

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM
VAZIRLIGI**

**QARSHI MUHANDISLIK-IQTISODIYOT INSTITUTI
NEFT VA GAZ FAKULTETI
TEXNOLOGIK MASHINALARNI JIHOZLASH KAFEDRASI**

**TMJ-120 GURUH TALABASI
SHODIYEV BAXTIYOR**

**TO‘LQIN FUNKSIYASI VA UNING STATISTIK MA‘NOSI
MAVZU BO‘YICHA**

REFERAT

QARSHI – 2016

To'liq funksiyasi va uning statistik ma'nosi

Reja:

1. To'liq funksiyasi va uning mohiyati.
2. Shrodinger tenglamasi.
3. Erkin zarrachaning harakati.
4. Zarrachaning potensial to'siq orqali o'tishi.
5. Tunnel effekti.

Mikrozarrachalarning qattiq jismlardagi harakatini o'rganishda, noaniqliklar munosabati tufayli, klassik mexanikani qo'llashdagi chegaralashlar, XX asrda, mikrozarrachalarning to'liq xususiyatini inobatga olib, ularning harakati va o'zaro ta'sirlashishi qonunlarini ifoda qilish uchun kvant mexanikasi yaratildi. Kvant mexanikasi, asosan Plank gipotezasi, Shredinger, Geyzenberg, Dirak va Eynshteynlarning ilmiy ishlariga asoslangandir.

De Broyl to'liqining fizikaviy tabiatini chuqurroq tasavvur etish uchun, yorug'lik to'liqlari va mikrozarrachalar uchun kuzatiladigan difraksiya manzaralarini taqqoslab ko'ramiz.

Yorug'lik to'liqlari difraksiyasi manzarasida, fazoning xar xil nuqtalarida, to'liqlar bir-birini ustiga tushishi sababli, natijaviy tebranish amplitudalari goh kuchayishi, goh susayishi mumkin. Yorug'lik tabiatiga ko'ra, difraksiyaviy manzara jadalligi yorug'lik to'liqni amplitudasining kvadratiga proporsionaldir

$$I \sim A^2$$

Foton nazariyasiga asosan, jadallik difraksiyaviy manzara kuzatiladigan nuqtaga tushayotgan fotonlar soni bilan aniqlanadi (Nh).

Bitta foton uchun amplituda kvadrati, bu yoki boshqa nuqtaga fotonning tushish ehtimolligini belgilaydi.

Mikrozarrachalar uchun kuzatiladigan difraksiyaviy manzara, xar xil yo'nalishlarda sochilgan va qaytgan mikrozarrachalar oqimining notekis taqsimlanishi bilan xarakterlanadi. Difraksiyaviy manzara maksimumlari, to'liq nazariyasiga asosan, de Broyl to'liqlar jadalligi katta bo'lgan yo'nalishlarga mos keladi. Boshqa tarafdin, De Broyl to'liqlari jadalligi, zarrachalar soni ko'p bo'lgan joyda katta bo'ladi, ya'ni de Broyl to'liqni jadalligi fazoning berilgan nuqtasiga tushayotgan fotonlar sonini belgilaydi. Shu sababli, mikrozarrachalarda kuzatiladigan difraksiyaviy manzara statistik (ehtimollik) qonuniyatdan iborat bo'ladi.

Demak, kvant nazariyasining eng muhim xususiyatlaridan biri mikrozarrachaning holatini ta'riflashda ehtimollik nazariyasidan foydalanish zaruriyatidir.

1926 yilda M.Born to'liq qonuniyati bilan, mikrozarrachaning fazoda bo'lish ehtimolligi emas, balki ehtimollik amplitudasi - $\psi(x, y, z, t)$ o'zgaradi deb taklif etdi.

$\psi(x, y, z, t)$ kattalik - **ψ funksiya** yoki **to'liq funksiyasi** deb ataladi. Ehtimollik amplitudasi mavhum bo'lishi mumkinligi uchun, W – ehtimollik to'liq funksiyasi modulining kvadratiga proporsionaldir:

$$W \sim |\psi(x, y, z, t)|^2, \quad (1)$$

Bu yerda $|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$, $\psi^* - \psi$ funksiyaga mos mavhum funksiyadir.

Demak, mikrozarracha holatini to'liqin funksiyasi orqali ta'riflash, statistik yoki ehtimollik tusga egadir. To'liqin funksiyasi modulining kvadrati t vaqtda, koordinatalari x va $x + dx$, u va $u + du$, z va $z + dz$ bo'lgan sohada zarrachaning bo'lish ehtimolligini belgilaydi.

Kvant mexanikasida, mikrozarrachalar holatini ta'riflovchi to'liqin funksiya zarrachalarning korpuskulyar va to'liqin xususiyatlarini o'zida aks ettiruvchi funksiyadir.

dV hajm elementida zarrachani topish ehtimolligi

$$dw = |\psi|^2 dV, \quad (2)$$

ga teng. Bu yerda

$$|\psi|^2 = \frac{dw}{dV}$$

ehtimollik zichligini belgilaydi.

Shunday qilib ψ - to'liqin funksiyasi emas, balki de Broyl to'liqinining jadalligini ko'rsatuvchi, uning modulini kvadrati $|\psi|^2$ fizik ma'noga egadir.

Chegaralangan hajmda – V , t vaqt momentida zarrachani topish ehtimolligi

$$w = \int_V dw = \int_V |\psi|^2 dV$$

ga teng. Bu funksiya qiymati 1 ga teng bo'lganda zarrachaning bu hajmda bo'lish ehtimolligi eng katta qiymatga ega bo'ladi, va

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1, \quad (3)$$

ehtimollikni tartibga solish yoki normallashtirish sharti deb ataladi. Bu shart zarrachaning fazo va vaqt bo'yicha (borligini) mavjudligini belgilaydi.

To'liqin funksiyasi superpozitsiya prinsipini qanoatlantiradi. Agarda, tizim $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ to'liqin funksiyalari bilan ifodalanadigan har xil holatlarda bo'lsa, uning umumiy holatini quyidagicha ta'riflash mumkin.

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n$$

bu yerda $c_n (n=1,2,...)$ - ihtiyoriy kompleks sonlardan iborat bo'ladi. Demak, kvant mexanikasida to'liq funksiyalarini (ehtimollik amplitudalarini) qo'shish mumkin. Klassik statistikada bir-biriga bog'liq bo'lmagan hodisalar uchun ehtimolliklarni qo'shish teoremasi qo'llaniladi.

Mikrozarrachalar holatining asosiy xarakteristikasi bo'lgan ψ to'liq funksiyasi, kvant mexanikasida holatlarga tegishli fizikaviy kattaliklarning o'rtacha qiymatini hisoblash imkoniyatini beradi.

Masalan, elektronning yadrodan qanday o'rtacha masofada $\langle r \rangle$ bo'lishini quyidagi ifoda orqali hisoblash mumkin:

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} r |\psi|^2 dV$$

De Broyl to'liqlarini va Geyzenberg noaniqlik munosabatlarini izohlash quyidagi fikrga olib keldi:

- kvant mexanikasida mikrozarrachalarning har xil kuch maydonlaridagi harakatini ta'riflovchi harakat tenglamasi zarrachalarning to'liq xususiyatini yoritib berishi zarur bo'ladi.

Asosiy tenglama $\psi(x, y, z, t)$ to'liq funksiyasiga nisbatan va elektromagnit to'liqlarni xarakterlovchi to'liq tenglamasiga o'xshash bo'lishi kerak. Bunday tenglama **Shredingerning umumiy tenglamasi** deb ataladi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (4)$$

bu yerda $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, m - zarracha massasi, Δ - Laplas operatori

$\left(\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$, i - mavhum birlik, $U(x, y, z, t)$ - kuch

maydonidagi zarrachaning potensial funksiyasi, $\psi(x, y, z, t)$ - zarrachaning to'liq funksiyasi. Bu ifoda **vaqtga bog'liq bo'lgan Shredinger tenglamasi** deb ataladi.

Mikrodunyoda sodir bo'ladigan ko'p fizikaviy hodisalar uchun, bu tenglamani, vaqtga bog'liqligidan chiqarib, soddalashtirish mumkin. bu holda

Shredinger tenglamasi energiya qiymatlari belgilangan bo'lgan stansionar holatlarga to'g'ri keladi, ya'ni zarracha harakatlanayotgan kuch maydoni o'zgarmas bo'lishi kerak $U(x, y, z, t)$.

Shredinger tenglamasining yechimi - bittasi koordinataga bog'liq bo'lgan, ikkinchisi vaqtga bog'liq bo'lgan funksiyalar ko'paytmasidan iborat bo'ladi

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i \frac{E}{\hbar} t}, \quad (5)$$

bu yerda E – zarrachaning to'la energiyasi, u o'zgarmas maydon uchun o'zgarmas kattalikdir. (27.2) – ifodani Shredinger tenglamasiga qo'y sak

$$-\frac{\hbar^2}{2m} e^{-i \frac{E}{\hbar} t} \Delta \psi + U \psi e^{-i \frac{E}{\hbar} t} = i \hbar \left(-i \frac{E}{\hbar} t \right) \psi e^{-i \frac{E}{\hbar} t}$$

ga ega bo'lamiz. Tenglamaning ikki tarafini $e^{-i \frac{E}{\hbar} t}$ ga bo'lsak, quyidagiga keltirib chiqaramiz:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0, \quad (6)$$

bu ifoda **stansionar holatlar uchun Shredinger tenglamasi** deb ataladi.

Differensial tenglamalar nazariyasida bu tenglama behisob yechimlarga ega, ammo ular orasida fizikaviy ma'noga ega bo'lganini, chegaraviy shartlar qo'yilganda aniqlanadi.

Shredinger tenglamasi uchun bunday chegaraviy shartlar quyidagilar bo'lishi mumkin:

- to'liq funksiyasi davriyligi;
- to'liq funksiyasining chekliligi, aniqligi va uzluksizligi (birinchi hosilasi ham).

Demak, ψ - davriy funksiyaga javob beradigan yechimlarga haqiqiy fizikaviy ma'noga ega bo'ladi. Bu yechimlar to'la energiyaning barcha qiymatlarida emas, balki qo'yilgan masalaga tegishli ayrim qiymatlarida o'rinli bo'ladi va energiyaning bunday qiymatlari – **xususiy** yechimlar deb ataladi.

Xususiy qiymatlarga mos bo'lgan funksiyalar **xususiy funksiyalar** deb ataladi.

Erkin zarrachaning harakatida ($U(x) = 0$) uning to'la energiyasi kinetik energiya bilan mos tushadi. X o'qi bo'ylab harakatlanayotgan erkin zarracha statsionar holati uchun Shredinger tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad (7)$$

Bu tenglamaning xususiy yechimi quyidagi funksiya bilan iboratdir:

$$\psi(x) = Ae^{ikx}$$

bu yerda $A = \text{const}$, $k = \text{const}$. Energiyaning xususiy qiymatlari

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (8)$$

dan iborat bo'ladi.

$\psi(x) = Ae^{ikx} = Ae^{\frac{i}{\hbar} \sqrt{2mE} x}$ - funksiya $\psi(x, t)$ to'liq funksiyaning koordinataga tegishli qismidir.

Erkin zarracha harakatining vaqtga bog'liq to'liq funksiyasi quyidagidan iborat:

$$\psi(x, t) = A^{-i\omega t + ikx} = A^{-\frac{i}{\hbar}(Et - P_x x)}, \quad (9)$$

bu yerda

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \quad \text{va} \quad k = \frac{P_x}{\hbar}$$

Vaqtga bog'liq funksiya de Broylning yassi monoxromatik to'liqidir.

Energiyaning xususiy qiymatlari ifodasidan energiyaning impulsiga bog'liqligini o'rnatishimiz mumkin

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{P_x^2}{2m}$$

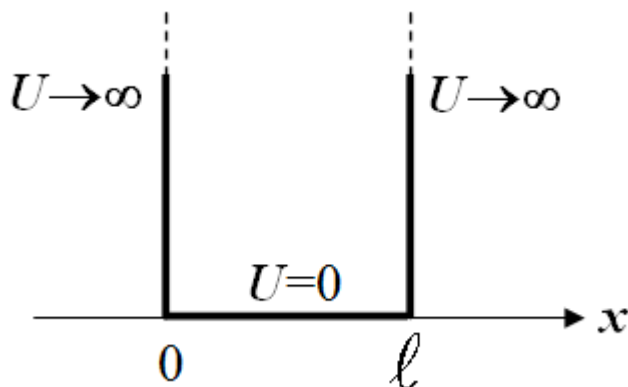
Erkin zarrachaning energiyasi istalgan qiymatlarni qabul qilishi mumkin, ya'ni uning energetik spektri **uzluksiz bo'ladi**.

Shunday qilib erkin kvant zarracha de Broylning yassi monoxromatik to'liqini bilan ifodalanadi. Bu holda fazoning berilgan nuqtasida vaqtga bog'liq bo'lmagan zarrachani bo'lish ehtimolligi zichligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$|\psi|^2 = \psi\psi^* = |A|^2$$

va istalgan nuqtalarda o'zgaras bo'ladi.

Bunday chuqurlik quyidagi potensial energiya bilan ifodalanadi (1 - rasm):



1 – rasm. Devorlari cheksiz baland bo'lgan potensial chuqurlik

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l. \end{cases}$$

bu yerda l - chuqurlik kengligi, zarracha energiyasining hisob boshi potensial chuqurlik tubida yotadi.

Statsionar holat uchun Shredinger tenglamasi bir o'lchamli masalalarda quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 \quad , \quad (10)$$

Chuqurlik devorlari cheksiz baland bo'lgani uchun, zarracha potensial to'siq ichida bo'ladi, uni to'siqdan tashqarida topish ehtimolligi nolga tengdir. Chuqurlik chegarasida uzluksiz to'liqin funksiyasi ham nolga aylanadi. Demak, chegaraviy shartni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\psi(0) = \psi(l) = 0 \quad , \quad (11)$$

Chuqurlik ichida Shredinger tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

yoki

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (12)$$

bu yerda $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$ ga teng.

Differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha ifodalanadi:

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

Chegaraviy shart $\psi(0) = 0$ bo'lgani uchun $V = 0$. U holda

$$\psi(x) = A \sin kx, \quad (13)$$

$\psi(\ell) = A \sin k\ell = 0$ shart faqat quyidagi hollarda bajariladi

$$k\ell = n\pi$$

Bu yerda n – butun sonlar,

$$k = \frac{n\pi}{\ell}, \quad (14)$$

zarracha energiyasining xususiy qiymatlari

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (15)$$

ga teng bo'ladi. Demak, devorlari cheksiz baland bo'lgan potensial chuqurlikdagi zarracha energiyasi E_n faqat **aniq diskret qiymatlarga** ega bo'ladi, ya'ni **kvantlangan bo'ladi**.

Energiyaning kvantlangan qiymatlari **energetik sathlar** deb ataladi, bu energetik sathlarni belilovchi n son **bosh kvant soni deb** ataladi.

(29.4) – ifodaga, to‘lqin sonining qiymatini qo‘ysak, funksiyaning xususiy qiymatini topamiz:

$$\psi(x) = A \sin \frac{n\pi}{\ell} x$$

Normallash shartidan integrallashning doimiysini (A) topish mumkin

$$A^2 \int_0^{\ell} \sin^2 \frac{n\pi}{\ell} x dx = 1$$

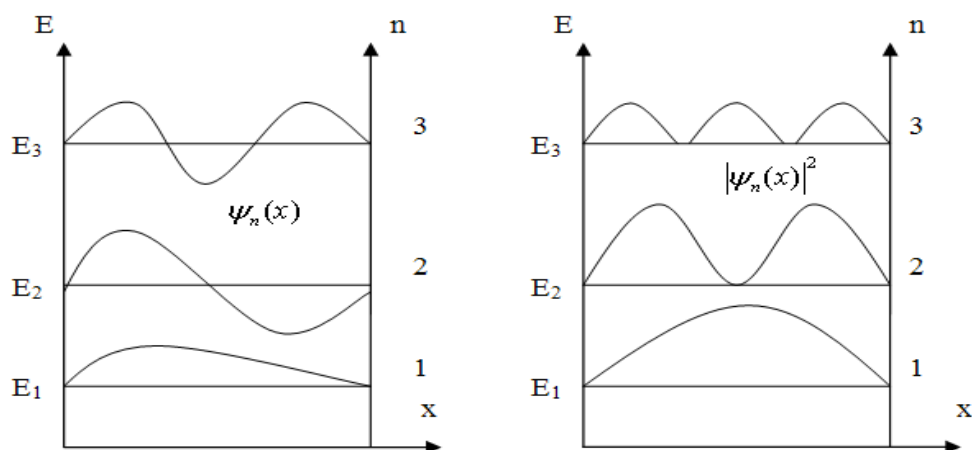
buerda $A = \sqrt{\frac{2}{\ell}}$ ga teng, xususiy funksiyalar ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \sin \frac{n\pi}{\ell} x \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (16)$$

Quyidagi 2 - rasmda xususiy funksiyalar va ularga mos energiyalarning $n = 1, 2, 3$ sonlarga mos grafiklari keltirilgan.

Rasmdan, $n = 2$ bo‘lganda zarrachani chuqurlik o‘rtasida bo‘lish ehtimolligi nolga teng. Ikkita energetik sathlar orasidagi energetik masofa quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{m\ell^2} n, \quad (17)$$



2 – rasm. Xususiy funksiyalar va ularning energiyalarini bosh kvant sonlariga bog‘liqlik grafigi

Misol uchun, chuqurlik kengligi $\ell = 10^{-1} \text{ m}$ bo‘lganda elektronning qo‘shni sohalaridagi energetik farqi

$$\Delta E_n \approx 10^{-35} n \cdot \text{Дж} \approx 10^{-16} n \cdot \text{эВ}$$

ga teng bo'ladi. Demak energetik sathlar bir-biriga juda yaqin joylashgan bo'ladi. Agarda potensial chuqurlik kengligi atom o'lchamlariga yaqin bo'lsa ($\ell \approx 10^{-10} \text{м}$) elektron uchun

$$\Delta E_n \approx 10^{-7} n \cdot \text{Дж} \approx 10^2 n \text{ эВ}$$

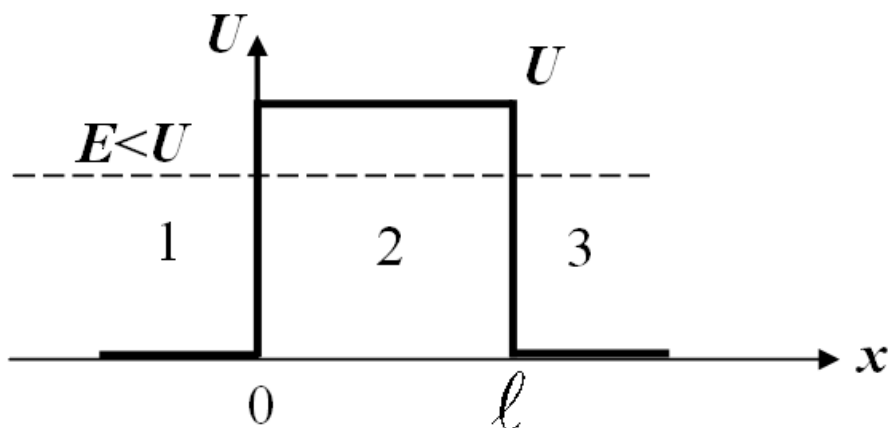
bo'ladi.

Zarrachaning bir o'lchamli, x o'qi bo'ylab, eng sodda to'g'ri burchak shaklidagi potensial to'siq orqali harakatini kuzataylik (3 - rasm).

To'g'ri burchak shaklidagi potensial to'siq balandligi U va kengligi ℓ bo'lgan hol uchun chegaraviy shartlarni keltiramiz.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U, & 0 < x < \ell \\ 0, & x > \ell \end{cases} \quad \begin{matrix} 1 - \text{cox}a \\ 2 - \text{cox}a \\ 3 - \text{cox}a \end{matrix}$$

Bu chegaraviy shartlarda, $E > U$ bo'lganda to'siq ustidan o'tadi, $E < U$ bo'lganda to'siqdan urilib qaytib, orqa tomonga harakat qiladi, ya'ni zarracha to'siq orqali o'tolmaydi.



3 – rasm. To'g'ri burchak shaklidagi potensial to'siq

Mikrozarracha (kvant zarracha) energiyasi $E > U$ bo'lgan holda, to'siq ustidan o'tishidan tashqari, zarracha to'siqqa urilib, orqaga qaytish ehtimoli noldan farqli bo'lishi mumkin. Uning energiyasi $E < U$ bo'lganda ham, zarracha $x > \ell$

sohada bo'lish ehtimoli noldan farqli bo'lishi mumkin, ya'ni zarracha to'siq orqali o'tishi mumkin.

Statsionar holatlar uchun Shredinger tenglamasi, 1 va 3 – sohalarda $\left(k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}\right)$, quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$$\frac{\partial^2 \psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \psi_{1,3} = 0 \quad ,$$

2-soha uchun, $\left(q^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}\right)$ bo'lganda,

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + q^2 \psi_2 = 0 \quad , \quad (18)$$

Bu differensial tenglamalarning umumiy yechimlari tegishli sohalarda quyidagi ko'rinishlarga ega bo'ladi:

1 - soha uchun:

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} \quad , \quad (19)$$

2 - soha uchun:

$$\psi_2(x) = A_2 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx} \quad ,$$

3 - soha uchun:

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx} \quad , \quad (20)$$

Xususan, 1 - soha uchun to'liq to'lqin funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\psi_1(x, t) = \psi_1(x) e^{-\frac{i}{\hbar} Et} = A_1 e^{-\frac{i}{\hbar} (Et - p, x)} + B_1 e^{-\frac{i}{\hbar} (Et + p, x)} \quad , \quad (21)$$

Bu ifodaning 1- hadi x - o'qi bo'ylab tarqalayotgan yassi to'lqin ko'rinishga ega, ikkinchi hadi esa, x - o'qiga teskari yo'nalishda tarqalayotgan yassi to'lqindan iborat. 3 - sohada to'lqin faqat x - o'qi bo'ylab tarqaladi va orqa tomonga tarqalmaydi, shu sababli, 3 - ifodada V_3 koeffitsiyent nolga teng bo'ladi.

2 - soha uchun yechim $E > U$ va $E < U$ nisbatlarga bog'liq bo'ladi. $E < U$ hol alohida qiziqish tug'diradi, chunki klassik zarracha bu holda potensial to'siq ichida bo'la olmaydi.

$q = i\beta$ – mavhum son dan iborat bo'lgani uchun

$$\beta = \sqrt{2m(U - E)}$$

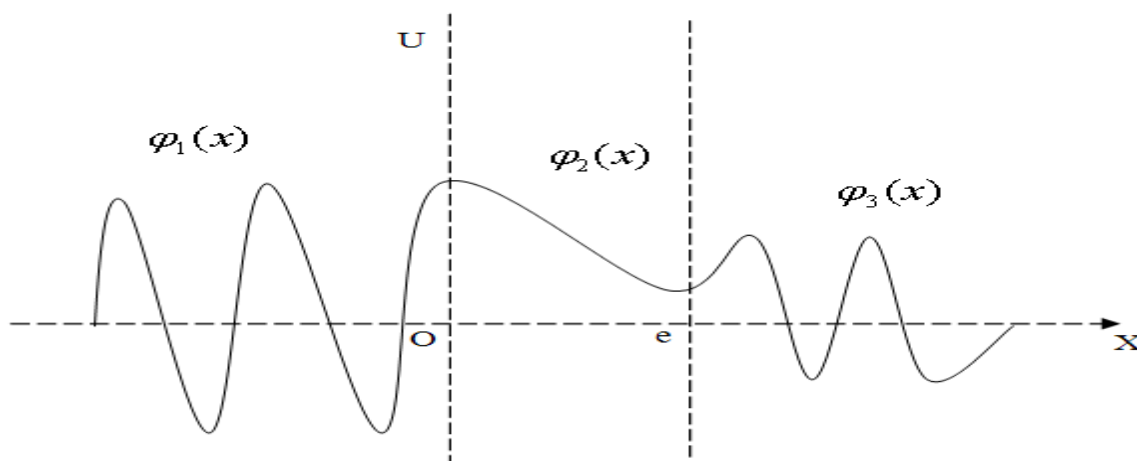
tenglikka ega bo'lamiz.

$V_3 = 0$ va q ning qiymatini hisobga olganda, uchchala soha uchun Shredinger tenglamalari yechimlari quyidagi ko'rinishga ega bo'ladilar:

$$\begin{aligned}\psi_1(x) &= A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}, & 1 - \text{soha} \\ \psi_2(x) &= A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x}, & 2 - \text{soha} \\ \psi_3(x) &= A_3 e^{ikx}, & 3 - \text{soha}\end{aligned}, \quad (22)$$

2 - sohada, eksponenta ko'rsatkichlari mavhum bo'lmay, haqiqiy sonlardan iborat bo'lgani uchun, ikki tarafga tarqaladigan yassi to'lqinlar bo'lmaydi.

$\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ va $\psi_3(x)$ funksiyalar ko'rinishi 4 - rasmda keltirilgan.



4 – rasm. To'lqin funksiyasini potensial to'siq sohasidagi ko'rinishi

Rasmdan ko'rinishcha, to'siq ichida va 3 - sohada to'lqin funksiyasi nolga teng emas ekan. Shu sababli, mikrozarra to'lqin xususiyatiga ega bo'lgani uchun belgilangan kenglikdagi potensial to'siq orqali o'ta oladi.

Shunday qilib, kvant mexanikasi **tunnel effekti** deb ataladigan yangi hodisani tushuntirib berish imkoniyatiga ega.

Tunnel effektini ifodalash uchun potensial to'siqning **shaffoflik koeffitsiyenti** degan tushunchasi kiritiladi. Bu koeffitsiyent to'siqni o'tgan zarrachalar oqimi zichligini to'siqqa tushayotgan zarrachalar oqimi zichligiga nisbati bilan aniqlanadi.

$$D = |A_3|^2 / |A_1|^2$$

$|A_3 / A_1|^2$ nisbatni aniqlash uchun, to'siq chegaralarida ψ va ψ' funksiyalarning uzluklikligi shartidan foydalanamiz:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(0) &= \psi_2(0), \\ \psi_1'(0) &= \psi_2'(0), \\ \psi_2(\ell) &= \psi_3(\ell), \\ \psi_2'(\ell) &= \psi_3'(\ell). \end{aligned} \right\}, \quad (23)$$

Hisoblashlar shaffoflik koeffitsiyentining quyidagi ifodasini beradi:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)}\ell\right), \quad (24)$$

bu yerda U – potensial to'siq balandligi, YE – zarracha energiyasi, ℓ - to'siq kengligi, D_0 – doimiy ko'paytma, ko'p hollarda u birga teng bo'ladi. Demak shaffoflik koeffitsiyenti m – zarracha massasiga, ℓ - to'siq kengligiga va $(U - E)$ qiymatga bog'liq ekan.

To'siq kengligi, zarracha massasi kichik bo'lganda shaffoflik koeffitsiyenti katta bo'ladi va 3 - sohada zarrachalarning bo'lish ehtimolligi oshadi.

Istalgan shakldagi potensial to'siq uchun shaffoflik koeffitsiyenti quyidagicha ifodalanadi:

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(E-U)}dx\right], \quad (25)$$

bu yerda $U = U(x)$.

Xulosa

XX asrda, mikrozarrachalarning to'ldin xususiyatini inobatga olib, ularning harakati va o'zaro ta'sirlashishi qonunlarini ifoda qilish uchun kvant mexanikasi yaratildi. Kvant mexanikasi, asosan Plank gipotezasi, Shredinger, Geyzenberg, Dirak va Eynshteynlarning ilmiy ishlariga asoslangandir. Kvant nazariyasining eng muhim xususiyatlaridan biri mikrozarrachaning holatini ta'riflashda ehtimollik nazariyasidan foydalanish zaruriyatidir.

1926 yilda M.Born to'ldin qonuniyati bilan, mikrozarrachaning fazoda bo'lish ehtimolliqi emas, balki ehtimollik amplitudasi - $\psi(x, y, z, t)$ o'zgaradi deb taklif etdi.

$\psi(x, y, z, t)$ kattalik - **ψ funksiya** yoki **to'ldin funksiyasi** deb ataladi. Ehtimollik amplitudasi mavhum bo'lishi mumkinligi uchun, W – ehtimollik to'ldin funksiyasi modulining kvadratiga proporsionaldir:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \quad ,$$

bu ifoda **stansionar holatlar uchun Shredinger tenglamasi** deb ataladi.

Differensial tenglamalar nazariyasida bu tenglama behisob yechimlarga ega, ammo ular orasida fizikaviy ma'noga ega bo'lganini, chegaraviy shartlar qo'yilganda aniqlanadi.

Shredinger tenglamasi uchun bunday chegaraviy shartlar quyidagilar bo'lishi mumkin:

- to'ldin funksiyasi davriyligi;
- to'ldin funksiyasining chekliligi, aniqligi va uzluksizligi (birinchi hosilasi ham).

Demak, ψ - davriy funksiyaga javob beradigan yechimlarga haqiqiy fizikaviy ma'noga ega bo'ladi. Bu yechimlar to'la energiya barcha qiymatlarida emas, balki qo'yilgan masalaga tegishli ayrim qiymatlarida o'rinli bo'ladi va energiya bunday qiymatlari – **xususiy** yechimlar deb ataladi.

Xususiy qiymatlarga mos bo'lgan funksiyalar **xususiy funksiyalar** deb ataladi.