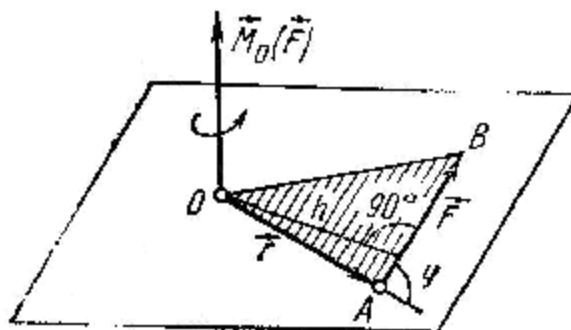
4. Kuchning o'qqa nisbatan va shu o'qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi bog'lanish

Ta'sir chiziqlari fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga *fazodagi kuchlar sistemasi* deyiladi.

Fazodagi kuchlarning nuqtaga nisbatan momenti quyidagi uchta faktor:

1. Kuchning modulini uning yelkasiga ko'paytmasi $F \cdot h$ ga teng moment moduli;

2. Kuchning ta'sir chizig'i va moment markazi orqali o'tuvchi OAV aylanish tekisligi
3. Mazkur tekislikdagi aylanish yo'nalishi bilan aniqlanadi.



Jismga fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar ta'sir etsa, har bir kuchning aylanish tekisligini alohida aniqlashga to'g'ri keladi.

Aylanish tekisligining fazodagi holatini va aylanish yo'nalishini mazkur tekislikka perpendikulyar vektor bilan aniqlash mumkin. Agar tekislikning holatini belgilovchi vektorning modulini kuchning momenti moduliga teng va uning yo'nalishni kuchning aylanish yo'nalishini ifodalaydigan tarzda tanlab olsak, bunday vektor yordamida kuchning O nuqtaga nisbatan momentini xarakterlovchi uchala faktorni aniqlash mumkin.

Agar F kuch qo'yilish nuqtasining D markazga nisbatan radius-vektorini r bilan belgilasak

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

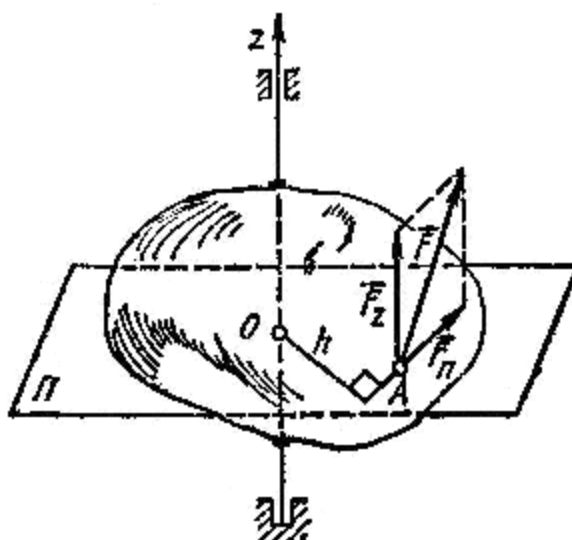
munosabat o'rinli bo'ladi va

Demak, *kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor kattalik bo'lib, kuch qo'yilgan nuqtaning moment markaziga nisbatan radius-vektori bilan shu kuchning vektor ko'paytmasiga teng.*

Kuchning o'qqa nisbatan momenti. Fazodagi kuchlar sistemasining jismga ta'sirini o'rganishda kuchning nuqtaga nisbatan momenti bilan birga kuchning o'qqa nisbatan momenti tushunchasi ham kiritiladi.

z o'q atrofida aylana oladigan jismning A nuqtasiga F kuch ta'sir etsin. A nuqtadan jismning aylanishi o'qiga perpendikulyar P tekislikni o'tkazamiz. z o'qning mazkur tekislik bilan kesishgan nuqtasini O , F kuchning P tekislikdagi proyeksiyasini F_n bilan belgilaymiz.

Kuchning biror o'qqa nisbatan momenti deb, uning shu o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasining o'q bilan mazkur tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan momentiga aytiladi.



$$\dot{M}_z(\dot{F}) = \dot{M}_o(\dot{F}_n) = \pm \dot{F}_n \cdot h.$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti bilan shu o'qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi bog'lanish haqida **lemma**.

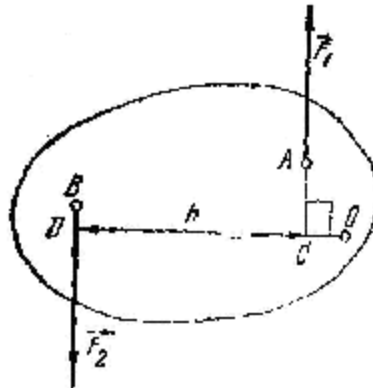
Kuchning biror o'qqa nisbatan momenti uning shu o'qda olingan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan moment-vektorining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

$$\begin{aligned} [\dot{M}_o(\dot{F}_n)]_z &= M_z(\dot{F}) \\ M_x(\dot{F}) &= [\dot{M}_o(\dot{F}_n)]_x \\ M_y(\dot{F}) &= [\dot{M}_o(\dot{F}_n)]_y \\ M_z(\dot{F}) &= [\dot{M}_o(\dot{F}_n)]_z \end{aligned}$$

5. Juft kuchning momenti

Juftning momenti deb, mos ishora bilan olingan juft tashkil etuvchilaridan birining miqdorini juft yelkasiga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi.

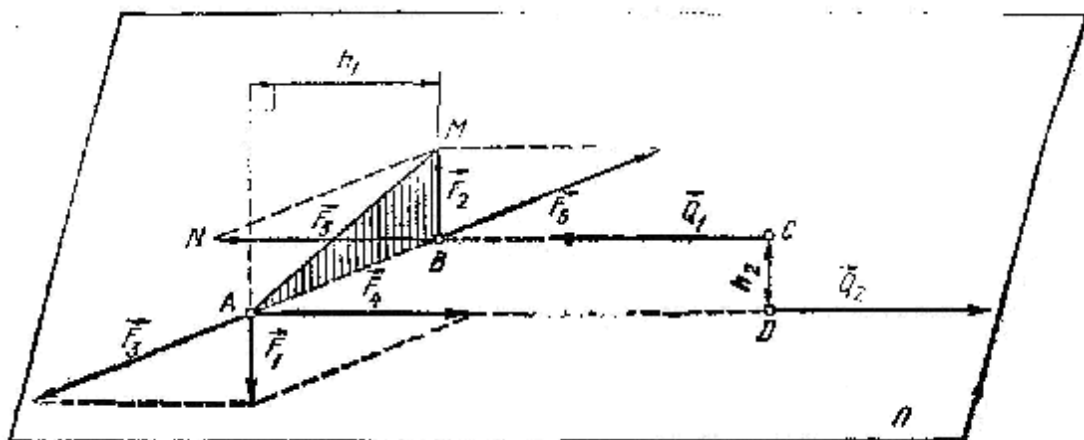
$$M = \pm F_1 h = \pm F_2 h.$$



6. Juftlar haqidagi teoremlar. Juft kuchlarning xossalari

Teorema. Juft tashkil etuvchi kuchlarning juft tekisligidagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisi juft momentiga teng.

$$M = M_A(\dot{F}_2) = M_B(\dot{F}_1).$$



Ekvivalent juftlar haqidagi teorema.

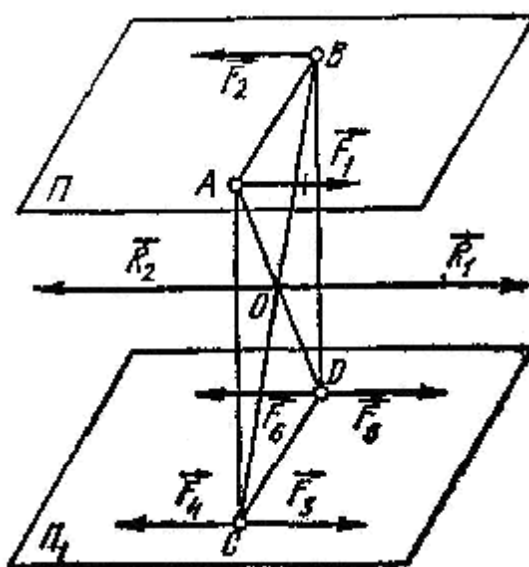
Bir tekislikda yotuvchi momentlari teng va aylanish yo'nalishlari bir xil bo'lgan ikki juft o'zaro ekvivalent bo'ladi.

Natijalar: 1. Juftni o'z tekisligida ixtiyoriy ravishda ko'chirsak, juftning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

2. Juftning momenti va aylanish yo'nalishini o'zgartirmay uning tashkil etuvchilari va yelkasi o'zgartirilsa, juftning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Juftni parallel tekislikka ko'chirish haqidagi teorema

Parallel tekisliklarda yotuvchi, momentlarining absolyut qiymati teng va bir xil aylanish yo'nalishiga ega bo'lgan ikkita juft kuch o'zaro ekvivalentdir. P tekislikda yotuvchi va yelkasi AV ga teng (F_1, F_2) juft kuch berilgan. P tekislikka parallel P , tekislikda AV ga parallel va teng CD kesmani olamiz: S va D nuqtalarga miqdorlari (F_1, F_2) juftning tashkil etuvchilariga teng $(F_3 = F_4 = F_5 = F_6 = F_1)$ kuchlarni qo'yamiz.



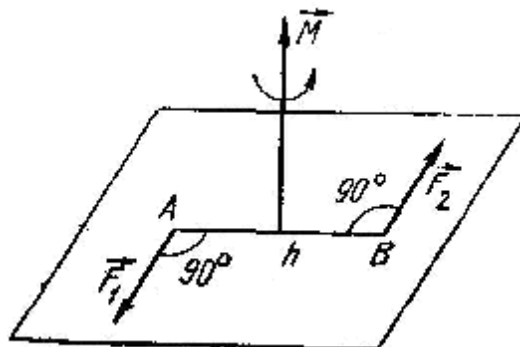
$$R_1 = F_1 + F_2 = 2F_1$$

$$R_1 = F_1 + F_2 = 2F_1$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \vec{F}_6) \propto (\vec{F}_3, \vec{F}_6)$$

Juftning moment vektori. Fazodagi juftlarni qo'shish. Juft kuchning jismga ta'siri (xuddi fazodagi kuchning nuqtaga nisbatan momenti kabi) quyidagi uchta faktor: juft momentining moduli, juftning ta'sir tekisligi va aylanish yo'nalishi bilan harakterlanadi.

Qayd etilgan uchta faktorni aniqlash uchun juft momenti u yotgan tekislikka perpendikulyar yo'nalgan va modul jihatdan juft momentining absolyut qiymati $|\vec{M}| = F_1 \cdot h = F_2 \cdot h$ ga teng $\vec{M}$ vektori bilan ifodalanadi.



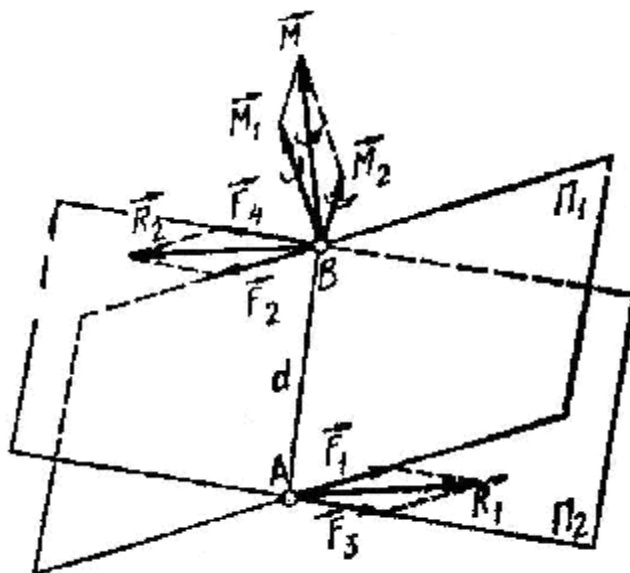
$$\vec{M} = \vec{M}_A(\vec{F}_2) = \vec{M}_B(\vec{F}_1)$$

Juft momenti vektori erkin vektor bo'ladi.

Fazodagi juftlarni qo'shish haqida **teorema**. Kesishuvchi tekisliklarda yotuvchi ikkita juft kuch momenti berilgan juftlar momentlarining geometrik yig'indisiga teng va bitta juftga ekvivalentdir:

$$M_1 = F_1 \cdot d, \quad M_2 = F_2 \cdot d$$

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$



M_1 va M_2 moment-vektorlariga qurilgan parallelogramm momentlar parallelogrammi deyiladi.

Juftlar sistemasi uchun

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n$$

$$\text{ëku} \quad \vec{M} = \sum \vec{M}_n$$

Fazodagi juftlar momentlarining geometrik yig'indisi nolga teng bo'lsa, bunday juftlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

$$\sum \vec{M}_n = 0$$

Fazodagi juftlar momentlarining har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lsa, bunday juftlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

7. Juftlarning muvozanat sharti

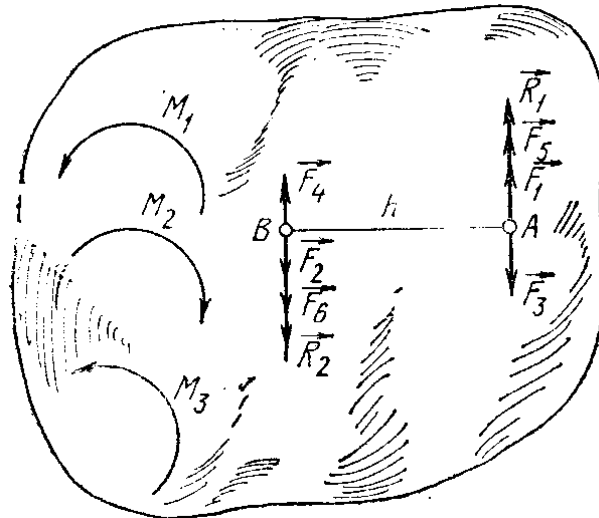
Teorema. Bir tekislikda yotuvchi juftlar sistemasi bitta juftga ekvivalent bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum M_n,$$

bunda M – teng ta'sir etuvchi juft momenti.

Tekislikdagi juftlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\sum M_n = 0.$$



Nazorat savol va topshiriqlar

1. Bir tekislikda yotuvchi, o'zaro parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qanday aniqlanadi?
2. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti va uning manfiy yoki musbatligi qanday aniqlanadi?
3. Juft kuch deb qanday kuchlar sistemasiga aytiladi?
4. Juftning momenti nimaga teng?
5. Juftning elkasi qanday aniqlanadi?
6. Juft kuchlarning teng tasir etuvchisi nimaga teng?
7. Ekvivalent juftlar deb qanday juftlarga aytiladi?

5-mavzu. STATIKANING ASOSIY TEOREMASI VA FAZOVIY KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANAT SHARTI

Asosiy savollar

1. Kuchni o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma. Statikaning asosiy (Puanso) teoremasi.
2. Kuchlarning bosh vektori va bosh momentlarini analitik aniqlash.
3. Fazoviy kuchlar sistemasini muvozanat sharti.
4. Sirpanishdagi ishqalanish hisobga olingandagi jismning muvozanati.
5. Ishqalanish dumalanish hisobga olingandagi jismning muvozanati.

Tushuncha va tayanch iboralar

Parallel kuchlar sistemasini,

Puansoteoremasi, kuchlarning bosh vektori, kuchlarning bosh bosh momenti, fazoviy kuchlar sistemasini, sirpanishdagi ishqalanish, dumalanishdagi ishqalanish

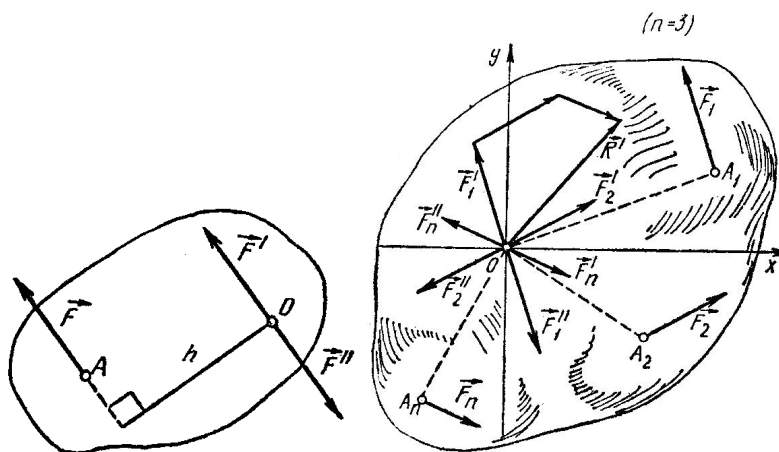
Dars maqsadi: Statikaning asosiy (Puanso) teoremasi, fazoviy kuchlar sistemasining muvozanati, sirpanishdagi va dumalanishdagi ishqalanish to'g'risidagi ko'nikmalarini shakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Kuchni o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma. Statikaning asosiy (Puanso) teoremasi

Agar jismga ta'sir etuvchi kuchlar bir tekislikda yotsa, unga *tekislikdagi kuchlar tizimi* deyiladi.



Lemma: Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuch, jismda olingan ixtiyoriy keltirish markaziga qo'yilgan xuddi shunday kuchga va momenti berilgan kuchning keltirish markaziga nisbatan momentiga teng juftga ekvivalent bo'ladi.

Aytaylik, qattiq jismga ixtiyoriy $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasini qo'yilgan bo'lsin. U holda quyidagi tariflar o'rinli.

1. Jismga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasining geometrik yig'indisiga, berilgan kuchlarning *bosh vektori* deyiladi, ya'ni

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k \quad (1.7)$$

2. Jismga qo'yilgan kuchlardan biror markazga nisbatan olingan momentlarning geometrik yig'indisiga, berilgan kuchlarning *bosh momenti* deyiladi, ya'ni:

$$\vec{M}_0 = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{k=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_k) \quad (1.8)$$

Endi avvalgi paragrafda ko'rilgan lemmadan foydalanib, quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Puanso teoremasi. *Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror markazga keltirish natijasida bu kuchlar sistemi keltirish markaziga qo'yilgan $\vec{F}$ bosh vektorga teng bitta kuchga va momenti $\vec{M}_0$ ga teng bo'lgan bitta juft kuchga ekvivalent bo'ladi.*

Isbot. Jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqta-lariga mos holda $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar qo'yilgan bo'lsin. Bu kuchlarning har biriga Puanso lemmasini qo'llaymiz, ya'ni bu kuchlarni o keltirish markaziga parallel ko'chiramiz (1.39-rasm). Natijada o nuqtada berilgan kuchlarga teng bo'lgan $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$ kuchlar va $(\vec{F}_1, \vec{F}_1''), (\vec{F}_2, \vec{F}_2''), \dots, (\vec{F}_n, \vec{F}_n'')$ juft kuchlar hosil bo'ladi.

Ma'lumki, o nuqtada qo'yilgan $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$ kuchlarni doimo bitta teng ta'sir etuvchi bilan almashtirish mumkin, ya'ni

$$\vec{R} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n \quad (1.9)$$

Agar $\vec{F}_1 = \vec{F}'_1, \vec{F}_2 = \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}_n = \vec{F}'_n$ ekanligini hisobga olsak, (1.7) tenglikka asosan

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (1.10)$$

(1.7) va (1.10) tengliklarni o'zaro solishtirsak, ularning o'ng tomonlari o'zaro teng kattaliklarni va chap tomonlarida bitta nuqtada qo'yilgan teng ta'sir etuvchi hamda jismning turli nuqtalariga qo'yilgan kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lgan bosh vektorni bildiradi. Boshqacha aytganda kesishuvchi kuchlar uchun bosh vektor bilan teng ta'sir etuvchi o'zaro teng bo'lib, bir xil manoga ega. Lekin turli nuqtalarga qo'yilgan ixtiyoriy kuchlar uchun yagona teng ta'sir etuvchini doimo aniqlash imkoni bo'lmaydi.

$(\vec{F}_1, \vec{F}_1''), (\vec{F}_2, \vec{F}_2''), \dots, (\vec{F}_n, \vec{F}_n'')$ juftlarning o keltirish markaziga qo'yilgan momentlarini mos holda $\vec{M}_1, \vec{M}_2, \dots, \vec{M}_n$ bilan belgilasak, (1.3) tenglikka asosan

$$\vec{M}_0 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n \quad \text{yoki} \quad \vec{M}_0 = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_n) = \sum_{k=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_k).$$

Bu tenglikni (1.8) bilan solishtirsak, u berilgan kuchlarning bosh momentini beradi.

Demak,

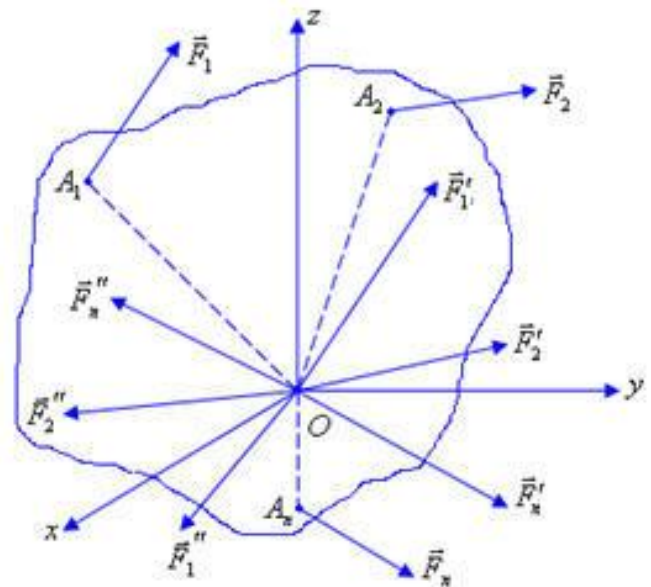
$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n; (\vec{F}_1, \vec{F}_1''), (\vec{F}_2, \vec{F}_2''), \dots, (\vec{F}_n, \vec{F}_n'')) \sim (\vec{R}, \vec{M}_1, \vec{M}_2, \dots, \vec{M}_n) \sim (\vec{F}, \vec{M}_0),$$

ya'ni teorema isbotlandi.

Shunday qilib, qattiq jismga qo'yilgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemi ixtiyoriy keltirish markaziga qo'yilgan bitta bosh vektor va bosh momentga ekvivalent bo'ladi, ya'ni:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}, \vec{M}_0), \quad (1.11)$$

Shuni yodda tutish kerakki, bosh vektor va bosh moment tushunchasi faqatgina formulalarni sodda ko'rinishga keltirish uchunгина kerak bo'lmay, balki jismga qo'yilgan kuchlarni hisoblashni



soddalashtirish uchun ham kerak bo'ladi. Masalan, podshipnikka kiydirilgan valning harakatini kuzatsak, valning aylanishi mobaynida uning sirtida yotuvchi nuqtalariga podshipnik tomonidan ishqalanish kuchlari ta'sir etadi. Val sirtidagi nuqtalar soni va ishqalanish kuchlarining moduli noma'lum. Bu kuchlarning qiymatlarini tajribalar orqali aniqlashni doimo imkoni bo'lmaydi. Lekin ishqalanish kuchlarining aylanish o'qiga nisbatan momentlar yig'indisining bosh momentini osongina o'lchash mumkin bo'ladi. Shunga o'xshash elektro-motorning asosiy xarakteristikasi uchun kuch emas balki, statorning rotorga ta'sir etuvchi aylantiruvchi momenti olinadi.

2. Kuchlarning bosh vektori va bosh momentlarini analitik aniqlash

Bosh vektor va bosh momentning miqdor va yo'nalishini analitik usulda aniqlash uchun koordinata boshini keltirish markazi O nuqtada olamiz. F_n kuch qo'yilgan nuqtaning koordinatalarini x_n, y_n, z_n hamda F_n kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini X_n, Y_n, Z_n bilan belgilaymiz.

$$\mathbf{R}' = \sum \mathbf{R}_n, \quad \mathbf{R}'_x = \sum X_n, \quad \mathbf{R}'_y = \sum Y_n, \quad \mathbf{R}'_z = \sum Z_n$$

Bosh vektorini moduli

$$R' = \sqrt{\left(\sum X_n\right)^2 + \left(\sum Y_n\right)^2 + \left(\sum Z_n\right)^2}$$

Bosh momentning moduli

Berilgan kuchlar sistemasini o'nga ekvivalent bo'lgan sistema bilan almashtirishda o'zgarmay qoladigan vektor yoki skalyar kattalik kuchlar sistemasining invarianti deyiladi.

3. Fazoviy kuchlar sistemasini muvozanat sharti

Teorema. Fazodagi kuchlar sistemi muvozanatda bo'lishi uchun

$$\mathbf{R}' = 0, \quad \mathbf{M}_0 = 0$$

tengliklarning bajarilishi, ya'ni kuchlar sistemasining bosh vektori va ixtiyoriy keltirish markaziga nisbatan bosh momenti nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Bu shartlar fazodagi kuchlar sistemi muvozanatining vektorli ifodasidir. Uning geometrik ma'nosi quyidagicha: fazodagi kuchlar sistemi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar ko'pburchagi va berilgan kuchlarning istalgan keltirish markaziga nisbatan moment vektorlariga qurilgan ko'pburchak yopiq bo'lishi kerak.

Yuqoridagi tenglamalardan quyidagilarni olamiz:

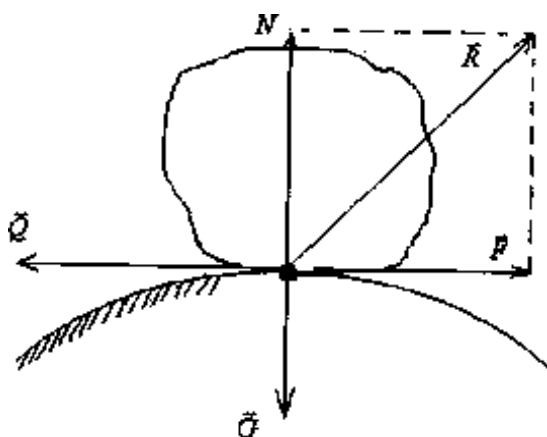
$$\sum X_n = 0, \quad \sum Y_n = 0, \quad \sum Z_n = 0,$$

$$\sum M_x(\mathbf{F}_n) = 0, \quad \sum M_y(\mathbf{F}_n) = 0, \quad \sum M_z(\mathbf{F}_n) = 0$$

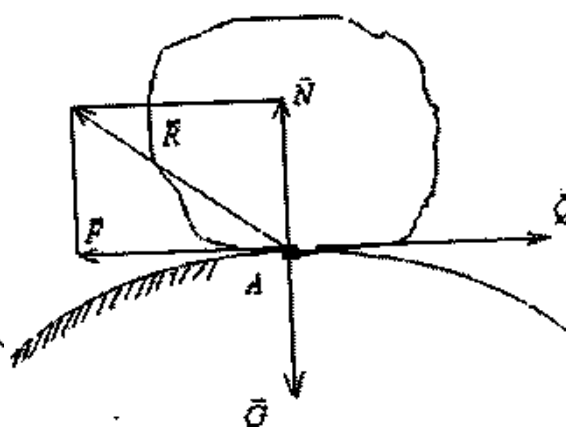
4. Sirpanishdagi ishqalanish hisobga olingandagi jismning muvozanati

Sirpanishdagi ishqalanish. Mashhur fransuz olimi P. Penleve XIX asrning oxirlarida ko'plab tajribalar va kuzatishlar olib borib, ishqalanish bilan bog'liq bo'lgan sistemaning harakat differensial tenglamalarini yechish jarayonida ishqalanish qonuniyatlarining naqadar murakkabligini, ayniqsa Kulon qonunining doimo bajarilavermasligini ko'rsatdi. Penlevening bu qarashlariga o'sha vaqtning eng ko'zga ko'ringan olimlari L. Lekornyu, De Sparr, F. Kleyn, R. Mizes, G. Gamel, L. Prandtl va F. Pfeyfer tomonidan qiziqarli ilmiy bahslar sabab bo'ldi va natijada ishqalanishning ko'p xossalari aniqlandi.

Bog'lanish tushunchasiga ta'rif berilganda agar jismga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchi faqatgina tekislikka yoki egri chiziqqa o'tkazilgan normal bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, bunday bog'lanish «ishqalanishsiz bog'lanish» deb nomlangan edi. Agar bog'lanish ishqalanishli bog'lanishdan iborat bo'lsa, bu bog'lanish reaksiya kuchi tekislikka yoki egri chiziqqa o'tkazilgan normaldan tashqari urinma bo'yicha ham yo'nalgan bo'ladi. Bunday holda reaksiya kuchining normal bo'yicha tashkil etuvchisi bog'lanishning jismga ko'rsatadigan bosimi, urinma bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchisi esa ishqalanish kuchi hisobiga hosil bo'ladi (1 -rasm), ya'ni



1-rasm

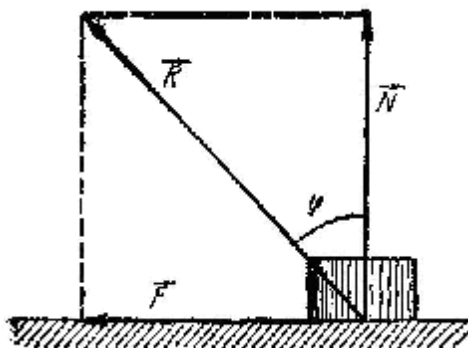


2-rasm

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{uuu},$$

bunda $\vec{F}_{uuu}$ - ishqalanish kuchi vektori bo'lib, u jismning harakatiga nisbatan qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi.

Bir jism ikkinchi jism sirti bo'yicha harakatlanish jarayonida bu jism sirtlarining bir-biriga tegib turgan urinma tekisliklarida hosil bo'ladigan ishqalanish sirpanishdagi ishqalanish deyiladi.



Bir-biriga tegib turgan ikki jism orasidagi ishqalanish avvalo o'sha sirtlarning g'adirbudurligi va ular bir-biriga nisbatan qanchalik zich (tishlashganligiga) joylashganligiga bog'liq bo'ladi.

Lekin ishqalanish tabiatda eng ko'p uchraydigan harakat ko'rinishlaridan biri ekanligi va mexanikaning barcha masalalarida qanchalik ko'p uchrashiga qaramay, shu kunga qadar

ishqalanish qonuni to'la aniqlanmagan, chunki ishqalanish kuchining paydo bo'lishi ko'p faktorlarga, jumladan qattiq jism sirtlarining xossalari bog'liq bo'ladi.

Og'irligi $\vec{G}$ bo'lgan jism qo'zg'almas sirt ustiga qo'yilgan bo'lsin. Qo'zg'almas sirtning normal reaksiyasini $\vec{N}$ desak (2-rasm) $\vec{G}$ va $\vec{N}$ o'zaro muvozanatlashib, jism tinch holatda turadi. Jismning sirt bilan urinish nuqtasiga, sirtga o'tkazilgan urinma tekislikda yotuvchi biror $\vec{Q}$ kuchni olaylik. Agar jism va sirt ideal silliq bo'lsa, bu qo'yilgan $\vec{Q}$ kuch har qanday kichik bo'lmasin, jism harakatga kelishi kerak. Tajriba shuni ko'rsatadiki, kuchning ma'lum biror Q_{max} miqdorigacha jism sirt ustida sirpanmay turadi. $\vec{Q}$ kuchni oshira borish natijasida jism sirt ustida sirg'ana boshlaydi. Bu esa $\vec{N}$ normal reaksiya kuchidan tashqari bog'lanish sirtiga o'tkazilgan urinma tekislikda yotuvchi biror $\vec{F}$ reaksiya kuchi ham ta'sir etishini bildiradi, ya'ni reaksiya kuchi $\vec{N}$ va $\vec{F}$ tashkil etuvchilardan iborat bo'ladi. Reaksiya kuchining $\vec{F}$ tashkil etuvchisi *sirpanishdagi ishqalanish kuchi* deyiladi.

Sirpanish boshlanguncha $\vec{F}$ va $\vec{Q}$ kuchlar o'zaro muvozanatlashadi: $F=Q$ va $\vec{F}=-\vec{Q}$; bundan ko'ramizki, $\vec{Q}$ kuchning ortishi bilan $\vec{F}$ ishqalanish kuchi ham orta boradi, ya'ni $\vec{F}$ kuch ham noldan $\vec{Q}_{max}$ ga mos keluvchi biror $\vec{F}_{max}$ gacha o'zgaradi:

$$0 \leq F \leq F_{max}$$

Shu nuqtai nazardan ishqalanish kuchi noaniq hisoblanadi. Shuning uchun jismning nisbiy muvozanati holatida ishqalanish kuchining o'lchovi sifatida uning maksimal qiymati olinadi va u *sirpanishdagi statik ishqalanish kuchi* deyiladi. Bir-biriga nisbatan harakatdagi jismlar orasida sodir bo'ladigan ishqalanish kuchlari *dinamik ishqalanish kuchlari* deyiladi.

Ishqalanish ko'pgina mexanik jarayonlarda sodir bo'lishiga qaramasdan, uning aniq qonunlari o'rganilmagan. Bu yerda biz Kulon tomonidan juda ko'p tajribalar asosida o'rnatilgan va amaliy talablarni qondiruvchi quyidagi ishqalanish qonunlarini keltiramiz:

1. Ishqalanish kuchi jismlarning bir-biriga tegib turuvchi nuqtalaridan jismlar sirtlariga o'tkazilgan urinma tekislik bo'ylab ta'sir qilib, uning maksimal qiymati normal reaksiyaga proporsional bo'ladi:

$$F_{max} = f \cdot N$$

bunda f - sirpanishdagi statik ishqalanish koefitsiyenti deyiladi. U har xil jismlar uchun turlicha bo'lib, tajribadan aniqlanadi; f o'lchov birligiga ega emas.

2. Ishqalanish kuchining qiymati ishqalanuvchi sirtlarning o'lchamiga bog'liq emas.

3. Ishqalanish koefitsiyenti ishqalanuvchi jismlar sirtlarining ishlanishiga, ularning fizik hossalari va holatlariga (namlik, temperatura va h. k.) bog'liq.

4. Dinamik ishqalanish kuchlari statik ishqalanish kuchidan kichik bo'ladi.

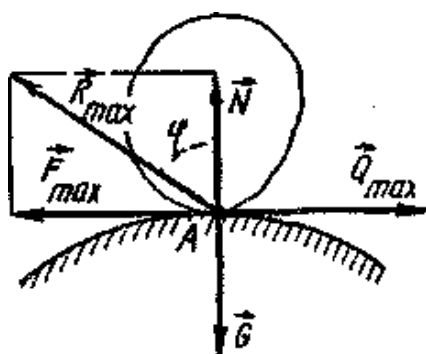
Shunday qilib, biror sirtga tegib turgan jism sirpanish oldida (muvozanat chegarasida) bo'lsa, sirtning to'la reaksiya kuchi o'zining maksimal qiymatiga erishadi:

$$\vec{R}_{max} = \vec{N} + \vec{F}_{max}$$

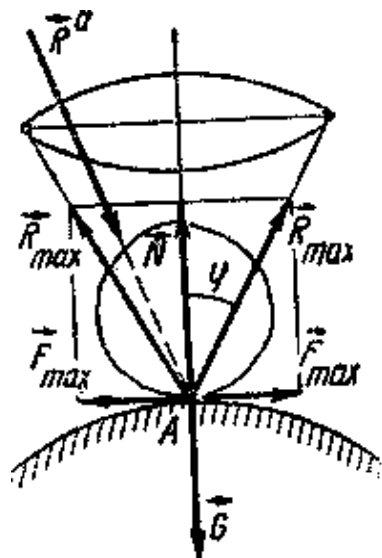
Maksimal reaksiya kuchi $\vec{R}_{max}$ bilan normal reaksiya kuchi $\vec{N}$ tashkil qilgan j burchak ishqalanish burchagi deyiladi. 3-rasmdan

$$\operatorname{tg} j = \frac{F_{max}}{N}$$

ni olamiz. Bu tenglikdan $tg j = f$ ekanligi kelib chiqadi, ya'ni ishqalanish burchagining tangensi ishqalanish koefitsiyentiga teng.



3-rasm



4-rasm

Jismni sirpantiruvchi kuchlar bog'lanish sirtiga o'tkazilganurinma tekislik bo'yicha turlicha yo'nalishda qo'yilishi mumkin; shunga mos ravishda maksimal ishqalanish kuchlari ham urinma tekislikda turlicha yo'nalishi mumkin. Normal reaksiya kuchiga nisbatan har bir maksimal ishqalanish kuchiga mos keluvchi to'la reaksiya kuchini o'tkazsak (4-rasm), uning geometrik o'ri konus sirtini ifodalaydi; bu konus *ishqalanish konusi* deyiladi. Agar barcha yo'nalishlar bo'yicha ishqalanish koefitsiyenti bir xil bo'lsa, ishqalanish konusi doiraviy konusdan iborat bo'ladi.

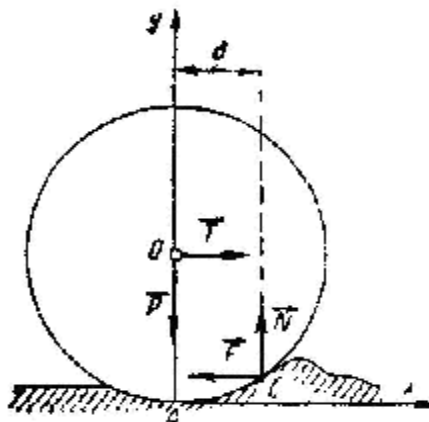
G'adir-budur sirt vositasida bog'lanishdagi jismga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lsa, bu kuchlar qatorida ishqalanish kuchi ham ishtirok etadi. Umuman, ishqalanish kuchi $0 \leq F \leq F_{max}$ munosabatga ko'ra o'zgarishi mumkin bo'lgani tufayli, bunday kuchlar sistemasining muvozanat shartlari tenglama va tengsizliklar orqali ifodalanadi.

Ba'zi muvozanat masalalarini yechishda ishqalanish konusidan foydalanish mumkin. Agar jismni harakatlantirishi mumkin bo'lgan kuchlar - aktiv kuchlar $\vec{R}^a$ teng ta'sir etuvchiga keltirilsa, ikki kuch muvozanati haqidagi aksiomaga asosan, jismning muvozanat holatida bu $\vec{R}^a$ kuch to'la reaksiya kuchi $\vec{R}$ bilan bir to'g'ri chiziqda yotishi va uning ta'sir chizig'i ishqalanish konusi uchidan o'tishi kerak. Muvozanat chegarasida aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi ishqalanish konusining yasovchisi bo'ylab yo'naladi. Binobarin, *g'adir-budur sirt ustidagi jism muvozanatda bo'lishi uchun unga qo'yilgan aktiv kuchlar teng ta'sir etuvchisining ta'sir chizig'i ishqalanish konusi uchidan o'tib, shu konus ichida yoki konus yasovchisi bo'ylab yo'nalgan bo'lishi yetarlidir.*

5. Dumalanish Ishqalanish hisobga olingandagi jismning muvozanati

Jismlarning dumalashdagi ishqalanishini absolyut qattiq jism doirasida izohlab bo'lmaydi. Shu sababli bu haqda qisqa ma'lumotlarni keltiramiz.

Og'irligi P va radiusi R ga teng silindr gorizontal tekislikda yotgan bo'lsin. Silindrga gorizontal T kuch qo'yilgan. Silindr va tekislikning deformasiyalanishi natijasida ishqalanish bitta nuqtada hosil bo'lmay, ikki jismning bir-biriga tegib turgan ezilgan yuzasida hosil bo'ladi va N normal reaksiya kuchi hamda F ishqalanish kuchi O nuqtadan o'tuvchi vertikalidan δ masofada yotuvchi C nuqtaga qo'yiladi.



Silindrning muvozanat tenglamasini tuzamiz

$$\Sigma X_v = 0; \quad T - F = 0,$$

$$\Sigma U_v = 0; \quad N - P = 0,$$

$$\Sigma M_A(F_v) = 0; \quad N \cdot \delta - T \cdot R = 0,$$

Bundan $F = T$, $N = P$, $N \cdot \delta = T \cdot R$ munosabatlarni olamiz.

Shunday qilib silindr dumalashi oldida unga momentlari teng va aylanish yo'nalishi qarama-qarshi bo'lgan (T, F) va (P, N) juftlar ta'sir etadi.

Silindrning dumalashiga qarshilik ko'rsatuvchi (P, N) juftga dumalashdagi ishqalanish jufti, bu juftning momentiga *dumalashdagi ishqalanish momenti* deyiladi. Dumalashdagi ishqalanish momentining maksimal qiymati normal bosimga proporsional bo'ladi:

$$M_{max} = d \cdot N,$$

bunda d - *dumalashdagi ishqalanish koeffitsiyenti* bo'lib, uzunlik birligida o'lchanadi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Kuchning o'ziga parallel ko'chirishga oid lemmani tushuntiring.
2. Kuchlarning bosh vektorini va bosh momentini analitik ifodalarini yozing..
3. Fazoviy kuchlar sistemasini muvozanat shartini tushuntiring.
4. Qanday ishqalanishga sirpanishdagi ishqalanish deyiladi?
5. Ishqalanish kuchi nima?
6. Ishqalanish burchagi nima?
7. Qanday ishqalanishga dumalashdagi ishqalanish deyiladi?

6-mavzu.FAZOVIIY KUCHLAR SISTEMASINI SODDA HOLGA KELTIRISHNING XUSUSIY HOLLARI

Asosiy savollar

1. Kuchning bosh momentini keltirish markaziga bog'liqligi.
2. Statikaning invariantlari.
3. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirishning xususiy hollari. Varinon teoremasi.
4. Dinamik vint. Markaziy o'q tenglamasi.

Tushuncha va tayanch iboralar

Kuchning bosh momenti, keltirish markazi, statikaning invariantlari, Fazoviy kuchlar Varinon teoremasi. Dinamik vint. Markaziy o'q tenglamasi.

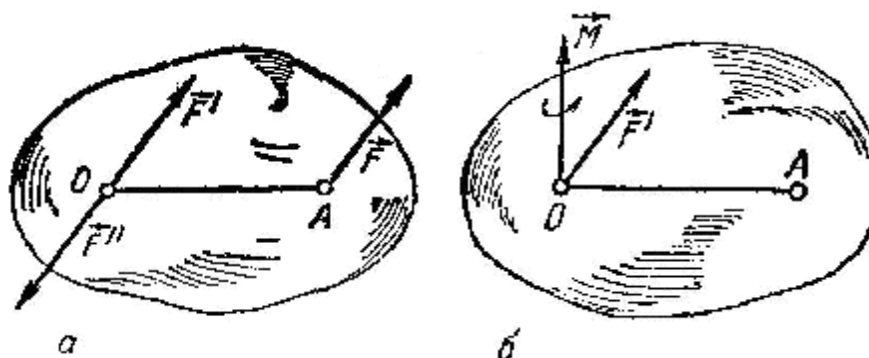
Dars maqsadi: Fazoviy kuchlar sistemasixossalariga oid bilimlarini chuqurlashtirish

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Kuchning bosh momentini keltirish markaziga bog'liqligi

Fazodagi kuchlar sistemasini bir nuqtaga keltirish uchun (xuddi tekislikdagi kuchlar sistemasi kabi) Puanso usulidan foydalanish mumkin.



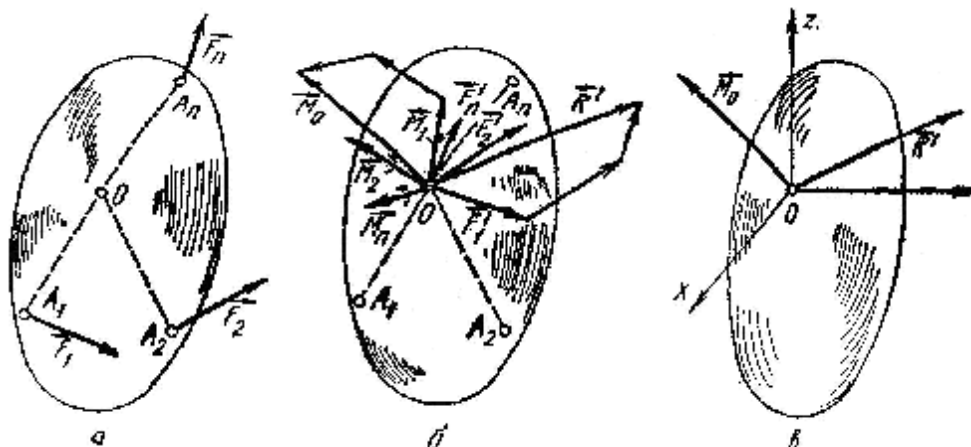
$$\dot{\vec{M}} = \dot{\vec{M}}_0(\dot{\vec{F}})$$

Jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalariga fazoda ixtiyoriy yo'nalgan $F_1, F_2, \dots, F_n$ kuchlar ta'sir etsin. Keltirish markazi uchun ixtiyoriy O nuqtani tanlab, barcha kuchlarni shu markazga qo'yilgan juftlari bilan keltiramiz. Natijada O nuqtaga qo'yilgan $F_1 = F_1, F_2 = F_2, F_n = F_n$ kuchlar sistemasi va momentlari

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0, \vec{r}_2 = \vec{r}_0, \dots, \vec{r}_n = \vec{r}_0, \quad \vec{M}_1 = \vec{M}_0(\vec{F}_1), \vec{M}_2 = \vec{M}_0(\vec{F}_2), \dots, \vec{M}_n = \vec{M}_0(\vec{F}_n),$$

bo'lgan qo'shilgan juftlar sistemasi hosil bo'ladi.

Barcha kuchlarning geometrik yig'indisiga teng R' kattalikka fazodagi kuchlar sistemasining bosh vektori deyiladi.



$$\dot{\mathbf{R}}' = \sum \dot{\mathbf{F}}_n$$

Fazodagi kuchlar sistemasining biror markazga nisbatan bosh momenti M_0 tashkil etuvchi kuchlarning shu markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

$$\dot{\mathbf{M}}_0 = \sum \dot{\mathbf{M}}_0(\dot{\mathbf{F}})$$

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror O markazga keltirish natijasida bu kuchlar sistemasi keltirish markaziga qo'yilgan bosh vektor $\mathbf{R}'$ ga teng bitta kuch bilan momenti M_0 ga teng bitta juftga ekvivalent bo'ladi.

2. Statikaning invariantlari

Berilgan kuchlar sistemasining invarianti deb, keltirish markazi o'zgarganda o'zgarmay qoluvchi kattaliklarga aytiladi.

Kuchlar sistemasining bosh vektori yangi keltirish markaziga nisbatan o'zgarmay qoladi. Yuqorida keltirilgan ta'rifga asosan kuchlarning bosh vektori invariant kattalik bo'lib, uni J_1 bilan belgilaymiz, ya'ni:

$$J_1 = F_0^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2. \quad (6.1)$$

Statikaning ikkinchi invariantini aniqlash uchun (5.4) formulaning har ikkala tomoniga $\dot{\mathbf{F}}$ bosh vektorni skalyar ko'paytiramiz:

$$\dot{\mathbf{M}}_{01} \cdot \dot{\mathbf{F}} = \dot{\mathbf{M}}_0 \cdot \dot{\mathbf{F}} - (\overrightarrow{OO_1} \times \dot{\mathbf{F}}) \cdot \dot{\mathbf{F}}.$$

U holda bu tenglikdagi ikki vektorning aralash ko'paytmasi nolga teng ekanligini hisobga olsak:

$$\dot{\mathbf{M}}_{01} \cdot \dot{\mathbf{F}} = \dot{\mathbf{M}}_0 \cdot \dot{\mathbf{F}}, \quad (6.2)$$

ya'ni bosh momentning bosh vektorga skalyar ko'paytmasi keltirish markazini tanlab olishga bog'liq bo'lmaydi, boshqacha aytganda keltirish markaziga nisbatan invariant kattalik bo'ladi va (6.2) skalyar ko'paytmasini J_2 bilan belgilaymiz:

$$J_2 = \dot{\mathbf{M}}_0 \cdot \dot{\mathbf{F}} = M_{0x} \cdot F_x + M_{0y} \cdot F_y + M_{0z} \cdot F_z. \quad (6.3)$$

Demak, *statikaning ikkinchi invarianti bosh moment vektori bilan bosh vektorning skalyar ko'paytmasiga teng.*

(6.2) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$M_{01} \cdot F_0 \cdot \cos(\dot{\mathbf{M}}_{01}, \dot{\mathbf{F}}_0) = M_0 \cdot F_0 \cdot \cos(\dot{\mathbf{M}}_0, \dot{\mathbf{F}}_0).$$

Agar $F_0 \neq 0$ ekanligini hisobga olsak,

$$M_{01} \cdot \cos(\dot{\mathbf{M}}_{01}, \dot{\mathbf{F}}_0) = M_0 \cdot \cos(\dot{\mathbf{M}}_0, \dot{\mathbf{F}}_0),$$

ya'ni, *keltirish markazi o'zgartirilganda, bosh momentning bosh vektor yo'nalishiga proyeksiyasi o'zgarmaydi.* U holda bosh moment bilan bosh vektor bir to'g'ri chiziq bo'yicha yo'nalgan bo'lib, keltirish markazida bosh momentning moduli eng kichik qiymatga ega bo'ladi. Boshqacha aytganda bosh momentning qiymati uning bosh vektor yo'nalishiga proyeksiyasining qiymatiga teng bo'ladi.

Bosh momentning bosh vektor yo'nalishiga proyeksiyasining qiymati quyidagi formula bilan aniqlanadi:

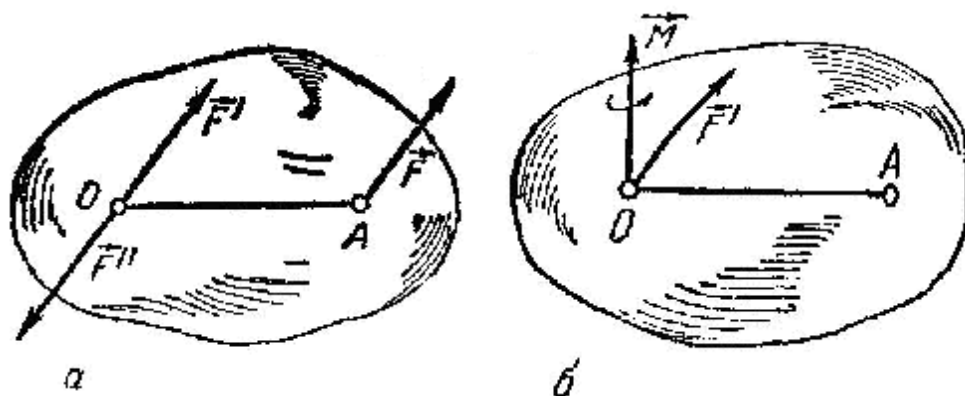
$$M^* = (\dot{\mathbf{M}}_0 \cdot \dot{\mathbf{F}}_0) / F_0,$$

yoki statikaning birinchi va ikkinchi invariantlarini hisobga olsak:

$$M^* = J_2 / \sqrt{J_1}. \quad (6.4)$$

3. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirishning xususiy hollari. Varinon teoremasi

Fazodagi kuchlar sistemasini bir nuqtaga keltirish uchun (xuddi tekislikdagi kuchlar sistemasini kabi) Puanso usulidan foydalanish mumkin.



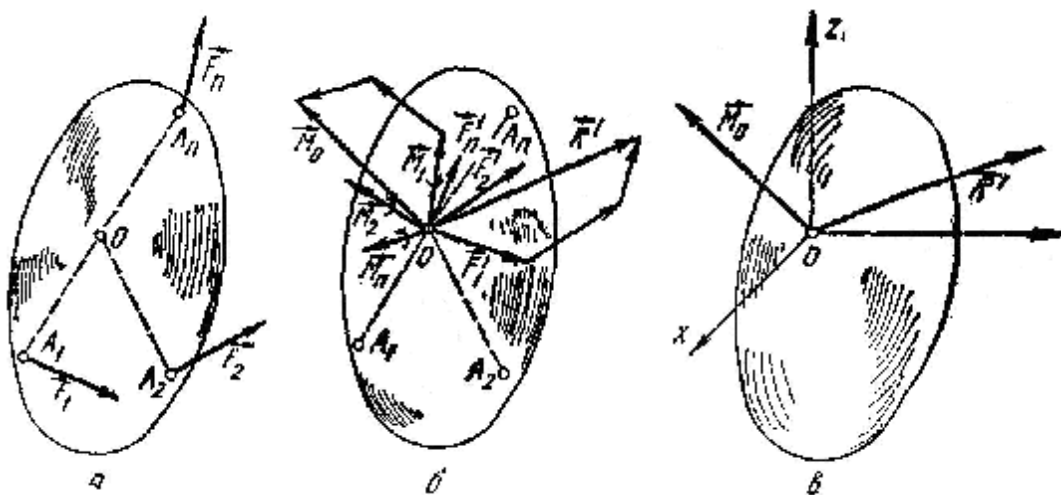
$$\dot{\mathbf{M}} = \dot{\mathbf{M}}_O(\dot{\mathbf{F}})$$

Jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalariga fazoda ixtiyoriy yo'nalgan $F_1, F_2, \dots, F_n$ kuchlar ta'sir etsin. Keltirish markazi uchun ixtiyoriy O nuqtani tanlab, barcha kuchlarni shu markazga qo'yilgan juftlari bilan keltiramiz. Natijada O nuqtaga qo'yilgan $F_1 = F_1, F_2 = F_2, F_n = F_n$ kuchlar sistemasini va momentlari

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_O(\mathbf{F}_1), \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_O(\mathbf{F}_2), \quad \dots, \quad \mathbf{r}_n = \mathbf{r}_O(\mathbf{F}_n),$$

bo'lgan qo'shilgan juftlar sistemasini hosil bo'ladi.

Barcha kuchlarning geometrik yig'indisiga teng $\mathbf{R}'$ kattalikka fazodagi kuchlar sistemasining bosh vektori deyiladi.



$$\dot{\mathbf{R}}' = \sum \dot{\mathbf{F}}_n$$

Fazodagi kuchlar sistemasining biror markazga nisbatan bosh momenti M_0 tashkil etuvchi kuchlarning shu markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

$$\dot{\mathbf{M}}_O = \sum \dot{\mathbf{M}}_O(\dot{\mathbf{F}})$$

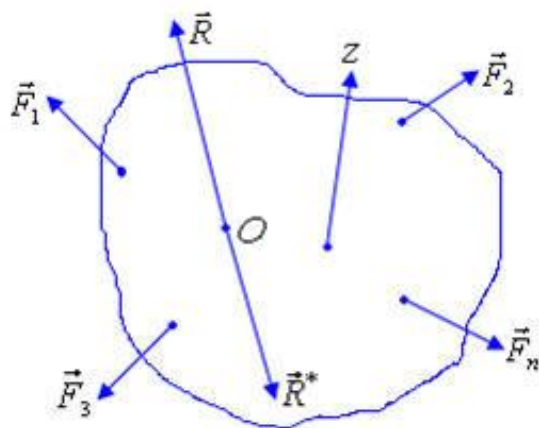
Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror O markazga keltirish natijasida bu kuchlar sistemasi keltirish markaziga qo'yilgan bosh vektor $\mathbf{R}'$ ga teng bitta kuch bilan momenti $\mathbf{M}_0$ ga teng bitta juftga ekvivalent bo'ladi.

Aytaylik, kuchlar sistemasini teng ta'sir etuvchiga keltirish mumkin bo'lsin. U holda quyidagi teorema o'rinli bo'ladi.

Varin'on teoremasi: *Kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisidan biror markazga nisbatan olingan moment, shu barcha kuchlardan mazkur markazga nisbatan olingan momentlarning geometrik yig'indisiga teng, ya'ni*

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{R}) = \sum_{k=1}^n \mathbf{m}_0(\mathbf{F}_k) . \quad (6.7)$$

Isbot. Aytaylik, qattiq jismga ixtiyoriy $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n)$ kuchlar sistemasi qo'yilgan bo'lsin va kuchlar sistemasini bitta teng ta'sir etuvchiga keltirish mumkin bo'lsin, ya'ni



$$(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n) \sim \mathbf{R} .$$

(6.8)

Bu kuchlar sistemasiga ularning teng ta'sir etuvchisining $\mathbf{R}$ yo'nalishi qarama qarshi tomonga yo'nalgan va miqdor jihatdan teng bo'lgan $\mathbf{R}^*$ kuchni qo'shamiz (1.46-shakl). U holda

$$(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n; \mathbf{R}^*) \sim (\mathbf{R}, \mathbf{R}^*) \sim 0 ,$$

(6.9)

muvozanatlashtiruvchi kuchning ta'rifiga asosan bu kuch jismga qo'yilganda, yangi hosil bo'lgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi

kerak. Shuning uchun, bu kuchlardan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan moment yig'indisi ham nolga teng bo'lishi kerak:

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{m}_0(\mathbf{F}_k) + \mathbf{m}_0(\mathbf{R}^*) = 0 ,$$

va

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{R}^*) + \mathbf{m}_0(\mathbf{R}) = 0 \quad \text{yoki} \quad \mathbf{m}_0(\mathbf{R}^*) = -\mathbf{m}_0(\mathbf{R}) .$$

Bu ifodani yuqoridagi tenglamaga qo'ysak:

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{m}_0(\mathbf{F}_k) - \mathbf{m}_0(\mathbf{R}) = 0 \quad \text{yoki} \quad \mathbf{m}_0(\mathbf{R}) = \sum_{k=1}^n \mathbf{m}_0(\mathbf{F}_k) ,$$

ya'ni teoremani o'rinli ekanligini isbotlaydi.

Agar (6.7) tenglikning har ikkala tomonini Oz o'qiga proyeksiyalasak, u holda Varin'on teoremasini z o'qidagi proyeksiyasini olamiz:

$$\mathbf{m}_z(\mathbf{R}) = \sum_{k=1}^n \mathbf{m}_z(\mathbf{F}_k) , \quad (6.10)$$

ya'ni, *kuchlarning teng ta'sir etuvchisidan biror o'qqa nisbatan olingan moment, shu kuchlardan mazkur o'qqa nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng.*

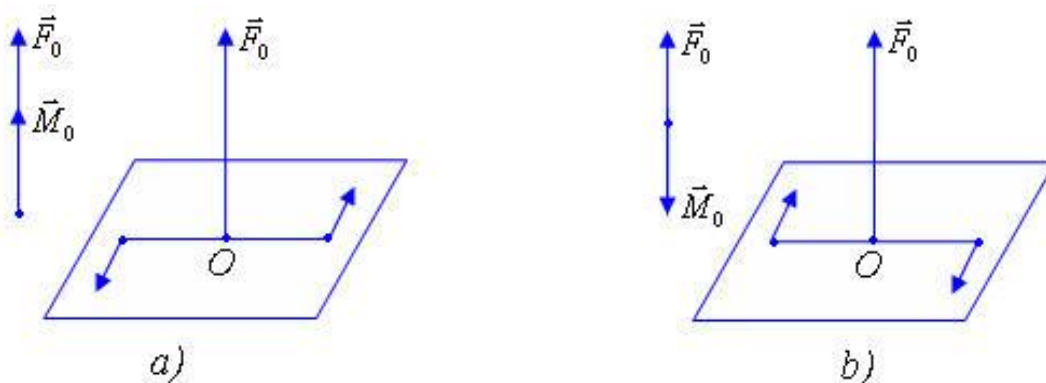
Agar berilgan kuchlar sistemasi biror tekislikda yotsa, u holda bunday kuchlar sistemasi uchun Varin'on teoremasini quyidagicha yozish mumkin:

$$m_0(\mathbf{R}) = \sum_{k=1}^n m_0(\mathbf{F}_k) , \quad (6.11)$$

ya'ni, tekislikdagi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisidan biror markazga nisbatan olingan moment, shu kuchlardan mazkur nuqtaga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng.

4. Dinamik vint. Markaziy o'q tenglamasi

Agar bosh vektor va bosh moment o'zaro kollinear bo'lsa, u holda ularni *dinamik vint* yoki *dinama* deb ataladi. Demak, berilgan kuchlar sistemasi dinamik vintni tashkil qilishi uchun bu kuchlarning bosh momentining tashkil etuvchilari bosh vektorga perpendikulyar bo'lishi kerak. Agar juft kuch jismni soat millariga qarama-qarshi tomonga aylantirilsa, *o'ng vint* (1.42, *a*-shakl), aks holda *chap vint* deb ataladi. (1.42, *b*-shakl).

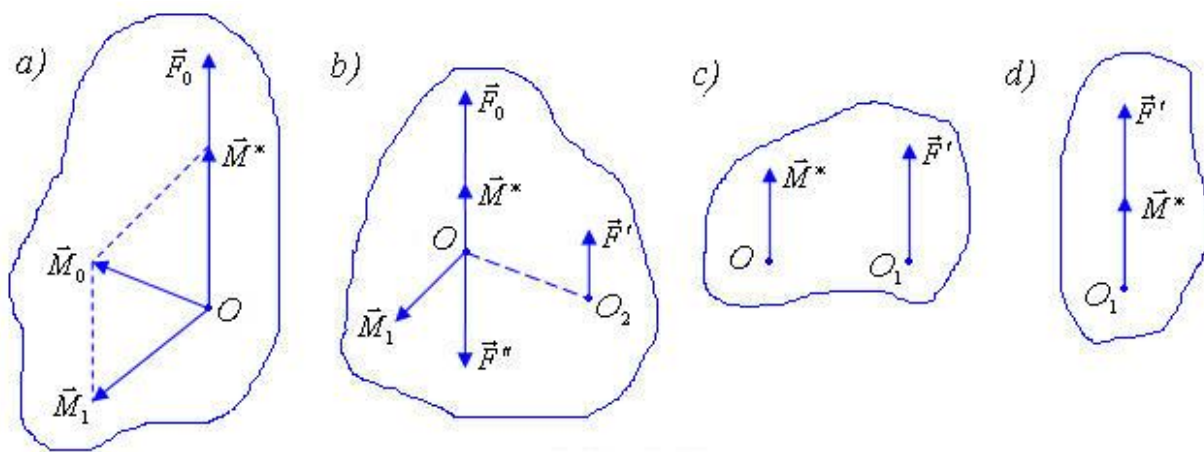


1.42-shakl

Endi, berilgan kuchlar sistemasi qanday hollarda dinamik vintga keltiriladi degan savolga javob berishi uchun quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema. Agar berilgan kuchlar sistemasi uchun statikaning ikkinchi invarianti noldan farqli bo'lsa, u holda kuchlar sistemasini dinamik vintga keltirish mumkin.

Isbot. Aytaylik, qattiq jismga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasi qo'yilgan bo'lsin. Statikaning asosiy teoremasiga asosan bu kuchlar uchun $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_0, \vec{M}_0)$ shart o'rinli bo'ladi. Teoremaning shartiga asosan statikaning ikkinchi invarianti $J_2 = \vec{M}_0 \cdot \vec{F}_0 \neq 0$, ya'ni $\vec{F}_0$ bosh vektor bilan $\vec{M}_0$ bosh moment o'zaro perpendikulyar emas. (1.43, *a*-shakl). $\vec{M}_0$ bosh momentni tashkil etuvchilaridan biri bosh vektor bo'ylab va ikkinchi tashkil etuvchisi bosh vektorga perpendikulyar yo'nalgan ikkita tashkil etuvchilarga ajratamiz, ya'ni $\vec{M}_0 = \vec{M}_1 + \vec{M}^*$. So'ngra bosh vektor bo'ylab yo'nalgan $\vec{M}^*$ momentni $F_0 = F' = F''$ shartni qanoatlantiruvchi va ulardan biri O nuqtadan o'tib bosh vektorga qarama-qarshi tomonga yo'nalgan $(\vec{F}', \vec{F}'')$ juftga keltiramiz. (1.43, *b*-shakl). U holda $(\vec{F}_0, \vec{F}'') \sim 0$ bo'ladi va ularni tashlab yuborish mumkin. $\vec{M}^*$ moment erkin vektor ekanligidan foydalanib, uni O_1 nuqtaga keltiramiz. (1.43, *c*, *d*-shakllar). Natijada O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_0$ va $\vec{M}_0$ bosh momentni O_1 nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_0 = \vec{F}'$ va $\vec{M}^*$ kuchlardan iborat dinamik vint hosil qilindi.

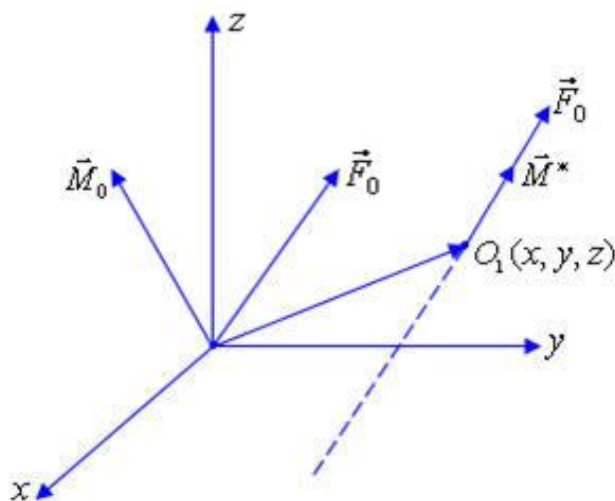


1.43-rasm

(6.2) tenglikka asosan kuchlar sistemasi $J_2 > 0$ bo'lsa o'ng dinamik vintga va $J_2 < 0$ bo'lsa chap dinamik vintga keltiriladi.

Kuchlar sistemasi dinamik vintga keltirilgan O_1 nuqta yagona emas. Haqiqatdan bosh vektor sirpanuvchi vektor, bosh moment esa erkin vektor ekanligidan foydalanib, ularni O_1 nuqtadan o'tuvchi va $\vec{F}' = \vec{F}_0$ bo'ylab yo'nalgan to'g'ri chiziqda yotuvchi barcha nuqtalarda kuchlar sistemasini dinamik vintga keltirish mumkin. Bu to'g'ri chiziq kuchlar sistemasining *markaziy o'qi* deb ataladi. Shu markaziy o'q tenglamasini ko'rinishini aniqlaymiz.

Aytaylik, O_1 - markaziy o'q nuqtasi bo'lsin (1.44-shakl). U holda bosh vektor va bosh moment bu nuqtadan o'tib, o'zaro kollinear bo'ladi.



(6.14) formulaga asosan O_1 nuqtadan o'tuvchi bosh momentni quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{M}^* = \vec{M}_0 - \overrightarrow{OO_1} \times \vec{F}_0. \quad (6.5)$$

U holda $\vec{M}^*$ va $\vec{F}_0$ vektorlarning kollinearlik shartidan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$r\vec{F}_0 = \vec{M}^*,$$

bunda r - vint parametri bo'lib, uzunlik birligi bilan o'lchanadi. Agar bosh vektor va bosh momentning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini mos holda F_x, F_y, F_z va M_{Ox}, M_{Oy}, M_{Oz} bilan belgilasak, ya'ni:

$$\vec{F}_0 = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}, \quad \vec{M}_0 = M_{Ox} \vec{i} + M_{Oy} \vec{j} + M_{Oz} \vec{k}.$$

Bu kattaliklarni (4.20) tenglikka qo'yamiz:

$$r \cdot F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = M_{Ox} \vec{i} + M_{Oy} \vec{j} + M_{Oz} \vec{k} - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = [M_{Ox} - (y \cdot F_z - z \cdot F_y)] \cdot \vec{i} + \\ + [M_{Oy} - (z \cdot F_x - x \cdot F_z)] \cdot \vec{j} + [M_{Oz} - (x \cdot F_y - y \cdot F_x)] \cdot \vec{k}.$$

$\vec{i}, \vec{j}$ va $\vec{k}$ birlik vektorlar oldidagi koeffitsiyentlarni o'zaro tenglashtirsak:

$$r \cdot F_x = M_{Ox} - (y \cdot F_z - z \cdot F_y),$$

$$r \cdot F_y = M_{Oy} - (z \cdot F_x - x \cdot F_z),$$

$$r \cdot F_z = M_{Oz} - (x \cdot F_y - y \cdot F_x),$$

yoki

$$\frac{M_{Ox} - (y \cdot F_z - z \cdot F_y)}{F_x} = \frac{M_{Oy} - (z \cdot F_x - x \cdot F_z)}{F_y} = \frac{M_{Oz} - (x \cdot F_y - y \cdot F_x)}{F_z}. \quad (6.6)$$

(6.6) tenglama markaziy o'q tenglamasini bildiradi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Kuchning boshmomentini keltirish markaziga bog'liqligini tushuntiring.
2. Statikaning invariantlari nima?
3. Fazoviy kuchlar sistemasini soddaholga keltirishning xususiy hollari nimalar kiradi?
4. Varinont teoremasi ta'rifini bering.
5. Dinamik vint nima?
6. Markaziy o'q tenglamasini tushuntiring.

7-mavzu: PARALLEL KUCHLARNING MARKAZI

Asosiy savollar

1. Parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlash. Parallel kuchlar markazi
2. Jismning og'irlik markazini aniqlash
3. Oddiy shaklli ba'zi bir jinsli jismlarning og'irlik markazini aniqlash

Tushuncha va tayanch iboralar

Parallel kuchlar markazi, jismning og'irlik markazi, jismlarning og'irlik markazini aniqlash usullari – simmetriya usuli, bo'laklarga ajratish usuli, manfiy yuza usuli, tajriba usuli

Dars maqsadi: Talabalarining parallel kuchlarning markazi va jismning og'irlik markazi haqidagi bilimlarini chuqurlashtirish.

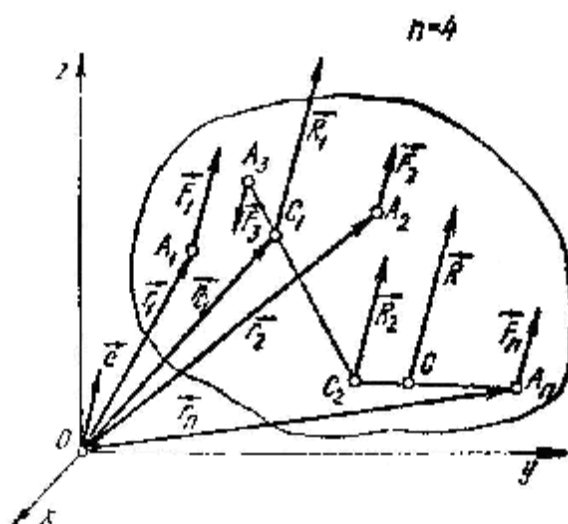
Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Parallel kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlash. Parallel kuchlar markazi

Jismga ($F_1, F_2, \dots, F_n$) parallel kuchlar sistemasini ta'sir etsin. Kuchlarning qo'yilgan nuqtalarini mos ravishda $A_1, A_2, \dots, A_n$ va $Oxyz$ koordinatalar sistemasiga nisbatan bu nuqtalarning

radius-vektorlarini $r_1, r_2, \dots, r_n$ bilan belgilaymiz. Mazkur kuchlarning teng ta'sir etuvchisini va uning qo'yilgan nuqtasini aniqlaymiz.



Avvalo F_1 va F_2 kuchlarni qo'shamiz va ularning teng ta'sir etuvchisini R_1 bilan belgilaymiz.

$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1)$$

F_1 va F_2 orasida qo'yidagi munosabat o'rinli:

$$\frac{F_1}{C_1 A_2} = \frac{F_2}{A_1 C_1} \quad \text{ëku} \quad \frac{A_1 C_1}{F_2} = \frac{C_1 A_2}{F_1} \quad (2)$$

Agar R_1 qo'yilgan S_1 nuqtaning radius-vektorini r_{C_1} bilan belgilasak, u holda quyidagini olamiz:

$$\vec{A_1 C_1} = \vec{r}_{C_1} - \vec{r}_1, \quad \vec{C_1 A_2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_{C_1} \quad (3)$$

(3) ni (2) ga qo'yib, r_{C_1} ni aniqlaymiz:

$$\vec{r}_{C_1} = \frac{F_1 \cdot \vec{r}_1 + F_2 \cdot \vec{r}_2}{F_1 + F_2} \quad (4)$$

(1) tenglikni nazarda tutib, R_1 va F_3 kuchlarni qo'shamiz.

$$R_2 = R_1 + F_3 = F_1 + F_2 + F_3 = \sum_{n=1}^3 F_n,$$

$$\frac{R_1 \cdot \vec{r}_{C_1} + F_3 \cdot \vec{r}_3}{R_1 + F_3} = \frac{F_1 \cdot \vec{r}_1 + F_2 \cdot \vec{r}_2 + F_3 \cdot \vec{r}_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{\sum_{n=1}^3 F_n r_n}{\sum_{n=1}^3 F_n}$$

Xuddi shuningdek, p ta parallel kuchlarni qo'shish natijasida S nuqtaga qo'yilgan bitta teng ta'sir etuvchi R kuchni olamiz:

$$R = \sum_{n=1}^n F_n, \quad \vec{r}_C = \frac{\sum_{n=1}^n F_n \vec{r}_n}{\sum_{n=1}^n F_n} \quad (5)$$

(5) formula yordamida aniqlanadigan S nuqta *parallel kuchlar markazi* deyiladi.

Parallel kuchlar markazining koordinatalarini x_C, y_C, z_C ; F_n kuch qo'yilgan nuqtaning koordinatalarini x_n, y_n, z_n bilan belgilasak, (5) dan parallel kuchlar markazining koordinatalari aniqlanadigan quyidagi munosabatlarni olamiz:

$$x_C = \frac{\sum_{n=1}^n F_n x_n}{\sum_{n=1}^n F_n}, \quad y_C = \frac{\sum_{n=1}^n F_n y_n}{\sum_{n=1}^n F_n}, \quad z_C = \frac{\sum_{n=1}^n F_n z_n}{\sum_{n=1}^n F_n} \quad (6)$$

(5) dagi $\sum_{n=1}^n F_n \vec{r}_C$ kattalik berilgan *kuchlar sistemasining S markazga nisbatan statik momenti* deyiladi.

(6) dagi $\sum_{n=1}^n F_n x_n, \sum_{n=1}^n F_n y_n, \sum_{n=1}^n F_n z_n$, kattaliklar berilgan *kuchlar sistemasining mos ravishda yOz, xOz va xOy tekisliklarga nisbatan statik momentlari* deyiladi.

2. Jismning og'irlik markazini aniqlash

Istalgan qattiq jismni juda kichik zarrachalardan tashkil topgan deb qarash mumkin. Bunday zarrachalarning har biriga vertikal pastga yo'nalgan $R_1, R_2, \dots$ yerga tortilish kuchlari (og'irlik kuchi) ta'sir etadi. Jism barcha zarralari og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi $R = \sum R_n$ *jismning og'irlik kuchi* deyiladi hamda bu parallel kuchlarning markazi mazkur *jismning og'irlik markazi* deyiladi.

Jism og'irlik markazining radius-vektori (5), koordinatalari (6) formulalari asosida aniqlanadi:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{n=1}^n P_n \vec{r}_n}{P}, \quad (7)$$

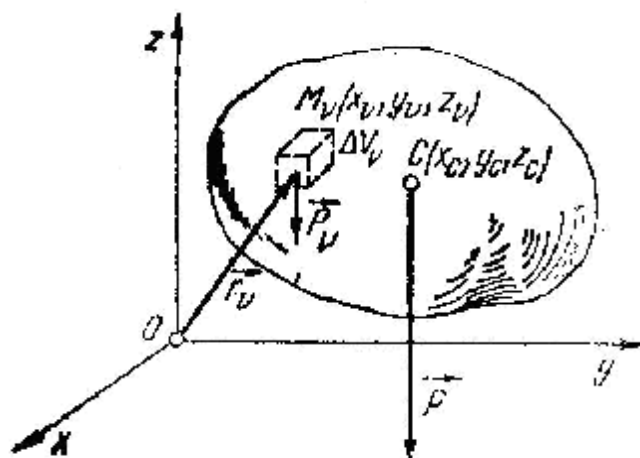
$$x_C = \frac{\sum_{n=1}^n P_n x_n}{P}, \quad y_C = \frac{\sum_{n=1}^n P_n y_n}{P}, \quad z_C = \frac{\sum_{n=1}^n P_n z_n}{P}.$$

Bunda $\vec{r}_n(x_n, y_n, z_n)$ - zarrachaning radius-vektori; $\vec{r}_s(x_s, y_s, z_s)$ - jism og'irlik markazining radius-vektori.

Jismning og'irlik markazi geometrik nuqtadan iborat bo'lib, ba'zida bu nuqta jismga taalluqli bo'lmasligi ham mumkin.

Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga bog'lik bo'lmay, faqat geometrik shakliga bog'lik bo'ladi.

Og'irligi R ga teng jism V hajmga ega bo'lsin.



Agar birlik hajmga to'g'ri kelgan og'irlikni g bilan belgilasak, bir jinsli jism uchun $g = const$ bo'ladi hamda jism g bo'lakchasining og'irligi

$$R_n = g \Delta V_n \quad (8)$$

(8) ni (7) ga qo'yib, hajmga ega bo'lgan jism og'irlik markazining radius-vektori va koordinatalarini aniqlaymiz:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{n=1}^n g \Delta V_n \cdot \vec{r}_n}{\sum_{n=1}^n g \Delta V_n} = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n \cdot \vec{r}_n}{V} \quad (9)$$

$$x_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n x_n}{V}, \quad y_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n y_n}{V}, \quad z_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n z_n}{V}, \quad (10)$$

bunda $V = \int \Delta V_n$ butun jism hajmini ifodalaydi.

Xuddi shuningdek, ixtiyoriy sirtga ega bo'lgan plastinkaning og'irlik markazini aniqlash uchun quyidagi formula o'rinli bo'ladi.

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n \cdot \vec{r}_n}{S} \quad (11)$$

$$x_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n x_n}{S}, \quad y_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n y_n}{S}, \quad z_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n z_n}{S} \quad (12)$$

Bunda S – plastinka sirtining yuzasi, x, y, z esa dS elementar yuzaning koordinatalari.

Chiziqning og'irlik markazi quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n \cdot \vec{r}_n}{L} \quad (13)$$

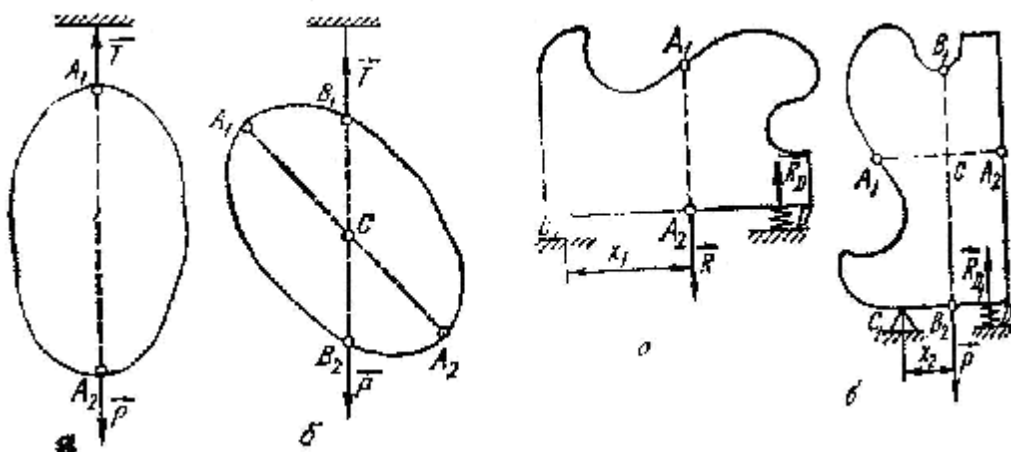
$$x_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n x_n}{L}, \quad y_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n y_n}{L}, \quad z_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n z_n}{L} \quad (14)$$

bunda l – chiziqlarning oʻzunligi; x, y, z esa dl boʻlakcha koordinatalari.

3. Oddiy shaklli baʼzi bir jinsli jismlarning ogʻirlik markazini aniqlash

Jismning ogʻirlik markazini topishning quyidagi usullari mavjud:

1. Simmetriya usuli; 2. Boʻlaklarga ajratish usuli;
3. Manfiy yuza usuli; 4. Tajriba usuli.

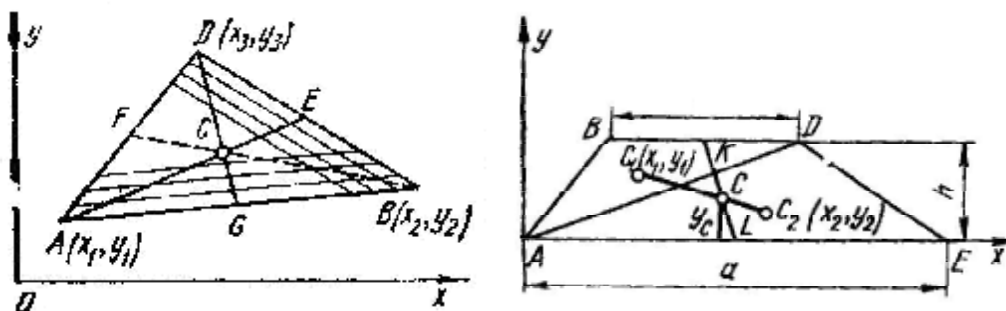


Uchburchak yuzasining ogʻirlik markazi. AVD uchburchakni AV tomonga parallel boʻlgan kichik boʻlaklarga ajratamiz. Bu boʻlaklar har birining ogʻirlik markazi uning oʻrtasida yotadi, yaʼni uchburchakning ogʻirlik markazi DG medianada yotadi. Binobarin, uchburchak yuzasining ogʻirlik markazi uning medianalari kesishgan S nuqtada yotadi.

S nuqtaning koordinatalari analitik geometriyada chiqarilgan

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + x_3), \\ y_s &= \frac{1}{2}(y_1 + y_2 + y_3) \end{aligned} \quad (15)$$

formulaga binoan aniqlanadi.



Trapeziyasining ogʻirlik markazi. Trapeziyaning ogʻirlik markazi ABD va ADE uchburchaklar ogʻirlik markazlarini tutashtiruvchi chiziq bilan BD va AE asoslarning oʻrtalarini tutashtiruvchi KL chiziqlarning kesishgan S nuqtasida yotadi.

ABD va ADE uchburchaklar uchun

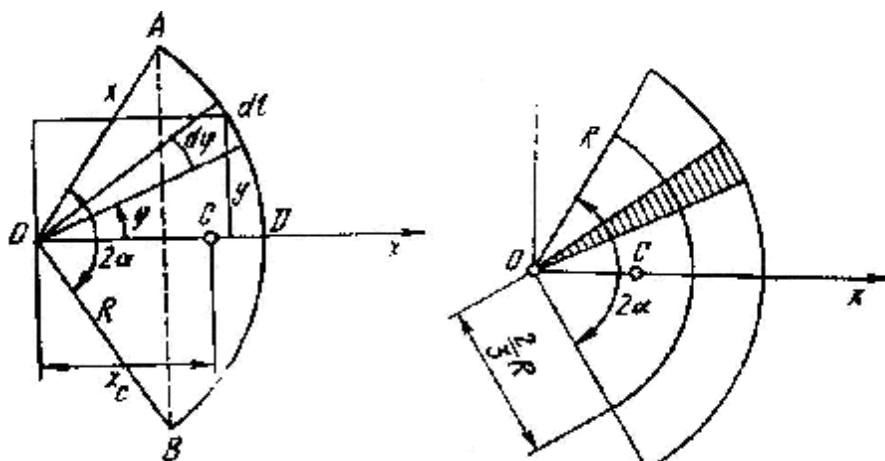
$$y_1 = \frac{2}{3}h, \quad S_1 = \frac{b \cdot h}{2}, \quad y_2 = \frac{1}{3}h, \quad S_2 = \frac{a \cdot h}{2}$$

ekanligini e'tiborga olib, quyidagini yozamiz:

$$y_c = \frac{y_1 S_1 + y_2 S_2}{S_1 + S_2} = \frac{h(a + 2b)}{3(a + b)}.$$

Aylana yoyining og'irlik markazi. Radiusi R , markaziy burchagi 2α ga teng ADB aylana yoyining og'irlik markazini aniqlaymiz.

$$x_c = \frac{R \sin \alpha}{\alpha}.$$



Xususiyl holda yarim aylana uchun $\alpha = \pi/2$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$x_c = \frac{2R}{\pi} = 0,637R.$$

Doira sektori yuzasining og'irlik markazi. Radiusi R , markaziy burchagi 2α ga teng doira sektori yuzasining og'irlik markazi quyidagi tenglikdan aniqlanadi.

$$x_c = \frac{2}{3} \frac{R \sin \alpha}{\alpha}.$$

Xususiyl holda yarim doira uchun $\alpha = \pi/2$ ekanligini nazarda tutsak,

$$x_c = \frac{4}{3\pi} R = 0,424R.$$

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Parallel kuchlar markazi qanday aniqlanadi?
2. Jismning og'irlik markazini qanday aniqlanadi?
3. Og'irlik markazini aniqlash usullari nimalardan iborat?
4. Uchburchak yuzasini aniqlash fomularini keltiring.
5. Trapesiyaning og'irlik markazi qanday aniqlanadi?

K I N E M A T I K A

8-mavzu. NUQTA KINEMATIKASI

Asosiy savollar

1. *Asosiy tushunchalar.*
2. *Nuqta harakatining berilish usullari.*
3. *Tezlik va tezlanish.*
4. *Nuqta xarakatining xususiy hollari.*

Tushuncha va tayanch iboralar

Sanoq sistemasi, nuqtaning trayektoriyasi, to'g'ri chiziqli harakat, egri chiziqli harakat, nuqtaning harakat qonuni, nuqtaning tezligi, nuqtaning tezlanishi.

Dars maqsadi: Nuqta harakatining berilish usullari to'g'risidagi ko'nikmalarini shakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Asosiy tushunchalar

Nazariy mexanikaning kinematika bo'limida nuqta va absolyut qattiq jismning mexanik harakati faqat geometrik nuqtai nazardan, ya'ni ularning massalari va ta'sir etuvchi kuchlarga bog'liksiz ravishda o'rganiladi.

Jismning mexanik harakati boshqa biror jism bilan biriktirilgan va *sanoq sistemasi* deb ataladigan koordinatalar sistemasiga nisbatan tekshiriladi.

Nazariy mexanikada o'zunlik birligi sifatida SI sistemasida (m), burchak koordinatalari birligi uchun radian (rad) qabul qilingan.

Tanlab olingan sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning harakatini o'rganish uning shu sistemaga nisbatan biror vaqt oralig'idagi trayektoriyasini va har ondagi tezlik va tezlanishini aniqlash masalasidan iborat.

Nuqta harakatlanganda uning berilgan sanoq sistemasiga nisbatan chizgan o'z-o'ziga chizig'i *nuqtaning trayektoriyasi* deyiladi. Agar nuqta trayektoriyasi to'g'ri chiziqdan iborat bo'lsa, uning harakati *to'g'ri chiziqli harakat*, trayektoriyasi egri chiziq bo'lsa, *egri chiziqli harakat* deyiladi.

Nuqtaning harakati va ko'chishi tushunchalarini bir-biridan farq qilish kerak. Nuqtaning ko'chishi uning boshlang'ich va oxirgi holatlari hamda vaqt oralig'i bilan aniqlanadi, bunda nuqtaning avvalgi holatdan keyingi holatga qanday usul bilan o'tishini e'tiborga olinmaydi.

Nuqta kinematikasida quyidagi ikki asosiy masala ko'riladi:

- 1) Berilgan sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning harakatini matematik usulda aniqlash;
- 2) Nuqtaning berilgan harakat qonuniga ko'ra mazkur harakatning barcha kinematik xarakteristikalarini (trayektoriya, tezlik va tezlanish va hokazolar) ni aniqlash.

Vektorning skalyar argument bo'yicha hosilasi

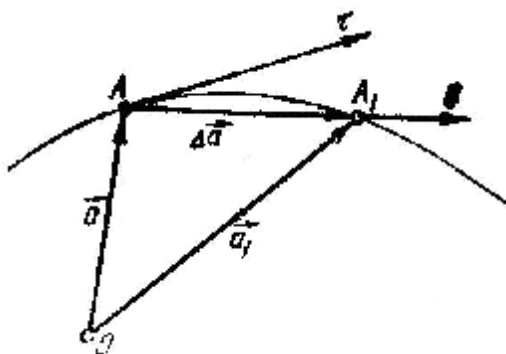
Skalyar argument t ning funksiyasidan iborat bo'lgan hamda miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgaruvchi $\mathbf{a}$ vektor berilgan bo'lsin:

$$\dot{\mathbf{a}} = \dot{\mathbf{a}}(t)$$

bunda $\mathbf{a}$ vektorni t argumentning uzluksiz va bir qiymatli funksiyasi deb qaraymiz.

O'zgaruvchi $\mathbf{a}$ vektor argumentining bir-biriga yaqin t va $t+Dt$ ga mos keluvchi qiymatlarini $\dot{\mathbf{a}} = \dot{\mathbf{a}}(t)$ va $\dot{\mathbf{a}}_1 = \dot{\mathbf{a}}(t + \Delta t)$ bilan belgilaylik $\mathbf{a}$ va $\mathbf{a}_1$ vektorlarning uchlarini tutashtirib, quyidagi munosabatni yozamiz:

$$\dot{\mathbf{a}}_1 = \dot{\mathbf{a}} + \Delta \dot{\mathbf{a}} \quad \text{ëku} \quad \Delta \dot{\mathbf{a}} = \dot{\mathbf{a}}_1 - \dot{\mathbf{a}}$$



Bunda $D\mathbf{a}$ vektor $\mathbf{a}$ vektorning argument Dt ga o'zgargandagi orttirmasini ifodalaydi. $D\mathbf{a}/Dt$ nisbatning Dt nolga intilgandagi limiti $\mathbf{a}$ vektorning t skalyar argument bo'yicha hosilasi deyiladi.

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{\mathbf{a}}}{\Delta t}$$

$D\mathbf{a}/Dt$ vektorning yo'nalishini aniqlaymiz. Dt musbat skalyar kattalik bo'lgani uchun $D\mathbf{a}/Dt$ vektori $D\mathbf{a}$ bo'yicha, ya'ni godografning AV keluvchisi bo'ylab yo'naladi. Dt nolga intilgan limit holatida kesuvchi A nuqtada godografga o'tkazilgan A_1 urinma bo'ylab yo'naladi.

Demak, vektorning skalyar argument bo'yicha hosilasi mazkur vektorning godografiga o'tkazilgan urinma bo'yicha yo'nalgan vektor bilan ifodalanadi.

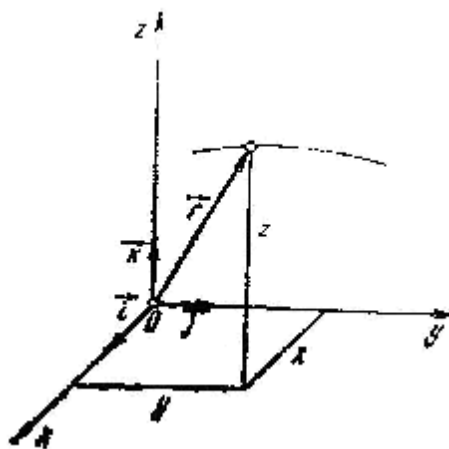
2. Nuqta harakatining berilish usullari

Nuqtaning biror sanoq sistemasiga nisbatan istalgan vaqtdagi holatini aniqlash usuli ma'lum bo'lsa, uning harakati aniqlangan yoki berilgan deyiladi, nuqtaning harakatini aniqlovchi ifoda uning *harakat tenglamasi* yoki *harakat qonuni* deyiladi.

Nuqtaning harakati asosan quyidagi uch usulda aniqlanadi:

1. *Vektor usuli*; 2. *Koordinatalar usuli*; 3. *Tabiiy usul*.

1. **Vektor usuli.** M nuqta qo'zg'almas $Oxuz$ koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatda bo'lsin.



O va M nuqtalarni tutashtirib, M nuqtaning $\vec{r} = \vec{OM}$ radius-vektorini hosil qilamiz. M nuqta harakatlanganda vaqt o'tishi bilan uning radius-vektori $\vec{r}$ miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgara boradi. Agar nuqtaning radius-vektori vaqt funksiyasi sifatida aniqlangan yoki berilgan bo'lsa, ya'ni

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

ma'lum bo'lsa, nuqtaning fazodagi holati istalgan paytda aniq bo'ladi.

Bu tenglama nuqta harakatining vektor ko'rinishidagi kinematik tenglamasi deyiladi. Nuqta harakatining shu tarzda aniqlanishi (berilishi) uning *vektor usulda ifodalanishi* deyiladi.

2. Koordinatalar usuli. Nuqtaning holatini to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasiga nisbatan aniqlaymiz. Harakatdagi M nuqtaning koordinatalarini x , y , z bilan belgilaymiz. Nuqta harakatlanganda vaqt o'tishi bilan uning koordinatalari o'zgara boradi, ya'ni x , y , z koordinatalar vaqtning bir qiymatli funksiyasidan iborat bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t), \\ y &= y(t), \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Agar yuqorida keltirilgan tenglamalar berilgan bo'lsa, nuqtaning istalgan paytdagi holatini aniqlash mumkin (4) funksional munosabatlar vositasida nuqtaning harakatini aniqlash uni *koordinatalar usulida ifodalash* deyiladi (4) ifodalar nuqta harakatining Dekart koordinatalaridagi kinematik tenglamalarini ifodalaydi.

3. Tabiiy usul.

Egri chiziqda sanoq boshi uchun olingan qo'zg'almas O nuqtaga nisbatan olingan M nuqtaning yoy koordinatasi S vaqtning o'tishi bilan turlicha o'zgarishi mumkin. Nuqtaning trayektoriyadagi holatini bir qiymatli aniqlash uchun yoy koordinatasining musbat va manfiy yo'nalishlarini (chizmada "+" va "-" ishora bilan) olamiz.

Agar trayektoriya tenglamasi hamda nunkta yoy koordinatasining vaqt o'tishi bilan o'zgarishini ifodalaydigan

$$s = s(t) \quad (5)$$

munosabat ma'lum bo'lsa, nuqtaning harakatini to'liq aniqlash mumkin. Bunda vaqtning bir qiymatli, uzluksiz va differentsillanuvchi funksiyasidan iborat.

(5) tenglama nuqtaning trayektoriya bo'ylab harakat qonunini ifodalaydi.

Nuqtaning harakatini $f_1(x, y, z) = 0$, $f_2(x, y, z) = 0$ va $s = s(t)$ tenglamalar vositasida aniqlash uning *tabiiy usulda aniqlanishi* deyiladi.

Shunday qilib, nuqtaning harakatini tabiiy usulda aniqlash uchun:

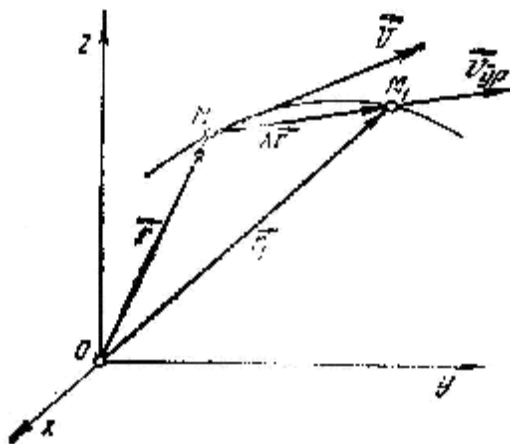
1. tanlangan koodinatalar sistemasiga nisbatan trayektoriya tenglamasi
2. trayektoriyada sanoq boshi uchun olingan qo'zg'almas O nuqta hamda yoy koordinatasining musbat va manfiy yo'nalishi
3. nuqtaning trayektoriya bo'ylab harakat qonunini ifodalovchi (5) tenglama berilgan bo'lishi kerak.

3. Tezlik va tezlanish

Nuqtaning tezligi

a. Harakati vektor usulida berilgan nuqtaning tezligi.

Nuqtaning harakati vektor usulda $\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}(t)$ tenglama bilan berilgan bo'lsin. Nuqtaning biror t paytdagi trayektoriyada egallagan holatini M , radius-vektorini $\mathbf{r}$, $t+Dt$ paytdagi holatini M_1 radius-vektorini $\mathbf{r}_1$ bilan belgilaylik.



Nuqtaning M va M_1 holatlarini tutashtiruvchi $\mathbf{MM}_1 = \Delta \mathbf{r}$ vektor nuqtaning $Dt = t_1 - t$ vaqt oralig'idagi ko'chish vektori deyiladi.

$$\dot{\mathbf{r}}_1 = \dot{\mathbf{r}} + \Delta \dot{\mathbf{r}} \Rightarrow \Delta \dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_1 - \dot{\mathbf{r}}$$

Ko'chish vektori $\Delta \mathbf{r}$ ning shu ko'chish sodir bo'ladigan Dt vaqtga nisbati nuqtaning mazkur vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlik vektori deyiladi va $\mathbf{v}_{ur}$ bilan belgilanadi:

$$\mathbf{v}_{ur} = \frac{\Delta \dot{\mathbf{r}}}{\Delta t}$$

Bundan Dt musbat skalyar miqdor bo'lgani uchun o'rtacha tezlik vektori $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{MM}_1$ vektor bo'yicha, ya'ni M nuqtaning harakat yo'nalishida $\mathbf{MM}_1$, kesishuvchi bo'ylab yo'naladi.

Nuqta o'rtacha tezlik vektorining Dt nolga intilgandagi limiti nuqtaning berilgan ondagi tezlik vektori deyiladi va $\mathbf{v}$ bilan belgilanadi.

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{\mathbf{r}}}{\Delta t} \quad \text{ëku} \quad \mathbf{v} = \frac{d\dot{\mathbf{r}}}{dt}$$

ya'ni nuqtaning tezlik vektori uning radius vektoridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

b. Harakati koordinatlar usulida berilgan nuqtaning tezligi.

Nuqta harakati Dekart koordinatlarida (4) tenglamalar orqali berilgan bo'lsin. Nuqta tezligi vektorining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini v_x, v_y, v_z bilan belgilasak ushbu formulalarga ega bo'lamiz:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Shunday qilib, nuqta tezligining biror qo'zg'almas Dekart koordinata o'qidagi proyeksiyasi harakatlanuvchi nuqtaning shu o'qqa mos koordinatasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosilaga teng.

Nuqta tezligining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari ma'lum bo'lsa, uning moduli

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

formuladan, yo'nalishi esa

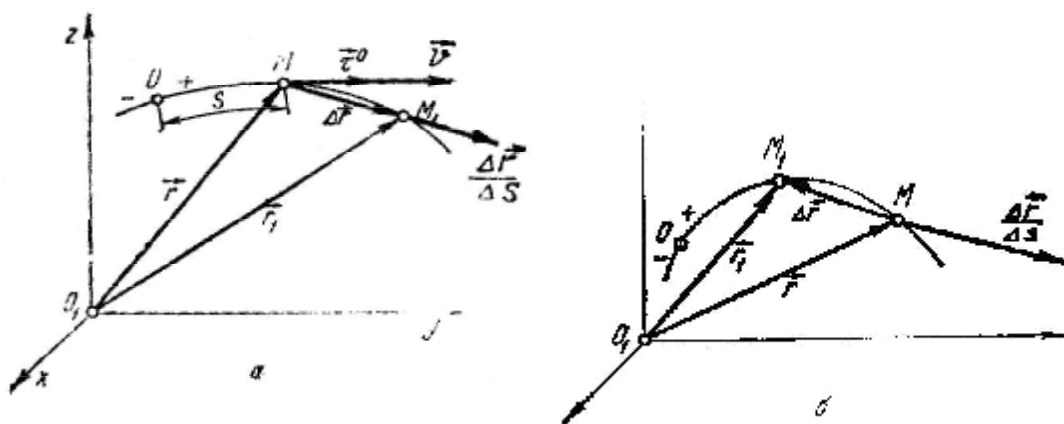
$$\cos(\mathbf{v}, \hat{x}) = \frac{v_x}{v}, \quad \cos(\mathbf{v}, \hat{y}) = \frac{v_y}{v}, \quad \cos(\mathbf{v}, \hat{z}) = \frac{v_z}{v}$$

formulalar yordamida aniqlanadi.

v. Harakati tabiiy usulda ifodalangan nuqtaning tezligi

Nuqta tezligining moduli yoy koordinatasidan vaqt bo'yicha olingan hosilaning absolyut qiymatga teng.

$$v = \frac{ds}{dt}$$



Nuqtaning tezlanishi

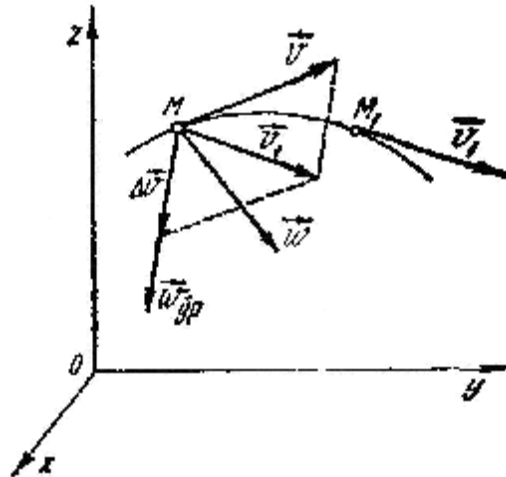
a. Harakati vektor usulida berilgan nuqtaning tezlanishini aniqlash

$$\mathbf{s} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \text{ni e'tiborga olsak}$$

$$\vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \text{munosabat o'rinli bo'ladi.}$$

Demak, nuqtaning tezlanish vektori uning tezlik vektoridan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosilaga yoki radius-vektoridan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi hosilaga teng.

SI birliklar sistemasida tezlanish m/s^2 da o'lchanadi.



b. Harakati koordinatalar usulida berilgan nuqtaning tezlanishi.

Nuqtaning harakati (4) tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, tezlanishning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari quyidagi formulalar orqali ifodalandi:

$$\vec{s}_x = \frac{d\vec{v}_x}{dt}, \quad \vec{s}_y = \frac{d\vec{v}_y}{dt}, \quad \vec{s}_z = \frac{d\vec{v}_z}{dt} \quad (12)$$

(8) ga asosan (12) ni quyidagicha yoza olamiz:

$$w_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}, \quad w_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}, \quad w_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \quad (13)$$

Demak, nuqta tezlanishining biror o'qdagi proyeksiyasi nuqta tezligining mazkur o'qdagi proyeksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosilaga yoki shu o'qqa mos koordinatasidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi xosilaga teng.

Tezlanish moduli

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} \quad (14)$$

yo'nalishi

$$\cos(\vec{w}, \hat{x}) = \frac{w_x}{w}, \quad \cos(\vec{w}, \hat{y}) = \frac{w_y}{w}, \quad \cos(\vec{w}, \hat{z}) = \frac{w_z}{w} \quad (15)$$

formularadan aniqlanadi.

Agar nuqta Oxu tekisligida harakatlansa, $w_z = \ddot{z} = 0$ bo'lib, (14) va (15) tenglamalar

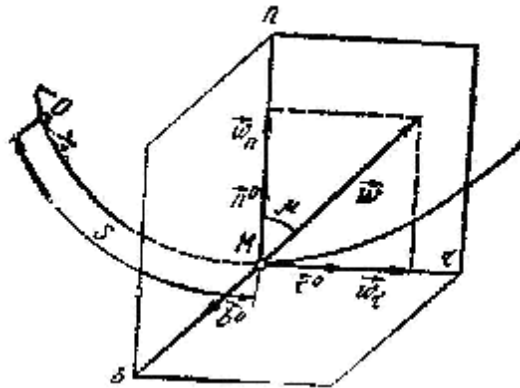
$$w = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2},$$

$$\cos(\vec{w}, \hat{x}) = \frac{w_x}{w}, \quad \cos(\vec{w}, \hat{y}) = \frac{w_y}{w}$$

ko'rinishida yoziladi.

v. Harakati tabiiy usulda berilgan nuqtaning tezlanishi

M nuqtaning tezlanish vektori binormal bo'yicha tashkil etuvchisi nolga teng: $W_b = 0$.



U holda nuqta tezlanishining tabiiy koordinata o'qlaridagi ifodasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\dot{\vec{W}} = \dot{\vec{W}}_t + \dot{\vec{W}}_n$$

ya'ni egri chiziqli harakatdagi nuqtaning tezlanishi urinma va normal tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng: shu sababli tezlanish vektori $\dot{\vec{W}}_t$ va $\dot{\vec{W}}_n$ larga kurilgan to'g'ri turtburchakning berilgan nuqtadan o'tuvchi diagonal bilan ifodalanadi.

Tezlanishning tabiiy koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari

$$w_t = \frac{dv_t}{dt}, \quad w_n = \frac{v^2}{r}, \quad w_b = 0 \quad (17)$$

formulalar yordamida aniqlanadi.

(17) da $v_t = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$, $v^2 = v_t^2 = \dot{s}^2$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$w_t = \ddot{s}, \quad w_n = \frac{\dot{s}^2}{r}, \quad w_b = 0$$

bu yerda r - chiziqlarning egrilik radiusi.

Tezlanish moduli

$$w = \sqrt{w_t^2 + w_n^2}$$

4. Nuqta harakatining xususiy hollari

a. To'g'ri chiziqli tekis harakat

Nuqtaning harakati davomida hamisha $\dot{w}_t = 0$, $\dot{w}_n = 0$, ya'ni $\dot{w} = 0$ bo'lsin. Bu holda (17) ga asosan $\frac{dv_t}{dt} = 0$, $\frac{v^2}{r} = 0$ bo'lib, ulardan $v = v_t = \text{const}$ va $r = \text{const}$ ekanligi kelib chiqadi.

Demak, ko'rilyotgan holda nuqta to'g'ri chiziqli tekis harakatda bo'ladi.

b. to'g'ri chiziqli o'zgaruvchan harakat

Nuqta harakati davomida $\dot{w}_t \neq 0$, $\dot{w}_n = 0$ bo'lsin.

Bunda $w_t = \frac{dv_t}{dt} \neq 0$ va $w_n = \frac{v^2}{r} = 0$ bo'lib, ulardan $v = |v_t| = \left| \frac{ds_t}{dt} \right| = |w_t|$ va $r = \text{const}$ ekanligi kelib chiqadi.

Demak, nuqtaning tezligi yo'nalish jihatdan o'zgarmay, faqat miqdor jihatdan o'zgaradi va to'g'ri chiziqli o'zgaruvchan harakatda bo'lib, tezlanishning moduli

$$w = |w_t| = \left| \frac{dv_t}{dt} \right| = |a_t|$$

formuladan aniqlanadi. Binobarin, urinma tezlanish tezlikning miqdor jihatdan o'zgarishini ifodalaydi.

v. Egri chiziqli tekis harakat

Biror vaqt oralig'i uchun $\dot{w}_t = 0$, $\dot{w}_n \neq 0$ bo'lsin.

Bu holda $w_t = \frac{dv_t}{dt} = 0$ va $w_n = \frac{v^2}{r} \neq 0$

Bundan $v = v_t = \text{const}$, $r \neq \text{const}$ kelib chiqadi.

$r \neq \text{const}$ shart harakat trayektoriyasi, egri chiziqdan iborat bo'lishini, $v = \text{const}$ shart esa nuqta tekis harakat qilishini ifodalaydi. Demak, bu holda nuqta egri chiziqli tekis harakat qiladi. Agar tezlikning urinmadagi proyeksiyasini v_0 bilan belgilasak,

$$v_t = v_0 = \frac{ds}{dt} \quad \text{ëku} \quad ds = v_0 dt \quad \text{hosil bo'ladi.}$$

$t=0$ da $s=s_0$ bo'lsin. Shu shart hamda $v_t = \text{const}$ ekanligini nazarda tutib, oxirgi tenglikni integrallasak,

$$s = s_0 + v_0 t \quad (19)$$

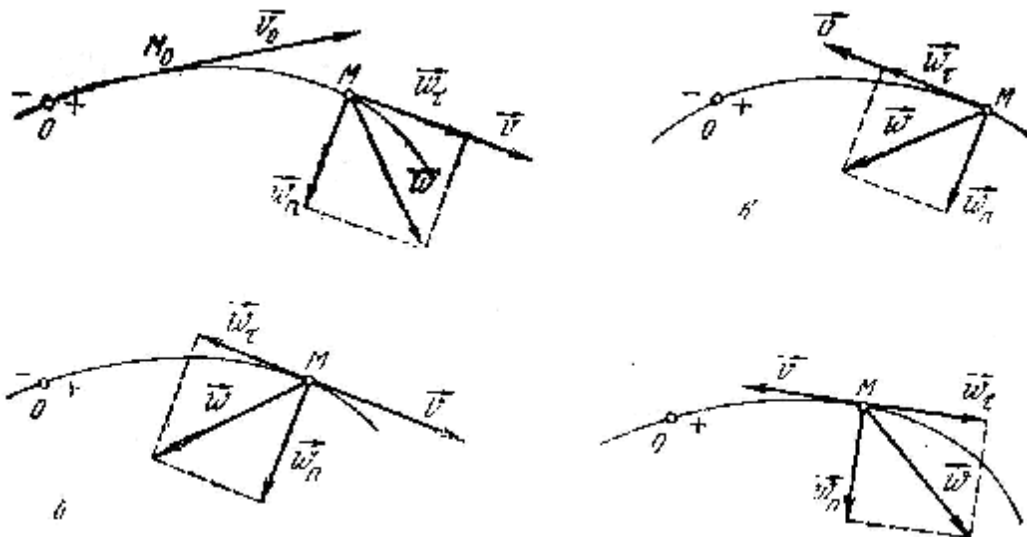
kelib chiqadi. (19) tenglama nuqtaning egri chiziqli tekis harakat tenglamasi deyiladi.

$$w = w_n = \frac{v^2}{r}$$

Shunday qilib, normal tezlanish egri chiziqli harakatda vujudga keladi va tezlikning yo'nalishi o'zgarishini ifodalaydi.

g. Egri chiziqli o'zgaruvchan harakat.

Biror vaqt oralig'i uchun $\vec{w}_t \neq 0$, $\vec{w}_n \neq 0$ bo'lsin. Bunda nuqtaning tezligi miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgaradi, ya'ni nuqta egri chiziqli o'zgaruvchan harakatda bo'ladi.



Agar $w_t = \text{const}$ bo'lsa, nuqta tekis o'zgaruvchan harakatda deyiladi.

v va w_t dyektorlarining yo'nalishi ustma-ust tushsa, nuqta egri chiziqli tezlanuvchan harakatda, ular qarama-qarshi yo'nalgan bo'lsa, nuqta egri chiziqli sekinlanuvchan harakatda bo'ladi.

$$w_t = \frac{dv_t}{dt} = \text{const} \quad \text{ëku} \quad dv_t = w_t dt.$$

$$v_t = v_o + w_t t, \quad v_t = \frac{ds}{dt}$$

ekanligini hisobga olib topamiz

$$s = s_o + v_o t + w_t \frac{t^2}{2} \quad (20)$$

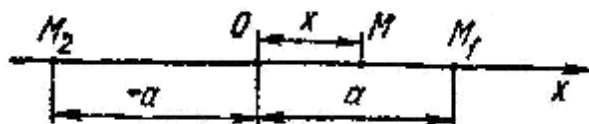
(20) tenglama *egri chiziqli tekis o'zgaruvchan harakat tenglamasini* ifodalaydi.

d. Garmonik tebranma harakat.

Koordinata boshi O ga nisbatan koordinatasi

$$x = a \sin \omega t \quad (21)$$

qono'nga ko'ra o'zgaruvchi M nuqtaning to'g'ri chiziqli harakatini tekshiramiz.



Nuqtaning tebranish markazidan eng katta masofaga chetga chikishini ifodalovchi kattalik *atebranish amplitudasi*, *wttebranish fazasi*, ω esa tebranishning *doiraviy chastotasi* deyiladi.

Nuqtaning bir marta to'liq tebranishi uchun ketgan vaqt oralig'i T *tebranish davri* deyiladi.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Tebranish davrining teskari qiymati $n = \frac{1}{T}$ *tebranish takrorligi* deyiladi va u 1 sekunddagi to'la tebranishlar sonini ifodalaydi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Nuqta kinematikasida qaysi asosiy masalalar ko'riladi?
2. Vektorning skalyar aniqlash usullari
3. Nuqtaning harakatini aniqlash usullari
4. Nuqtaning tezligi qanday aniqlanadi?
5. Nuqta tezlanishi qanday aniqlanadi?
6. Nuqta harakatining xususiy hollariga nimalar kiradi?

9-mavzu. QATTIQ JISM KINEMATIKASI

Asosiy savollar

1. Qattiq jismning erkinlik darajasi.
2. Qattiq jismning eng sodda harakatlari. Ilgarilanma harakat.
3. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati.
4. Jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati burchak tezligi va burchak tezlanishi
5. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jism nuqtasining chiziqli tezligi va tezlanishi

Tushuncha va tayanch iboralar.

Ilgarilama harakat, aylanma harakat, aylanish o'qi, burchak tezlik, burchak tezlanishi, tezlanuvchan va sekinlanuvchan aylanma harakat.

Dars maqsadi: Qattiq jism kinematikasiga oid ko'nikmalarini shakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Qattiq jismning erkinlik darajasi

Kirish qismida ko'rib o'tganimizdek, jismning harakati davomida uning nuqtalari orasidagi masofa o'zgarmay qolsa, bunday jismni absolyut qattiq jism yoki qattiq jism deb qabul qildik. Ba'zida qattiq jism bir qancha qismlardan (zvenolardan) iborat bo'ladi va har bir qismining (nuqtalarining) traektoriyalari, tezliklari hamda tezlanish-lari turlicha bo'ladi. Ayrim hollarda esa

tekshirilayotgan jism bir qancha jismlarga nisbatan harakatlanadi. Shu sababli qattiq jismning harakatini o'rganish uchun avvalo qattiq jismning harakatini berilish usullarini aniqlash va uning barcha nuqtalarining kinematik harakteristikasini aniqlashdan iborat. Boshqacha aytganda nuqta kinematikasida qo'yilgan „Nuqta kinematikaning ikki asosiy masalasi“ ni qattiq jism uchun yechishdan iborat.

Agar qattiq jismning barcha nuqtalarining biror sanoq sistemasiga nisbatan fazodagi o'rnini bir qiymatli aniqlovchi koordinatalari vaqtning funksiyasi ko'rinishda aniqlash mumkin bo'lsa, u holda qattiq jismning harakati berildi deb aytiladi. Lekin bu ta'rifdan bitta jism uchun uning har bir nuqtasining fazodagi o'rnini aniqlovchi cheksiz tenglamalar to'plami tuzish kerak deb tushunmaslik kerak. Balki qattiq jism nuqtalarining harakatini to'la aniqlaydigan tenglamalar sonini aniqlash kerak. Buning uchun avvalo jismning „erkinlik darajasi“ ni aniqlash kerak. Shu sababli jismning erkinlik darajasi tushunchasini kiritamiz.

Qattiq jismning fazodagi o'rnini (konfiguratsiyasi) bir qiymatli aniqlovchi erkli parametrlar soniga jismning erkinlik darajasi deyiladi.

Endi ba'zi jismlarning erkinlik darajasini aniqlashni ko'rsatamiz. Fazoda erkin harakatlanuvchi qattiq jismning erkinlik darajasi oltiga teng. Haqiqatdan ham bu jismda bitta to'g'ri chiziqda yotmagan uchta $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$ va $C(x_C, y_C, z_C)$ nuqtalarning fazodagi o'rnini to'qqizta koordinata bilan aniqlanadi. Lekin bu nuqtalar orasidagi masofa o'zgarmay qolishini hisobga olsak, ya'ni ular orasidagi masofa

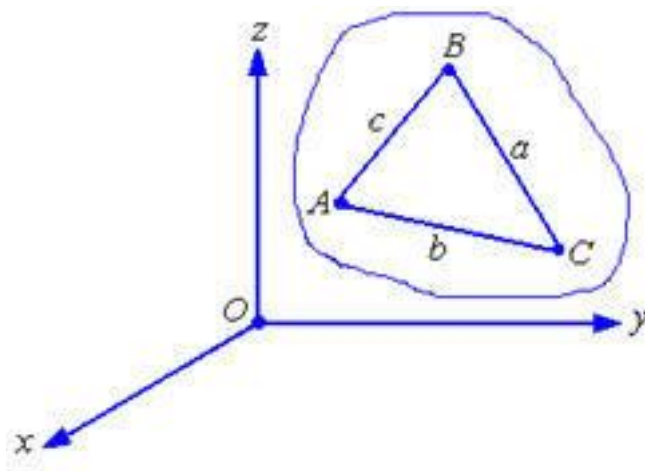
$$\begin{aligned}(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 &= a^2, \\(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2 &= b^2, \\(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 &= c^2,\end{aligned}\quad (9.1)$$

Shartlarni qanoatlantirishi kerak. Demak, to'qqizta koordinatadan uchta chiziq-li bog'liq va oltitasi chiziqli erkli bo'ladi (2.21-rasm).

Kelgusida (9.1) tenglamalarni bog'lanish tenglamalari deb ataymiz. Agar jismning erkinlik darajasini s bilan belgilasak, u holda jismning erkinlik darajasi

$$s = 3N - a \quad (9.2)$$

formula bilan aniqlanib, bunda N - jismdagi nuqtalar (qismlari) soni va a - bog'lanish tenglamalari sonini bildiradi. Demak, erkin jism uchun:

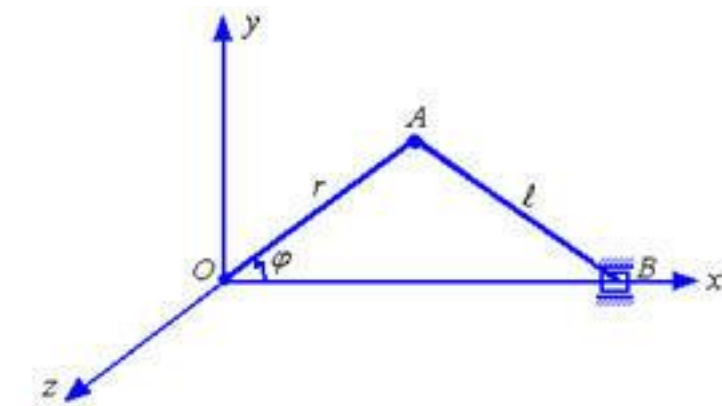


$$s = 3 \cdot 3 - 3 = 6$$

Agar yana bitta qo'shimcha nuqta olsak, ya'ni $M(x_M, y_M, z_M)$ va nuqta bilan A, B, C nuqtalar orasidagi masofalarni oltita bog'lanish tenglamalari orqali ifodalash mumkin. U holda $s = 3 \cdot 4 - 3 = 6$. Demak, erkin harakatlanuvchi jismning ixtiyoriy tanlab olingan sanoq sistemasiga nisbatan fazodagi o'rnini oltita erkli koordinatalar orqali aniqlash mumkin. Bunday koordinatalar uchun qattiq jismning

massalar markazini koordinatalari x_C, y_C, z_C va j, y, q - Eyler burchaklari qabul qilinadi.

Moddiy nuqtaning fazodagi o'rnini uchta erkli koordinata orqali aniqlash mumkin.



Endi krivoship-shatunli mexanizmning erkinlik darajasini aniqlashni ko'rsatamiz (2.22-rasm). A va B nuqtalarning koordinatalarini mos holda $x_A, y_A, z_A, x_B, y_B, z_B$ deb qabul qilsak, u holda bog'lanish tenglamalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} z_A &= 0, \quad z_B = 0, \quad y_B = 0, \\ x_A^2 + y_A^2 + z_A^2 &= r^2, \\ (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 &= l^2. \end{aligned} \quad (9.3)$$

Demak krivoshipli-shatunli mexanizmning erkinlik darajasi

$$s = 2 \cdot 3 - 5 = 1$$

teng va bitta erkli koordinata uchun krivoship-shatunli mexanizmning burilish burchagi j ni qabul qilish mumkin.

Endi 2.23-rasmda ko'rsatilgan qurilmani erkinlik darajasini aniqlay-lik. z qi atrofida doimiy w burchak tezlik bilan aylanuvchi OM sterjen bo'ylab prujina bilan biriktirilgan va B nuqtalar erkin harakatlanadi. A, B nuqtalar va OM sterjenni bitta sistema deb, qabul qilsak, bu sistema uchun bog'lanish tenglamalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} x_A \cdot \sin w \cdot t - y_A \cdot \cos w \cdot t &= 0, \\ x_B \cdot \sin w \cdot t - y_B \cdot \cos w \cdot t &= 0, \\ z_A &= 0, \quad z_B = 0. \end{aligned}$$

U holda sistemaning erkinlik darajasi $S = 6 - 4 = 2$.

Kelgusida qattiq jism nuqtasining tezligining (tezlanishining) son qiymati va yo'nalishi berilgan bo'lsa, u holda jismning tezligi (tezlanishi) to'la aniqlangan deb qabul qilamiz.

Shunday qilib, qattiq jism uchun yuqorida qo'yilgan kinematikaning ikki asosiy masalasini yechish uchun:

1. Jismning erkinlik darajasini aniqlash.
2. Jismning erkinlik darajasi soniga mos holda erkli parametrlar kiritish.
3. Erkli parametrlar soniga mos holda jismning harakat tenglamalarini aniqlash.
4. Aniqlangan harakat tenglamalaridan jism nuqtalarining tezlik va tezlanishini aniqlash.

Qattiq jismning nuqtalari (qismlari) turlicha traektoriya va tezlik bo'yicha haraktlanganligi sababli ularning kinematik harakteristikasi-ni o'rganishni soddalashtirish maqsadida harakatlarni quyidagicha ko'rinishlarga ajratamiz:

1. Qattiq jismning ilgari lanma harakati.
2. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakati.
3. Qattiq jismning tekis parallel harakati.
4. Qattiq jismning sferik harakati.
5. Qattiq jismning murakkab harakati.

Quyida bu harakatlarning har biri uchun kinematikaning ikki asosiy masalasini echilishini ko'rsatamiz.

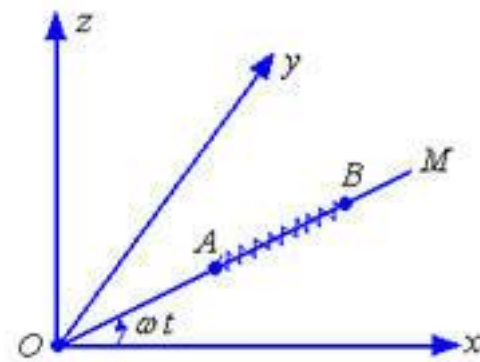
2. Qattiq jismning eng sodda harakatlari. Ilgarilanma harakat

Jismda olingan har qanday kesma harakat davomida doimo o'zining boshlang'ich holatiga parallel ravishda harakatlansa, jismning bunday harakati *ilgarilama harakat* deyiladi.

Masalan, paravoz g'ildiraklarini tutashtiruvchi AV sparnik yoki velosipednig AV pedali ilgarilama harakatda bo'ladi.

Teorema. *Ilgarilama harakatdagi jismning hamma nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi va har onda bir xil tezlik va bir xil tezlanishga ega bo'ladi.*

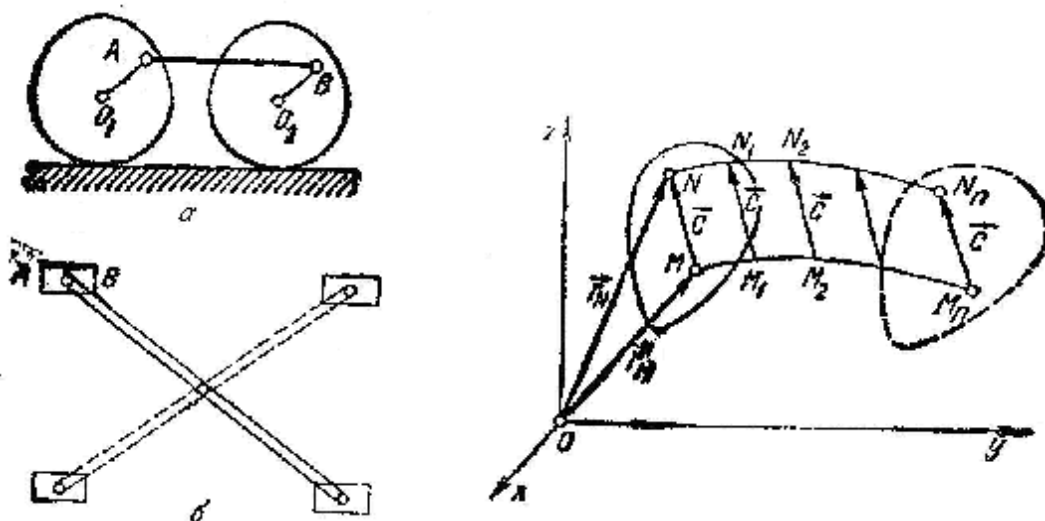
Shunday qilib, jismning ilgarilama harakati uning ixtiyoriy nuqtasi harakati bilan aniqlanadi.



Oxuz koordinatalar sistemasiga nisbatan ilgarijama harakatdagi qattiq jismning harakat tenglamasini chiqarish uchun jismning ixtiyoriy M nuqtasini olib, uning koordinatalarini X_M, Y_M, Z_M bilan belgilaymiz. Jism harakatlanganda bu koordinatalar vaqtning funksiyasi sifatida o'zgaradi

$$X_M = f_1(t), \quad Y_M = f_2(t), \quad Z_M = f_3(t) \quad (1)$$

(1) tenglama M nuqtaning harakat tenglamasi bo'lib, jismning ilgarijama harakat tenglamasini ham ifodalaydi.

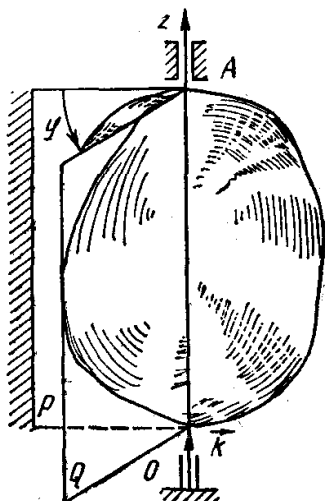


3. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati

Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat tenglamasi.

Ikkinuqtasidoimo qo'zg'almasdan qoladigan jismning harakati qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat deyiladi. Qo'zg'almas nuqtalardan o'tuvchi o'qaylanish o'qideyiladi.

Turbinalardiski, generatorlarning rotorlari, stanoklarning maxovigikabimashinavamekanizmlarning harakati qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismning aylanish o'qideyiladi. Jismning aylanish o'qideyiladi. Aylanish o'qideyiladi. Aylanish o'qideyiladi. Aylanish o'qideyiladi.



Jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatining kinematik tenglamasini aniqlash uchun aylanish o'qiga biriktirilgan qo'zg'almas R tekislikni hamda jismga biriktirilgan va u bilan birga aylanuvchi Q tekislikni o'tkazamiz. Bu tekisliklar orasidagi j burchak jismning *aylanishburchagi* deyiladi.

Ozaylanish o'qi birlik vektori $\vec{k}$ ning uchidan qaraganda j burchakning o'zgarishi soat strekasi harakati yo'nalishiga teskari bo'lsa, aylanish burchagini musbat, aks holda manfiy olinadi. Agar jismning aylanish soni N ma'lum bo'lsa, aylanish burchagi $j = 2\pi N$ formula yordamida aniqlanadi.

Aylanish burchagi j ning miqdor va yo'nalishi ma'lum bo'lsa, Q tekislikning P tekislikka nisbatan holatini aniqlash mumkin.

Jism Oz o'q atrofida aylanganda uning aylanish burchagi j vaqtning funksiyasi sifatida o'zgaradi:

$$j = j(t). \quad (2)$$

Bu tenglama jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatining kinematik tenglamasi deyiladi.

4. Jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati burchak tezligi va burchak tezanishi

Jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatining t vaqtdagi aylanish burchagini j , $t_1 = t + Dt$ vaqtdagi aylanish burchagini $j_1 = j + Dj$ bilan belgilaylik. $Dt = t_1 - t$ vaqt oralig'ida jism $Dj = j_1 - j$ burchakka buriladi.

Dj ning Dt ga nisbati jismning Dt vaqtdagi o'rtacha burchak tezligi deyiladi.

Jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatining berilgan ondagi burchak tezligini topish uchun o'rtacha burchak tezligining Dt nolga intilgandagi limitini olamiz:

$$w_{\text{a}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta j}{\Delta t} = \frac{dj}{dt}$$

yoki $w_z = \dot{j}.$ (3)

Shunday qilib, jismning burchak tezligi aylanish burchagidan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng.

j burchakning o'zgarish qonuniga mos ravishda ω_z burchak tezligi musbat yoki manfiy qiymatga ega bo'lishi mumkin. Burchak tezlikning modulini ω bilan belgilaymiz: $w = |\dot{j}|$.

Aylanish burchagi radianda, vaqt esa sekund (s) da o'lchanganidan, burchak tezlikning o'lchov birligi rad/s yoki s^{-1} bo'ladi.

Jism harakati davomida uning burchak tezligi $\omega_z = \omega_0$ o'zgarmay qolsa, jism tekis aylanma harakatda deyiladi.

Bu holda $\frac{dj}{dt} = w_0 = \text{const}$ *ëku* $dj = w_0 dt$ bo'ladi.

Vaqt 0 dan t gacha o'zgarganda aylanish burchagi j_0 dan j gacha o'zgarishini e'tiborga olib, oxirgi tenglikni integrallasak,

$$j = j_0 + w_0 t \quad (5)$$

bo'ladi. (5) ifoda jism *tekis aylanma harakatining tenglamasi* deyiladi.

Jism tekis aylanma harakatda bo'lsa, texnikada ko'pincha uning bir minutdagi aylanishlar sonidan foydalaniladi. Jism bir marta to'la aylanganda aylanish burchagi $j = 2p$ bo'ladi. Jism bir minutda n marta aylansa, tekis aylanma harakat burchak tezligi quyidagicha aniqlanadi:

$$\omega = \frac{2pn}{60} = \frac{pn}{30}, \text{ } c^{-1} \quad (6)$$

Vaqt birligi ichida jism burchak tezligining o'zgarishi bilan xarakterlanadigan kattalikka jismning *burchak tezlanishi* deyiladi.

Jismning aylanma harakatdagi burchak tezlanishi burchak tezligidan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosilaga yoki aylanish burchagidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi hosilaga teng bo'ladi va odatda ϵ bilan belgilanadi.

$$\epsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dj}{dt} \right) = \frac{d^2 j}{dt^2} \quad (7)$$

Burchak tezlanish rad/s^2 yoki $1/s^2$ bilan o'lchanadi.

(7) da $\frac{d\omega}{dt}$ hosilaning ishorasi, jism aylanma harakati burchak tezligining orta borish yoki kamayishini xarakterlaydi. Agar $\frac{d\omega}{dt} > 0$ bo'lsa, ω orta boradi va bunday harakat *tezlanuvchan aylanma harakat*; $\frac{d\omega}{dt} < 0$ bo'lsa, ω kamaya boradi va bunday harakat *sekilanuvchan aylanma harakat* deyiladi.

Agar harakat davomida $\epsilon = \epsilon_0 = const$ bo'lsa, jismning bunday harakati *tekis o'zgaruvchan aylanma harakat* deyiladi.

(7) ni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$d\omega = \epsilon_0 dt.$$

Bu tenglikni integrallab, $\omega = \epsilon_0 t + s_1$ ni hosil qilamiz.

$t=0$ da $\omega = \omega_0$ bo'lsa, $s_1 = \omega_0$ bo'ladi. U holda tekis o'zgaruvchan aylanma harakat burchak tezligi

$$\omega = \omega_0 + \epsilon t \quad (8)$$

formuladan aniqlanadi.

$$\omega = \frac{dj}{dt} \text{ ni hisobga olsak } dj = (\omega_0 + \epsilon t) dt$$

Bu tenglikni integrallasak

$$j = \omega_0 t + \frac{\epsilon t^2}{2} + c_2 \text{ bo'ladi.}$$

$t=0$ da $j = j_0$ bo'lsa, oxirgi tenglikdan $c_2 = j_0$ bo'lishini ko'ramiz.

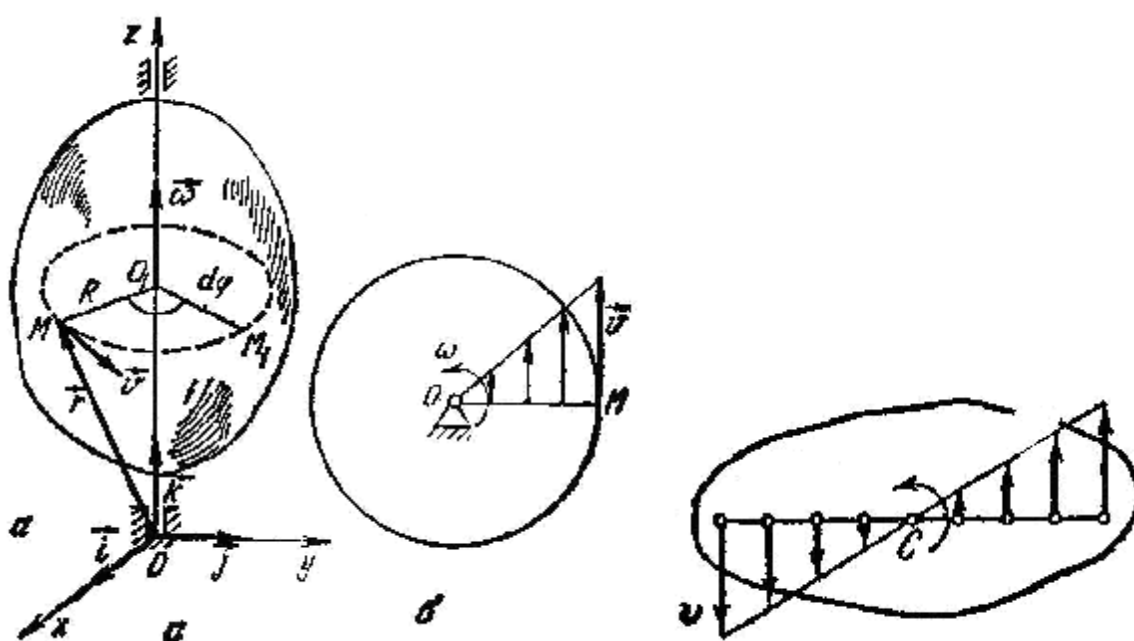
U holda

$$j = j_0 + \omega_0 t + \frac{e t^2}{2} \quad (9)$$

Bu tenglama jismning qo'zg'almas o'q atrofida *tekis o'zgaruvchan aylanma harakat tenglamasini* ifodalaydi.

5. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jism nuqtasining chiziqli tezligi va tezlanishi

Jismning aylanish o'qidan R masofada joylashgan M nuqtasini olamiz. Jism aylanish o'qi atrofida aylanganda M nuqta radiusi R ga teng, markazi aylanish o'qining S nuqtasida joylashgan aylana chizadi.



Biror t vaqtda mazkur nuqta M holatda bo'lib, dt vaqt o'tgandan keyin u trayektoriya bo'ylab M_1 holatga ko'chsin. Shu dt vaqt ichida jism o'q atrofida dj burchakka aylanadi. Nuqta esa trayektoriya bo'ylab $ds = R dj$ yoyni bosib o'tadi. Bunda

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{dj}{dt} = R\omega \quad (10)$$

Bu formula yordamida aniqlanadigan v tezlik jism nuqtasining *chiziqli tezligi* deyiladi.

Shunday qilib, qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi jism ixtiyoriy nuqtasi harakatdagi jism ixtiyoriy nuqtasi chiziqli tezligining miqdori jism burchak tezligining mazkur nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofaga ko'paytmasiga teng. Chiziqli tezlik M nuqta chizgan aylanaga harakat yo'nalishi bo'yicha o'tkazilgan urinma bo'yicha yo'naladi.

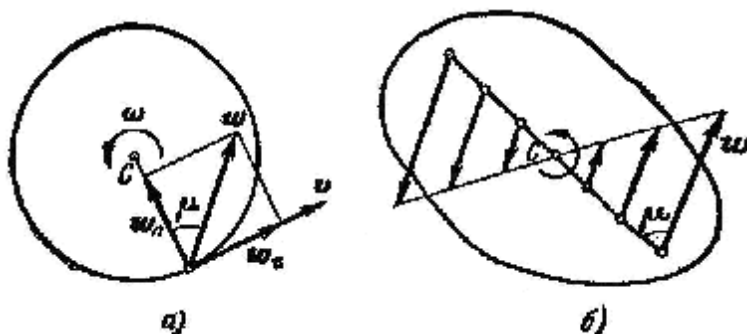
Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriylari aylanalardan iborat bo'lgani uchun, M nuqtaning tezlanishi urinma va normal tezlanishlardan iborat bo'ladi.

$$w_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{ea} \quad w_n = \frac{v^2}{r}$$

Kurilayotgan holda $r=R$ va $v=Rw$ bo'lgani uchun

$$w_t = \frac{d}{dt}(R-w) = R \cdot e, \quad (11)$$

$$w_n = \frac{(R-w)^2}{R} = w^2 \cdot R. \quad (12)$$



Ba'zida $\vec{w}_t$ ni aylanma tezlanish, $\vec{w}_n$ ni esa markazga intilma tezlanishi deb yuritiladi.

Tezlanishning miqdori

$$w = \sqrt{w_t^2 + w_n^2} = R\sqrt{e^2 + w^4} \quad (13)$$

va mazkur tezlanishning yo'nalishi

$$\operatorname{tg} m = \frac{|e|}{w^2} \quad (14)$$

topiladi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Ilgarilanma harakat deb qanday harakatga aytiladi?
2. Qanday harakatga jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati deyiladi?
3. Tekis aylanma harakat nima?
4. Aylanma harakatdagi jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi ifodalarini ko'rsating
5. Aylanma harakatdagi jismning chiziqli tezligi va tezlanishi ifodalarini ko'rsating

10-mavzu. QATTIQ JISMNING TEKIS PARALLEL HARAKATI

Asosiy savollar

1. Qattiq jismning tekis parallel harakati va uning erkinlik darajasi.
2. Tekis parallel harakatdagi qattiq jism nuqtalarining tezliklarini aniqlash usullari.
3. Tezliklar oniy markazi.
4. Tezliklar plani.
5. Qo'zg'almas va qo'zg'aluvchan sentroidalar.
6. Tekis parallel harakatdagi qattiq jism nuqtalarining tezlanishlarini aniqlash. Tezlanishlar oniy markazi.

Tushuncha va tayanch iboralar

Tekis parallel harakat, tekis shaklning harakattekisligi, tezliklar oniy markazi, sentroidalar, tezlanishlar oniy markazi.

Dars maqsadi: Qattiq jismning tekis parallel harakatini bo'yicha bilimlarini chuqurlashtirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

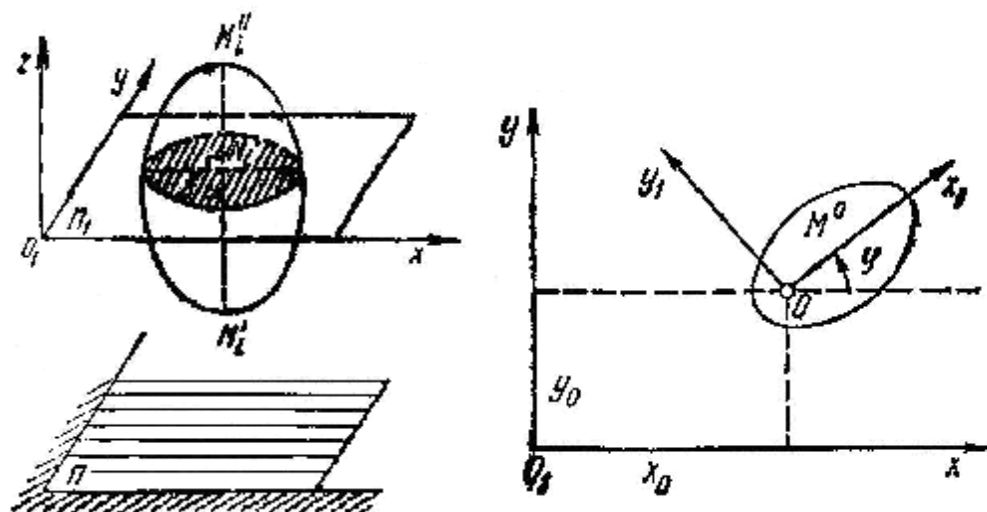
1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Qattiq jismning tekis parallel harakati va uning erkinlik darajasi

Barcha nuqtalari berilgan qo'zg'almas tekislikka parallel tekisliklarda harakatlanuvchi jismning harakatiga tekis parallel harakat deyiladi.

Jismning tekis parallel harakatiga misol tarikasida vagon gildiragining to'g'ri chiziqli izda dumalalishni yoki bir tekislikda harakatlanuvchi mashina va mexanizm qismlarining harakatini keltirish mumkin.

Jismning tekis parallel harakatini aniqlash uchun berilgan qo'zg'almas tekislikni P bilan belgilaylik. Jismni P tekislikka parallel bo'lgan P_1 tekislik bilan fikran kesish natijasida hosil bo'lgan kesimni S bilan belgilab, uni tekis shakl deb ataymiz. Tekis parallel harakat ta'rifiga ko'ra, jismning harakati davomida bu tekis shakl doimo qo'zg'almas P tekislikka parallel bo'lgan P_1 tekislikda harakatlanadi.



Jismda olingan, P_1 tekislikka perpendikulyar (yoki O_1z o'qqa parallel), MM kesma ilgarilama harakatda bo'ladi, barcha nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi hamda har onda bir xil tezlik va bir xil tezlanishiga ega bo'ladi.

Shu sababli $M'M''$ chiziqning harakatini o'rganish o'rniga uning tekis shaklga taalluqli M nuqtasini, yoki (ya'ni) jismning tekis parallel harakatini o'rganish o'rniga S tekis shaklning harakatini aniqlash yetarli bo'ladi. S yuza harakatlanadigan P_1 tekislik tekis shaklning harakat tekisligi deyiladi.

Harakat tekisligidagi O_1xu qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan tekis shaklning harakatini tekshirish uchun tekis shaklda qutb deb ataladigan O nuqtani olib, bu nuqtada tekis shaklga biriktirilgan Ox_1u_1 koordinatalar sistemasini o'tkazamiz. Agar $O(x_0, u_0)$ nuqtaning koordinatalari va Ox_1 qo'zg'aluvchi o'q bilan O_1x qo'zg'almas. O'q orasidagi φ burchak ma'lum bo'lsa, u holda qo'zg'aluvchi Ox_1u_1 ning holati, binobarin, tekis shaklning harakat tekisligidagi holati ma'lum bo'ladi. Shu sababli tekis shaklning harakat tenglamasini quyidagicha yozish mumkin.

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= f_1(t) \\ y_0 &= f_2(t) \\ j_0 &= f_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1) tenglamalar tekis shakl harakatining kinematik tenglamalari yoki *jism tekis parallel harakatining tenglamalari* deyiladi.

(1) tenglamadagi birinchi ikkita tenglama qutbning harakatini, uchinchi esa tekis shaklning qutb atrofidagi aylanish qonunini ifodalaydi.

Aylanish burchagi j dan vaqt bo'yicha olingan hosila tekis shaklning burchak tezligi deyiladi va w_z bilan belgilanadi:

$$w_z = \frac{dj}{dt}.$$

Tekis shakl burchak tezligidan vaqt bo'yicha olingan hosila tekis shaklning burchak tezlanishi deyiladi va e_z bilan belgilanadi:

$$e_z = \frac{dw_z}{dt} = \frac{d^2j}{dt^2}.$$

Tekis shaklning burchak tezligi va burchak tezlanishi qutbning tanlab olinishiga bog'liq bo'lmaydi.

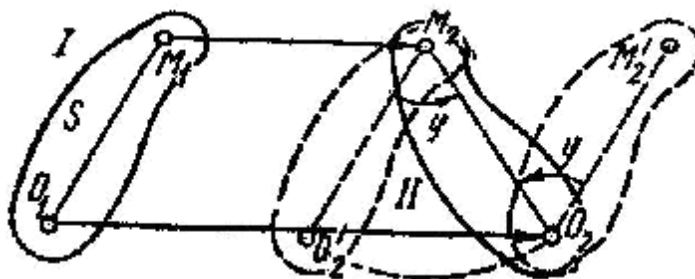
Alohida ahamiyatga molik bo'lgan quyidagi ikki holni ko'ramiz.

1. Agar $x_0 = \text{const}$, $y_0 = \text{const}$ bo'lsa, qutb qo'zg'almay, vaqtning o'tishi bilan faqat ω burchak o'zgaradi. Bu holda tekis shakl harakat tekisligiga perpendikulyar ravishda O nuqtadan o'tuvchi o'q atrofida aylanadi. Binobarin, qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati tekis parallel harakatning xususiy holi hisoblanadi.

2. Agar $j = \text{const}$ bo'lsa, faqat qutbning koordinatalari vaqtning funksiyasi sifatida o'zgaradi hamda qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasi o'zining boshlang'ich holatiga parallel ravishda harakatlanadi. Bunda tekis shakl hamda qattiq jism ilgarilama harakatda bo'ladi.

2. Tekis parallel harakatdagi qattiq jism nuqtalarining tezliklarini aniqlash usullari

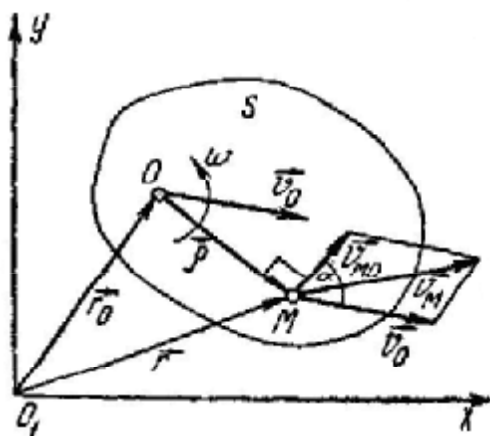
Teorema. Tekis shaklning o'z tekisligidagi har qanday ko'chishini qutb bilan birgalikdagi ilgarilama ko'chish hamda qutb atrofidagi aylanma ko'chishdan tashkil topgan deb qarash mumkin.



Tekis shakl OM kesmasining t_1 va t_2 ixtiyoriy paytdagi holatlarini mos ravishda O_1M_1 va O_2M_2 bilan belgilaylik. O nuqtasi qutb uchun qabul qilib, tekis shaklga shunday ilgarilama ko'chish beramizki, natijada uning O_1 nuqtasi O_2 bilan ustma-ust tushsin, M_1 nuqta M_2 holatni egallasin. Tekis shaklning ilgarilama ko'chishi O_1O_2 vektor bilan aniqlanadi. So'ngra tekis shaklni o'z harakat tekisligida O_2 qutb atrofida φ burchakka aylantirsak, O_2M_2 kesma O_2M_2 holatga o'tadi va tekis shakl II holatni egallaydi. Tekis shaklning ilgarilama harakati qutbga bog'liq bo'ladi, qutb atrofida aylanish burchagi esa qutbni tanlashga bog'liq bo'lmaydi.

Tekis shakl nuqtalarining tezliklari. Teorema 1. Tekis shakl ixtiyoriy M nuqtasining tezligi qutbning tezligi bilan M nuqtaning qutb atrofida aylanishdagi chiziqli tezligining geometrik yig'indisiga teng.

O va M nuqtalarning qo'zg'almas Oxu koordinatalar sistemasiga nisbatan radius-vektorlari mos ravishda $\vec{r}_o$ va $\vec{r}$ bo'lsin. M nuqtaning O qutbga nisbatan radius-vektorini $\vec{r}$ bilan belgilaylik.



U holda

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}} &= \dot{\mathbf{r}}_O + \dot{\mathbf{r}} \\ \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \frac{d\mathbf{r}_O}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt}\end{aligned}$$

$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_M$ va $\frac{d\mathbf{r}_O}{dt} = \mathbf{v}_O$ mos ravishda M va O nuqtalarning O_1 xu koordinatalar sistemasiga nisbatan tezliklari.

$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_{MO}$ esa M nuqtaning O qutbdan o'tuvchi o'q atrofida aylanishidagi chiziqli tezligi.

$$\dot{\mathbf{v}}_{MO} = \dot{\mathbf{w}} \times \mathbf{r}, \quad \dot{\mathbf{v}}_{MO} = w \cdot r.$$

Shunday qilib

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{v}}_M &= \dot{\mathbf{v}}_O + \dot{\mathbf{v}}_{MO} \\ \dot{\mathbf{v}}_{MO} &= \dot{\mathbf{v}}_O + \dot{\mathbf{w}} \times \mathbf{r}\end{aligned} \quad (2)$$

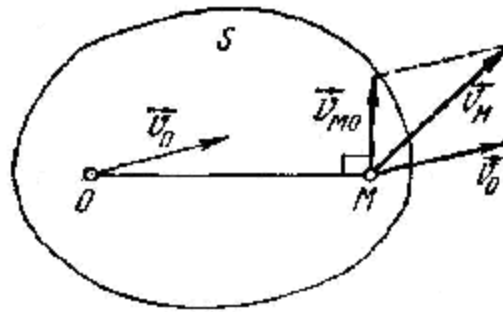
Tekis shakl nuqtasining tezligini (2) formula vositasida aniqlashga qutb usulida aniqlash deyiladi.

Agar $\dot{\mathbf{v}}_O$ va $\dot{\mathbf{v}}_{MO}$ va ular orasidagi burchak α berilgan bo'lsa, kosinuslar teoremasidan foydalanib M nuqta tezligining miqdori topiladi.

$$v_M = \sqrt{v_O^2 + v_{MO}^2 + 2v_O v_{MO} \cos \alpha} \quad (3)$$

Teorema 2. Tekis shakl ikkita nuqtasi tezliklarining shu nuqtalardan o'tuvchi o'qdagi proyeksiyalari o'zaro teng.

$$\dot{\mathbf{v}}_M = \dot{\mathbf{v}}_O + \dot{\mathbf{v}}_{MO}$$



Bu ifodani OM o'qqa proyeksiyalaymiz:

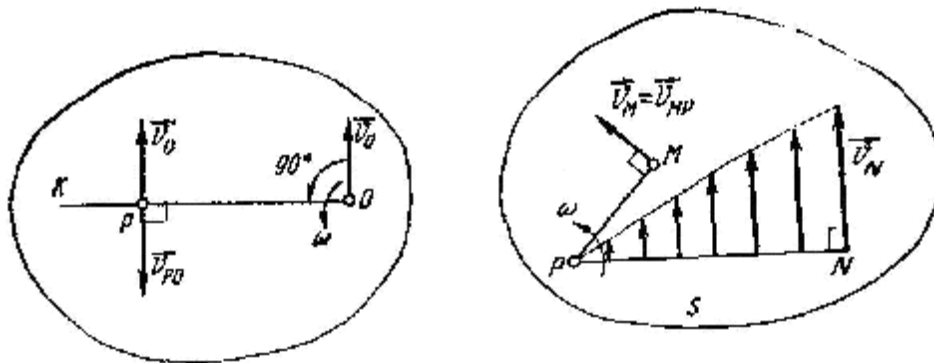
$$\begin{aligned} \Pi P_{OM} \vec{r}_M &= \Pi P_{OM} \vec{r}_O + \Pi P_{OM} \vec{r}_{MO} \\ \Pi P_{OM} \vec{r}_{MO} &= 0 \\ \Pi P_{OM} \vec{r}_M &= \Pi P_{OM} \vec{r}_O \end{aligned} \quad (4)$$

(4) ifoda yordamida tekis shakl nuqtasining tezligini aniqlashga proyeksiya usuli bilan aniqlash deyiladi.

3. Tezliklar oniy markazi

Tekis shaklning berilgan onda tezligi nolga teng bo'lgan nuqtasi tezliklar oniy markazi yoki aylanish oniy markazi deyiladi.

Teorema. Agar tekis shaklning burchak tezligi noldan farqli bo'lsa, tezliklar oniy markazi mavjud bo'ladi.



Berilgan onda burchak tezligi $\omega_z = \dot{\varphi}$ bo'lgan tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezligi $\vec{v}_O$ ga teng bo'lsin. O nuqtani qutb deb olamiz va burchak tezlikning ishorasiga qarab tekis shaklning qutb atrofidagi aylanish yo'nalishini aniqlaymiz. Agar $\omega_z = \dot{\varphi} > 0$ bo'lsa, tekis shakl O nuqta atrofida soat strelkasi aylanishiga teskari, $\omega_z < 0$ bo'lsa, soat strelkasi aylanadigan yo'nalishda aylanadi $\omega_z > 0$ deb qarab aylanish yo'nalishi bo'yicha $\vec{v}_O$ tezlik vektorini O atrofida to'g'ri burchakka burish bilan olingan OK chiziqda yotuvchi va

$$PO = \frac{v_O}{\omega}$$

tenglikka binoan aniqlanadigan R nuqtaning tezligini hisoblaymiz.

$$\dot{\mathbf{v}}_P = \dot{\mathbf{v}}_O + \dot{\mathbf{v}}_{PO}$$

$$v_{PO} = w \cdot PO = \frac{v_o}{w} \cdot w = v_o$$

$$\dot{\mathbf{v}}_P = \dot{\mathbf{v}}_O + \dot{\mathbf{v}}_{PO} = 0$$

Demak, tezligi nolga teng bo'lgan tezliklar oniy markazi mavjud ekan.

Agar R nuqtani qutb deb olsak, $\dot{\mathbf{v}}_P = 0$

$$\dot{\mathbf{v}}_M = \dot{\mathbf{v}}_P + \dot{\mathbf{v}}_{MP} = \dot{\mathbf{v}}_{MP}$$

Bunda $\dot{\mathbf{v}}_{MP} = w \cdot PM$ yoki

$$v_M = w \cdot PM$$

$$w = \frac{v_M}{PM}$$

$$v_N = w \cdot PN = v_M \frac{PN}{PM}$$

$$\frac{v_N}{v_M} = \frac{PN}{PM}$$

Ya'ni tekis shakl nuqtalarining tezliklari shu nuqtalardan tezliklar oniy markazigacha bo'lgan masofalarga to'g'ri proporsional bo'ladi.

4. Tezliklar plani

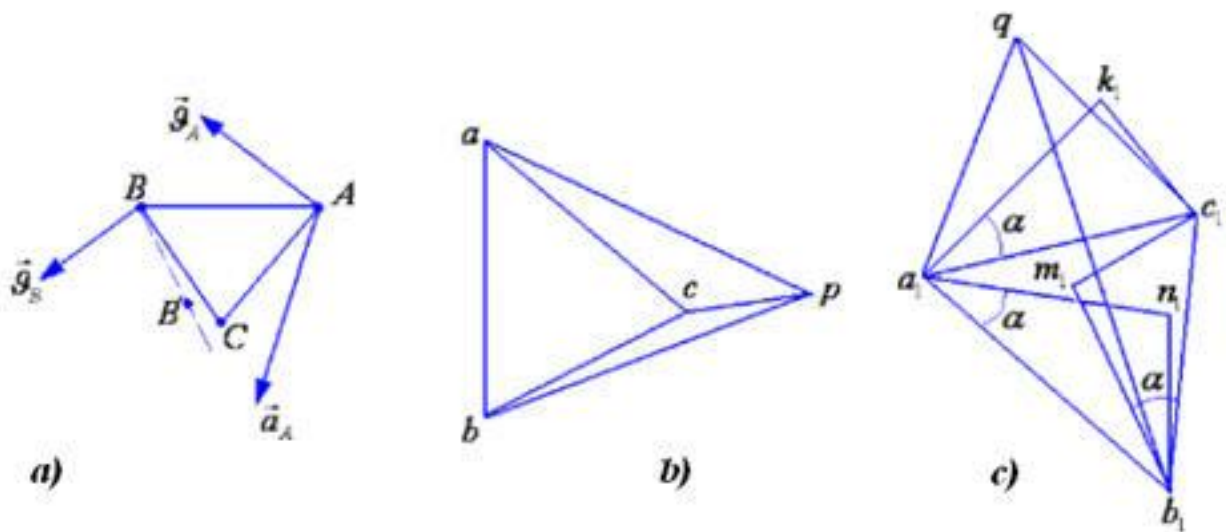
Aytaylik, 2.51, *a*-rasmida ko'rsatilgan tekis shakl nuqtalarining tezliklari, *A* nuqtaning $\bar{a}_A$ tezlanishi va *B* nuqtaning tezlanishi BB' ma'lum bo'lsin. 2.51, *b*-rasmida tezliklar plani qurilgan. *B* va *C* nuqtalarning tezlanishlarini grafik usulda aniqlaymiz. (2.107) tenglikka asosan *B* nuqtaning tezlanishi uchun

$$\dot{\mathbf{a}}_B = \dot{\mathbf{a}}_A + \dot{\mathbf{a}}_{BA}^{ay} + \dot{\mathbf{a}}_{BA}^m$$

o'rinli bo'lib, bunda $\dot{\mathbf{a}}_A$ ning yo'nalishi va son qiymati hamda $\dot{\mathbf{a}}_{BA}^{ay}$ vektorning yo'nalishi ma'lum ($\dot{\mathbf{a}}_{BA}^{ay} \perp AB$). $\dot{\mathbf{a}}_{BA}^m$ tezlanishning moduli

$$a_{BA}^m = \frac{J_{BA}^2}{AB} = \frac{(ab)^2}{AB} = w^2 \cdot AB$$

teng bo'lib, uning yo'nalishi, *AB* ga parallel yo'nalgan bo'ladi. $\dot{\mathbf{a}}_B$ tezlanish esa BB' bo'yicha yo'nalgan. Shu sababli *B* nuqtaning tezlanishini grafik usulda aniqlash mumkin.



a_A tezlanishga mos masshtabda ixtiyoriy q nuqtadan $\overrightarrow{qa_1}$ vektorni $\vec{a}_A$ vektorga parallel qilib yo'naltiramiz. $\vec{a}_{BA}^m$ vektorga teng qilib AB ga parallel holda $\overrightarrow{a_1n}$ vektorni yo'naltiramiz. n_1 nuqta orqali AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib $\vec{a}_{BA}^{ay}$ vektorni ifodalovchi to'g'ri chiziqni chiqaramiz. So'ngra q nuqtadan BB' to'g'ri chiziqqa parallel qilib to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Bu chiziq bilan $\vec{a}_{BA}^{ay}$ uchun o'tkazilgan to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasini b_1 bilan belgilaymiz (2.51, c-rasm).

Shunday qilib, $\overrightarrow{qb_1} = \vec{a}_B$, $\overrightarrow{n_1b_1} = \vec{a}_{BA}^{ay}$, $\overrightarrow{a_1n_1} = \vec{a}_{BA}^m$ va $\overrightarrow{a_1b_1} = \vec{a}_{BA}$ vektorlarni qurdik. Qabul qilingan masshtab va vektorlar uzunliklari asosida $\vec{a}_B$, $\vec{a}_{BA}^{ay}$, $\vec{a}_{BA}^m$ va $\vec{a}_{BA}$ vektorlarning son qiymatlarini aniqlash mumkin.

Endi C nuqtaning tezlanishini aniqlaymiz. Buning uchun (2.107) tenglikka asosan

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^{ay} + \vec{a}_{CA}^m, \quad \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^{ay} + \vec{a}_{CB}^m, \quad (2.111)$$

tengliklarni olamiz. Bu tengliklarda C nuqtaning tezlanishining yo'nalishi va son qiymati berilmagani sababli (2.111) tengliklardan C nuqtaning tezlanishini aniqlay olmaymiz. Shuning uchun (2.111) tenglikning har ikki tenglamasining o'ng tomonlarini o'zaro tenglashtiramiz:

$$\vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^{ay} + \vec{a}_{CA}^m = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^{ay} + \vec{a}_{CB}^m. \quad (2.112)$$

Bu tenglamada $\vec{a}_{CB}^m$ tezlanishning yo'nalishi C nuqtadan B nuqta tomon yo'nalgan bo'lib, uning moduli

$$a_{CB}^m = \frac{J_{CB}^2}{BC}$$

Bundan tashqari $\vec{a}_{CB}^{ay}$ tezlanish CB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi. Shunday qilib (2.112) vektor tenglamada $\vec{a}_A$, $\vec{a}_B$, $\vec{a}_{CA}^m$, $\vec{a}_{CB}^m$, $\vec{a}_{CA}^{ay}$ vektorlar to'la aniqlangan va $\vec{a}_{CA}^{ay}$, $\vec{a}_{CB}^{ay}$ vektorlarning yo'nalishi ma'lum. Demak, (2.112) tenglamani grafik usulda yechish mumkin.

a_1 nuqtadan CA ga parallel qilib $\overrightarrow{a_1k_1} = \vec{a}_{CA}^m$ vektorni qo'yamiz va k_1 nuqta orqali $\overrightarrow{a_1k_1}$ vektorga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu vektor bo'ylab $\vec{a}_{CA}^{ay}$ tezlanish yo'nalgan bo'ladi va vektorda $\vec{a}_C$ vektorning ohiri yotadi. Avval aniqlangan b_1 nuqtadan CB ga parallel ravishda $\vec{a}_{CB}^m = \overrightarrow{b_1m_1}$ vektorni qo'yamiz va bu $\overrightarrow{b_1m_1}$ vektorga m_1 nuqta orqali perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq bo'yicha $\vec{a}_{CB}^{ay}$ tezlanish yo'nalgan bo'ladi va bu chiziqda $\vec{a}_C$ tezlanishning ohiri yotadi.

Demak, $\vec{d}_c$ vektor ohiri $\vec{a_1k_1}$ va $\vec{b_1m_1}$ vektorlarga o'tkazilgan perpendikulyarlar kesishgan c_1 nuqtada yotadi. c_1 nuqtani q qutb nuqtasi bilan birlashtiramiz. $\vec{qc_1}$ vektor $\vec{d}_c$ vektorni to'la aniqlaydi. $\vec{qa_1}$, $\vec{qb_1}$ va $\vec{qc_1}$ vektorlar A , B va C nuqtalarning tezlanishlarini to'la aniqlaydi.

$qa_1b_1c_1$ shakl - tekis shakl nuqtalari tezlanishlarining grafik ko'rinishida taqsimlanishini bildiradi va *tezlanishlar plani* deb ataladi.

Tezlanishlar planida $\vec{a_1b_1} = \vec{d}_{BA}$, $\vec{a_1c_1} = \vec{d}_{CA}$ va $\vec{b_1c_1} = \vec{d}_{CB}$ vektorlar B va A nuqtalarning qutb nuqtalar atrofidagi tezlanishlarini bildirib, ularning kattaliklari:

$$a_{BA} = AB \cdot \sqrt{e^2 + w^4}, \quad a_{CA} = AC \cdot \sqrt{e^2 + w^4}, \quad a_{CB} = BC \cdot \sqrt{e^2 + w^4} \quad (2.113)$$

Tezlanishlar planini qurish natijasida $a_1b_1c_1$ shaklni ABC shaklga o'xshash ekanligi va u $p - a$ burchakka burilgan bo'lib, a burchak

$$\operatorname{tga} = \frac{e}{w^2}$$

formula orqali aniqlanadi.

Tezliklar planidan tekis shaklning burchak tezligi aniqlanganidek, tezlanishlar plani orqali tekis shaklning burchak tezlanishini aniqlash mumkin. Haqiqatdan ham

$$n_1b_1 = a_{BA}^{oy} = e \cdot AB,$$

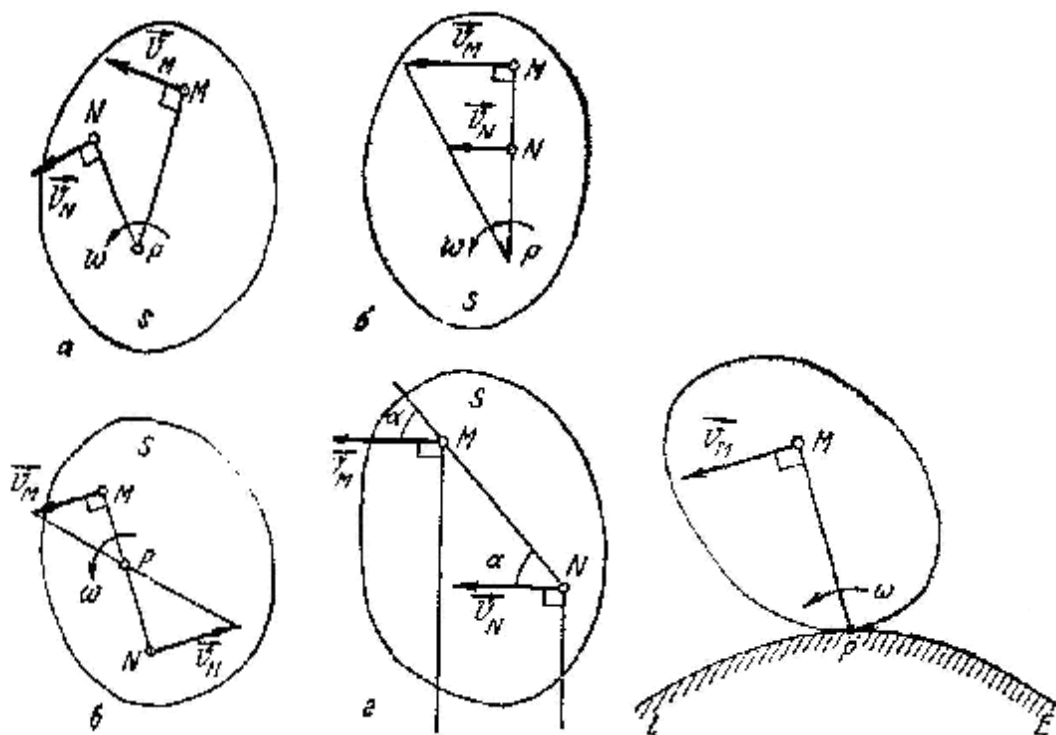
u holda

$$e = \frac{n_1b_1}{AB} \quad (2.115)$$

Hulosa o'rnida shuni ta'kidlash kerakki, tezliklar plani yoki tezlanishlar plani asosida tekis shakl nuqtalarining tezlik va tezlanishlarining qiymatlari qanchalik aniq bo'lishi *masshtabni* to'g'ri va aniq tanlashga hamda parallel va perpendikulyar chiziqlarni to'g'ri o'tkazishiga bog'liq bo'ladi.

5. Qo'zg'almas va qo'zg'aluvchan sentroidalar

1. Tekis shakl ikkita M va N nuqtasi tezliklarining yo'nalishi ma'lum bo'lsin. M va N nuqtalardan $\vec{v}_M$ va $\vec{v}_N$ tezlik vektorlariga perpendikulyar o'tkazsak, ularning kesishgan R nuqtasi tezliklar oniy markazini ifodalaydi.
2. Agar M va N nuqtalarning tezlik vektorlari o'zaro parallel hamda $\vec{v}_M \perp MN$ bo'lsa, tezliklar oniy markazini aniqlash uchun tekis shakl nuqtalari tezliklarining miqdori shu nuqtalardan aylanish oniy markazigacha bo'lgan masofaga proporsional bo'lishi xususiyatidan foydalanimiz.
3. Agar $\vec{v}_M$ va $\vec{v}_N$ vektorlari o'zaro parallel, lyokin MN kesmaga perpendikulyar bo'lmasa, bu vektorlarga o'tkazilgan perpendikulyar cheksizlikda kesishadi hamda tezliklar oniy markazi mavjud bo'lmaydi, ya'ni berilgan onda tekis shakl ilgarilana harakatda bo'ladi.
4. Tekis shakl konturi biror qo'zg'almas sirt ustida sirpamasdan dumalasa, har onda tekis shakl bilan LE chiziqlarning urinish nuqtasi R ning tezligi nolga teng bo'ladi va tezliklar oniy markazini ifodalaydi.



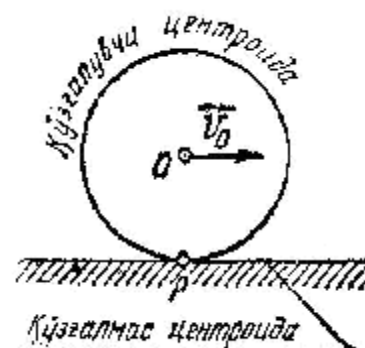
Sentroidalar. Umumiy holda tezliklar oniy markazi vaqtning o'tishii bilan tekis shaklning harakat tekisligida o'z holatini o'zgartira boradi. Agar tezliklar oniy markazining har ondagi holatini tekis shaklda va harakat tekisligida belgilab borsak, ularning geometrik o'rni ikkita chiziqni ifodalaydi.

Tezliklar oniy markazining tekis shaklning harakat tekisligidagi geometrik o'rni *qo'zg'almas sentroida* deyiladi.

Tezliklar oniy markazining tekis shaklga bog'langan tekisligidagi geometrik o'rni *qo'zg'aluvchi sentroida* deyiladi.

Masalan, qo'zg'almas rels ustida sirpanmay dumalayotgan g'ildirak uchun qo'zg'almas sentroida to'g'ri chiziq, qo'zg'aluvchi sentroida g'ildirak gardishidagi aylanadan iborat.

Tekis shaklning harakatini qo'zg'aluvchi sentroidani qo'zg'almas sentroida ustida sirpantirmasdan dumalatish natijasida olish mumkin.

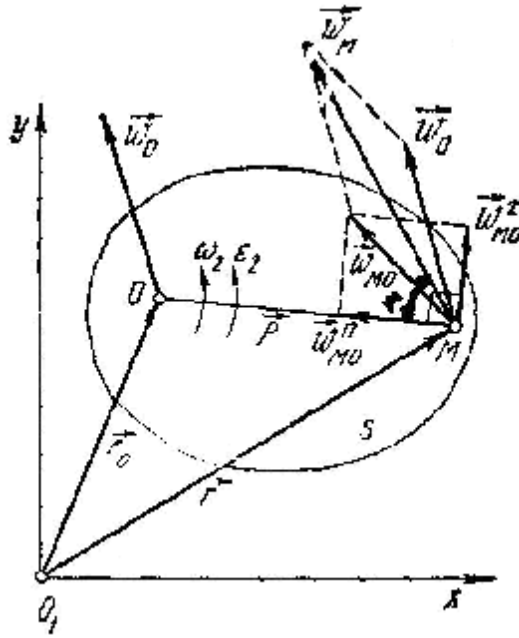


6. Tekis parallel harakatdagi qattiq jism nuqtalarining tezlanishlarini aniqlash. Tezlanishlar oniy markazi

Tekis shakl nuqtasining tezlanishini qutb usulida aniqlash

Teorema. Tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezlanishi qutbning tezlanishi bilan mazkur nuqtaning qutb atrofida aylanishdagi tezlanishining geometrik yig'indisiga teng.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{w}}_M &= \dot{\mathbf{w}}_O + \dot{\mathbf{w}}_{MO} \\ \mathbf{r}_{MO} &= \mathbf{r}_{MO}^t + \mathbf{r}_{MO}^n\end{aligned}$$



Bunda $\vec{w}_{MO}^t$ - M nutaning O qutb atrofida aylanishdagi aylanma tezlanishini, $\vec{w}_{MO}^n$ - M nuqtaning O qutb atrofidagi aylanishidagi markazga intilma tezlanishini ifodalaydi.

$$\vec{w}_{MO}^t = e \cdot MO$$

$$\vec{w}_{MO}^t = w^2 MO$$

$$\vec{w}_{MO} = MO \cdot \sqrt{e^2 + w^4}$$

$\vec{w}_{MO}$ ning yonalishi quyidagi tenglikdan aniqlanadi.

$$\operatorname{tg} m = \frac{e}{w^2}$$

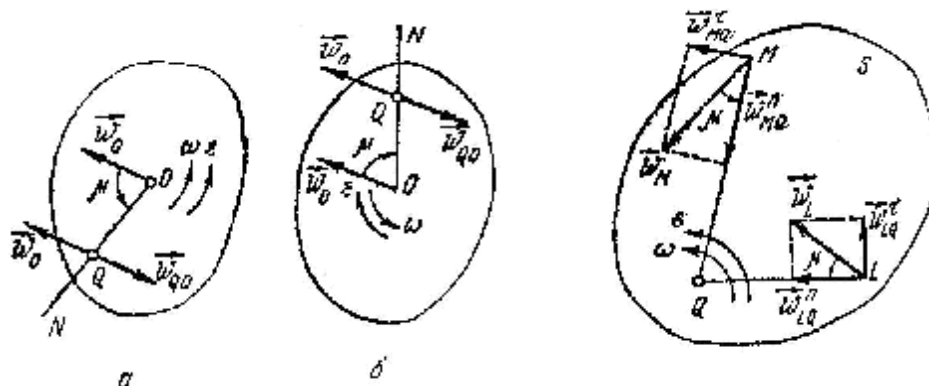
Tezlanishlar oniy markazi

Tezlanish berilgan onda nolga teng bo'lgan tekis shaklning (yoki tekis shaklga mahkam biriktirilgan va u bilan birgalikda harakatlanuvchi tekislikning) nuqtasi *tezlanishlar oniy markazi* deyiladi.

Teorema. *Ilgarilama harakatda bulmagan tekis shaklning harakat tekisligida har onda tezlanishlar oniy markazi mavjud bo'ladi.*

Tekis shaklning burchak tezligi ω burchak tezlanishi ϵ va aylanish yo'nalishi hamda O nuqtasi (qutb) ning tezlanishi $\vec{w}_O$ berilgan bo'lsin. Tezlanishlar oniy markazini Q bilan belgilaylik. Q nuqtaning holatini aniqlash uchun μ burchakni topamiz.

$$m = \operatorname{arctg} \frac{e}{w^2}$$



$\vec{w}_O$ vektori bilan μ burchak tashkil etuvchi ON to'g'ri chiziqni o'tkazamiz, agar tekis shaklning aylanishi tezlanuvchan bo'lsa, μ burchak aylanish yo'nalishi bo'yicha, sekinlanuvchan bo'lsa, aylanishiga teskari yo'nalishda qo'yiladi.

ON chiziqda O nuqtadan

$$OQ = \frac{w_O}{\sqrt{e^2 + w^4}}$$

masofada Q nuqtani olsak, bu nuqta tezlanishlar oniy markazi bo'ladi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Qattiq jismning tekis parallel harakati deb qanday harakatga aytiladi?
2. Tekis shaklning harakat tenglamalarini keltiring
3. Qanday nuqtaga tezliklar oniy markazi deyiladi?
4. Tezliklar oniy markazini aniqlashga misollar keltiring
5. Qo'zg'almas va qo'zg'aluvchi sentroidalar nima?
6. Qanday nuqtaga tezlanishlar oniy markazi deyiladi?

11-mavzu. QATTIQ JISMNING QO'ZG'ALMAS NUQTA ATROFIDAGI AYLANMA HARAKATI

Asosiy savollar

1. Qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofida aylanma harakat tenglamalari. Eyler burchaklari.
2. Eyler-Dalamber teoremasi. Oniy aylanish o'qi. Aksooidalar.
3. Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanma harakat qiluvchi jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi
4. Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi qattiq jism nuqtasining tezligi va tezlanishi.
5. Eylerning kinematik tenglamalari.

Tushuncha va tayanch iboralar

Eyler burchaklari, tugunlar chizig'i, presessiya burchagi, sof aylanish burchagi, nutasiya burchagi, oniy aylanish o'qi, aksooidlar.

Dars maqsadi: Qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofida aylanma harakat to'g'risidagi ko'nikmalarini shakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofidagi aylanma harakat tenglamalari. Eyler burchaklari

Harakat davomida bitta nuqtasi hamishiy qo'zg'almasdan koladigan qattiq jismning harakati qo'zg'almas nuqta atrofidagi aylanma harakat yoki sferik harakat deyiladi.

Bunday harakatda jismning barcha nuqtalari umumiy markazi qo'zg'almas nuqta bilan ustma-ust tushuvchi sferelarning sirtlarida harakatlanadi.

Tayanch tekisligidagi nuqtasi qo'zg'almas bo'lgan pirildonning harakati yoki birgina sferik sharnirli bog'lanish qo'yilgan jismning harakati sferik harakatga misol bo'la oladi.

Qo'zg'almas O nuqtaga ega bo'lgan jismning $O\xi\eta\zeta$ qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan holatini aniqlash uchun jismga biriktirilgan va u bilan birga harakatlanuvchi hamda koordinatlar boshi qo'zg'almas O nuqta bilan ustma-ust tushuvchi *Oxuz* qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasini o'tkazamiz.

$O\xi\eta$ qo'zg'almas tekislikning qo'zg'aluvchi Oxy tekislik bilan kesishgan chizig'i *ON tugunlar chizig'i* deyiladi.

$O\xi\eta$ qo'zg'almas tekislikda yotuvchi $O\xi$ o'q bilan ON tugunlar chizig'i orasidagi burchak ψ bilan belgilanadi va *presessiya burchagi* deyiladi.

Tugunlar chizig'ining Ox o'q bilan tashkil kelgan burchagi *φ sof aylanishburchagi* deyiladi. Qo'zg'aluvchi Oz o'q *sof aylanish o'qi* deyiladi.

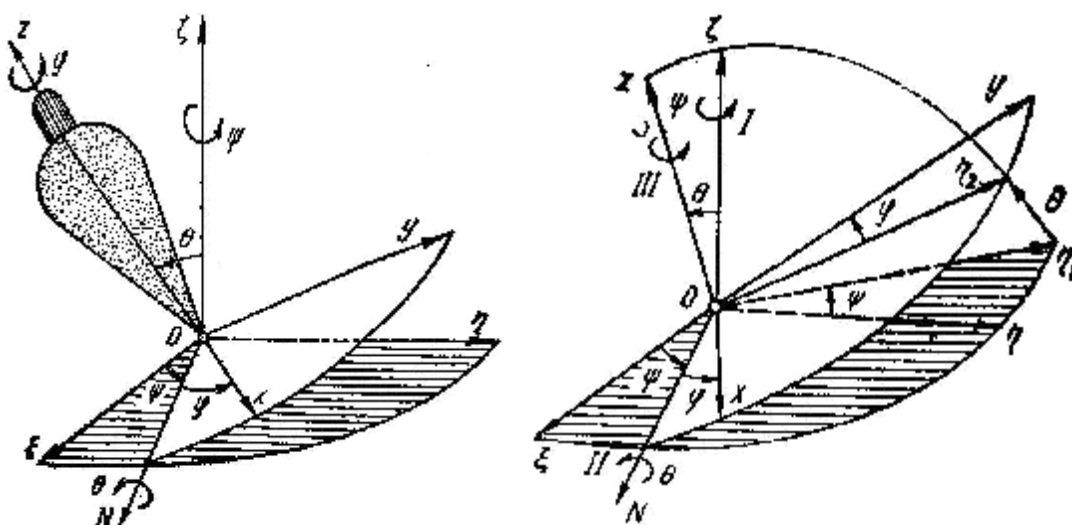
$O\xi\eta$ va *Oxu* tekisliklar orasidagi burchak yoki $O\xi$ qo'zg'almas o'q bilan qo'zg'aluvchi o'q orasidagi burchak *θ nutasiya burchagi* deyiladi.

ψ, φ, θ burchaklar Eyler burchaklari deyiladi.

Eyler bulchaklarining musbat yo'nalishi uchun Oz , $O\xi$ va ON o'qlarning musbat yo'nalishidan qaraganda mos aravishda shu o'qlarga perpendikulyar tekisliklarda o'zgaruvchi burchaklarning soat strelkasi harakatiga teskari yo'nalishida orta boradigan yo'nalishlarini qabul qilamiz.

Eyler teoremasi. *Qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofidagi ixtiyoriy ko'chishini mazkur qo'zg'almas nuqtadan o'tuvchi uchta o'q atrofida ketma-ket uchta aylantirish bilan bajarish mumkin.*

Teoreмага ko'ra qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi jismning istalgan paytdagi holatini bir-biriga bog'liq bulmagan uchta Eyler burchaklari vositasida aniqlash mumkin jismning harakati davomida bu burchaklar vaqtning uzluksiz funksiyasidan iborat bo'ladi:



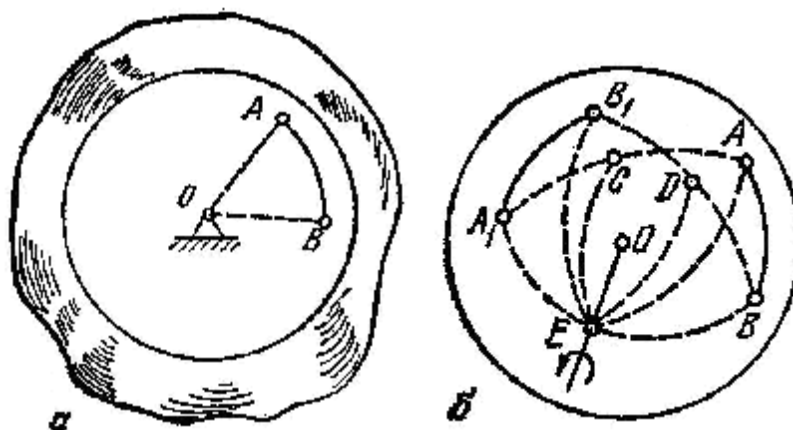
$$\begin{aligned}\psi &= \psi(t), \\ \theta &= \theta(t), \\ \varphi &= \varphi(t).\end{aligned}\tag{1}$$

Bu funksional munosabatlar qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinematik tenglamalari yoki sferik harakat tenglamalari deyiladi.

2. Eyler-Dalamber teoremasi. Oniy aylanish o'qi. Aksoidalar.

Teorema. Qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lgan qattiq jismning bir holatdan ikkinchi holatga o'tuvchi o'q atrofida bir aylantirish bilan amalga oshirish mumkin.

Sferik harakatdagi jismning holati uning qo'zg'almas O nuqtasi bilan bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan yana ikkita nuqtaning holati bilan aniqlanadi. O nuqtani markaz qilib jismni kesib o'tuvchi ixtiyoriy radiusli sfera o'tkazamiz. Bu sfera sirtida jismga taalluqli ikkita ixtiyoriy A va V nuqtalarni olamiz. U holda jismning holatini A va V nuqtalardan o'tuvchi sfera katta aylanasi yoyi AV bilan aniqlash mumkin.



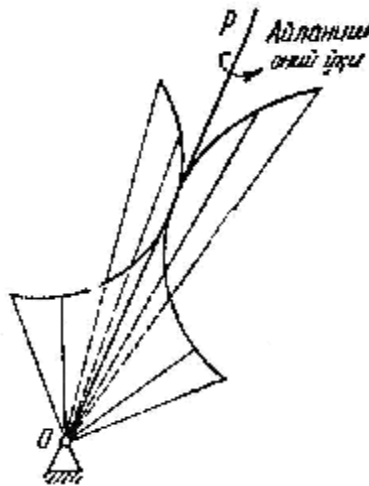
Aytaylik, jismning t vaqtidagi holati sfera katta aylanasi yoyi AV bilan aniqlansin, $t + \Delta t$ vaqtda yoyi A_1V_1 holatni egallasin. A va A_1 hamda V va V_1 nuqtalarni sfera katta aylanasi yoylari bilan tutashtiramiz. AA_1 va VV_1 yoylarning o'rtasidagi S va D nuqtalardan sferik perpendikulyar yoylar o'tkazib, ularning kesishgan nuqtasini Ye bilan belgilaylik. Ye nuqta A va A_1

hamda V va V_1 nuqtalardan teng o'zoqlikda bo'lganligi tufayli $AYe=A_1Ye_1$, $VE=V_1Ye$. Jism absolyut qattiq bo'lganligidan $AV=A_1V_1$. Binobarin, $AYeV$ va A_1YeV_1 sferik uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi. Bu uchburchaklarni OE o'q atrofida $AYeA_1=VEV_1=\Delta\alpha$ burchakka bo'lsak, $AYeV$ sferik uchburchak A_1YeV_1 sferik uchburchak ustiga tushadi, ya'ni AV sferik yoy A_1V_1 holatni egallaydi.

OYe o'q *chekli aylanish o'qi* deyiladi $\Delta\alpha$ burchak esa *chekli aylanish burchagi* deyiladi.

Oniy aylanish o'qi. Aksoidlar

Jism $\Delta t=t_2-t_1$ vaqt ichida I holatdan II holatga boshqa yo'l bilan o'tishii ham mumkin. Lyokin Δt vaqt oralig'i kichraya borgan sari jismning I va II holatlari bir-biriga tobora yaqinlasha boradi hamda chekli aylanish o'qi OE atrofida burchakka ko'chish jismning haqiqiy ko'chishiga yaqinlasha boradi. Δt nolga intilganda OYe o'qning limit holatini ifodalovchi OR o'q aylanish oniy o'qi deyiladi.



Bitta qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lgan jismning har qanday harakatini aylanish oniy o'qlari atrofida ketma-ket oniy aylanma harakatlar to'plamidan iborat deb qarash mumkin.

Jismning harakati tekshirilayotgan qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan aylanish oniy o'qlarining geometrik o'rni *qo'zg'almas aksoid* deyiladi.

Aylanish oniy o'qlarining jismga biriktirilgan va u bilan birgalikda harakatlanuvchi qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan geometrik o'rni konus sirtidan iborat bo'lib, *qo'zg'aluvchi aksoid* deyiladi.

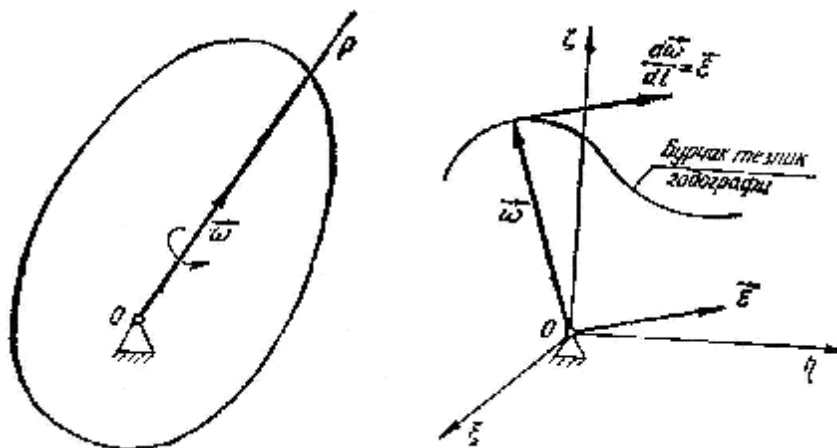
Qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lgan jismning harakatini qo'zg'aluvchi aksoidni qo'zg'almas aksoid ustida sig'antirmay dumalatish natijasida amalga mumkin.

3. Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanma harakat qiluvchi jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi

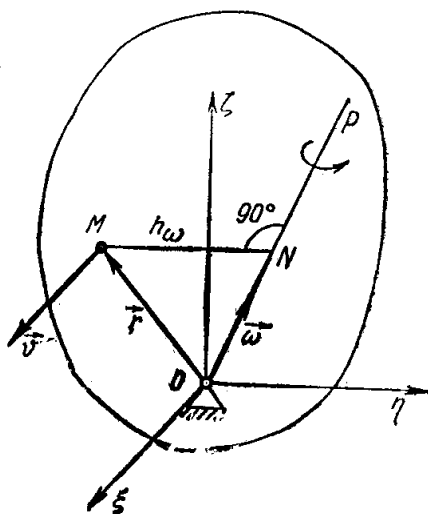
Oniy burchak tezlikning miqdorini Δt vaqt ichida elementar aylanish burchagi $\Delta\alpha$ orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta\alpha|}{\Delta t}.$$

Jismqo'zg'almasnuqtaatrofidaharakatlangandaaylanishoniyo'qiningyo'nalishio'zgaraboradi, shusabablioniyburchaktezligihammiqdorvayo'nalishjihatdano'zgaraboradi.


$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dw}{dt}. \quad (3)$$
$$\frac{\mathbf{r}}{u} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{w} \times \mathbf{r}, \quad (4)$$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



$\mathbf{r}$ radius-vektor miqdor jihatdan qattiq jismning ikki nuqtasi orasidagi masofani ifodalagani tufayli shu jism harakati davomida uning faqat yo'nalishi o'zgaradi. Binobarin (4) formulani miqdor xihatdan o'zgarmasdan, yo'nalishi jismning qo'zg'almas nuqta atrofida wburchak tezlik bilan aylanishi tufayli o'zgaradigan vektorning vaqt bo'yicha hosilasini hisoblash formulasi deb qarash mumkin.

(4) ga binoan M nuqta tezligining miqdori quyidagicha aniqlanadi:

$$u = w \cdot r \sin \left(\mathbf{w}, \mathbf{r} \right) = w \cdot h_w, \quad (5)$$

bunda $h_w = r \sin \left(\mathbf{w}, \mathbf{r} \right)$ bo'lib, M nuqtadan aylanish oniy o'qi OP gacha bo'lgan MN masofani ifodalaydi.

Shunday qilib, qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi jism nuqtasining tezligi miqdor xihatdan shu nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofaga proporsional bo'ladi, yo'nalishi esa $\mathbf{w}$ va $\mathbf{r}$ vektorlariga (binobarin MN ga) perpendikulyar tarzda oniy o'q atrofida aylanishga mos ravishda yo'naladi.

Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi jism nuqtasining tezlanishi

Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi jism M nuqtasining tezlanishini aniqlash uchun (4) ifodadan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{d\mathbf{w}}{dt} \times \mathbf{r} + \mathbf{w} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (5)$$

Bunda

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \mathbf{e}, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{u} = \mathbf{w} \times \mathbf{r}$$

bo'lgani uchun (5) ni

$$\mathbf{w} = \mathbf{e} \times \mathbf{r} + \mathbf{w} \times (\mathbf{w} \times \mathbf{r}) \quad (6)$$

yoki

$$\dot{\mathbf{w}} = \dot{\mathbf{e}} \times \mathbf{r} + \mathbf{w} \times \mathbf{u} \quad (7)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(6) da tezlanishning

$$\mathbf{r}_w^e = \mathbf{e} \times \mathbf{r} \quad (8)$$

tashkil etuvchisi *aylanma tezlanish*,

$$\mathbf{r}_w^w = \mathbf{w} \times \mathbf{u} = \mathbf{w} \times (\mathbf{w} \times \mathbf{r}) \quad (9)$$

tashkil etuvchisi esa *o'qqa intilma tezlanish deyiladi*.

Shunday qilib

$$\mathbf{r}_w = \mathbf{r}_w^e + \mathbf{r}_w^w. \quad (10)$$

(10) ifoda *Rivals teoremasini* ifodalaydi: *qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi jism ixtiyoriy nuqtasining tezlanishi aylanma va o'qqa intilma tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng.*

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Sferik harakat deb qanday harakatga aytiladi?
2. Koordinatalar sistemasida Eyler burchaklarini ko'rsating
3. Sferik harakat tenglamalari ifodalarini keltiring
4. Qanday o'qqa oniy aylanish o'qi deyiladi?
5. Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanma harakatdagi jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi
6. Qo'zg'almas nuqta atrofida aylanuvchi jism nuqtasining tezligi qanday aniqlanadi?

12-mavzu. NUQTANING MURAKKAB HARAKATI

Asosiy savollar

1. Nuqtaning nisbiy, ko'chirma va absolyut harakatlari
2. Tezliklarning qo'shish teoremasi.
3. Koriolis teoremasi.
4. «To'xtatish» usuli.

Tushuncha va tayanch iboralar

Nisbiy harakat, ko'chirma harakat, absolyut harakat, murakkab harakat, nisbiy, ko'chirma va Koriolis tezlanishi.

Dars maqsadi: Nuqtaning murakkab harakati to'g'risidagi ko'nikmalarini shakllantirish

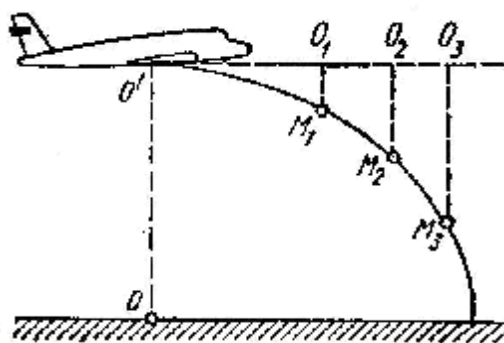
Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

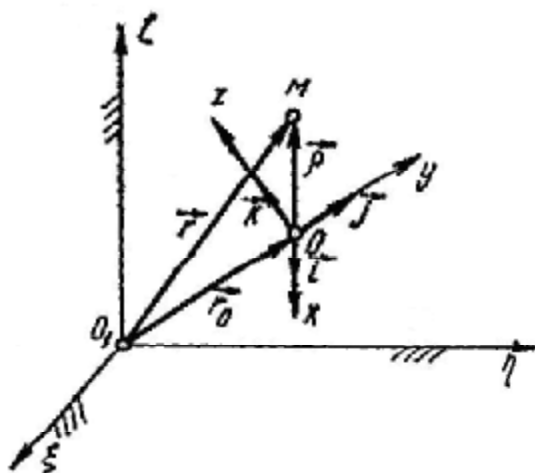
1. Nuqtaning nisbiy, ko'chirma va absolyut harakatlari

Mexanika masalalarini yechishda ko'pincha nuqtaning harakatini bir vaqtning o'zida ikkita koordinatalar sistemasiga nisbatan tekshirish maqsadga muvofiq bo'ladi. Bu holda koordinatalar sistemalaridan birini qo'zg'almas deb qabul qilamiz va uni asosiy koordinatalar sistemasi deb ataymiz.

Masalan, o'zgarmas tezlik bilan to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanayotgan samolyotdan boshlang'ich tezliksiz tashlangan yukning harakatini Yer bilan bog'langan asosiy koordinatalar sistemasiga hamda samolyotga biriktirilgan koordinatalar sistemasiga nisbatan tekshirish mumkin.



M nuqta biror $Oxuz$ koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlansin. O'z navbatida bu koordinatalar sistemasi qo'zg'almas deb olinadigan $O_1\xi\eta\zeta$ asosiy koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlansin.



Nuqtaning ko'zg'aluvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan harakati *nisbiy harakat* deyiladi.

M nuqtaning qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan radius-vektorini r koordinatalarini, x, y, z hamda qo'zg'aluvchi koordinata o'qlarining birlik yo'naltiruvchi vektorlarini mos ravishda $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bilan belgilasak,

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1)$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

M nuqtaning nisbiy harakat tenglamalarini Dekart koordinata o'qlaridagi ifodasi quyidagicha yoziladi

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t), \\ y &= y(t), \\ z &= z(t). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Nuqtaning qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan, trayektoriyasi nisbiy trayektoriya deyiladi. Nuqtaning bunday harakatdagi tezlik va tezlanishi mos ravishda nisbiy tezlik va nisbiy tezlanish deyiladi hamda $\dot{\mathbf{r}}_r$ va $\dot{\mathbf{w}}_r$ bilan belgilanadi.

Qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasining va u bilan o'zgarmas ravishda bog'langan fazo nuqtalarining qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakati ko'chirma harakat deyiladi.

Ko'chirma tezlik $\dot{\mathbf{v}}_e$ ko'chirma tezlanish $\dot{\mathbf{w}}_e$ bilan belgilanadi.

Nuqtaning qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakati absolyut harakat deyiladi. Nuqta bir vaqtning o'zida ikki yoki undan ortiq harakatda ishtirok etsa, bunday harakat murakkab harakat deyiladi.

Absolyut harakatdagi nuqtaning tezlik va tezlanishi mos ravishda absolyut tezlik $\dot{\mathbf{v}}_a$ va absolyut tezlanish $\dot{\mathbf{w}}_a$ deyiladi.

2. Tezliklarni qo'shish teoremasi

Agar M va O nuqtalarning qo'zg'almas koordinata sistemasiga nisbatan radius-vektorini mos ravishda $\dot{\mathbf{r}}$ va $\dot{\mathbf{r}}_o$ bilan belgilasak, rasmdan

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_o + \dot{\mathbf{r}} \quad (3)$$

munosabat o'rinli bo'lishini ko'ramiz (1) ni nazarda tutib, (3) ni

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_o + x\dot{\mathbf{i}} + y\dot{\mathbf{j}} + z\dot{\mathbf{k}} \quad (4)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

M nuqtaning absolyut tezligini aniqlash uchun (4) dan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\frac{d\dot{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{d\dot{\mathbf{r}}_o}{dt} + x\dot{\mathbf{i}} + y\dot{\mathbf{j}} + z\dot{\mathbf{k}} + x\frac{d\dot{\mathbf{i}}}{dt} + y\frac{d\dot{\mathbf{j}}}{dt} + z\frac{d\dot{\mathbf{k}}}{dt}. \quad (5)$$

(5) da quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\dot{\mathbf{v}}_r = x\dot{\mathbf{i}} + y\dot{\mathbf{j}} + z\dot{\mathbf{k}}. \quad (6)$$

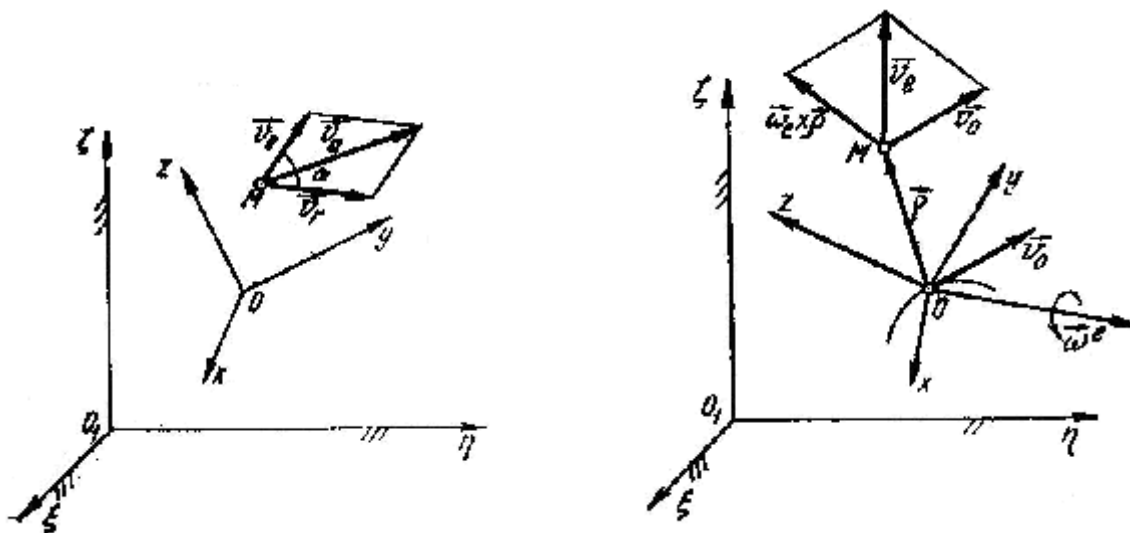
$$\dot{\mathbf{v}}_e = \dot{\mathbf{v}}_o + x\frac{d\dot{\mathbf{i}}}{dt} + y\frac{d\dot{\mathbf{j}}}{dt} + z\frac{d\dot{\mathbf{k}}}{dt}. \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_o = \frac{d\dot{\mathbf{r}}_o}{dt}; \quad \dot{\mathbf{v}}_a = \frac{d\dot{\mathbf{r}}}{dt}.$$

Shunday qilib, quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$$\dot{\mathbf{v}}_a = \dot{\mathbf{v}}_r + \dot{\mathbf{v}}_e. \quad (8)$$

(8) tenglama murakkab harakatdagi nuqtaning tezliklarini qo'shish haqidagi teoremani ifodalaydi: *nuqtaning absolyut tezligi mazkur nuqta nisbiy va ko'chirma tezliklarining geometrik yig'indisiga teng.*



Absolyut tezlikning moduli kosinuslar teoremasidan foydalanib aniqlanadi

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2 + 2v_r v_e \cos \alpha} \quad (9)$$

$\alpha = 90^\circ$ bo'lgan holda

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2} \quad (10)$$

$\alpha = 0^\circ$ bo'lganda

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2 + 2v_r v_e}. \quad (11)$$

Nisbiy va ko'chirma tezliklar qarama-qarshi tomonga yo'nalsa,

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2 + 2v_r v_e} = |v_r + v_e|. \quad (12)$$

munosaabatlar o'rinli bo'ladi.

Nuqtaning ko'chirma tezligini aniqlash ustida batafsiya to'xtalamiz. Agar qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasining berilgan ondagi burchak tezligi ma'lum bo'lsa, u holda

$\frac{d\mathbf{i}}{dt}$, $\frac{d\mathbf{j}}{dt}$, $\frac{d\mathbf{k}}{dt}$ kattaliklarni mos ravishda $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ birlik vektorlarning uchlaridagi nuqtalarning tezligiga teng deb qarash mumkin. Shu sababli Eyler formulasiga ko'ra ushbu

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{w}_e \times \mathbf{i}, \quad \frac{d\mathbf{j}}{dt} = \mathbf{w}_e \times \mathbf{j}, \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = \mathbf{w}_e \times \mathbf{k}. \quad (13)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

(13) ni (7) ga qo'yib, (1) ni e'tiborga olsak,

$$\dot{\mathbf{v}}_e = \dot{\mathbf{v}}_o + \mathbf{w}_e \times (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) = \dot{\mathbf{v}}_o + \mathbf{w}_e \times \mathbf{r}. \quad (14)$$

formula o'rinli bo'ladi.

3.Koriolis teoremasi

M nuqtaning $\dot{\mathbf{w}}_a$ absolyut tezlanishi mazkur nuqtaning absolyut tezligidan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng bo'ladi:

$$\dot{\mathbf{w}}_o = \frac{d\dot{\mathbf{v}}_o}{dt}.$$

(5) dan vaqt bo'yicha hosila olsak, quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{w}}_a = & \frac{d^2 \dot{\mathbf{r}}_o}{dt^2} + \dot{\mathbf{x}} \dot{\mathbf{i}} + \dot{\mathbf{y}} \dot{\mathbf{j}} + \dot{\mathbf{z}} \dot{\mathbf{k}} + \mathbf{x} \frac{d^2 \dot{\mathbf{i}}}{dt^2} + \mathbf{y} \frac{d^2 \dot{\mathbf{j}}}{dt^2} + \mathbf{z} \frac{d^2 \dot{\mathbf{k}}}{dt^2} + \\ & + 2 \left(\mathbf{x} \frac{d\dot{\mathbf{i}}}{dt} + \mathbf{y} \frac{d\dot{\mathbf{j}}}{dt} + \mathbf{z} \frac{d\dot{\mathbf{k}}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

(15) da quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\dot{\mathbf{w}}_r = \dot{\mathbf{x}} \dot{\mathbf{i}} + \dot{\mathbf{y}} \dot{\mathbf{j}} + \dot{\mathbf{z}} \dot{\mathbf{k}}, \quad (16)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_e = \frac{d^2 \dot{\mathbf{r}}_o}{dt^2} + \mathbf{x} \frac{d^2 \dot{\mathbf{i}}}{dt^2} + \mathbf{y} \frac{d^2 \dot{\mathbf{j}}}{dt^2} + \mathbf{z} \frac{d^2 \dot{\mathbf{k}}}{dt^2}, \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_k = 2 \left(\mathbf{x} \frac{d\dot{\mathbf{i}}}{dt} + \mathbf{y} \frac{d\dot{\mathbf{j}}}{dt} + \mathbf{z} \frac{d\dot{\mathbf{k}}}{dt} \right) \quad (18)$$

Bu yerda $\dot{\mathbf{w}}_r$ - nuqtaning nisbiy tezlanishi, $\dot{\mathbf{w}}_e$ - nuqtaning ko'chirma tezlanishi, $\dot{\mathbf{w}}_k$ - Koriolis tezlanishi.

Shunday qilib, nuqtaning absolyut tezlanishi uchun quyidagi tenglikni olamiz:

$$\dot{\mathbf{w}}_a = \dot{\mathbf{w}}_r + \dot{\mathbf{w}}_e + \dot{\mathbf{w}}_k. \quad (19)$$

(19) tenglik murakkab harakatdagi nuqtaning tezlanishlarini qo'shish haqidagi G.Koriolis teoremasini ifodalaydi: *murakkab harakatdagi nuqtaning absolyut tezlanishi uning nisbiy, ko'chirma va Koriolis (yoki) kushimcha tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.*

Agar ko'chirma harakat ilgari ilgarilama harakatdan iborat bo'lsa, u holda qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasining $\dot{\mathbf{i}}, \dot{\mathbf{j}}, \dot{\mathbf{k}}$ birlik vektorlari harakat davomida hamisha o'ziga parallel ravishda ko'chadi. (17) va (18) da $\dot{\mathbf{i}}, \dot{\mathbf{j}}, \dot{\mathbf{k}}$ vektorlardan vaqt bo'yicha olingan birinchi va ikkinchi tartibli hosilalar nolga teng bo'ladi, va

$$\dot{\mathbf{w}}_e = \dot{\mathbf{w}}_o, \quad \dot{\mathbf{w}}_k = 0 \quad \text{munosabatlar o'rinli bo'ladi.}$$

Natijada

$$\dot{\mathbf{w}}_a = \dot{\mathbf{w}}_r + \dot{\mathbf{w}}_e \quad (20)$$

bo'ladi.

Absolyut tezlanishning moduli

$$w_a = \sqrt{w_r^2 + w_e^2 + 2w_r w_e \cos\left(\hat{\mathbf{r}}_r, \hat{\mathbf{r}}_e\right)} \quad (21)$$

(21) tenglik tezlanishlarning parallelogramm qoidasi deyiladi.

Murkkab harakatdagi nuqtaning nisbiy, ko'chirmava Koriolis tezlanishlari

Nuqtaning nisbiy tezlanishini bevosita (16) formula yordamida yoki ko'zg'aluvchan koordinatalar sistemasini fikran qo'zg'almas deb qarab aniqlash mumkin.

Nuqtaning ko'chirma tezlanishi (17) dan foydalanib hisoblanadi. Bu formulada $\frac{d^2 \mathbf{r}_o}{dt^2} = \mathbf{w}_o$ qo'zg'aluvchi Oxuz koordinatalar sistemi boshining tezlanishini ifodalaydi. (13) ni e'tiborga olib (17) xadlarini quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$\frac{d^2 \mathbf{i}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{i}}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\mathbf{w}_e \times \mathbf{i}) = \frac{d\mathbf{w}_e}{dt} \times \mathbf{i} + \mathbf{w}_e \times \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{e}_e \times \mathbf{i} + \mathbf{w}_e \times (\mathbf{w}_e \times \mathbf{i}),$$

bu tenglikda $\mathbf{e}_e = \frac{d\mathbf{w}_e}{dt}$ bilan berilgan ondagi ko'chirma harakat burchak tezlanishi belgilangan.

Xuddi shu singari $\frac{d^2 \mathbf{j}}{dt^2}$, $\frac{d^2 \mathbf{k}}{dt^2}$ larni hisoblash mumkin:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{j}}{dt^2} &= \mathbf{e}_e \times \mathbf{j} + \mathbf{w}_e \times (\mathbf{w}_e \times \mathbf{j}), \\ \frac{d^2 \mathbf{k}}{dt^2} &= \mathbf{e}_e \times \mathbf{k} + \mathbf{w}_e \times (\mathbf{w}_e \times \mathbf{k}). \end{aligned}$$

Natijada

$$\begin{aligned} x \frac{d^2 \mathbf{i}}{dt^2} + y \frac{d^2 \mathbf{j}}{dt^2} + z \frac{d^2 \mathbf{k}}{dt^2} &= \mathbf{e}_e \times (xi + yj + zk) + \mathbf{w}_e \times [\mathbf{w}_e \times (xi + yj + zk)] = \\ &= \mathbf{e}_e \times \mathbf{r} + \mathbf{w}_e \times (\mathbf{w}_e \times \mathbf{r}) \end{aligned}$$

tenglikni olamiz.

Shunday qilib, ko'chirma tezlanish uchun quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\mathbf{w}_e = \mathbf{w}_o + \mathbf{e}_e \times \mathbf{r} + \mathbf{w}_e \times (\mathbf{w}_e \times \mathbf{r}) \quad (22)$$

$$\text{yoki} \quad \mathbf{w}_e = \mathbf{w}_o + \mathbf{w}_e^e + \mathbf{w}_e^w, \quad (23)$$

bu yerda $\mathbf{w}_e^e = \mathbf{e}_e \times \mathbf{r}$ - aylanma tezlanish, $\mathbf{w}_e^w$ - o'qqa intilma tezlanish.

(13)ni nazarda tutib, Koriolis tezlanishini ifodalovchi (18) tenglikni quyidagicha yoza olamiz:

$$\mathbf{w}_k = 2[\mathbf{i}(\mathbf{w}_e \times \mathbf{i}) + \mathbf{j}(\mathbf{w}_e \times \mathbf{j}) + \mathbf{k}(\mathbf{w}_e \times \mathbf{k})] = 2[\mathbf{w}_e \times (\mathbf{i}\mathbf{i} + \mathbf{j}\mathbf{j} + \mathbf{k}\mathbf{k})].$$

Koriolis tezlanishini ifodalovchi bu ifoda (6) ga ko'ra quyidagi ko'rinishni oladi:

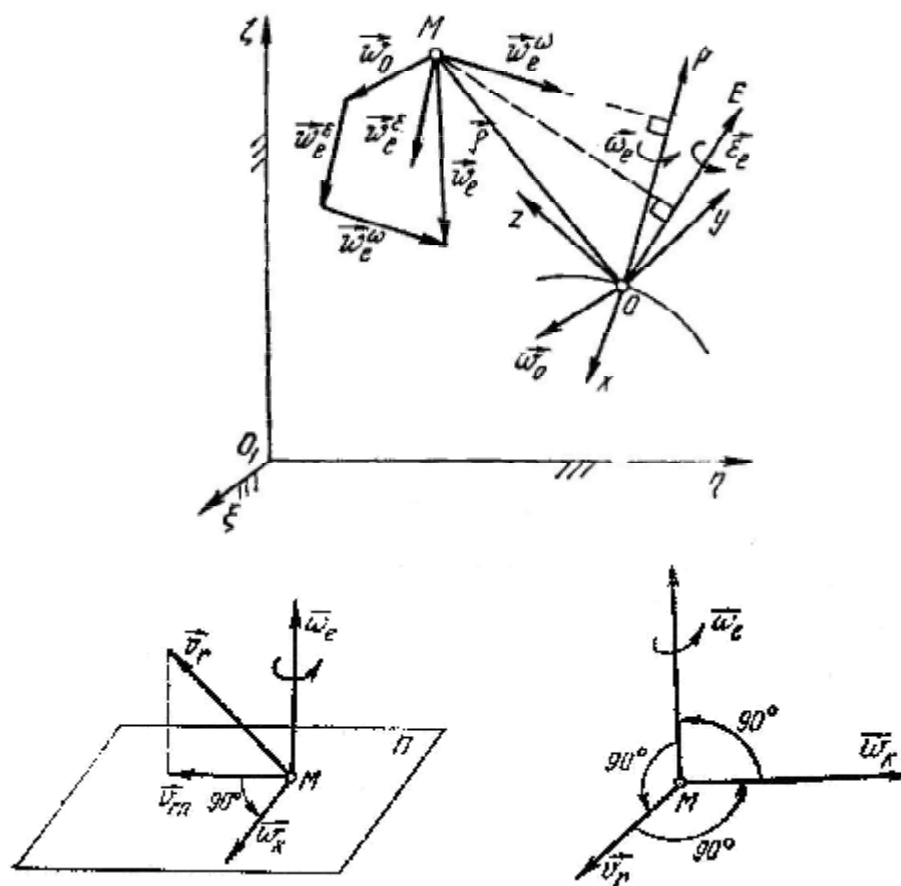
$$\dot{\vec{w}}_k = 2(\dot{\vec{w}}_e \times \vec{v}_r) \quad (24)$$

Demak, murakkab harakatdagi nuqtaning Koriolis tezlanishi qo'zg'aluvchi *Oxuz* koordinatalar sistemasining berilgan ondagi burchak tezligi bilan nuqtaning nisbiy tezligi vektorli ko'paytmasining ikkilanganiga teng.

Koriolis tezlanishining moduli (24) tenglikka binoan

$$w_k = 2\dot{w}_e v_r \sin\left(\hat{w}_e, \vec{v}_r\right) \quad (25)$$

formula bilan aniqlanadi.



Nuqtaning murakkab harakatiga oid masalalarni yechishda avvalo qo'zg'almas va qo'zg'aluvchi koordinata sistemalari tanlanib, nuqtaning absolyut harakati nisbiy va ko'chirma harakatlarga ajratiladi.

Murakkab harakatdagi nuqtaning tezligini topishda (8) formula bilan ifodalanadigan tezliklar parallelogrammi qoidasidan foydalaniladi.

Murakkab harakatdagi nuqtaning tezlanishlarini aniqlashga oid masalalarni 2 turga bo'lish mumkin:

1. Ko'chirma harakati ilgari lama harakat bo'lgan nuqtaning tezlanishlarini aniqlash.
2. Ko'chirma harakati ilgari lama harakatdan iborat bo'lmagan nuqtaning tezlanishlarini aniqlash.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Nuqtaning nisbiy, ko'chirma va absolyut harakati deb qanday harakatlarga aytiladi?
2. Nuqtaning absolyut tezligi ifodasini keltiring
3. Absolyut tezlik moduli qanday aniqlanadi?
4. Nuqtaning absolyut tezlanishi ifodasini keltiring
5. Koriolis tezlanishi nima?

13-mavzu. QATTIQ JISMNING MURAKKAB HARAKATI

Asosiy savollar

2. Jismning ilgarilama harakatlarini qo'shish haqidagi teorema.
3. Jismning kesishuvchi o'qlar atrofidagi aylanma harakatlarini qo'shish.
4. Jismning ikki parallel o'q atrofidagi aylanma harakatlarini qo'shish.

Tushuncha va tayanch iboralar

Qattiq jismning murakkab harakati, nisbiy harakat, ko'chirma harakat, absolyut harakat, jismning ilgarilama va aylanma harakatlarini qo'shish

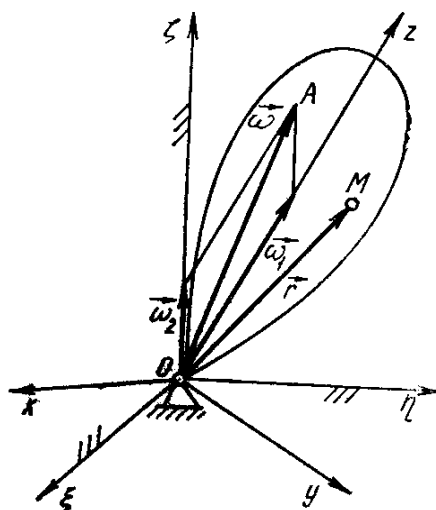
Dars maqsadi: Qattiq jismning murakkab harakati haqidagi bilimlarini chuqurlashtirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Jismning ilgarilama harakatlarini qo'shish haqidagi teorema

Qattiq jism $Oxyz$ koordinatalar sistemasiga nisbatan $\vec{u}_1$ tezlik bilan ilgarilama harakatda bo'lsin. O'z navbatida $Oxyz$ koordinatalar sistemasi ham qo'zg'almas O_1x_1hz koordinatalar sistemasiga nisbatan $\vec{u}_2$ tezlik bilan ilgarilama harakat qilsin. Jismning O_1x_1hz koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatini, ya'ni absolyut harakatini aniqlaymiz.



Jism ixtiyoriy M nuqtasining radius-vektorini $\mathbf{r}$ bilan belgilab, bu nuqtaning absolyut tezligi $\mathbf{u}_M$ ni aniqlaymiz. Ko'rilayotgan hol uchun (1) da

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{\omega}_1 \times \mathbf{r}, \quad \mathbf{u}_e = \mathbf{\omega}_2 \times \mathbf{r},$$

ekanligini e'tiborga olsak,

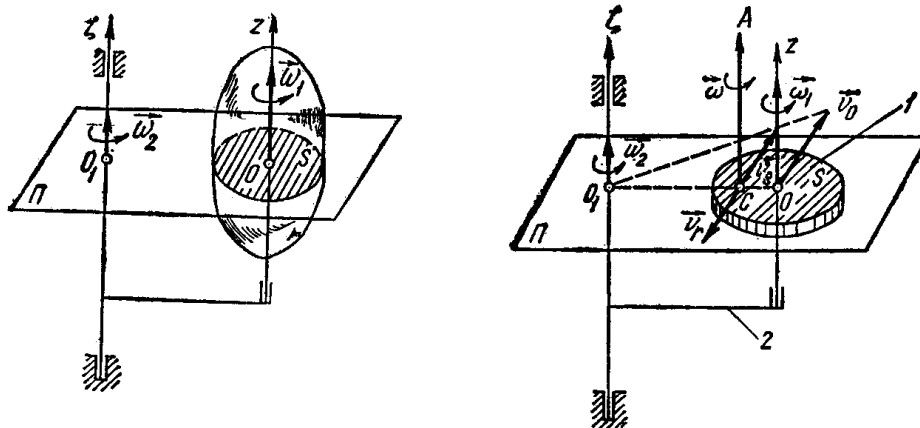
$$\mathbf{u}_M = \mathbf{\omega}_1 \times \mathbf{r} + \mathbf{\omega}_2 \times \mathbf{r} = (\mathbf{\omega}_1 + \mathbf{\omega}_2) \times \mathbf{r} \quad \text{bo'ladi.}$$

Natijala quyidagi teorema isbotlandi: *agar jism bir vaqtda O nuqtada kesishuvchi ikkita o'q atrofida aylanma harakatda ishtirok etsa, u holda jismning absolyut harakati o'nuqtadan o'tuvchi aylanish oniy o'qi atrofida oniy aylanma harakatdan iborat bo'lib, absolyut harakat oniy burchak tezligi nisbiy va ko'chirma harakat burchak tezliklarining geometrik yig'indisiga teng.*

3. Jismning ikkita parallel o'q atrofidagi aylanma harakatlarini qo'shish

Jismning nisbiy va ko'chirma harakatlari o'zaro parallel o'qlar atrofidagi aylanma harakatdan iborat bo'lgan hollarni ko'ramiz.

Jism qo'zg'aluvchi z o'q atrofida $\mathbf{\omega}_r = \mathbf{\omega}_1$ burchak tezlik bilan nisbiy harakatda, o'z navbatida Oz o'q o'ziga parallel bo'lgan qo'zg'almas $O_1\zeta$ o'q atrofida $\mathbf{\omega}_e = \mathbf{\omega}_2$ burchak tezlik bilan ko'chirma aylanma harakatda bo'lsin. Bu holda jism nuqtalari nisbiy harakatda ham, ko'chirma harakatda ham Oz va $O_1\zeta$ o'qlarga perpendikulyar tekisliklarda harakatlanadi. Shu sababli jismning bunday harakatini tekis parallel harakat deb qarash mumkin.



Binobarin, bu holda jismning absolyut harakatini o'rganish jismni Oz va $O_1\zeta$ o'qlarga perpendikulyar bo'lgan Π tekislik bilan fikran kesish natijasida hosil bo'lgan S yuzaning harakatini o'rganishga keltiriladi.

Nisbiy va ko'chirma harakatlar bir tomonga yo'nalgan hol. Jism (masalan, shkiv 1) gorizontal tekislikda harakatlanuvchi krivoship 2 ga mahkamlangan vertikal z o'q atrofida $\vec{w}_r = \vec{w}_1$ burchak tezlik bilan nisbiy harakatda, o'z navbatida krivoship z o'qqa parallel bo'lgan qo'zg'almas ζ o'q atrofida $\vec{w}_e = \vec{w}_2$ burchak tezlik bilan ko'chirma aylanma harakatda bo'lsin. Aytaylik, nisbiy va ko'chirma harakatlar z va ζ o'qlarning musbat yo'nalishidan qaraganda soat strelkasi aylanadigan yo'nalishga teskari yo'nalishda sodir bo'lsin.

$\vec{w}_1$ va $\vec{w}_2$ burchak tezliklarni rasmda ko'rsatilgandek tasvirlaymiz. Jismning absolyut harakati qanday bo'lishini ko'rib chiqamiz. Shkivning S yuzasi orqali z va ζ o'qlarga perpendikulyar Π tekislikni o'tkazib, o'qlaning mazkur tekisliklar bilan kesishgan nuqtalarini mos ravishda O va O_1 bilan belgilaymiz. S yuzaning O_1O chiziqda yotuvchi C nuqtasining absolyut tezligi uning Oz o'q atrofida aylanma harakatdagi nisbiy tezligi u_r hamda $O_1\zeta$ o'q atrofida u_e ko'chirma tezliklarning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi. Bu ikkita tezlik O_1O ga perpendikulyar ravishda bir-biriga qarama-qarshi yo'naladi. Shu sababli

$$u_a = u_r + u_e = w_1 CO - w_2 O_1C.$$

C nuqtani shunday tanlaymizki, bu nuqta uchun $w_1 CO - w_2 O_1C$ yoki

$$\frac{O_1C}{CO} = \frac{w_1}{w_2} \quad (3)$$

tenglik o'rinli bo'lsin. U holda C nuqtaning absolyut tezligi nolga teng bo'ladi. Xuddi shuningdek, C nuqta orqali $\vec{w}_1$ va $\vec{w}_2$ larga parallel bo'lgan CA o'qda yotuvchi jism nuqtalarining absolyut tezligi ham nolga tengligiga ishonch hosil qilish mumkin. Binobarin, CA o'q absolyut harakatdagi aylanish oniy o'qini ifodalaydi.

(3) dan ko'ramizki, ko'rilayotgan holda CA aylanish oniy o'qi O_1O kesmani ichki tomondan nisbiy va ko'chirma harakat burchak tezliklariga proporsional bo'laklarga bo'ladi. CA o'q atrofida absolyut harakatning oniy burchak tezligini aniqlaymiz. O nuqta $O_1\zeta$ o'q atrofida $\vec{w}_2$ burchak

tezlik bilan aylangani, shuningdek, O nuqtaning absolyut harakati CA oniy o'q atrofida $\vec{W}$ oniy burchak tezlik bilan sodir bo'lgani tufayli, quyidagi tengliklar o'rinli bo'ladi:

$$u_o = w_2 \cdot O_1O,$$

$$u_o = w \cdot CO.$$

Bu tengliklarni slishtirib, absolyut harakat oniy burchak tezligini aniqlaymiz:

$$w \cdot CO = w_2 \cdot O_1O,$$

$$w = w_2 \cdot \frac{O_1O}{CO} = w_2 \cdot \frac{O_1C + CO}{CO} = w_2 \left(\frac{O_1C}{CO} + 1 \right)$$

yoki (3) ga asosan $w = w_2 \left(\frac{w_1}{w_2} + 1 \right) = w_1 + w_2.$

Shunday qilib, agar jism biror vaqtda ikkita parallel o'q atrofida mos ravishda $\vec{W}_1$ va $\vec{W}_2$ burchak tezliklar bilan bir tomonga aylansa, jismning absolyut harakati xuddi shu yo'nalishda $w = w_1 + w_2$ oniy burchak tezlik bilan mazkur o'qlarga parallel bo'lgan va (3) tenglik vositasida aniqlanadigan aylanish oniy o'qi atrofidagi oniy aylanma harakatdan iborat bo'ladi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Jismning ilgari lama harakati qanday qo'shiladi?
2. Jismning kesishuvchi o'qlar atrofidagi aylanma harakatlarini qo'shishni tushuntiring.
3. Jismning ikkita parallel o'q atrofidagi aylanma harakatlarini qo'shish qanday amalga oshiriladi?

D I N A M I K A

NUQTA DINAMIKASI

14-mavzu. NUQTA DINAMIKASI VA UNING ASOSIY QONUNLARI

Asosiy savollar

1. *Dinamika predmeti.*
2. *Dinamikaning asosiy qonunlari.*
3. *Erkin moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari.*
4. *Dinamikaning ikki asosiy masalasi.*

Tushuncha va tayanch iboralar

Dinamika, inersion massa, inersiya qonuni, inersial harakat, inersial sistema, dinamikaning asosiy qonuni, nuqtaning harakat miqdori, ta'sir va aks ta'sir qonuni, kuchlar ta'sirining o'zaro mustakillik qonuni

Dars maqsadi: Nuqtadinamikasivauningasosiyqonunlaritog'risida umumiy tasavvurlarni shakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Dinamika predmeti

Dinamika yunoncha “dynamics” - kuch so'zidan olingan. Dinamikada moddiy nuqta, moddiy nuqtalar sistemasi va absolyut qattiq jismning harakati shu harakatni vujudga keltiruvchi kuchlar bilan birgalikda o'rganiladi.

Umumiy holatda kuch vaqtga, kuch qo'yilgan nuqtaning koordinatasiga va tezligiga bog'liq bo'lishi mumkin;

$$\vec{F} = \vec{F}(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad \text{yoki} \quad \vec{F} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{v}).$$

Har qanday jism harakati o'nga ta'sir etuvchi kuchlardan tashqari, jismning *inertligi* yoki inersiyasiga bog'liq bo'ladi.

Kuch ta'sir etmaganda jism o'z holatini yoki harakatini saqlashi kuch ta'sir etganda esa o'z harakatini birdaniga emas, balki jism tashkil topgan moddaning miqdoriga bog'liq ravishda asta-sekin o'zgarishi jismning inertligi xususiyatiga kiradi.

Qattiq jism tashkil topgan moddaning miqdori bilan xarakterlanuvchi va jismning inertlik o'chovini ifodalovchi kattalik *inersion massa* deyiladi.

Yer sirtiga yaqin masofadagi jism og'irligining P , uning erkin tushish tezlanishiga nisbati o'zgarmas bo'lib kuzatish joyiga bog'liq bo'lmaydi.

$$\frac{P}{g} = m = \text{const} \quad (1.1)$$

Jismning fizik xususiyatiga bog'liq bo'lgan va (1.1) formula yordamida aniqlanadigan m kattalikka *gravitasion massa* deyiladi.

Odatdagi sharoitda (kichik tezliklarda) gravitasion massa va inersion massa o'zaro tengligi isbotlangan.

Shunday qilib, massa jism tashkil topgan moddaning miqdoriy o'zlovchi bo'lishi bilan birga inersiya o'lchovini ham ifodalaydi.

A. Eynshteynning nisbiylik nazariyasida jismning massasi m uning tezligiga bog'liq ravishda ushbu formula yordamida aniqlanishi isbotlanadi

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

bu yerda m_0 - jismning tinch holatdagi massasi

v - jismining tezligi va

c - yorug'lik tezligi.

Klassik mexanikada jismlarning tezligi yorug'lik tezligidan ancha kichik deb qaraladi. Shu sababli $v^2/c^2 \ll 0$ va $m = m_0$ deb qaraladi.

SI birliklar sistemasida massa kilogramm (kg) bilan o'lchanadi.

Jismning harakati unga ta'sir etuvchi kuchlardan tashqari jismning shakliga, ya'ni jism massasining qanday taqsimlanganligiga ham bog'liq bo'ladi.

Dinamikada dastlab moddiy nuqtaning harakati o'rganiladi. So'ngra olingan natijalar moddiy nuqtalar sistemasi va qattiq jismga tatbiq qilinadi.

2. Dinamikaning asosiy qonunlari

1-qonun (inersiya qonuni). *Tashqi ta'sirdan tanholangan moddiy nuqta kuch ta'sir etmaguncha o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi.*

Inersiya qonuniga asosli moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli tekis harakati *inersial harakat* yoki inersiya bo'yicha harakat deyiladi.

Inersial harakatdagi moddiy nuqtaning tezlanishi nolga teng bo'ladi ($w=0$). Moddiy nuqtaning tezligini o'zgartirish uchun biror tashqi ta'sir – kuch bo'lishi kerak.

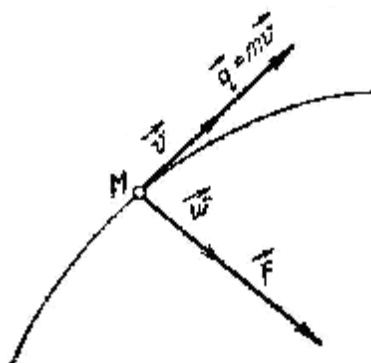
Dinamikada ham kinematikadagi kabi nuqtaning mexanik harakatini boshqa biror jism bilan bog'langan va sanoq sistemasi deb atalgan koordinatalar sistemasiga nisbatan o'rganiladi. Agar tanlangan sanoq sistemasi uchun inersiya qonuni o'rinli bo'lsa, bunday koordinatalar sistemasi inersial sistema deyiladi. Inersial sanoq sistemasiga nisbatan tekshirilayotgan harakat absolyut harakat deb qaraladi.

Texnikada uchraydigan ko'pgina masalalarni yechishda Yer bilan bog'langan koordinatalar sistemasi olinadi.

2-qonun (dinamikaning asosiy qonuni). *Moddiy nuqta harakat miqdorining o'zgarishi harakatlantiruvchi kuchga proporsional va kuchning ta'sir chizig'i bo'yicha sodir bo'ladi.*

Moddiy nuqtaning massasini uning berilgan ondagi tezlik vektoriga ko'paytmasiga teng $\dot{\mathbf{q}}$ vektor *nuqtaning harakat miqdori* deyiladi.

$$\dot{\mathbf{q}} = m\dot{\mathbf{v}}$$



Nyuton ikkinchi qonunining vektorli ifodasi quyidagiga yoziladi:

$$\frac{d}{dt}(m\dot{\mathbf{r}}) = \dot{\mathbf{F}}. \quad (1.2)$$

Agar vaqt o'tishi bilan nuqtaning massasi o'zgarmasdan qolsa, u holda (1.2) ni quyidagicha yozish mumkin:

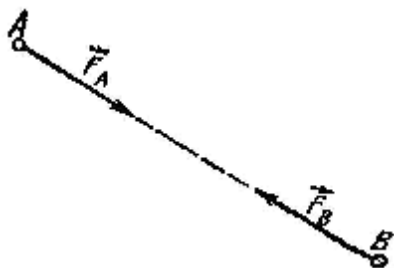
$$m\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{F}}, \quad (1.3)$$

bunda $\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$

Nyutonning 2-qonunini ifodalovchi (1.3) tenglama nuqta dinamikasining asosiy tenglamasi deyiladi.

3-qonun (ta'sir va aks ta'sir qonuni). *Har qanday ta'sirga unga miqdor jihatdan teng, yo'nalishi qarama-qarshi bo'lgan aks ta'sir mos keladi, ya'ni ikkita moddiy nuqtaning o'zaro ta'siri miqdor jihatdan teng va shu nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'naladi.*

Masalan A nuqta V nuqtaga $\mathbf{F}_V$ kuch bilan ta'sir etsin va V nuqta A nuqtaga $\mathbf{F}_A$ kuch bilan ta'sir etsin.



3-qonunga ko'ra

$$\dot{\mathbf{F}}_B = -\dot{\mathbf{F}}_A \quad \text{ëku} \quad \dot{\mathbf{F}}_B = \dot{\mathbf{F}}_A \quad (1.4)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Bunday ikkita kuchlar o'zaro muvozanatda bo'lmaydi, chunki ular moddiy nuqtalar deb tasavvur kilinadigan boshqa-boshqa jismlarga qo'yilgan.

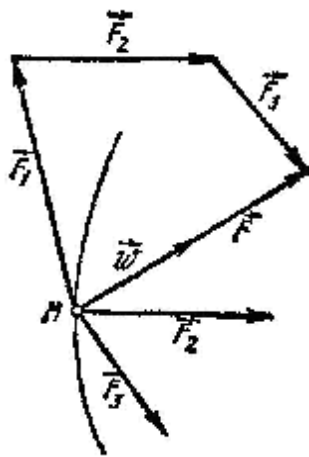
4-qonun (kuchlar ta'sirining o'zaro mustaqillik qonuni). *Agar moddiy nuqtaga bir nechta kuch ta'sir etsa, nuqtaning tezlanishi har bir kuchning alohida ta'siridan nuqta oladigan tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.*

Masalan M moddiy nuqta ($F_1, F_2, \dots, F_n$) kuchlar ta'sirida bo'lsin.

U holda 4-qonunga asosan

$$\dot{\vec{w}} = \dot{\vec{w}}_1 + \dot{\vec{w}}_2 + \dots + \dot{\vec{w}}_n. \quad (1.5)$$

Natija. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi shu kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisiga dinamik ekvivalent bo'ladi.



M moddiy nuqtaga uchta F_1, F_2, F_3 kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (1.5) ni m ga ko'paytirsak,

$$m\dot{\vec{w}} = m\dot{\vec{w}}_1 + m\dot{\vec{w}}_2 + m\dot{\vec{w}}_3 \quad (1.6)$$

tenglik hosil bo'ladi.

$$\text{2-qonunga ko'ra} \quad m\dot{\vec{w}}_1 = \vec{F}_1, \quad m\dot{\vec{w}}_2 = \vec{F}_2, \quad m\dot{\vec{w}}_3 = \vec{F}_3$$

Shu sababli (1,6) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\text{yoki} \quad m\dot{\vec{w}} = \sum \vec{F}_n \quad (1.7)$$

Bu vektorli tenglama kuchlar sistemasi ta'siridagi nuqta uchun *dinamikaning asosiy tenglamasini* ifodalaydi.

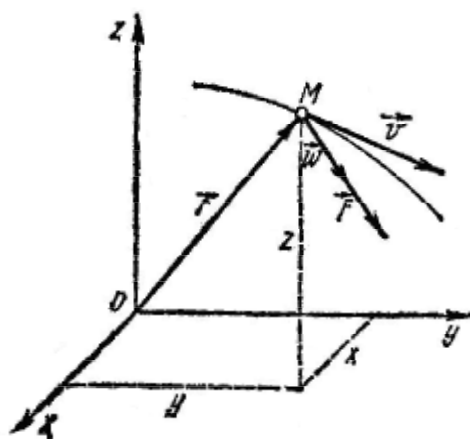
3. Erkin moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari

Massasi m ga teng bo'lgan M erkin moddiy nuqta $F_1, F_2, \dots, F_n$ kuchlar ta'sirida *Oxuz* inersial to'g'ri burchakli Dekart koordinata o'qlari sistemasiga nisbatan harakatlansin. Yuqorida ko'rganimizdek bu nuqta uchun dinamikaning asosiy tenglamasi:

$$m\dot{\vec{w}} = \sum \vec{F}_n \quad \text{yoki} \quad m\dot{\vec{w}} = \vec{F}$$

ko'rinishda yoziladi.

Bunda $\vec{F}$ - nuqtaga qo'yilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, $\vec{w}$ - nuqtaning $\vec{F}$ kuch ta'sir chizig'i bo'ylab yo'nalgan tezlanishi (rasmga qar.).



1. Erkin moddiy nuqta harakatining vektor formadagi differensial tenglamasi

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \text{bo'lgani uchun,}$$

bunda $\vec{v}$ - nuqtaning tezlik vektori,

$\vec{r}$ - nuqtaning radius – vektori.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (1.8)$$

yoki

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}. \quad (1.9)$$

(1.8) yoki (1.9) tenglamalar erkin moddiy nuqta harakatining vektor formadagi differensial tenglamasi deyiladi.

2. Erkin moddiy nuqta harakatining Dekart koordinata o'qlaridagi differensial tenglamalari.

(1.9) ni $Oxuz$ inersial koordinata sistemasi o'qlariga proyeksiyalab, ushbu tenglamalarni olamiz:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= F_x, & m \frac{d^2y}{dt^2} &= F_y, & m \frac{d^2z}{dt^2} &= F_z \\ \text{ëku} \quad m\ddot{x} &= F_x, & m\ddot{y} &= F_y, & m\ddot{z} &= F_z \end{aligned} \quad (1.10)$$

Bunda x, y, z harakatlanayotgan M nuqtaning koordinatalari

$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$, $\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$, $\frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$ - nuqta tezlanishi w ning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari; $F_x, F_y, \dots, F_z$ teng ta'sir etuvchi kuch F ning proyeksiyalari.

Agar $F_n (n=1,2,\dots,n)$ kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari X_n, Y_n, Z_n bilan belgilasak, teng ta'sir etuvchining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari uchun

$$F_x = \sum X_n, \quad \dot{F}_y = \sum Y_n, \quad \dot{F}_z = \sum Z_n$$

munosabatlar urinlar bo'ladi. Shu sababli (1.10) ni

$$m\ddot{x} = \sum X_n, \quad m\ddot{y} = \sum Y_n, \quad m\ddot{z} = \sum Z_n \quad (1.11)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(1.10) yoki (1.11) tenglamalar erkin moddiy nuqta harakatining Dekart koordinata o'qidagi differensial tenglamalarini ifodalaydi.

Agar moddiy nuqta Oxu tekisligida harakatlansa (1.10) ning birinchi ikkitasi o'rinli bo'ladi:

$$m\ddot{x} = F_x, \quad m\ddot{y} = F_y \quad (1.12)$$

Agar nuqta to'g'ri chiziqli harakatda bo'lsa

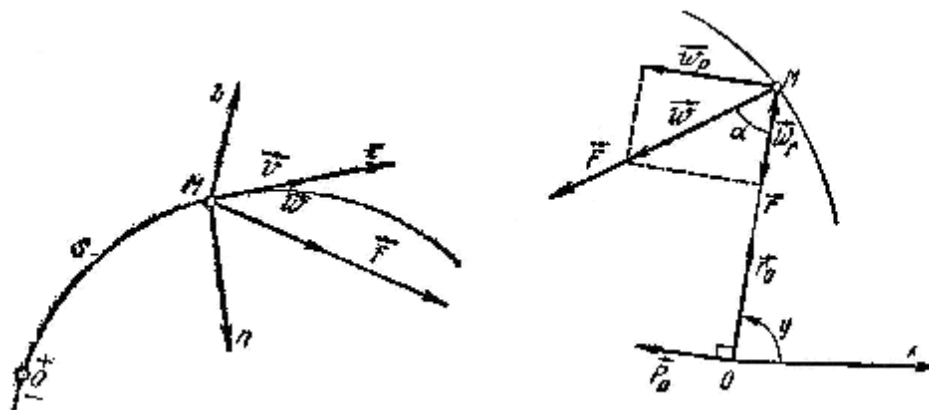
$$m\ddot{x} = F_x \quad (1.13)$$

Bu tenglama nuqta to'g'ri chiziqli harakatining differensial tenglamasi deyiladi.

3. Erkin moddiy nuqta harakatining tabiiy koordinata o'qlaridagi differensial tenglamalari

Tabiiy koordinata o'qlari: M_t - urinma; M_n - bosh normal; M_b - binormal.

Kinematikadan $w_t = \frac{dv_t}{dt} = \ddot{s}$, $w_n = \frac{v^2}{r}$, $w_b = 0$



bunda v_t - tezlik vektorining urinmadagi proyeksiyasi,

s - nuqtaning yoy koordinatasi

ρ - trayektoriyaning M nuqtadagi egrilik radiusi

Teng ta'sir etuvchining urinma, bosh normal va binormaldagi proyeksiyalarini mos ravishda F_t, F_n, F_b bilan belgilanadi.

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_t, \quad m \frac{v^2}{r} = F_n, \quad 0 = F_b \quad (1.14)$$

(1.14) tenglamalarga erkin moddiy nuqta harakatining *tabiiy koordinata o'qlaridagi differensial tenglamalari* deyiladi.

4. Dinamikaning ikki asosiy masalasi

Moddiy nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasi, nuqtaning massasi va kinematik harakat tenglamalari berilganda shu harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlashdan iborat. Bu masalaga nuqta dinamikasining to'g'ri masalasi deyiladi.

Masalani yechish nuqtaning kinematik harakat tenglamalaridan tezlanishni aniqlashga keltiriladi.

1. Agar massasi m ga teng moddiy nuqtaning harakati $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ vektor usulda berilsa, nuqtaning radius-vektoridan vaqt bo'yicha ikki marta hosila olib, nuqtaning tezlanishni, so'ngra (1.9) ga asosan teng ta'sir etuvchi kuchni topamiz:

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.15)$$

2. Agar massasi m ga teng moddiy nuqta kinematik harakat tenglamalarining Dekart koordinata o'qlaridagi ifodalari $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$ ma'lum bo'lsa, ulardan ikki marta vaqt bo'yicha hosila olib, tezlanishning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini, so'ngra (1.10) ga ko'ra teng ta'sir etuvchi kuchning proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$F_x = m\ddot{x}, \quad F_y = m\ddot{y}, \quad F_z = m\ddot{z} \quad (1.16)$$

Natijada teng ta'sir etuvchi kuch moduli

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (1.17)$$

3. Agar massasi m ga teng moddiy nuqtaning harakati tabiiy usulda berilsa, u holda teng ta'sir etuvchi kuchning tabiiy koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini (1.14) tenglamalardan aniqlaymiz:

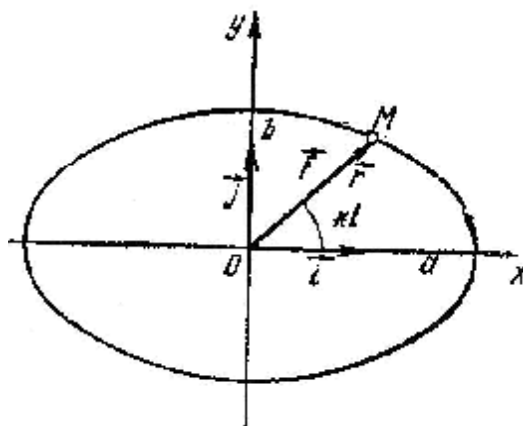
Teng ta'sir etuvchi kuch moduli

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_n^2} \quad (1.18)$$

1- masala. Massasi m ga teng bo'lgan moddiy nuqtaning harakati

$$\mathbf{r} = a\mathbf{i} \cos kt + b\mathbf{j} \sin kt \quad (1)$$

vektorli tenglama bilan berilgan. Bunda a b k o'zgarmas miqdorlar. $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ lar esa x va y o'qlarining birlik vektorlarini ifodalaydi. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuch aniqlancin.



Yechish. Koordinata o'qlarini rasmda ko'rsatilgandek olamiz. (1) ga ko'ra M nuqtaning koordinatalari $x=a\cos kt$, $y=b\sin kt$ tenglamalar bilan ifodalangani uchun mazkur nuqta yarim o'qlari a va b ga teng ellips bo'ylab xarakterlanadi.

(1) dan vaqt bo'yicha ikki marta hosila olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{r}}{dt} &= -aki \sin kt + bkj \cos kt \\ \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} &= -k^2(ai \cos kt + bj \sin kt)\end{aligned}\quad (2)$$

(1.15) ga asosan nuqtaga ta'sir etuvchi kuch

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -mk^2(ai \cos kt + bj \sin kt)$$

yoki (1) ni e'tiborga olsak

$$\mathbf{F} = -mk^2\mathbf{r}$$

ifoda topiladi.

Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi

Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi nuqtaning massasi va unga ta'sir etuvchi kuchlar berilganda nuqtaning kinematik tenglamalarini aniqlashdan iborat. Bu masala nuqta dinamikasining *teskari masalasi* deyiladi.

Ikkinchi asosiy masalani yechishda nuqta harakatining ikkinchi tartibli differensial tenglamalarini integrallash kerak. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar umumiy holda vaqt, nuqtaning holati va tezligiga bog'liq bo'lgani uchun bu differensial tenglamalarni umumiy holda integrallash mumkin emas. Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi ayrim xususiy hollardagina aniq yechimga ega.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Nazariy mexanikaning dinamika bo'limi nimani o'rganadi?
2. Klassik mexanika asosiy qonunlarining mohiyati haqida so'zlab bering
3. Erkin moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari
4. Moddiy nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasining mazmuni nimadan iborat?
5. Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi qanday yechiladi?
6. Statikaning ikkita asosiy masalasi nimadan iborat?

15-mavzu. **MODDIY NUQTA UCHUN DINAMIKANING UMUMIY TEOREMALARI**

Asosiy savollar

1. *Nuqta harakat miqdori va uning o'zgarishi haqidagi teorema. Kuch impuls.*
2. *Nuqta harakat miqdori momenti va uning o'zgarishi haqidagi teorema.*
3. *Yuzalar qonuni.*
4. *Ish va quvvat.*
5. *Nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema.*

Tushuncha va tayanch iboralar

Nuqta harakat miqdori, kuch impuls, nuqta harakat miqdori momenti, nuqta kinetik energiyasi, kuchning bajargan ishi, quvvat

Dars maqsadi: Moddiy nuqta uchun dinamikaning umumiy teoremlari bo'yicha bilimlarini chuqurlashtirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Nuqta harakat miqdori va uning o'zgarishi haqidagi teorema. Kuch impuls

Mexanikada moddiy nuqta mexanik sistemaning harakat o'lchovlaridan biri sifatida uning harakat miqdori olinadi. Nuqta dinamikasidan ma'lumki nuqta massasi m bilan berilgan ondagi tezligi $\mathbf{v}$ ning ko'paytmasiga teng

$$\mathbf{q} = m\dot{\mathbf{v}}$$

vektor *nuqtaning harakat miqdori*ni ifodalaydi.

Nuqta harakat miqdorining Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari quyidagicha aniqlanadi:

$$q_x = mv_x = m\dot{x}, \quad q_y = mv_y = m\dot{y}, \quad q_z = mv_z = m\dot{z}.$$

Nyutonning 2-qonunini quyidagi ko'rinishda yozib,

$$\frac{d}{dt}(m\dot{\mathbf{r}}) = \mathbf{F}$$

uni dt ga kupaytirsak,

$$d(m\dot{\mathbf{r}}) = \mathbf{F}dt \quad (1)$$

yoki

$$d(m\dot{\mathbf{r}}) = d\mathbf{S} \quad (2)$$

formula o'rinli bo'ladi.

(1) yoki (2) tenglama nuqta harakat miqdori o'zgarishi haqidagi teorema differensial ko'rinishidir. U quyidagicha o'qiladi: nuqta harakat miqdori differensial nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning elementar impulsiga teng.

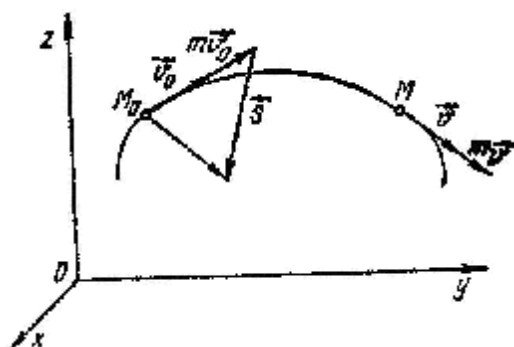
(1) ni koordinata o'qlariga proyeksiyalab,

$$d(m\dot{\mathbf{v}}_x) = Xdt, \quad d(m\dot{\mathbf{v}}_y) = Ydt, \quad d(m\dot{\mathbf{v}}_z) = Zdt \quad (3)$$

$$\text{yoki} \quad dq_x = d\dot{S}_x, \quad dq_y = d\dot{S}_y, \quad dq_z = d\dot{S}_z \quad (4)$$

tengliklarni olamiz.

Demak, nuqta harakat miqdori biror koordinata o'qidagi proyeksiyasining differensial nuqtaga ta'sir etuvchi kuch elementar impulsining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.



Chekli vaqt ichida nuqta harakat miqdorining o'zgarishini aniqlash uchun (1) ni integrallaymiz:

$$m\dot{\mathbf{v}} - m\dot{\mathbf{v}}_0 = \int_0^t \dot{\mathbf{F}} dt \quad (5)$$

$$\text{yoki} \quad m\dot{\mathbf{v}} - m\dot{\mathbf{v}}_0 = \mathbf{S} \quad (6)$$

bunda $\mathbf{v}_0$ orqali $t_0 = 0$ boshlang'ich paytdagi tezlik, $\mathbf{v}$ bilan istalgan t paytdagi tezlik belgilangan.

(5) yoki (6) tenglamalari nuqta harakat miqdori chekli vaqt ichida o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: *nuqta harakat miqdori chekli vaqt ichida o'zgarishi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning shu vaqt ichidagi impulsiga teng.*

Agar t_0 va t_1 vaqtlardagi nuqtaning harakat miqdorlari $m\dot{\mathbf{v}}_0$ va $m\dot{\mathbf{v}}$ ma'lum bo'lsa, $t_1 - t_0$ vaqtdagi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning impulsini yuqoridagi rasmdangdek tasvirlash mumkin. Aksincha, chekli vaqt ichidagi kuchning impulsi $\int_0^t \dot{\mathbf{F}} dt$ va nuqtaning boshlang'ich tezligi $\mathbf{v}_0$ ma'lum bo'lsa, istalgan t paytdagi nuqtaning tezligi

$$\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{v}}_0 + \frac{1}{m} \int_0^t \dot{\mathbf{F}} dt \quad (7)$$

formuladan aniqlanadi.

Nuqta harakat miqdori o'zgarishining koordinata o'qlaridagi ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} m\mathbf{v}_x^{\mathbf{r}} - m\mathbf{v}_{0x}^{\mathbf{r}} &= S_x \\ m\mathbf{v}_y^{\mathbf{r}} - m\mathbf{v}_{0y}^{\mathbf{r}} &= S_y \\ m\mathbf{v}_z^{\mathbf{r}} - m\mathbf{v}_{0z}^{\mathbf{r}} &= S \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Demak, nuqta harakat miqdori biror koordinata o'qi bo'ylab chekli vaqt ichida o'zgarishi shu vaqt ichidagi nuqtaga ta'sir etuvchi kuch impulsining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

Kuch impuls

Berilgan nuqtaga boshqa moddiy obyektlarning har ondagi mexanik ta'sirini xarakterlovchi o'lchov sifatida kuch olinadi. Lekin kuch ta'sirining effekti uning har ondagi miqdor va yo'nalishigagina bog'liq bo'lmay, balki uning ta'sir vaqtiga ham bog'liq bo'ladi.

Miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgarmas bo'lgan $\mathbf{F}$ kuch bilan uning ta'sir vaqti t ning ko'paytmasiga teng

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathbf{F}} \cdot t \quad (9)$$

vektor *kuchning impuls* deyiladi.

Kuch impuls yo'nalishi kuch yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

Kuch impuls o'zaro mexanik ta'sirning vektorli o'lchovi deyiladi va berilgan vaqt ichida moddiy nuqta (yoki sistema) ga boshqa moddiy obyektlari ta'sirini ifodalaydi.

SI birliklar sistemasida kuch impuls $N \cdot s$ bilan o'lchanadi.

Agar ta'sir etuvchi kuch $\dot{\mathbf{F}} = \dot{\mathbf{F}}(t)$ vaqtning funksiyasidan iborat bo'lsa, kuchning dt vaqt ichidagi ta'siri *kuchning elementar impuls* deb ataladigan

$$d\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathbf{F}} \cdot dt \quad (10)$$

kattalik bilan aniqlanadi.

Kuch elementar impulsning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari

$$\left. \begin{aligned} dS_x &= X \cdot dt \\ dS_y &= Y \cdot dt \\ dS_z &= Z \cdot dt \end{aligned} \right\}$$

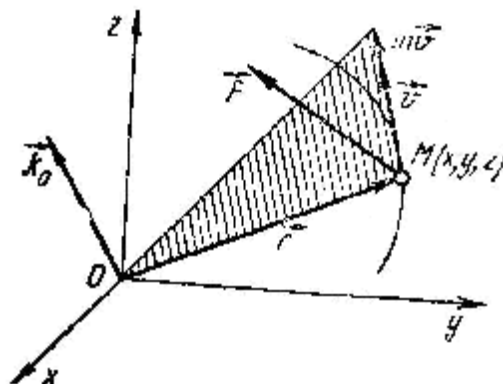
2. Nuqta harakat miqdori momenti va uning o'zgarishi haqidagi teorema

Moddiy nuqtaning biror markaz atrofida aylanishini xarakterlashda harakatning o'lchovi sifatida nuqta harakat miqdorining momenti tushunchasidan foydalaniladi.

Massasi m , harakat tezligi $\mathbf{v}$ ga teng M nuqtaning biror O markazga nisbatan radius – vektori $\mathbf{r}$ ga teng bo'lsin. O markazga nisbatan nuqta harakat miqdorining momenti deb,

$$\dot{\mathbf{k}}_o = \dot{\mathbf{M}}_o(m\mathbf{v}) = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad (12)$$

ga teng vektor kattalikka aytiladi.



$\vec{k}_0$ moment markazi O nuqtaga qo'yiladi.

(12) ni koordinata o'qlarga proyeksiyalab, o'qlarga nisbatan harakat miqdorining momentlarini aniqlaymiz

$$\begin{aligned} k_x &= M_x(m\vec{v}) = m(y\dot{z} - z\dot{y}), \\ k_y &= M_y(m\vec{v}) = m(z\dot{x} - x\dot{z}), \\ k_z &= M_z(m\vec{v}) = m(x\dot{y} - y\dot{x}). \end{aligned} \quad (13)$$

SI birliklar sistemasida harakat miqdorining momenti momenti kg^2m^2/s yoki N^2m^2s bilan o'lchanadi.

4. Ish va quvvat

Jismning biror kuch ta'siridan ko'chishini xarakterlash uchun ish tushunchasi kiritiladi.

Faraz kilaylik, kuch qo'yilgan nuqta to'g'ri chiziq bo'yicha S yo'lni o'tsin hamda kuchning yo'nalishi to'g'ri chiziq bilan ustma-ust tushsin. U holda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan F kuchning S yo'lga ko'paytmasi ish deyiladi.

$$A = \pm F \cdot s \quad (19)$$

F kuchning yo'nalishi nuqta tezligining yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, (19) da musbat ishora, aks holda manfiy ishora olinadi.

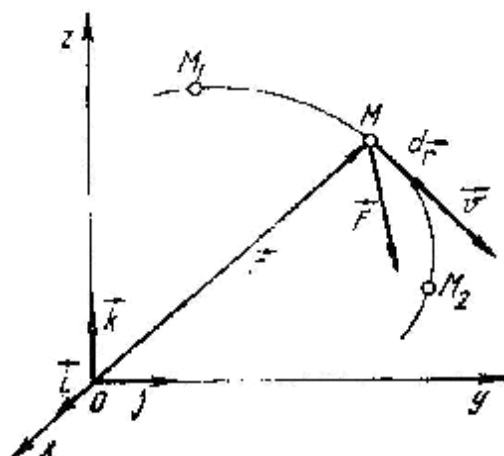
Agar F kuchning yo'nalishi nuqta harakatlanayotgan to'g'ri chiziq bilan biror burchak tashkil etsa, ish uchun

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha \quad (20)$$

formula o'rinli bo'ladi.

(20) da α ning o'tkir yoki o'tmas burchak bo'lishiga qarab, ish, mos ravishda. musbat yoki manfiy qiymatga ega bo'ladi. $\alpha = \pi/2$ da F kuchning ishi nolga teng bo'ladi.

Agar kuchning miqdor va yo'nalishi o'zgaruvchan bo'lsa, yoki kuch qo'yilgan nuqta egri chiziq bo'yicha harakat qilsa, (20) formula yordamida ishini hisoblash mumkin emas. Bu holda nuqtaning butun o'tgan yo'lni fikran shunday kichik bo'laklarga bo'lamizki, bu bo'laklarning har birini to'g'ri chizikli va mazkur bo'laklarga ta'sir etuvchi kuchlarni miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgarmas deb qarash mumkin bo'lsin



U holda har bir bo'lakka mos bo'lgan elementar ishini (20) ga asosan quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$dA = F \cdot \cos\left(\frac{\mathbf{r} \wedge \mathbf{r}}{F, \mathbf{v}}\right) ds \quad (21)$$

Bu tenglikdagi ds nuqta yoy koordinatasining differensial bo'lib, elementar ko'chishni ifodalaydi va $ds = v dt$. Binobarin, (21) ni ushbu ko'rinishda yozish mumkin:

$$dA = F \cdot v \cdot dt \cdot \cos\left(\frac{\mathbf{r} \wedge \mathbf{r}}{F, \mathbf{v}}\right) ds = \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}}{F v} dt$$

Bunda $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ bo'lganidan, elementar ish uchun

$$dA = \frac{\mathbf{r}}{F} d\mathbf{r} \quad (22)$$

munosabatni olamiz.

Agar F kuchning x, y, z o'qlaridagi proyeksiyalarini X, Y, Z bilan belgilasak, (22) ga ko'ra elementar ish uchun

$$dA = Xdx + Ydy + Zdz \quad (23)$$

formulani olamiz. Bu formula kuch elementar ishini analitik ifodasi deyiladi.

Shunday qilib, nuqta harakati tabiiy usulida, vektor usulida yoki koordinata usulida berilganda kuchning elementar ishi mos ravishda (21), (22) yoki (23) formularning birortasi yordamida aniqlanadi.

Kuchning chekli $M_0 M_1$ yo'ldagi ishi (21) – (23) ga asosan, tabiiy usulda

$$A = \int_{M_0}^{M_1} F ds \cos\left(\frac{\mathbf{r}}{F} \wedge \mathbf{v}\right), \quad (24)$$

vektor usulida

$$A = \int_{M_0}^{M_1} \frac{\mathbf{r}}{F} d\mathbf{r}, \quad (25)$$

koordinatalar usulida

$$A = \int_{M_0}^{M_1} (Xdx + Ydy + Zdz) \quad (26)$$

formuladan foydalanib aniqlanadi.

SI birlikni sistemasida ish birligi uchun joul ($1j=1N\cdot m$) qabul kilingan.

Mexanikada ish tushunchasi bilan birgalikda quvvat tushunchasi ham kiritiladi. Kuchning vaqt birligi ichida bajargan ishi *quvvat* deyiladi.

$$N = \frac{dA}{dt} \quad \text{ëku} \quad N = \frac{\dot{\mathbf{F}} d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{\dot{F}} d\mathbf{v} \quad (27)$$

Quvvat halqaro SI birliklar sistemasida vatt bilan o'lchanadi, hamda $1Vt=1j/s$., bundan tashqari quvvat texnikada ot kuchida ham o'lchanadi.

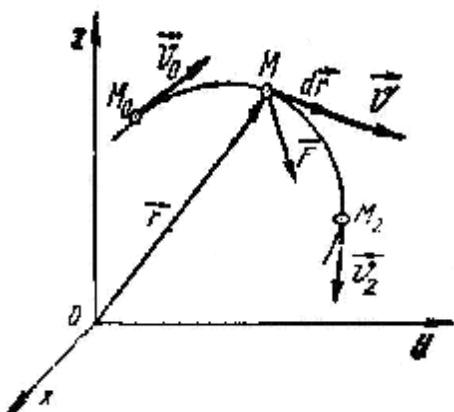
$1 \text{ o.k.} = 735,5 \text{ Vt}$.

5. Nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema

Nuqta massasini uning tezligi kvadratiga kupaytmasining yarmiga teng skalyar kattalik $\frac{mv^2}{2}$ nuqtaning kinetik energiyasi deyiladi.

SI birliklar sistemasida nuqtaning kinetik energiyasi $kg\cdot m^2/s^2$ yoki *joul*da o'lchanadi: $1J = 1 N\cdot m$.

Massasi m ga teng M erkin moddiy nuqta F kuch ta'sirida qo'zg'almas $Oxyz$ koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlansin.



Bu nuqta uchun Nyutonning II-qonuni

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}$$

Bu tenglamaning har ikkala tomonini $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$ ga kupaytiramiz: ($d\mathbf{r}$ - M nuqtaning elementar ko'chishi)

$$Mvdv = Fdr$$

yoki

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \mathbf{F}d\mathbf{r}$$

$\frac{d}{dt}v^2 = v^2$ ekanligini e'tiborga olsak

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \mathbf{F}d\mathbf{r} \quad (14)$$

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = d'A \quad (15)$$

Bu formula moddiy nuqtaning differensial formadagi kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: *nuqta kinetik energiyasining differensial nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning elementar ishiga teng.*

(14) ning ikkala tomonini dt ga bo'lib,

$$\mathbf{F} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{v} = N$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = N \quad (16)$$

Binobarin, moddiy nuqta kinetik energiyasidan vaqt bo'yicha olingan hosila nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning quvvatiga teng.

Agar (14) ni M_0 va M_1 ga mos chegaralarda integralasak

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \int_{M_0}^{M_1} \mathbf{F}d\mathbf{r} \quad (17)$$

yoki

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A \quad (18)$$

bunda A - kuni nuqta M_0 holatdan M_1 holatga ko'chishdagi ishi.

(17) yoki (18) tenglamalar nuqtaning chekli formadagi kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: *chekli ko'chishdagi nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi o'nga ta'sir etuvchi kuchning xuddi shu ko'chishdagi ishiga teng.*

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Moddiy nuqtaning harakat miqdori nima?
2. Kuch impulsining ta'rifini keltiring
3. Nuqta harakat miqdorining o'zgarish haqidagi teoremaning ta'rif va uni xarakterlovchi ifodani keltiring
4. Nuqta kinetik momenti va uning o'zgarishi haqidagi teorema ifodasini keltiring
5. Kuchning ishi ta'rif va ifodalarini keltiring
6. Quvvatning ta'rif, ifodasi va o'lchov birliklarini tushuntiring

16-mavzu. MODDIY NUQTALAR SISTEMASI DINAMIKASI

Asosiy savollar

1. Sistema massalar markazi.
2. Jismning inersiya momenti
3. Jismning parallel o'qlarga nisbatan inersiya momenti.
4. Jismning berilgan nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti.
5. Inersiya ellipsoidi.
6. Bir jinsli ba'zi jismlarning inersiya momentlarini hisoblash.
7. Inersiya bosh o'qlarining xususiyatlari.
8. Mexanik sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi kuchlarni klassifikatsiya qilish

Tushuncha va tayanch iboralar

Mexanik sistema, o'zgarmas mexanik sistema, ichki kuchlar, tashqi kuchlar, sistemaning massasi, sistemaning massalar markazi, inersiya momenti, Gyuygens-Shteyner teoremasi

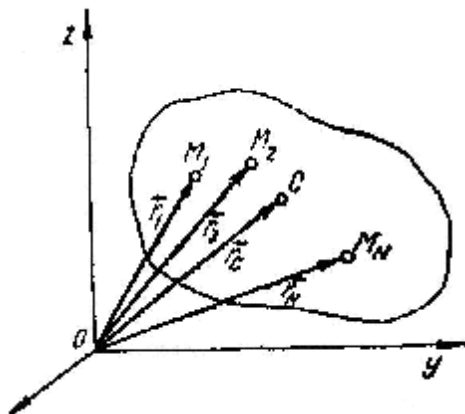
Dars maqsadi: Jismning inersiya momentini o'g'risidako'nikmalarini shakllantirish/

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Sistema massalar markazi

Mexanik sistema N ta nuqtadan tashkil topgan bo'lib, ularning massalari $m_1, m_2, \dots, m_N$ ga teng bo'lsin. Sistema nuqtalarini $M_1, M_2, \dots, M_N$ ning qo'zg'almas koordinatalari sistemasiga nisbatan radius-vektorlarini $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$; koordinatalarini $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_N, y_N, z_N)$ bilan belgilaymiz.



Sistema tarkibiga kiruvchi nuqtalarning massalarini yig'indisiga teng

$$M = \sum m_n$$

kattalikka sistemaning massasi deyiladi.

Radius vektori

$$\mathbf{r}_c = \frac{\sum m_n \mathbf{r}_n}{M} \quad (5.4)$$

formula yordamida aniqlanadigan geometrik S nuqtaga *sistemaning massalar markazi* deyiladi.

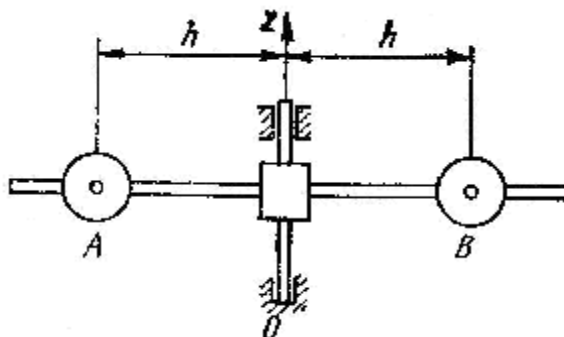
(5.4) ni Dekart koordinata o'qlariga proyeksiyalab, sistema massalar markazining koordinatalari aniqlanadigan formulalarni olamiz.

$$x_c = \frac{\sum m_n x_n}{M}, \quad y_c = \frac{\sum m_n y_n}{M}, \quad z_c = \frac{\sum m_n z_n}{M} \quad (5.5)$$

2. Jismning inersiya momenti

3. Inersiya momentlari

Sistema massalar markazining holati sistema massalarining taqsimlanishini to'liq xarakterlay olmaydi. Masalan, bir xil A va V sharlari markazlaridan aylanish o'qi Oz gacha bo'lgan h masofalarni bab-baravar o'rtirsak, u holda A va V sharlardan tashkil topgan sistemaning massalar markazi o'zgarmaydi, biroq sistemaning massalari boshqacha taqsimlanadi va natijada sistemaning harakati o'zgaradi (boshqa shartlar o'zgarmaganda aylanish sekinroq sodir bo'ladi). Shu sababli mexanikada sistema massalarining taqsimlanishini xarakterlash uchun *sistemaning inersiya momenti* tushunchasi kiritiladi.



Moddiy nuqtaning massasini biror l o'qqacha bo'lgan masofa kvadratiga ko'paytmasiga teng kattalikka *nuqtaning o'qqa nisbatan inersiya momenti* deyiladi.

Sistema nuqtalarining massalarini o'qqacha (nuqta yoki tekislikkacha) bo'lgan masofalar kvadratiga ko'paytmalarining yig'indisiga teng skalyar kattalikka mos ravishda sistemaning *o'qqa (nuqta yoki tekislikka) nisbatan inersiya momenti* deyiladi.

Nuqtaga nisbatan inersiya momenti ko'pincha *qutbga nisbatan inersiya momenti* deb ham ataladi.

Agar l o'qqa, O nuqtaga va P tekislikka nisbatan sistemaning inersiya momenlarini J_b, J_0 yoki J_p bilan belgilasak, ta'rifga ko'ra

$$J_l = \sum m_n h_n^2, \quad J_0 = \sum m_n r_n^2, \quad J_l = \sum m_n d_n^2 \quad (5.6)$$

formulalari o'rinli bo'ladi.

Bunda m_n sistema M_n nuqtasining massasini; h_n, r_n, d_n lar esa mos ravishda M_n nuqtadan l o'qqa, O nuqtaga va P tekislikkacha bo'lgan masofalarini ifodalaydi.

SI birliklari sistemasidagi inersiya momentining o'lchamligi $[J]=\text{kg}\cdot\text{m}^2$

Koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momentlari:

$$\begin{aligned} J_x &= \sum m_n (y_n^2 + z_n^2) \\ J_y &= \sum m_n (x_n^2 + z_n^2) \\ J_z &= \sum m_n (y_n^2 + x_n^2) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Koordinatalari boshiga nisbatan sistemaning inersiya momenti quyidagicha aniqlanadi:

$$J_0 = \sum m_n r_n^2 = \sum m_n (x_n^2 + y_n^2 + z_n^2). \quad (5.8)$$

Koordinata tekisliklariga nisbatan IM

$$\begin{aligned} J_0 &= \sum m_n r_n^2, \\ J_0 &= \sum m_n r_n^2, \\ J_0 &= \sum m_n r_n^2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Ko'pincha sistemaning o'qqa nisbatan inersiya momentini

$$J_z = M_n r_i^2 \quad (5.10)$$

ko'rinishda yoziladi.

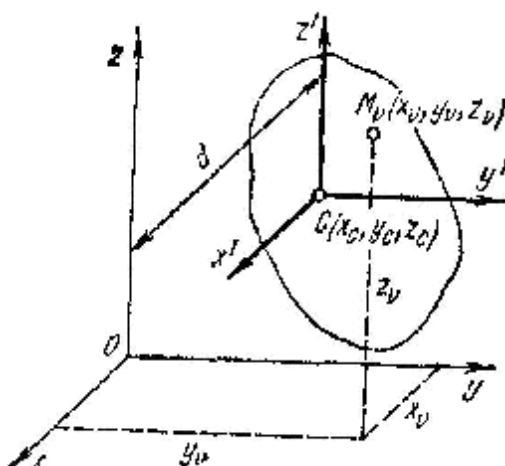
Bundan

$$r_u = \sqrt{\frac{J_z}{M}} \quad (5.11)$$

r_i - sistemaning o'qqa nisbatan *inersiya radiusi* deyiladi.

3. Jismning parallel o'qlarga nisbatan inersiya momenti

Jismning massalar markazi orqali o'tuvchi o'qqa parallel bo'lgan o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblashni ko'rib chiqamiz. Aytaylik, o'zaro parallel bo'lgan $Oxyz$ va $Sx'y'z'$ Dekart koordinatalar sistemalari berilgan bo'lsin, bunda S nuqta sistemaning massalar markazida joylashgan.



O'qqa nisbatan inersiya momentining ta'rifi ko'ra

$$\left. \begin{aligned} I_z &= \sum m_n (x_n^2 + y_n^2), \\ I_{z'} &= \sum m_n (x_n'^2 + y_n'^2), \end{aligned} \right\}$$

Agar Oxyz koordinatalar sistemasiga nisbatan massalar markazining koordinatalarini x_c, y_c, z_c bilan belgilasak, u holda M_v nuqtaning koordinatalari $x_v = x'_v + x_c$; $y_v = y'_v + y_c$; $z = z'_v + z_c$ munosabatlar bilan bog'langan bo'ladi.

Natijada

$$I_z = \sum m_n \cdot (x_n'^2 + y_n'^2) + 2x_c \cdot \sum m_n x'_n + 2y_c \cdot \sum m_n y'_n + (x_c^2 + y_c^2) \cdot \sum m_n$$

ifoda hosil bo'ladi.

Bu ifodada $\sum m_n \cdot (x_n'^2 + y_n'^2)$ jismning massalar markazi orqali o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti; $\sum m_n = M$ - butun jism massasi; $\sum m_n x'_n = Mx'_c = 0$ va $\sum m_n y'_n = My'_c = 0$, chunki sistemaning massalar markazini ifodalovchi S nuqta $Sx'y'z'$ Bundan tashqari $x_c^2 + y_c^2 = d^2$ (d - Oz va Cz' o'qlar orasidagi masofa) ekanligini e'tiborga olsak,

$$I_z = I_{z'} + Md^2$$

formula hosil bo'ladi.

Bu formula Gyuygens-Shteyner teoremasini ifodalaydi: *biror o'qqa nisbatan sistemaning inersiya momenti sistemaning massalar markazi orqali shu o'qqa parallel ravishda o'tgan o'qqa nisbatan inersiya momenti bilan sistema massasini o'qlar orasidagi masofalar kvadratiga ko'paytmasining yig'indisiga teng.*

4. Jismning berilgan nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti

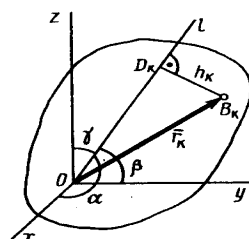
Oxyz o'qlar bilan, tegishlicha α, β , va γ burchaklar tashkil etuvchi Ol -o'qini o'tkazaylik (280 shakl). Ta'rif [(2) formula]ga ko'ra $J_l = \sum m_k h_k^2$ bo'ladi va $OB_k D_k$ uchburchakdan $h_k^2 = r_k^2 - (OD_k)^2$. Lekin OD_k masofa, $\vec{r}_l = x_k \vec{i} + y_k \vec{j} + z_k \vec{k}$ vektoring Ol o'qidagi proektsiyasidan iborat bo'lgani sababli, $(x_k \vec{i}) = x_k \cos \alpha$, $(y_k \vec{j}) = y_k \cos \beta$ va $(z_k \vec{k}) = z_k \cos \gamma$ bo'ladi; hamda $r_k^2 = x_k^2 + y_k^2 + z_k^2$ ekanligini e'tiborga olsak: $J_l = \sum m_k [x_k^2 + y_k^2 + z_k^2 - (x_k \cos \alpha + y_k \cos \beta + z_k \cos \gamma)^2]$.

Agar, $1 - \cos^2 \alpha = \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$, $1 - \cos^2 \beta = \cos^2 \alpha + \cos^2 \gamma$, va $1 - \cos^2 \gamma = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$ ekanligi sababli, kosinuslar kvadratlari va kosinuslarning ko'paytmalarini qavsdan tashqariga chiqarib, (3) va (10) formulalarni e'tiborga olsak, yuqoridagi formula quyidagi ko'rinishga keladi: $J_l = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma - 2J_{xy} \cos \alpha \cos \beta - 2J_{yz} \cos \beta \cos \gamma - 2J_{zx} \cos \gamma \cos \alpha$ (12)

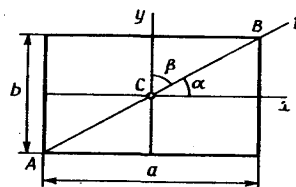
Agar, Oxyz o'qlarini jismning O nuqtadagi bosh inertsia o'qlari bo'ylab yo'naltirsak, (12) formula soddalashadi, va $J_l = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma$ (12') ko'rinishga keladi. (12) va (12') formulalar orqali, berilgan Oxyz o'qlarga nisbatan inertsia momentlari ma'lum bo'lsa va O^1 nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy o'qqa nisbatan inertsia momentlarini hisoblash mumkin ekan. Agar jismning massa markazi ma'lum bo'lsa, (9) formula yordamida, ixtiyoriy nuqtadan o'tuvchi o'qqa nisbatan inertsia momentlarini hisoblash mumkin bo'ladi.

Masala. Massasi m , tomonlari a va b larga teng bo'lgan, to'g'ri burchakli plastinaning diagonaliga nisbatan inertsia momenti aniqlansin (2-shakl).

Yechish: Massa markazi S nuqtadan Sxy o'qlarni o'tkazamiz (shaklda Cz -o'qi ko'rsatilmagan), va bu o'qlar simmetriya o'qlari bo'lgani uchun, ular S nuqtadagi bosh inertiya o'qlari hisoblanadilar. U holda $\gamma \neq 90^\circ$ ekanligi sababli, (12') formulaga asosan, $J_1 = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta$ bo'ladi. Ushbu plastina uchun $J_x = mb^2/12$, $J_y = ma^2/12$ ekanligini aniqlaymiz; hamda $\cos \alpha = a/c$, $\cos \beta = b/c$, va $s = AV$ bo'ladi. Natijada: $J_1 = ma^2 b^2 / 6s^2 = ma^2 b^2 / 6(a^2 + b^2)$

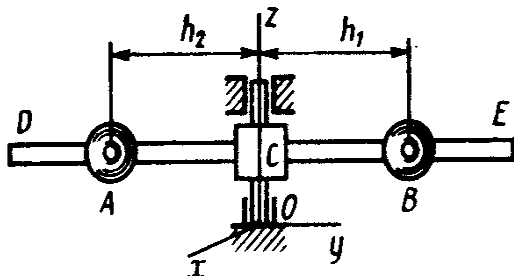


1-shakl



2-shakl.

Quyida, biz yuqorida kiritgan xarakteristikalar, ya'ni massalarning tarqalishini ikkita bir xil sharlarni Oz o'qi atrofida aylanayotgan sterjenning A va V nuqtalarga kiydirib qo'yilgandagi misolda ko'rib chiqamiz (3-shakl).



3-shakl.

Agar, $h_2 \neq h_1$ bo'lsa, u holda sistemaning massa markazi Oz -o'qida yotmaydi, va aylanish hisobiga podshipniklarda qo'shimcha bosim kuchi paydo bo'ladi; Agar, $h_2 = h_1$ bo'lsa, qo'shimcha bosim yo'q bo'ladi.

Agar $h_2 = h_1$ bo'lgan holda, sharlar orasidagi masofani orttirsak, massa markazining o'rni o'zgarmaydi, lekin

inertiya momenti J_z - ortadi va boshqa shartlar bir xil qolgan holda sterjenning aylanishi sekinlashadi.

Agar DE sterjenni Oyz tekisligida $\angle DC_z \neq 90^\circ$ (ya'ni to'g'ri burchak bo'lmagan) burchakka bursak, $h_2 \neq h_1$ shartni saqlagan holda, sharlarni sterjenning chekkalariga surib qo'ysak, u holda massa markazining o'rni ham, inertiya momenti J_z -ning qiymati ham o'zgarmaydi. Ammo, markazdan qochma inertiya momenti J_{yz} - nolga teng bo'lmaydi, natijada Oz -o'q bosh inertiya o'qi bo'lmay qoladi; natijada sterjenning aylanishida, podshipniklarga qo'shimcha ravishda yonmacha ravishda yo'nalgan bosim kuchlari paydo bo'ladi (o'qni «ura» boshlaydi).

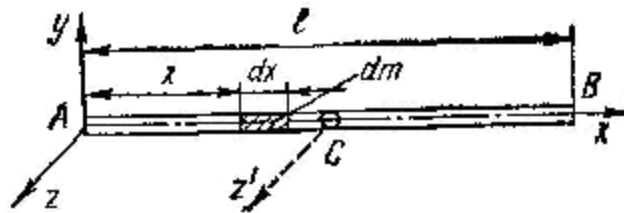
5. Inersiya ellipsoidi

6. Bir jinsli ba'zi jismlarning inersiya momentlarini hisoblash

Ko'pincha murakkab shaklga ega bo'lgan jimni oddiy shaklli jimlarga ajratish usuli bilan uning inersiya momentini aniqlash qulay bo'ladi. Bunday jismning inersiya momentini uning bo'laklari inersiya momentlarining yig'indisidan iborat deb qarash mumkin.

Bir jinsli oddiy shaklga ega bo'lgan ba'zi jimmlarning inersiya momentlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz.

Bir jinsli sterjenning inersiya momenti. x o'qni o'zunligi l ga teng ingichka AV sterjen bo'ylab yo'naltiramiz. Sterjenning A uchidan o'tuvchi va uning o'qiga perpendikulyar yo'nalgan z o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz.



Aytaylik sterjenning massasi M , zichligi $r_2 = M/l$ ga teng bo'lsin. U holda sterjen dx bo'lakchasining massasi $dm = r_2 dx$ ekanligini nazarda tutib quyidagini olamiz:

$$I_{Az} = r_2 \int_0^l x^2 dx = r_2 \frac{l^3}{3} = \frac{1}{3} M l^2.$$

O'qqa parallel ravishda sterjenning massalar markazi orqali o'tuvchi Cz' o'qqa nisbatan inersiya momentini Gyuygens-Shteyner teoremasiga asosan aniqlaymiz:

$$I_{Az} = I_{Cz'} + M d^2, \text{ bunda } d^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{4}.$$

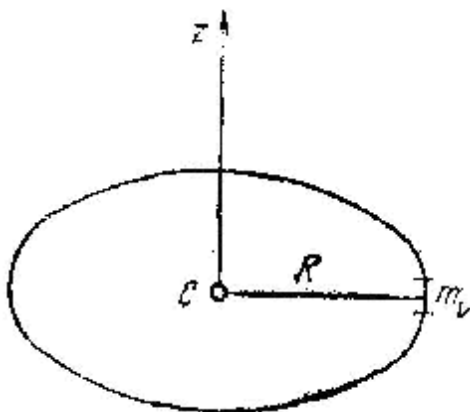
Binobarin,

$$I_{Cz'} = I_{Az} - M \frac{l^2}{4} = M \frac{l^2}{3} - M \frac{l^2}{4} = M \frac{l^2}{12}.$$

2. Ingichka doiraviy halqaning inersiya momenti. Massasi M va radiusi R ga teng doiraviy halqaning markazidan uning tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi Cz o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz. Halqaning barcha nuqtalari Cz o'qdan bir xil $h_n = R$ masofada joylashgani tufayli

$$I_z = \sum m_n h_n^2 = \left(\sum m_n\right) R^2 = M R^2$$

bo'ladi, $\sum m_n = M$ halqaning massasi.

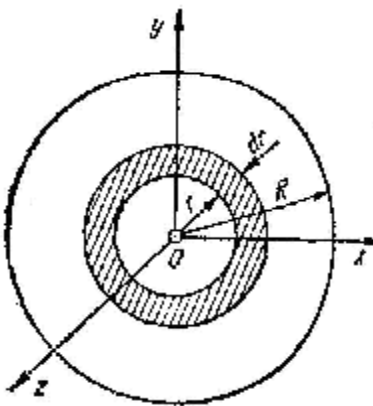


Bu formula massasi M , radiusi R ga teng yupqa qobiqli silindrning markaziy bo'ylama o'qiga nisbatan inersiya momentini topish uchun ham o'rinni bo'ladi.

3. Bir jinsli doiraviy diskning inersiya momenti. Massasi M , radiusi R ga teng doiraviy diskning O nuqtaga nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz. O qutbga nisbatan diskning inersiya momenti shu nuqtadan disk tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi Oz o'qqa nisbatan hisoblangan inersiya momentiga teng bo'ladi. Diskda radiuslari r va $r+dr$ ga teng aylanalar orasidagi doiraviy halqani ajratamiz. Bu halqaning massasi

$$dm = 2\pi r \rho dr$$

ga teng.



Bu yerda

$r_1 = \frac{M}{\rho R^2}$ diskning zichligini ifodalaydi.

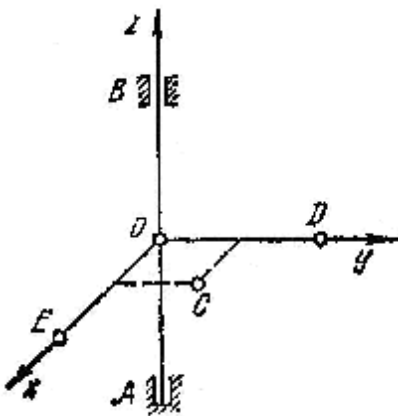
$$I_z = \int_{(M)} r^2 dm = \int_0^R r^2 \cdot 2\pi r \rho_1 dr = 2\pi \rho_1 \int_0^R r^3 dr = 2\pi \rho_1 \frac{R^4}{4} = \frac{MR^2}{2}.$$

Bu formula radiusi R ga teng doiraviy silindrning markaziy bo'ylama o'qiga nisbatan inersiya momentini topish uchun ham o'rinli bo'ladi.

Disk tekisligidagi Ox va Oy o'qlarga nisbatan uning nuqtalari simmetrik joylashgani uchun $I_x = I_y$, va $2I_o = I_x + I_y + I_z$, lekin $I_z = I_o$ bo'lgani uchun

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} I_o = \frac{MR^2}{4}$$

Masala. AV vertikal valga hamda o'zaro $\perp$ bo'lgan r o'zunlikdagi OYe va OD sterjenlar vositasida bir xil Ye va D yuklar biriktirilgan. Sterjenlari va val massasini hisobga olmay va yuklarini moddiy nuqta deb qarab sistemaning massalari markazi topilsin.



Yechish. Koordinatalar o'qlarini o'tkazamiz. Yuklar massalarini m bilan belgilasak, Ye ($r, 0, 0$), D ($0, r, 0$) bo'lgani uchun (5.5) ga ko'ra

$$x_c = \frac{\sum m_n x_n}{\sum m_n} = \frac{mr}{2m} = \frac{r}{2}$$

$$y_c = \frac{\sum m_n y_n}{\sum m_n} = \frac{mr}{2m} = \frac{r}{2}$$

$$z_c = \frac{\sum m_n z_n}{\sum m_n} = \frac{0}{2m} = 0$$

Binobarin, sistemaning massalar markazi $S(r/2; r/2; 0)$ nuqtada yotadi.

7. Inersiya bosh o'qlarining xususiyatlari

Agar O nuqtadan $Oxyz$ o'qlarni o'tkazsak, u holda bu o'qlarga nisbatan, J_{xy}, J_{yz}, J_{zx} qiymatlardan iborat bo'lgan va $J_{xy} = \sum m_k x_k y_k$, $J_{yz} = \sum m_k y_k z_k$, $J_{zx} = \sum m_k z_k x_k$ (10)

formulalar orqali aniqlanadigan markazdan qochma inertsia momentlari (yoki *inertsialar ko'paytmasi*) deb ataluvchi ifodalar paydo bo'ladi. Bu erdagi m_k - nuqtaning massasi, x_k, y_k, z_k -lar nuqtaning koordinatalari, hamda $J_{xy} = J_{yx}$ bo'ladi va h.k. Yaxlit jismlar uchun (10) formula (5') formula kabi quyidagi ko'rinishga keladi: $J_{xy} = \int_V \rho x y dV$ (10'). Markazdan qochma inertsia

momentlari, o'qlarga nisbatan momentlardan farqli ravishda, musbat yoki manfiy qiymatlarga ega bo'lishlari ham mumkin, va xususiyl holda maxsus yo'naltirilgan $Oxyz$ o'qlarga nisbatan nolga teng bo'lishlari ham mumkin.

B o s h i n e r t s i y a o' q l a r i. Simmetriya o'qiga ega bo'lgan bir jinsli jismni olib ko'raylik. $Oxyz$ koordinata o'qlarini shunday yo'naltiraylikki, Oz o'qi jismning simmetriya o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'lsin (279 shakl). U holda, simmetriya qoidasiga asosan, jismning m_k -massali va x_k, y_k, z_k - koordinatali har bir nuqtasiga, tegishli ravishda boshqa indeksli, shunday massali lekin koordinatalari teskari ishorali bo'lgan, ya'ni $-x_k, -y_k, z_k$ nuqta, albatta, mavjud bo'ladi. Natijada $\sum m_k x_k z_k = 0$ va $\sum m_k y_k z_k = 0$ bo'ladi, chunki bu yig'indidagi qiymatlar moduli bo'yicha o'zaro teng, lekin teskari ishoralar bilan juft-juft bo'lib ishtirok etadilar; bundan (10) tenglikni e'tiborga olsak: $J_{xz} = 0$ $J_{yz} = 0$ (11) bo'ladi.

Shunday qilib, z -o'qiga nisbatan massalar simmetrik ravishda joylashganliklari sababli, J_{zx} va J_{yz} lar nolga aylanish bilan xarakterlanadi. *Markazdan qochma inertsia momenti nolga teng bo'lgan J_{xz} va J_{yz} qiymatlarning indekslarida ishtirok etgan Oz o'q, jismning O nuqtadagi bosh inertsia o'qi deb ataladi.*

Yuqoridagilarga asosan, *agar jismning simmetriya o'qi mavjud bo'lsa, bu o'q shu jismning ixtiyoriy nuqtasidagi bosh inertsia o'qi bo'ladi.*

Bosh inertsia o'qi, albatta jismning simmetriya o'qi bo'lishi shart emas. Simmetriya tekislikka ega bo'lgan, bir jinsli jismni olib ko'raylik (shaklda $abcd$ tekisligi simmetriya tekisligi hisoblanadi). SHu simmetriya tekisligida yotuvchi Oz , Ox va unga perpendikulyar yo'nalgan Oy o'qlarni o'tkazaylik. U holda, simmetriya qoidasiga asosan, jismning m_k -massali va x_k, y_k, z_k - koordinatali har bir nuqtasiga, tegishli ravishda boshqa indeksli, shunday massali lekin koordinatalari shunday va teskari ishorali, ya'ni $x_k, -y_k, z_k$ nuqta, albatta, mavjud bo'ladi. Natijada yuqoridagi kabi $\sum m_k x_k y_k = 0$ va $\sum m_k y_k z_k = 0$, yoki $J_{xu} = 0$, $J_{yz} = 0$ bo'ladi. Shu sababli, u -o'qi O nuqtadagi bosh inertsia o'qi bo'ladi. Shunday qilib, *agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, shu tekislikka perpendikulyar ravishda yo'nalgan ixtiyoriy o'q, shu tekislikni kesib o'tgan O nuqtadagi bosh inertsia o'qi hisoblanar ekan.* (11) tenglama, Oz -o'qi jismning O nuqtasi (koordinata boshi)dagi inertsia o'qi ekanligining sharti hisoblanadi. Xuddi shu kabi, agar $J_{xu} = 0$, $J_{yz} = 0$ bo'lsa, u holda Ou o'qi jismning O nuqtadagi bosh inertsia o'qi hisoblanadi. Demak, *agar barcha markazdan qochma inertsia momentlari, ya'ni: $J_{xu} = 0$, $J_{yz} = 0$, $J_{zx} = 0$*

(11') bo'lsa, u holda har bir koordinata o'qlari, jismning O nuqta (koordinata boshi) dagi bosh inertsia o'qi hisoblanadi.

Masalan, 279 shakldagi uchala $Oxyz$ -o'qlari (Oz -o'qi simmetriya o'qi bo'lganligi sababli, Ox va Oy -o'qlari esa simmetriya tekisligiga perpendikulyar bo'lganligi sababli) jismning O nuqtadagi bosh inertsia o'qlari hisoblanadi.

Bosh inertsia o'qlariga nisbatan aniqlangan inertsia momentlari, *jismning bosh inertsia momentlari* deb ataladi.

Jismning massalar markazidan o'tkazilgan bosh inertsia o'qlari, *bosh markaziy inertsia o'qlari* deb ataladi. Yuqorida isbot qilinganlarga asosan, agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa, u holda bu o'q jismning bosh markaziy o'qlaridan biri hisoblanadi, chunki massa markazi shu o'qda joylashgan bo'ladi. Agar, jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, u holda shu tekislikka perpendikulyar bo'lib, jismning massa markazidan o'tsa, bu o'q ham bosh markaziy inertsia o'qlaridan biri hisoblanadi.

Yuqorida ko'rib o'tilgan misollarda, asosan simmetrik jismlar tahlil qilindi, masalalar echishda uchraydigan jismlarning ko'pchiligi aynan shundaylardan iborat bo'ladi. Lekin, shuni isbot qilish mumkinki, har qanday jismning ixtiyoriy nuqtasidan hech bo'lmaganda o'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta o'qni shunday o'tkazish mumkinki, ular uchun (11') tenglama qanoatlanadi, ya'ni jismning shu nuqtadagi bosh inertsia o'qlari hisoblanadi.

8. Mexanik sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi kuchlarni klassifikatsiya qilish

Mexanik sistema (yoki qisqacha sistema) deb shunday moddiy nuqtalar to'plamiga aytiladiki, uning har-bir nuqtasining harakati va holati sistema tarkibiga kiruvchi boshqa nuqtalarning harakati va holatiga bog'liq bo'ladi.

Mexanik sistemani tashkil etuvchi nuqtalarning o'zaro ta'sir kuchlari *ichki kuchlar* deyiladi. Mexanik sistema tarkibiga kirmaydigan nuqta yoki jismlarning berilgan sistema nuqtalariga ta'sir kuchlari *tashqi kuchlar* deyiladi.

1. Sistema barcha ichki kuchlarining geometrik yig'indisi (ichki kuchlarning bosh vektori) nolga teng.

$$\sum_{n=1}^N \mathbf{F}_n^i = 0 \quad (5.1)$$

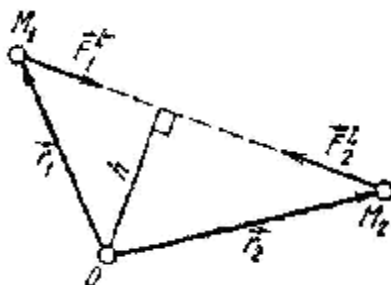
Bunda $\mathbf{F}_n^i$ - nomeri n ga teng nuqtaga ta'sir etuvchi ichki kuchlari teng ta'sir etuvchisi, N - mexanik sistema tarkibiga kiruvchi nuqtalar soni.

Sistema barcha ichki kuchlari ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlari geometrik yig'indisi (ichki kuchlari bosh momenti) nolga teng:

$$\dot{\mathbf{M}}_0^i = \sum (\dot{\mathbf{F}}_n^i) = 0 \quad (5.2)$$

$$\text{yoki} \quad \dot{\mathbf{M}}_0^i = \sum \mathbf{r}_n \cdot \dot{\mathbf{F}}_n^i = 0 \quad (5.3)$$

Agar sistema ikkita M_1 va M_2 nuqtalardan tashkil topsa



$$\begin{aligned}\vec{F}_2^i &= -\vec{F}_1^i \\ \vec{F}_1^i + \vec{F}_2^i &= 0 \\ \vec{r}_1 \times (\vec{F}_1^i) + \vec{r}_2 \times (\vec{F}_2^i) &= 0\end{aligned}$$

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Mexanik sistemaning ta'rifini bering
2. Ichki va tashqi kuchlarning ta'rifini bering
3. Sitemaning massasi va massalar markazini aniqlovchi ifodalarni keltiring
4. Sistemaning o'qqa (nuqta yoki tekislikka) nisbatan inersiya momenti tushunchasining ta'rifini bering va ifodalarini keltiring
5. Inersiya radiusi deb qanday o'lchamga aytiladi?

17-mavzu. MODDIY NUQTALAR SISTEMASINING HARAKAT DIFFERENSIAL TENGLAMALARI

Asosiy savollar

1. Mexanik sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema. Sistema massalar markazining saqlanish qonuni.
2. Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema.
3. Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema.
4. Murakkab harakatdagi sistemaning kinetik momenti.
5. Sistema kinetik momentining saqlanish qonuni.

Tushuncha va tayanch iboralar

Sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema, Sistema massalar markazi harakatining saklanish qonuni

Dars maqsadi: Dinamikaning umumiy teoremlarini to'g'risidagi bilimlarini chuqurlashtirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Mexanik sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema. Sistema massalar markazining saqlanish qonuni

Sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema, sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremadan kelib chiqadi.

Sistemaning harakat miqdoridan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosila sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar bosh vektoriga teng.

$$\frac{D\dot{\mathbf{Q}}}{dt} = \mathbf{R}^e \quad (6.16)$$

$\dot{\mathbf{Q}} = M\dot{\mathbf{v}}_c$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$M \frac{d\dot{\mathbf{v}}_c}{dt} = \mathbf{R}^e \quad (6.17)$$

$$\text{yoki} \quad M\dot{\mathbf{w}}_c = \dot{\mathbf{R}}^e \quad (6.18)$$

bu yerda $\dot{\mathbf{w}}_c = \frac{d\dot{\mathbf{v}}_c}{dt}$ - sistema massalar markazining tezlanishi

(6.17) yoki (6.18) tenglamalar sistema massalar markazining harakati haqidagi teoremani ifodalaydi: *sistemaning massalar markazi massasi butun sistema massasiga teng va sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlari bosh vektori ta'siridagi moddiy nuqta kabi harakatlanadi.*

Agar $\mathbf{R}^e = \mathbf{O}$ bo'lsa (6.17) ga ko'ra

$$M \frac{d\dot{\mathbf{v}}_c}{dt} = 0$$

bundan $\mathbf{v}_c = \text{const}$ bo'ladi.

Bu tenglik Sistema massalar markazi harakatining saqlanish qonunini ifodalaydi: *tashqi kuchlarning bosh vektori nolga teng bo'lsa, sistemaning massalar markazi tinch holatda yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatda bo'ladi.*

(6.18) ni qo'zg'almas Dekart koordinata o'qlariga proyeksiyalab, quyidagi tenglamalarni olamiz:

$$M\dot{w}_x = R_x^e, \quad M\dot{w}_y = R_y^e, \quad M\dot{w}_z = R_z^e. \quad (6.19)$$

(6.19) tenglamalar sistema massalar markazi harakatining qo'zg'almas Dekart koordinata o'qlariga nisbatan harakat differensial tenglamalarini ifodalaydi.

Agar tashqi kuchlarning bosh vektori nolga teng bo'lmay ($R^e \neq 0$) uning biror (masalan, Ox) o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'lsa,

$$R_x^e = 0$$

(6.19) ga ko'ra
$$M \frac{dw_x}{dt} = 0$$

$$\text{yoki} \quad \dot{\mathbf{r}}_c = \mathbf{v}_{cx} = \text{const} \quad (6.20) \quad \text{bo'ladi.}$$

Binobarin, sistemaga ta'sir etuvchi kuchlarning bosh vektorining biror qo'zg'almas o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'lsa, sistema massalar markazi tezligining mazkur o'qdagi proyeksiyasi o'zgarmas bo'ladi.

2. Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema

Nuqta dinamikasidan ma'lumki nuqta massasi m bilan berilgan ondagi tezligi $\mathbf{v}$ ning ko'paytmasiga teng

$$\mathbf{q} = m\dot{\mathbf{r}}$$

vektor *nuqtaning harakat miqdorini* ifodalaydi.

Mexanik sistema nuqtalari harakat miqdorlarining geometrik yig'indisiga teng vektor

$$\dot{\mathbf{Q}} = \sum m_n \dot{\mathbf{r}}_n \quad (6.3)$$

Sistemaning harakat miqdori (yoki harakat miqdorining bosh vektori) deyiladi.

$$\dot{\mathbf{r}}_n = \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} \quad (\mathbf{r}_n - M_n \text{ nuqta inersial sistemaga nisbatan radius-vektori})$$

hamda sistema nuqtalarining massalari o'zgarmas bo'lgani uchun

$$\dot{\mathbf{Q}} = \sum m_n \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} \sum m_n \mathbf{r}_n$$

(5.4) ga asosan

$\sum m_n \mathbf{r}_n = M\mathbf{r}_c$ (M -butun sistema massasi, $\mathbf{r}_c$ -massalar markazining radius-vektori) munosabat o'rinli bo'lgani uchun

$$\dot{\mathbf{Q}} = \frac{d}{dt}(M\mathbf{r}_c) = M \frac{d\mathbf{r}_c}{dt}$$

bunda $\frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \mathbf{v}_c$ sistema massalari markazining tezligini ifodalaydi. Demak,

$$\dot{\mathbf{Q}} = M\dot{\mathbf{r}}_c \quad (6.4)$$

bo'lib, sistema harakat miqdori butun sistema massasi bilan sistema massalar markazi tezligining ko'paytmasiga teng. (6.4) ni boshqacha quyidagicha talqin qilish mumkin: sistemaning harakat miqdori butun sistemaning massasi mujassamlashgan deb qaraladigan sistema massalar markazining harakat miqdoriga teng.

(6.3) va (6.4) ga ko'ra, sistema harakat miqdorining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlash mumkin:

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \sum m_n \dot{r}_{nx} = M\dot{r}_{cx} \\ Q_y &= \sum m_n \dot{r}_{ny} = M\dot{r}_{cy} \\ Q_z &= \sum m_n \dot{r}_{nz} = M\dot{r}_{cz} \end{aligned} \right\}$$

Mexanik harakatning vektorli o'lchovi sifatida harakat miqdori olinadi

O'zgaruvchan massali jism haqida tushuncha. I.V. Meshcherskiy tenglamasi

Vaqt o'tishii bilan moddiy zarralarning qo'shilishi yoki ajralish natijasida massasi uzluksiz ravishda o'zgaradigan jism *o'zgaruvchan massali jism* deyiladi. Agar o'zgaruvchan massali jism ilgari harakatda bo'lsa, bunday jismni o'zgaruvchan massali nuqta deb qarash mumkin.

O'zgaruvchan massali nuqta uchun o'zgaruvchan massali nuqta dinamikasining asosiy qonunini bevosita qo'llash mumkin emas.

Yoqilg'i sarf bo'lishi natijasida massasi uzluksiz ravishda kamayib boruvchi raketani moddiy nuqta deb qarab, uning aktiv uchastkadagi harakat differensial tenglamasini chiqaramiz. Raketaning massasi $M(t)$ ni vaqtning uzluksiz differensiallanuvchi funksiyasidan iborat deb qaraymiz. Raketaning harakatini biror qo'zg'almas $Oxyz$ kooordinatalar sistemasiga nisbatan tekshiramiz. Ajraluvchi zarralarning raketaga ko'rsatadigan bosim kuchini ichki kuch deb olamiz, ya'ni raketa va undan ajraluvchi zarralarni bitta mexanik sistema (tizim) deb qaraymiz.

Aytaylik, biror t paytda raketaning massasi $M=M(t)$ va tezligi v ga teng bo'lsin. Shu paytdagi raketaning harakat miqdori

$$\dot{\mathbf{Q}}_o = M\mathbf{v}$$

bo'ladi.

Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi tenglamani berilgan sistema uchun

$$\frac{d\dot{\mathbf{Q}}}{dt} = \mathbf{F}^e \quad (6.20)$$

shaklda yozish mumkin. Bunda $\mathbf{F}^e$ - raketaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning bosh vektori.

dt vaqt ichida raketadan dM massali zarralar ajralsin. Raketa massasi M kamayuvchi funksiyadan iborat bo'lgani uchun $dM < 0$ va $|dM| = -dM$.

Ajraluvchi zarralar esa qo'shimcha U_r tezlikka ega bo'ladi va harakat miqdori $-U_r dM$ ga o'zgaradi. Shunday qilib,

$$d\dot{\mathbf{Q}} = M d\mathbf{v} - \dot{\mathbf{U}}_r dM \quad (6.21)$$

(6.21) ni (6.20) ga qo'yib,

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}^e + \mathbf{U}_r \frac{dM}{dt} \quad (6.22)$$

tenglama kelib chiqadi.

(6.22) tenglama o'zgaruvchan massali nuqta harakatining differensial tenglamasini ifodalaydi. Bu tenglama I.V. Meshcherskiy tenglamasi deyiladi.

$$(6.22) \text{ dagi } \mathbf{U}_r \frac{dM}{dt} = \mathbf{\Phi} \quad (6.23)$$

kattalik kuch o'lchamiga ega bo'ladi va o'nga reaktiv kuch deyiladi. Bunda $\frac{dM}{dt}$ ajraluvchi massaning vaqt birligi ichidagi sarflanishini ifodalaydi.

3. Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema

N ta nuqtadan tashkil topgan mexanik sistemaning nuqtalariga qo'yilgan barcha bog'lanishlarni bog'lanish reaksiya kuchlari bilan almashtirib, sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi barcha kuchlarini (jumladan, bog'lanish reaksiya kuchlarini ham) $\dot{\mathbf{F}}_n^e$ tashqi va $\dot{\mathbf{F}}_n^i$ ichki kuchlarga ajratamiz. Natijada bunday sistema nuqtalarini erkin deb qarab, ularning har biri uchun kinetik momentning o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llash mumkin.

Moddiy nuqta harakat miqdorining biror qo'zg'almas markazga nisbatan momentidan vaqt bo'yicha olingan hosila nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning shu markazga nisbatan momentiga teng, ya'ni

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \cdot m\mathbf{v}) = \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}) \quad (6.29)$$

yoki

$$\frac{d\dot{k}_o}{dt} = \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}) \quad (6.30)$$

$$\frac{d\dot{k}_{on}}{dt} = \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}_n^e) + \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}_n^i), \quad (n = 1, 2, \dots, N).$$

bu yerda $\dot{k}_{on} = \dot{\mathbf{r}}_n \cdot m_n \mathbf{v}_n$ nuqta harakat miqdorining O markazga nisbatan momenti. Bu ifodalarni qo'shsak,

$$\frac{d}{dt} \sum \dot{k}_{on} = \sum \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}_n^e) + \sum \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}_n^i) \quad (6.31)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Ichki kuchlarning xossasiga ko'ra:

$$\sum \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}_n^i) = 0.$$

va $\sum \dot{k}_{on} = K_o$ - sistema kinetik momenti.

U holda (6.31) ushbu ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{d\dot{K}_o}{dt} = \sum \dot{\mathbf{M}}_o(\mathbf{F}_n^e) \quad (6.32)$$

yoki

$$\frac{d\dot{K}_o}{dt} = \dot{\mathbf{M}}_o^e$$

bu yerda $\dot{\mathbf{M}}_o^e$ - sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning O markazga nisbatan bosh momenti.

(6.32) sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Mexanik sistemaning biror qo'zg'almas markazga nisbatan kinetik momentining vaqt bo'yicha hosilasi, sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning shu markazga nisbatan bosh momentiga teng.

(6.3.2) ifodaning har ikkala tomonini x, u, z o'qlarga proyeksiyalaymiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dK_x}{dt} &= M_x^e \\ \frac{dK_y}{dt} &= M_y^e \\ \frac{dK_z}{dt} &= M_z^e \end{aligned} \right\} \quad (6.33)$$

bunda K_x, K_y, K_z lar mos ravishda O_x, O_y, O_z o'qlarga nisbatan sistemaning kinetik momentlarini M_x^e, M_y^e, M_z^e lar esa mazkur o'qlariga nisbatan tashqi kuchlarning bosh momentlarini ifodalaydi.

(6.33) tenglamalar qo'zg'almas koordinata o'qlariga nisbatan sistema kinetik momenti haqidagi teoremani ifodalaydi: Sistemaning biror qo'zg'almas o'qqa nisbatan kinetik momentidan vaqt bo'yicha olingan hosila sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning shu o'qqa nisbatan bosh momentiga teng.

Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremadan jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati, sferik harakati (jumladan) giroskoplarning harakati ni o'rganishda samarali foydalaniladi.

4. Murakkab harakatdagi sistemaning kinetik momenti

5. Sistema kinetik momentining saqlanish qonuni

Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremadan quyidagi natijalarini olamiz.

1) Agar sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning biror markazga nisbatan bosh momenti nolga teng bo'lsa, sistemaning shu nuqtaga nisbatan kinetik momenti miqdor va yo'nalish jihatdan o'zgarmas bo'ladi.

Haqiqatan ham, agar $\dot{M}_o^e = 0$ bo'lsa, (6.32) ga ko'ra

$$\frac{dK_o}{dt} = 0$$

bo'ladi.

$$\text{Bundan} \quad K_x = \text{const.} \quad (6.34)$$

2) Agar sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning biror o'qqa (masalan, Oz o'qqa) nisbatan bosh momenti nolga teng bo'lsa, sistemaning shu o'qqa nisbatan kinetik momenti harakat davomida o'zgarmasdan koladi.

$$\text{Agar} \quad M_z^e = 0 \quad \text{bo'lsa, (6.33) ga asosan} \quad \frac{dK_z}{dt} = 0 \quad \text{bo'ladi, bundan esa} \quad K_z = \text{const}$$

(6.35) ekanligi kelib chiqadi. (6.34) va (6.35) tenglamalar sistema kinetik momentining saqlanish qonunini ifodalaydi.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema qanday ifodalanadi?
2. O'zgaruvchan massali jism deb qanday jismga aytiladi?
3. Mexanik sistemaning harakat miqdori nima?
4. Mexanik sistema harakat miqdorining o'zgarish haqidagi teoremaning ta'rifi va uni xarakterlovchi ifodani keltiring
5. Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema ifodasini keltiring
6. Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremadan qanday masalalarni yechishda foydalaniladi?
7. Sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremadan kelib chiqadigan natijalar haqida so'zlab bering
8. Sistema kinetik momentining saqlanish qonunini tushuntiring

18-mavzu. SISTEMA KINETIK ENERGIYASINING O'ZGARISHI HAQIDAGI TEOREMA. POTENSIAL ENERGIYA

Asosiy savollar

1. *Sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema.*
2. *Potensialli kuch maydoni. Potensial energiya. Kuch funksiyasini aniqlashga doir misollar.*
3. *Moddiy nuqta va mexanik sistema uchun energiyaning saqlanish qonuni*
4. *Qattiq jism ilgarilanma harakatining harakat differensial tenglamalari.*
5. *Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi qattiq jismning harakat differensial tenglamasi.*
6. *Qo'zg'almas nuqta atrofida harakatlanuvchi qattiq jism uchun Eyerning dinamik tenglamalari.*

Tushuncha va tayanch iboralar

Sistemaning kinetik energiyasi, Kenig teoremasi, Sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema, Potensial kuch maydoni, Potensial energiya

Dars

maqsadi: Sistemakinetikenergiyasiningo'zgarishihaqidagiteorema vapotensialenergiyato'g'risidagik o'nikmalarinishakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema

Sistemaning kinetik energiyasi. Kenig teoremasi

Mexanik sistema barcha nuqtalarining kinetik energiyalari yig'indisiga teng

$$T = \sum \frac{m_n v_n^2}{2} \quad (6.45)$$

kattalik *sistemaning kinetik energiyasi* deyiladi.

(6.45) formulada v_n cistema M_n nuqtasining absolyut tezligini ifodalaydi.

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_c + \mathbf{v}_n^r \quad (6.46)$$

Bunda $\mathbf{v}_c$ - sistema massalar markazidagi S nuqtaning tezligi (ko'chirma tezlik), $\mathbf{v}_n^r$ - M_n nuqtaning Cxyz koordinatalar (nisbiy tezlik).

(6.46) ni (6.45) ga qo'ysak,

$$T = \frac{1}{2} \sum m_n (\mathbf{v}_c + \mathbf{v}_n^r)^2 = \frac{v_c^2}{2} \sum m_n + \frac{1}{2} \sum m_n (v_n^r)^2 + v_c \sum m_n v_n^r$$

hosil bo'ladi.

bunda $\sum m_n = M$ - butun sistema massasi.

$$\sum m_n \mathbf{v}_n^r = \sum m_n \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \frac{d}{dt} \sum m_n \mathbf{r}_c = \frac{d}{dt} (M\mathbf{r}_c) = 0$$

(Koordinatalar boshi S nuqtada bo'lganligi uchun $\mathbf{r}_c = 0$).

$\frac{1}{2} \sum m_n (v_n^r)^2 = T_c^r$ - sistemaning massalar markaziga nisbatan nisbiy harakat kinetik energiyasi.

$$T = \frac{Mv_c^2}{2} + T_c^r \quad (6.47)$$

(6.47) tenglik sistemaning kinetik energiyasi haqidagi Kenig teoremasini ifodalaydi: *sistema absolyut harakatining kinetik energiyasi butun sistema massasi mujassamlangan deb karaladigan sistema massalar markazining kinetik energiyasi bilan sistemaning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyalarining yig'indisiga teng.*

a) Ilgarilama harakatdagi jismning kinetik energiyasi

Ilgarilama harakatda $v_n = v$ bo'lgani uchun

$$T = \sum \frac{m_n v_n^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum m_n = \frac{Mv^2}{2} \quad (6.48)$$

Ilgarilama harakatdagi jismning kinetik energiyasi massasi butun sistema massasiga teng sistema ixtiyoriy nuqtasining kinetik energiyasiga teng.

b) Ko'zgalmas o'q atrofida aylanma harakatdagi jismning kinetik energiyasi

$$v_n = w h_n,$$

w - jismning aylanish burchak tezligi,

h_n - jismning M_n nuqtasidan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa.

$$T = \sum \frac{m_n v_n^2}{2} = \frac{w^2}{2} \sum m_n h_n^2$$

Jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti

$$J_z = \sum m_n h_n^2$$

bo'lgani uchun

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2 \quad (6.49)$$

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismning kinetik energiyasi jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti bilan uning burchak tezligi kvadrati ko'paytmasining yarmiga teng.

Sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema

M_N nuqtalardan tashkil topgan sistemaning ixtiyoriy M_n nuqtasiga ta'sir etuvchi tashqi va ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchilarini mos ravishda $\vec{F}_n^e$ *ëku* $\vec{F}_n^i$ bilan belgilaymiz.

Sistema M_n nuqtasi uchun (6.53) ni yozamiz

$$\frac{m_n v_n^2}{2} - \frac{m_n v_{on}^2}{2} = A_n^e + A_n^i, \quad (n = 1, 2, \dots, N)$$

Bunda A_n^e — $\vec{F}_n^e$ kuchning A_n^i — $\vec{F}_n^i$ kuchning $M_{on}M_n$ ko'chishdagi ishlari. Yuqoridagi barcha tengliklarni kushsak,

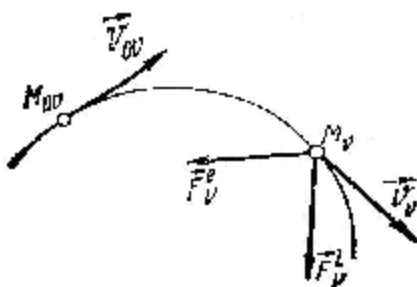
$$\sum \frac{m_n v_n^2}{2} - \sum \frac{m_n v_{on}^2}{2} = \sum A_n^e + \sum A_n^i$$

yoki

$$T - T_0 = A^{ye} + A^i \quad (6.54)$$

Bunda T_0 va T - sistemaning boshlang'ich va istalgan paytdagi kinetik energiyalari, A^{ye} va A^i - barcha tashqi va ichki kuchlar sistemasining ishlari.

(6.54) tenglama chekli vaqt ichida *sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani* ifodalaydi: *sistemaning bir holatdan boshqa holatga ko'chishida kinetik energiyasining o'zgarishi sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi tashqi va ichki kuchlarning mos ko'chishlardagi ishlarining yig'indisiga teng.*



Sistemaning juda kichik vaqt ichidagi elementar ko'chishi uchun bu teorema

$$dT = dA^{ye} + dA^i \quad (6.55)$$

ko'rinishda yoziladi. (6.55) ni dt ga bo'lib quyidagi tenglikni olamiz:

$$\frac{dT}{dt} = N^e + N^i \quad (6.56)$$

(6.56) tenglama sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaning differensial ko'rinishini ifodalaydi: *sistema kinetik energiyasidan vaqt bo'yicha olingan hosila sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi barcha tashqi va ichki kuchlar quvvatlarining yig'indisiga teng.*

2. Potensialli kuch maydoni. Potensial energiya. Kuch funksiyasini aniqlashga doir misollar

Fazoning biror soxasidagi moddiy nuqtaga uning koordinatalariga bog'liq, miqdor va yo'nalishi ma'lum bo'lgan kuchlar ta'sir etsa, mazkur soha *kuch maydoni* deyiladi.

Kuch elementar ishining analitik ifodasi

$$dA = Xdx + Ydy + Zdz$$

ning o'ng tomonidagi differensial uch had biror $U(x,y,z)$ funksiyaning to'liq differensialiga teng bo'lsa, bu funksiya *kuchning potentsiali* yoki *kuch funksiyasi* deyiladi. Kuch funksiyasi mavjud bo'lgan maydon *potensialli kuch maydoni* deyiladi. Bunday maydon kuchi *potensialli kuch* yoki *konservativ kuch* deyiladi.

Agar F kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (6.57)$$

bo'lsa

$$d'A = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (6.58)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

(6.58) ning o'ng tomonini dU bilan belgilab, potensial kuch maydonida nuqtaning M_0 holatdan M holatga ko'chishdagi ishi

$$A = \int_{M_0}^M dU = U - U_0 \quad (6.59)$$

ga teng bo'ladi.

Moddiy nuqta biror M holatdan M_0 holatga ko'chishida o'nga ta'sir etuvchi maydon kuchlari ishi maydonining berilgan M nuqtadagi P potensial energiyasi deyiladi.

$$P = A = U - U_0 \quad (6.60)$$

3. Moddiy nuqta va mexanik sistema uchun energiyaning saqlanish qonuni

4. Qattiq jism ilgarilanma harakatining harakat differensial tenglamalari

Qattiq jism dinamikasining asosiy masalalari

Qattiq jism dinamikasida uchraydigan masalalarni asosan quyidagi ikki guruhga ajratish mumkin:

1-guruh masalalarda harakati berilgan qattiq jismning qanday kuchlar sistemasi ta'sirida bo'lishi aniqlanadi;

2-guruhga oid masalalarda berilgan kuchlar ta'sirida ma'lum boshlang'ich shartlarga ko'ra qattiq jism qanday harakat qilishi, bog'lanishdagi jism uchun esa bog'lanish reaksiya kuchlari ham aniqlanadi.

Qattiq jism harakatini o'rganishda sistema dinamikasining umumiy teoremlaridan foydalaniladi. Qattiq jism harakatini qutb uchun tanlab olingan jism ixtiyoriy nuqtasining ilgarilama harakati va qutb atrofidagi aylanma harakatdan tashkil topgan murakkab harakatdan iborat deb qarash mumkin.

Shu sababli massalar markazining harakati haqidagi teoremdan foydalanib, jismning ilgarilama harakat differensial tenglamasi to'ziladi.

$$M\dot{\mathbf{w}}_c = \dot{\mathbf{R}}^e \quad (7.1)$$

bu yerda M – butun jism massasi;

w_c - qattiq jism massalar markazining tezlanishi;

R^e - tashqi kuchlar bosh vektori.

Sistema massalar markaziga nisbatan nisbiy harakat kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema vositasida jismning massalar markazi atrofidagi aylanma harakat differensial tenglamasi to'ziladi:

$$\frac{d\dot{\mathbf{K}}_c^r}{dt} = \dot{\mathbf{M}}_c^e \quad (7.2)$$

bunda $\dot{\mathbf{K}}_c^r$ - qattiq jismni massalar markaziga nisbatan kinetik momenti;

$\dot{\mathbf{M}}_c^e$ - tashqi kuchlar massalar markaziga nisbatan bosh momenti.

(7.1) va (7.2) tenglamalar vositasida qattiq jism dinamikasining yuqorida bayen etilgan ikkita asosiy masalasini yechish mumkin.

Qattiq jismning ilgarilama harakat differensial tenglamalari

Ilgarilama harakatdagi qattiq jismning barcha nuqtalari xuddi jismning massalar markazi kabi harakatlanadi. Shu sababli ilgarilama harakatdagi jismning harakat differensial tenglamasini (7.1) ko'rinishda olish mumkin.

$$\mathbf{r}_{w_c} = \mathbf{r}_c$$

ekanligini e'tiborga olsak,

$$M \cdot \ddot{\mathbf{r}}_c = \dot{\mathbf{R}}^e \quad (7.3)$$

(7.3) ni ikkala tomonini qo'zg'almas koordinata o'qlariga proyeksiyalab quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\left. \begin{aligned} M \cdot \ddot{x}_c &= R_x^e \\ M \cdot \ddot{y}_c &= R_y^e \\ M \cdot \ddot{z}_c &= R_z^e \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

Ilgarilama harakatdagi qattiq jism uchun dinamikasining ikki asosiy masalasi xuddi moddiy nuqta dinamikasidagi kabi yechiladi.

Qo'zg'almas O $\xi\eta\zeta$ koordinatalar sistemasiga nisbatan ilgarilama harakatdagi jism uning massalar markaziga biriktirilgan Sxyz koordinatalari sistemasiga nisbatan harakatlanmaydi.

Shu sababli

$$\dot{\vec{K}}_c^r = 0 \quad (7.5)$$

bo'ladi. (7.5) ni (7.2) ga qo'ysak

$$\dot{\vec{M}}_c^r = 0 \quad (7.6)$$

ni olamiz.

Demak jism ilgarilama harakatda bo'lishi uchun tashqi kuchlarning jism massalar markaziga nisbatan bosh momenti nolga teng bo'lishi shart, degan xulosaga kelamiz

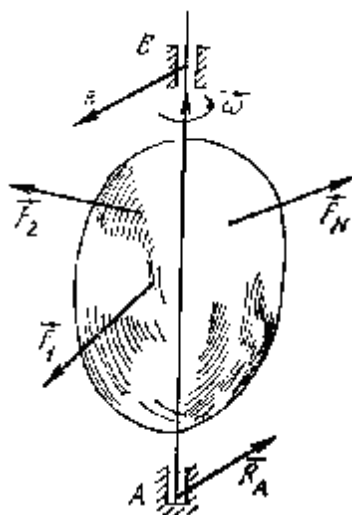
(7.6) tenglik jism ilgarilama harakatda bo'lishining zaruriy shartini ifodalaydi. Chunki $\dot{\vec{M}}_c^r = 0$ bo'lishiga qaramay, jism massalar markazi atrofida aylanma harakatda bo'lishi mumkin.

Agar $\dot{\vec{M}}_c^r = 0$ bo'lishi bilan birgalikda boshlang'ich paytda jismning burchak tezligi ham nolga teng bo'lsa, bunday jism ilgarilama harakatda bo'ladi.

Shunday qilib, jismni ilgarilama harakatini o'rganish, massasi butun sistema massasiga teng nuqta (massalar markazi) ning tashqi kuchlar bosh vektori ta'siridagi harakatini o'rganishga keltiriladi.

5. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi qattiq jismning harakat differensial tenglamasi

Qo'zg'almas z o'q atrofida aylanma harakatdagi jism bog'lanishdagi jismdan iborat bo'lsin.



Bog'lanishdan bushatib, ishqalanishni hisobga olmay, A va V podshipniklarning tayanch reaksiyalarini R_A va R_B bilan almashtiramiz.

Endi bu jismni $F_1, F_2, \dots, F_N, R_A, R_B$ kuchlar ta'siridagi erkin jism deb qarash mumkin.

Bu jismning harakat differensial tenglamasini tuzish uchun z o'qqa nisbatan jism kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremdagi tenglamadan foydalanamiz.

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z^e \quad (7.7)$$

bunda K_z - jismning z o'qqa nisbatan kinetik momenti, $M_z^e = \sum M_z(\dot{F}_n^e)$ jismga

ta'sir etuvchi $F_1, F_1, \dots, F_N$ kularni z o'qqa nisbatan bosh momenti. Reaksiya kuchlarning momenti nolga teng.

Ishqalanish kuchi bo'lganda M_z^e tarkibiga uning momenti ham kiradi.

Bizga ma'lumki

$$K_z = J_z \omega = J_z \dot{\varphi}$$

Shuning uchun $\frac{dK_z}{dt} = J_z \ddot{\varphi}$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Unda (7.7)ni quyidagicha yozamiz.

$$J_z \ddot{\varphi} = M_z^e \quad (7.8)$$

yoki $J_z \ddot{\varphi} = \sum M_z(\dot{F}_n^e) \quad (7.8')$

(7.8) yoki (7.8') tenglamalar jismning *qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakati differensial tenglamasini* ifodalaydi.

Agar jismning z o'q atrofida aylanma harakat qonuni $\varphi = \varphi(t)$ va inersiya momenti J_z berilgan bo'lsa (7.8) dan M_z^e ni aniqlash mumkin.

Inersiya momenti J_z aniq va $F_1, F_1, \dots, F_N$ berilgan kuchlar ta'siridagi jismning berilgan boshlang'ich shartlardagi harakat qonunini topish uchun (7.8') ni mazkur boshlang'ich shartlariga muvofiq integrallash kerak.

Agar $M_z^e = 0$ bo'lsa, jismning z o'qqa nisbatan kinetik momenti o'zgarmas bo'ladi.

(7.8) ga asosan $J_z \ddot{\varphi} = 0$

bundan

$$K_z = J_z \omega = J_z \omega_0 = \text{const} \quad (7.9)$$

bo'lishi ko'ramiz.

ω va ω_0 lar - jismning oxirgi va boshlang'ich paytlariga mos burchak tezliklari.

Bu hol inersiya bo'yicha aylanayotgan jismning harakatiga mos keladi.

Agar biror mashinaning vali tekis aylanma harakatda bo'lsa, bu holda valni harakatga keltiruvchi kuchlarning momenti bilan ishqalanish kuchlarining momenti miqdor jihatdan teng, yo'nalishi qarama-qarshi bo'ladi.

(7.8') ni (7.4) bilan solishtirsak, masalan

$$M_{xc} = R_x^e \quad (J_z \ddot{\varphi} = M_z^e)$$

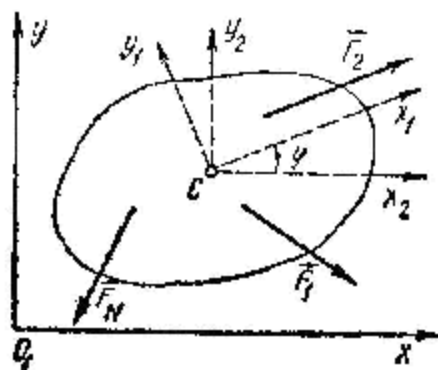
aylanma harakatdagi jismning inersiya momenti xuddi ilgarilama harakatdagi jismning massasiga o'xshash funksiyani bajardi, ya'ni inersiya momenti aylanma harakatdagi jismning inertlik o'lchovini ifodalaydi.

Agar M_z^e va $\ddot{\varphi}$ ma'lum bo'lsa (7.8) dan J_z ni aniqlash mumkin.

6. Qo'zg'almas nuqta atrofida harakatlanuvchi qattiq jism uchun Eyerning dinamik tenglamalari

Qattiq jismni tekis parallel harakat differensial tenglamalari

Aytaylik, qattiq jismni massasi biror O_1xu tekislikka nisbatan simmetrik joylashgan bo'lsin, qattiq jismga ta'sir etuvchi $F_1, F_2, \dots, F_n$ kuchlar esa shu tekislikda yetsin hamda jism nuqtalarining boshlang'ich tezliklari mazkur tekislikka parallel bo'lsin.



Bu shartlar bajarilsa, qattiq jism tekis parallel harakatda bo'ladi. bunday harakatni o'rganish uchun jismni O_1xu tekislik bilan kesish natijasida qirgimda hosil bo'lgan tekis shaklni harakatini o'rganish kifoya.

Kinematika bulimida ko'rganimizdek, bunday tekis shaklni holatining uni biror S nuqtasining koordinatalari x_c, y_c va bu nuqtada jismga mahkam biriktirilgan Sx_1, y_1 koordinatalar sistemasi x_1 o'qining x o'q bilan tashkil kilgan j burchagi yordamida aniqlash mumkin.

Massalar markazining harakati haqidagi teoremdan

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}_c &= R_x^e \\ M\ddot{y}_c &= R_y^e \end{aligned} \right\} \quad (7.24)$$

bunda M - jismning massasi

R_x^e, R_y^e - bosh vektorni x va y o'qlardagi proyeksiyalari

Massalar markaziga nisbatan nisbiy harakat kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremdan j burchak aniqlanadigan differensial tenglamani aniqlash mumkin.

Agar S nuqtada ga O_1xy koordinatalar sistemasini o'tkazsak.

$$K_c = J_c \omega = J_c \ddot{\varphi}$$

bo'ladi.

$$J_c \ddot{\varphi} = M_c^e \quad (7.25)$$

Bunda J_c - jismning o'qqa nisbatan inersiya momenti;

M_c^e - z_2 o'qqa nisbatan tashqi kuchning bosh momenti.

Shunday qilib (7.24) va (7.25) tenglamalar sistemasi *qattiq jismning tekis parallel harakat differensial tenglamalarini* ifodalaydi.

Agar tekis parallel harakat qilaYotgan jism bog'lanishda bo'lsa, u holda uning differensial tenglamalari quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} M_c^x &= R_x^e + R_x \\ M_c^y &= R_z^e + R_z \\ J_c^{\omega} &= M_c^e + M_c^R \end{aligned} \right\} \quad (7.26)$$

Bunda R_x, R_y - bog'lanish reaksiya kuchlarinig koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi;

M_c^R - massalar markaziga nisbatan reaksiya kuchlarni bosh momenti.

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Mexanik sistemaning kinetik energiyasi
2. Kyonig teoremasining ta'rifini bering va ifodasini keltiring
3. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi jismning kinetik energiyasi qanday aniqlanadi?
4. Moddiy nuqta va mexanik sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaning ta'rifini bering
5. Potensial kuch maydoni va Potensial energiya haqida so'zlab bering
6. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi qattiq jismning harakat differensial tenglamasini keltiring va tushuntirib o'ting
1. Qattiq jism dinamikasining asosiy masalalariga nimalar kiradi, ularning mazmuni?
2. Ilgarilama harakatdagi qattiq jism uchun dinamikaning asosiy masalasi qanday yechiladi?
3. Qattiq jismni tekis parallel harakat differensial tenglamalari ifodalarini keltiring

19-mavzu. DALAMBER PRINSIPI

Asosiy savollar

1. Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi.
2. Moddiy nuqtalar sistmasi uchun Dalamber prinsipi.
3. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismning aylanish o'qiga ko'rsatadigan bosimi.
4. Statik va dinamik reaksiya kuchlari. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismni statik va dinamik muvozanatlash.

Tushuncha va tayanch iboralar

Dalamber prinsipi, nuqtaning inersiya kuchi, aylanma va markazdan kochma inersiya kuchlari, Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi, inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momenti

Dars maqsadi: Moddiynuqtava ModdiynuqtalarsistmasiuchunDalamberprinsipi tushunchalarivaularorqali amallarbajarish to'g'risidagi bilimlarini chuqurlashtirish

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi

Bog'lanishdagi moddiy nuqta yoki sistemalarning harakatini o'rganishda J. Dalamber tomonidan kashf qilingan va «Dalamber prinsipi» deb ataladigan maxsus prinsipdan foydalaniladi.

Massasi m ga teng bog'lanishdagi M nuqta uchun dinamikaning asosiy qonunini

$$m\ddot{\mathbf{w}} = \dot{\mathbf{F}} + \dot{\mathbf{R}} \quad (8.1)$$

ko'rinishida yozish mumkin. Bunda $\mathbf{w}$ - M nuqtaning tezlanishi, $\mathbf{F}$ - mazkur nuqtaga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, $\mathbf{R}$ - bog'lanish reaksiya kuchi.

(8.1)ni $\dot{\mathbf{F}} + \dot{\mathbf{R}} + (-m\ddot{\mathbf{w}}) = 0$ ko'rinishda yozib

$$-m\ddot{\mathbf{w}} = \dot{\Phi} \quad (8.2)$$

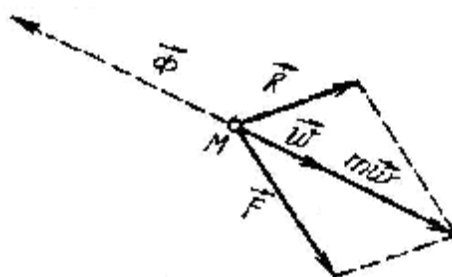
belgilash kiritsak

$$\dot{\mathbf{F}} + \dot{\mathbf{R}} + \dot{\Phi} = 0 \quad (8.3)$$

tenglamani olamiz.

Miqdor jihatdan nuqtaning massasi bilan uning tezlanishi ko'paytmasiga teng va nuqtaning tezlanishiga qarama-qarshi yo'nalgan kuch *nuqtaning inersiya kuchi* deyiladi.

(8.3) tenglik *bog'lanishdagi nuqta uchun Dalamber prinsipini* ifodalaydi: *agar va bog'lanish reaksiya kuchlari qatoriga inersiya kuchini kushsak, u holda har onda muvozanatlashgan kuchlar sistemasini olamiz.*



Xususan, erkin moddiy nuqta uchun (8.3) da $\mathbf{R} = 0$ deb olinadi:

$$\dot{\mathbf{F}} + \dot{\Phi} = 0 \quad (8.4)$$

(8.4) tenglik erkin moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: *erkin moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi aktiv kuchlar qatoriga har onda inersiya kuchini qo'shsak, bu kuchlar o'zaro muvozanatda bo'ladi.*

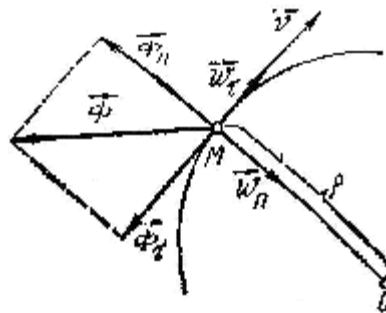
(8.3)ni Dekart koordinata o'qlariga proyeksiyalab,

$$\left. \begin{aligned} F_x + R_x + \Phi_x &= 0 \\ F_y + R_y + \Phi_y &= 0 \\ F_z + R_z + \Phi_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

tenglamalarni olamiz. Bunda $\Phi_x = -m\ddot{x}$, $\Phi_y = -m\ddot{y}$, $\Phi_z = -m\ddot{z}$ inersiya kuchlarining Dekart koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini ifodalaydi.

Egri chiziqli harakatdagi nuqtaning inersiya kuchini w_t urinma tezlanishga qarama-qarshi yo'nalgan F_t urinma inersiya kuchi va w_p normal tezlanishga qarama-qarshi yo'nalgan F_p normal inersiya kuchlariga ajratish mumkin:

$$\dot{\Phi}_t = -m\mathbf{r}w_t, \quad \dot{\Phi}_n = -m\mathbf{r}w_n \quad (8.6)$$



Xususan nuqta r radiusli aylana bo'ylab w burchak tezlik va e burchak tezlanish bilan harakatlansa, inersiya kuchining urinma va normaldagi proyeksiyalari uchun

$$\left. \begin{aligned} |\Phi_t| &= mr|e| \\ \Phi_n &= mrw \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

formulalar o'rinli bo'ladi.

Bu holda nuqtaning urinma va normal inersiya kuchlari mos ravishda *aylanma* va *markazdan qochirma inersiya kuchlari* deyiladi.

2. Moddiy nuqtalar sistsemasi uchun Dalamber prinsipi

Massalari $m_1, m_2, \dots, m_N$ bo'lgan $M_1, M_2, \dots, M_N$ moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistemaga geometrik bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsin.

U holda sistema M_n nuqtasi uchun Dalamber prinsipi quyidagicha yoziladi.

$$\dot{F}_n + \dot{R}_n + \dot{\Phi}_n = 0, \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (8.7)$$

Bunda $\dot{F}_n$ - sistema M_n nuqtasiga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning teng ta'sir etuvchisi; $\dot{R}_n$ - bog'lanish reaksiya kuchlarining teng ta'sir etuvchisi; $\dot{\Phi}_n$ - nuqtaning inersiya kuchi.

(8.7) tengliklar sistema uchun Dalamber prinsipini ifodalaydi: *agar aktiv bog'lanish reaksiya kuchlari ta'siridagi sistemaning har bir nuqtasiga inersiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar sistemasi muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi.*

$$\dot{\vec{F}}_n + \dot{\vec{R}}_n = \dot{\vec{F}}_n^e + \dot{\vec{F}}_n^i$$

Bunda $\dot{\vec{F}}_n^e$ - M_n nuqtadagi tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi; $\dot{\vec{F}}_n^i$ - ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi.

Bu kuchlar uchun Dalamber prinsipini

$$\dot{\vec{F}}_n^e + \dot{\vec{F}}_n^i + \dot{\vec{\Phi}}_n = 0, \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (8.8)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Binobarin tashqi va ichki kuchlar ta'siridagi sistemaning har bir nuqtasiga har onda inersiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi.

(8.7) ni qo'shib, sistema uchun quyidagi ifodani olamiz

$$\sum \dot{\vec{F}}_n + \dot{\vec{R}}_n + \dot{\vec{\Phi}}_n = 0 \quad (8.7')$$

(8.7') ni M_n nuqtalarning radius-vektorlari $\vec{r}_n$ ga vektorli ko'paytirib qo'shsak,

$$\sum (\vec{r}_n \dot{\vec{F}}_n) + \sum (\vec{r}_n \dot{\vec{R}}_n) + \sum (\vec{r}_n \dot{\vec{\Phi}}_n) = 0$$

yoki

$$\sum [\dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{F}}_n) + \dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{R}}_n) + \dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{\Phi}}_n)] = 0 \quad (8.9)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

$\sum \dot{\vec{F}}_n = 0$ va undan $\sum \dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{F}}_n) = 0$ bo'lgani sababli ichki va tashqi kuchlar uchun

$$\left. \begin{aligned} \sum (\dot{\vec{F}}_n^e + \dot{\vec{\Phi}}_n) &= 0 \\ \sum [\dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{F}}_n^e) + \dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{\Phi}}_n)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

tenglamalarni olamiz

(8.10) da $\sum \dot{\vec{F}}_n^e = \dot{\vec{R}}_n^e$ - tashqi kuchlarining bosh vektori;

$\sum \dot{\vec{\Phi}}_n = \dot{\vec{\Phi}}$ - inersiya kuchlarining bosh vektori;

$\sum \dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{F}}_n^e) = \dot{\vec{M}}_o^e$ - tashqi kuchlarning O markazga nisbatan bosh momenti;

$\sum \dot{\vec{M}}_o(\dot{\vec{\Phi}}_n) = \dot{\vec{M}}_o^\phi$ - inersiya kuchlarning O markazga nisbatan bosh momenti.

Demak,

$$\left. \begin{aligned} \dot{\vec{R}}^e + \dot{\vec{\Phi}} &= 0 \\ \dot{\vec{M}}_o^e + \dot{\vec{M}}_o^\phi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

Sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremdan va sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalovchi tenglamalarni

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r} R^e - \frac{d\mathbf{r} Q}{dt} &= 0 \\ \mathbf{r} M_o^e - \frac{d\mathbf{r} K_o}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

ko'rinishda yozib, (8.11) va (8.12) tenglamalarni solishtirsak, quyidagi ifodalarni olamiz:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r} \Phi &= -\frac{d\mathbf{r} Q}{dt} \\ \mathbf{r} M_o^\phi &= -\frac{d\mathbf{r} K_o}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

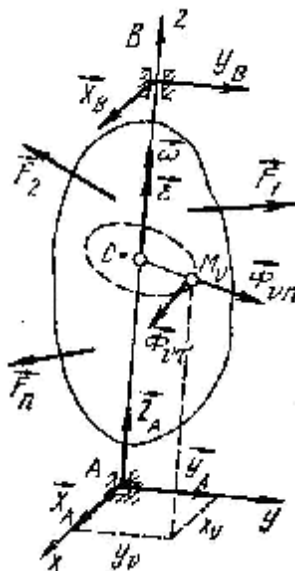
Harakatdagi sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarini aniqlashda, ya'ni dinamik reaksiya kuchlarini aniqlashda Dalmber prinsipini kullash ayniksa kul keladi.

3. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismning aylanish o'qiga ko'rsatadigan bosimi

4. Statik va dinamik reaksiya kuchlari. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismni statik va dinamik muvozanatlash

A va V tayanch nuqtalarning reaksiya kuchlarini statik va dinamik tashkil etuvchilarga ajratamiz.

$$\begin{aligned} \mathbf{r} R_A &= \mathbf{r} R_A^{cm} + \mathbf{r} R_A^\phi, \\ \mathbf{r} R_B &= \mathbf{r} R_B^{cm} + \mathbf{r} R_B^\phi. \end{aligned}$$



Statik reaksiya kuchlarini aniqlashda $e=0, w=0$ deb olamiz va quyidagi tenglamalardan foydalanamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sum X_n + X_A^{cm} + X_B^{cm} &= 0 \\ \sum Y_n + Y_A^{cm} + Y_B^{cm} &= 0 \\ \sum Z_n + Z_A^{cm} &= 0 \\ \sum M_x(\vec{F}_n) - Y_B^{cm} h &= 0 \\ \sum M_y(\vec{F}_n) - X_B^{cm} h &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

Bu tenglamalar statika bo'limida chiqarilgan qo'zg'almas o'qqa ega bo'lgan jismning muvozanat tenglamalarini ifodalaydi.

bunda, X_n, Y_n, Z_n - jismga ta'sir etuvchi $F_n (n=1,2,...,N)$ kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari. h - A va V tayanch nuqtalari orasidagi masofa.

Berilgan kuchlar ta'sirida jism z o'q atrofida aylanganda inersiya kuchlari hosil bo'ladi va bu kuchlarni muvozanatlovchi reaksiya kuchlarning $\dot{R}_A^\phi$ va $\dot{R}_B^\phi$ tashkil etuvchilari *dinamik reaksiya kuchlari* deyiladi va quyidagi tenglamalar sistemasidan aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} X_A^\phi + X_B^\phi + My_c \cdot e + Mx_c \cdot \omega^2 &= 0 \\ Y_A^\phi + Y_B^\phi - Mx_c \cdot e + My_c \cdot \omega^2 &= 0 \\ -Y_B^\phi \cdot h + J_{xz} \cdot e - J_{yz} \cdot \omega^2 &= 0 \\ X_B^\phi \cdot h + J_{yz} \cdot e - J_{xz} \cdot \omega^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

Aylanish o'qi z bo'ylab yo'nalgan inersiya kuchlari mavjud bo'lmagani tufayli, bu o'q bo'ylab yo'nalgan dinamik reaksiya kuchlari ham bo'lmaydi.

Qo'zg'almas aylanish o'qiga ega bo'lgan va og'irlik markazi aylanish o'qida yotuvchi jism *statik muvozanatlashgan jism* deyiladi.

Dinamik reaksiya kuchlari nolga teng bo'lgan jism *dinamik muvozanatlashgan jism* deyiladi.

Qattiq jism inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momenti

Bizga ma'lumki, ixtiyoriy harakatdagi qattiq jismning harakat miqdori:

$$\dot{Q} = M\vec{v}_c$$

Shu sababli bunday sistema inersiya kuchlarning bosh vektori uchun quyidagi formula o'rinli bo'ladi.

$$\vec{\Phi} = -\frac{d\dot{Q}}{dt} = -M\vec{w}_c \quad (8.14)$$

bunda M – jismning massasi; $\vec{w}_c$ - jism massalar markazining tezlanishi.

Ixtiyoriy harakatdagi qattiq jism inersiya kuchlarni bosh momentini hisoblashda qutb uchun odatda jism massalar markazidagi S nuqta olinadi.

$$\mathbf{M}_c^{\phi} = -\frac{d\dot{K}_c}{dt} \quad (8.15)$$

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Erkin moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi ifodasi va ta'rifi
2. Mexanik sistema uchun Dalamber prinsipi ifodasi va ta'rifi
3. Inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momenti tushunchalari haqida so'zlab bering
4. Qanday kuchlarga dinamik reaksiya kuchlari deyiladi?
5. Statik va dinamik muvozanatlashgan jismlar deb qanday jismlarga aytiladi?

ANALITIK MEXANIKA

20-mavzu. ANALITIK MEXANIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI

Asosiy savollar

1. *Analitik mexanikaning asosiy tushunchalari*
2. *Mumkin bo'lgan ko'chish va mumkin bo'lgan ko'chishlar prinsipi.*
3. *Umumlashgan koordinatalar. Umumlashgan kuch.*
4. *Dinamikaning umumiy tenglamasi.*
5. *Lagranjning ikkinchi xil tenglamalari.*
6. *Potensial kuchlar ta'siridagi mexanik sistema uchun Lagranjning ikkinchi xil tenglamalari.*

Tushuncha va tayanch iboralar

Analitik mexanika, erkin sistema, bog'lanishdagi sistema, bo'shatmaydigan va bo'shatadigan bog'lanishlar, geometrik bog'lanishlar, kinematik bog'lanishlar, golonomli va begolonom bog'lanishlar, stasionar va stasionar bo'lmagan bog'lanishlar, mumkin bo'lgan ko'chish, sistemaning umumlashgan koordinatalari, sistemaning erkinlik darajasi, ideal bog'lanishlar

Dars maqsadi: Analitik mexanikaning asosiy tushunchalari to'g'risidagi ko'nikmalarini shakllantirish

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

1. Analitik mexanikaning asosiy tushunchalari

Analitik mexanikada mexanik sistemalarning muvozanati va harakati o'rganiladi. Mexanikaning asosiy prinsiplarini bayon etish, ulardan harakat differensial tenglamalarini

chiqarish, mazkur tenglamalarini izohlash va integrallash usullari analitik mexanikaning asosiy mavzuini tashkil etadi.

Sistema nuqtalarining harakatini ularning harakat qonuniga bog'liq bo'lmagan va oldindan berilgan geometrik yoki kinematik shartlar bilan cheklovchi jismlarga bog'lanishlar yoki analitik bog'lanishlar deyiladi.

Sistema nuqtalarini harakatini cheklovchi har qanday jism analitik bog'lanishdan iborat bo'la olmasligini alohida ta'kidlab o'tamiz. Masalan, yuk osilgan prujina analitik bog'lanishdan iborat bo'lmaydi, chunki yukning harakatiga prujina tomonidan qo'yiladigan chek yukning harakat qonuniga bog'liq bo'ladi.

Agar sistema nuqtalariga bog'lanishlar qo'yilmagan bo'lsa, bunday sistema *erkin sistema* deyiladi. Aks holda sistema *bog'lanishdagi sistema* deyiladi.

Kuyosh sistemasiga kiruvchi planetalar erkin sistemani tashkil etadi.

Teplovozni bog'lanishdagi mexanik sistema deb karasak, temir yo'l bog'lanish vazifasini utaydi.

N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanishlarning matematik ifodasi vaqt, sistema nuqtalarining koordinatalari va ularning hosilalariga bog'liq tenglamalar yoki tengsizliklar bilan aniqlanadi:

$$f_m(x_n, y_n, z_n, \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n, t) = 0, \quad (m = 1, 2, \dots, l) \quad (9.1)$$

yoki
$$f_m(x_n, y_n, z_n, \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n, t) \geq 0, \quad (m = 1, 2, \dots, l) \quad (9.2)$$

Tenglamalar bilan ifodalanadigan bog'lanishlar *bo'shatmaydigan bog'lanishlar*, tengsizliklar bilan ifodalanadigan bog'lanishlar esa *bo'shatadigan bog'lanishlar* deyiladi.

Masalan, ikkita moddiy nuqta o'zgarmas l o'zunlikka ega bo'lgan sterjen bilan tutashtirilgan bo'lsa, bunday bog'lanish

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - l^2 = 0 \quad (1)$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Agar ikkita moddiy nuqta egiluvchan, cho'zilmaydigan va uzunligi l ga teng ip bilan tutashtirilgan bo'lsa, bog'lanish

$$l^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2 \geq 0 \quad (2)$$

tengsizlik bilan ifodalanadi. Ip tarang holatda bo'lganda, tenglik ishorasi, aks holda tengsizlik ishorasi olinadi.

Agar bog'lanishlar faqat sistema nuqtalarining koordinatalariga chek qo'ysa, bunday bog'lanishlar *geometrik bog'lanishlar* deyiladi.

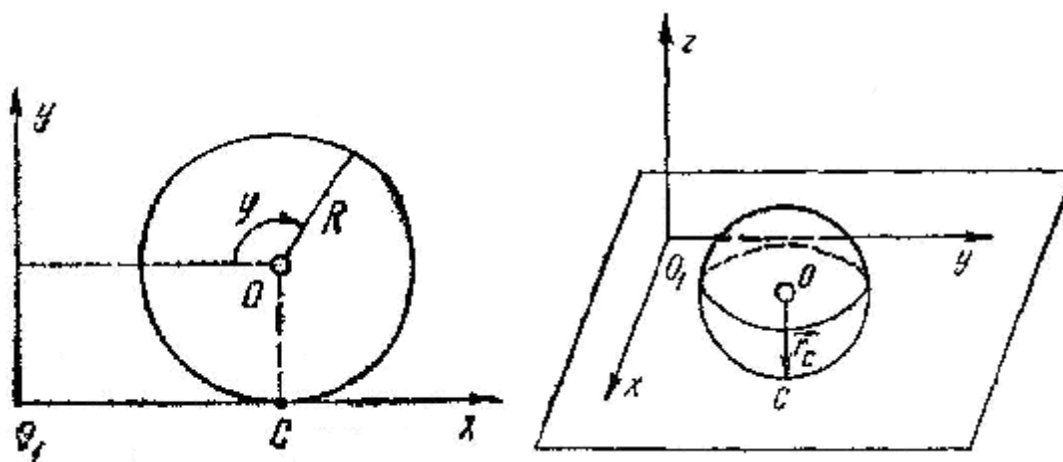
Geometrik bog'lanishlarning tenglamasi

$$F(x_n, y_n, z_n) = 0 \quad (9.3)$$

ko'rinishda yoziladi.

(1) yoki (2) munosabatlar bilan ifodalanagan bog'lanishlar geometrik bog'lanishlariga misol bo'la oladi.

Agar bog'lanishlar sistema nuqtalarining koordinatalaridan tashqari tezligiga ham chek qo'ysa, ularga *kinematik* yoki *differensialni bog'lanishlar* deyiladi. Kinematik bog'lanishlarni analitik ifodasi (9.1) yoki (9.2) ko'rinishda yoziladi.



Agar bog'lanish tenglamalari (9.1) integrallanadigan bo'lsa, bog'lanish *golonomli bog'lanish*, integrallanmaydigan bo'lsa, *begolonom bog'lanish* deyiladi.

Masalan, radiusi R ga teng g'ildirak to'g'ri chiziqli rels bo'ylab sirpanmay harakatlansin.

Bunday g'ildirakning O_1xy harakat tekisligidagi holati g'ildirak O markazining koordinatalarni x_0, u_0 va bu markaz atrofidagi aylanish burchagi j bilan aniqlanadi. Agar x o'qni rels bo'ylab yunaltirsak, u holda

$$u_0 = R \dot{j} \quad (3)$$

munosabat geometrik bog'lanishni ifodalaydi. Bundan tashqari, g'ildirak sirpanmasdan harakatlangani uchun g'ildirakning relsga tegib turgan S nuqtasining tezligi nolga teng bo'ladi.

Bu shart
$$\dot{x}_0 - R \dot{j} = 0 \quad (4)$$

kinematik bog'lanish bilan ifodalanadi. (4) ni integrallab x_0 va j orasidagi munosabatni aniqlaymiz.

$$x_0 - Rj = \text{const.}$$

Binobarin (4) tenglama bilan ifodalanadigan bog'lanish *golonomli bog'lanish*dan iborat bo'ladi.

Agar bog'lanishning analitik ifodasi vaqtga oshkora ravishda bog'liq bo'lsa, o'nga *stasionar bo'lmagan bog'lanish* deyiladi.

Masalan,

$$x^2 + y^2 + z^2 = (at)^2 \quad (5)$$

Agar bog'lanishning analitik ifodasi vaqtga oshkora ravishda bog'liq bo'lmasa, bunday bog'lanish *stasionar bog'lanish* deyiladi.

Kelgusida faqat *golonomli bo'shatmaydigan bog'lanishlar* ustida to'xtalamiz.

2. Mumkin bo'lgan ko'chish va mumkin bo'lgan ko'chishlar prinsipi

Agar mexanik sistemaga bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsa, bunday sistema ixtiyoriy ravishda ko'cha olmaydi, chunki bog'lanishlar sistema nuqtalarining faqat ba'zi kuchilarigagina yo'l qo'yadi.

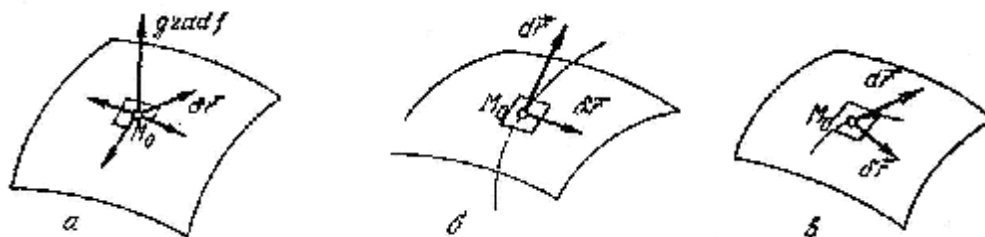
Sistemaga qo'yilgan bog'lanishni qanoatlantirgan holda sistema nuqtalarining berilgan onda tasavvur qilinadigan cheksiz kichik ko'chishlari *mexanik sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishi* deyiladi.

Nuqtaning mumkin bo'lgan ko'chishi $d\vec{r}(dx, dy, dz)$, dS , dj lar bilan belgilanadi.

Agar nuqtaga stasionar bo'lmagan

$$f(x, y, z, t) = 0 \quad (9.4)$$

bog'lanish qo'yilgan bo'lsa, u holda nuqtaning mumkin bo'lgan ko'chishi vaqtning berilgan paytidagi aniq kayd qilingan qiymati uchun hisoblanadi, ya'ni bunda $dt=0$ deb karaladi.



Bog'lanishni qanoatlantirgan holda nuqtaning fazoda dt vaqt ichida elementar ko'chishi haqiqiy ko'chish deyiladi.

Agar nuqtaga $f(x, y, z) = 0$ stasionar bog'lanish qo'yilgan bo'lsa, u holda M nuqtaning dt vaqt ichidagi haqiqiy ko'chishi $d\vec{r}$ shu paytda trayektoriyaga urinma bo'yicha yo'naladi.

Nuqtaning haqiqiy ko'chishi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarga, unga qo'yilgan bog'lanishga va boshlang'ich shartlarga bog'liq bo'ladi.

Sistemaning fazodagi holatini bir qiymatli aniqlaydigan va maqsadga muvofiq ravishda tanlab olingan, bir-biriga bog'liq bo'lmagan kattaliklar *sistemaning umumlashgan koordinatalari* deyiladi.

Umumlashgan koordinatalar, odatda, q bilan belgilanadi.

N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistemaga l ta bo'shatmaydigan golonimli bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsin:

$$f_m(x_n, y_n, z_n, t) = 0, \quad (m = 1, 2, \dots, l) \quad (9.5)$$

U holda sistemaning $3N$ ta Dekart koordinatalari $x_1, x_2, \dots, x_N, u_1, u_2, \dots, u_N, z_1, z_2, z_N$ o'zaro l ta tenglamalar bilan bog'langan bo'ladi.

Binobarin, $3N$ ta koordinatalardan faqat $3N - l = n$ tasi erkin bo'lib, kolgan l tasi bog'lanishda bo'ladi. $3N - l = n$ ta erkin koordinatalarni maqsadga muvofiq ravishda tanlab olingan $q_1, q_2, \dots, q_N$ umumlashgan koordinatalar orqali ifodalash mumkin, ya'ni

$$\left. \begin{aligned} x_n &= x_n(q_1, q_2, \dots, q_n, t), \\ y_n &= y_n(q_1, q_2, \dots, q_n, t), \\ z_n &= z_n(q_1, q_2, \dots, q_n, t). \end{aligned} \right\} \quad (n = 1, N) \quad (9.6)$$

Binobarin, har bir nuqtaning radius-vektori ham umumlashgan koordinatalarning vektorli funksiyasi tarzida aniqlanadi:

$$\vec{r}_n = \vec{r}_n(q_1, q_2, \dots, q_n, t), \quad (n = 1, N) \quad (9.7)$$

Bo'shatmaydigan golonomli bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistema harakatini aniqlovchi bir-biriga bog'liq bo'lmagan umulashgan koordinatalar soni *sistemaning erkinlik darajasi* deyiladi.

Kuchning mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishi. Ideal bog'lanishlar. Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi.

Nuqtaga ta'sir etuvchi $\mathbf{F}$ kuchning $d\mathbf{r}$ mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishini dA bilan belgilasak, quyidagi munosabat o'rinli bo'ladi.

$$dA = \dot{\mathbf{F}} \cdot d\mathbf{r} = xdx + ydy + zdz \quad (9.8)$$

Xuddi shuningdek, N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi kuchlarning sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishi

$$\sum dA_n = \sum \dot{\mathbf{F}}_n d\mathbf{r}_n \quad (9.9)$$

formula yordamida hisoblanadi.

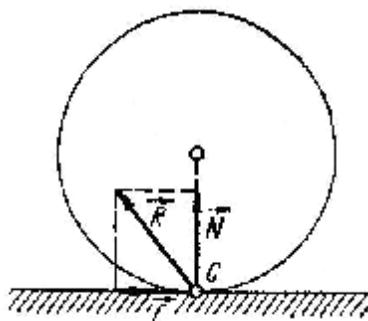
Sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarini bilan belgilaymiz.

Agar sistema nuqtalariga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchlarining sistemaning har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlari yig'indisi nolga teng bo'lsa, bunday bog'lanishlar *ideal bog'lanishlar* deyiladi.

Binobarin ideal bog'lanishlar uchun

$$\sum \dot{\mathbf{R}}_n d\mathbf{r}_n = 0 \quad (9.10)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.



Ideal bog'lanishlarning ayrim turlari:

1. Absolyut qattiq jism nuqtalari orasidagi bog'lanish ideal bog'lanishdan iborat.
2. Sistema mahkamlangan nuqtalarini har biri ideal bog'lanishdan iborat bo'ladi, chunki bu nuqtalarni mumkin bo'lgan ko'chishi nolga teng.
3. Absolyut qattiq jism boshqa qattiq jism ustida sirpanmasdan dumalasa, bunday bog'lanish ham ideal bog'lanishdan iborat bo'ladi.

Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi. Ideal, stasionar va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan moddiy nuqtalar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun sistema nuqtalariga qo'yilgan barcha aktiv kuchlarning sistema nuqtalarining har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlari yig'indisi nolga teng bo'lishi, ya'ni

$$\sum \dot{\mathbf{F}}_n d\mathbf{r}_n = 0 \quad (9.11)$$

hamda sistema barcha nuqtalarining berilgan ondagi tezliklari nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

3. Umumlashgan koordinatalar. Umumlashgan kuch

N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistemaga l ta golonomli bog'lanishlar qo'yilgan bo'lsa, bunday sistemaning holatini $n=3N-l$ ta $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalar orqali aniqlash mumkin.

Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipiga asosan $\sum \dot{\mathbf{F}}_n d\mathbf{r}_n = 0$ va (9.9), (9.15) ga asosan

$$\sum Q_i dq_i = 0$$

yoki

$$Q_1 dq_1 + Q_2 dq_2 + \dots + Q_n dq_n = 0 \quad (9.20)$$

Bunda $q_1, q_2, \dots, q_n$ - erkin bo'lgani uchun golonomli bog'lanishlar qo'yilgan sistema uchun ularning variatsiyalari ham erkin bo'ladi. Shu sababli $dq_i \neq 0$ Qolgan barcha variatsiyalar $dq_2 = dq_3 = \dots = dq_n = 0$ deb qabul qilish mumkin.

U holda (9.20)dan $Q_1 = 0$ shartni olamiz.

Xuddi shunday $dq_i \neq 0$ bo'lsa $dq_2 = dq_3 = \dots = dq_n = 0$.

U holda $Q_2 = 0$ va hokazo.

Shunday qilib (9.20) dan quyidagi muvozanat shartini olamiz:

$$Q_1 = 0, Q_2 = 0, \dots, Q_n = 0 \quad (9.21)$$

(9.21) tenglamalar golonomli sistemaning umumlashgan koordinatalaridagi muvozanat shartlarini ifodalaydi: *golonomli, ideal, stasionar va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan sistema muvozanatda bo'lishi uchun tanlangan $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalarga mos umulashgan kuchlarning nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.*

Umumlashgan kuchlar.

Yuqorida ko'rganimizdan sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning mumkin bo'lgan ko'chishdagi ishlarining yig'indisi (9.9) formula yordamida aniqlanadi.

$\mathbf{r}_n$ umumlashgan koordinatalar va vaqtning funksiyasi sifatida aniqlanadi, ya'ni

$$\dot{\mathbf{r}}_n = \dot{\mathbf{r}}_n(q_1, q_2, \dots, q_n, t), \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (9.12)$$

Sistema nuqtalarining dt vaqt ichidagi haqiqiy ko'chishi $d\mathbf{r}_n$ quyidagicha aniqlanadi:

$$d\mathbf{r}_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_n}{\partial q_i} dq_i, \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (9.13)$$

Mumkin bo'lgan ko'chishda bog'lanish tenglamasida vaqt o'zgarmas deb qaraladi, ya'ni $dt=0$.

U holda (9.9) ni quyidagicha yozamiz.

$$\sum dA_n = \sum_{i=1}^N \dot{\mathbf{F}}_n \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_n}{\partial q_i} dq_i$$

yoki yig'indilarning tartibini almashtirsak,

$$\sum dA_n = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{n=1}^N \mathbf{F}_n \frac{\partial r_n}{\partial q_i} \right) dq_i$$

tenglik hosil bo'ladi.

Agar

$$Q_i = \sum_{n=1}^N \mathbf{F}_n \frac{\partial r_n}{\partial q_i} \quad (9.14)$$

belgilash kiritsak, oxirgi tenglikni, quyidagi ko'rinishda olamiz:

$$\sum dA_n = \sum_{i=1}^n Q_i dq_i \quad (9.15)$$

Q_i kattalika q_i umumlashgan koordinataga mos bo'lgan, *umumlashgan kuch* deyiladi.

4. Dinamikaning umumiy tenglamasi

Dalamber prinsipiga ko'ra

$$\dot{\mathbf{F}}_n + \dot{\mathbf{R}}_n + \dot{\mathbf{\Phi}}_n = 0, \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (9.22)$$

Vaqtning qayd qilingan biror payti uchun sistema nuqtalariga $d\dot{\mathbf{r}}_n$ mumkin bo'lgan ko'chish beramiz. (9.22) ni $d\dot{\mathbf{r}}_n$ ga ko'paytirib, qo'shamiz.

$$\sum \dot{\mathbf{F}}_n d\dot{\mathbf{r}}_n + \sum \dot{\mathbf{R}}_n d\dot{\mathbf{r}}_n + \sum \dot{\mathbf{\Phi}}_n d\dot{\mathbf{r}}_n = 0$$

Ideal bog'lanishlarning ta'rifiga ko'ra

$$\sum \dot{\mathbf{R}}_n d\dot{\mathbf{r}}_n = 0$$

bo'lgani uchun

$$\sum \dot{\mathbf{F}}_n d\dot{\mathbf{r}}_n + \sum \dot{\mathbf{\Phi}}_n d\dot{\mathbf{r}}_n = 0 \quad (9.23)$$

yoki $\dot{\mathbf{\Phi}}_n = -m_n \dot{\mathbf{w}}_n$ ekanligini hisobga olinsa,

$$\sum (\dot{\mathbf{F}}_n - m_n \dot{\mathbf{w}}_n) d\dot{\mathbf{r}}_n = 0 \quad (9.24)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu tenglama *dinamikaning umumiy tenglamasi* deyiladi.

(9.24)ga asosan, ideal va bo'shatmaydigan bog'lanishlar qo'yilgan harakatdagi sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi barcha aktiv hamda inersiya kuchlarining har qanday mumkin bo'lgan ko'chishdagi elementar ishlarining yig'indisi har onda nolga teng bo'ladi.

(9.23) va (9.24) tenglamalar *Dalamber-Lagranj prinsipi* deb ataladi.

(9.23) ning Dekart koordinatalaridagi ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sum [(x_n + \Phi_{nx}) dx_n + (y_n + \Phi_{ny}) dy_n + (z_n + \Phi_{nz}) dz_n] = 0 \quad (9.25)$$

Bunda x_n, y_n, z_n bilan M_n nuqtaning koordinatalari belgilangan.

Bu yerda

$$\Phi_{nx} = -m_n \ddot{x}_n,$$

$$\Phi_{ny} = -m_n \ddot{y}_n,$$

$$\Phi_{nz} = -m_n \ddot{z}_n,$$

bo'lgani uchun dinamikaning umumiy tenglamasini

$$\sum [(x_n + m_n \ddot{x}_n) dx_n + (y_n + m_n \ddot{y}_n) dy_n + (z_n + m_n \ddot{z}_n) dz_n] = 0 \quad (9.26)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin.

5. Lagranjning ikkinchi xil tenglamalari

Dinamikaning umumiy tenglamasi vositasida ideal bog'lanish reaksiya kuchlari qatnashmaydigan harakat differensial tenglamalarini chiqarishadi.

Bu tenglamalar *Langrajning ikkinchi xil tenglamalari* yoki *mexanik sistemaning umumlashgan koordinatalardagi harakat differensial tenglamalari* deyiladi, ya'ni:

$$Q_i - \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

yoki

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.27)$$

Bu tenglamalarning soni sistemaning erkinlik darajasiga teng bo'ladi.

Agar mexanik sistema nuqtalariga potentsialli kuchlar ta'sir etsa, (9.19) ga ko'ra

$$Q_i = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Shu sababli bunday sistema uchun Langrajning ikkinchi xil tenglamalarini

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

Agar Langranj funksiyasi deb ataladigan

$$L = T + U = T - P$$

funksiyani kiritsak,

$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ bo'lgani uchun Langrajning 2-xil tenglamalarini quyidagicha yoza olamiz:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.28)$$

(9.28) tenglamalar potentsialli kuchlar ta'siridagi mexanik sistema uchun Langrajning ikkinchi xil tenglamalarini ifodalaydi.

6. Potensial kuchlar ta'siridagi mexanik sistema uchun Lagranjning ikkinchi xil tenglamalari

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Analitik mexanika bo'limi nimani o'rganadi?
2. Bog'lanishlar turlari haqida so'zlab bering
3. Mumkin bo'lgan ko'chish tushunchasiga ta'rif bering
4. Qanday bog'lanishlarga ideal bog'lanishlar deyiladi?
5. Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi haqida so'zlab bering
1. Sistemaning umumlashgan koordinatalardagi muvozanat shartlari qanday ifodalanadi?
2. Umumlashgan kuchlar ta'rifini bering
3. Dinamikaning umumiy tenglamasi mazmunini tushuntirib bering
4. Langrajning ikkinchi xil tenglamalari qanday ifodalanadi?

21-mavzu. MEXANIK SISTEMANING USTUVOR MUVOZANATI

Asosiy savollar

1. Mexanik sistemasining ustuvor muvozanati haqida tushuncha. Lagranj-Dirixle teoremasi
2. Sistemaning ustuvor muvozanati yaqinidagi kinetik va potentsial energiyalari.
4. Ustuvor harakat haqida tushuncha.
5. Uyg'otilgan harakat differensial tenglamalari.
6. Harakatning ustuvorligi haqidagi Lyapunov teoremlari
7. Birinchi yaqinlashishdagi ustuvor muvozanat
8. Harakatni optimal boshqarish haqida tushuncha

Tushuncha va tayanch iboralar

Sistemaning ustuvor muvozanati, ustuvor, noustuvor va befarq muvozanat

Dars maqsadi: Mexanik sistemasining ustuvor muvozanatiga oid bilimlarini chuqurlashtirish.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. va boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

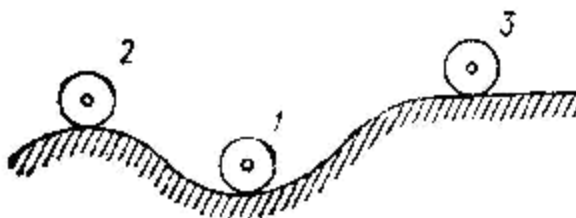
1. Mexanik sistemasining ustuvor muvozanati haqida tushuncha. Lagranj-Dirixle teoremasi

Mexanik sistemaning muvozanatini 3 turga bo'lish mumkin: *ustuvor*, *noustuvor* va *befarq* muvozanat.

Agar muvozanat holatidagi mexanik sistema nuqtalariga kichik boshlang'ich qo'yish va kichik boshlang'ich tezlik berish natijasida sistema nuqtalari muvozanat holati yaqinida tebranma

harakatda bo'lsa, sistemaning bunday muvozanati *ustuvor muvozanat*: muvozanat holatidan o'zoqlasha borsa, *noustuvor muvozanat* deyiladi.

Agar mexanik sistemani muvozanat holatidan kichik og'irish natijasida mexanik sistema yangi holatda ham muvozanatda qolsa, sistemaning bunday holati *befarq muvozanat* deyiladi.



Aytaylik golonomli bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistemaning holati $q_1, q_2, \dots, q_n$ umumlashgan koordinatalar bilan aniqlansin.

Vaqtning biror t_0 paytida sistemani muvozanat holatidan og'irib, sistemaning shu paytdagi umumlashgan koordinatalari va umumlashgan tezliklarini q_{i0} va $\dot{q}_{i0}$ istolgan t paytdagisini esa q_i va $\dot{q}_i$ bilan belgilaymiz.

Sistemaning ustuvor muvozanatiga aniqroq ta'rif berish uchun sistemaning umumlashgan koordinatalari va umumlashgan tezliklarining son qiymatlarini o'lchovsiz kattalikka keltiramiz.

Agar istalgancha kichik musbat son e ga bog'liq shunday $h > 0$ sonni topish mumkin bo'lsaki,

$$|q_{i0}| \leq h, \quad |\dot{q}_{i0}| \leq h, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (9.29)$$

bo'lganda $t > t_0$ vaqt uchun

$$|q_i| < e$$

shartlar bajarilsa, sistemaning bunday muvozanat holati Lyapunov ta'rifiga ko'ra ustuvor muvozanat deyiladi.

Potensialli kuchlar ta'siridagi mexanik sistemaning muvozanat shartlari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = 0$$

Bu tenglamalardan ko'ramizki, potensialli kuchlar ta'siridagi sistemaning muvozanat holatlariga sistema potensial energiyasining ekstremal qiymatlari mos keladi. Lekin bu tenglamalar vositasida sistema muvozanatining ustuvorligini aniqlay olmaymizlar.

Bunday sistema ustuvor muvozanatining yetarli shartlari Langranj-Dirixle teoremasi bilan ifodalanadi: *potensialli kuchlar ta'siridagi sistemaning potensial energiyasi minimum qiymatga ega bo'ladigan muvozanat holatlari ustuvordir.*

3. Sistemaning ustuvor muvozanati yaqinidagi kinetik va potensial energiyalari

4. Ustuvor harakat haqida tushuncha

Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasini yechish natijasida sistema harakat differensial tenglamalarining berilgan kuchlar va boshlang'ich shartlarga mos yechimlarini aniqlaymiz. Biroq masalada berilgan boshlang'ich shartlar haqiqatda bir oz o'zgarishi mumkin bo'lgan hollarni ham

qarashga to'g'ri keladi. Masalan, snaryad, raketa yoki samolyotning boshlang'ich tezligi hamisha hisoblangan boshlang'ich tezlik bilan ustma-ust tushavermaydi. Bundan tashqari, sistema harakati davomida unga masalani yechishda nazarda tutilmagan oniy kuchlar yoki vaqtincha kuchlar ta'sir etadigan hollar ham uchraydi. Masalan, samolyot uchayotganda havoning zichligi o'zgarishi natijasida qarshilik kuchi o'zgarishi yoki boshqa qo'shimcha kuchlar ta'sir etishi mumkin. Boshlang'ich payt uchun bunday qo'shimcha kuchlarning ta'siri to'xtagan paytni olib, ikkinchi holni birinchi holga keltirish mumkin.

Berilgan kuchlar va shartlarga mos bo'lgan harakatni *asosiy harakat*, berilgan kuchlar va o'zgargan boshlang'ich shartlarga mos bo'lgan harakatni esa, *uyg'otilgan harakat* deb ataymiz. Asosiy harakat sodir bo'ladigan boshlang'ich shartlar bilan o'zgargan boshlang'ich shartlar orasidagi farq kichik bo'lganda, uyg'otilgan harakatning asosiy harakatga yaqin bo'lishi muhim amaliy ahamiyatga ega. Shu ma'noda asosiy harakatni ustuvor deb qarash mumkin.

Sistemaning ustuvor harakatini aniqroq ta'riflash uchun holati $q_1, q_2, \dots, q_n$ koordinatalar bilan aniqlanadigan va erkinlik darajasi n ga teng bo'lgan mexanik sistemaning harakat differensial tenglamalarini quyidagi $s=2n$ ta birinchi tartibli differensial tenglamalarga keltiramiz:

$$\frac{dy_i}{dt} = Y_i(t, y_1, y_2, \dots, y_s), \quad (i = 1, 2, \dots, s),$$

Bunda y_i sistema nuqtalarining koordinatalari, tezliklari yoki ularning biror funksiyasidan iborat qandaydir parametrlarni ifodalaydi.

5. Uyg'otilgan harakat differensial tenglamalari

6. Harakatning ustuvorligi haqidagi Lyapunov teoremlari

7. Birinchi yaqinlashishdagi ustuvor muvozanat

8. Harakatni optimal boshqarish haqida tushuncha

Texnikada obyektlarning harakatini boshqarish va boshqarishning eng yaxshi usulini tanlash alohida ahamiyatga ega. Hozirgi kunda boshqariladigan obyektlar deyarli har qadamda uchraydi: avtomobil, samolyot, regulyatorlar bilan jihozlangan turli elektropriborlar ana shular jumlasidandir.

Boshqariluvchi obyektning bir holatdan boshqa holatga turlicha usullarda o'tkazish mumkin. Shundan kelib chiqib, ma'lum ma'noda eng qulay yo'l bilan o'tish aniqlashga keltiriladigan optimal boshqarish masalasiga duch kelamiz.

Mexanik sistema nuqtalariga ta'sir etuvchi ba'zi kuchlar boshqaruvchi – odam (yoki avtomatik qurilmalar) vositasida boshqarilishi mumkin. Masalan, samolyotning harakatini uchuvchi yoki avtopilot ta'sirida boshqarish mumkin. Texnikada uchraydigan bunday masalalar boshqarish funksiyasi qatnashadigan masalalar deyiladi. Agar boshqarish funksiyasi va ta'sir etuvchi kuchlar ma'lum bo'lsa, u holda harakatni boshqarish berilgan obyektning mazkur kuchlar ta'siridagi harakatini aniqlashga doir mexanikaning oddiy masalasiga keltiriladi.

Boshqarishning optimalligi oldindan belgilangan sifat belgisiga qarab aniqlanadi. Masalan, ikki punkt orasida uchdigan samolyotning eng qisqa vaqtda manzilga yetishini boshqarish masalasida sifat belgisi uchishga sarf bo'lgan vaqt, maksimal yuk tashish masalasida esa sifat belgisi tashilgan yukning og'irligi bilan ifodalanadi.

2. Ustuvor harakat haqida tushuncha

3. Harakatni optimal boshqarish haqida tushuncha

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Mexanik sistemaning ustuvor muvozanati turlari haqida so'zlab bering
2. Langranj-Dirixle teoremasi ta'rifini bering.
3. Ustuvor harakat haqida tushuncha bering
4. Harakatni optimal boshqarish haqida tushuncha bering

22-mavzu. ZARBA NAZARIYASI

Asosiy savollar

1. Zarba nazariyasining asosiy tushunchalari.
2. Zarba nazariyasining asosiy tenglamasi.
3. Zarba vaqtida asosiy dinamik kattaliklarni o'zgarishi haqidagi teorema.
4. Zarba vaqtida zarbali kuchning ishi haqidagi Kelvin teoremasi.
5. Zarba vaqtida kinetik energiyaning yo'qolishi. Karno teoremasi.
6. Zarbali kuchlarning qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi va tekis parallel harakatdagi jismga ta'siri.
7. Zarba markazi.

Tushuncha va tayanch iboralar

Zarba, zarba vaqti, zarbali kuch, zarbali kuch impulsi, o'rtacha zarbali kuch, zarba nazariyasining asosiy tenglamasi

Dars maqsadi: Zarba nazariyasini o'g'risidagi ko'nikmalarini shakllantirish.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
3. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
4. Rashidov T. va boshqalar. Nazariy mexanika asoslari. - T.: O'qituvchi, 1990.

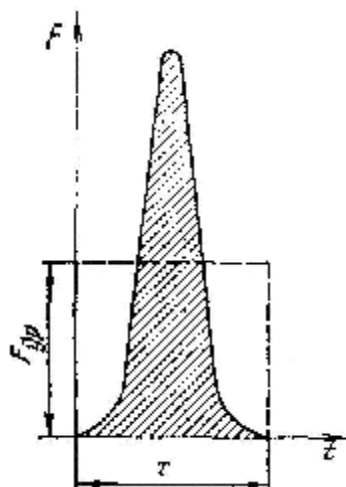
1. Zarba nazariyasining asosiy tushunchalari

Juda kichik vaqt ichida sistemaning ayrim yoki barcha nuqtalarining tezligi, binobarin. Harakat miqdori chekli kattalikka o'zgarsa, bunday hodisa *zarba* deyiladi.

Zarba sodir bo'ladigan vaqt zarba vaqti deyiladi. Zarba vaqti sekundning mingdan bir yoki undan kichik ulushiga teng bo'ladi.

Mexanik sistema nuqtalariga birdaniga bog'lanish qo'yilganda yoki sistema bog'lanishdan bir zumda bo'shatilganda zarba hodisasi sodir bo'ladi.

Zarba davrida vujudga keluvchi va to'qnashuvchi jismlarga juda kichik vaqt ichida ta'sir, uta katta qiymatga erishadigan va impulsi chekli bo'lgan kuch *zarbali kuch* deyiladi. Zarbali kuch zarba vaqtida juda tez orta borib, maksimal qiymatga erishadi, so'ngra zarba davri oxirigacha tez sur'atda kamayadi.



$$\vec{S} = \int_0^t \vec{F} \cdot dt. \quad (2.1)$$

formula yordamida aniqlanadigan vektor kattalik *zarbali kuch impuls*i deyiladi.

Ba'zida zarbali kuchning ta'sirini tasavvur qilish zarba vaqtida o'zgarmasdan qoladigan va zarbali kuch impuls*i* ta'sirini bera oladigan

$$F_{yp} \cdot t = S' \quad (2.2)$$

formula yordamida aniqlanadigan o'rtacha zarbali kuch F_{yp} kiritiladi.

Texnikada zarba hodisasidan bolg'alash, shtampovka, tayanch qoziqlar qoqshida va boshqa sohalarda foydalaniladi.

2. Zarba nazariyasining asosiy tenglamasi

Massasi m ga teng moddiy nuqtaga juda kichik t vaqt ichida zarbali kuch va zarbali bo'lmagan vaqtning funksiyasidan iborat Q kuch ta'sir etsin. Nuqtaning zarbadan oldingi tezligini v zarbadan keyingi tezligini u bilan belgilasak, zarba vaqti t ichida harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema asosan

$$m\vec{u} - m\vec{v} = \int_0^t \vec{F} dt + \int_0^t \vec{Q} dt \quad (2.3)$$

formula o'rinli bo'ladi.

Bu tenglikda

$$\int_0^t \vec{F} dt = \vec{S}$$

va $\int_0^t \vec{Q} dt = \vec{Q}_{ypm} \cdot t$ qilib qabul qilamiz.

Bunda $\vec{Q}_{ypm}$ bilan $\vec{Q}$ kuchning $(0, t)$ oraliqda qabul qiladigan o'rtacha qiymati belgilangan.

$\vec{Q}_{ypm}$ chekli kattalik, t esa kichik qiymatga ega bo'lgani tufayli $\vec{Q}_{ypm} \cdot t \approx 0$ deb olish mumkin.

Shunday qilib

$$m\vec{u} - m\vec{v} = \vec{S}. \quad (2.4)$$

ya'ni zarba vaqtida nuqta harakat miqdorining o'zgarishi nuqtaga ta'sir etuvchi zarbali kuch impulsiga teng.

Bu tenglama zarba nazariyasining asosiy tenglamasi deyiladi.

(2.4) ni Dekart koordinata o'qlariga proyeksiyalasak,

$$\left. \begin{aligned} mu_x - mv_x &= S_x \\ mu_y - mv_y &= S_y \\ mu_z - mv_z &= S_z \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

ya'ni zarba vaqtida nuqta harakat miqdorining biror qo'zg'almas o'qdagi proyeksiyasining o'zgarishi shu nuqtaga ta'sir etuvchi zarbali kuch impulsining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

3. Zarba vaqtida asosiy dinamik kattaliklarni o'zgarishi haqidagi teorema

Aytalik, N ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan mexanik sistema berilgan bo'lsin. Agar sistema ixtiyoriy M_n nuqtasining zarbadan oldingi va zarbadan keyingi tezliklarini mos ravishda $\mathbf{v}_n$ va $\mathbf{u}_n$ bilan belgilasak, zarba nazariyasining asosiy tenglamasiga ko'ra

$$m_n \mathbf{u}_n - m_n \mathbf{v}_n = \dot{\mathbf{S}}_n^e + \dot{\mathbf{S}}_n^i \quad (2.6)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bunda $\dot{\mathbf{S}}_n^e$ va $\dot{\mathbf{S}}_n^i$ mos ravishda tashqi va ichki zarbali kuchlar impulsini ifodalaydi.

Sistema uchun

$$\sum m_n \mathbf{u}_n - \sum m_n \mathbf{v}_n = \sum \dot{\mathbf{S}}_n^e + \sum \dot{\mathbf{S}}_n^i$$

bunda

$$\sum m_n \mathbf{u}_n = \dot{\mathbf{Q}}, \quad \sum m_n \mathbf{v}_n = \dot{\mathbf{Q}}_o$$

va $\sum \dot{\mathbf{S}}_n^i = 0$ bo'lgani uchun.

$$\dot{\mathbf{Q}} - \dot{\mathbf{Q}}_o = \sum \dot{\mathbf{S}}_n^e \quad (2.7)$$

Bu tenglama zarba vaqtida sistema harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: zarba vaqtida sistema harakat miqdorining o'zgarishi, sistema nuqtalariga qo'yilga tashqi zarbali kuchlar impulsining yig'indisiga teng.

$$\dot{\mathbf{K}}_o - \dot{\mathbf{K}}_o^o = \sum \dot{\mathbf{M}}_o (\dot{\mathbf{S}}_n^e) \quad (2.8)$$

Bu tenglik zarba vaqtida sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: zarba vaqtida sistema kinetik momentining biror markazga nisbatan o'zgarishi sistema nuqtalariga qo'yilgan zarbali kuchlar impulsining mazkur markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

4. Zarba vaqtida zarbali kuchning ishi haqidagi Kelvin teoremasi

5. Zarba vaqtida kinetik energiyaning yo'qolishi. Karno teoremasi

6. Zarbali kuchlarning qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi va tekis parallel harakatdagi jismga ta'siri

7. Zarba markazi

Nazorat savol va topshiriqlar

1. Zarba deb qanday hodisaga aytiladi?
2. Zarba vaqti zarbali kuch va zarbali kuch impulsi tushunchalarining ta'rifini bering
3. Zarba nazariyasining asosiy tenglamasi ifodasini tushuntiring

Foydalaniladigan adabiyotlar

Asosiy

- 1.Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
- 2.Xusanov Q. Nazariy mexanika fanidan laboratoriya topshiriqlar to'plami. O'quv qo'llanma. Toshkent -2007
3. Bahodirov G'., Xusanov Q. Nazariy mexanika fanidan topshiriqlar to'plami. Toshkent - 2010.
4. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent -2007
5. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
6. Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to'plami. - T. «O'qituvchi», 2002.
7. Rashidov T.R. Shoziyotov Sh., Mo'minov K.B. Nazariy mexanika asoslari «O'qituvchi»,T., 1990 y.

Qo'shimcha

1. Yaxyoyev M.S., Mo'minov B. "Nazariy mexanika". Toshkent, "O'qituvchi", 1990.
2. Butenin N.V., Luns Ya.L., Merkin D.R.. Kurs teoreticheskoy mexaniki, 4-ye izd., pererab. i dop. -M., Nauka, 1985. tom.1,2
3. Bat M.I., Djanelidze G.Yu., Kelzon A.S. "Teoreticheskaya mexanika v primerax i zadachax". 9-ye izd. dop., M., Nauka, 1990, t.1,2.
4. Aziz-Qoriyev S.K., Yangurazov Sh.X. "Nazariy mexanikadan masalalar yechish metodikasi" (Statika va kinematika). Qayta ishlangan 2-nashri. -Toshkent, "O'qituvchi", 1974.
5. Yablonskiy A.A., Noreyko S.S., Volfson S.A. Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike. 3-ye izd. ispr., M., Visshaya shkola, 1978.
6. Xusanov Q. «Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi harakati» mavzusi bo'yicha hisob-grafik ishlarini o'rganish uchun metodik ko'rsatma/ - 1993.

7. Saytlar:

<http://www.uni.udm.ru/pubhouse/shop2.htm> - 509,574 bayt
<http://www.pedagog.uz/libr/index.php?showid=690&PHPSESSID=a3e6763eee24f2029b37d6b42f2883d8>
http://elkutubhona.narod.ru/html/el_mar_qurilish.htm - 5,804 bayt

MUNDARIJA

Soʻz boshi.....	3
1-mavzu. Kirish	4
Qattiq jism statikasi.....	9
2-mavzu. Qattiq jism statikasining asosiy tushunchalari va aksiomalari	
3-mavzu. Kesishuvchi kuchlar sistemasi	14
4-mavzu. Parallel kuchlar sistemasi va juftlar nazariyasi	18
5-mavzu. Statikaning asosiy teoremasi va fazoviy kuchlar sistemasining	26
muvozanat sharti.....	
6-mavzu. Fazoviy kuchlar sistemasini sodda holga keltirishning xususiy hollari	32
7-mavzu: Parallel kuchlarning markazi	39
8-mavzu. Nuqta kinematikasi.....	45
9-mavzu. Qattiq jism kinematikasi.....	54
10-mavzu. Qattiq jismning tekis parallel harakati	62
11-mavzu. Qattiq jismning qoʻzgʻalmas nuqta atrofida	72
aylanma harakati.....	
12-mavzu. Nuqtaning murakkab harakati	78
13-mavzu. Qattiq jismning murakkab harakati.....	85
Dinamika. Nuqta dinamikasi	90
14-mavzu. Nuqta dinamikasi va uning asosiy qonunlari.....	
15-mavzu. Moddiy nuqta uchun dinamikaning umumiy teoremlari.....	98
16-mavzu. Moddiy nuqtalar sistemasi dinamikasi.....	105
17-mavzu. Moddiy nuqtalar sistemasining harakat differensial tenglamalari.....	114
18-mavzu. Sistema kinetik energiyasining oʻzgarishi haqidagi teorema. potensial energiya	120
19-mavzu. Dalamber prinsipi.....	129
Analitik mexanika.....	134
20-mavzu. Analitik mexanikaning asosiy tushunchalari	
21-mavzu. Mexanik sistemaning ustuvor muvozanati.....	142
22-mavzu. Zarba nazariyasi.....	146
Foydalaniladigan adabiyotlar.....	148