

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA
KOMMUNIKASIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI
TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI**

Himoyaga
kafedra mudiri
_____ Djumanov J.X.
«__» _____ 2016 y.

BAKALAVR BITIRUV ISHI

Mavzu: «Kompyuter tizimlari unumdorligini baholashda Markov zanjirlarini
qo'llash»

Bitiruvchi _____
(imzo)

_____ **Raximov M.A.**
(f.i.o.)

Rahbar _____
(imzo)

_____ **Habirova D.N**
(f.i.o.)

Taqrizchi _____
(imzo)

_____ **Xushvaqtoov S.X.**
(f.i.o.)

HFX
maslahatchisi _____
(imzo)

_____ **Abdullayeva S.M.**
(f.i.o.)

KIRISH

Fan va texnikaning jadal taraqqiyoti, axborot tizimlari, hisoblash texnikasining zamonaviy imkoniyatlari keng qamrovli dolzarb masalalarining qo'yilishi va ularni tezkor hal qilish talablarini qo'ymoqda. Zamon bilan hamnafas bo'lish mutaxassislardan axborot tizimlari, sonli usullar, kompyuter imkoniyatlari bilan bog'liq nazariy ma'lumotlar, amaliy qoidalarni bilishni talab qiladi. Zamonaviy kompyuter tizimlari, ularning dasturiy ta'minoti mutaxassis va amaliyotchilar uchun keng imkoniyatlar yaratadi. Ko'plab amaliy masalalarni yechish algoritmlari kompyuterlar dasturiy ta'minotiga kiritilgan bo'lib, bu dasturlardan foydalanish jarayonlari imkon boricha soddalashtirilgan. Bu asnoda qulaylik bilan birga, zamonaviy dolzarb muammolarni ham keltirib chiqaradi.

Muammo shundaki, ko'plab mutaxassislar uchun kompyuter sirli sandiqqa aylanib, undan mo'jiza kutishadigan bo'lib qolishgan. Lekin uning qa'rida ro'y berayotgan jarayonlar, ularni kim va qanday boshqarayotganini tushunmaydilar, eng yomoni, tushunishni istamaydilar. Vaholanki hech qanday kompyuter, qanchalik tezkor bo'lmasin real fikrlovchi mutaxassisning o'rnini bosa olmaydi.

Har bir sohaning faqat mutaxassisgina baholashi mumkin bo'lgan jihatlari mavjud, matematik modellardagi mavjud bo'lgan umumiyatlar turli sohalar masalalari uchun o'xshash algoritmlardan foydalanish imkoniyatini beradi. Lekin har sohaning talabini algoritmi va dasturda aks etdirish uchun algoritmi ham to'la tasavvur qilish kerak bo'ladi.

Shuning uchun har bir mutaxassis amaliy masalalarni sonli usullar asosida yechish jarayonida matematik modellashtirish, hisoblash eksperimentlari va axborotlarni raqamlashtirish; matematik model asosida qo'yilgan masalalarni yechish algoritmlarini tanlash yoki yaratish; algoritmi asosida dastur tuzish hamda masalani yechish; olingan yechimlarni tahlil qilish, ular asosida hulosalar chiqarish va keyingi bosqichlarni rejalashtirish kabilar haqida tasavvurga ega bo'lishi kerak.

I BOB. Xisoblash jarayonlarini Markov zanjirlari asoslari

1.1. Markov jarayoni va zanjiri tushunchalari

S – ob'yekt va uning holatlari $S_0, S_1, \dots, S_k, S_{k+1}$, berilgan bo'lsin.

$S(t) = \{S_0(t), S_1(t), \dots, S_k(t), S_{k+1}(t), \dots, S_n(t)\}$, bunda t -vaqt. Ta'rif: agar S ob'ektning $t = (k+1)\Delta t$ dagi holati faqat uning $t = k\Delta t$ dagi holatiga bog'liq bo'lsa, bunday jarayon Markov jarayoni deyiladi, ya'ni:

$$P(S = S_{K+1} / S = S_0 \rightarrow S = S_1 \rightarrow \dots \rightarrow S = S_K) = P(S = S_{K+1} / S = S_K), \quad (1.1)$$

P_{ij} – i -holatdan j -holatga o'tish shartli ehtimoli bo'lsin, bunda birinchi indeks oldingi, ikkinchi indeks keyingi holatni ifodalaydi, ya'ni

$$P_{ij} = P(S = S_j / S = S_i), \quad (1.2)$$

O'tish ehtimollari matritsasi quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$P_1 = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1k} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{k1} & P_{k2} & \dots & P_{kk} \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

O'tish ehtimollari matritsasi har bir satri uchun

$$\sum_{j=1}^k P_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (1.4)$$

Bundan, o'tish ehtimollari matritsasining har bir satri o'zaro birgalikda bo'lmagan eelementar hodisalar to'la gruppasi ehtimollarini ifodalashi kelib chiqadi. Bunda hususiyatga ega hodisalar ketma-ketligi Markov zanjiri deyiladi.

$P_{ij}(n)$ ifodacini kiritamiz, masalan $P_{25}(10)$ ifoda sistema 2-holatdan 5-holatga 10 qadamda o'tishini ifodalaydi.

P_{ij} o'tish ehtimollari ma'lum bo'lganda $P_{ij}(n)$, ya'ni tizimning i -holatdan j -holatga o'tishi ehtimolini topish masalasini yechish uchun i – va j – holatlar orasida oraliq r -holat kiritiladi va $P_{ij}(n)$ quyidagicha topiladi:

$$P_{ij}(n) = \sum_{r=1}^k P_{ir}(m) \cdot P_{rj}(n-m), \quad (1.5)$$

$$P_{ij}(1) = P_{ij}, \quad P_{ij}(2) = P_{ij} \cdot P_{ij} = P_{ij}^2, \dots, P_{ij}(n) = P_{ij}^n \quad (1.6)$$

munosabatlarni hosil qilish mumkin.

Misol: berilgan

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} P_{11}(2) & P_{12}(2) \\ P_{21}(2) & P_{22}(2) \end{pmatrix}$$

matritsa topilsin

Yechish:

- $P_2 = P_1^2$ formuladan foydalanamiz:
- $P_2 = P_1 \cdot P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.34 & 0.66 \\ 0.33 & 0.67 \end{pmatrix}$

Xolatlari buyicha diskret va vakt bo'yicha uzluksiz Markov tasodifiy jarayonlari sistemaning xolatdan xolatga utishi tasodifiy vaqt momentlarida o'tishi shartida Markovning uzluksiz zanjiri deyiladi. Masalan, xisoblash tizimining ixtiyoriy qurilmasi avvaldan ma'lum bo'lmagan ixtiyoriy vaqtda ishdan chiqishi mumkin. Bunday sistemalarni modellashtirish uchun uzluksiz Markov zanjirlaridan foydalaniladi.

Vaqt bo'yicha uzluksiz jarayon uchun o'tish extimollari matritsasi

$\| P_{ij} \|$ o'rniga o'tish extimollari zichligi Λ_{ij} qaraladi. Agar $\Lambda_{ij} = \text{const}$ bo'lsa, u xolda jarayon birjinsli deyiladi, aksincha bo'lsa bir jinsli emas deyiladi.

Uzluksiz Markov jarayonlari qaralganda, sistemaning xolatdan xolatga o'tishi ba'zi xodisalar oqimi sifatida qaraladi. Xodisalar oqimi tasodifiy vaqt intervallarida ketma-ket ro'y beradigan birjinsli xodisalar ketma-ketligidir. Bunda, o'tish extimollari zichligi Λ_{ij} mos xodisalar oqimi intensivligini ifodalaydi.

Xolatlari bo'yicha diskret va vakt bo'yicha uzluksiz Markov tasodifiy jarayonlarini o'rganishda xolatlar grafida strelkalar ustida intensivlik Λ_{ij} ko'rsatiladi.

Faraz qilaylik, S sistema $S_0, S_1, \dots, S_n$ chekli xolatlardan tashkil topgan bo'lsin. Sistemada ro'y beradigan tasodifiy jarayon $P_0(t), P_1(t), \dots, P_n(t)$ xolatlar

extimolliklari orqali ifodalanadi, bu yerda $P_j(t)$ S sistemaning t vakt momentida S_j xolatda bo'lishi extimoli ixtiyoriy t uchun quyidagi munosabat o'rinli:

$$\bullet \sum P_j(t) = 1.$$

Xolatlar extimollari $P_j(t)$ quyida keltirilgan Kolmogorov differentsial tenglamalari sistemasini yechish asosida topiladi:

$$\frac{dP_j(t)}{dt} = \sum_{j=1} \Lambda_{ji} P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1} \Lambda_{ij}, \quad (1.7)$$

Bu yerda $i = 0, 1, \dots, n$ - Kolmogorov differentsial tenglamalari sistemasiga asosan xar bir xolat extimollarining vaqt bo'yicha boshqa xolatlardan qaralayotgan oqimga kelayotgan oqimlar extimollari- dan mazkur xolatdan chiqib ketayotgan oqimlar extimollarining ayrilganiga teng.

(1.5) Kolmogorov differentsial tenglamalari sistemasi $P_0(0), P_1(0), \dots, P_n(0)$ – boshlang'ich shartlar asosida sonli usullarni qo'llash asosida yechiladi.

Agar sistemada qaralayotgan jarayon uzoq davom etsa, u xolda extimollarning limiti xaqida so'z yuritiladi:

$$\bullet P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t), \quad (1.8)$$

Bu yerda $i = 1, 2, \dots, n$.

Xolatlarining limit extimolliklari sistemaning boshlang'ich momentda qanday xolatda bo'lganiga bog'liqemas. Bu xolda, sistemada limit statsionar rejim shakllanadi, bunda sistema xolatdan xolatga o'tadi, lekin xolatlar extimollari o'zgarmaydi. Bunday sistemalar va tasodifiy jarayonlar ergodik deyiladi.

Kolmogorov differentsial tenglamalari sistemasini yechish asosida $P_1(t), \dots, P_n(t)$ xolatlar extimolliklari topiladi. Bunda tenglamalar sistemasi quyidagi qo'shimcha shart bilan to'ldiriladi:

$$P_0 + P_1 + \dots + P_n = 1. \quad (1.9)$$

1.2. Amaliy masalalarni yechishda operativ xotiradan foydalanishni tashkil etish.

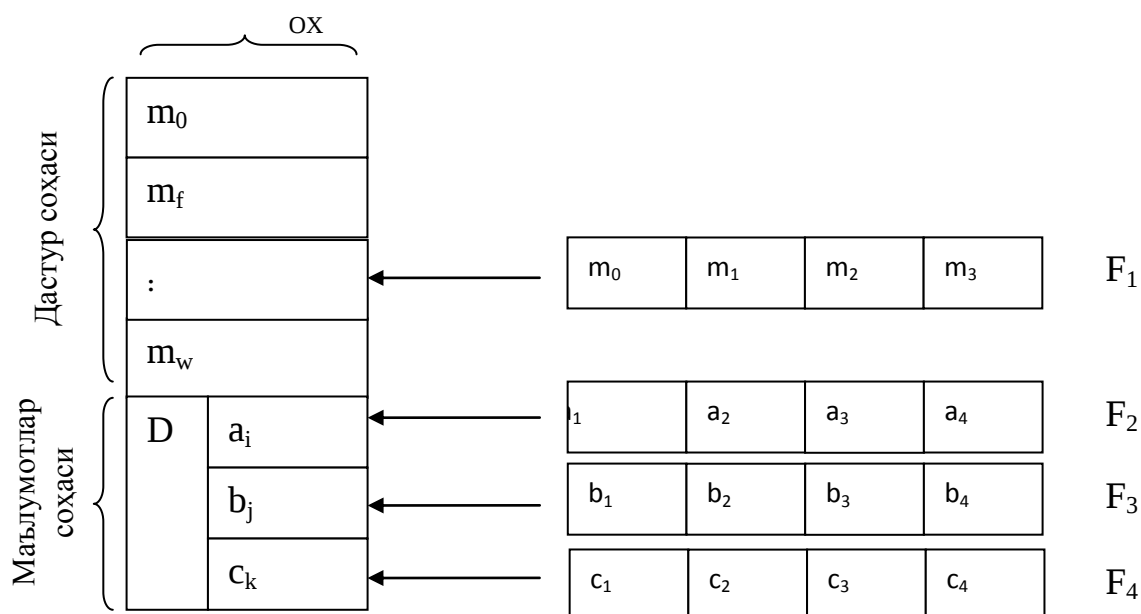
Faraz qilaylik, biror amaliy masalani yechish uchun operativ hotiradan ikki soha-dastur sohasi va ma'lumotlar sohasidan iborat bo'lim ajratilgan bo'lsin.

Dastur sohasi o'z ichiga yuklanuvchi dasturlarni joylashtirish uchun yetarli xotira sig'imiga ega bo'lib, mazkur dasturlar bir vaqtda masala yechish jarayonida operativ xotirada ham qatnashsin.

Bunda, operativ xotira sig'imi chegaralanganligi uchun, dastur operativ xotirada yaxlit joylashmasligi holini ko'ramiz.

$m_0, m_1, m_2, \dots$ –yuklanuvchi modullar bo'lsin.

F1 bosh fayl bo'lsin va F1 da $m_0, m_1, m_2, \dots$ lar fayl sifatida joylashgan bo'lsin.



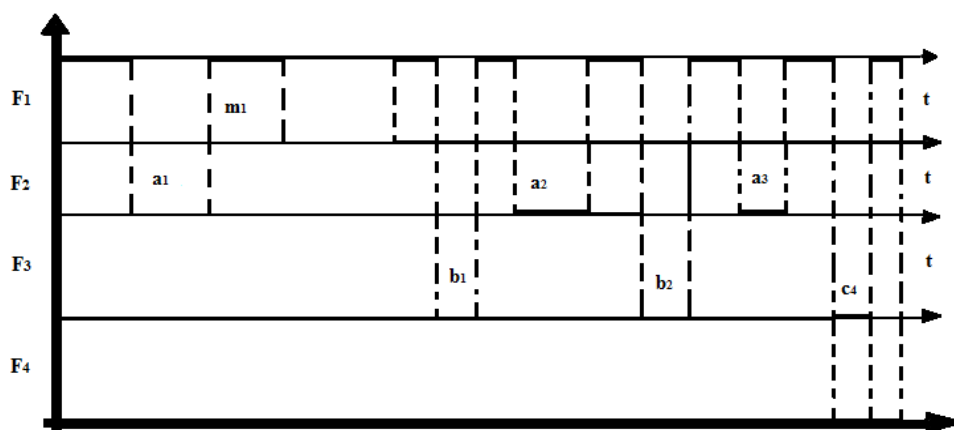
1.1-rasm. Operativ xotirada masala yechish jarayoni.

Aniq masalaga bog'liq ma'lumotlar F_1, F_3, F_4 –fayllarga bo'linadi, ular esa o'z navbatida $a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots, c_1, c_2, \dots$ yozuv (zapis) larga bo'linadi.

Ma'lumotlar sohasida D soha ajratiladi va bu sohada masala yechish jarayonida doimo kerak bo'ladigan ma'lumotlar saqlanadi. F_2, F_3 va F_4

fayllardagi ma'lumotlardan foydalanish operativ xotirada a_i, b_j, c_k — ma'lumotlarni kiritish-chiqarish buferlari orqali murojaat qilinadi.

Dastur ishlashidan avval m_0 modul masala uchun ajratilgan bo'lim boshiga yuklanadi, initsializatsiya qilinadi va shu daqiqadan boshlab dasturning ishlashi quyida vaqt diagrammasiga mos tarzda amalga oshiriladi;



1.2-rasm. Dastur ishlashining vaqt diagrammasi.

Bunda S – ishlov jarayoni

Keltirilgan vaqt diagrammasi asosida xisoblash jarayonini $F_1, F_2, \dots, F_N$ fayllari murojat qilish asosida bajariladigan hisoblashlar va ma'lumotlarni kiritish-chiqarish bosqichlari ketma-ketligi sifatida qaraladi.

Hisoblash bosqichiga mos hisoblash jarayonini $S_0, F_1, F_2, \dots, F_N$ fayllarni yuklash(murojaat)larni $S_1, S_2, \dots, S_N$ lar orqali ifodalaymiz.

S_{N+1} – hisoblash jarayonini tugallash holati bo'lsin. Ana shu belgilashlar asosida hisoblash jarayonini $t_0, t_1, \dots, t_m$ —vaqt momentlaridagi $S_{t_0}, S_{t_1}, \dots, S_{t_m}$ holatlar ketma-ketligi sifatida ifodalash mumkin.

Bunda

$$S_{t_i} \in \{S_0, S_1, \dots, S_i\}, \quad (1.10)$$

$S_{t_m} = S_{N+1}$ bo'lsin.

1.3.Hisoblash jarayonlarini Markov jarayoni sifatida

Faraz qilaylik hisoblash jarayonining keyingi holati faqat uning hozirgi holatigagina bog‘liq bo‘lib, avvalgi holatlariga bog‘liq bo‘lmasin. Bu holda hisoblash jarayonini $\{ S_0, S_1, \dots, S_{n+1} \}$ holatlar bilan aniqlanuvchi Markov jarayoni sifatida qarash mumkin.

O‘tish ehtimollari matritsasi:

$$P = [P_{ij}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_0 & S_1 & S_2 & \dots & S_{h+1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_{h+1} \end{matrix} & \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots & P_{0,H+1} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1,H+1} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2,H+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{H+1,0} & P_{H+1,1} & P_{H+1,2} & \dots & P_{H+1,H+1} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1.11)$$

S_0 - hisoblash boshlang‘ich bosqichi.

Kiritish-chiqarish bosqichi faqat protsessor tarafidan aniqlanadi, ya’ni faqat hisoblash bosqichidan so‘ng boshlanadi.

Shu bilan birga, har bir kiritish-chiqarish bosqichidan so‘ng keyingi hisoblash bosqichi bajariladi.

Bunda, boshlang‘ich holatlar ehtimolliklari:

$(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n+1}) = (1, 0, 0, \dots, 0)$ va o‘tish ehtimollari matritsasi:

$$[P_{ij}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} S_0 & S_1 & S_2 & \dots & S_H & S_{H+1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_H \\ S_{H+1} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & P_{01} & P_{02} & \dots & P_{oH} & P_{0,H+1} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1.12)$$

$P_{01}, P_{02}, \dots, P_{0,n+1}$ - ehtimollar hisoblash jarayonini aniqlaydi va algoritm murakkabligi parametrlariga bog‘liq.

$F_1, F_2, \dots, F_n$ - fayllarga murojaatlar soni asosida algoritm murakkabligi aniqlanadi.

$F_1, F_2, \dots, F_n$ - algoritmlarga murojaatlar soni mos ravishda

$N_1, N_2, \dots, N_n$ bo'lsin.

$N_1 + N_2 + \dots + N_n = N$ bo'lsin.

U holda murojaatlar o'rtacha qiymati:

$$\bar{N} = \sum_{h=1}^H N_h + 1/N \quad (1.13)$$

U holda

$$P_{0,h} = \frac{N_h}{N}, \quad h = 1, 2, \dots, H. \quad (1.14)$$

$$P_{0,H+1} = 1/N. \quad (1.15)$$

Misol. Algoritmning murakkabligi quyidagi parametrlarga bog'liq bo'lsin:

100 mln. operatsiya amalgam oshirilsa

$N_1 = 19$ (F_1 faylga 19 ta murojaat);

$N_2 = 180$ (F_2 faylga 180 ta murojaat);

Hotira [ajmi 2000 bayt va 500 bayt bo'lsa, faylga murojaat uchun mazkur hisoblash jarayonining Markov modelini ko'ramiz.

Hisoblash bosqichlari umumiy soni:

$N = N_1 + N_2 + 1 = 200$.

S_0 holatdan S_1 , S_2 va S_3 holatlarga o'tish ehtimollarini hisoblaymiz;

$$P_{0,1} = \frac{N_1}{N} = \frac{19}{200} = 0.095$$

$$P_{0,2} = \frac{N_2}{N} = \frac{180}{200} = 0.9$$

$$P_{0,3} = \frac{1}{N} = \frac{1}{200} = 0.005.$$

O'tish ehtimollari matritsasi:

	S_0	S_1	S_2	S_3
S_0	0	0.095	0.9	0.005
$P = S_1$	1	0	0	0
S_2	1	0	0	0
S_3	0	0	0	1

Matritsadan F_1 faylga 0,095 ehtimollik bilan, F_2 faylga 0,9 ehtimollik bilan murojaat qilinishi, 0,005 ehtimollik bilan hisoblash jarayoni to'xtashini ko'rish mumkin. Hisoblash bosqichining o'rtacha unumdorligi :

$$\theta_0 = \frac{\theta}{N} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ operatsiyadan iborat.}$$

Shunday qilib Markov jarayoni va zanjiri tushunchalari utish ehtimollari matritsasi urganib chikildi. Bunda utish ehtimollari xar bir satri uzaro birgalikda bulmagan elementar xodisalar tula gruppasini ifodalaydi. Xolatlar ehtimollarini Kolmogorov differensial tenglamalari sistemasini yechish asosida topish maksadga muvofiq. Amaliy masalalarni yechishda operativ xotiradan unumli foydalanish jixatlari urganildi. Dastur soxasidan vakt diagrammasi asosida optimal foydalanish masalalari urganildi. Xisoblash jarayonlarini Markov jarayoni asosida modellashtirish masalasi kurildi. Tizim S_0 holatdan S_1 , S_2 va S_3 holatlarga o'tish ehtimollarini topish algoritmi keltirildi.

II BOB. Markov zanjirlari yordamida kompyuter tarmog'ining modelini yaratish

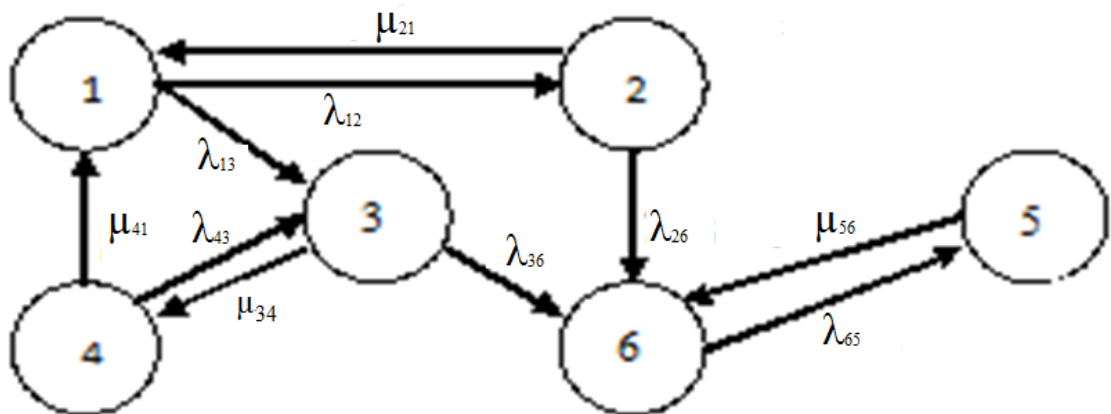
2.1. Kompyuter tizimini graf ko'rinishida ifodalash

Argumenti vaqt t bo'lgan $X(t)$ tasodifiy funksiya tasodifiy jarayon deyiladi. Markov jarayonlari tasodifiy jarayonlarning xususiy xoli bo'lib xisoblanadi. Markov jarayonlari yordamida murakab xisoblash tizimlarini aniq yoki taqriban ifodalash mumkin.

Qandaydir tizimda ro'y berayotgan tasodifiy jarayon Markov jarayoni deyiladi, agar ixtiyoriy vaqt momenti t_0 uchun tizimning kelajakdagi, ya'ni $t > t_0$ dagi xolati uning hozirgi vaqtdagi, ya'ni $t = t_0$ dagi xolatigagina bog'liq bo'lib, uning bu xolatga qanday qilib kelganiga bog'liq bo'lmasa.

Markov jarayonlari $X(t)$ va argument t ning qiymatlari to'plami uzluksizligi yoki diskretligiga bog'liq tarzda turlarga ajratiladi.

Quyida diskret xolatli Markov jarayonlarini qarab chiqamiz, bunday jarayonlarni xolatlar grafi yordamida ifodalash qulaydir (2.1-rasm).



2.1-rasm. Tarmoq holatlari grafi

Bu yerda 1,2,3,4,5,6 kompyuterlar, λ_{ij} , μ_{ij} lar kompyuterlar orasidagi resurslar almashuvi.

2.1-rasmda aylanalar bilan tizim xolatlari, strelka bilan esa xolatdan xolatga mumkin bo'lgan o'tishlar ko'rsatilgan.

Xolatlari va vaqt bo'yicha diskret bo'lgan Markov jarayonlari Markov zanjirlari deyiladi. Bunday jarayon uchun $t_1, t_2, t_3, \dots$, vaqt momentlari jarayonning ketmag'ket qadamlari sifatida qaraladi. Bu xolda tasodifiy jarayon $S(0), S(1), S(2), S(3), \dots$, xolatlar ketma-ketligi bilan ifodalanadi, bunda $S(0)$ tizimning boshlang'ich xolatini bildiradi.

Xolatlar ketmag'ketligini tasodifiy xodisalar ketma-ketligi sifatida qarash mumkin. Agar ixtiyoriy boshlang'ich xolatdan keyingi xolatga o'tish extimoli sistemaning boshlang'ich xolatga qanday kelganiga bog'liq bo'lmasa, bunday tasodifiy xodisalar ketmag'ketligiga Markov zanjiri deyiladi. Bunda boshlang'ich xolat avvaldan beriladi yoki tasodifiy bo'lishi mumkin.

Markov zanjirining xolatlari extimolliklari deb sistemaning k qadamdan keyin $S_i (i=1,2,3,\dots,n)$ xolatda bo'lishi extimoligiga, ya'ni $P_i(k)$ ga aytiladi. Bunda ixtiyoriy k uchun quyidagi munosabat bajariladi :

$$\sum_{i=1}^n P_i(k) = 1 \quad (2.1)$$

Markov zanjirining extimolliklarining boshlang'ich taqsimoti deb, jarayon boshidagi extimolliklarning taqsimoti tushuniladi:

$$P_1(0), P_2(0), P_3(0), \dots, P_n(0). \quad (2.2)$$

Xisoblash tizimi xar bir vaqt momentida n ta xolatdan birortasida bo'lishi mumkin, buni $(n \times n)$ o'lchamli o'tish extimollari matritsasi $\|P_{ij}\|$ orqali berish qulay, bu yerda P_{ij} – sistemaning S_i xolatdan S_j xolatga o'tish extimoli. $\|P_{ij}\|$ matritsa quyidagi xossalarga ega:

1. Xar bir qator sistemaning aniq bir xolatini ifodalaydi, qator elementlari shu xolatning bitta qadamda ixtiyoriy boshqa qatorga o'tishi, jumladan, o'ziga o'tishi extimolini ifodalaydi.

2. Matritsaning jg'ustuni elementlari tizimning bitta qadamda berilgan jg' qadamga mumkin bo'lgan o'tishlarining extimollarini beradi.

3. Xar bir satrdagi extimolliklar yig'indisi birga teng, ya'ni xolatdan xolatga o'tishlar o'zaro birgalikda bo'lmagan xodisalar to'la gruppasini tashkil qiladi.

4. Matritsaning bosh diagonalida P_{ii} extimolliklar joylashgan bo'lib, ular sistemaning joriy xolatda qolishini, ya'ni boshqa xolatga o'tmasligini ifodalaydi.

Agar o'tish extimollari vaqtga(qadam nomeriga) bog'liq bo'lmasa, u xolda bunday Markov zanjiri birjinsli deyiladi. Agar birjinsli zanjir uchun extimolliklarning boshlang'ich taqsimoti va o'tish extimolliklari berilgan bo'lsa, u xolda sistema xolatlari extimolliklarini quyidagi rekkurent formula yordamida xisoblash mumkin:

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^n P_j(k-1) * P_{ji}, \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n) \quad (2.3)$$

Kompyuter tizimini optimallashtirish masalalarini yechishda Markov zanjirlaridan foydalanish maqsadga muvofiq.

Kompyuter tizimini tuzilmasini Markov zanjirlari asosida optimallashtirish maqsadida taxlil etish dolzarb deb xisoblanadi. Bunda kompyuter tarmog'i graf ko'rinishida taqdim etiladi. Grafning tugunlari –kompyuterlar deb, yoylari esa – ularning orasidagi kanallar deb qabul qilinadi [3].

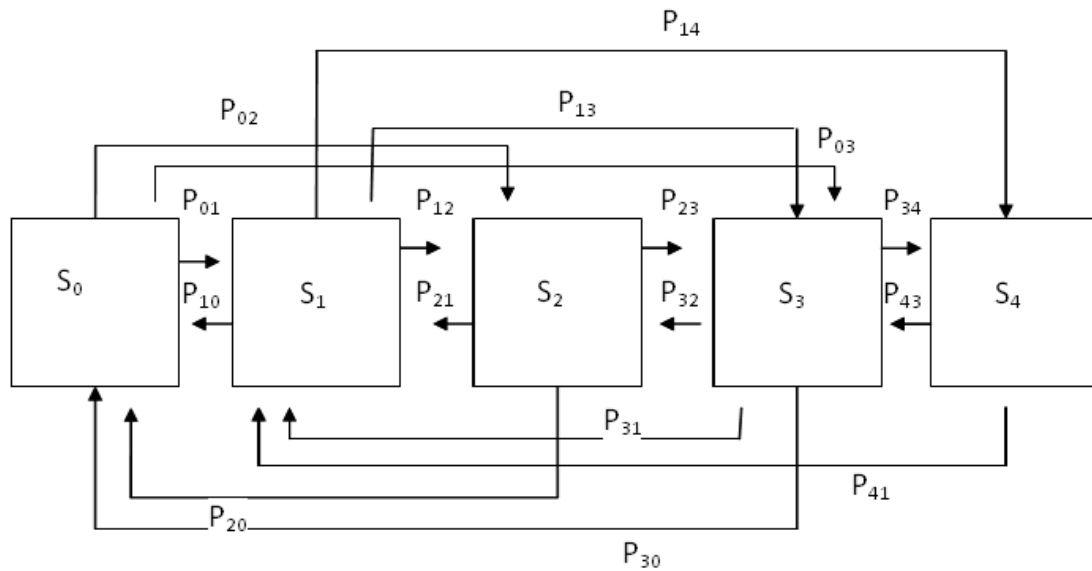
Tizimni umumiy holati aniq vaqt davomida tizimning barcha tugunlari xolatlarining yig'indisiga teng. Keyingi vaqt davomida tizim xolati faqat tizimning joriy xolatiga bog'liq va dastlabki xolatlariga bog'liq emas, deb qabul qilinadi. O'tish ehtimolliklari quyidagi formula asosida hisoblanadi [1].

$$P_{ij} = P [S(t) = S^j / S(t-1) = S^i] \quad (2.4)$$

Tizim S_i xolatdan S_j xolatiga o'tadi, agar tarmoqning xar bir tuguni S_k^i xolatidan S_k^i xolatiga o'tsa. Bunda k – tugun nomeri. Uchta kompyuterdan iborat bo'lgan kompyuter tizimini ko'rib chiqamiz. Vaqt chegarasi (τ) davomida, barcha kompyuterlar tashxisdan o'tadi, natijada xar biri yaroqli deb qabul qilinadi va ishlashni davom etadi, yoki yaroqsiz deb qabul qilinadi va ta'mirlashga yuboriladi.

K_1, K_2, K_3 – kompyuterlar bo'lsin.

2.2.- rasmda kompyuter tiziminining xolatlari grafi keltirilgan.



2.2-rasm. Kompyuter tiziminining xolatlari grafi.

Quyidagi belgilar kiritilgan:

S_0 - barcha uchta kompyuter yaroqsiz, ya'ni $S_0 = K_1, K_2, K_3$;

S_1 – bittasi yaroqsiz, qolgan ikkitasi yaroqli, ya'ni,

$$S_1 = \bar{K}_1 K_2 K_3 + K_1 \bar{K}_2 K_3 + K_1 K_2 \bar{K}_3; \quad (2.5)$$

S_2 – ikkita kompyuter yaroqsiz, bittasi yaroqli:

$$S_2 = \bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3 + K_1 \bar{K}_2 \bar{K}_3 + \bar{K}_1 K_2 \bar{K}_3; \quad (2.6)$$

S_3 – barcha uchta kompyuter yaroqsiz:

$$S_3 = \bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3; \quad (2.7)$$

$P(K_i) = r$; $P(\bar{K}_i) = q$ bo'lsin.

Kompyuter tizimini xolatlarini aniqlash algoritmi quyidagi bosqichlardan iborat:

1. $P_{ij} = P(S_i \rightarrow S_j)$ yoki $P_{01}, P_{02}, P_{03}, P_{00}$ xisoblanadi

Quyidagi formula asosida xisoblanadi: $P_n(K) = C_n^k r^k q^{n-k}$ (2.8)

2. Quyidagi amallar xisoblanadi $P_{ij} = P(S_j \rightarrow S_i)$

Bu misolda P_{10} , ya'ni τ vaqt davomida yaroqsiz kompyuter ta'mirlanganligi va boshqa ikkita kompyuter yaroqli xolati saqlanib turganligi sharti bilan.

$$P_{10} = q(1-r)^2 \quad (2.9)$$

So'ng shu prinsip asosida quyidagilar xisoblanadi:

$$P_{11}, P_{12}, P_{13} \left(\sum_{i=0}^3 P_{ij} = 1 \right) \quad (2.10)$$

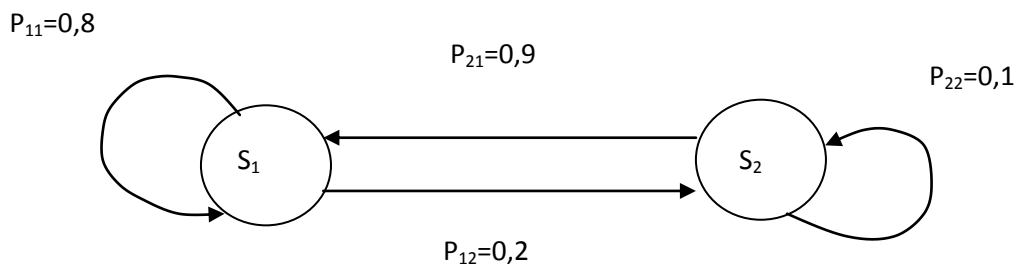
3. Quyidagi amallar xisoblanadi $P(S_2 \rightarrow S_2)$: $P_{23}, P_{22}, P_{21}, P_{20}, P_{33}, P_{32}, P_{31}, P_{30}$

4. S_j [1,2] xolatlar uchun balans tenglamalar tizimi yaratiladi:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ (j \neq i)}}^n P_i P_{ij} = P_j \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^n P_{ji}, \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.11)$$

Yuqoridagi chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi o'tish ehtimolliklariga asoslangan bo'lib, kompyuter tizimi xolatiga baxo berishga imkon beradi. Kompyuter tiziminining parametrlarini Markov xolatlari asosida modellashtirish kompyuter tiziminining monitoringining kompleks modelini yaratishga imkon beradi.

Xisoblash tizimi ishlashini ko'raylik. Bir smena davomida printer ishga yaroqli S_1 va ishga yaroqsiz S_2 xolatlardan birida bo'lsin. Printer xolatlari grafi 2.3-rasm. 2.3-rasm. Printer xolatlari grafi.



2.3-rasm. Printer xolatlari grafi.

Printer ishlashi jarayonini kuzatishlar natijasida quyidagi o'tish extimollari matritsasi tuzilgan bo'lsin:

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 \end{vmatrix}$$

Printerning boshlang'ich xolatlari vektori berilgan:

$$P_1(0) = 0, \quad P_2(0) = 1, \text{ ya'ni printer ishga yaroqsiz.}$$

Uch smenadan keyin printer xolatlari extimollarini aniqlash talab qilinsin.

O'tish extimollari matritsasidan(1.4) foydalanib, birinchi qadamdan keyin $P_i(k)$ xolatlar extimolliklarini aniqlaniladi(birinchi smena yakunida):

$$P_1(1) = P_1(0) \cdot P_{11} + P_2(0) \cdot P_{21} = 0 \cdot 0,8 + 1 \cdot 0,9 = 0,9;$$

$$P_2(1) = P_1(0) \cdot P_{12} + P_2(0) \cdot P_{22} = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,1 = 0,1.$$

Ikkinchi qadamdan keyin $P_i(k)$ xolatlar extimolliklari quyidagicha topiladi(ikkinchi smena yakunida):

$$P_1(2) = P_1(1) \cdot P_{11} + P_2(1) \cdot P_{21} = 0,9 \cdot 0,8 + 0,1 \cdot 0,9 = 0,81;$$

$$P_2(2) = P_1(1) \cdot P_{12} + P_2(1) \cdot P_{22} = 0,9 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,1 = 0,19.$$

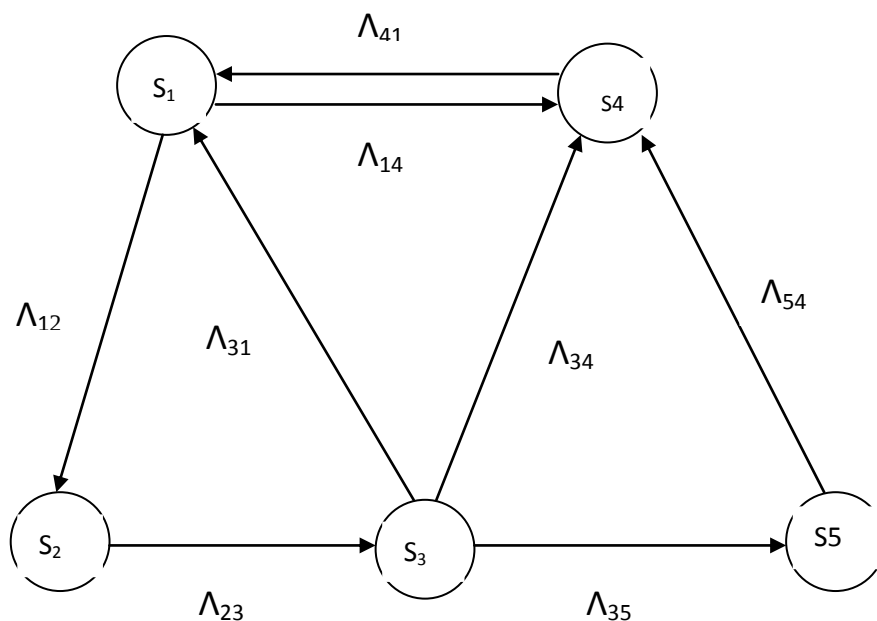
Uchinchi qadamdan keyin $P_i(k)$ xolatlar extimolliklari quyidagicha topiladi(uchinchi smena yakunida):

$$P_1(3) = P_1(2) \cdot P_{11} + P_2(2) \cdot P_{21} = 0,81 \cdot 0,8 + 0,19 \cdot 0,9 = 0,819;$$

$$P_2(3) = P_1(2) \cdot P_{12} + P_2(2) \cdot P_{22} = 0,81 \cdot 0,2 + 0,19 \cdot 0,1 = 0,181.$$

Shunday qilib, uchinchi smenadan so'ng printerning yarakli bulishi extimoli 0,819 ga teng.

1.1.Misol. 2.4-rasmda sistema grafi keltirilgan. Agar sistema boshlang'ich momentda S_1 xolatda bo'lsa, sistemaning limit extimollarini aniqlash talab qilinadi.



2.4-rasm.Sistema holatlari grafi

Quyidagi chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$0 = \lambda_{31} P_1 + \lambda_{41} P_4 - (\lambda_{12} P_1 + \lambda_{14} P_1$$

$$0 = \lambda_{12} P_1 - \lambda_{23} P_2$$

.....

$$0 = \lambda_{35} P_3 - \lambda_{54} P_5$$

Tenglamalar sistemasini quyidagi shartlar asosida yechamiz:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$$

2.2. Kompyuter tizimlari xolatlarini Kolmogorov modeli asosida tadqiq qilish

Olingan yechimlar, ya'ni extimolliklar sistemaning berilgan xolatda bo'lishi o'rtacha nisbiy vaqtini beradi. Uzluksiz Markov zanjirlarini tadqiq etganda, sistemaning bir xolatdan ikkinchi xolatga o'tishini qandaydir oqimlar ta'siri sifatida qarash qulaydir, ya'ni ommaviy xizmat oqimi, xujjatlar oqimi va x.k.

Tasodifiy xodisalar oqimi quyidagi xususiyatlarga ega bo'lishi mumkin: statsionarlilik, ordinarlik, so'ng ta'sirning yo'qligi. Statsionarlik vaqt bo'yicha xodisalar oqimining extimollik xususiyatlarining o'zgarmasligini bildiradi. Xaqiqatda xam, xodisalar real oqimlari ma'lum vaqt oraliqlarida statsionarlik xususiyatiga ega.

Ordinarlik xususiyati kichik vaqt oraligida bittadan ortiq xodisa ro'y berishi mumkin emasligini bildiradi.

Xodisalar real oqimlarini oddiy tarzda ordinar oqimlarga keltirish mumkin.

So'ng ta'sirning yo'qligi deganda, vaqt bo'yicha ixtiyoriy kesishmaydigan oraliklar uchun, ana shu oraliklardan biriga tushuvchi xodisalar soni, boshqa oraliqlarga tushgan xodisalar soniga bog'liq emasligi tushuniladi.

Statsionarlik, ordinarlik va so'ng ta'sirning yo'qligi xususiyatlariga ega xodisalar oqimi xodisalar oddiy oqimi deyiladi.

Xodisalar Puasson oqimida ixtiyoriy oraliqqa tushuvchi xodisalar soni Puasson taqsimoti bo'yicha taqsimlangan:

$$P_m = (a_m / m!) * e^{-a}, m = 0, 1, \dots, \quad (2.12)$$

Bu yerda P_m -oralikka m ta xodisa tushishi extimoli ;

a – oralikka tushadigan xodisalar o'rtacha soni.

Oddiy oqim uchun:

$$a = \lambda * \tau, \quad (2.13)$$

bu yerda λ - oqim intensivligi;

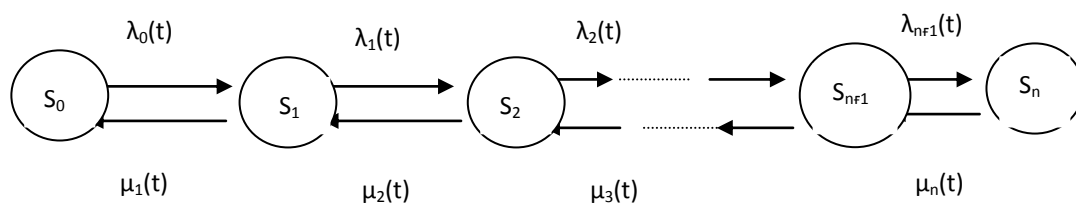
τ – vaqt oraligi uzunligi.

Qo'shni xodisalar orasidagi vaqt t oraligi oddiy oqimda ko'rsatgichli qonun bilan taqsimlangan. Bu vaqtning o'rta arifmetigi va o'rta kvadratik chetlanishi quyidagicha topiladi:

$$t_{sr} = \sigma = 1 / \lambda. \quad (2.14)$$

Diskret xolatlar va uzluksiz vaqt mobaynida sistemaning xolatdan xolatga o'tishi intensivligi aniq λ_{ij} bo'lgan xodisalar Puasson oqimi ta'sirida amalga oshadi.

Uzluksiz Markov zanjirlarining bir turi sifatida nobud bo'lish va ko'payish sxemasini olish mumkin (2.5-rasm).



2.5-rasm. Nobud bo‘lish va ko‘payish jarayoni xolatlar grafi

2.1 Misol. Shaxsiy kompyuter tarkibiga to‘rtta magnit diskli qurilma kiradi. To‘rt kishidan iborat brigada disklarni profilaktik ta‘mirlagsh ishlarini olib boradi. T‘mirlash ishlarining tugallanishi momentlari tugallanishi umumiy oqimi $\lambda(t)$ intensivlik bilan Puasson taqsimotiga bo‘ysinadi. Ta‘mirlash tugaganda disk tekshirib ko‘riladi. R extimollik bilan disk ishga yaroqli degan xulosa chiqariladi (tekshirish vaqtini xisobga olmaslik shartida). Agar disk ishga yaroqsiz bo‘lsa, u xolda disk yana profilaktik ta‘mirlanadi, bunda ta‘mirlash vaqti boshlang‘ich profilaktika vaqtiga teng db qaraladi.

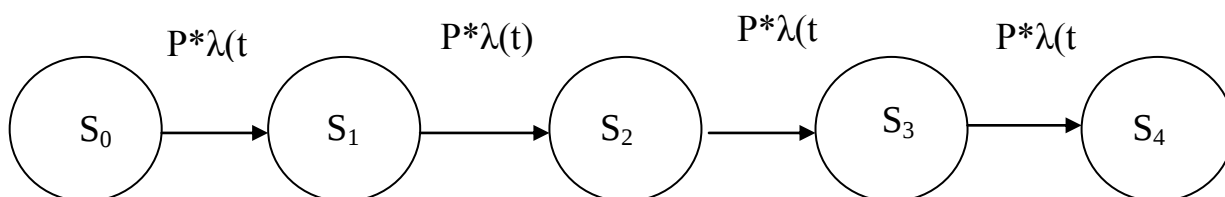
Boshlang‘ich momentda barcha disklar profilaktik tekshiruvdan o‘tkaziladi.

Talab qilinadi:

- To‘rt diskdan iborat disklar sistemasining xolatlar grafigini qurish.
- Xolatlar extimollarini topish uchun Kolmogorov tipidagi differensial tenglamalar sistemasini qurish.
- τ vaqt momentida profilaktik tekshiruvdan muvaffaqiyatli o‘tgan disklar matematik kutilmasini topish.

Yechish

Magnit diskli to‘rtta jamlagichdan iborat sistema grafi 2.6 – rasmda keltirilgan.



2.6-rasm. Sistema holatlari grafi

Bunda quyidagi xolatlarni ko‘riladi:

- S_0 – xolat, barcha to‘rt jamlagich profilaktik ta‘mirga muxtoj.
- S_1 – bir jamlagich profilaktik tekshiruvdan muvaffaqiyatli o‘tdi, qolgan uchta ta‘mirga muxtoj.
- S_2 – ikki jamlagich profilaktik tekshiruvdan muvaffaqiyatli o‘tdi, qolgan ikkitasi ta‘mirga muxtoj.
- S_3 – uchta jamlagich profilaktik tekshiruvdan muvaffaqiyatli o‘tdi, faqat bittasi ta‘mirga muxtoj.
- S_4 – barcha, to‘rttala jamlagich ta‘mirdan muvaffaqiyatli o‘tdi va ta‘miga muxtoj emas.

Xar bir profilaktik ta‘mir r extimollik bilan muvaffaqiyatli yakunlanadi, bunda ta‘mir tugashi oqimi intensivligi $p*\lambda(t)$ ga teng.

Qaralayotgan sistema uchun Kolmogorov tenglamalari sistemasi quyidagicha ko‘rinishda ifodalanadi:

$$dP_0(t)/dt = g'p*\lambda(t)*P_0(t); \quad (2.15)$$

$$dP_1(t)/dt = p*\lambda(t)*(P_0(t) - P_1(t)); \quad (2.16)$$

$$dP_2(t)/dt = p*\lambda(t)*(P_1(t) - P_2(t)); \quad (2.17)$$

$$dP_3(t)/dt = p*\lambda(t)*(P_2(t) - P_3(t)); \quad (2.18)$$

$$dP_4(t)/dt = p*\lambda(t)*P_3(t). \quad (2.19)$$

Boshlang‘ich shartlar: $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = P_4(0) = 0$. Xodisalar oqimining o‘zgarish intensivligi $\lambda(t) = \lambda$ shartida xolatlar extimollari quyidagi formulalar yordamida topiladi:

$$P_0(t) = e^{-\lambda pt}, \quad P_1(t) = \lambda p t e^{-\lambda pt}, \quad P_2(t) = ((\lambda p t)^2 / 2!) e^{-\lambda pt}, \\ P_3(t) = ((\lambda p t)^3 / 3!) e^{-\lambda pt}, \quad P_4(t) = 1 - \sum_{i=0}^3 P_i(t). \quad (2.20)$$

τ vaqt momentida profilaktik ta‘mirdan muvaffaqiyatli o‘tgan magnit disklar sonining matematik kutilmasi quyidagiga teng:

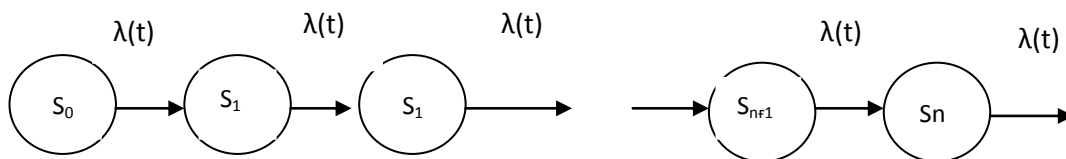
$$n=1$$

$$M_t = \sum_{i=0}^n i * P_i(t) + P_n(t). \quad (2.21)$$

1.3.Misol.Korporatsiya talabnomalariga markaziy server tomonidan ishlov berilishini ko‘ramiz. Ishlov berilayotgan talabnomalar oqimi $\lambda(t)$ intensivlikdagi statsionar bo‘lmagan Puasson oqimidan iborat. $X(t)$ tasodifiy jarayon, ya’ni t vaqt momentida ishlangan talabnomalar sonining taqsimoti topilsin($t = 0$ vaqt momentida talabnomalarga ishlov berish boshlangan deb faraz qilinadi).

Yechish

Qaralayotgan xol xolatlar soniga chegaralanishlar bo‘lmagan sof ko‘payish jarayoni deb olinadi, ya’ni $\lambda_i(t) = \lambda(t)$, ya’ni talabnomalarga ishlov berish intensivligi avval qancha talabnomaga xizmat ko‘rsatilganiga bog‘liq emas deb olinadi.Jarayon grafi 2.7-rasmda keltirilgan.



2.7-rasm. Xolatlar grafi

2.7-rasmda keltirilgan grafda keltirilgan $X(t)$ tasodifiy jarayon bir o‘lchovli taqsimot qonuni quyidagi Kolmogorov tenglamalari sistemasidan topiladi:

$$\begin{aligned} dP_0(t)/dt &= \lambda(t)*P_0(t); \\ &\dots\dots\dots \\ dP_i(t)/dt &= -\lambda(t)*P_i(t) + \lambda(t)*P_{i-1}(t), \quad i=1, 2, 3, .. \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (2.22)$$

Aniq t vaqtda ishlov berilgan talabnomalar soni $X(t)$ Puasson qonuniga quyidagi parametr bilan bo‘ysunadi:

$$a(t) = \lambda(t)*dt, \quad (2.23)$$

u xolda

$$P\{X(t) = i\} = P_i(t) = \frac{(a(t))^i}{i!} * e^{-a(t)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.24)$$

$$M\{X(t)\} = D\{X(t)\} = a(t). \quad (2.25)$$

Keltirilgan misol Puasson tipidagi birjinslimas jarayonlar sirasiga kiradi. Agar intensivlik vaqt bo'yicha o'zgarmas bo'lsa, ya'ni $\lambda(t) = \lambda = \text{Const}$, u xolda birjinsli Puasson jarayoni xosil bo'ladi.

Birjinsli Puasson jarayoni uchun $P_0(0) = 1$, $P_i(0) = 0$, $i = 1, 2, \dots$ larda quyidagi munosabatlarga ega bo'lamiz:

$$P_i(t) = \frac{(\lambda * t)^i}{i!} * e^{-\lambda t}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.26)$$

$$M\{X(t)\} = D\{X(t)\} = \lambda * t. \quad (2.27)$$

2.3. Kompyuter tarmoqlari xolatlarini Markov jarayonlari asosida taxlil qilish

S-kompyuter tizimi 4 ta kompyuterdan iborat bo'lsin. Avvaldan belgilangan τ - vaqt oraliqlarida barcha kompyuterlar tekshiriladi, bunda ularning ishga yaroqliliklari ishni davom ettiradi, yaroqsiz deb topilganlari esa ta'mirlashga yuboriladi. Har bir kompyuterlarning τ vaqt oralig'ida ishdan chiqishi ehtimoli r - ga teng va uning τ - dan avvalgi davrida qanday ishlaganiga bog'liq emas deb olinadi. Ta'mirlanayotgan kompyuterlarning τ vaqt ichida tiklanishi ehtimoli q ga teng deb faraz qilinadi. Ana shu ma'lumotlar asosida kompyuter tarmog'ining grafigini tuzamiz.

Bunda $S = \{S_0, S_1, S_2, S_3, S_4\}$ holatlar fazosi bo'lsin, ya'ni:

S_0 - barcha 4 ta kompyuterlar yaroqli;

S_1 - 1 ta kompyuterlar yaroqsiz, qolganlari yaroqli;

S_2 -2 ta kompyuterlar yaroqli, qolganlari yaroqsiz;

S_3 -3 ta kompyuterlar yaroqli, qolganlari yaroqsiz;

S_4 - barcha 4 ta kompyuterlar yaroqsiz;

$$r = 0,1; q=0,2.$$

Bunda, τ vaqt oralig'ida $P_i(k) = \sum P(S(k) = S_i), \quad i = 1,2,...; \quad k = 0,1,2,..$

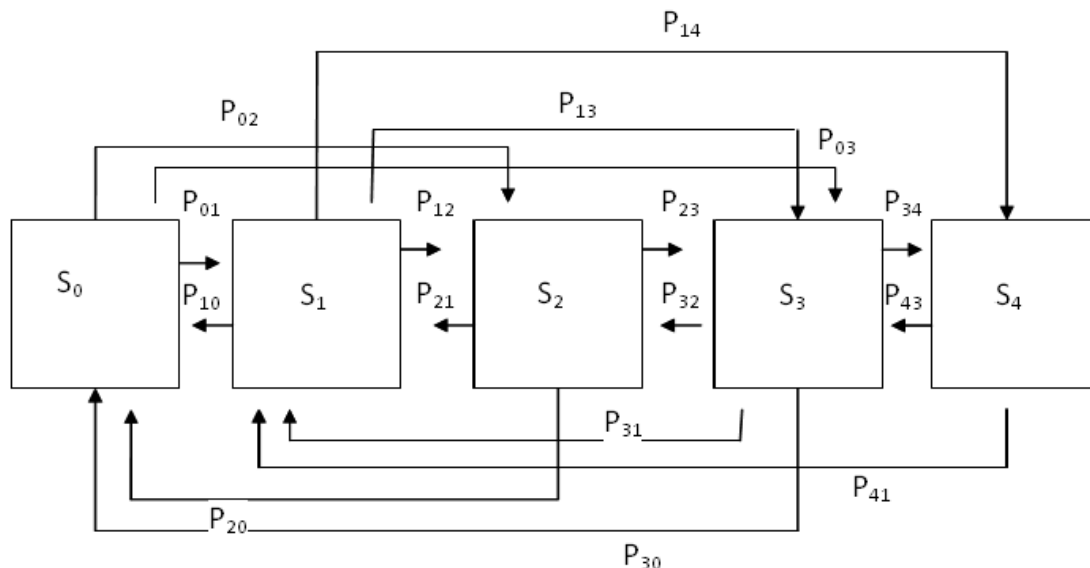
larni topish masalasi qo'yiladi.

$$P_{ij}(k) = P\{S(k) = S_i / S(k-1) = S_j\}, \quad (i, j = 1,2,...,n) \quad (2.23)$$

Bunda,

$$\|P_{ij}(k)\| = \begin{pmatrix} P_{11}(k) & P_{12}(k) & \dots & P_{1n}(k) \\ P_{21}(k) & P_{22}(k) & \dots & P_{2n}(k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1}(k) & P_{m2}(k) & \dots & P_{mn}(k) \end{pmatrix} \quad (k=0,1,2,...) \quad (2.24)$$

Bunda, $P_i(k), k=0,1,2,...$ holatlarning boshlang'ich ehtimollari.



2.8-rasm. Kompyuterlar xolatlarining tuzilmasi.

Kompyuter tizimi S_0 holatdan S_1 holatiga o'tishi uchun, τ vaqt mobaynida 4 ta kompyuterlardan bittasi ishlamasligi lozim, ya'ni

$$P_{01} = C_4^1 r(1-r)^3 \quad (2.25)$$

Xuddi shuningdek

$$\begin{aligned}
P_{02} &= C_4^1 r^2 (1-r)^2 \\
P_{03} &= C_4^3 r (1-r)^3 \\
P_{04} &= r^3 \\
P_{00} &= (1-r)^3.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Bunda quyidagi munasabatlar o‘rinli:

$$\sum_{i=0}^4 C_4^i (1-r)^{4-r} = \sum_{i=0}^4 P_{0i} = 1 \tag{2.27}$$

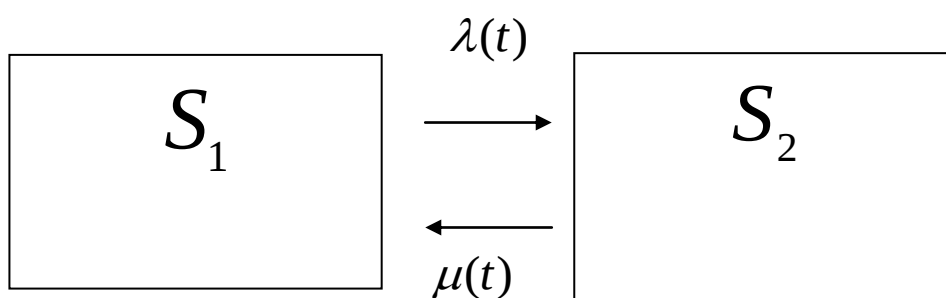
Kompyuter tizimi S_1 holatdan S_0 holatga o‘tishi uchun yaroqsiz kompyuterlar τ vaqt ichida ta’mirlangan bo‘lishi, hamda boshqa 3 ta yaroqli kompyuterlar buzilmagan bo‘lishlari lozim.

Faraz qilaylik, kompyuter tizimi S quyidagi ikki holatdan birida bo‘lishi mumkin bo‘lsin:

$S_1 - S$ ish holatida;

$S_2 - S$ ta’mirda.

S tizim S_1 holatda bo‘lganida unga $\lambda(t)$ intensivligida so‘rovlar kelib tushsinki $S_1 \rightarrow S_2$ bo‘lsin. Huddi shuningdek S tizim S_2 holatda bo‘lganda unga $\mu(t)$ tiklanishlar ta’sir qilsa (Rasm.-2.9.)



Rasm.2.9. Tizim holatining so‘rovlari.

Ko'rsatilgan misol uchun Kolmogorov tenglamalarini tuzamiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= P_2\mu(t) - P_1(t)\lambda(t) \\ \frac{dP_2}{dt} &= P_1(t)\lambda(t) - P_2(t)\mu(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Normalovchi shart:

$$P_1(t) + P_2(t) = 1$$

Bundan

$$P_2(t) = 1 - P_1(t) \quad (2.29)$$

(2.28) $\rightarrow$ (2.29):

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = (1 - P_1(t))\mu(t) - P_1(t)\lambda(t)$$

yoki

$$\frac{dP_1(t)}{dt} + (\lambda(t) + \mu(t))P_1(t) = \mu(t) \quad (2.30)$$

Bu 1-tartibli chiziqli differensial tenglama. Bu tenglamani yechish uchun $P_1(0)=1$ boshlang'ich shart beriladi. U holda:

$$\left. \begin{aligned} P_1(t) &= U(t) \cdot V(t) \\ \dot{P}_1(t) &= \dot{U}(t) \cdot V(t) + U(t) \cdot \dot{V}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

(2.31) $\rightarrow$ (2.30):

$$\dot{U}(t) \cdot V(t) + U(t) \cdot \dot{V}(t) + (\lambda(t) + \mu(t))U(t) \cdot V(t) = \mu(t)$$

$$[U(t) - (\lambda(t) + \mu(t))U(t)]V(t) + U(t) \cdot \dot{V}(t) = \mu(t)$$

Bundan:

$$\begin{cases} \dot{U}(t) + (\lambda(t) + \mu(t))U(t) = 0 \\ U(t) \cdot \dot{V}(t) = \mu(t) \end{cases} \quad (2.32)$$

(2.32) sistemasining birinchi tenglamasini o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan yechiladi:

$$\frac{dU}{dt} = -(\lambda(t) + \mu(t))U(t)$$

$$\begin{aligned}\int \frac{dU}{u} &= -\int (\lambda(x) + \mu(x)) dt \\ \ln U &= -\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt \\ U &= e^{-\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt}\end{aligned}\tag{2.33}$$

Yuqoridagi sistemaning ikkinchi tenglamasini o'rniga qo'ysak:

$$e^{-\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt} \frac{dV}{dt} = \mu(t) \quad \text{ni hosil qilamiz.}$$

So'ngra:

$$\begin{aligned}dV &= e^{\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt} dt \\ V(t) &= \int_0^{\tau} \mu(t) \cdot \left(\int_0^{\tau} e^{\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt} + C \right) dt\end{aligned}$$

Ifodani hosil qilamiz, bu yerda $s = \text{const}$. S - ni $R(0) = 1$ shartidan topamiz, ya'ni $S = 1$. U holda (5) sistemaning umumiy yechimi:

$$P_1(t) = e^{-\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt} \left[\int_0^{\tau} \mu(\tau) e^{\int_0^{\tau} (\lambda(t) + \mu(t)) dt} + 1 \right] dt \quad \text{ni hosil qilamiz.}$$

Faraz qilaylik

$$\begin{aligned}\lambda &= 0.1, \quad \mu = 0.05; \\ P_1(0) &= 1; \quad P_2(0) = 0\end{aligned} \quad \text{bo'lsin.}$$

(2.32) sistemani Matlab tizimida yechaylik. Buning uchun (2.32)-sistemaning o'ng qisimini hosil qilish faylini yaratamiz. Fayl nomi `sisdu.m` bulsin

Function `CM=sisdu(t,P, λ, μ)`

$$y_1 = \mu * P(1) - \lambda * P(2);$$

$$y_2 = \mu * P(1) - \lambda * P(2);$$

$$CM = [y_1, y_2];$$

$$to = 0; \quad tf = 0; \quad xo = [1, 0];$$

$$[t, P] = \text{ode23}('sisdu', to, tf, xo)$$

Shunday qilib kompyuter tizimi graf ko'rinishida ifodalanadi. Bu esa kompyuter tizimi turg'unligini matritsalar algebrasi asosida boshqarish imkonini beradi. O'tish extimollari matritsasi kompyuter tizimilari tuzilmasini optimallashtirishda va modellashtirishda keng qo'llanadi. Kompyuter tizimining xolatlari grafi ishlab chiqiladi va graf asosida t tizimining xolatlarini Markov jarayoni sifatida aniqlash algoritmi keltiriladi.

Kompyuter t tizimi parametrlarini Markov zanjirlari asosida modellashtirish kompyuter tizimi monitoringining kompleks modelini yaratishga imkon beradi va bunday masala chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi tuzish orqali yechiladi.

Kompyuter tizimi xolatlarini Kolmogorov tipidagi differensial tenglamalar sistemasi asosida tadqiq qilish algoritmi keltirildi.

Kompyuter tizimi xolatlarini Markov jarayonlari asosida taxlil qilindi, Kolmogorov tenglamalari tuzildi va modellashtirish MATLAB muxitining sisdu.m funksiyasi orqali amalga oshirildi.

III BOB. Kompyuter tizimi xolatlarining Markov-Kolmogorov tipidagi matematik modeli asosida xisoblash eksperimentlari o'tkazish

3.1.Xisoblash eksperimenti texnologiyasining mohiyati

Modellashtirish ilmiy bilishning zamonaviy uslubi bo'lib, uning asosida tadqiq etilayotgan obyektning undan oddiyroq bo'lgan va model deb nomlanuvchi obyekt asosida tadqiq etish yotadi. Tadqiqot obyektining barcha xususiyatlarini to'la aks ettiruvchi modelni yaratish qiyin muammo bo'lib, odatda tadqiqot obyektining ayrim, vaziyatga ko'ra asosiy hisoblangan xususiyatlarini aks ettirishga e'tibor qaratiladi. Bu, tadqiqot obyektining absolyutligi, tadqiqot obyektining modelining nisbiyligi bilan tavsiflanadi. Bundan, ayrim tadqiqot obyektining (tarmoq, jarayon va h.k.) uchun turli xarakterdagi modellar (fizik, matematik va h.k. modellar) tuzish mumkinligi kelib chiqadi. Modellashtirish uslubidan hozirgi zamon fanida keng foydalanilmoqda. U ilmiy tadqiqot jarayonini yengillashtiradi, ba'zi hollarda esa murakkab obyektlarni o'rganishning yagona vositasiga aylanadi. Mavhum obyekt, olishda joylashgan obyektlar, juda kichik hajmdagi obyektlarni o'rganishda modellashtirishning ahamiyati katta. Modellashtirish uslubidan fizika, astronomiya, biologiya, iqtisod fanlarida obyektning faqat ma'lum xususiyat va munosabatlarini aniqlashda ham foydalaniladi.

Modellarni tanlash vositalariga qarab asosan ikki guruhga ajratish mumkin. Bular **abstrakt va fizik** guruhlar.

Abstrakt modellar qatoriga matematik, matematik-mantiqiy va shu kabi modellar kiradi.

Fizik modellar qatoriga kichiklashtirilgan maketlar, turli asbob va qurilmalar, trenajyorlar va shu kabilar kiritiladi, Modellarning mazmuni bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

1. Fizik model. Tekshirilayotgan jarayonning tabiati va geometrik tuzilishi asl nusxadagidek, ammo undan miqdor (o'lchami, tezligi, ko'lami) jihatidan farq qiladigan modellar, masalan, samolyot, kema, avtomobil, poyezd, GES va boshqalarning modellari fizik modelga misol bo'ladi.

Masalan, qurilishi mo'ljallangan imoratlar maketlari, loyihalashtirilayotgan samolyotlar fizik modellari, yer osti foydali qazilmalar konlari qatlamlarini aks ettiruvchi litologik modellar va h.k. Ko'pgina hollarda, iqtisodiy, ekologik yoki xavfsizlik nuqtai nazaridan tadqiqot obyektlarining fizik modellari yaratish imkoniyatlari cheklangan bo'lishi mumkin. Jumladan, bunday tadqiqotlar o'tkazish ta'qiqlangan (masalan, inson salomatligi bilan bog'liq hollarda), xavfli (masalan, ekologik hodisalarni o'rganishda), umuman mumkin emas (masalan, astrofizik hodisalarni o'rganganda) bo'lishi mumkin

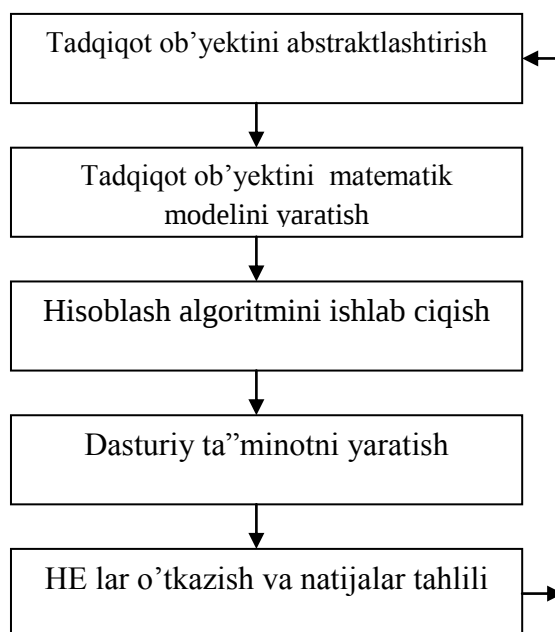
2. Matematik modellar o'rganilayotgan obyektning tuzilishi, o'zaro aloqalari, vazifasiga oid qonuniyatlarning matematik va mantiqiy-matematik tavsifidan iborat bo'lib, tajriba ma'lumotlariga ko'ra yoki mantiqiy asosda tuziladi, so'ngra tajriba yo'li bilan tekshirib ko'riladi.

O'rganilayotgan obyektning uning matematik modeli asosida tadqiq qilish, ya'ni matematik model asosida obyekt xususiyatlarini o'rganish maqsadida ko'plab eksperimentlar o'tkazish, bunda kompyuterning hisoblash, grafik, multimedia imkoniyatlaridan keng foydalanish, fizik, kimyoviy va boshqa turdagi eksperimentlarni kompyuter asosidagi hisoblash eksperimentlari bilan almashtirish imkonini beradi. Shu sababli, hozirda ko'pgina amaliy masalalarni yechish qaralayotgan obyektlar matematik modellari yaratish va ular ustida hisoblash eksperimentlari o'tkazishga asoslanadi. Bunday yondoshuv, akademik A.A. Samarskiy tarafidan ilgari surilgan va asoslangan, hamda intellektual yadrosi "matematik model – algoritim - dastur" uchligidan iborat bo'lgan **hisoblash eksperimenti texnologiyasining** asosini tashkil etadi. Hisoblash eksperimenti texnologiyasi asosida fan va texnikaning ko'plab nazariy va amaliy muammolari muvaffaqiyatli yechilmoqda. Buning asosiy sababi sifatida, real obyektlar xarakteristikalarini va parametrlarini o'lchash bilan bog'liq fizik eksperimentlarni o'tkazish moliyaviy yoki texnik jihatlardan mumkin bo'lmagan hollarda, bunday eksperimentlarni kompyuter asosidagi hisoblash eksperimentlari bilan almashtirish imkoniyatidir. Hisoblash eksperimenti (HE) deganda, EHM yordamida o'rganilayotgan obyektlarni ularning matematik modellari qurish va tahlil qilish asosida tadqiq qilishga asoslangan, tadqiqot uslubi

tushuniladi. Eksperimentlar o'tkazish shartlari va sharoitlarining obyekt ko'rsatgichlariga ta'sirini o'rganish hisoblash eksperimentlarining mohiyatini tashkil etadi. Masalan, hisoblash tarmoqlarining unumdorligi, ishonchliligi, javob vaqti va h.k. ko'rsatgichlarga tarmoqdagi oqimlar yo'nalishi, kommutatsiya tugunlari yuklanishlari, prosessorlarning takt chastotalari va h.k. parametrlarga bog'liqligini o'rganish. HE lari o'tkazish eksperimental va nazariy tadqiqotlar doirasini kengaytirish imkonini beradi. Axborot tizimlarini(AT) loyihalashtirish jarayonida HE otkazish katta ahamiyatga ega va mazkur jarayon quyidagilarni o'z ichiga oladi :

- AT lari loyihalarini turli nuqtai – nazardan tahlil qilish;
- AT lari ko'rsatgichlari parametrlarini qiymatlari ichida AT optimalligini ta'minlovchi qiymatlarni aniqlashtirish.

HE texnologiyasi quyidagicha bosqichlardan iborat (1-rasm).



3.1-rasm. HE o'tkazish sxemasi

Mazkur sxema (1-rasm) tashkil etuvchilarini mohiyatini ko'rsatib o'tamiz:

1. Tadqiqot obyektini abstraktlashtirish quyidagilarni o'z ichiga oladi:

- Asosiy (hisobga olinadigan) va ikkinchi darajali (tashlab yuboriladigan) faktorlarni aniqlash;
- Model strukturasini aniqlash;
- Modelning ishlash chegaralarini baholash.

Natija: Tadqiqot obyektining fizik modeli.

2. Tadqiqot obyektining matematik modelini yaratish.

- Fizik modelni matematik formatga o'tkazish – formatlashtirish;
- Matematik modelni dastlabki tadqiqotini (korrektiligi, yechim mavjudligi va yagonaligi) amalga oshirish;
- Matematik model ishlash chegaralarini baholash.

Natija: Tadqiqot obyektining matematik modeli.

3. Hisoblash algoritmini ishlab chiqish.

- Matematik modelni diskretlashtirish;
- Algoritm yaratish;
- Algoritmni tadqiq etish (bajarilishi, turg'unligi, murakkabligi va h.k.).

Natija: Algoritm yaratish.

4. Dasturiy vosita ishlab chiqish.

- Dasturlash texnologiyasi va vositalarini yaratish;
- Loyihalashtirish;
- Dastur tekstini yaratish;
- Dasturni saqlash.

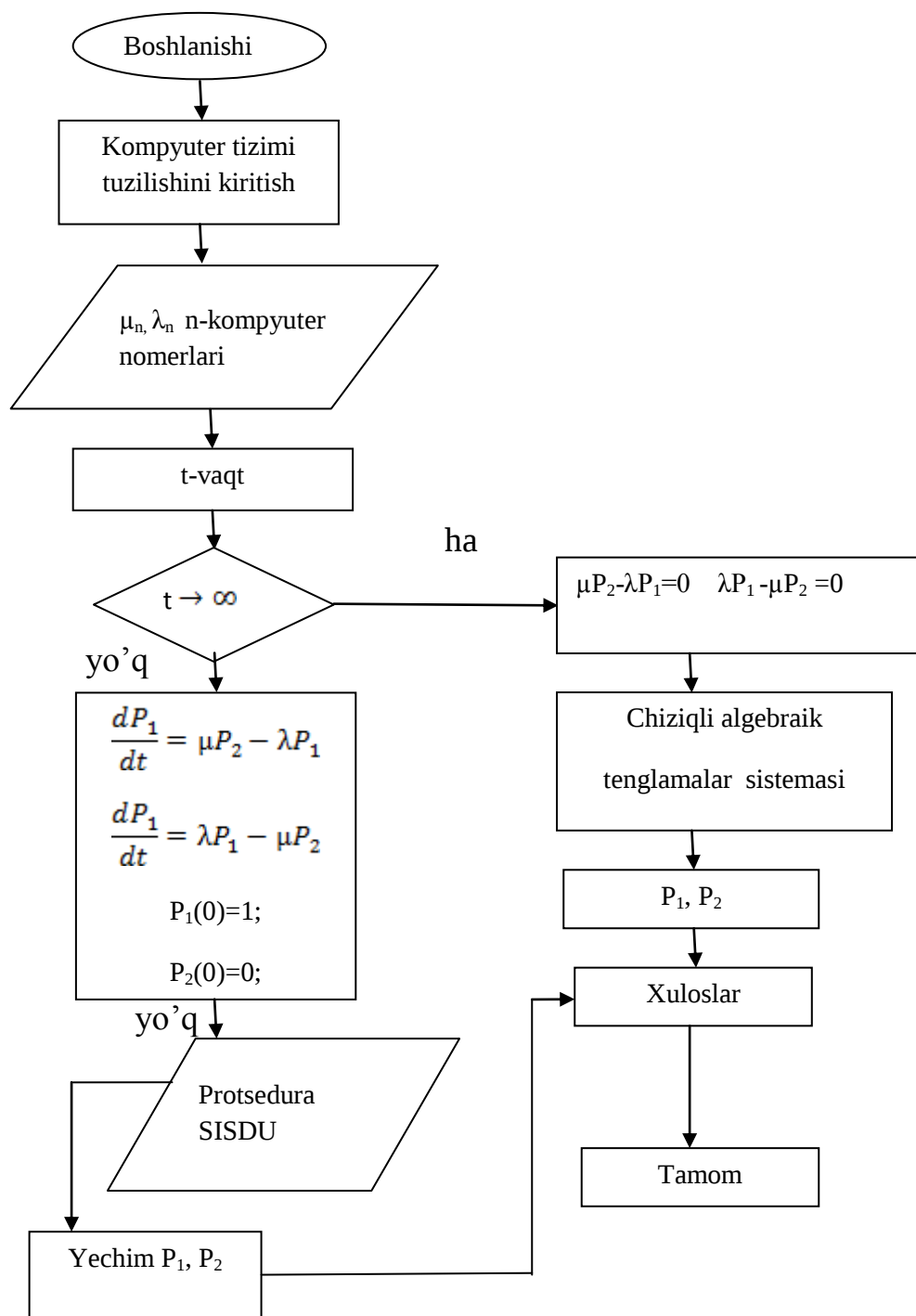
Natija: Dastur yaratish.

5. Hisoblash eksperimentlari o'tkazish va natijalar tahlili.

- Hisoblash eksperimentlarini rejalashtirish;
- Kompyuterda hisoblashlarni amalga oshirish;
- Natijalar tahlili, o'rganilayotgan obyektidagi o'zgarishlarni tahminlash, obyekt parametrlarini optimallashtirish;
- Obyektning fizik, matematik modellari, algoritmlar va dasturiy vositalar ishlash chegaralarini, mutanosibligini aniqlash.

Natija: Tadqiqotlarning yakunlanishi, yoki obyektning fizik, matematik, algoritmik, dasturiy modellarini o'zgartirish va HE mazmunini o'zgartirish va siklik takrorlash.

3.2. Kompyuter tizimi unumdorligi Markov modelini joriy etish algoritmi va dasturi



3.2-rasm. Kompyuter tizimi unumdorligi Markov modelini joriy etish algoritmi.

Kompyuter tizimi xolatlari Markov – Kolmogorov modelini Matlab muhitida joriy dastur kodi quyidagicha:

```
function [T,X,Y]=DSIS(t0,t1,x0,y0,z0,N)
% agar [0 T] vaqt oraligini dt<< T bo'laklarga bo'lgan xolda
% kompyter tarmog'ining xolatlarini baxolash talab qilinsa
% kompyter tarmog'ining xolatlari o'zgarishlari dinamikasi
% Kolmogorov differentsial tenglamalari sistemasini yechish asosida
% aniqlanadi
dt=(t1-t0)/N;
t(1)=t0;
x(1)=x0;
y(1)=y0;
z(1)=z0;
for i=1:N
    t(i+1)=t(1)+dt*i;
    x(i+1)=x(i)+dt*F1_14(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y(i+1)=y(i)+dt*F2_14(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z(i+1)=z(i)+dt*F3_14(t(i),x(i),y(i),z(i));
end;
T=t;X=x;Y=y;
function z=F1_14(t,p1,p2,p3)
z=0.3*p1(t)-0.5*p2(t)-0.2*p3(t);
function z=F2_14(t,p1,p2,p3)
z=0.5*p2(t)-0.3*p1(t)+0.4*p3(t);
function z=F3_14(t,p1,p2,p3)
z=-0.5*p2(t)+0.3*p1(t)-0.4*p3(t);
%agar kompyter tarmog'ining xolatlarini
%yetarlicha katta vaqt oraligi T vaqtda baxolash talab qilinsa
% u xolda masalaning yechimi chiziqli algebraikn tenglamalar
% sistemasini yechishga keltiriladi
% bunda avvalo sistemaning asosiy matrisasi tashkil etiladi

A=[0.3 -0.5 -0.2;0.5 -0.3 0.4;-0.5 0.3 -0.4 ];
% Chiziqli algebraic tenglamalar sistemasining o'ng qismi
B=[0;0;0];
% Chiziqli algebraic tenglamalar sistemi birgligda
%Chiziqli algebraic tenglamalar sistemasining ung qismi
B=[1;0;0]
% bunday xollarda sistemaning kengaytirilgan matrisasi xosil qilinadi
A1=[A B]
a1=rank(A);a2=rank(A1);
if a1=a2 then
    X=inv(A)*B;
else
    print('Sistema birgalikda emas')
end
```

Quyidagi misolni ko'rib chiqildi.

1- variant misolida topshiriq quyidagi tartibda bajariladi.

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -0.2P_1(t) + 1.1P_2(t), \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = 0.2P_1(t) + 0.9P_2(t) + 2.2P_3(t), \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = 0.2P_2(t) + 0.9P_3(t) + 3.3P_4(t), \\ \frac{dP_4(t)}{dt} = 0.2P_3(t) - 3.3P_4(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

$$P_1(0)=1; \quad P_2(0)=0; \quad P_3(0)=0; \quad P_4(0)=0;$$

1. Berilgan tenglamalar sistemasini **Eyler** usulida yechish dasturini tuzamiz.

Differensial tenglamalar sistemasini o'ng qismlarini hisoblash fayl-funksiyasi sisdu.m ni yaratamiz:

```
function F=sisdu(t,P);
```

```
F = [ -0.2.*P(1)+1.1.*P(2);  
      0.2.*P(1)+0.9.*P(2)+2.2.*P(3);  
      0.2.*P(2)+0.9.*P(3)+3.3.*P(4);  
      0.2.*P(3)-3.3.*P(4) ];
```

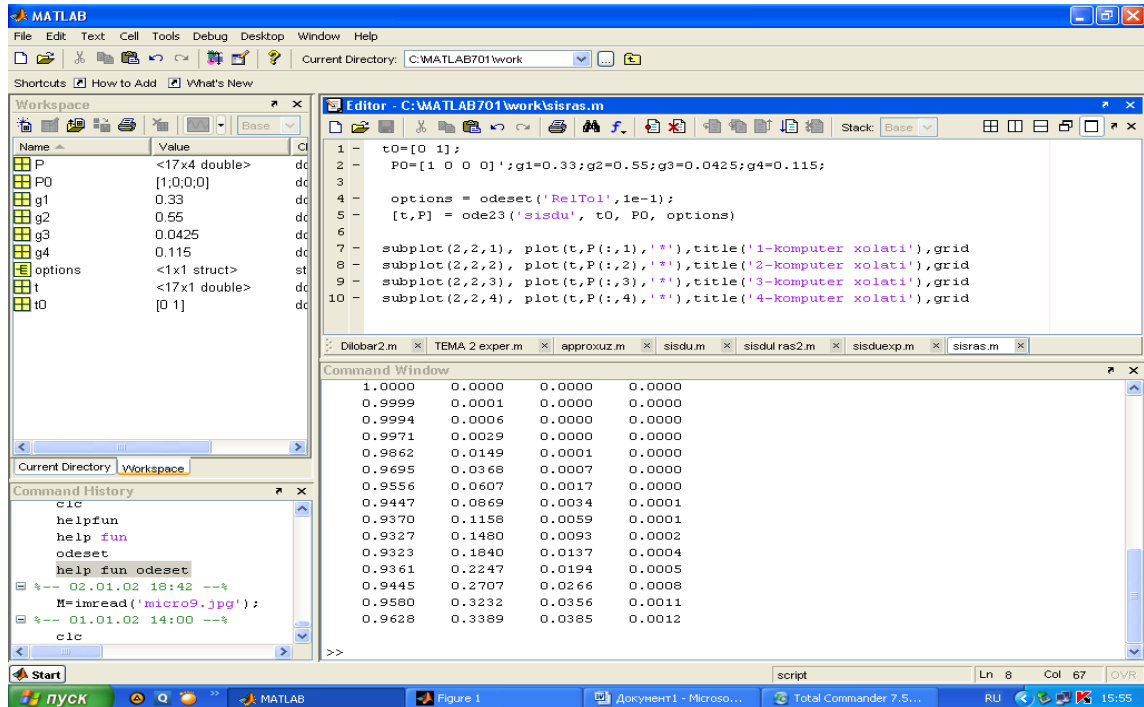
Hisoblashlarni quyidagicha olib boramiz:

```
>> t0=[0 1];  
>> P0=[1 0 0 0]';  
>> options = odeset('RelTol',1e-1);  
>> [t,P] = ode23('sisdu', t0, P0, options)
```

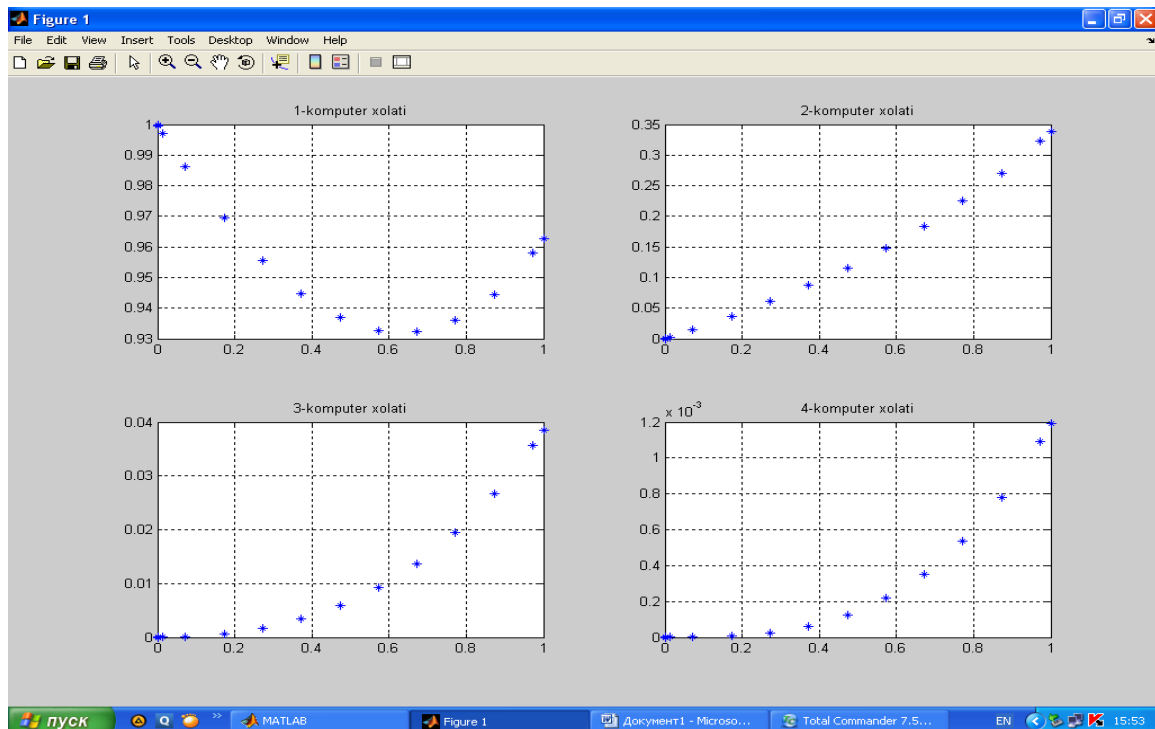
1-chi eksperiment grafiklari

```
t0=[0 1];  
P0=[1 0 0 0]';g1=0.33;g2=0.55;g3=0.0425;g4=0.115;  
options = odeset('RelTol',1e-1);  
[t,P] = ode23('sisdu', t0, P0, options)  
subplot(2,2,1), plot(t,P(:,1),'*'),title('1-komputer xolati'),grid
```

```
subplot(2,2,2), plot(t,P(:,2),'*'),title('2-komputer xolati'),grid
subplot(2,2,3), plot(t,P(:,3),'*'),title('3-komputer xolati'),grid
subplot(2,2,4), plot(t,P(:,4),'*'),title('4-komputer xolati'),grid
```



3.3-rasm. SISDU protsedurasining bajarilish natijasi



3.4-rasm. SISDU protsedurasining bajarilish grafiklari.

1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.9999	0.0001	0.0000	0.0000
0.9994	0.0006	0.0000	0.0000
0.9971	0.0029	0.0000	0.0000
0.9862	0.0149	0.0001	0.0000
0.9695	0.0368	0.0007	0.0000
0.9556	0.0607	0.0017	0.0000
0.9447	0.0869	0.0034	0.0001
0.9370	0.1158	0.0059	0.0001
0.9327	0.1480	0.0093	0.0002
0.9323	0.1840	0.0137	0.0004
0.9361	0.2247	0.0194	0.0005
0.9445	0.2707	0.0266	0.0008
0.9580	0.3232	0.0356	0.0011
0.9628	0.3389	0.0385	0.0012

3.3. Olingan natijalar taxlili

Dastur kodlarida ode23 va ode45 funksiyalari yordamida oddiy differensial tenglamalar integrallashtiriladi. Bu funksiyalar oddiy differensial tenglamalarni integrallashtirish va murakkab dinamik sistemalarni modellashtirish, ya'ni bu tizimlarning xarakatini oddiy differensial tenglamalar sistemasi yordamida tasvirlash mumkin bo'lgan xolatlarda qo'llaniladi.

Ma'lumki, istalgan oddiy differensial tenglamalar sistemasi (ODTS) Koshi 1-chi darajali tenglamasi shaklida ifodalanadi:

bu yerda y – xolat qiymatlarining vektori; t - argument

(odatda - vaqt; f – “ y ” xolatning va argument t –ning nochiziq vektor-funksiyasi.

(ODTS) ni sonli integrallashtirish protsedurasiga murojaat quyidagicha amalga oshiriladi:

$[t, y] = \text{ode23} ('<\text{funksiya nomi}>', \text{tspan}, y0, \text{options})$

$[t, y] = \text{ode45} ('<\text{funksiya nomi}>', \text{tspan}, y0, \text{options})$

<funksiya nomi> - M-fayl nomi, M-faylda $f(y,t)$ vektor-funksiya

Xisoblanadi, ya'ni tenglamaning o'ng tomonlari.

y0 - xolatning boshlang'ich qiymatlari vektori

t – argument qiymatlari massivi, integrallashtirish qadamiga teng;

y – integrallashtirilgan matritsa qiymatlari,;

tspan – satr-vektor $[t_0 \ t_{final}]$, ikkita qiymatga ega:

t_0 – argumentning boshlang'ich qiymati

t_{final} - argumentning yakuniy qiymati;

options – integrallashtirishning nisbiy va absolyut xatoligini ifodalaydi.

options parametrini ko'rsatmasa xam bo'ladi, bu xolda nisbiy xatolik $1 \cdot 10^{-3}$, absolyut xatolik esa - $1 \cdot 10^{-6}$. Agarda bu qiymatlar foydalanuvchini qoniqtirmasa, unda protseduraga murojaat etishdan avval xatoliklarning yangi qiymatlarini o'rnatish mumkin. Bu amal

odeset protsedurasi yordamida quyidagicha bo'ladi:

options = odeset ('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-5])).

RelTol - Parametri nisbiy xatolikni barcha qiymatlar bo'yicha aniqlaydi,

AbsTol - vektor-satr, xar bir qiymatning absolyut xatoligini ifodalaydi.

ode23 –funksiyasi 2-chi darajali Runge-Kutt usulida integrallashtiradi, 3-chi daraja yordamida nisbiy va absolyut xatoliklarni nazorat qiladi.

Natijalar 3.1 – jadvalda keltirilgan.

3.1 – jadval. Oddiy differensial tenglamalar sistemasini MATLAB tizimida yechih natijalari

t	$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$P_4(t)$
0	1.0000	0	0	0
0	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0001	0.9999	0.0001	0.0000	0.0000
0.0006	0.9994	0.0006	0.0000	0.0000
0.0029	0.9971	0.0029	0.0000	0.0000
0.0145	0.9862	0.0149	0.0001	0.0000
0.0725	0.9695	0.0368	0.0007	0.0000
0.1725	0.9556	0.0607	0.0017	0.0000
0.2725	0.9447	0.0869	0.0034	0.0001
0.3725	0.9370	0.1158	0.0059	0.0001
0.4725	0.9327	0.1480	0.0093	0.0002
0.5725	0.9323	0.1840	0.0137	0.0004
0.6725	0.9361	0.2247	0.0194	0.0005
0.7725	0.9445	0.2707	0.0266	0.0008
0.8725	0.9580	0.3232	0.0356	0.0011
0.9725	0.9628	0.3389	0.0385	0.0012

1. Kompyuter tarmog'i unumdorligi kompyuter tarmog'i ishlash kuvvatining tavsifi bulib sistemaning vakt birligi ichida bajariladigan xisoblash ishining miqdorini kursatadi. Masalan T vakt ichida sistema n –ta masala yechadigan bulsa, sistemaning T vakt ichidagi unumdorligi $\lambda = n / T$ deb xisoblanadi. Kompyuter tarmogi unumdorligini ta'minlash uchun tarmok tarkibiga kiruvchi kompyuterlar ish xolatida bulishini ta'minlash zarur. Bunda Markov jarayonlaridan foydalanish maksadga muvofik.

2. Xisoblashlar shuni kursatib turibdiki,

$S(0) \rightarrow S(1)$ xolatga utish ehtimoli 0,095 ga teng,

$S(0) \rightarrow S(2)$ xolatga utish ehtimoli 0,9 ga teng,

$S(0) \rightarrow S(3)$ xolatga utish ehtimoli 0,005 ga teng,

Bundan sistemaning $S(1)$ xolati asosiy ekanligi va $S(0) \rightarrow S(1)$ urniga,

$S(0) \rightarrow S(2)$ xolatni urganish muximligi kelib chikadi, bu esa Markov jarayoni mazmuniga mos keladi, ya'ni

$P(S(0) \rightarrow S(2))$ proporsionalno $P(S(1) \rightarrow S(2))$

$P(S(0) \rightarrow S(3))$ proporsionalno $P(S(2) \rightarrow S(3))$

Utishni amalga oshirish urinli ekanligini kursatadi.