МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

БУХАРСКИЙ

ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

кафедра “Физика”

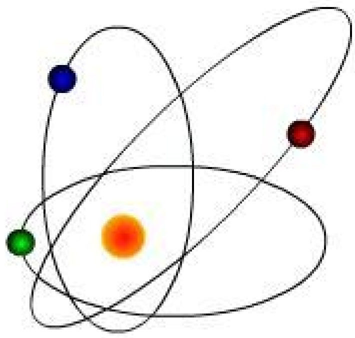
М.З.Шарипов , Н. Н. Миржонова, Д.Э.Хайитов

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЯ

для решения задач

по курсу “ Физика”

(Механика , молекулярная физика и электромагнетизм)



Бухара 2015

Методическая разработка утверждена и рекомендована к внутри вузовскому изданию заседанием кафедры «Физика» протокол ___ 20__ год ____________, и учебным методическим советом института протокол___ 20__ год _____________,

Составители:

к.ф.м.н , заведующий кафедрой "Физика" М.З. Шарипов

Ассистент кафедры “Физика” Н.Н.Миржонова

Рецензенты:

1. проф. кафедры «Физика» БухГУ проф.Д.Р.Джураев
2. доцент кафедры «Физика» БухМТИ к.ф.м.н. М.Р.Жумаев

Аннотация.

Методическое пособие для решение задач по курсу "Физика" составлено согласно учебной программе утвержденной Мин ВиССО РУз (рег.№ БД. 310.00-303 от 12 марта 2012 г) и рабочий учебный программе утверждённый учебно-методическим советом БухМТИ (рег.№ 166 от 29.08.2014) для бакалавров по специальности 5321400- нефти-газо химическая технология

В ней приведены основные формулы, используемой для решения задач данных разделов, характерные задачи и их решения, а также примеры для самостоятельной работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А:

1) В.С.Волькенштейн «Сборник задач по общему курсу физики» Издательство «Наука» Москва 1976
2) Дж.Орир «Физика» пер. с анг под редакцией Е.М.Лейкина Москва «Мир» 1981

2) http://ziyonet.uz/uzc/library

3) http://www.unibytes.com

4) http://www.physic.com

В В Е Д Е Н И Е

Основной задачей высшего образования вообще является формирования

научного мировоззрения студентов. Этому способствуют все дисциплины, изучаемые в высшей школе. Однако ведущая роль принадлежит здесь фундаментальным (общенаучным и общетехническим) дисциплинам. К их числу относится и физика.

Конечная цель в преподавании физики известна: способствовать развитию физического мышления студентов, усвоению ими современной физической картины мира , формированию научного мировоззрения и тем самым заложить фундамент для изучения специальных дисциплин.

Наиболее разумным методом преподавания физики , адекватным современной ситуации в науке и техники, является на наш взгляд метод при котором основные элементы преподавания соответствуют основным элементам процесса научного преподавания. Это означает, что все атрибуты процесса научного познания, такие, как анализ и синтез; обстрактирование, идеализация, обобщения и ограничения; аналогии, моделирование, фармолизация; историческое и логическое; индукция и дедукция; аксиоматика , должны органически присутствовать в преподавании физики. Это обстоятельство придаёт физике особую интеллектуальную привлекательность

Велика при этом самостоятельной работы студента . Познающий физику- всегда исследователь. Работа в лаборатории, анализ лекционного теоретического материала и лекционных экспериментов, изучение литературы, активное участие в семинарах – всё это соответствует основным элементам современной научной деятельности.

Изучение физики является, таким образом , некоторого моделью процесса научного познания. Это обстоятельство определяет, в частности, место и значение физического практикума в преподавании физики.

В занятиях студент самостоятельно решает ряд задачу. Здесь преследуются в основном две цели. С одной стороны, студент должен научится самостоятельно воспроизводить и анализировать основные физические явления и понят задачу. С другой стороны, он должен получить при этом некоторые элементарные навыки по решении задач.

Какие моменты при этом особенно важны?

Это прежде всего понимание практических занятий в физике, умение делать выводы из сопоставления теории; умение выделить главное , существенное, отвлечься от несущественного , второстепенного ; понимание роли идеализации; знание фундаментальных физических понятиях и численных значений величин, характерных для данного раздела физики.

1 – Занятие. Кинематика

Скорость прямолинейного движения в общем случае

$$\vartheta = \frac{ds}{dt} \qquad [\vartheta] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{[м]}{[с]};$$

ускорение $a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$, $\quad [a] = \frac{[\vartheta]}{[t]} = \frac{[s]}{[t^2]} = \frac{[м]}{[с^2]}$

В случае прямолинейного равномерного движения $\vartheta = \frac{S}{t} = const$ и ускорение $a = 0$.

В случае прямолинейного равнопеременного движения:

$$S = \vartheta_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \qquad \vartheta = \vartheta_0 \pm at; \qquad a = const$$

В этих уравнениях a положительно при равноускоренном движении и отрицательно при равнозамедленном.

При криволинейном движении полное ускорение равно

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2};$$

где a_t - тангенциальное ускорение, a_n - нормальное (центростремительное)ускорение, причем

$$a_t = \frac{d\vartheta}{dt} \text{ и } a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$$

где V - скорость движения и R – радиус кривизны траектории в данной точке.

При вращательном движении в общем случае угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad [\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = \frac{[рад]}{[с]};$$

угловая ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad [\varepsilon] = \frac{[\omega]}{[t]} = \frac{[\varphi]}{[t^2]} = \frac{[рад]}{[c^2]};$$

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость равна:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu ,$$

где Т – период обращения, ν - частота обращения, т.е.число оборотов в единицу времени.

Угловая скорость ω связана с линейной скоростью υ соотношением:

$$\vartheta = \omega R .$$

Тангенциальное и нормальное ускорение при вращательном движении могут быть выражены следующим образом:

$$a_t = \varepsilon R \quad \text{va} \quad a_n = \omega^2 R$$

В таблице дано сопоставление уравнений поступательного движения с уравнениями вращательного движения

Таблица 1.

Поступательное движение	Вращательное движение
Равномерное	
$S = \upsilon t$ υ=const $a = 0$	φ=ωt ω= const ε=0
Равнопеременное	
$S = \vartheta_0 t \pm \frac{at^2}{2};$ $\vartheta = \vartheta_0 \pm at;$ $a = const$	$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2};$ $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t;$ $\varepsilon = const$
Неравномерное	
$S = f(t)$ $\vartheta = \frac{ds}{dt}$ $a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	$\varphi = f(t)$ $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

Решаемые задачи аудитории.

Пример 1. Первую половину времени своего движение автомобиль двигался со скоростью *80 км/ч,* а вторую часть половину времени со скоростью *40 км/ч* . Какова средняя скорость движения автомобиля?

Дано: **Решение:**

$\vartheta_1 = 80\,{км}/{ч}$

$\vartheta_2 = 40\,{км}/{ч}$

$\vartheta_{cp} = ?$

Средняя скорость движения автомобиля определяется формулой $\vartheta_{cp} = \frac{S}{t}$, где $S = S_1 + S_2 = \vartheta_1 \cdot t_1 + \vartheta_2 \cdot t_2$. По условию $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$;

Таким *образом* $\vartheta_{cp} = \frac{\vartheta_1 \frac{t}{2} + \vartheta_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = \frac{80+40}{2} = 60\,\text{км/ч}$

Ответ: Общая скорость $60 км/ч$.

Пример 2. Автомобиль проезжает ограниченный участок пути длинной 10 км со скоростью 20 км/ч , а затем проезжает ещё 10 км со скоростью 60 км/ч. Будет ли средняя скорость в точности средним между 20 и 60, т.е. будет ли она равна 40 км/ч

Дано:

$\vartheta_1 = 20\,{км}/{ч}$

S_1=10 км

S_2=10 км

$\vartheta_2 = 60\,{км}/{ч}$

$\vartheta = ?$

Решение:

Найдём сначала весомые множители t_1 и t_2:

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{10\text{км}}{20\text{ км/ч}} = \frac{1}{2}\text{ч}$$

и

$$t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{10\text{км}}{60\text{ км/ч}} = \frac{1}{6}\text{ч}$$

Подставим эти весомые множители $v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$

$$v = \frac{\frac{20\text{км}}{\text{ч}}[\left(\frac{1}{2}\right)\text{ч}] + \frac{60\text{км}}{\text{ч}}[\left(\frac{1}{6}\right)]}{(1/2)\text{ч} + (1/6)\text{ч}} = 30\text{км/ч}$$

Ответ: Скорость ровна $30\ \frac{км}{ч}$

Пример 3. Велосипед приодалевает ряд холмов. На подъемах его скорость равна v_1 , а на спусках v_2 . Общяя длина пути S, причем подъемы и спуски имеют одинаковые длины. Какова средняя скорость велосипедиста?

Дано:

На подъемах скорость

v_1 – на подъёмах

v_2 – на спусках

S=S_1+S_2

$S_1 = S_2 = \frac{S}{2}$

Решение:

Обозначим через t_1 полное время подъёма на холмы , а через t_2- время спуска. Тогда $t_1 = (S/2)/v_1$, а $t_2 = (S/2)/v_2$ Поставив эти выражения $v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$

$\vartheta_{ср} = ?$

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1\left(\frac{S}{2\upsilon_1}\right) + \upsilon_2\left(\frac{S}{2\upsilon_2}\right)}{\frac{S}{2\upsilon_1} + \frac{S}{2\upsilon_2}} = \frac{2}{\frac{1}{\upsilon_1} + \frac{1}{\upsilon_2}} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$$

Ответ: $\vartheta_{ср} = \dfrac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$

Пример 4 . В течение целого года тело испытывает ускорение g. Какую скорость приобретает тело за это время, если первоначально оно покоилось?

Дано:

$t = 3{,}16 \cdot 10^7 c$

ускорение g.

$\upsilon = ?$

Решение:

Средняя скорость $\bar{\upsilon} = \dfrac{x - x_0}{t}$ имеем

$\bar{\upsilon} = gt = (9.8 м/c^2)(3{,}16 \cdot 10^7 c) = 3{,}09 \cdot 10^8 м/c^2$

Ответ: $\bar{\upsilon} = 3{,}09 \cdot 10^8 м/c^2$

Пример 5. Предположим, что для комфортабельных условий полёта горизонтальная составляющая ускорения авиалайнера не должна превышать 10 м/с^2 (что близко к g) . Каким при этом может быть наименьшее время полёта из Ташкента в Самарканд (расстояние 280 км)?

Дано:

$a = 10 м/c^2$

$S = 280 км$

$t = ?$

Решение:

Начав полёт Ташкент, авиалайнер первую половину пути будет двигаться равноускоренно, а вторую половину пути – равнозамедленной чтоб приземлится в Самарканде. Обозначим половину пути через S, тогда $S = \dfrac{at^2}{2}$ где е t_1- половина времени полёта ,

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{280 \cdot 10^3 м}{10 м/c^2}} = 167 c$$

Ответ: Полное время пути равна 335 с или 5 мин 35 с.

Пример 6. Чтобы попасть на околоземную орбиту, ракета должна приобрести скорость 8 км/ч. Кроме того, для выхода за пределы атмосферы нужно пролететь около 200 км. Предположим что ракета может достичь нужной скорости пролетев равноускоренно 200 км в атмосфере. Каким должно быть её ускорение?

Дано: **Решение:**

$S = 2\cdot 10^5\,м$ Подставим $\upsilon^2 - \upsilon_0^{\ 2} = 2a(x - x_0)$ $\vartheta_0 = 0$

$\vartheta_0 = 0$ $S = 2\cdot 10^5\,м$

$a = ?$ Находим

$$\vartheta^2 = 2ax \qquad a = \frac{\upsilon^2}{2x} = \frac{(8\cdot 10^3\,м/с^2)}{2(2\cdot 10^5\,м)} = 160 м/с^2 = 16{,}3g$$

Ответ: Это ускорение близко к предельному , которое может выдержать тренированный космонавт в течение длительного времени.

Пример 7. С подводной лодки запускается баллистическая ракета, наведенная на город. Расстояние от города до подводной лодки 3000 км. Предположим , что момент запуска обнаружен. Каким запасом времени мы располагаем и чему равна стартовая скорость υ_0 ракеты? При этом будем считать землю плоской , ускорение свободного падения постоянным, угол запуска 45^0, а также, что вдоль всей траектории, кроме начального участка , ракета находится в свободном полёте.

Дано:

$\alpha = 45^0$

$R = 3\cdot 10^6\,м/с$

$\upsilon_0 = ?$

Решение:

Сначала $R = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \dfrac{\upsilon_0^{\ 2}}{g}\sin 2\alpha$

что при $\alpha = 45^0$

$\upsilon_0 = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8\cdot 3\cdot 10^6\,м/с} = 5.42 км/с$

(Это величина составляет 68 % скорости, необходимой для вывода ракеты на околоземную орбиту.)Координата x ракета дается выражением $x = (\upsilon_0\cos\alpha)t$

откуда $t = \dfrac{x}{\upsilon_0\cos\alpha}$ Полное время полёта Т получаем, положив $x = R$.Таким образом,

$$T = \frac{R}{\upsilon_0\cos\alpha} = \frac{3\cdot 10^6}{5{,}42\cdot 10^3\cdot 0{,}707}\,с = 783 с = 13 мин$$

Ответ: В случае ракетного нападения максимальный запас времени составляет около 10 минут (для эвакуации города этого времени недостаточно).

Примеры для самостоятельной работы.

1) Самолёт , путевая скорость которого относительно воздуха ровна 300 км/ч летит по маршруту между пунктами А и В , расположенными на расстоянии 600 км друг от друга. Временим на взлет стоянку и разворот можно пренебречь.

а) Сколько времени займёт полный полёт туда и обратно в тихий, безветренный день.

б) Сколько времени займёт этот полёт в тот день , когда дует ветер со скоростью 60 км/ч , направленный от Б к А?

в) Сколько времени займёт этот полёт при боковом ветре, имеющем скорость 60 км/ч?

2) Разработан аппарат изучения поведения насекомых при ускорении 100 g. Этот аппарат представляет собой 10 – сантиметровый стержень, на обоих концах которого имеются контейнеры с насекомыми. Стержень вращается около своего центра.

а) С кокой скоростью движутся насекомые, когда их ускорение достигает 100 g?

б) Чему ровна число оборотов в секунду?

3) При игре в бейсбол правый полевой игрок находится в 60 м от основной базы (дома). В тот момент , когда он кидает мяч к основной базе, другой игрок, находившийся у третий базы, устремляется к основной базе, на этот путь ему нужно 4,5 с. Успеет ли он вовремя добежать до неё, если максимальная высота подъёма меча около 19,2 м?

4) Мяч подбрасывают вертикально вверх и ловят через 2 с.

а) Какова начальная скорость мяча?

б) На какую высоту взлетает мяч?

5) тело с начальной скоростью 10 м/с движется равнозамедленное и останавливается, пройдя 20 м.

а) Чему равна отрицательное ускорение?

б) Сколько времени потребовалось для полной остановки?

в) нарисуйте график зависимости υ от t , а также x от t

6) Предположим, что автомобиль, движущийся со скоростью 60 км/ч, сталкивается в лоб со встречным тяжелым грузовиком, также имеющим скорость 60 км/ч. Будем считать, что скорость грузовика после столкновения не изменилось Чему равна эквивалентная высота, при падении с которой на передок автомобиль получит такое же повреждение?

2 – Занятие. Динамика

Основной закон динамики (второй закон Ньютона) выражается уравнением

$$F \cdot dt = d(mv)$$

Если масса постоянна, то

$$F = m\frac{dv}{dt} = ma$$

где a – ускорение, приобретаемая телом массы m под действием силы F

Решаемые задачи аудитории.

Пример 1. Автомобиль, имеющий массу 1500 кг, мчится по шоссе со скоростью 120 км/ч (33,3 м/с). Если отпустить педаль газа, то в течение времени 5,0 с его скорость снизится до 105 км/ч. Чему равна результирующая сила сопротивления (при такой скорости это в основном сопротивление воздуха)? С помощью такого несложного приема можно точно измерить силу, тормозящую автомобиль. Студентам не рекомендуется проводить подобный эксперимент. (В последний раз, когда автор пытался осуществить такой эксперимент, он был оштрафован за превышение скорости.

Дано: **Решение:**

υ_1=120км/ч
υ_2=105км/ч
t=5c
<u>m=1500 кг</u>
F=?

Вычислим среднее ускорение

$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\Delta t} = \frac{15\text{км/ч}}{5\text{с}} = -\frac{4{,}17\ \text{м/с}}{5\ \text{с}} = -0{,}834\ \text{м/с}^2$$

Средняя сила $F = ma$ = (1,5-10^3 кг)(- 0,834 м/$с^2$) = -1,25·10^3Н.
Эта величина составляет около 8,5% веса автомобиля.

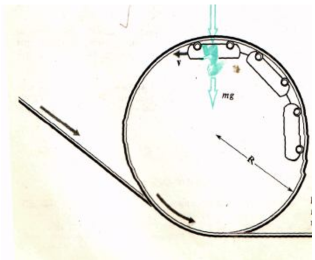
Ответ: $F = -1{,}25 \cdot 10^3$Н

Пример 2. В тележке, совершающей мертвую петлю радиусом R находится человек, масса которого равна m. Скорость тележки в верхнем положении равна υ. Чему равно ускорение? Сколь велика при этом сила, прижимающая человека к сиденью? Чему равна результирующая сила, действующая на человека?

Дано: **Решение:**

радиус R
масса m.
сскорость υ
a – ? F-?
$F_{рез}$-?,

По определению ускорение $a = \frac{dv}{dt}$, не зависимо от величины силы тяжести. Поэтому, как показано в $a = \frac{v^2}{R}$. Согласно второму закону Ньютона, результирующая сила даётся выражением $F_{рез} = ma = \frac{mv^2}{R}$ и направлена вниз силы тяжести контактной силы F, дейсвующей на человека со стороны сидения,т.е.



$F_{рез} = mg + F$. $\qquad \frac{mv^2}{R} = mg + F$

откуда $F = m[\left(\frac{v^2}{R}\right) - g]$ Согласно третьему закону Ньютона . это сила, которая прижимает человека к сиденью.(По определению она представляет собой кажущий вес человека. Если $\frac{v^2}{R}$=g, то человек оказывается «невесомым».

Ответ: $\quad a = \frac{v^2}{R} \qquad F_{рез} = mg + F.$

Пример 3. Автомобиль весом в 10^4 *н* останавливается при торможении за 5 *сек,* пройдя при этом равнозамедленное расстояние в 25 *м.* Найти: 1) начальную скорость автомобиля, 2) силу торможения.

Дано: **Решение:**

$P = 10^4 N$
$t = 5sek$
$S = 25m$
$\vartheta_0 = ?$
$F = ?$

1) Согласно второму закону Ньютона, $F = ma$ (1) где F – Сила торможения, m – масса автомобиля и a – ускорение (в нашем случее отрецательное). Так как автомобиль движется равнозамедленно, из уравнений кинематики равнопеременного движения нетрудно получить: $a = \frac{2S}{t^2}$ (2)

и $\upsilon_o = \frac{2s}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10 м/с$ (2) формулу поставим (1) формуле:

$$F = \frac{2 \cdot S \cdot m}{t^2} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 1020}{25} = 2040H$$

Ответ: $\upsilon_o = 10 м/с$; $F = 2040H$.

Пример 4. На рисунке изображено 3-килограммовое ружьё, из которого со скоростью 600 м/с вылетает пуля массой 10 г. Какова будет скороть отдачи ружья, если оно свободно, т. е. не прижато к плечу?

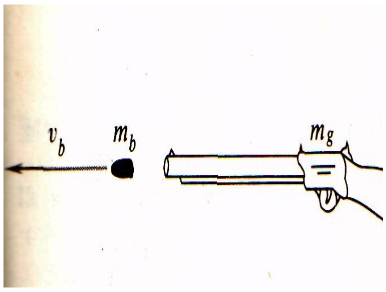
Дано: **Решение:**

m_g=3 кг
m_b=10 г
υ_b= 600м/с

υ_g-?

Начальные импульсы пули и ружья равны нулю. Поэтому для определения отношения скоростей можно воспользоваться формулой $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = -\frac{m_2}{m_1}$. Обозначим величины, относящиеся к ружью и пуле, соответственно индексами g и b. Тогда

$$\frac{\upsilon_g}{\upsilon_b} = -\frac{m_b}{m_g} \qquad \upsilon_g = -\left(\frac{m_b}{m_g}\right)\upsilon_b = -\left(\frac{0.01}{3}\right)(-600)\frac{\text{м}}{c} = 2\text{м/с}$$



Ответ: Пример иллюстрирует принцип действия ракетного двигателя. Если ружьё рассматривать как ракету, а пуля – как порцию топлива, выброшенную со скоростью υ_b, то ясно, что при каждом выбросе порции топлива с массой m_b скорость ракеты будет на υ_g.

Примеры для самостоятельной работы.

1) Вагон весом 1,96 • 10^5 *н* движется с начальной скоростью 54 *км/ч.* Определить среднюю силу, действующую на вагон, если известно, что вагон останавливается в течение: 1) 1 *мин* 40 *сек,* 2) 10 *сек* и 3) 1 *сек.*

2) Поезд весом 4,9 • 10^6 Н после прекращения тяги паровоза под действием силы трения в 9,8 • 10^4 *н* останавливается через 1 *мин.* С какой скоростью, шел поезд?

3) Вагон массой 20 *т* движется с постоянным отрицательным ускорением, численно равным 0,3 *м/сек*^{2}. Начальная скорость вагона равна 54 *км/ч.* 1) Какая сила торможения действует на вагон? 2) Через сколько времени вагон остановится? 3) Какое расстояние вагон пройдет до остановки?

4) Тело массой 0,5 *кг* движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути s от времени *t* дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где С = 5 *м/сек*^{2} и D = 1 *м/сек*^{3}. Найти величину силы, действующей на тело в конце первой секунды движения.

5) Молекула массой т = 4,65·10 $^{-26}$ *кг,* летящая нормально к стенке сосуда со скоростью у = 600 *м/сек,,* ударяется о стенку и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

6) Шарик весом 0,1 *кГ,* падая вертикально с некоторой высоты, ударяется о наклонную плоскость и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. Импульс силы, полученный плоскостью за время удара,- равен. 1,73 *н·сек.* Сколько времени

пройдет от момента удара шарика о плоскость до момента, когда он будет находиться в наивысшей точке траектории?

7) Железнодорожный вагон тормозится и его скорость равномерно изменяется за время Δt= 3,3 *сек* от υ_1=47,5 *км/ч* до υ_2 = 30 *км/ч*. При каком предельном значении коэффициента трения между чемоданом и полкой чемодан при торможении начинает скользить по полке?

3 – Занятие. Работа и энергия. Мощность.

Работа силы *F* при перемещении *s* может быть выражена следующей формулой:

$$A = \int_s F_s ds$$

где F_s — проекция силы на направление пути, *ds* — величина участка пути. Интегрирование должно быть распространено на весь путь s.

В частном случае постоянной силы, действующей под неизменным углом к перемещению, имеем

$$A = Fscos\alpha$$

где α — угол между силой *F* и перемещением s.

Мощность определяется формулой $N = \frac{dA}{dt}$

В случае постоянной мощности $N = \frac{A}{t}$

где *A* — работа, совершаемая за время *t*

Мощность может быть определена также формулой

$$N = F \cdot v \cdot \cos\alpha,$$

т.е мощность определяется произведением скорости движения на проекцию силы на направление движения.

Кинетическая энергия тела массой *m* , движущегося со скоростью υ , равна

$$W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$$

Формулы для потенциальной энергии имеют разный вид в зависимости от характера действующих сил.

В изолированной системе количество движения всех входящих в неё тел остаётся неизменённым, т.е.

$$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 + ... + m_n\vec{\vartheta}_n = const$$

При неупругом центральном ударе двух тел с массами m_1 и m_2 общая скорость движения этих тел после удара может быть найдена по формуле:

$$u = \frac{m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2}{m_1 + m_2}$$

где υ_1 – скорость первого тела до удара и , υ_2 – скорость второго тела до удара.

При упругом центральном ударе тела будет двигаться с различными скоростями. Скорость первого тела после удара

$$u_1 = \frac{(m_1 + m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}$$

скорость второго тела после удара

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2}$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример1. 30-метровый водопад расходует 10 кг воды в секунду. С какой скоростью увеличивается кинетическая энергия падающей воды?

Дано:	**Решение:**
m=10 кг h=30 м t=1 с $\Delta E-?$	Подставим в левую часть соотношения $\int_A^B F_{рез} \cdot ds = E_B - E_A$ величину mgh. Тогда можно записать $mgh = \Delta E$ Поток падающей воды ежесекундно приобретает кинетическую энергию ΔE = (10 кг) (9,8 м/с^2) (30 м) = 2,9 кДж. Если эти 2,9 кДж преобразовать в электричество с КПД 100 % , то мы могли бы получить 2,9 кВт электроэнергии.

Ответ: $\Delta E = 2{,}9$кДж

Пример 2. Предположить , что угол $\alpha = 30^0$ и человек идёт с постоянной скоротью 1,5 м/с . Если человек поезд водит ежесекундно работа

100 Дж , то чему равна сила F ? (Это работа составляет около 1/7 л.с. и, очевидно , является для человека нелегкой.)

Дано:

$\alpha = 30^0$
$\upsilon = 1{,}5$ м/с
$A = 100$ Дж
F - ?

Решение:

Человек проходит ежесекундно путь S=1,5 м. Используя

$N = Fscos\alpha$ получаем $F = \frac{N}{Scos\alpha} = \frac{100 \text{ Дж}}{(1{,}5 \text{ м})(0{,}866)} = 77$ Н

Ответ: Такая сила , равна 77 Н, достаточна для подъёма тела массой 7,9 кг. В данном примере работа совершается ежесекундно поднятию тела массой 10 кг на высоту около 1 м . Это, безусловно, тяжёлая работа.

Пример 3. Мяч, летящий со скоростью υ_1=15 *м/с* отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью υ_2=20 *м/с* . Найти, чему равна изменение количество движения мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии при этом равно $\Delta W = 8{,}75$ Дж.

Дано:

$\vartheta_1 = 15 м/с$
$\vartheta_2 = 20 м/с$
$\Delta W = 8{,}75 Дж$
$\Delta P = ?$

Решение:

Найдём энергию ударение мяча до и после. $\Delta W = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}$ (1)

Откуда находим m $\quad m = \frac{2\Delta W}{(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)}$ (2)

Количество движения мяча $\Delta P = m\Delta\vartheta$ (3)

(2) формулу со поставим (3) формулу:

$$\Delta P = m(\vartheta_2 + \vartheta_1) = \frac{2\Delta W(\vartheta_2 + \vartheta_1)}{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2} = \frac{2\Delta W}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{2 \cdot 8{,}75}{20 - 15} = 3{,}5 \frac{кг \cdot м}{с}.$$

Ответ: $\Delta P = 3{,}5 \frac{кг \cdot м}{с}$

Пример 4. Чему равна скорость снаряда в момент , когда он падает на Землю ?

Решение: Заметим , что сила $F = mg$ является результирующий. Поэтому интеграл $\int_A^B F_{рез} \cdot ds$ он равен mgh. Поставляя в левую часть соотношение $\int_A^B F_{рез} \cdot ds = E_B - E_A$ эту велечину получаем

$$(mgh) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \qquad v_B^2 = 2gh + v_A^2$$

Ответ: Отметим преимущества использования понятия энергии при решении задач такого типа. В этом примере не было необходимости вычислять траекторию или скорость как функцию времени.

Пример 5. Какое количество бензина расходует двигатель автомобиля на пути 100 км , если при средний мощности двигателя в 15 л.с. средняя скорость его движения была ровна 30 *км/ч* К.П.Д. двигателя 22%. $q=4{,}6\cdot 10^7$Дж/кг,

Дано:

$N = 15л.с = 15 \cdot 73 Вт$

$S = 100км = 10^5 м$

$\vartheta = 30км/ч = 8{,}35м/с$

$\eta = 0{,}22$

$q = 4{,}6 \cdot 10^7 Дж/кг$

$m = ?$

Решение:

При средней мощности двигателя N и средний скорости движения υ работа двигателя, совершенная при перемещении автомобиля на расстоянии s , равна $A = \frac{N \cdot t}{\eta} = \frac{Ns}{\eta\upsilon}$ (1) , где η-к.п.д. двигателя. Количество бензина , необходимое для совершение этой работы , равно, $m = \frac{A}{q} = \frac{Ns}{q\eta\nu}$ (2) , где q-теплотворное способность бензина.У нас N=15л.с =15·736 *Вт*, $q=4{,}6\cdot 10^7$ *Дж/кг*. η=0,22 и υ=30 км/ч=8,35 м/с. Подставляя эти данные , получим m

$$m = \frac{N \cdot S}{\eta \cdot \vartheta \cdot q} = \frac{11040 \cdot 10^5}{0{,}22 \cdot 8{,}35 \cdot 4{,}6 \cdot 10^7} = 13\,кг.$$

Ответ:: $m = 13кг$.

Пример 6. Тело весом в 3 кГ движется со скоростью 4 м/с и ударяется о неподвижное тело такого же веса . Считая удар центральным и упругим, найти количеству тепла , выделившееся при ударе.

Дано:

$P = 3 \cdot 9{,}81 = 29{,}43Н$

$\vartheta = 4м/с$

$m_1 = 3кг$

$m_2 = 3кг$

$Q = ?$

Решение:

Первое тело до удара обладало кинетической энергией $W_1 = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2}$. После неупругого удара оба тела начали двигаться с общей скоростью $\upsilon_2 = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$.

Кинетическая энергия обоих тел после удара стала $W_2 = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2(m_1 + m_2)}$.

Разность W_1-W_2 равна количеству тепла, выделавшегося при ударе: $Q = \Delta W = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} - \frac{m_1\upsilon_1^2}{2(m_1 + m_2)}$. Подставляя числовые данные задачи, получим Q

$$Q = \Delta W = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2} - \frac{m_1\vartheta_1^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{3 \cdot 16}{2} - \frac{3 \cdot 16}{2(3+3)} = 20\ Дж.$$

Ответ:: $Q = 20Дж$.

Примеры для самостоятельной работы.

1) Человек медленно передвигает тело массой 10 кг в горизонтальном направлении на расстояние 5 м. Какую работу совершает человек над этой массой?

2) Искусственный спутник Земли массой 100 кг находится на круговой орбите радиусом R = 7000 км.

а) Какую работу производит сила притяжения Земли, когда Земля проходит половину орбиты?

б) Пусть орбита слегка эллиптичная и на половине орбиты её радиус возрастает на 10 км. Какова совершаемая теперь работа? Отрицательна она ли положительна?

3) Спальня размерами 4 x 4 x 2,5 м наглухо закрыта. Два человека спят в ней в течение 8 ч . Из расходуют ли они весь кислород? Если нет, то какой процент? Первоначальная плотность кислорода 0,26 кг/м^3 . Каждый человек в процессе сна генерирует 90 Вт тепловой энергии, причём на каждый 10^4 Дж расходуется 1 г кислорода. Необходима ли в этих условиях вентиляция?

4) Заряженное тело массой 5 г перемещается вправо из точки A в точку В. Пусть на тело действует постоянная электростатическая сила $2\cdot10^{-5}$ Н, направленная влево. Какую работу следует совершить для перемещения тела, если расстояние между точками A и B равно 1,5 м? Возрастает или убывает потенциальная энергия тела?

5) Шутиха движется со скоростью 5 м/с. Предположим, что при взрыве она разделяется на два осколка с одинаковыми массами. Если скорость одного осколка непосредственно после взрыва равна нулю, то каково отношение конечной кинетической энергии к начальной?

6) Игрушечный поезд массой 1.2 кг тянут с постоянной силой 10^{-3} Н. Поезд трогается и идет вначале с ускорением, а затем достигает постоянной скорости υ_0. Чему равна величинаυ_0 , если ежесекундно совершается работа $5\cdot10^{-4}$Дж?

4 – Занятие. Вращательное движение твёрдых тел.

Момент M силы F относительно какой-нибудь оси вращения определяется формулой:

$$M=F\cdot l$$

где l- расстояние от оси вращения до прямой, вдоль которой действует сила.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-нибудь оси вращения называется величина

$$J=mr^2$$

где m — масса материальной точки и r— расстояние точки от оси.

Момент инерции твердого тела относительно его оси вращения

$$J=\int r^2dm,$$

где интегрирование должно быть распространено на весь объем тела. Производя интегрирование, можно получить следующие формулы:

1) момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$J=\frac{1}{2}mR^2,$$

где R — радиус цилиндра и m— его масса;

2) момент инерции полого цилиндра (обруча) с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси цилиндра

$$J=m\frac{R_1^2+R_2^2}{2}$$

для тонкостенного полого цилиндра $R_1\cong R_2=R$ и

$$J\cong mR^2$$

3) момент инерции однородного шара радиуса R относительно оси, проходящей через его центр,

$$J=\frac{2}{5}mR^2;$$

4) момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно его длине l,

$$J=\frac{1}{12}ml^2$$

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр тяжести, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера:

$$J=J_o+md^2$$

где m — масса тела и d — расстояние от центра тяжести тела до оси вращения. Основной закон динамики вращательного движения выражается уравнением

$$Mdt=d(J\omega),$$

где M — момент сил, приложенных к телу, момент инерции которого равен J; ω — угловая скорость вращения тела. Если J = const, то

$$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon$$

где ε— угловое ускорение, приобретаемое телом под действием врашающего момента M.

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_K = \frac{J\omega^2}{2}$$

где J — момент инерции тела и ω — его угловая скорость.

Сопоставление уравнений динамики вращательного движения с уравнениями поступательного движения дано таблице:

Таблица 2:

Поступательное движение	Вращательное движение
Второй закон Ньютона	
$F\Delta t = m\vartheta_2 - m\vartheta_1$ или $F = m \cdot a$ Закон сохранения количества движения $\Sigma mv = const$	$M \cdot \Delta t = j\omega_2 - j\omega_1$ или $M = j\varepsilon$ Закон сохранения момента количества движения $\Sigma j\omega = const$
Работа и кинетическая энергия	
$A = F \cdot s = \frac{m\vartheta_2}{2} - \frac{m\vartheta_2}{2}$	$A = M \cdot \varphi = \frac{j\omega_2^2}{2} - \frac{j\omega_1^2}{2}$

Период малых колебаний физического маятника $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{md \cdot g}}$

Решаемые задачи в аудитории

Пример 1 Обруч массой m катится по плоскости как показано на рисунке. Скорость центра обруча равна υ. Чему равна кинетическая энергия обруча?

Решение:

Из $K_{полн} = \left(\frac{1}{2}\right) M\upsilon^2 + K_{вр}$

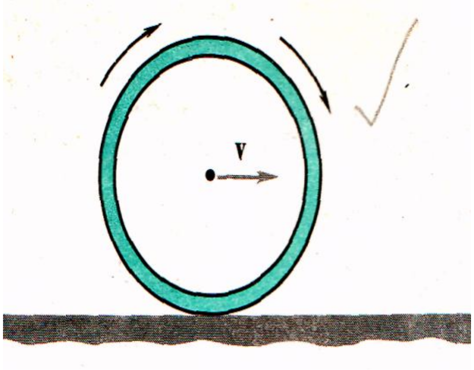
$K_{вр}$- вращательное кинетическая энергия.

$$K_{полн} = \left(\frac{1}{2}\right) m\upsilon^2 + (1/2)m\upsilon'^2_{обод}$$

Где $\upsilon'^2_{обод}$ - ленейное скорость обода. Для наблюдателя, движущегося вместе с центром обруча , скорость точки соприкосновения обруча с плоскостью равна υ . Поэтому $\upsilon'^2_{обод} = \upsilon$. Таким образом,

$$K_{полн} = \left(\frac{1}{2}\right) m\upsilon^2 + \left(\frac{1}{2}\right) m(\upsilon)^2 = m$$

Обруч,катящийся по плоскости ,



Следует заметить , что энергия катящегося обруча вдвое превышает энергию тела с той же массой m , движущегося с той же скоростью, но без вращения, т.е. только поступательно.

Пример 2 На барабан радиусом R =0,5 *м* намотан шнур , к концу которого привязан груз P = 10 *кГ* .Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением a=2,04 м/с^2.

Дано:

$R = 0{,}5 м$

$P = 100 H$

$a = 2{,}04 м/с^2$

$J = ?$

Решение:

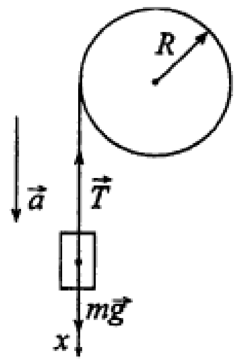
Момент инерции барабана

$$J = \frac{1}{2} m_1 R^2 \qquad (1)$$

где m_1 - масса барабана.

Весом P сила падает вниз её потенциальная энергия переходит кинетической энергии греза и кинетической энергии вращательного движения баробана.

$mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$; (2) где $\omega = \frac{\vartheta}{R}$ (3) угловая скорость.



(1) и (3) формулы поставим на формулу (2) и возьмем следующее: $mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{m_1\vartheta^2}{4} = \frac{\vartheta^2}{2}(m + \frac{m_1}{2})$ (4) $h = \frac{at^2}{2}$ (5), $\vartheta = at$ (6). Данные формулы сопоставим (4) ой формуле $mg = a(m + \frac{m_1}{2})$, где $m_1 = \frac{2m(g-a)}{a}$ (7). (7) формулу поставим (1) формуле и возьмем следующее.

$$J = \frac{m(g-a)R^2}{a} = \frac{10(10-2{,}04)}{2{,}04}\cdot(0{,}5)^2 \approx 9{,}6кг\cdot м^2$$

Ответ: $J \approx 9{,}6кг\cdot м^2$.

Пример 3. Пусть велосипедное колесо не касается земли. Если к цепи приложена постоянная сила 20 Н , то сколько времени понадобится для того , чтобы линейная скорость обода стала равной 30 км/ч (8,33 м/с)? Пусть R_2=30 см, а полная масса обода колеса равна 2 кг.

Дано:

$F = 20$ Н

$\upsilon = \frac{30км}{ч}$

$R_2 = 30$ см

$m = 2кг$

$\Delta t = ?$

Решение:

$T_{рез} = \frac{dL}{dt}$ $T_{рез}$ – результируюўий момент силы

Имеем $\frac{R_1}{F_1} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ откуда $\Delta t = \frac{\Delta L}{R_1 F_1}$

Величина $\Delta L = R_2 m v$, т.е. конечному значению момента импульса . Таким образом,

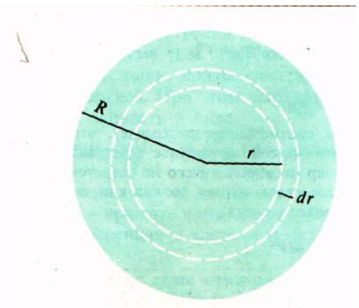
$$\Delta L = R_2 m v = (0.3м)(2кг)(8.33м/с) \approx 5кг\cdot м^2/с$$

$$\Delta t = \frac{5кг\cdot м^2/с}{(0.05м)(20Н)} = 5с$$

Ответ: $\Delta t = 5с$

Пример 4. Каковы моменты инерции относительно оси симметрии обруча и твердого диска масса каждого из которых *M,* а радиус R?

Решение:



Все элементы массы обруча распел жены на его ободе при r = *R,* так что

$$J_{обр} = MR^2.$$

В случае диска, как показано на рисунке площадь кольца, заключенного между r и r +dr , равна dA=2πrdr. Полная площадь диска πR^2

Следовательно,

$$\frac{dm}{M} = \frac{dA}{A} = \frac{2\pi r dr}{\pi R^2} \qquad dm = M\frac{2rdr}{R^2}$$

Вычислим теперь момент инерции диска:

$$J_{дис} = \int_0^R r^2 dm = \int_0^R r^2\left(\frac{2Mrdr}{R^2}\right) = \frac{2M}{R^2}\int_0^R r^3 dr = \frac{2M}{R^2}\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R = (1/2)MR^2$$

Пример 5. Сначала обруч , а затем диск скатывается по наклонной плоскости , составляющий угол θ с горизонтом. Чему равны их ускорения?

Решение:

Когда обруч (или диск) достигает основания, его потенциальная энергия mgh превращается в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения. Используя выражение $К_{полн} = \left(\frac{1}{2}\right) Mv^2 + К_{вр}^{\cdot}$, имеем $mgh = \left(\frac{1}{2}\right) mv^2 + (1/2)J\omega^2$ здесь $\omega = \frac{v}{R}$ Заменяя ω на $\frac{v}{R}$, получим

$$mgh = \left(\frac{1}{2}\right) mv^2 + \left(\frac{1}{2}\right) J(\frac{v}{R})^2$$

Отсюда находим $v^2 = \frac{2mgh}{m+\frac{J}{R^2}}$ В случае равноускоренного движения $v^2 = 2as$

Следовательно, $2as = \frac{2mgh}{m+\frac{J}{R^2}}$ $a = \frac{m}{m+\frac{J}{R^2}} gsin\theta$

Для обруча $\frac{J}{R^2} = m$ и $a_{обр} = (1/2)gsin\theta$

Для диска $\frac{J}{R^2} = (1/2)m$ и $a_{дис} \left(\frac{2}{3}\right) gsin\theta$

Ответ: Заметим, что ответ не содержит ни массу , ни радиус; величина ускорения определяется только формой тела. Напомним , что для тела, скользящего вдоль наклонной плоскости $a = gsin\theta$.

Примеры для самостоятельной работы.

1)Сколько оборотов в секунду делает моховик?

2) Пусть автомобиль массой 1000 кг движется со скоростью 80 км/ч (22,2 м/с) и испытывает полную силу трения F=0.07mg=686 Н. Какова длина его пробега , если запас его энергии равен $8 \cdot 10^7$Дж ?

3) Маховик, момент инерции которого равен J = 63,6 *кг* • *м*^{2}, вращается с постоянной угловой скоростью ω = 31,4 *рад/сек.* Найти тормозящий момент *М,* под действием которого маховик останавливается через *t = 20 сек*

4) К ободу колеса, имеющего форму диска, радиусом 0,5 *м* и массой m = 50 *кг* приложена касательная сила в 10 *кГ.* Найти: 1) угловое ускорение колеса, 2) через сколько времени после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую 100 *об/сек?*

5) Маховик радиусом R = 0,2 *м* и массой m=10 *кг* соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно Т =14,7 *н.* Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через Δt =10 *сек* после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

6) Маховое колесо, имеющее момент инерции 245 *кг • м*^{2}*,* вращается, делая 20 *об/сек.* Через минуту после того как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Найти: 1) момент сил трения, 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

5 – Занятие. Механика газов и жидкостей.

Для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости имеет место уравнение Бернулли

$$p + \frac{\rho \upsilon^2}{2} + \rho g h = const$$

Здесь ρ – плотность жидкости , υ – скорость движение жидкости в данном сечении трубы , h – высота данного сечение трубы над некоторым уровнем и p – давление. Из уравнение Бернулли следует, что скорость вытекания жидкости из малого отверстия равна $\upsilon = \sqrt{2gh}$, где как через любое поперечное сечение трубы проходят равные объёмы жидкости, то $S_1 \upsilon_1 = S_2 \upsilon_2$. где υ_1 и υ_2 скорость жидкости в двух сечениях трубы площадью поперечного сечения S_1 и S_2 .

Сила сопротивления, которую испытывает падающий в вязкой жидкости (или в газе) шарик , определяется формулой Стокса:

$$F = 6\pi\eta r\upsilon.$$

где η – коэффициент внутреннего трения жидкости или газа (динамическая вязкость), r – радиус шарика, υ – его скорость. Закон Стокса имеет место только для ламинарного движения. При ламинарном движении объём жидкости (газа), протекающей за время t через капиллярную трубку радиусом r и длиною l определяется формулой Пуазейля

$$V = \frac{\pi r^4 \cdot t \cdot \Delta p}{8 t \eta}$$

где η – динамическая вязкость жидкости (газа), Δp – разность давлений на концах трубки.

Характер движения жидкости (газа) определяется безразмерном числом Рейнольдса

$$R_e = \frac{D\upsilon\rho}{\eta} = \frac{D\upsilon}{\nu}$$

где D – величина , характеризующая линейные размеры тела, обтекаемого жидкостью (газом) υ – скорость течения, ρ – плотность, η – динамическая вязкость. $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ называется кинематической вязкостью. Критическое значение числа Рейнольдса, определяющее переход от ламинарного движения к турбулентному, различно для тел различной формы.

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. В дне цилиндрического сосуда имеет круглое отверстие диаметром *d=1 см* . Диаметр сосуда *D* =0,5 *м.*Найти зависимость скорости υ понижения уровня воды в сосуде от высоты *h* этого уровня. Найти численное значение этой скорости для высоты *h*=0,2 *м* .

Дано:

$d = 1см = 0{,}01м$

$D = 0{,}5м$

$h = 0{,}2м$

$\vartheta(h) = ?$

Решение:

По теореме Бернулли $P + \frac{\rho\vartheta^2}{2} + \rho gh = const$

$\frac{\rho\vartheta_1^{\ 2}}{2} + \rho gh = \frac{\rho\vartheta_2^2}{2}$ или $\vartheta_1^2 + 2gh = \vartheta_2^2$.

В силу неразрывности струи $\vartheta_1 \cdot S_1 = \vartheta_2 \cdot S_2$, или $\vartheta_2 = \frac{\vartheta_1 \cdot S_1}{S_2}$;

Подставляя (2) в (1) и решая относительно ϑ_1 получим $\vartheta_1^2 + 2gh = \frac{\vartheta_1^2 S_1^2}{S_1^2}$; dan

$\vartheta_1^2 S_2^2 + 2ghS_1^2 = \vartheta_1^2 S_1^2$; $\vartheta_1^2 S_2^2 - \vartheta_1^2 S_1^2 + 2ghS_2^2 = 0$; $\vartheta_1^2(S_2^2 - S_1^2) = 2ghS_2^2$; $\vartheta_1 = \frac{S_2\sqrt{2gh}}{\sqrt{S_2^2 - S_1^2}}$; Так как $S_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ и $S_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ то $\vartheta_1 = \frac{d^2\sqrt{2gh}}{\sqrt{D^4 - d^4}}$

$$\vartheta_1 = \frac{(\frac{1}{2})^2\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}2}}{\sqrt{(\frac{1}{2})^4 - (\frac{1}{100})^4}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{\frac{1}{16} - \frac{1}{100^4}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2м/с$$

Ответ: $\vartheta_1 = 2м/с$.

Пример 2. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1 от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На коком расстоянии от отверстия (по горизонтали) струя воды падает на стол? Задачу решить для случаев 1) h_1 = 25 см и h_2 = 16 см, 2) h_1=16 см и h_2 = 25см .

Дано: **Решение:**

1) h_1=25 *см*=0,25 *м*
h_2=16 *см*=0,16 *м*
2) h_1=16 *см*=0,16*м*
h_2=25 *см*=0,25*м*
S=?

С тонкого отверстия со скоростью υ течёт вода с статической плотностью и она равна динамической плотности $\rho g h_2 = \rho \frac{\vartheta^2}{2}$ (1) линейная скорость ровна

$\vartheta = \frac{s}{t}$ (2). $h_1 = \frac{gt^2}{2}$; где $t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (3);

по (2) и (3) формуле (1) уравнение решаем следующим образом ;

$h_2 = \frac{S}{4h_1}$; где $S = \sqrt{4h_1 \cdot h_2}$; (4) формуле вставляя.

$$S = \sqrt{4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}16} = 0{,}4м$$

Ответ: $S = 0{,}4м$.

Пример 3 Какое давление создаёт компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью 25 *м/с*? Плотность краски равна 0,8 *г/см*^{3} .

Дано: **Решение:**

$\vartheta = 25м/с$
$\rho = 0{,}8 \cdot 10^3 \, кг/м^3$
$P = ?$

По формуле динамической плотности находится выявленная плотность в компрессоре.

$$P = \frac{\rho \cdot \vartheta^2}{2} = \frac{0{,}8 \cdot 10^3 \cdot (25)^2}{2} = 2{,}5 \cdot 10^5 \frac{Н}{м^2} = 2{,}5атм$$

Ответ: $P = 2{,}5атм$.

Пример 4 Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром d=0,3 мм , если динамическая вязкость воздуха равна 1,2·10^{-4} г/см·сек?

Дано: **Решение:**

$\eta = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \, г/с \cdot см = 1{,}2 \cdot 10^{-5} \, кг/м \cdot с$
$d = 0{,}3мм = 0{,}3 \cdot 10м$
$\rho = 10^3 \, кг/м^3$

Каплю дождя действует архимедова сила ,сила тяжести и сопротивление воздуха $F = 6\pi \cdot \eta \cdot \vartheta \cdot r$; имея виду плотность воздуха ρ и размер капли дождя , то сила

$\vartheta = ?$ тяжести $P = mg = Vg \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g$;

Должна быть ровна силу сопротивление воздуха ,т.е : $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g = 6\pi \cdot \eta \cdot \vartheta \cdot r$

где $\vartheta = \frac{2 \cdot r^2 \rho \cdot g}{9 \cdot \eta} = \frac{2 \cdot d^2 \cdot \rho \cdot g}{36 \cdot \eta} = \frac{2 \cdot (0{,}3 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81}{9 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}} = 4{,}1 м/с$

Ответ: $\vartheta = 4{,}1 м/с$.

Примеры для самостоятельной работы.

1) Найти скорость течения по трубе углекислого газа , если известно , что за полчаса через поперечное сечение трубы протекает 0,51 кг газа. Плотность газа принять равной 7,5 кг/м^3 . Диаметр трубы равен 2 см.

2) Цилиндрический бак высотою $h = 1$ м наполнен до краев водой . 1) За какие время вся вода выльется через отверстие, расположенное у дна бака? Площадь поперечного сечения отверстия в 400 раз меньше площади поперечного сечения бака. 2) Сравнить это время с тем , которое понадобилось бы для вытекания такого же количества воды, если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h=1$ м от отверстие.

3) Стальной шарик диаметром 1 мм падает с постоянной скоростью 0,185 см/ сек в большом сосуде, наполненном касторовым маслом .Найти динамическую вязкость касторового масла.

4) Пробковый шарик радиусом в 5 мм всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом. Чему равны динамическая и кинематическая вязкости касторового масла в условиях опыта, если шарик всплывает с постоянной скоростью 3,5 см/сек?

5) Стальной шарик падает в широком сосуде, наполненном трансформаторным маслом , плотность которого ρ= 900 кг/м^3 и динамическая вязкость η=0,8 Н-сек/м^3 . Считая, что закон Стокса имеет место при $R_e \leq 0{,}5$ (если привычислении R_e в качесве величины D взять диаметр шарика), найти предельное значение диаметра шарика.

6 – Занятие. Физические основа молекулярной-кинетической теории.

Идеальные газы подчиняются уравнению состояния Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT$$

где p-давление газа, V-его объем, T-абсолютная температура, M –масса газа, μ-масса одного кило моля газа, R –газовая постоянная; отношение $\frac{M}{\mu}$ даёт число киломолей.

В единицах СИ газовая постоянная численно равна R=8,31·10³ Ж/кмоль·град.

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений, т.е. тех давлений, которые имел бы каждый из газов отдельности, если бы он при данной температуре один заполнял весь объём.

Основное уравнение кинетической теории газов имеет вид:

$$p = \frac{2}{3} n \overline{W_0} = \frac{2}{3} n \frac{m\overline{\upsilon^2}}{2},$$

где n – число молекул в единице объёма, $\overline{W_0}$ -средняя киническая энергия поступательного движения одной молекулы, m- масса молекулы и $\sqrt{\overline{\upsilon^2}}$ – средняя квадратичная скорость молекул.

Эти величины определяются следующими формулами.

Число молекул в единице объёма

$$n = \frac{p}{kT}$$

где $k = \frac{R}{N_0}$- постоянная Больцмана, N_0 – число Авогадро. Так как R=8,31·10³ *Дж/кмоль·град* и N_0=6,02·10^{26} *кмоль*$^{-1}$, то k=1,38·10^{-23} *Дж/град*=1,38·10 *дж/град*.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул:

$$\overline{W_0} = \frac{3}{2} kT$$

Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия газа)

$$W = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT$$

где i -число степеней свободы молекул.

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Какой объём V занимает масса m=10 г кислорода при давлении p=100кПа и температура t=20^0 ?

Дано:

$m = 10 \cdot 10^{-3} кг$

$P = 100 \cdot 10^3 \frac{Н}{м^2}$

$t = 20^0 C$

$\mu = 0{,}032 кг/моль$

$V = ?$

Решение:

Выразим объём кислорода из уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{M}{\mu} RT$$

Откуда $V = \frac{m \cdot R \cdot T}{\mu \cdot p} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8.31 \cdot 293}{0.032 \cdot 10^5} = 7.6 \cdot 10^{-3} м^3$

Ответ: $V = 7.6 \cdot 10^{-3} м^3$

Пример 2. Давление воздуха внутри плотно закупоренное бутылки при температуре $t_1 = 7^0 C$,было $p_1 = 100$ кПа .При нагревании бутылки пробка вылитела. До какой температуры t_2 нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлениивоздуха в бутылке p $= 130$ кПа ?

Дано:

$V = const$

$P = 130 \cdot 10^3 Па$

$T_1 = 7 + 273 = 280 K$

$P_1 = 100 \cdot 10^3 Па$

$T_2 = ?$

Решение:

По закону Шарля $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_2}{T_2}$

отсюда: $T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = \frac{130 \cdot 10^3 \cdot 280}{10^5} = 364$ К

Ответ: . $T_2 = 364 K$

Пример 3. Сосуд откачен до давления p=$1{,}33 \cdot 10^{-9}$ Па температура воздуха $t = 15^0$C . Найти плотность ρ воздуха в сосуде.

Дано:

p=$1{,}33 \cdot 10^{-9}$Па

$t = 15^0$C

ρ=?

Решение:

T=288K. Плотность вещества определяется соотношением $\rho = \frac{m}{V}$. Согласно уравнению Менделеева –Клапейрона $pV = \frac{M}{\mu} RT$, откуда $m = \frac{pV\mu}{RT}$

Тогда плотность воздуха

$$\rho = \frac{p\mu}{RT} = \frac{1.33\cdot10^{-9}\cdot2\cdot10^{-3}}{8.31\cdot288} = 1.6\cdot10^{-14}\text{кг/м}^3$$

Ответ: $\rho = 1.6\cdot10^{-14} кг/м^3$

Пример 4. В сосуде 1 объём V_1 = 3л находится газ под давлением p_1=0,2 МПа. В сосуде 2 объём V_2 =4л находится тот же газ под давлением p_2=0,1 МПа. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением p будет находится газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?

Дано:

$V_1 = 3л$

$V_2 = 4л$

p_1=0,2 МПа

p_2=0,1 МПа.

$P = ?$

Решение:

По закону Дальтона $p = p_1' + p_2'$ где p_1' и p_2' – парциальные давления газа после соединения сосудов.

По закону Бойля-Мариотта $p_1'(V_1+V_2) = p_1V_1$

$p_2'(V_1+V_2) = p_2V_1$ отсюда $p_1' = \frac{p_1V_1}{V_1+V_2}$;

$p_2' = \frac{p_2V_2}{V_1+V_2}$; $p = \frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}$ Подставляя числовые данные, получим: $p = \frac{0{,}2\cdot10^6\cdot3\cdot10^{-3}+0{,}1\cdot10^6\cdot4\cdot10^{-3}}{10^{-3}(3+4)} = 140\text{кПа}$

Ответ: p=140 кПа

Пример 5. В сосуде объём V_1 = 2л находится масса m_1=6 г углекислого газа (CO_2) и масса m_2=5 г закиси азота (N_2O) при температуре t=127^{0}C. Найти давление p смеси в сосуде.

Дано:

m_1=6 г

V_1 = 2л

t=127^{0}C

$\mu_1 = 44\cdot10^{-3}$кг/моль

$\mu_2 = 44\cdot10^{-3}$кг/моль

$P = ?$

Решение:

По закону Дальтона $P=P_1+P_2$, где, согласно уравнению Менделеева-Клапейрона $P_1 = \frac{m_1RT}{\mu_{1V}}$ парциальное давление углекислого газа ($\mu_1 = 44\cdot10^{-3}$кг/моль) , а $P_2 = \frac{m_2RT}{\mu_2V}$ парциальное давление закиси азота ($\mu_2 = 44\cdot10^{-3}$кг/моль) . Отсюда

$$P = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) = \frac{8.31\cdot300}{2\cdot10^{-3}}\left(\frac{6\cdot10^{-3}}{44\cdot10^{-3}} + \frac{5\cdot10^{-3}}{44\cdot10^{-3}}\right) = 415\text{кПа}$$

Ответ: $P = 415кПа$

Примеры для самостоятельной работы.

1) В сосуде находится углекислый газ. При некоторой температуре степень диссоциации молекул углекислого газа на кислород и окись углерода α=0,25. Во сколько раз давление в сосуде при этих условиях будет больше того давление , которое имело бы место , если бы молекулы углекислого газа не были диссоцированы?

2) В сосуде находится смесь 10 г углекислого газа и 15 г азота. Найти плотность этой смеси при температуре 27^0С и давлении $1{,}5 \cdot 10^5$ Н/м^2

3) Молекула азота, летящая со скоростью 600 м/сек , ударяется нормально о стенку сосуда и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой сосуда за время удара.

4) Какое количество молекул находится в комнате объёмом 80 м^3 при температуре17^0 С и давлении 750 мм. рт. ст.?

5) Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре 17^0С , считая воздух однородным газом, масса одного киломоля которого равно μ=29 кг/моль.

6) Чему равно энергия теплового движения молекул двухатомного газа , заключённого в сосуд объёмом 2 л и находящегося под давлением в $1{,}5 \cdot 10^5$ Н/м^2

7) Кинетическая энергия теплового движения молекул азота, находящегося в баллоне объёмом 0.02 м^3 , равна $5 \cdot 10^3$Дж , а средняя квадратичная скорость его молекул равна $2 \cdot 10^3$ м/с Найти: 1) количество азоиа в баллоне, 2) давление, под которым находится азот.

7-Занятие. Распределение молекул газа по скоростям.

Средняя квадратичная скорость молекул:

$$\sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

причём

$$m = \frac{\mu}{N_0}$$

Закон распределения молекул по скоростям (закон Максвелла) позволяет найти число молекул ΔN , относительные скорости которых лежат в интервале от u до $u + \Delta u$

$$\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 \Delta u.$$

Здесь $u = \frac{\upsilon}{\upsilon_B}$ – относительная скорость, υ – данная скорость и $\upsilon_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ - наиболее вероятная скорость молекул, Δu - величена интервала относительных скоростей, малая по сравнению со скоростью u

При решении задач на закон распределения молекул по скоростям удобно пользоваться 3 таблицы, в которой даны значение $\frac{\Delta N}{N \cdot \Delta u}$ для различных u.

Таблица 3

u	ΔN/N·Δu		ΔN/ N·Δu	u	ΔN/ N·Δu
0	0	0,9	0,81	1,8	0,29
0,1	0,02	1,0	0,83	1,9	0,22
0,2	0,09	1,1	0,62	2,0	0,16
0,3	0,18	1,2	0,78	2,1	0,12
0,4	0,31	1,3	0,71	2,2	0,09
0,5	0,44	1,4	0,63	2,3	0,06
0,6	0,57	1,5	0,54	2,4	0,04
0,7	0,68	1,6	0,46	2,5	0,03
0,8	0,76	1,7	0,36		

Средняя арифметическая скорость молекул $\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$

Во многих случаях важно знать число молекул N_x, скорости которых превышают заданное значение скорости u . В таблице 4 даны значение $\frac{N_x}{N} = F(u)$ где N –общее число молекул.

Таблица 4

u	N_k/N	u	N_k/N
0	1,000	0,8	0,734
0,2	0,994	1,0	0,572
0,4	0,957	1,25	0,374
0,5	0,918	1,5	0,213
0,6	0,868	2,0	0,046
0,7	0,808	2,5	0,0057

Барометрическая формула даёт закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести

$$P_h = P_0 \ell^{-\frac{\mu g h}{RT}}$$

Здесь p_h-давление газа на высоте h, p_0- давление на высоте h=0 , g-ускорение силы тяжести. Это формула приближенная, так как температуру T нельзя считать одинаковой для больших разностей высот .

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{\lambda}}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 \cdot n}$$

где υ- средняя арифметическая скорость, z -среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени , δ - эффективный диаметр молекулы n –число молекул в единице объема. Общее число столкновений всех молекул в единице объёма за единицу времени равно

$$Z = \frac{1}{2}\overline{z}\, n$$

Масса М , перенесённая за время Δt при дифуззии, определяется уравнением

$$M = -D\frac{\Delta p}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t$$

где $\frac{\Delta p}{\Delta x}$- градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, и D-коэффициент диффузии, равный;

$$D = \frac{1}{3}\bar{\upsilon}\,\bar{\lambda}$$

Здесь $\bar{\upsilon}$-средняя скорость ,$\bar{\lambda}$ -средняя длина свободного пробега молекул.

Количество движения, перенесённое газом за время Δt определяет силу внутреннего трения F в газе:

$$F = -\eta\frac{\Delta \nu}{\Delta x}\cdot \Delta S$$

где $\frac{\Delta \nu}{\Delta x}$-градиент скорости течение газа в направлении, перпендикулярном площадке ΔS,а η-коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость)

$$\eta = \frac{1}{3}\bar{\upsilon}\,\bar{\lambda}\,\mathrm{p}$$

Количество тепла Q, перенесённая за время Δt в результате теплопроводности, равно

$$Q = -K\frac{\Delta T}{\Delta x}\cdot \Delta S\cdot \Delta t$$

где $\frac{\Delta T}{\Delta x}$- градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, K -коэффициент теплопроводности, равный

$$K = \frac{1}{3}\bar{\upsilon}\,\bar{\lambda}c_v p$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. При какой температуре T средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на υ=50 м/с

Дано:

μ=0,028 кг/моль

$\Delta\vartheta = 50 м/с$

T-?

Решение:

По определению наиболее вероятная скорость $\upsilon_B = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ а средняя квадратичная $\sqrt{\upsilon^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ По условию задачи $\sqrt{\upsilon^2} = \upsilon_B + \Delta\upsilon$ тогда $\Delta\upsilon = \sqrt{\upsilon^2} -$

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} - \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})\ \text{Отсюда}\ \sqrt{\frac{RT}{\mu}} = \frac{\Delta\upsilon}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$T = \frac{\mu(\Delta\upsilon)^2}{R(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = 83.37\ K$$

Ответ: T=83,37 К

Пример 2. 10 г кислорода находятся под давлением $3\cdot10^5$Н/м^2 при температуре 10^0С. После нагревания при постоянном давлении газа занял объём в 10 л. Найти: 1) количество тепла, получённого газа, 2) энергию теплового движения молекул газа до и после нагревания

Дано:

$T = 10^0C = 283K$

$M = 10г = 10\cdot10^{-3}кг$

$P = 3\cdot10^5\frac{Н}{м^2}$

$V = 10л = 10\cdot10^{-3}м^3$

$\mu = 32\cdot10^{-3}кг/моль$

$Q = ?$

Решение:

Энергия теплового движения равна $\Delta Q = \frac{M}{\mu}C_p(T_2 - T_1)$. T_2 можно найти из уравнений начального и конечного состояний газа $pV_1 = \frac{M}{\mu}RT_1$ и $pV_2 = \frac{M}{\mu}RT_2$ из уравнений найдём где, $T_2 = T_1\frac{V_2}{V_1}$ но $V_1 = \frac{MRT_1}{\mu p}$, значит $T_2 = \frac{\mu V_3 p}{MR} = \frac{32\cdot10\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^5}{10\cdot10^{-3}\cdot8{,}31\cdot10^3}\circ K = 1156^0K$. Так как, T_2 - T_1 = 1156^0K - 283^0K = 875^0K и

$$\Delta Q = \frac{M}{\mu}C_p(T_2 - T_1) = \frac{10^{-3}\cdot29{,}08\cdot10^3\cdot873}{32}\ Дж = 7{,}9\cdot10^3\ Дж$$

Ответ: $\Delta Q = 7{,}9\cdot10^3\ Дж$.

Пример 3. В закрытом сосуде находится 14 г азота под давлением 10^5Н/м^2 и при температуре 27^0C . После нагревания давление в сосуде повысилось в 5 раз. Найти : какое количество тепла сообщено газу?

Дано:

$P_1 = 10^5\frac{Н}{м^2}$

$V = 10л = 10\cdot10^{-3}м^3$

$P_2 = 5P$

$Q = ?$

Решение:

При постоянном давлении количество теплоты ровна: $\Delta Q = \frac{M}{\mu}\cdot C_v\Delta T.$ (1) отсюда находим $\Delta T'$ можно найти из уравнений начального и конечного состояний газа будет

$V_1=V_2=V$ $\qquad p_1V=\frac{M}{\mu}RT_1$ и $p_2V=\frac{M}{\mu}RT_2$ где $V\Delta p=\frac{M}{\mu}R\Delta T$ или $\Delta T=\frac{V\Delta p\cdot\mu}{MR}$

(2) (2) подставляем на (1)

$$Q=C_v\frac{V\cdot\Delta p}{R}=\frac{i}{2}V\Delta p\,. \qquad (3)$$

$$Q=C_v\frac{V\cdot\Delta p}{R}=\frac{i}{2}V\Delta p=\frac{5}{2}\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot 4\cdot 10^{5}=10^{4}\,дж$$

Ответ: $Q=10^4\,Дж$.

Пример 4. Какая часть молекул водорода при 0°С обладает скоростями от 2000 м/с до 2100 м/с?

Дано:

$T=0^0C=273K$

$\vartheta_1=2000\frac{м}{с}$

$\vartheta_2=2100 м/с$

$M=2\cdot 10^{-3} кг/моль$

$\frac{\Delta N}{N}=?$

Решение:

Согласно закону распределения Максвелла $\frac{\Delta N}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot e^{-U^2}\cdot U^2\cdot\Delta U$ Относительная скорость $u=\frac{\vartheta}{\vartheta_E}$ где $\vartheta_E=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$ - наиболее вероятное скорость. В нашем случае

$$u_1=\frac{\vartheta_1}{\sqrt{\frac{2RT}{M}}};\ u_2=\frac{\vartheta_2}{\sqrt{\frac{2RT}{M}}} \quad и \quad \Delta u=u_2-u_1=\frac{1}{\sqrt{\frac{2RT}{M}}}(\vartheta_2-\vartheta_1)\,.$$

Подставляем числовые значение: $\vartheta_E=\sqrt{\frac{2RT}{M}}=\sqrt{\frac{2\cdot 8{,}31\cdot 273}{2\cdot 10^{-3}}}=1500 м/с$;

$$u=\frac{\vartheta_1}{\sqrt{\frac{2RT}{M}}}=\frac{2000}{1500}=1{,}33\ ;\ \Delta u=\frac{1}{\sqrt{\frac{2RT}{M}}}(\vartheta_2-\vartheta_1)=\frac{1}{1500}(2100-2000)=0{,}07\ ;$$

$$e^{-(1{,}33)^2}=e^{-1{,}7689}=e^{-2}=\frac{1}{e^2}=\frac{1}{5{,}86}=0{,}17\,. \qquad \frac{\Delta N}{N}=\frac{4}{\sqrt{3{,}14}}\cdot 0{,}17(1{,}33)^2\cdot 0{,}07=0{,}0475$$

$$\frac{\Delta N}{N}\cdot(100\%)=4{,}7\%$$

Ответ: $\frac{\Delta N}{N}=4{,}7\%$.

Пример 5. Пассажирский самолет совершает полёты на высоте 8300 м Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками , в кабинах при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной 0^0С .

Дано:

$h_1 = 8300м$
$h_2 = 2700м$
$t = 0^0 C$
$T = 273^0 K$
$M = 32 \cdot 10^{-3} кг/моль$
$P_1 = ?$
$P_2 = ?$
$\Delta P = ?$

Решение:

Согласно барометрической формуле $P_h = P_0 \cdot e^{-Mgh/Kt}$ где $P_0 = 10^5 Pa$ давление на уровне моря. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$кг/моль Тогда $p_1 = p_0 \exp(-\frac{\mu g h}{RT})$

$$P_1 = 10^5 \cdot e^{-32 \cdot 9,81 \cdot 8300 \cdot 10^{-3} / 8,31 \cdot 273} = 0,354 \cdot 10^5 Па$$
$$P_2 = 10^5 \cdot e^{-32 \cdot 9,81 \cdot 2700 \cdot 10^{-3} / 8,31 \cdot 273} = 0,713 \cdot 10^5 Па$$
$$\Delta P = P_2 - P_1 = 0,36 атм$$

Ответ: $P_1 = 0,354 \cdot 10^5 Па$, $P_2 = 0,713 \cdot 10^5 Па$, $\Delta P = 0,36 атм$.

Примеры для самостоятельной работы..

1. Какая часть молекул кислорода про 0^0С обладает скоростью от 100 м/сек до 110 м/сек?

2 . Какая часть молекул водорода при 0^0С обладает скоростями от 2000 м/сек до 2100 м/сек?

3. Сколько весит 1 $м^3$ воздуха : 1) у поверхности Земли, 2) на высоте 4 км от поверхности Земли ? Температура воздуха считать постоянной и равной 0^0С.Давление воздуха у поверхности Земли равно 10^5 $н/м^2$.

4. Найти среднее число столкновений в 1 сек молекул углекислого газа при температуре 100^0С, если средняя длина свободного пробега при этих условиях равна $8,7 \cdot 10^{-2} см$

5. Чему равна средняя свободного пробега молекул водорода при давлении $p = 10^{-3} мм.рт.ст$ и температура t=50^0?

6. При температуре 0^0С и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода равна $9.5 \cdot 10^{-8} м$. Чему равно среднее число столкновений в 1 сек молекул кислорода, если сосуд откачять до 0,01 первоначального давления? Температура остаётся неизменной.

8-Занятие. Основы термодинамики.

Первое начало термодинамики может быть записано в виде

$$dQ = dW + dA$$

Где dQ – количество тепла, полученного газом, Δu- изменение внутренней энергии газа , dA=pdV работа , совершаемая газом при изменении его объема. Изменение внутренней энергии газа

$$dW = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RdT$$

где dT- изменение температуры. Полная работа при изменении объёма газа

$$A = \int_{v_1}^{v_2} pdV.$$

Работа , совершаемая при изотермическом изменении объёма газа,

$$A = RT\frac{M}{\mu} 1n\frac{V_2}{V_1}$$

Давление и его объём связаны при адиабатическом процессе уравнением Пуассона

pV=const,

т.е.

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^x$$

где

$$x = \frac{S_p}{S_v}$$

Уравнение Пуассона может быть записано ещё в таком виде:

$$TV^{x-1} = const$$

т.е. $$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{x-1}$$

или

$$T \cdot p^{\frac{x-1}{x}} = const,$$

т.е.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{x-1}{x}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-x}{x}}$$

Работа , совершаемая при адиабатическом изменении объёма газа, может быть найдена по формуле

$$A = \frac{RT}{x-1} \cdot \frac{M}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1}\right] = \frac{RT_1}{x-1} \cdot \frac{M}{\mu}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(x-1)T_1},$$

где p_1 и V_1-давление и объём газа при температуре T_1

уравнение политропического процесса имеет виде

$$pV^n = const$$

или

$$P_1 V_1^n = P_2 V^n{}_2$$

где n – показатель политропны ($1 < n < x$).

Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

где Q_1- тепло, переданное рабочему телу, и Q_2- тепло, отданное холодильнику. Для идеального цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

гдеT_1- температура нагревателя,T_2-температура холодильника..

Разность энтропией $S_B – S_A$ двух состояний B и A определяется формулой.

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Чему равна энергия вращательного движения молекул, содержающихся в 1кг азота при температуре 7^0С?

Дано:

m=1 кг
T=280 К
$\mu = 28 \cdot 10^{-3} \dfrac{kg}{mol}$

$W_{вр} - ?$

Решение:

Внутренняя энергия газа $W_{вр} = \dfrac{i}{2}\dfrac{m}{\mu}RT$

Поскольку молекула азота состоит из двух атомов, то для неё количество степеней свободы вращательного движения $i = 2$

$$W_{вр} = \frac{2}{2}\frac{1}{28 \cdot 10^{-3}} 8.31 \cdot 280 = 83 кдж$$

Ответ: $W_{вр} = 83 кДж$

Пример 2. Чему равна энергия теплового движение молекул двухатомного газа, заключённого в сосуд объёмом 2 л и находящегося под давлением в $1{,}5 \cdot 10^5 H/м^2$

Дано:

$V = 2$ л
$P = 1.5 \cdot 10^5 H/м^2$

$W = ?$

Решение:

Согласно уравнению состояния идеального газа $pV = \dfrac{M}{\mu}RT$

Внутренняя энергия газа $W = \dfrac{i}{2}\dfrac{m}{\mu}RT$

или с учётом $W = \dfrac{m}{\mu}RT$ Для двух атомного газа i=5 количество степеней свободы тогда $W = \dfrac{5}{2}\dfrac{m}{\mu}RT$

$$W = \frac{5}{2}PV = \frac{5 \cdot 1.5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2} = 750 Дж$$

Ответ: $W = 750 Дж$

Пример 3. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно , совершает за один цикл работу $7{,}35 \cdot 10^4$ Дж . Температура нагревателя 100^oC, температура холодильника 0^oC. Найти 1) к.п.д. машины, 2) количество тепла, получаемого машиной за один цикл от нагревателя, 3) количество тепла, отдаваемого за один цикл холодильнику.

Дано: **Решение:**

$A = 7,35 \cdot 10^4\, Дж$
$T_1 = 373^0 K$
$T_2 = 273^0 K$

$\eta = ?$
$Q_1 = ?$
$Q_2 = ?$

К.п.д идеального цикла Карно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T}$ (1).

$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T} = \frac{373 - 273}{373} \cdot 100\% = 26,8\%$ С другой стороны к.п.д. тепловой машины $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q} \cdot 100\% = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%$ (2), где $Q_1 = \frac{A}{\eta} \cdot 100\%$. (3). То количество тепла , отданное холодильнику

$$Q_2 = Q_1 - A. \qquad (4)$$

$$Q_1 = \frac{A}{\eta} \cdot 100\% = \frac{7,35 \cdot 10^4}{26,8} 100\% = 27,4 \cdot 10^4 дж$$

$$Q_2 = Q_1 - A = 27,4 \cdot 10^4 - 7,35 \cdot 10^4 = 20 \cdot 10^4 дж$$

Ответ: $\eta = 26,8\%$, $Q_1 = 27,4 \cdot 10^4 дж$, $Q_2 = 20 \cdot 10^4 дж$.

Пример 4. Паровая машина мощностью в 14,7 кВт потребляет за 1 ч работы 8,1 кг угля с теплотворной способностью $3,3 \cdot 10^7$ дж/кг . Температура котла 200 ^{0}С, температура холодильника 58^{0}С. Найти фактический к.п.д. машины η_1 и сравнить его с к.п.д η_2 идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.

Дано: **Решение:**

$N = 14,7 кВт$
$\tau = 1ч$
$q = 3,3 \cdot 10^7\, дж/кг$
$m = 8,1кг$
$T_1 = 473^0 K$
$T_2 = 331^0 K$

$\eta_1 = ?$
$\eta_2 = ?$

Работа, совершаемая паровой машины $A_f = N\tau$,
Теплота, выделяемая при сгорании угля $A_{ит} = mq$
Фактический к.п.д. машины $\eta_1 = \frac{N\tau}{mq} \cdot 100\%$

$$\eta_1 = \frac{N\tau}{mq} \cdot 100\% = \frac{14,7 \cdot 10^3 \cdot 3600}{8,1 \cdot 3,3 \cdot 10^7} \cdot 100\% = 20\%$$

К.п.д. идеальной тепловой

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% \qquad \eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = \frac{473 - 331}{473} \cdot 100\% = 30\%$$

Ответ: $\eta_1 = 20\%$, $\eta_1 = 30\%$

Пример 5.. 6,6 г водорода расширяются изобарические до удвоении объёма . Найти изменение энтропии при этом расширении.

Дано: **Решение:**

$m = 6{,}6 \cdot 10^{-3}\,кг$

$\frac{V_2}{V_1} = 2$

$\Delta S = ?$

Изменение энтропии через параметры p и V:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{C_V dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{PdV}{V} = \frac{m}{\mu}C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu}R\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

При p=const первое слагаемое обращается в ноль, тогда

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}C_P \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{6{,}6\cdot 10^{-3}}{2}\cdot 3{,}5\cdot 8{,}31\cdot 10^3\cdot \ln 2 = 95{,}9\cdot 0{,}693 = 66{,}46\frac{дж}{K},$$

Ответ: $S_2 - S_1 = \Delta S = 6{,}46\frac{дж}{K}$

Примеры для самостоятельной работы.

1) 6,5 г водорода, находящегося при температуре 27 ^{0}C , расширяется вдвое при p=const за счёт притока тепла извне . Найти: 1)работу расширения, 2) изменение внутренней энергии газа, 3) работу, совершённую газом при расширении.

2) При изотермическом расширении. 2 м^3 газа давление его меняется от p_1=5 ат до p_2=4 ат .Найти совершенную при этом работу.

3) Газ расширяется адиабатически и при этом объём его увеличивается вдвое , а температуре (абсолютная) падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа.

4) 28 г азота , находящегося при температуре .40^{0}C и давлении 750 мм рт. ст., сжимается до объёма в 13 л. Найти температуру кислорода после сжатия, если: 1) кислород сжимается изотермически, 2) кислород сжимается в каждом из этих случаев.

5) Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% тепла, получаемого от нагревателя, передаётся холодильнику. Количество тепла, получаемое от нагревателя , равно 1,5 ккал .Найти : 1) к.п.д цикла 2) работу, совершённую при полном цикле.

6) Паровая машина мощностью в 20 л.с. имеет площадь поршня в 200 см^2, ход поршня равен *l*=45 см. Изобарический процесс BC происходит при движении поршня на одну треть его хода. Объёмом V_0 по сравнению с объёмом V_1 и V_2 пренебречь. Давления пара в котле 16 *ат*, давление пара в

холодильнике 1 ат . Найти , сколько циклов в 1 мин делает машина, если показатель адиабаты равен 1,3.

9-Занятие. Реальные газы. Явление переноса.

Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного киломоля имеет вид:

$$\left(p+\frac{a}{V_0^2}\right)(V_0-b)=RT_1,$$

где V_0 – объём одного киломоля газа, a и b –постоянные, различные для разных газов, p –давление, T – абсолютная температура и R –газовая постоянная.

Уравнение Ван-дер-Ваальса, отнесённое к любой массе M газа, имеет вид:

$$\left(p+\frac{M^2}{\mu^2}\cdot\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{M}{\mu}b\right)=\frac{M}{\mu}RT,$$

где V – объём всего газа, μ – масса одного киломоля.

В этом уравнении $\frac{M^2a}{\mu^2V^2}=p_i$ - давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, и $\frac{M}{\mu}b=V_i$ - объём , связанный с собственным объёмом молекул.

Постоянные a и b данного газа связанны с его критической температурой T_k , критическим давлением p_k и критическим объёмом V_{ok} следующими соотношениями:

$$V_{ok}=3\,\mathrm{b}, \qquad p_k=\frac{a}{27\,\mathrm{b}^2}, \qquad T_k=\frac{8\,\mathrm{a}}{27\,\mathrm{bR}}$$

Эти уравнения можно решить относительно постоянных a и b :

$$a=\frac{27T_k^2R^2}{64p_k}, \qquad b=\frac{T_kR}{8p_k}.$$

Если ввести приведенные величины:

$$\tau = \frac{T}{T_k}, \quad \pi = \frac{p}{p_k}, \quad \omega = \frac{V_0}{V_{0k}}$$

то уравнение Ван-дер-Ваальса примет вид (для одного киломоля)

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau .$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. В каких единицах системы СИ выражаются постоянные a и b , входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса?

Решение:

Постоянные a и b из уравнения Ван-дер-Ваальса выражаются соотношениями $a = \frac{27T_k^2R^2}{64p_k}$ $b = \frac{T_kR}{8p_k}$. Подставив единицы измерения величин , входящих в данные уравнения , получим $[a] = \left[\frac{Па \cdot м^3}{моль^2}\right]$ $[b] = \left[\frac{м^3}{моль}\right]$

Ответ: $[a] = \left[\frac{Па \cdot м^3}{моль^2}\right]$ $[b] = \left[\frac{м^3}{моль}\right]$

Пример 2. Какую температуру T имеет масса m=2г азота, занимающего объём V=820см^3 при давлении p=0,2МПа? Газ рассматривать как а) идеальный б) реальный.

Дано:

$V = 820см^3$

$\mu = 28 \cdot 10^{-3} кг/моль$

$b = 3.85 \cdot 10^5 м^3/моль$

$a = 0.136 Па \cdot м^3/моль^2$

$m = 2 \cdot 10^{-3} кг$

$P = 0,2 \cdot 10^6 Па$

$T = ?$

Решение:

а) Идеальные газы подчиняются уравнению Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{M}{\mu}RT$ откуда

$$T = \frac{\mu pV}{mR} = \frac{28 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^6 \cdot 820 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 276К$$

б) Реальные газы подчиняются уравнению Ван-дер-Ваальса $\left(p + \frac{M^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{M}{\mu}b\right) = \frac{M}{\mu}RT,$

следовательно, температура

$$T = \frac{\mu}{mR}(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2})(V - \frac{m}{\mu}b) =$$

$$= \frac{28\cdot10^{-3}}{2\cdot10^{-3}\cdot8{,}31}(0.2\cdot10^6 + \frac{4\cdot10^{-6}\cdot0.136}{784\cdot10^{-6}\cdot6724\cdot10^{-4}})(820\cdot10^{-6} - \frac{2\cdot10^{-3}}{28\cdot10^{-3}}\cdot3.85\cdot10^5) = 276K$$

Таким образом при данном давлении газ ведёт себя как идеальным

Ответ: Т=276 К

Пример 3. Найти эффективный диаметр σ молекулы кислорода, считая известными для кислорода критические значение $T_к$ и $p_к$.

Дано:

$b \approx 4V$

$\sigma = ?$

Решение:

Поскольку $b \approx 4V$, где V .-объём всех молекул, $V = V_0 N_A$ V_0 - объём одной молекулы и кроме того $b = \frac{T_k R}{8p_k}$. то $4V_0 N_A = \frac{T_k R}{8p_k}$

Отсюда $V_0 = \frac{RT_k}{32N_A p_k} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi\sigma^3$ Отсюда $\sigma = \sqrt[3]{\frac{3RT_k}{16\pi N_A p_k}}$

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{3\cdot8.31\cdot273}{16\cdot3.14\cdot6.02\cdot10^{26}\cdot10^5}} = 294\cdot10^{-12}\,м$$

Ответ:. $\sigma = 294\cdot10^{-12}\,м$

Пример 4. Количество $\nu = 0.5кмоль$ некоторого газа занимает объём $V_1 = 1м^3$. При расширении газа до объёма $V_2 = 1.2м^3$ была совершена работа против сил взаимодействия молекул $A = 5.684кДж$.Найти постоянную а, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Дано:

$\nu = 0.5кмоль$

$V_1 = 1м^3$

$V_2 = 1.2м^3$

$A = 5.684кДж$

$a = ?$

Решение:

Работа, совершаемая против сил взаимодействия молекул $A = \int_{V_1}^{V_2} p_1 dV$, где $p_1 = \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}$. Таким образом,

$$A = \frac{m^2 a}{\mu^2}\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^2} = \frac{m^2 a}{\mu^2}(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}) = \frac{m^2 a(V_2 - V_1)}{\mu^2 V_1 V_2}$$, откуда выразим

$$a = \frac{A\mu^2 V_1 V_2}{m(V_2 - V_1)} = \frac{AV_1V_2}{\nu^2(V_2 - V_1)}$$

$$a = \frac{5.684\cdot10^3\cdot1\cdot1.2}{0.25\cdot10^6(1.2-1)} = 0.136Па\cdot м^3/моль^2$$

Ответ: $a = 0{,}136 Па \cdot м^3 / моль^2$

Пример 5.. Во сколько раз давление газа больше его критического давления, если известно ,что его объём и температура вдвое больше критических значений этих величин?

Дано:	**Решение:**
$\tau = 2$ $\omega = 2$ $\pi = ?$	Исходя из приведённого уравнения Ван-дер-Ваальса для одного моля , : $\pi = \frac{8\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}$. $\pi = \frac{8 \cdot 2}{3 \cdot 2 - 1} - \frac{3}{4} = 2.45$

Ответ: $\pi = 2.45$

Примеры для самостоятельной работы.

1. Какую температуру Т имеет масса m=3,5 г кислорода занимающего объём V=90 см^3 при давлении p=2,8 МПа? Газ рассматривать как а) идеальный б) реальный.
2. Масса m=10 г гелия занимает объём V=100 см^3 при давлении p=100 МПа. Найти температуру Т газа . считая его: а) идеальный б) реальный.

3. Количество $\nu = 1 кмоль$ углекислого газа находится при температуре $t = 100^0 C$. Найти давление p газа, считая его : а) идеальный б) реальный. Задачу решать для объёма $V_1 = 1 м^3$ и $V_2 = 0{,}05 м^3$

4. Количество $\nu = 1 кмоль$ кислорода находится при температуре $t = 27^0 C$ и давление p=10 МПа .Найти объём V газа считая, что кислород при данных условиях ведёт себя как реальный газ.

5. Найти эффективный диаметр σ молекулы кислорода, считая известными для кислорода критические значения $T_к$ и $p_к$.

6. Найти эффективный диаметр σ молекулы азота двумя способами а) по данному значению средней длины свободного пробега молекул при нормальных условиях $\overline{\lambda} = 95 нм$;б) по известному значению постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваалса.

10 Занятие. Гармоническое колебательное движение и волны

Уравнение гармонического колебательного движения имеет вид:

$$x = A\sin(\frac{2\pi t}{T} + \varphi) = A\sin(2\pi\nu t + \varphi) = A\sin(\omega t + \varphi),$$

где х –смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени, А - амплитуда, Т - период, φ -начальная фаза, $\nu = \frac{1}{T}$ - частота колебаний, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ угловая частота.

Скорость точки, совершающий колебание, равна $\upsilon = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi A}{T}\cos(2\pi\frac{t}{T} + \varphi)$

и ускорение $a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\sin(2\pi\frac{t}{T} + \varphi)$

сила, под действием которой точка масса m совершает гармоническое колебание, равна

$$F = ma = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\ \mathrm{m}\sin(2\pi\frac{t}{t} + \varphi) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2}x = -Rx,$$

где $R = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$, откуда $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{R}}$.

Здесь Т- период колебаний точки, совершающий колебания под действием силы $F = -\kappa x$ где k-коэффициент деформации , численно равный силе, вызывающий смещение , равное единице.

Кинетическая энергия колеблющейся точки

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}\cos^2(\frac{2\pi t}{T} + \varphi)$$

и потенциальная энергия

$$W_n = \frac{rx^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}\sin^2(\frac{2\pi t}{T} + \varphi)$$

Полная энергия $W = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}$.

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания маятника . период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

где l – длина маятника и g –ускорение силы тяжести .

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинокого периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

и с начальной фазой , определяемой из уравнения $tg\varphi = \dfrac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$ где A_1 и A_2 – амплитуда слагаемых колебаний, а φ_1 и φ_2 -их начальная фазы.

При сложении двух взаимно- перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)\,.$$

Если на материальную точку массой *m,* кроме упругой силы $F = -kx$, действует ещё сила трения $F_{ишк} = -r\vartheta$ где r – коэффициент трения и υ – скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими.

Уравнение затухающего колебательного движение имеет вид

$$x = Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi)$$

где δ - коэффициент затухания. При этом $\delta = \dfrac{r}{2m}$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, где ω_0 - угловая частота собственных колебаний. Величина $н = \delta\mathrm{T}$ называется логарифмическим дикреминантом затухания.

Если на материальную точку массой m , колебание которой дано виде

$$x_1 = Ae^{-\delta t}\sin\omega_0 t$$

действует внешняя периодическая сила $F=F_0\sin\omega t$, то колебания точки будут вынуждёнными и уравнение её движения примет вид

$$X_2 = A\sin(\omega t + \varphi),$$

где

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega)^2 + 4\delta^2\omega^2}}$$

и

$$tg\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω связанна с частотой собственных колебаний ω_0 и с коэффициентом затухания δ следующим соотношением:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}\,.$$

При распространении незатухающих колебаний со скоростью с вдоль некоторого направления, смещение любой точки, лежащей на луче и отстоящей от источника колебаний на расстоянии *l,* дается уравнением:

$$x = A\sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi t}{\lambda}),$$

где A- амплитуда колеблющихся точек, $\lambda -$длина волны .При этом $\lambda = cT$.Две точки , лежащие на луче на расстояниях l_1 и l_2 от источника колебаний, имеют разность фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{l_2 - l_1}{\lambda}\cdot$$

При интерференции волн максимум амплитуды получается при условии.

$$l_2 - l_1 = 2n\frac{\lambda}{2}(n = 0,1,2,...),$$

где $l_2 - l_1$ –разность хода лучей.

$$l_2 - l_1 = 2n + 1)\frac{\lambda}{2}(n = 0,1,2,....)$$

Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой

$$\vartheta = \sqrt{\frac{E}{p}}$$

где E — модуль Юнга среды и ρ — плотность среды.

В газах скорость распространения

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\chi RT}{\mu}},$$

где μ — масса одного киломоля газа, T—абсолютная температура газа , R — газовая постоянная , $\chi = \dfrac{C_p}{C_v}$ (C_p— теплоёмкость газа при постоянном давлении и C_V— теплоёмкость газа при постоянном объёме).

Уровень звукового давления L_1 в децибелах связан с амплитудой звукового давления Δр соотношением

$$L_1 = 20\lg\frac{\Delta p}{\Delta p_0}$$

где Δp_0 – амплитуда звукового давления при нулевом уровни громкости. Уровень громкости L_2 в фонах связан с интенсивностью звука следующим соотношением

$$L_2 = 10\lg\frac{I}{I_0}$$

где I_0 – нулевой уровень громкости. Условно принимается, что

$$I_0 = 10^{-12}\ \text{Вт/м}^2 \ \text{и}\ \Delta p_0 = 2\cdot 10^{-5}\ \text{Н/м}^2$$

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой

$$\vartheta' = \frac{c+\upsilon}{c-u}\vartheta$$

где ν –частота звука, посылаемая источником звука, u – скорость двежения источника звука, υ – скорость движения наблюдателя и с –скорость распространения звука. Скорость $\vartheta > 0$; $u > 0$ если источник звука движется к наблюдателю .

Частота основного тона струны определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}$$

где l – длина струны, F –сила её натяжения , S–площадь её поперечного сечения и ρ –плотность материала среды.

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Уравнение колебаний материальной точки массой $m = 10$ г имеет вид $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см . Найти максимальную силу F_{max} , действующую на точку, и полную энергию W колеблюўейся точки

Дано:

$m = 10$ г
A=5 см
T=10 с
$x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см

F_{max}–?, W -?

Решение:

Т.к. уровнение колебаний иммет вид $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$. (1) , то ускорение при колебательном движении $a = \frac{d^2x}{dt^2} = 5\frac{\pi^2}{25}\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$.

$F_{max} = m\frac{\pi^2}{5} = 10 \cdot 10^{-3}\frac{9.85}{5} = 197$ мкН Кинетическая энергия материальной точки ровна $W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2\omega^2 cos^2(\omega t+\varphi_0)}{2}$ Потенциальная энергия материадьной равна $W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \, sin^2(\omega t+\varphi_0)}{2}$ а т.к. $k = m\omega^2$, то

$W_п = \frac{m\omega^2 A^2 \, sin^2(\omega t+\varphi_0)}{2}$.

При этом за нулевой уровень отсчёта потенциальной энергии выбирается положение равновесия (x=0). Полная энергия колеблющейся точки $W_0 = W_k + W_п = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$ или, с учётом $\omega = \frac{2\pi}{Т}$, имеем $W = \frac{2\pi^2 m}{T^2}A^2$ (2) Из уровня (1) амплитуда A=5 см и период T=10 с , подставляя их в уравнение (2), получаем $W = \frac{2\pi^2 m}{T^2}A^2 = \frac{2\cdot 9{,}85\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot 25\cdot 10^{-4}}{100} = 4{,}93$мкДж

Ответ: $F_{max} = 197$мкН W=4,93 мкД

Пример 2 Полная энергия тела, совершающего гармонического колебательное движение, W=30мкДж; максимальная сила, действующая на тело, $F_{max} = 1.5$мН . Написать уравнение движение этого тела, если период колебаний T=2 с и начальная фаза $\varphi = \frac{\pi}{3}$

Дано:

W=30мкДж;
$F_{max} = 1.5$мН
T=2
$\varphi = \frac{\pi}{3}$

$x = ?$

Решение:

Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение $W = \frac{2\pi^2 m}{T^2}A^2$ (1) а максимальная сила, действующая на тело $F_{max} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}A$ (2) Разделив (1) на (2), получим $\frac{W}{F_{max}} = \frac{A}{2}$, отсюда амплитуда колебаний $A = \frac{2W}{F_{max}} = \frac{2\cdot 30\cdot 10^{-6}}{1.5\cdot 10^{-3}} = 0.04$м Подставляя амлитуду колебаний , период колебаний и начальную фазу в общее уравнение гармонических колебаний $x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ окончательно получаем

$x = 0.04 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Ответ: $x = 0.04 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Пример 3. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки A=2 см , полная энергия колебаний W=0,3 мкДж. При каком смешении x от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила F=22,5 мкН?

Дано: **Решение:**

A=2 см
W=0,3 мкДж
F=22,5 мкН
$x = ?$

Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение $W = \frac{2\pi^2 m}{T^2}A^2$ (1) а сила действующая на тело $F_{max} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}A$ (2) Разделив (1) на (2), получим $\frac{W}{F_{max}} = \frac{A}{2}$, отсюда смешение точки от положение равновесия $x = \frac{A^2 F}{2W} = \frac{4\cdot10^{-4}\cdot22.5\cdot10^{-6}}{2\cdot0.3\cdot10^{-6}} = 1{,}5\text{см}$

Отчёт: $x = 1{,}5\text{см}$

Пример 4. Найти длину волны λ колебаний, период которого $\text{T} = 10^{-14}$ с **.** Скорость распространения колебаний с=3$\cdot$ 10^8м/с

Дано: **Решение:**

$\text{T} = 10^{-14}$ с
с=3$\cdot$ 10^8м/с
$\lambda = ?$

По определению длина волны колебания

$$\lambda = \text{cT} = 3\cdot10^8\cdot10^{-14} = 3\text{мкм}$$

Отчёт: $\lambda = 3\text{мкм}$

Пример 5. Найти длину волны λ основного тона ля частота (ν=435Гц). Скорость распространения звука в воздухе с=340 м/с

Дано: **Решение:**

ν=435Гц
с=340 м/с
$\lambda = ?$

Длина волны основного тона ля $\lambda = \text{cT}$ (1), где T-период колебаний воздуха.Поскольку частота колебаний $\nu = \frac{1}{\text{T}}$ (2), то, подставляя (2) в (1), получаем

$$\lambda = \frac{\text{c}}{\nu} = \frac{340}{435} = 0{,}78\text{ м}$$

Отчёт: $\lambda = 0{,}78\text{м}$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Уравнение движение точки дано в виде x=2sin($\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}$) см Найти 1) период колебаний, 2) максимальную скорость точки, 3) её максимальное ускорение.

2) Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к её потенциальной энергии для моментов времени 1) $t = \frac{T}{12}\text{сек}$ 2) $t = \frac{T}{8}\text{сек}$ 3) $t = \frac{T}{6}\text{сек}$ Начальная фаза колебаний равна нулю.

3) К пружине подвешен груз. Зная , что максимальная кинетическая энергия колебаний груза равна 1 Дж , найти коэффициент деформации пружины. Амплитуда колебаний 5

4) 1) Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинокого направленных колебаний , данных уравнениями $x_1=4\sin\pi t$ см и $x_2=3\sin(\pi t+\frac{\pi}{2})$ см 2) Написать уравнение результирующего колебания 3) Дать векторную диаграмму сложения амплитуд.

5) Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2 . Найти насколько раз уменьшится амплитуда колебания за одно полное колебания маятника.

6) Звуковое колебание, имеющий частоту ν=500 Гц и амплитуду A=0,25 мм , распространяются в воздухе. Длина волны λ=70 см. Найти 1) скорость распространение колебаний, 2)Максимальную скорость частиц воздуха.

11 Занятие. Электростатика. Закон Кулона. Напряжённость электрического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей.

По закону Кулона сила, действующая между двумя заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними, определяется формулой

$$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

где q_1 и q_2 –электрические заряды тел, r - расстояния между ними, ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды и ε_0 -электрическая постоянная в системе МКСА, равна $8.85\cdot10^{12}\,ф/м$ Напряженность электрического поля определяется формулой.

$$E=\frac{F}{q}$$

где F - сила , действующая на заряд q.

Напряжённость поля точечного заряда равна

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

Напряжённость электрического поля от нескольких зарядов (например, поля диполя) находится по правилу геометрического сложения полей.

По теореме Гаусса поток напряженности сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_E = \frac{\sum q}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

где $\sum q$ - алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри этой поверхности. Соответственно поток электрической индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен

$$N_D = \sum q$$

При помощи теоремы Гаусса можно найти напряженность электрического поля, образованного различными телами.

Напряжённость поля , образованного заряженной бесконечно длинной нитью,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}$$

где τ - линейная плотность заряда на нити и a - расстояние от нити. Если нить имеет конечную длину, то напряжённость поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из середины нити на расстоянии a от неё, равна

$$E = \frac{\tau \sin\theta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}$$

где θ -угол между направлением нормали к нити и радиусом-вектором, проведённым из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряжённость поля образованного заряженной бесконечно протяжённой плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

где σ - поверхностная плотность заряда на плоскости.

Если плоскость представляет собой диск радиусом R, то напряжённость поля в точке, находящейся на перпендикуляре , восстановленном из центра диска на расстоянии a от него, равна

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}})$$

Напряжённость поля , образованного разноимённо заряжёнными параллельными бесконечными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Напряжённость поля, образованного заряжённым шаром,

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

где q - заряд шара радиусом R; r -расстояние от центра шара, причём $r \succ R$

Электрическая индукция поля D определяется соотношением

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \sigma$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Найти силу F притяжения между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $r = 0.5 \cdot 10^{-10}\,м$ заряд ядра равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона

Дано:

$r = 0.5 \cdot 10^{-10}\,м$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{12}\,Ф/м$

$q_1 = |q_2| = 1.6 \cdot 10^{-19}\,Кл$

$F = ?$

Решение:

По закону Кулона сила электирического взаимодействия между двумя заряжёнными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием r между ними, определяется формулой $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ Подставив числовые значения, получим $F = \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{12} \cdot 0.25 \cdot 10^{-20}} = 92.3 \cdot 10^{-9}\,H$

Ответ: $F = 92{,}3 \cdot 10^{-9}\,H$

Пример 2 Найти силу F электростатического отталкивания между ядрами атома и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошёл к ядру атома натрия на расстояние $r = 6 \cdot 10^{-14}\,м$. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

Дано:

$q_1 = |q_2| = 1.6 \cdot 10^{-19}\,Кл$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\,Ф/м$

$\varepsilon = 1$

$F = ?$

Решение:

По закону Кулона $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$

$$F = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 36 \cdot 10^{-28}} = 0{,}7H$$

Ответ: $F = 0{,}7H$

Пример 3. Во сколько раз энергия $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массой m каждая больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия ? Задачу решить для а) электронов; б) протонов.

Дано:

$m_э = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,кг$

$m_п = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\,кг$

$q = 1.6 \cdot 10^{-19}\,Кл$

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,м^3 / кг \cdot сек^2$

$\kappa = 9 \cdot 10^9\,кг$

$\dfrac{W_{эл}}{W_{гр}} = ?$

Решение:

Энергия электростатического взаимодействия двух частиц $W_{гр} = \gamma \dfrac{m}{r}$ где r -расстояние между частицами.

Тогда для электронов $\dfrac{W_{эл}}{W_{гр}} = \dfrac{\kappa q}{\gamma m_э^{\,2}}$ $\dfrac{W_{эл}}{W_{гр}} = \dfrac{\kappa q}{\gamma m_п^{\,2}}$

$$\frac{W_{эл}}{W_{гр}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (9{,}11 \cdot 10^{-31})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}56 \cdot 10^{-38}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 82{,}9 \cdot 10^{-62}} = 4 \cdot 10^{42}$$

$$\frac{W_{эл}}{W_{гр}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (1{,}672 \cdot 10^{-27})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}56 \cdot 10^{-38}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}79 \cdot 10^{-54}} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$$

Ответ: $\dfrac{W_{эл}}{W_{гр}} = 4 \cdot 10^{42}$ $\dfrac{W_{эл}}{W_{гр}} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$

Пример 4. Два металлических одинаковых заряжённых шарика массой $m = 0{,}2кг$ каждый находятся на некоторой расстоянии друг от друга . Найти заряд q шариков, если известно, что на этом расстоянии энергия $W_{эл}$ их электростатического взаимодействия в миллион раз больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия.

Дано:

$m_1 = m_2 = 0{,}2кг$

$q = 1.6 \cdot 10^{-19}\,Кл$

$\varepsilon = 1$

$n = 10^6$

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,м^3 / кг \cdot сек^2$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\,Ф / м$

$q = ?$

Решение:

Энергия электростатического взаимодействия шариков $W_{эл} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ энергия их гравитационного взаимодействия $W_{гр} = \dfrac{\gamma m_1 m_2}{r}$.По условию $W_{эл} = nW_{гр}$,

т.е. $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} = \dfrac{n\gamma m_1 m_2}{r}$ $q = \sqrt{n\varepsilon\varepsilon_0 4\pi\gamma m_1 m_2}$

$$q = \sqrt{10^6 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2} = 17нКл$$

Ответ: $q = 17нКл$

Пример 5. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания? Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

Дано:

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} м^3 / кг \cdot сек^2$

$\varepsilon = 1$

$m_{п} = 1{,}672 \cdot 10^{-27} кг$

$q = 1.6 \cdot 10^{-19} Кл$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф / м$

$\frac{F_э}{F_г} = ?$

Решение:

Сила гравитационного притяжения $F_г = \gamma \frac{m^2}{r^2}$. Сила электростатического отталкивания $F_э = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$.Тогда

$$\frac{F_э}{F_г} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\gamma m^2}$$

$$\frac{F_э}{F_г} = \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3.14 \cdot 1 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (1.672 \cdot 10^{-27})} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$$

Ответ: $\frac{F_э}{F_г} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$

Пример 6. Найти напряжённость Е электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8 \cdot 10^{-9} Кл$ и $q_2 = -6 \cdot 10^{-9} Кл$. Расстояние между зарядами $r = 10 см$; $\varepsilon = 1$.

Дано:

$r = 10 \cdot 10^{-2} м$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф / м$

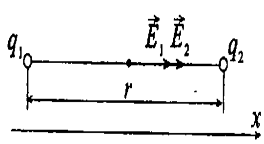
$q_1 = 8 \cdot 10^{-9} Кл$

$q_2 = -6 \cdot 10^{-9} Кл$

$E = ?$

Решение:

Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$ или в проекции на оси x $E = E_1 + E_2$



Напряжённость электрического поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2 / 4} = \frac{q_1}{\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_2 = \frac{|q|}{\pi\varepsilon_0 r^2}$$

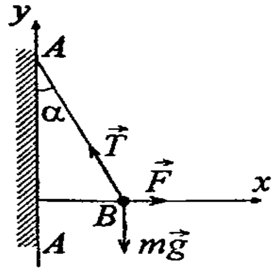
Суммарная напряжённость $E = \frac{q_1 + |q_2|}{\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$E = \frac{10^{-9}(8 + 6)}{3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 50{,}4 кВ / м$$

Ответ: $E = 50{,}4 кВ / м$

Пример 7. На рисунке АА- заряжённая бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 40 мкК / м^2$ и В- одноименно заряжённый шарик с массой $m = 1г$ и зарядом $q = 1нКл$. Какой угол α с плоскостью АА образует нить, на которой висит шарик?

Дано: **Решение:**



$\sigma = 40 мкК / м^2$
$m = 1г$
$q = 1нКл$

$\alpha = ?$

Заряжённый шарик находится в электрическом поле плоскости АА . Напряжённость поля $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

На шарик действуют три силы: электростатическая сила F, сила натяжения нити $\overline{T}$ и сила тяжести $m\overline{g}$

Условия равновесия шарика $\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$ или в проекциях на ось x:

(1) $\vec{F} - T\sin\alpha = 0$ на ось y: $T\cos\alpha - mg = 0$ Электростатическая сила $F = Eq = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

$T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$ Подставляя это выражение получаем $F = mgtg\alpha$ $\dfrac{q\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = mgtg\alpha$

откуда $tg\alpha = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0 mg} = \dfrac{10^{-9} \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3} \cdot 9.8} = 0{,}23$

Ответ: $\alpha = 13^0$

Пример 8. Найти напряжённость Е электрического поля на расстоянии $r = 0{,}2$нм от одновалентного иона. Заряд иона считать точечнымю

Дано: **Решение:**

$q = 1.6 \cdot 10^{-19} Кл$
$r = 0{,}2 нм$
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф / м$
$\varepsilon = 1$

$E = ?$

Одновалентный ион создаёт электрическое поле с напряжённостью $E = \dfrac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ Заряд одновалентного иона равен по абсолютной величине заряду электрона. Подставив числовые данные, получим

$$E = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-18}} = 36 ГВ / м$$

Ответ: $E = 36ГВ/м$

Пример 10. Медный шар радиусом R=0,5см помещён в масло. Плотность масла $\rho_м = 0,8 \cdot 10^3 кг/м^3$ Найти заряд q шара, если в однородном электростатическом поле шар оказался взвешенном в масле. Электрическое поле направленно вертикально вверх и его напряжённость $E = 3,6МВ/м$.

Дано:

$R = 0,5см$

$\rho_м = 0,8 \cdot 10^3 кг/м^3$

$\rho = 8600кг/м^3$

$E = 3,6МВ/м$

$q = ?$

Решение:

На шар действует три силы: электростатическая сила $\vec{F}$ (вверх) , сила тяжести $m\vec{g}$ (вниз) и сила Архимеда $\vec{F_A}$ (вверх). Запишем уравнение равновесия $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F_A} = 0$ или в скалярном виде $m\vec{g} = \vec{F} + \vec{F_A}$ Здесь $m\vec{g} = \frac{4\pi R^3 g\rho}{3}$,

$F = Eq \quad F_A = \frac{4\pi R^3 g\rho_м}{3}$ Отсюда сила, действующая на единицу длины нити,

$$q = \frac{4\pi R^3 g(\rho - \rho_м)}{3E} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 0,125 \cdot (8600 - 800)}{3 \cdot 3,6 \cdot 10^6} = 11нКл$$

Ответ: $q = 11нКл$

Пример 11. Длина заряжённой нити $\ell = 25см$. При каком предельном расстоянии a от нити по нормали к середине нити электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно длинной заряжённой нити ? Ошибка при таком допущении не должна превышать $\delta = 0,05$. Указание: допускаемая ошибка $\delta = \frac{(E_2 - E_1)}{E_2}$ где E_2 -напряжённость электрического поля бесконечной длинной нити, E_1-напряжённость поля нити конечной длины.

Дано:

$\ell = 25см$

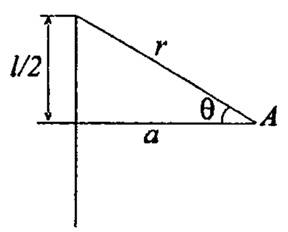
$\delta = 0,05.$

$a = ?$

Решение:

Бесконечно длинная заряжённая нить создаёт электрическое поле с напряжённостью (1) $E_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}$

Напряжённость поля нити конечной длины (2) $E_1 = \frac{\tau \sin\theta}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}$.



Допускаемая ошибка (3) $\delta = \frac{(E_2 - E_1)}{E_2}$ подставляя (1) и (2) в (3) получим $\delta = 1 - \sin\theta$ откуда $\sin\theta = 1 - \delta$ из рисунка видно $\frac{l}{2} = r\sin\theta = r(1-\delta)$ где $r = \frac{a}{\cos\theta} = \frac{a}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} = \frac{a}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}$ Тогда $\frac{l}{2} = \frac{a(1-\delta)}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}$ откуда предельное расстояние $a = \frac{l\sqrt{1-(1-\delta)^2}}{2(1-\delta)} = \frac{25\cdot 10^{-2}\sqrt{1-(1-0.05)^2}}{2(1-0.05)} = 4.11 см$

Ответ: $a = 4{,}11 см$

Примеры для самостоятельной работы.

1) В центре квадрата, в каждой вершине которого находится заряд $q = 2{,}33 нКл$, помещён отрицательный заряд q_0. Найти этот заряд, если на каждый заряд q действует результирующая сила $F = 0$.

2) Два параллельных разноимённо заряжённых диска с одинаковой поверхностной плотностью заряда на них расположены на расстоянии $d = 1 см$ друг от друга . Какой предельный радиус R могут иметь диски, чтобы между центрами дисков поле отличалось от поля плоского конденсатора не более чем на 5%? Какую ошибку σ мы допускаем, принимая для этих точек напряжённость поля равной напряжённости поля плоского конденсатора при $\frac{R}{d} = 10$?

3) Требуется найти напряжённость E электрического поля в точке A, расположенной на расстоянии $a = 5 см$ от заряжённого диска по нормали к его центру. При каком предельном радиусе R диска поле в точке A не будет отличатся более чем на 2 % от поля бесконечно протяжённой плоскости? Какова напряжённости E поля в точке A, если радиус диска $R = 10a$? Во сколько раз найденная напряжённость в этой точке меньше напряжённости поля бесконечно протяжённой плоскости?

4) Шарик массой в 40 мг , заряжённой положительным зарядом в 10^{-9} к, движется со скоростью 10 см/сек. На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду, равному 4 $СГС_q$?

5) На какое расстояние могут сблизится два электрона , если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью, равной 10^8 см/сек?

6) Протон (ядро атома водорода) движется со скоростью $7{,}7\cdot 10^8 см/сек$. На какое наименьшее расстояние может приблизиться этот протон к ядру атома алюминия? Заряд ядер атомов алюминия $q = Ze_0$, где Z – порядковый номер

атома в таблице Менделеева и e_0 – заряд протона, численно равный заряду электрона.

12 Занятие. Проводники в электрическом поле. Конденсаторы. Энергия электростатического поля.

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля определяется работой , которою надо совершить , чтобы единицу продолжительного заряда перенести из точки в другую

$$U_1 - U_2 = \frac{A}{q}$$

Потенциал поля точечного заряда

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

где r - расстояние от заряда .

Напряжённость электрического поля-поля плоского конденсатора

$$E = -\frac{dU}{dr}.$$

В случае однородного поля - поля плоского конденсатора

$$E = \frac{U}{d}.$$

где U - разность потенциалов между пластинами конденсатора и d - расстояние между ними .

Потенциал уединённого проводника и его заряд связаны соотношением

$$q = CU$$

где C - ёмкость проводника.

Ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

где S - площадь каждой пластины конденсатора.

Ёмкость сферического конденсатора.

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 Rr}{R - r}$$

где r - радиус внутренней и R - радиус внешней сферы. В частом случае, когда $R = \infty$,

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$$

- ёмкость уединенного шара.

Ёмкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{\ln\frac{R}{r}}$$

где L - высота коаксиальных цилиндров, r и R - радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно .

Ёмкость системы конденсаторов равна:

при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + ...;$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ...;$$

Энергия уединённого заряжённого проводника может быть найдена по одной из следующих трёх формул:

$$W = \frac{qU}{2} \qquad W = \frac{CU^2}{2} \qquad W = \frac{q^2}{2C}$$

в частном случае плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd}{2} = \frac{\sigma^2 Sd}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

где S - площадь каждой пластины, σ - поверхностная плотность заряда на пластинах, U - разность потенциалов между пластинами.

Величина

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

называется объёмом плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения пластин плоского конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Найти ёмкость С земного шара. Считать радиус земного шара $R = 6400 км$. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд $q = 1Кл$?

Дано:

$R = 6400 км$

$q = 1Кл$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{12} Ф/м$

$\varphi = ?\quad C = ?$

Решение:

Имеем $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$.Подставляя числовые данные, получим $C = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 64 \cdot 10^{5} = 711 мкФ$. Если земному шару сообщить заряд $q = 1Кл$, его потенциал увеличится на величину $\Delta\varphi = \frac{q}{C} = \frac{1}{711 \cdot 10^{-6}} = 1406 В$

Ответ: $\varphi = 1406 В \quad C = 711 мкФ$

Пример 2. Шарик радиусом $R = 2 см$ заряжается отрицательно до потенциала $\varphi = 2 кВ$. Найти массу m всех электронов, составляющих заряд, сообщённой шарику.

Дано:

$q = 1.6 \cdot 10^{-19} Кл$

$R = 2 см$

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31} кг$

$\varphi = 2 кВ$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф/м$

$\varepsilon = 1$

$m = ?$

Решение:

Ёмкость шарика $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$.После зарядки до потенциала $q = \varphi C = \varphi 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$.Количество электронов, составляющих этот заряд, $N = \frac{q}{e}$ или $N = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi}{e}$.

Масса всех электронов $m = N m_e = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi m_e}{e}$

$$m = \frac{4 \cdot 3 + .14 \cdot 1 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{3} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2{,}5 \cdot 10^{-20} кг$$

Ответ: $m = 2{,}5 \cdot 10^{-20} кг$

Пример 3. Шарик, заряжённой до потенциала $\varphi = 792 В$, имеем поверхностную плотность заряда $\sigma = 333 нКл/м^2$.Найти радиус r шарика.

Дано: **Решение:**

$\varphi = 792В$

$\sigma = 333нКл/м^2$

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф/м$

$r - ?$

Потенциал шарика и его заряд связаны соотношением $q = C\varphi$, где заряд $q = \sigma \cdot 4\pi r^2$, ёмкость шарика $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$. Иначе, $\sigma r = \varepsilon\varepsilon_0\varphi$, откуда

$$r = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\varphi}{\sigma} = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 792}{333 \cdot 10^{-9}} = 0{,}021м$$

Ответ: $r = 0{,}021м$ $\frac{W_{эл}}{W_{гр}} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$

Пример 4. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 1м^2$, расстояние между ними $d = 1{,}5мм$. Найти ёмкость этого конденсатора.

Дано:

$S = 1м^2$

$d = 1{,}5мм$

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф/м$

$C = ?$

Решение:

Ёмкость плоского конденсатора определяется соотношением $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ Для воздуха $\varepsilon = 1$. Подставив числовые значения, получим

$$C = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 5{,}9нФ$$

Ответ: $C = 5{,}9нФ$

Пример 5. Требуется изготовить ёмкость $C = 250пФ$. Для этого на парафинированную бумагу толщиной $d = 0{,}05мм$ наклеиваются с обеих сторон кружки станиоля . Каким должен быть диаметр D кружков станиоля?

Дано:

$C = 250пФ$

$\varepsilon = 2$

$d = 0{,}05мм$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф/м$

$D = ?$

Решение:

Ёмкость конденсатора выражается формулой $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ где $S = \pi\frac{D^2}{4}$. Т.е. $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\pi D^2}{4d}$. Отсюда

$$D = \sqrt{\frac{4Cd}{\varepsilon\varepsilon_0\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 250 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}05 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 3{,}14}} = 3см$$

Ответ: $D = 3см$

Пример 5. Шар радиусом $R = 1м$ заряжён до потенциала $\varphi = 30кВ.$ Найти энергию W заряжённого шара.

Дано:

$R = 1м$

Решение:

$\varepsilon = 1$
$\varphi = 30 кВ.$
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} Ф/м$

$W - ?$

Энергия заряжённого шара $W = \frac{CU^2}{2}$ где ёмкость шара $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$ Тогда $W = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 RU^2}{2} = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 RU^2$.

$W = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 10^8 = 0{,}05 Дж$

Ответ: $W = 0{,}05 Дж$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Два шарика одинаковых радиуса $R = 1 см$, и массы $m = 40 мг$ подвешены на нитях одинаковой длины так , что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и сила натяжения нитей стала равной Т=490 мкН. Найти потенциал φ заряжённых шариков, если известно, что расстояние от центра каждого шарика до точки подвеса $l = 10 см.$

2) Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0.01 м^2$, расстояние между ними $d = 5 мм.$ К пластинам приложена разность потенциалов $U_1 = 300 В$. После отключения конденсатора от источника напряжения пространства между пластинами , заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения? Найти ёмкости конденсатора C_1 и C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1 и σ_2 на пластинах до после заполнения.

3) Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрический по отношению к ней цилиндрической оболочки, между которыми находится изоляция. Найти ёмкость единицы длины такого кабеля (в микрофарадах на метр), если радиус жилы 1,3см, радиус оболочки 3 см и диэлектрическая проницаемость изоляции 3,2.

4) При изучении фотоэлектрических явлений используются сферический конденсатор , состоящий из металлического шарика диаметром $d = 1{,}5 см$ (катода) и внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром $D = 11 см$ (анода) . Воздух из колбы откачивается. Найти ёмкость С такого конденсатора.

5) Каким будет потенциал φ шара радиусом $r = 3 см$, если: а) сообщить ему заряд $q = 1 нКл$ б) окружить его концентрическим шаром радиусом $R = 4 см$ соединенным с землей? расстояние могут сблизится два электрона , если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью, равной 10^8 см/сек?

6) Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $r = 1см$, радиус внешнего шара $R = 4см$ Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3кВ$ Найти напряженность Е электрического поля на расстоянии $x = 3см$ от центра шаров

13 Занятие. Законы постоянного тока.

Сила тока I численно ровна количеству электричество , проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени,

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Если $I = const$, то

$$I = \frac{q}{t}$$

Плотность электрического тока.

$$j = \frac{I}{S}$$

где $S -$ площядь поперечного сечения проводника.

Сила тока, текущего по участку однородного проводника , подчиняется закону Ома

$$I = \frac{U}{R}$$

где U - разность потенциалов на концах учаска и R -сопротивление этого участка.

Сопротивление проводника

$$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S}$$

где ρ - удельное сопротивление, $\sigma -$ удельная проводимость, или электропроводность, $l -$ длина и $S -$ площядь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление мателлов зависит от температуры следующим образом:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 - удельное сопротивление при 0^0 С и $\alpha -$температурный коэффициент сопротивления.

Работа электрического тока на участке цепи определяется формулой

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

где ε - э.д.с. генератора , R - внешнее сопротивление и $r -$ внутреннее сопротивление (сопротивление генератора).

Полная мощность , выделяемая в цепи,

$$P = \varepsilon I.$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Ток I в проводнике меняется со временим t по уравнению $I = 4 + 2t,$где I - в амперах и t- в секундах. Какое количество электричество q проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2c$ до $t_2 = 6c$? При каком постоянном токе I_0 через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричества?

Дано:

$I = 4 + 2t,$
$t_1 = 2c$
$t_2 = 6c$

$I_0 - ?$

Решение:

По определению силу тока $I = \frac{dq}{dt},$ отсюда $dq = Idt$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} Idt \qquad q = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t)dt = 4t\Big|_{t_1}^{t_2} + t^2\Big|_{t_1}^{t_2}$$

$$q = 4(t_2 - t_1) + t_2^{\,2} - t_1^{\,2} = 4(6 - 2) + 36 - 4 = 48Кл$$

При постоянном $I_0 = \frac{q}{t}$ где $t = t_2 - t_1 = 6 - 4 = 2c$ подставляя числовые значения $I_0 = \frac{48}{2} = 12A$

Ответ: $I_0 = 12A$

Пример 2. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром $d = 1мм$ надо навить на фарфоровой цилиндр радиусом $a = 2{,}5см,$чтобы получить печь сопротивлением $R = 40Ом$?

Дано: $d = 1 мм$, $a = 2{,}5 см$, $R = 40 Ом$, $\rho = 100 \cdot 10^{-6} Ом \cdot м$

$N = ?$

Решение:

Сопротивление проводника можно рассчитать по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Длина одного витка равна $2\pi a$, тогда длина всей проволоки $l = N \cdot 2\pi a$ Площадь поперечного сечения $S = \pi \frac{d^2}{4}$. Масса всех электронов $R = \rho \frac{8Na}{d^2}$ откуда

$$N = \frac{Rd^2}{8\rho a} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}} = 200$$

Ответ: $N = 200$

Пример 3. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20^0 C$, имеет сопротивление $R_1 = 35{,}5 Ом$. Какова будет температура t_2 нити лампочка, если при включении в сеть напряжением $U = 120 В$ по нити идёт ток $I = 0{,}33 А$? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3} K^{-1}$.

Дано: $t_1 = 20^0 C$, $R_1 = 35{,}5 Ом$, $U = 120 В$, $I = 0{,}33 А$, $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

$t_2 - ?$

Решение:

Зависимость сопротивления нити от температуры выражается соотношением $R_1 = R_0(1 + \alpha T_1)$, где R_0 – сопротивление нити при температуре $t_0 = 0^0 C$ Отсюда

$R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha T_1} = \frac{35{,}5}{1 + 4{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 20} = 32{,}8 Ом$, По закону Ома

$I = \frac{U}{R_2}$ откуда $R_2 = \frac{U}{I} = \frac{120}{0{,}33} = 364 Ом$, Поскольку

$R_2 = R_0(1 + \alpha T_2)$ то $T_2 = \frac{R_2 - R_0}{R_0 \alpha} = \frac{364 - 32{,}8}{32{,}8 \cdot 4{,}6 \cdot 10^{-3}} = 2195 K$.

Ответ: $T_2 = 2195 K$

Пример 4. Элемент с э.д.с. $\varepsilon = 1{,}6 В$, имеет внутреннее сопротивление $r = 0{,}5 Ом$. Найти к.п.д. η элемента при токе цепи $I = 2{,}4 А$.

Дано: $\varepsilon = 1{,}6 В$, $r = 0{,}5 Ом$, $I = 2{,}4 А$

$\eta - ?$

Решение:

К.п.д элемента $\eta = \frac{IR}{\varepsilon}$ По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, откуда $R = \frac{\varepsilon - Ir}{I}$ Тогда

$$\eta = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = \frac{1{,}6 - 2{,}4 \cdot 0{,}5}{1{,}6} = 25\%$$

Ответ: $\eta = 25\%$

Пример 5. Сопротивление $R_2 = 20Ом$ и $R_3 = 15Ом$. Через сопротивление R_2 течёт ток $I_2 = 0,3A$. Амперметр показывает ток $I = 0,8A$. Найти сопротивление R_1.

Дано:

$R_2 = 20Ом$

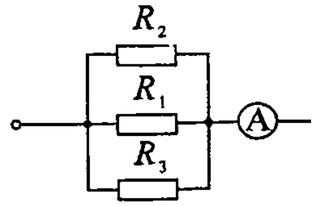
$R_3 = 15Ом$

$I_2 = 0,3A$

$I = 0,8A$

$R_1 - ?$

Решение:



При параллельном соединении сопротивлений ток, текущий через эквивалентное сопротивление R_{123} равен сумме токов, текущих через R_1, R_2, R_3. $I = I_1 + I_2 + I_3$ При этом все сопротивления находится под одной разностью потенциалов, т.е $U = U_1 = U_2 = U_3$. Согласно закону Ома $U = I_2 R_2$. Сила тока $I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{I_2 R_2}{R_3} = \frac{0,3 \cdot 20}{15} = 0,4A$. тогда $I_1 = I - I_2 - I_3 = 0,8 - 0,3 - 0,4 = 0,1A$ Искомое сопротивление

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{I_2 R_2}{I_1} = \frac{0,3 \cdot 20}{0,1} = 60Ом$$

Ответ: $R_1 = 60Ом$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Э.д.с батареии $\varepsilon = 100B$, , сопротивления $R_1 = R_3 = 40Ом$, $R_2 = 80Ом$, и $R_3 = 34Ом$. Найти ток I_2, текущий через сопротивление R_2, и падение потенциала U_2 на нём.

2) Амперметр с сопротивлением $R_A = 0,16Ом$ зашунтован сопротивлением $R = 0,04Ом$. Амперметр показывает ток $I_0 = 8A$. Найти ток I в цепи.

3) Имеется 120-вольтовая электрическая лампочка мощностью $P = 40Вт$ Какое доиачное сопротивление R надо включить последовательно с лампочкой , чтобы она давалв нормальный накал при напряжении в сети $U_0 = 220B$? Какую длину l нихромовой проволоки диаметром $d = 0,3мм$ надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

4) В лаборатории, удельной от генератора на расстояние $l = 100м$, включили электрический ток $I = 10A$. На сколько понизилось напряжение U на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории, если сечение медных подводящих проводов $S = 5мм^2$?

5) От батареи с э.д.с. $\varepsilon = 500B$ требуется передать энергию на расстояние $l = 2,5км$. Потребляемая мощность $P = 10кВт$. Найти минимальные потери мощность ΔP в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 1,5см$.

6) В цепи включены последовательно медная и стальная проволка одинаковых длины и диаметра. Найти : а) отношение количеств теплоты, выделяющихся в этих проволоках; б) отношение падений напряжения на этих проволоках.

14 Занятие. Правила Кирхгофа. Электрический ток в различных средах.

Для разветвленных цепей имеют место два закона Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа:

"Алгебраическая сумма сил токов, сходящих в узле , равна нулю ":

$$\sum I = 0$$

Второй закон Киргофа:

"В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений потенциала на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме э.д.с., встречающихся в этом контуре":

$$\sum IR = \sum \varepsilon$$

При приминении законов Кирхгофа надо рукаводствовать следующими правилами: на схеми произвольно указываются стрелками направления токов у соответствующих сопротивлений.

Обходя контуризвольном бедем положительными те токи, направление которых совподает направлением обхода, и отрицательными те , направление которых противоположно направлению обхода.

положительными электродвижущими силами будем считать те электродвижущие силы , которые повышают потенциал в направлении обхода, т.е. электродвижущая сила будет положительной , если при обходе приходится идти от минуса к плюса внутри генератора.

В результате решения составлённых уравнений определяемые величины могут получиться отрицательными.

Отрицательное значение тока указывает на то , что фактическое направление тока на данном участке цепи , обратно принятому.

Для электрического тока имеют место два закона Фарадея.

По первому закону Фарадея масса М вещества . выделившегося при электролизе , равна

$$M = KIt = Kq$$

где q – количество электричества, прошедшедшего черезиэлектролит , и К - электрохимический эквивалент.

По второму закону Фарадея электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту , т.е.

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z}$$

где A - масса одного кг-атома, Z -валентность, $\frac{A}{Z}$ – масса кг-эквивалента и F – число Фарадея, численно равное $9.65 \cdot 10^7 \, к / кг - экв.$

Удельная электропроводность электролита определяется формулой

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \alpha CZF(u_+ + u_-),$$

где α - степень диссоциации, C – концентрация , т.е. число кг-молей в единице объёма, Z -валентность, F – число Фарадея, u_+ и u_- - подвижность ионов. При этом $\alpha = \frac{n_Д}{n}$ – отношение числа диссоцированных молекул расварённого вещества в этом объёме. Величена $\eta = CZ$ называется эквивалентной концентрацией . Тогда $\Lambda = \frac{\sigma}{\eta}$ – эквивалентная электропроводность.

При не большых плотностях тока j, текущего в газе, имеет место закона Ома

$$j = qn(u_+ + u_-)E = \sigma E ?$$

где E - напряженность поля, σ – удельное проводимость газа, q – заряд иона, u_+ и u_- - подвижность ионов и n - число ионов каждого знака (число пар ионов), находяшегося в единице объёма газа. при этом $n = \sqrt{\frac{N}{\gamma}}$, где N - число пар ионов, создаваемых ионизирующим агентом в единице времени; γ – коэфициент молизации.

При наступлении тока насыщение в газе плотность этого тока определяется формулой

$$j_н = Nqd$$

где d – расстояние между электродами.

Чтобы вырваться из металла наружу, электрон должен обладать кинетической энергией.

$$\frac{m\upsilon^2}{2} \geq A$$

где A – работа выхода электрона из данного металла.

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии (удельная эмиссия) определяется формулой:

$$j_н = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}$$

где T – абсолютная температура катода, А- работа выхода k – постоянная Больцмана и В - некоторая постоянная, разная для различных металлов (эмиссионная постоянная).

Решаемые задачи в аудитории.

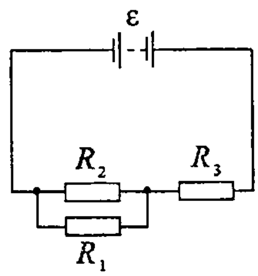
Пример 1. Э.д.с батареи $\varepsilon = 120B$, сопротивление $R_1 = 25Ом$, $R_2 = R_3 = 100Ом.$ Найти мощность P_1, выделяющуюся на сопротивлении R_1.

Дано:

$\varepsilon = 120B$,
$R_1 = 25Ом$,
$R_2 = R_3 = 100Ом.$

$P_1 - ?$

Решение:



Т.к. сопротивления R_1. и R_2. соединены параллельно , то $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. и $U_1 = U_2$. Общее сопротивление внешней цепи $R = R_{12} + R_3 = 120Ом.$ По закону Ома для всей цепи ток $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{120}{120} = 1A$ Согласно и кроме того, $I_1 R_1 = I_2 R_2 - (2)$. первому закону Кирхгофа $I = I_1 + I_2 - (1)$ Решая совместно уравнения (1) и (2), находим ток через сопротивление R_1:

$I_1 = \frac{IR_2}{R_2 + R_1} = \frac{1 \cdot 100}{100 + 25} = 0{,}8A$ Тогда мощность , выделяющаяся на сопротивления R_1:

$P = IU = I_1^2 R_1 = 0{,}64 \cdot 25 = 16Bm$

Ответ: $P_1 = 16Bm$

Пример 2. Э.д.с элементов $\varepsilon_1 = 1{,}2B$ и $\varepsilon_2 = 1{,}9B$, сопротивления $R_1 = 45Ом$, $R_2 = 10Ом$ и $R_3 = 10Ом.$ Найти токи I_1, во всех участках цепи.

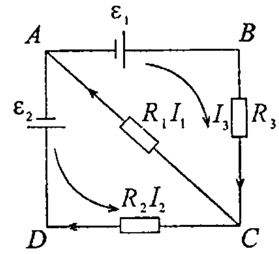
Дано:

$\varepsilon = 120B$,
$R_1 = 25Ом$,
$R_2 = R_3 = 100Ом.$

$I_1 - ?$

Решение:

На рисунке стрелками указано выбранное направление токов. Для узла А согласно первому правилу Кирхгоффа имеем $I_3R_3 + I_1R_1 = \varepsilon_1$, $I_1R_1 - I_2R_2 = \varepsilon_2$. соединены параллельно , то $R_{12} = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$. Подставляя числовые данные, получим систему уравнений: $I_3 = I_1 + I_2$, $10I_3 \div 45I_1 = 2.1$, $45I_1 - 10I_2 = 1{,}9$. Решая эту систему, получим $I_1 = 0{,}04A$ $I_2 = -0{,}01A$ $I_3 = 0{,}03A$ Знак "минус" у тока I_2 указывает на то, что его направление противоположено выбранному.



Ответ: $I_1 = 0{,}04A$ $I_2 = -0{,}01A$ $I_3 = 0{,}03A$

Пример 3. За какое время τ при электролизе водного раствора хлорной меди ($CuCl_2$) на катоде выделится масса меди $m = 4{,}74г$, если ток $I = 2A$? .Найти радиус r шарика.

Дано:

$m = 4{,}74г$,
$I = 2A$
$A = 64 \cdot 10^{-3} кг/моль$
$F = 96{,}48 \cdot 10^{-3} кг/Кл$
$Z = 2$

$\tau - ?$

Решение:

Согласно первому закону Фарадея $m = KI\tau - (1)$. Электрохимический эквивалент хлорной меди $K = \dfrac{1}{F} \cdot \dfrac{A}{Z} = \dfrac{1 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{96{,}48 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 332{,}8 \cdot 10^{-9} кг/Кл$ Из (1) $\tau = \dfrac{m}{KI} = \dfrac{4.74 \cdot 10^{-3}}{332{,}8 \cdot 10^{-9} \cdot 2} \approx 2ч$

Ответ: $\tau \approx 2ч$

Пример 4. За какое время τ при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катода) увеличится на $\Delta m = 99г$? Площадь пластинки $S = 25м^2$, плотность тока $j = 200A/м^2$. . Найти толщин d слоя меди, образовавшегося на пластинке.

Дано:

$\Delta m = 99г$
$S = 25м^2$,
$A = 64 \cdot 10^{-3} кг/моль$
$F = 96{,}48 \cdot 10^{-3} кг/Кл$
$Z = 2$
$j = 200A/м^2.$

$d - ?$

Решение:

Согласно первому закону Фарадея $\Delta m = KI\tau$ Электрохимический эквивалент $K = \dfrac{1}{F} \cdot \dfrac{A}{Z} = \dfrac{1 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{96{,}48 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 332{,}8 \cdot 10^{-9} кг/Кл$. Сила тока $I = jS$ Тогда $\Delta m = KjS\tau$ откуда $\tau = \dfrac{\Delta m}{KjS} = \dfrac{99 \cdot 10^{-3}}{332{,}8 \cdot 10^{-9} \cdot 200 \cdot 25} = 595c \approx 10мин.$ Объём образовавшегося слоя меди $V = Sd = \frac{\Delta m}{\rho}$ отсюда

$$d = \frac{\Delta m}{\rho S} = \frac{99 \cdot 10^{-3}}{8600 \cdot 25} = 4{,}6 \cdot 10^{-6}\,\text{м}.$$ Объём

Ответ:
$d = 4{,}6 \cdot 10^{-6}\,\text{м}.$

Пример 5. При получении алюминия электролизом раствора Al_2O_3 в расплавленном криолите проходил ток $I = 20\,\text{кА}$ при разности потенциалов на электродах $U = 5\,\text{В}$. За какое время τ выделится масса $m = 1\,\text{т}$ алюминия? Какая электрическая энергия W при этом будет затрачена?

Дано:

$A = 27 \cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}$
$I = 20\,\text{кА}$
$Z = 3$
$U = 5\,\text{В}$
$m = 1\,\text{т}$

$W - ?$

Решение:

Имеем $m = KI\tau$ откуда $\tau = \frac{m}{KI}$ где

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} = \frac{1 \cdot 27 \cdot 10^{-3}}{96{,}48 \cdot 10^{3} \cdot 3} = 9{,}3 \cdot 10^{-8}\,\text{кг/Кл}$$

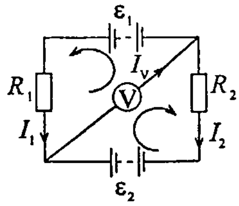
$$\tau = \frac{10^3}{9{,}3 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^4} = 537634\,\text{с} = 149{,}3\,\text{ч}.$$ Затраченная энергия W будет равна работе электрических сил $A = P\tau$ Подставляя числовые данные $W = IU\tau = 2 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 537634 = 53{,}8\,\text{ГДж}$

Ответ: $W = 53{,}8\,\text{ГДж}$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Два одинаковых элемента имеют э.д.с. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2\,\text{В}$ и внутренние сопротивление $r_1 = r_2 = 0{,}5\,\text{Ом}$. Найти токи I_1 и I_2, текущее через сопротивления $R_1 = 0{,}5\,\text{Ом}$ и $R_2 = 1{,}5\,\text{Ом}$ а также ток I через элемент с э.д.с. ε_1.

2) Батареи имеют э.д.с. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$,, сопротивление $R_2 = 2R_1$. Во сколько раз ток, текущей через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление R_2?



3) Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением тепла: $2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}57 \cdot 10^5\,Дж$. Найти наименьшую разность потенциалов U, при которой будет происходить разложение воды электролизом.

4) Эквивалентная пролводимость раствора KCl при некоторой концетрации $\Lambda = 12{,}2 \cdot 10^{-3}\,м^2/(Ом \cdot моль)$, удельная проводимость при той же концентрации $\sigma = 0{,}122 См/м$, эквивалентная проводимость при бесконечном разведении $\Lambda_x = 13{,}2 \cdot 10^{-3}\,м^2/(Ом \cdot моль)$, Найти а) степень диссоциации α раствора KCl при данной концентрации ; б) эквивалентную конценрацию η раствора; в) сумму подвижностей $u_+ + u_-$ ионов K^+ и Cl^-.

5) Найти сопротивление R раствора $AgNO_3$, , заполняющего трубку длинной $l = 84 см$ и площадью поперечного сечения $S = 5 мм^2$. Эквивалентная концентрация раствора $\eta = 0{,}1 моль/л$, степень диссоциации $\alpha = 81\%$.

6) Найти сопротивление R раствора, заполняющего трубку длинной $l = 2 см$ и площадью поперечного сечения $S = 7 мм^2$. Эквивалентная концентрация раствора $\eta = 0{,}05 моль/л$, эквивалентная проводимость $\Lambda = 1{,}1 \cdot 10^{-60}\,м^2/(Ом \cdot моль)$.

15 Занятие. Магнитное поле в вакууме. Закон Био-Савара-Лапласа.

По закону Био-Савара -Лапласа элемент контура dl, по которому течет ток I, создаёт в некоторой точке А пространства магнитное поле напряжённостью dH, равной

$$dH = \frac{I \sin\alpha dl}{4\pi r^2}.$$

где r – расстояние от элемента тока dl, до точки А , α – угол между радиусом-вектором r и элементом тока dl. Применяя закон Био-Савара -Лапласа к контурам различного вида , можно найти:

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2R}$$

где R - радиус кругового контура с током ю

Напряжённость магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником,

$$H = \frac{I}{2\pi a}$$

где a - расстояние от точки, где ищется напряжённость , до проводника с током.

Напряжённость магнитного поля на оси кругового тока

$$H = \frac{R^2 I}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

где R - радиус кругового контура с током и a - расстояние от точки, где ищется напряжённость , до плоскости контура.

Напряжённость магнитного поля внутри тороида и бесконечно длинного соленоида

$$H = In$$

где n - число витков на единицу длины соленоида (тороида) .

Напряжённость магнитного поля на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{In}{2}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2),$$

где β_1 и β_2 - углы между осью соленоида и радиус-вектором , проведённым из рассматриваемой точки к концам соленоида. Магнитная индукция В связанна с напряжённостью Н магнитного поля соотношением

$$B = \mu\mu_0 H$$

где μ - относительная магнитная проницаемость среды и μ_0 – магнитная постоянная, в системе МКСА равная

$$4\pi \cdot 10^{-7}\, гн/м = 12{,}57 \cdot 10^{-7}\, гн/м$$

Для ферримагнитных тел $\mu = \varphi(H)$, а следовательно, и $B = f(H)$.

При решении тех задач, где требуется знать зависимость $B = f(H)$ необходимо пользоваться графиком, приведённым в приложении.

Объёмная плотность энергии магнитного поля

$$W_0 = \frac{HB}{2}$$

Поток магнитной индукции сквозь контур

$$\Phi = BS\cos\varphi$$

где S - площадь поперечного сечения контура, φ – угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля. Поток магнитной индукции сквозь тороида

$$\Phi = \frac{INS\mu\mu_0}{l}$$

где N - общее число витков тороида, l – его длина, S - площадь поперечного сечения, μ - относительная магнитная проницаемость материала сердечника и μ_0 – магнитная постоянная .

Если тороид имеет воздушный зазор , то

$$\Phi = \frac{IN}{\frac{l_1}{S\mu_1\mu_0} + \frac{l_2}{S\mu_2\mu_0}},$$

где l_1 - длина воздушного зазора , l_2 – длина железного сердечника , μ_2 - его магнитная проницаемость и μ_1 – магнитная проницаемость воздуха.

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Ток $I = 20A$, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S = 1мм^2$, создаёт в центре кольца напряженность магнитного поля $H = 178A/м.$. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

Дано:

$I = 20A,$

$\rho = 0{,}017 мкОм \cdot м$

$S = 1мм^2,$

$H = 178A/м.$

$U - ?$

Решение:

Напряжённость в центре кругового тока $H = \frac{I}{2r}$ (1) . В конце проволоки приложена разность потенциалов $U = IR$ (2) где сопротивление проволоки $R = \rho\frac{l}{S}$ (3) длина проволоки $l = 2\pi r$ найдём $r = \frac{I}{2H}$ (5) . Решая совместно уравнение (2)-(5), получим

$$U = \frac{\pi\rho I^2}{HS} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}017 \cdot 400}{178 \cdot 10^{-6}} = 0{,}12B$$

Ответ: $U = 0{,}12B$

Пример 2. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром $d = 0{,}8$*мм.* Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточной, найти напряжённость Н магнитного поля внутри катушки при токе $I = 1A$..

Дано: $d = 0{,}8$*мм.*; $I = 1A.$; $H = ?$

Решение:

Внутри катушки напряжённость поля $H = In$ $n -$ число витков на единицу длины, равное $\frac{1}{d}$. Отсюда

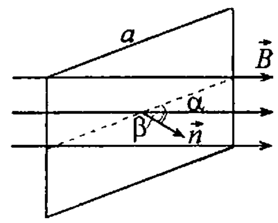
$$H = \frac{I}{d} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25кА/м.$$

Ответ: $H = 1{,}25кА/м$

Пример 3. В однородном магнитном поле напряжённостью $H = 79{,}6кА/м$ помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 45^0$. Сторона рамки $a = 4см.$ Найти магнитный поток Ф, пронизывающий рамку.

Дано: $H = 79{,}6кА/м$; $\alpha = 45^0$; $\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}\,гн/м$; $a = 4см.$; $\varPhi - ?$

Решение:



Магнитный поток $\varPhi = \vec{B}\vec{S} = BS\cos\beta$, где $\beta -$ угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости рамки. Имеем $S = a^2$; $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$, $B = \mu\mu_0 H$. Отсюда

$$\varPhi = \mu\mu_0 a^2 \cos 45^0$$

$$\varPhi = 1 \cdot 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 16 \cdot 10^{-4}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 113 \cdot 10^{-6}\,Вб.$$

Ответ: $\varPhi = 113 \cdot 10^{-6}\,Вб.$

Пример 4. Сколько ампер-витков потребуется для того, чтобы внутри соленоида малого диаметра и длиной $l = 30см$ объемная плотность энергии магнитного поля была равна $W_0 = 1{,}75Дж/м^3$? . Найти ёмкость этого конденсатора.

Дано: $l = 30см$; $\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}\,гн/м$

Решение:

Объемная плотность энергии $W_0 = \frac{HB}{2}$ (1).

$W_0 = 1{,}75\,Дж/м^3$

$IN = ?$

Напряжённость магнитного поля соленоида, которой в данных условиях можно считать бесконечно длинным, определяется соотношением $H = In = \frac{IN}{l} - (2),.\, IN -$ искомое число ампер-витков. Поскольку $B = \mu\mu_0 H$ то уравнение (1) можно записать в виде $W_0 = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ или, с учётом (2) , $W_0 = \frac{\mu\mu_0 (IN)^2}{2l^2}$ откуда $IN = \sqrt{\frac{2W_0 l^2}{\mu\mu_0}}$

$$IN = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}75 \cdot 900 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 12{,}57 \cdot 10^{-7}}} = 500\,А \cdot в$$

Ответ: $IN = 500\,А \cdot в$

Пример 5. Длина железного сердечника тороида $l_1 = 1м$, длина воздушного зазора $l_2 = 1см$. Площадь поперечного сечения сердечника $S = 25см^2$. ампер - витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi = 1{,}4мВб$ 0 если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 800$? (Зависимость В от Н для железа неизвестна.)

Дано:

$l_1 = 1м$

$l_2 = 1см$

$\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}\,гн/м$

$S = 25см^2$

$\Phi = 1{,}4мВб$

$\mu = 800$

$IN = ?$

Решение:

Если тороид имеет воздушный зазор, то магнитный поток $\Phi = \frac{IN}{\frac{l_1}{S\mu_0\mu_1} + \frac{l_2}{S\mu_0\mu_2}}$ или $\Phi = \frac{INS\mu_0\mu_1\mu_2}{l_1\mu_2 + l_2\mu_1}$. откуда

$$IN = \frac{\Phi(l_1\mu_2 + l_2\mu_1)}{S\mu_0\mu_1\mu 2} . \quad IN = \frac{1{,}4 \cdot 10^{-3}(1 \cdot 800 + 0{,}01 \cdot 1)}{25 \cdot 10^{-4} 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 800} = 5 \cdot 10^3\,А \cdot в$$

Ответ: $D = 3см$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Найти магнитную индукцию В в замкнутом железном сердечнике тороида длиной $l = 20{,}9см$, , если число ампер витков обмотки тороида $IN = 1500А \cdot в$. Какова магнитная проницаемость μ материала сердечника при этих условиях?

2) Длина железного сердечника тороида $l_1 = 1м$, длина воздушного зазора $l_2 = 3см$. Число витков в обмотке тороида $N = 2000$. Найти напряженность магнитного поля H_2 в воздушном зазоре при токе $I = 1А$ в обмотке тороида.

3) Железный образец помещён в магнитное поле напряжённостью $H = 796 А/м$ Найти магнитную проницаемость μ железа.

4) Рамка, площадью которой $S = 16 см^2$, вращается в однородном магнитном поле с частотой $n = 2 с^{-1}$. Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярно к направлению магнитного поля. Напряжённость магнитного поля $H = 79{,}6 кА/м$. Найти зависимость магнитного потока Ф, пронизывающего рамку, от времени t и наибольшее значение $Ф_{мах}$ магнитного потока.

5) Конденсатор ёмкостью $C = 10 мкФ$ периодически заряжается от батареи с э.д.с. $\varepsilon = 120 В$ и разряжается через соленоид длиной $l = 10 см$. Соленоид имеет $N = 200$ витков. Среднее значение напряжённости магнитного поля внутри соленоида $H = 240 А/м$. С какой частотой n происходит переключение конденсатора ? Диаметр соленоида считать малым по сравнению с его длинной.

6) Конденсатор ёмкостью $C = 10 мкФ$ периодически заряжается от батареи с э.д.с. $\varepsilon = 100 В$ и разряжается через катушку в форме кольца диаметром $D = 10 см$, причём плоскость кольца совпадает с плоскостью магнитного меридиана . Катушка имеет $N = 32$ витка. Помещенная в центре катушки горизонтальная магнитная стрелка отклоняется на угол $\alpha = 45^0$. Переключение конденсатора происходит с частотой $n = 100 с^{-1}$. Найти из данных этого опыта горизонтальную составляющую H_τ напряжённости магнитного поля Земли.

16 Занятие. Законы Ампера и Лоренса.

На элемент dl проводника с током , находящихся в магнитном поле, действует сила Ампера

$$dF = BI \sin\alpha dl$$

где α - угол между направлениями тока и магнитного поля.

На замкнутый контур с током , а также на магнитную стрелку в магнитном поле действует пара сил с вращающим моментом

$$M = pB \sin\alpha$$

где p - магнитный момент контура стоком (или магнитной стрелки) и α - угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости контура (или осью стрелки) .

Магнитный момент контура с током

$$p = IS$$

где S - площадь контура , так что

$$M = ISB \sin\alpha$$

Два параллельных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_1 взаимодействует между собой с силой

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

где l - длина проводников и d - расстояние между ними.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле

$$A = Id\Phi$$

где $d\Phi$ - поток магнитной индукции , пересечённый проводником при его движении.

Сила , действующая на заряжённую частицу, движущаяся со скоростью ϑ в магнитном поле , определяется формулой Лоренца

$$F = qB\vartheta \sin\alpha$$

где q - заряд частицы и α - угол между направлениями скорости частицы и магнитного поля.

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Катушка гальванометра , состоящая из $N = 400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длинной $l = 3см$ и шириной $b = 2см$, подвешена на нити в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1 Тл.$ По катушке течёт ток $I = 0.1 мкА.$ Найти вращающий момент М , действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки: а) параллельна направлению магнитного поля; б) составляет угол $\alpha = 60^0$ с направлением магнитного поля.

Дано:

$N = 400$
$l = 3см$
$b = 2см$
$B = 0{,}1 Тл.$
$I = 0.1 мкА.$
$\alpha = 90^0$
$\alpha = 60^0$

Решение:

На каждый виток катушки действует вращающий момент $M_0 = BIS \sin\alpha.$ Тогда на всю катушку действует врашяющий момент $M = NBIS \sin\alpha.$ Площадь одного витка $S = lb$

а) $M = BIlbN \sin\frac{\pi}{2} = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 400 \cdot 1 = 2{,}4 \cdot 10^{-9} H \cdot м$

б)

$M = ?$

$$M = BIlbN\sin 60^0 = 0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 3\cdot 10^{-2}\cdot 400\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}2\cdot 10^{-9}\,H\cdot м$$

Ответ: $M = 2{,}4\cdot 10^{-9}\,H\cdot м$ $\quad M = 1{,}2\cdot 10^{-9}\,H\cdot м$

Пример 2. В однородном поле с индукцией $B = 0{,}5Тл$ движется равномерно проводник длинной $l = 10см.$. По проводнику течёт ток $I = 2A.$ Скорость движения проводника $\vartheta = 20см/с$ и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу А перемещения проводника за время $t = 10с$ и мощность Р , затраченную на это перемещение.

Дано:

$B = 0{,}5Тл$

$l = 10см$

$I = 2A$

$\vartheta = 20см/с$

$t = 10с$

$A = ?\ P = ?$

Решение:

Работа по перемещению проводника с током в электрическом поле $dA = Id\Phi.$ Магнитный поток , пересечённый проводником при его движении, $d\Phi = BS\cos\alpha,$ где площадь $S,$ покрктая проводником за время t: $S = lvt.$ Тогда $A = IBlvt\cos 0^0 = 2\cdot 0{,}5\cdot 0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 10\cdot 1 = 0{,}2Дж$ Затраченная мощность $P = \frac{A}{t} = \frac{0{,}2}{10} = 20мВт.$

Ответ: $A = 0{,}2Дж\ P = 20мВт.$

Пример 3. Найти магнитный поток Ф, пересекаемый радиусом ab диска А за время $t = 1мин$ вращения. Радиус диска $R = 10см.$ Индукция магнитного поля $B = 0{,}1Тл.$ Диск вращается с частотой $\nu = 5{,}3с^{-1}.$

Дано:

$t = 1мин$

$R = 10см.$

$B = 0{,}1Тл.$

$\nu = 5{,}3с^{-1}.$

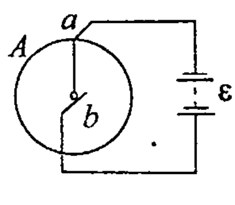
$\Phi - ?$

Решение:

Угол, на которой повернется диск за время t при равномерном вращении с частотой ν, равен $\varphi = \omega t = 2\pi\nu t.$ Из геометрии площадь кругового сектора

$$S = \frac{\pi R^2\alpha}{360^0} = \frac{\pi R^2\varphi}{2\pi} = \frac{R^2\varphi}{2} = R^2\pi\nu t$$

Следовательно, магнитный поток через площадь S за время t равен $\Phi = BS = BR^2\pi\nu t = 0{,}1\cdot 0{,}01\cdot 3{,}14\cdot 5{,}3\cdot 60 = 1Вб$



Ответ: $\Phi = 1Вб.$

Пример 3. Электрон ускоренный разностью потенциалов $U = 300B,$ движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии

$a = 4мм$ от него. Какая сила F действует на электрон , если по проводнику пустить ток $I = 5A$?

Дано:

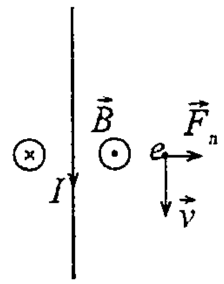
$U = 300B$

$a = 4мм$

$I = 5A$

$F - ?$

Решение:



Со стороны магнитного поля, создаваемого проводником с током, на электрон действует сила Лоренца $\vec{F} = -q\left[\vec{\vartheta}\vec{B}\right]$ Направление силы Лоренца определяется по правилу векторного произведения векторов. В скалярном виде $\vec{F} = q\vartheta B\sin\alpha - (1)$ индукция магнитного поля проводника с током $B = \dfrac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} - (2)$

Кинетическая энергия электрона, прошедшего разность потенциалов U равна $\dfrac{m\vartheta^2}{2} = eU$ откуда $\vartheta = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}} - (3)$ Подставляя (2) и (3) в (1) , получим

Ответ: $F = 4{,}12 \cdot 10^{-16} H.$

Пример 5. Найти кинетическую энергию W (в электронвольтах) протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R = 60см$ в магнитном поле с индукцией $B = 1Тл.$

Дано:

$R = 60см$

$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл$

$m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг$

$B = 1Тл.$

$W - ?$

Решение:

На протон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца $\vec{F} = -q\left[\vec{\vartheta}\vec{B}\right] - (1)$. По скольку протон движется по окружности без поступательного движения, следовательно, вектор $\vec{F}$ перпендикулярен вектору $\vec{\vartheta}$, а следовательно, и вектору $\vec{B}.$ Тогда уравнение (1) можно записать в скалярном виде $F = qB\vartheta - (2)$. Чтобы протон удержался на круговой орбите, требуется выполнение равенства $F = ma_n = m\dfrac{\vartheta^2}{R} - (3).$

Приравнивая (2) и (3), получим $qB\vartheta = m\dfrac{\vartheta^2}{R}$ откуда скорость протона $\vartheta = \dfrac{qBR}{m} - (4)$. Кинетическая энергия протона равна

$$W = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{q^2B^2R^2}{2m} = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 1 \cdot 0{,}36}{2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 0{,}28 \cdot 10^{-4}\ Дж$$

Ответ: $W = 0{,}28 \cdot 10^{-4}\ Дж$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Электрон влетает в однородном магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона $\vartheta = 4 \cdot 10^7\ м/с$. Индукция магнитного поля $B = 1мТл$. Найти тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения электрона в магнитном поле.

2) Протон и электрон, двигается с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

3) На фотографии, полученной в камере Вильсона, траектория электрона в однородном магнитном поле представляет собой дугу окружности радиусом $R = 10см$. Индукция магнитного поля $B = 10мТл$. Найти энергию электрона W (в электрон вольтах).

4) Заряжённая частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью $\vartheta = 10^6\ м/с$. Индукция магнитного поля $B = 0{,}3Тл$. Радиус окружности $R = 4см$. Найти заряд q частицы, если известно, что её энергия $W = 12кэВ$.

5) Протон и $\alpha -$ частица влетают в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению их движения. Во сколько раз период обращения T_1 протона в магнитном поле больше периода обращения T_2 $\alpha -$ частица

6) Найти отношение $\frac{q}{m}$ для заряжённой частицы, если она, влетая со скоростью $\vartheta = 10^6\ м/с$ в однородное магнитное поле напряжённостью $H = 200кА/м$, движется по дуге окружности радиусом $R = 8{,}3см$. Направление скорости движения частицы перпендикулярно к направлению магнитного поля. Сравнить найденное значение со значением $\frac{q}{m}$ для электрона, протона и $\alpha -$частица .

17 Занятие. Явление электромагнитной индукции.

При протекании тока I вдоль проводящий пластины , помещённый перпендикулярно магнитному полю, возникает поперечная разность потенциалов

$$U = K\frac{IB}{a} = \frac{IB}{nea}$$

где a - толщина пластины, B - индукция магнитного поля $K = \frac{1}{ne}$ – постоянная Холла, обратная концентрации n носителей тока и их заряду e.

Зная К и удельную проводимость материала $\sigma = \frac{1}{\rho} = neu,$ можно определить подвижность носителей тока u .

Явления электромагнитной индукции заключается в появлении в контуре э.д.с индукции при всяком изменении потока магнитной индукции Ф сквозь поверхность, охватываемую контуром. Величина ε э.д.с. индукции определяется уравнением

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Изменение потока магнитной индукции может достигается изменением силы тока в самом контуре (явление самоиндукции). При этом э.д.с. самоиндукции определяется формулой

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}.$$

где L - индуктивность (коэффициент самоиндукции) контура.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS,$$

где l - длина соленоида , S - площадь его поперечного сечения , n - число витков на единицу длины .

Вследствие явления самоиндукции сила тока в цепи при выключении э.д.с. спадает по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},$$

а при включении э.д.с. сила тока нарастает по закону

$$I = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t}),$$

где R - сопротивление цепи.

Магнитная энергия контура с током

$$W = \frac{1}{2}LI^2.$$

Изменение потока индукции может достигаться также изменением силы тока в соседнем контуре (явление взаимной индукции). При этом индуцируемая э.д.с.

$$\varepsilon = -L_{12}\frac{dI}{dt}.$$

где L_{12} - взаимная индуктивность контуров .

Взаимная индуктивность двух соленоидов, пронизываемых общим магнитным потоком , равна

$$L_{12} = \mu\mu_0 n_1 n_2 S l,$$

где n_1 и n_2 - число витков на единицу длины этих соленоидов.

Количество электричество, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нём индукционного тока, равна

$$dq = -\frac{1}{R} d\Phi$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Скорость самолёта с реактивным двигателем $\vartheta = 950 км/ч.$ Найти э.д.с. индукции ε, возникающую на концах крыльев такого самолёта, если вертикальная составляющая напряжённости земного магнитного поля $H = 39{,}8 А/м$ и размах крыльев самолёта $l = 12{,}5 м.$

Дано:

$\vartheta = 950 км/ч.$
$H = 39{,}8 А/м$
$l = 12{,}5 м.$

$\varepsilon - ?$

Решение:

Согласно закону Фарадея $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} - (1)$, где изменение магнитного потока $\Delta\Phi = BS\sin\alpha$ или , поскольку $\alpha = 90^0$, $\Delta\Phi = BS - (2)$. Т.к. магнитная индукция $B = \mu\mu_0 H$, а площадь , перекрываемая крилями самолёта за время Δt, равна $\Delta S = \vartheta l \Delta t$, то из (2) получим $\Delta\Phi = \mu\mu_0 H \vartheta l \Delta t$. Тогда из (1) $\varepsilon = \frac{\mu\mu_0 H \vartheta l \Delta t}{\Delta t} = \mu\mu_0 H \vartheta l.$ Подставляя числовые данные, получим $\varepsilon = \frac{1 \cdot 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 39{,}8 \cdot 950 \cdot 10^3 \cdot 12{,}5}{3600} = 0{,}165 В$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}165 В$

Пример 2. В магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}05 Тл$, вращается стержень длинной $l = 1 м$ с угловой скоростью $\omega = 20 рад/с.$ Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найти э.д.с. индукции ε, возникающую на концах стержня.

Дано:

$B = 0{,}05 Тл,$
$l = 1 м$
$\omega = 20 рад/с.$

$\varepsilon - ?$

Решение:

Согласно закону Фарадея $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} - (1)$, где изменение магнитного потока $\Delta\Phi = BS\sin\alpha$ или , поскольку $\alpha = 90^0$, $\Delta\Phi = B\Delta S.$ За один оборот стержень пересекает площадь $S = \pi l^2$ за время $\Delta t = t.$ Тогда магнит поток, пересекаемый стержнем за один оборот , $\Phi = B\pi l^2$, а возникающая на концах стержня э.д.с. $\varepsilon = \frac{B\pi l^2}{t} = B\pi l^2 n = \frac{Bl^2\omega}{2}$ Подставляя числовые данные, получим $\varepsilon = \dfrac{0{,}05 \cdot 1 \cdot 20}{2} = 0{,}5B$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}5B$

Пример 3. На соленоид длинной $l = 20 см$ и площадью поперечного сечения $S = 30 см^2$ надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идёт ток $I = 3A.$ Какая средняя э.д.с. $\varepsilon_{ср}$ индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $t = 1 мс$?

Дано:

$l = 20 см$

$t = 1 мс$

$N = 320$

$S = 30 см^2$

$I = 3A.$

$\varepsilon_{ср} - ?$

Решение:

Имеем $\varepsilon_{ср} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{\Delta BS}{\Delta t}$. Поскольку $\Delta B = B_2 - B_1$, , где $B_2 = 0,$ а $B_1 = \dfrac{\mu\mu_0 NI}{l},$ а $\Delta t = t = 1 мс,$ то

$$\varepsilon_{ср} = \frac{\mu\mu_0 NS^2}{lt} = \frac{12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 320 \cdot 900 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}} = 18 мB$$

Ответ: $\varepsilon_{ср} = 18 мB$

Пример 4. Какая средняя э.д.с. $\varepsilon_{ср}$ индуцируется в витке , если соленоид, рассмотренный в предыдущей задаче , имеет железный сердечник?

Дано:

$l = 20 см$

$t = 1 мс$

$N = 320$

$S = 30 см^2$

$I = 3A.$

$\varepsilon - ?$

Решение:

Напряжённость магнитного поля внутри соленоида не зависит от наличия сердечника и равна $H = \dfrac{NI}{l} = \dfrac{320 \cdot 3}{20 \cdot 10^{-2}} = 4800 A/м.$

$B = \dfrac{\mu\mu_0 NI}{l} = 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 4800 = 1{,}7 Тл$ Тогда $\mu = \dfrac{B}{\mu_0 H} = \dfrac{1{,}7}{12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 4800} = 265$. Подставляя в выражение для ε из предыдущей задачи значение μ , найдём

$$\varepsilon = \frac{\mu\mu_0 NS^2}{lt} = \frac{265 \cdot 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 320 \cdot 900 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}} = 4{,}8B$$

Ответ: $\varepsilon = 4{,}8B$

Пример 5. Катушка длинной $l = 20 см$ имеет $N = 400$ витков. Площадь поперечного сечения катушки $S = 9 см^2$. Найти индуктивность L_1 катушки. Какова будет индуктивность L_2 катушки, если внутрь катушки введен железный сердечник? Магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 400.$

Дано:

$l = 20см$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 = 400.$

$N = 400$

$S = 9см^2.$

$L_1 - ?\ L_2 - ?$

Решение:

Индуктивность катушки определяется выражением $L = \mu\mu_0 \dfrac{N^2 S}{l}$. Учитывая, что магнитная проницаемость воздуха $\mu = 1$ получим

$$L_1 = \frac{1 \cdot 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 16 \cdot 10^4 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-2}} = 0{,}9 \cdot 10^{-3}\ Гн.$$

$$L_2 = \frac{400 \cdot 12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 16 \cdot 10^4 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-2}} = 0{,}36 Гн$$

Ответ: $L_1 = 0{,}9 \cdot 10^{-3}\ Гн\ L_2 = 0{,}36 Гн$

Примеры для самостоятельной работы.

1) Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки ,поперечное сечение которой $S = 1мм^2$. Длина соленоида $l = 25см$; сопротивление $R = 0{,}2Ом.$ Найти индуктивность L соленоида.

2) Катушка длинной $l = 20см$ и диаметром $d = 3см$ имеет $N = 400$ витков. По катушке идет ток $I = 2A.$ Найти индуктивность L катушки и магнитной поток Ф, пронизывающий площадь её поперечного сечения.

3) Сколько витков проволоки диаметром $d = 0{,}6см$ имеет однослойная обмотка катушка , индуктивность которой $L = 1мГн$ и диаметр $D = 4см$? Витки плотно прилегают друг к другу.

4) Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения $S = 20см^2$ и число витков $N = 500$. Индуктивность катушки с сердечником $L = 0{,}28Гн$ при токе через обмотку $I = 5A.$ Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника.

5) Соленоид длинной $l = 50см$ и площадью поперечного сечения $S = 2см^2$ имеет индуктивность $L = 0{,}2мkГн$. При каком токе I объёмная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $W_0 = 1мДж/м^3$?

6) Площадь поперечного сечения соленоида с железным сердечником $S = 10см^2$ длина соленоида $l = 1м.$ Найти магнитную проницаемость μ материала сердечника , если магнитный поток, пронизывающий поперечного сечение соленоида, $Ф = 1{,}4мВб.$ Какому току I , текущему через соленоид, соответствует этот магнитный поток, если известно, что индуктивность соленоида при этих условиях $L = 0{,}44Гн$?

18 Занятие. Электромагнитные колебания. Переменный ток.

Период T электромагнитных колебаний в контуре , состоящем из ёмкости C , индуктивности L и сопротивление R, определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}}.$$

Если сопротивление контура настолько мало , что

$$(\frac{R}{2L})^2 << \frac{1}{LC},$$

то период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Если сопротивление контура R не равна нулю, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временном по закону

$$U = U_0 e^{-\delta t}\cos\omega t,$$

если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшей разности потенциалов на обкладках конденсатора. Здесь $\delta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания. Величина $\chi = \delta T$ называется логарифмическим декрементом затухания.

Если $\delta = 0,$ то колебания будет незатухающими и тогда можно написать

$$U = U_0 \cos\omega t.$$

Если же время отсчитывать от момента , когда разность потенциалов на обкладках конденсатора равна нулю, то будет справедливым соотношением

$$U = U_0 \sin\omega t.$$

Закон Ома для переменного тока записывается в виде

$$I_{эф} = \frac{U_{эф}}{Z}$$

где $I_{эф}$ и $U_{эф}$- эффективные значения силы тока и напряжения, связаны с их амплитудными значениями I_0 и U_0соотношениями

$$I_{эф} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U_{эф} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

а Z - полное сопротивление цепи. Если цепь содержит активное сопротивление R, ёмкость C и индуктивность L, соединение последовательно, то

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$$

При этом сдвиг фаз между напряжением и силой тока определяется формулой

$$tg\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Формулы для полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз φ для различных способов включения R, C и L дана в таблице

№	Z	$tg\varphi$
1.	$\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$	$\frac{1}{R\omega C}$
2.	$\frac{R}{\sqrt{R^2\omega^2 C^2 + 1}}$	$-R\omega C$
3.	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{\omega L}{R}$
4.	$\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$	$\frac{R}{\omega L}$
5.	$\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})}$	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Катушка ,обладающая активным сопротивлением R и индуктивностью L, в цепи переменного тока соответствует последовательно включённым R и L. Конденсатор с утечкой ,т.е. конденсатор , обладающий ёмкостью C и активным сопротивлением R, соответствует параллельно включённым R и C.

Мощность переменного тока

$$P = I_{эф} U_{эф} \cos\varphi$$

Решаемые задачи в аудитории.

Пример 1. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкость $C = 888 nФ$ и катушки с индуктивностью $L = 2 мГн$ На какую длину волны λ настроен контур1?

Дано:

$C = 888 nФ$

$L = 2 мГн$

$\lambda - ?$

Решение:

По формуле Томсона период электромагнитных колебаний в контуре $T = 2\pi\sqrt{LC} - (1)$. Длина волны , на которую настроен контур, $\lambda = cT - (2)$. Подставляя (1) в (2) получаем

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 888 \cdot 10^{-12}} = 2512 м$$

Ответ: $\lambda = 2512 м$

Пример 2. На какой диапазон длин волн можно настроить калебательный контур, если его индуктивность $L = 2мГн$, а ёмкость может меняться от $C_1 = 69пФ$ до $C_2 = 533пФ$?

Дано:

$L = 2мГн,$
$C_1 = 69пФ$
$C_2 = 533пФ$

$\lambda_1 = ?\ \lambda_2 = ?$

Решение:

Длина волны, на которую можно настроить контур $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$.Подставляя в формулу значения ёмкостей C_1 и C_2 получаем диапазон длин волн от

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 2\cdot 3{,}14\cdot 3\cdot 10^8\sqrt{2\cdot 10^{-3}\cdot 69\cdot 10^{-12}} = 700м$$

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 2\cdot 3{,}14\cdot 3\cdot 10^8\sqrt{2\cdot 10^{-3}\cdot 533\cdot 10^{-12}} = 1946м$$

Ответ: $\lambda_1 = 700м\ \lambda_2 = 1946м$

Пример 3. Катушка длиной $l = 50см$ и площадью поперечного сечения $S = 10м^2$ включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50Гц.$ Число витков катушки $N = 3000.$ Найти сопротивление R катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^0.$

Дано:

$l = 50см$
$S = 10м^2$
$\nu = 50Гц.$
$N = 3000.$
$\varphi = 60^0.$

$R - ?$

Решение:

Сдвиг фаз между напряжением и током определяется формулой $tg\varphi = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} - (1).$ Поскольку цепь не содержит конденсатора, то формула (1) примет упрощенный вид $tg\varphi = \dfrac{\omega L}{R} - (2).$ Циклическая частота колебаний связана с обычной соотношением $\omega = 2\pi\nu - (3).$ Подставляя (3) в (2), получаем $tg\varphi = \dfrac{2\pi\nu L}{R} - (4)$ Индуктивность катушки $L = \mu\mu_0 n^2 lS - (5),$ где $n = \dfrac{N}{l} - (6) -$ число витков на единицу длины. Подставляя(6) в (5), получаем $L = \dfrac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} - (7),$ затем подставляя (7) в (4), находим $tg\varphi = \dfrac{2\pi\nu\mu\mu_0 N^2 S}{Rl},$ откуда активное сопротивление катушки $R = \dfrac{2\pi\nu\mu\mu_0 N^2 S}{ltg\varphi} = \dfrac{2\cdot 3{,}14\cdot 50\cdot 12{,}57\cdot 10^{-7}\cdot 9\cdot 10^6\cdot 10}{50\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}73} = 4{,}1Ом$

Ответ: $R = 4{,}1Ом$

Пример 4. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением $U = 440В$ и частотой $\nu = 50Гц.$ Какую ёмкость С должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток $I = 0{,}5A$ и падение потенциала на ней было равным $U_л = 110B$?

Дано:

$U = 440B$
$\nu = 50Гц.$
$I = 0{,}5A$
$U_л = 110B$

$C = ?$

Решение:

Ток, протекающий через лампочку $I = \frac{U_л}{R_л} - (1)$, С другой стороны $I = \frac{U}{\sqrt{R^2{}_л + \frac{1}{4\pi^2\nu^2C^2}}} - (2)$. Из (1) имеем $R_л = \frac{U_л}{I} - (3)$, Возведя (3) в квадрат и

подставляя в (2) получим $I = \frac{U}{\sqrt{\frac{U^2{}_л}{I^2} + \frac{1}{4\pi^2\nu^2C^2}}}$ откуда после преобразований находим ёмкость конденсатора $C = \frac{I}{2\pi\nu\sqrt{U^2 - U^2{}_л}} = \frac{0{,}5}{2\cdot 3{,}14\cdot 50\sqrt{(440)^2 - (110)^2}} = 3{,}74мкФ.$

Ответ: $C = 3{,}74мкФ$

Пример 5. Конденсатор ёмкостью $C = 1мкФ$ и резистор сопротивлением $R = 3кОм$ включены в цепь переменного тока частотой $\nu = 50Гц.$ Найти полное сопротивление Z цепи , если конденсатор и резистор включены: а) последовательно : б) параллельно.

Дано:

$C = 1мкФ$
$R = 3кОм$
$\nu = 50Гц.$

$Z - ?$

Решение:

Если конденсатор и резистор включены в цепь последовательно, то полное сопротивление цепи равно $Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} - (1)$, где $\omega = 2\pi\nu - (2)$ Подставляя (2) в (3), получим.

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + 4\pi^2\nu^2C^2R^2}} = \frac{3\cdot 10^3}{\sqrt{1 + 4\cdot(3{,}14)^2\cdot(50)^2\cdot 10^{-12}\cdot 9\cdot 10^6}} = 2{,}18кОм\ .$$

Ответ: $Z = 2{,}18кОм$

Примеры для самостоятельной работы.

1) В цепь переменного тока напряжением $U = 220B$ и частотой $\nu = 50Гц$ включены последовательно ёмкость $C = 35{,}4мкФ$, сопротивление $R = 100Ом$ и

индуктивность $L = 50 Гн$. Найти ток I в цепи и падения U_C, U_R, U_L на ёмкости , сопротивлении и индуктивности.

2) Индуктивность $L = 22{,}6 мГн$ и сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50 Гц$. Найти сопротивление R , если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^0$.

3) Активное сопротивление R и индуктивность L соединены параллельно и включены в цепь переменного тока напряжением $U = 127 B$ и частотой $\nu = 50 Гц$. Найти сопротивление R и индуктивность L, если известно что цепь поглощает мощность $P = 404 Вт$ и сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^0$.

4) В цепь переменного тока напряжением $U = 220 B$ включены последовательно ёмкость С, частотой $\nu = 50 Гц$ включены последовательно ёмкость $C = 35{,}4 мкФ$, сопротивление R и индуктивность L . Найти падение напряжения U_R на сопротивлении, если известно, что падения на конденсаторе $U_C = 2U_R$, на индуктивности $3U_R = U_L$.

5) Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением $U = 440 B$ и частотой $\nu = 50 Гц$. Какую ёмкость С должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток $I = 0.5 A$ и падение потенциала на ней было равны $U_л = 110 B$?

6) Конденсатор ёмкостью $C = 20 мкФ$ и резистор, сопротивлением которого $R = 150 Ом$, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50 Гц$. Какую часть напряжения U , приложённого к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе U_C и на резисторе U_R? .

ПРИЛОЖЕНИЕ:

I таблица

Основные физические величины

Физическая величина	**Численное значение**
Постоянная тяготения γ	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг·сек^2
Число молекул в 1 *кмоле* (число Авагадро) N_0	$6{,}025\cdot10^{26}$ кмоль$^{-1}$
Объём 1 *кмоля* идеального газа при нормальных условиях V_0	22,4 м^3
Универсальная газовая постоянная R	$8{,}31\cdot10^3$ Дж/кмоль·град
Постоянная Больцмана *k*	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж /град
Число Фарадея F	$9{,}65\cdot10^7$ к/кг·экв
Постоянная Стефана-Больцмана σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ вт/м^2 град^4
Постоянная Планка h	$6{,}625\cdot10^{-19}$к
Заряд электрона *e*	$1{,}602\cdot10^{-19}$ к
Масса покоя электрона m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$кг$=5{,}49\cdot10^{-4}$ м.а.б. (атомных единиц массы)
Масса покоя протона m_n	$1{,}672\cdot10^{-27}$кг=1,00759 м.а.б
Масса покоя нейтрона m_n	$1{,}675\cdot10^{-27}$кг=1,00899 м.а.б
Скорость распространения света в вакууме	$3{,}00\cdot10^8$ м/сек

Некоторые астрономические величины

Средний радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Средняя плотность Земли	5500 кг/м^{3}
Масса Земли	$5{,}96\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}97\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}3\cdot10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Луны и Земли	$3{,}84\cdot10^{8}$ м
Среднее расстояние между центрами Земли и Солнца	$1{,}5\cdot10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 суток 7 ч 43 мин
Средняя плотность Солнца	1400 кг/м^{3}

III-таблица

Некоторые данные о планетах солнечной системы

	Меркурий	**Венера**	**Земля**	**Марс**	**Юпитер**	**Сатурн**	**Уран**	**Нептун**	**Плутон**
Среднее расстояние от Солнца , млн.км	57,9	108,0	149,5	227,8	777,8	1426,1	2869,1	4495,6	5229
Период обращения вокруг Солнца , земной оси	0,24	0,62	1,0	1,88	11,86	29,46	84,02	164,8	249,7
Экваториальный диаметр, км	4840	12400	12742	6780	139760	115100	51000	50000	-
Объём по отношению к массе Земли	0,055	0,92	1,0	0,150	1345	767	73,5	59,5	-
Масса по отношению к массе Земле	0,054	0,81	1,0	0,107	318,4	95,2	14,58	17,26	-
Ускорение силы тяжести по отношению к ускорению силы тяжести на поверхности Земли (g=980,7 м/сек^2)	0,38	0,85	1,0	0,38	2,64	1,17	0,92	1,14	-

IV таблица

Диаметры атомов и молекул

Гелий (He)	$2 \cdot 10^{-10}$м
Водород (H_2)	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м
Кислород (O_2)	$3 \cdot 10^{-10}$ м
Азот (N_2)	$3 \cdot 10^{-10}$ м

V таблица

Критические значение T_k и P_k

Вещество	**T_k, ^{0}K**	**P_k, атм.**	**$p_k \cdot 10^{-6}$, н/м^2**
Водяной пар	647	217	22,0
Углекислый газ	304	73	7,4
Кислород	154	50	5,07
Аргон	151	48	4,87
Азот	126	33,6	3,4
Водород	33	12,8	1,3
Гелий	5,2	2,25	0,23

VI таблица

Упругость паров воды , насыщающих пространство при разных температурах

t, ^{0} **C**	**p_n, *мм.рт.ст***	t, ^{0} **C**	**p_n, *мм.рт.ст***
-5	3,01	16	13,6
0	4,58	18	15,5
1	4,93	20	17,5
2	5,29	25	23,8
3	5,69	30	31,8
4	6,10	40	55,3
5	6,54	50	92,5
6	7,01	60	149
7	7,71	70	234
8	8,05	80	355
9	8,61	90	526
10	9,21	100	760
12	10,5	150	4,8 атм.
14	12,0	200	15,3 атм.

VII таблица

Удельное теплота испарения воды при разных температурах.

$t, ^0$ C	0	50	100	200
r, кал/г $r \cdot 10^{-5}$, Дж./кг	595 24,9	568 23,8	539 22,6	464 19,4

VIII таблица

Свойства некоторых жидкостей

Жидкость	**Плотность кг/м^3**	**Удельная теплоёмкость при 20^{0}C**		**Коэффициент поверхностного натяжения при 20^{0}C, н/м**
		j/kg · grad	**kal/g · grad**	
Бензол	880	1720	0,41	0,03
Вода	1000	4190	1,0	0,073
Глицерин	1200	2430	0,58	0,064
Касторовое масло	900	1800	0,43	0,035
Керосин	800	2140	0,051	0,03
Ртуть	13600	138	0,033	0,5
Спирт	790	2510	0,6	0,02

IX таблица

Свойства некоторых твёрдых тел.

Вещество	Плотность кг/м^3	Температура плавления, ^{0}C	Удельная теплоёмкость		Удельная теплота плавления, Дж/кг	Коэффициент линейного теплового расширения, град$^{-1}$
			Дк/гk · град	ккал/кг · рад		
Алюминий	2600	659	896	0,214	$3{,}22 \cdot 10^5$	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$
Железо	7900	1530	500	0,119	$2{,}72 \cdot 10^5$	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$
Латунь	8400	900	386	0,092	-	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$
Лёд	900	0	2100	0,5	$3{,}35 \cdot 10^5$	-
Медь	8600	1100	395	0,094	$1{,}76 \cdot 10^5$	$1{,}6 \cdot 10^{-5}$
Олово	7200	232	230	0,055	$5{,}86 \cdot 10^4$	$2{,}7 \cdot 10^{-5}$
Платина	21400	1770	117	0,028	$1{,}13 \cdot 10^5$	$0{,}89 \cdot 10^{-5}$
Пробка	200	-	2050	0,49	-	-
Свинец	11300	327	126	0,030	$2{,}26 \cdot 10^4$	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$
Серебро	10500	960	234	0,056	$8{,}8 \cdot 10^4$	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$
Сталь	7700	1300	460	0,11	-	$1{,}06 \cdot 10^{-5}$
Цинк	7000	420	391	0,093	$1{,}17 \cdot 10^5$	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$

X таблица

Упругие свойства некоторых твёрдых тел.

Вещество	Предел прочности	Модуль Юнга
	н/м	н/м^2
Алюминий	$1{,}1\cdot10^8$	$6{,}9\cdot10^{10}$
Железо	$2{,}94\cdot10^8$	$19{,}6\cdot10^{10}$
Медь	$2{,}45\cdot10^8$	$11{,}8\cdot10^{10}$
Свинец	$0{,}2\cdot10^8$	$1{,}57\cdot10^{10}$
Серебро	$2{,}9\cdot10^8$	$7{,}4\cdot10^{10}$
Сталь	$7{,}85\cdot10^8$	$21{,}6\cdot10^{10}$

XI таблица

Теплопроводность некоторых твёрдых тел

(λ вт/м ·град)

Алюминий	210
Войлок	0,046
Железо	58,7
Кварц плавленый	1,37
Медь	390
Песок сухой	0,325
Пробка	0,050
Серебро	460
Эбонит	0,174

ОГЛАВЛЕНИЕ: