

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI
"NAZARIY VA AMALIY MEXANIKA" KAFEDRASI

BO'TAYOROV SOBIT

KO'NDALANG KUCH VA O'RTA SIRT TEKISLIGIDA YOTUVCHI
KUHLAR TASIR ETADIGAN TO'G'RI TO'RTBURCHAKLI
PLASTINKALARNI HISOBLASH

"51440300 -mexanika" ta'lim yo'nalishi bo'yicha
bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar:

ass. Nishonov O'.

2016 yil "____" _____

Bitiruv malakaviy ishi "Nazariy va amaliy mexanika" kafedrasida bajarildi.
Kafedraning 2016 yil "____" maydagi majlisida muhokama qilindi
va himoyaga tavsiya etildi (10-bayonnoma)

Fakultet dekani:

dots. Ro'zimurodov X.

Kafedra mudiri:

dots. Berdiyev Sh.

Bitiruv malakaviy ishi YaDAKning 2016 yil "____" iyundagi majlisida
himoya qilindi va _____ ball bilan baholandi. (____ - bayonnoma)

YaDAK raisi: _____

A'zolar: _____

Samarqand 2016

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Bo'tayorov Sobitning "5440300-Mexanika" ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr
darajasini olish uchun "Ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi
kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash"
mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga**

TAQRIZ

Plastinkalar va qobiqlar nazariyasining qator masalalari berilgan chegaraviy shartli differensial tenglamalarga keltiriladi. Bu tenglamalarni yechish va olingan yechimlar asosida plastinkaning egilishlari zo'riqish holatlarini o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi.

Qurilishda va texnikada ko'p ishlatiladigan yupqa qattiq plastinkalar deformatsiyasini matematik modellar yordamida tatqiq qilish, hamda ularni kuchlanganlik holatini yetarlicha aniqlikda ifodalovchi hisolashlarni bajarish mexanikaning dolzarb masalalari bo'lib kelmoqda.

Bitiruv malakaviy ish doirasida quyidagi ishlar amalga oshirilgan: plastinkalar nazariyasi asosiy tushuncha va gipotezalari haqida, plastinkalar turlari haqida ma'lumotlar keldirilgan; yupqa qattiq plastinka egilish tenglamalarini ular uchun o'rinli gipotezalar asosida keltirib chiqarish o'rganilgan; ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalar uchun asosiy munosabatlarni, muvozanat tenglamalari keltirib chiqarish va tenglamalar sistemasini yechish o'rganilgan; olingan yechimlar asosida ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan va faqat ko'ndalang kuchlar ta'siridagi to'rtburchakli plastinkalar egilishlari koordinatalaridan bog'liq o'zgarishi grafiklar yordamida taqqoslangan. Shuningdek ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinka uchun zo'riqish kuchlari, egiluvchi va burovchi momentlar, ko'ndalang kuchlar grafiklari qurilgan.

Talaba Bo'tayorov Sobitning "5440300-mexanika" ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr darajasini olish uchun yozgan ushbu bitiruv malakaviy ishi qo'yilgan barcha talablarga javob beradi, agar u muvaffaqiyatli himoya qilinsa, 76 ballga loyiq deb hisoblayman.

"Differensial tenglamalar"
kafedraasi assistenti

Tursunov F.

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Bo'tayorov Sobitning "5440300-Mexanika" ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr
darajasini olish uchun "Ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi
kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash"
mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga
ILMIY RAHBAR MULOHAZASI**

Hozirgi zamon fan va texnikaning taraqqiyoti bir qancha muhandislik, konstruktorlik ishlarini rivojlantirishni talab qilmoqda. Muhandislik qurilmalarida ko'p ishlatiladigan yupqa qattiq plastinkalar deformasiyasini ular uchun o'rinli gipotezalarga mos matematik modellar yordamida tatqiq qilish, hamda ularni kuchlanganlik holatini yetarlicha aniqlikda ifodalovchi hisoblashlarni bajarish mexanikaning dolzarb masalalari bo'lib kelmoqda. Shu maqsadda bitiruv malakaviy ishida ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar ta'sirida o'zgarmas qalinlikdagi to'g'ri to'rtburchak shakldagi plastinkalarning kuchlanganlik holatini aniqlash masalasini yechish va natijalarni tahlil qilishda zamonaviy hisob mashinalaridan unumli foydalanish masalasi qo'yilgan.

Bitiruv ishida turli xil yuklanishlar ta'siridagi plastinkalarning deformatsiyalanganlik kuchlanganlik holati faqat ko'ndalang yuklanishlar ta'siridagi hamda ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash masalalarini o'rganildi. Hisoblashlardan olingan yechimlar asosida masalaning berilgan aniq son qiymatlarida Plastinkalar egilishlarining koordinatalardan bog'liq o'zgarishi va ichki zo'riqish grafiklari qurilgan. Grafiklardan ko'rinadiki, plastinkaning o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuch mavjud bo'lganda uning egilishlari, faqat ko'ndalang kuch ta'siridagi egilishlarga nisbatan kamayishini agar bu kuch siquvchi bo'lganda esa egilishlar oshib ma'lum, darajaga etganda plastinka ustuvorligini yo'qotishi mumkin ekanligi xulosa qilingan.

Bitiruv malakaviy ishida qaralgan masalalarning amaliy ahamiyati, ularni yechishni tushuntirish, keng qamrovli tahlil va talabaning ishga ijodiy yondoshganligini e'tiborga olib, agar u muvaffaqiyatli himoya qilinsa, 80 ballga loyiq deb hisoblayman.

Ilmiy rahbar:

ass. Nishonov O'.

Mundarija

Kirish.....	5
--------------------	----------

I-BOB. PLASTINKALAR NAZARIYASINING ASOSIY

TUSHUNCHALAR VA MUNOSABATLAR.....	8
--	----------

§ 1.1. Plastinkalar nazariyasi asosiy tushuncha va gipotezalar.....	8
--	----------

§ 1.2. Plastinkada ko'chish, deformasiyalar va kuchlanishlar	10
---	-----------

§ 1.3. Plastinkada ichki zo'riqish kuchlari. Kuchlanishlanishlarni zoriqish kuchlari orqali ifodalash.....	13
---	-----------

§ 1.4. Plastinka o'rta sirti uchun differensiyal tenglama. Plastinka uchun chegaraviy shartlar.....	17
--	-----------

II BOB. TURLI XIL YUKLANISHLAR TA'SIRIDAGI PLASTINKALARNING DEFORMATSIYALANGANLIK

KUCHLANGANLIK HOLATI

§ 2.1. Ko'ndalang yuklanishlar ta'siridagi to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash.....	
--	--

§ 2.2. Ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash.....	
--	--

Xulosa.....	36
--------------------	-----------

Foydalanilgan adabiyotlar royxati.....	37
---	-----------

KIRISH

Masalaning qo'yilishi. Ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar ta'sirida o'zgarmas qalinlikdagi to'g'ri to'rtburchak shakldagi plastinkalarning kuchlanganlik holatini aniqlash masalasini yechish va natijalarni tahlil qilishda zamonaviy hisob mashinalaridan unumli foydalanish masalasi qo'yilgan.

Mavzuning dolzarbligi. Hozirgi zamon fan va texnikaning taraqqiyoti bir qancha muhandislik, konstruktorlik ishlarini rivojlantirishni talab qilmoqda. Muhandislik qurilmalarida ko'p ishlatiladigan yupqa qattiq plastinkalar deformasiyasini ular uchun o'rinli gipotezalarga mos matematik modellar yordamida tatqiq qilish, hamda ularni kuchlanganlik holatini yetarlicha aniqlikda ifodalovchi hisoblashlarni bajarish mexanikaning dolzarb masalalari bo'lib kelmoqda.

Ishning maqsadi va vazifalari. Bitiruv malakaviy ishida to'g'ri to'rtburchak shakldagi ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar ta'siridagi plastinka egilishlarini trigonometrik qatorlar yordamida tadqiq qilish maqsad qilib qo'yildi. Buning uchun quyidagi vazifalar belgilab qo'yildi: plastinkalar nazariyasi uchun o'rinli gipotezalarga va asosiy munosabatlari bilan tanishish; plastinka egilishlarini ifodalovchi differensial tenglamarni o'rganish; plastinka egilishini ifodalovchi differensial tenglama turli chegaraviy shartlarga mos yechimini topish bilan atroflicha tanishish; o'rganilgan metod asosida masalalar yechish, olingan natijalar asosida grafiklar qurish

Ilmiy tadqiqot metodlari. Yupqa qattiq plastinkalar uchun kuchlar muvozanat tenglamalari sistemasini o'rinli nazariyalar asosida ko'chlarga nisbatan differensial tenglamaga keltirish usullari o'rganilgan. Olingan ko'chishlarga nisbatan to'rtinchi tartibli plastinka egilish tenglamalari va berilgan chegaraviy shartlar va tashqi yuklanishning turli holatlari uchun yechiladi. Olingan sonli natijalar ko'chishlar eguvchi va burovchi momentlar, qurquvchi kuchlar epyuralari quriladi.

Ishning ilmiy ahamiyati. Ma'lumki qeformatsiyalanuvchi qattiq sm mexanikasi masalalari umumiy holda yechilishi qiyin bo'lgan va to'liq o'rganilmagan murakkab differensial tenglamalar sistemasiga keladi amaliyotda uchraydigan ko'p

masalalarni ma'lum tekistlikda sodir bo'ladi deb masalalarni soddaroq ko'rinishga keltirish mumkin. Bunday turdagi masalalarni qo'yish va yechishda zamonaviy hisob usullarida foydalanish ishga ijodiy yondashishni talab qiladi.

Ishning amaliy ahamiyati. Plastinkalar hozirgi vaqtda texnikaning ko'pgina sohalarida – qurilishda, aviyasozlikda, mashinasozlikda, va boshqa xalq xo'jaligining turli sohalarida keng qo'llaniladi. Bu esa ishlatilayotgan konstruksiyalarni engil , ishlatishga qulay qilib, tejamkorligi va yaxshi qurilishi zaruratiga olib keladi. Shu maqsadda biz to'g'riburchak shakldagi turli xil uyklanishli plastinkalarni hisoblashga doir jarayonlarni qarab chiqamiz.

Ishning tuzilishi. Maskur bitiruv malakaviy ishi kirish, 2 ta bob, brinchi bob 4 ta paragraf, ikkinchi bob 2 ta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib 32 betni tashkil etadi.

Ishning qisqacha mazmuni. Malakaviy bitiruv ishi doirasida quyidagi asosiy ishlar amalga oshiriladi. Kirish qismida masala quyilishi, mavzuning dolzarbligi, maqsad va vazifalari, ilmiy va amaliy ahamiyat haqida tushunchalar beriladi. Birinchi bobda plastinkalar nazariyasi asosiy tushuncha va gipotezalar haqida hamda plastinkalar uchun o'rinli tenglamalar keltirilishi o'rganiladi. Ikkinchi bobda turli xil yuklanishlar ta'siridagi plastinkalarning deformatsiyalanganlik kuchlanganlik holati faqat ko'ndalang yuklanishlar ta'siridagi hamda ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash masalalarini yechish orqali o'rganiladi. Olingan natijalar asosida ko'chishlar va ichki zo'riqish kuchlari grafiklar quriladi.

I-BOB. PLASTINKALAR NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALAR VA MUNOSABATLAR

§ 1.1. Plastinkalar nazariyasi asosiy tushuncha va gipotezalar

Plastinka deb bir o'lchami qolgan ikkita o'lchamidan yetarlicha kichik bo'lgan jismga aytiladi. Bu kichik o'lcham plastinkaning qalinligi deb ataladi. Plastinka o'rta sirti deb uning qalinligini teng ikkiga bo'luvchi cirtga aytiladi. O'rta sirtini chegarasidagi chiziqqa plastinka konturi deyiladi. X va Y o'qlarini plastinka o'rta cirti bo'yicha Z o'qni esa o'rta sirtga perpendikulyar qalinlik bo'yicha olamiz.

Bu esa plastinka o'rta sirti nuqtalari asosiy ko'chishlari vertikal ko'chishlar bo'lib w orqali ifodalanishini bildiradi. Sirt egilishlarini o'rta sirt ko'chishlari $w = w(x, y)$ orqali ifodalash mumkin va bu ko'chish plastinka o'rta sirti egilishi deyiladi.

Plastinka qalinligi uni egilish xossasiga muhim ta'sir qiladi. Plastinkalarni a/δ -xarakterlovchi o'lchamiga qarab uchta turga ajratiladi. a -plastinka o'lchami δ -qalinligi.

Birinchi tur $a/\delta \geq 80 \dots 100$ bo'lganda plastinka membranaga aylanadi. Ular bilan ishlash ularning chetlarini maxkamlanishiga bog'liq bo'lib qoladi. Bunday plastinkalarning egilishjga qarshiligi juda kam va uning o'rta sirti cho'zilichida qo'yilgan ko'ndalang yuk ta'siri muhim rol o'ynaydi. Bu ta'sir mambranaviy ta'sir deyiladi va membrana har bir elementiga qo'yilgan ko'ndalang yuklanishni z o'qiga proeksiyasidan tashkil topadi.

Juda ko'p ishlatiladigan o'rta oraliqdagi plastinkalar yupqa plastinkalar $5 \dots 10 \leq a/\delta \leq 80 \dots 100$ deb nomlanadi. Buko'rinishdagi plastinkalar ikki sinfga ajratiladi: 1) qattiq va 2) egiluvchan plastinkalar.

Agar yupqa plastinkalarda $w/\delta \leq 0,2 \dots 0,5$ bo'lsa bunday kichik ko'chishlarda asosiy rolni egishda kuch faktori o'ynaydi. (O'rta sirt deformasiyasini va mambranaviy so'riqishlarni (kuchlarni) hisobga olmaslik mumkin) Bu turdagi plastinkalarga qattiq plastinka sinfiga kiradi.

Agar w/δ ko'rsatilgan xossalardan tashqari holda va o'rta sirt deformasiyasini hisobga olganda esa plastinkalar egiluvchan deyiladi. Masalan: temirbeton plitalar

qattiq plastinkalarga oddiy misol bo'sa, yupqa temir list (tunuka) egilishi qo'yilgan yukka bog'liq qattiq ham egiluvchan.

Biz quyida yupqa qattiq plastinkalar egilishini hisobini qaraymiz. Bunday plastinkalar uchun o'rinli gipotezalar oddiy va chiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Egiluvchi plastinka (qobiq va membrana) tenglamalari nochiziqli ekanligi masalani qiyinlashtiradi.

Qattiq yupqa plastinkalar nazariyasi faraz va cheklashlari quyidagicha ifodalanadi:

1. O'rta sirtga normal mn kesma deformatsiyalangandan keyin ham o'rta sirtga normal va to'g'ri chiziqli element bo'lib saqlanadi. Bu holat " normal to'g'ri chiziq gipotezasi deb nomlanadi.

Ixtiyoriy o'g'ri chiziqli element orta sirt normalini z o'qi bo'ylab yo'nalgan va gipoteza bo'yicha bu element bilan x, y o'qlar orasidagi t'g'ri burchak o'zgarmaydi, ya'ni;

$$\gamma_{yz} = 0, \quad \gamma_{zx} = 0, \quad (1.1)$$

To'g'ri chiziqli element uzunligi gipotezasidan zo'qi boyicha chiziqli yani plastinkaning qalinligi boyicha deformatsiya yo'q, bundan

$$\varepsilon_z = 0 \quad (1.2)$$

O'rta sirt tekisligida chozilish, siqilish va buralish deformatsiyalarining yo'qligi u neytral va unda ko'chishlar yoq ekanligini bildiradi, ya'ni;

$$u_0 = v_0 = 0 \quad (1.3)$$

2. Plastinka gorizontall qatlamlarida σ_z kuchlanishni hisobga olmasa ham bo'ladi σ_x va σ_y kuchlanishlar esa teng. Bu ikki faraz adabiyotlarda Kirxgof gipotezasi deb nomlanadi, qobiqlar uchun qo'llanilganda Kirxgof-Lyav gipotezasi deyiladi.

3. Uchinchi faraz harakterni cheklash bo'ladi. Ko'chishlar etarlicha kichik $w/\delta \leq 0,2 \dots 0,5$ va o'rta sirt membranaviy zo'riqishlarini hisobga olmasa ham bo'ladi.

§ 1.2. Plastinkada ko'chish, deformatsiyalar va kuchlanishlar

Plastinka egilishini o'rganishda ko'chish va deformatsiyalarni ifodalasdan boshlaymiz. Plastinka o'rta sirti normal bo'yicha qo'yilgan yuklanishlar ta'sirini qaraymiz. Bunday kuchlanish ta'sirida plastinka ko'chishlarini qabul qilingan gipotezalar bo'yicha ifodalaymiz. Birinchi gipotezadan (1.2) shartga ko'ra;

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Bundan plastinka egilishlari w z kordinatadan bog'liq emasligi kelib chiqadi, ya'ni;
 $w = w(x, y)$

Bu esa plastinka o'rta sirti egilishi hamma nuqtalari vertikal ko'shishlar w bilan ifodalanishini bildiradi.

Siljsh uchun (2.1) shartlarni quyidagicha olamiz;

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0;$$

bu srtlardan quyidagilarni olamiz:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y};$$

Bu tenglamalarni z bo'yicha integrallasab, quyidagilarni olamiz,

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} + f_1(x, y); \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} + f_2(x, y); \quad (a)$$

$f_1(x, y)$ va $f_2(x, y)$ xususiy hosilalarni integrallashtan hosil bo'lgan funksiyalarni topish uchun o'ta sirtning deformatsiyalanmaslik gipotezasidan foydalanamiz. (1.3) shartga ko'ra (a) formula $z=0$ uchun; da quyidagi ko'rinishni oladi:

$$u_0 = f_1(x, y) = 0; \quad v_0 = f_2(x, y) = 0;$$

bunga ko'ra (a) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}; \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (1.4)$$

Bu esa plastinka nuqalarining x va y o'qi yonalishida ko'chishlari, plastinka orta sirti egilishi funksiyasi orqali ifodalanishini bildiradi.

Plastinkani noldan farqli deformasiyalari (1.4) ga ko'ra quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}\quad (1.5)$$

Demak, plastinka o'rta sirti egilishida deformasiyalar va ko'chishlar bitta funksiya bilan ifodalanadi.

Endi plastinkada kuchlanishlarni ifodasini qaraymiz. Normal kuchlanishlardan σ_x va σ_y noldan farqli uchinchi gipoteza ko'ra $\sigma_z = 0$. Gukk qonunidan

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

(1.5) ga ko'ra bu ifodan σ_x va σ_y larni quyidagicha yozish mumkin

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \sigma_y = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (b)$$

Guk qonunida $\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ekanligidan

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = -\frac{Ez}{(1+\nu)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (c)$$

Urinma kuchlanishlar boshqa ikkita tekislik bo'yicha (1.1) tenglikka asosan nolga tenglashtiriladi.

$$\tau_{zy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zy} = 0$$

$$\tau_{zx} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zx} = 0.$$

Bu natija faqatgina qabul qilingan gipotezaga muvofiq shunday olindi. Urinma kuchlanishlar noldan farqli ekanligini muvozanat tenglamalarida ko'rishimiz mumkin. Agar hajmiy kuchlarni hisobga olmasak

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$

Bunga (b) va (c) formuladagi kuchlanishlarni qo'ysak

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{Ez}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) + \frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}$$

Soddalashtirishlardan keyin

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{Ez}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

Yoki

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{Ez}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial x} \Delta^2 w$$

z bo'yicha integrallsak,

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{Ez^2}{2(1-\nu^2)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w + f_3(x, y) \quad (d)$$

$f_3(x, y)$ ixtiyoriy funksiyani ifodalash uchun chegaraviy shartlardanamiz.

Yuqori va pastki plastinka tekisliklarida urinma kuchlar yo'q $z = \pm \frac{h}{2}$

$\tau_{zx} = 0$. Bu shartni (3) formulaga qo'ysak

$$\frac{Eh^2}{8(1-\nu^2)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w + f_3(x, y) = 0$$

Bundan

$$f_3(x, y) = -\frac{Eh^2}{8(1-\nu^2)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w$$

Keltirilgan (c) formula ko'rinishi quyidagicha bo'ladi

$$\tau_{zx} = -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \quad (e)$$

Xuddi shunday muvozanat tenglamalarining ikkinchisiga ko'ra

$$\tau_{yz} = -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w \quad (j)$$

(b) (c) (e) va (j) formulalar plastinkaning o'rta sirtiga perpendikulyar kesimida hosil bo'ladigan kuchlanishlarni beradi

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \gamma_{xy} &= -\frac{Ez}{(1+\nu)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \tau_{zx} &= -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \\ \tau_{yz} &= -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

§ 1.3. Plastinkada ichki zo'riqish kuchlari. Kuchlanishlanishlarni zoriqish kuchlari orqali ifodalash

Plastinkadan cheksiz kichik $dx dy dz$ element olamiz va uni rasmdagidek tasvirlaymiz. Tekislik normal x o'qiga parallel bo'lgan tekislikda σ_x , τ_{yx} va τ_{zx} kuchlanishlar joylashgan, σ_x kesimni tashqi normal bo'ylab yo'nalgan urinma kuchlanishlar koordinata o'qlari musbat yo'nalishiga, kesim tashqi normal bo'nalishi esa x o'qining musbat yo'nalishiga mos keladi.

Qaralayotgan kesim eni birligiga to'g'ri keluvchi normal ichki kuchni N_x bilan belgilaymiz. Bu x o'qiga parallel bo'lgan kesimga normal ichki kuchlar teng ta'sir etuvchisini x o'qdagi proeksiyasiga teng. Bu o'qga faqatgina σ_x kuchlanish proektsiyalanadi.

Cheksiz kichik yuza $dx dz$ dagi ichki kuchlar $dx dy dz$ ga teng kesim birlik yuzasiga $\sigma_x dz$ kuch to'g'ri keladi. Bunday elementar kuchlarning plastinka qalinligidagi yig'indisi normal kuchni ifodalaydi.

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz$$

Normal kuchlanish σ_x ni o'rniga (1.6) formulani qo'yib integral belgisidan z ga bog'liq bo'lmagan kattaliklarni chiqarsak

$$N_x = -\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z dt$$

Bundan $N_x = 0$ ekanligi kelib chiqadi.

Xuddi shunday egiluvchan moment M_x ni $\sigma_x dz \cdot z$ elementar momentlar yig'indisi shaklida yozsak

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dt = -\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 dt$$

Bundan

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

Bu yerda

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1.7)$$

(1.7) kattalik silindrik bikrlilik deb ataladi. U plastinka fizik geometrik xarakteristikalaridan iborat.

Kesimda ko'ndalang kuch quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{zx} dx$$

(1.6) formulaga ko'ra

$$Q_x = -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) dz$$

Integrallashdan keyin

$$Q_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w$$

Siljish kuchlari sifatida S_x olsak u ichki kuchlarni z o'qdagi proeksiyalari yig'indisi hisoblanadi.

(1.6) formulaga ko'ra $S_x = 0$ ekanligini ko'rish mumkin.

Burovchi moment esa quyidagicha ifodalanadi

$$M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yx} z dz = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Xuddi shunday y o'q bo'yicha

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$Q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w$$

(b) va (c) formulalarda $M_{xy} = M_{yx} = H$ desak plastinka o'rta sirtiga perpendikulyar kesimda ko'ndalang yuk ta'sirida hosil bo'ladigan ichki kuchlar:

Eguvchi momentlar

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Burovchi moment

$$H = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.9)$$

Ko'ndalang kuchlar

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \\ Q_y &= -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Biz yuqorida plasrinka o'rta sirti nuqtasida momentlar ko'ndalang kuchlar ifodasini qarab chiqdik. Shuningdek plastinka ixtiyoriy nuqtasi kuchlanishlarinni

ko'rib chiqdik. Ular orasidagi bog'lanishni quyidagicha ifodalash (1.6) va (1.8) formulalar bajariladi.

$$\begin{cases} \sigma_x = 12M_x \frac{z}{h^3} \\ \sigma_y = 12M_y \frac{z}{h^3} \end{cases}$$

Birlik enli to'g'ri to'rtburchakli kesim inersiya momenti $J = \frac{h^3}{2}$ ekanligidan 'materiallar qarshiligi' kursidan ma'lumki

$$\sigma_x = M_x \frac{z}{J} \qquad \sigma_y = M_y \frac{z}{J}$$

Normal kuchlanish maksimal qiymati $z = \pm \frac{h}{2}$ da hosil bo'ladi

$$\begin{cases} \max \sigma_x = \frac{M_x}{W} \\ \max \sigma_y = \frac{M_y}{W} \end{cases}$$

Bu yerda $W = \frac{7}{h/2} = \frac{h^2}{6}$ endi bir to'g'ri to'rtburchakli kesim qarshilik momenti yuqoridagi (1.6) va (1.10) fo'rmuladan τ_{xy} urinma kuchlanishni H burovchi moment orqali ifodalash mumkin.

$\tau_{xy} = \frac{12Hz}{h^3}$ maksimal urinma kuchlanish $z = \pm \frac{h}{2}$ da hosil bo'ladi

$$\max \tau_{xy} = \frac{6H}{h^2}$$

Vertikal urinma kuchlanish (1.6) va (1.9) dan qirquvchi kuchlar orqali quyidagicha ifodalanadi.

$$\tau_{zx} = 6Q_x \frac{\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)}{h^3}$$

$$\tau_{yz} = 6Q_y \frac{\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)}{h^3}$$

Plastinka o'rta sirtida urinma kuchlanish $z=0$ da maksimal qiymatga erishadi.

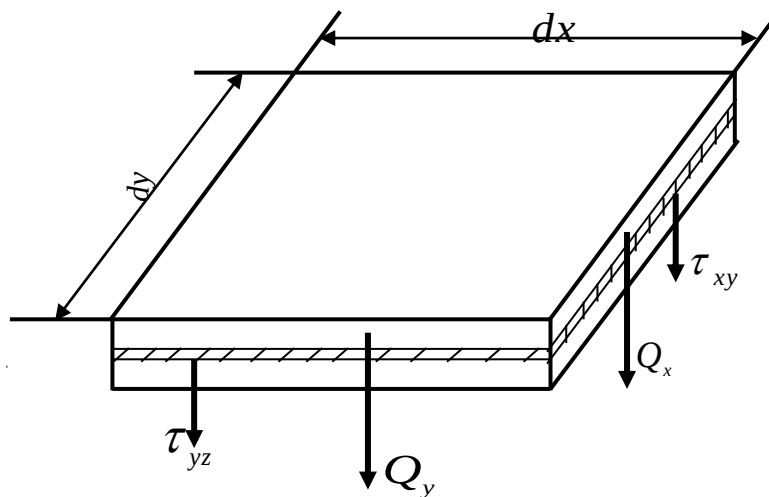
$$\max \tau_{zx} = \frac{3Q_x}{2h}$$

$$\max \tau_{yz} = \frac{3Q_y}{2h}$$

§ 1.4. Plastinka o'rta sirti uchun differentsiyal tenglama. Plastinka uchun chegaraviy shartlar

$q=q(x,y)$ ko'ndalang kuch ta'sirida plastinka o'rta qatlami egiladi, egrilanish sirt egilishi $w=w(x,y)$ kabi tasvirlanadi.

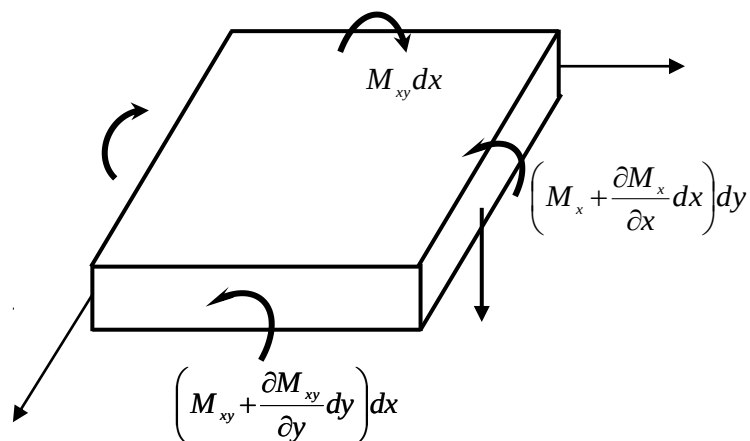
Plastinkada eguvchi va burovchi momentlardan tashqari τ_{xy} va τ_{yz} urinma kuchlanishlar natijasi sifatida Q_x va Q_y ko'ndalang kuchlar paydo bo'ladi.



1-rasm

1- rasmdan ko'rinadiki ko'ndalang kuchlar Q_x va Q_y lar quyidagi ko'rinishda tasvirlash mumkin. x va y o'qi bo'yicha hamma mometlar proyeksiyalari yig'indisini nolga teng desak,

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy dx - Q_x dx dy = 0$$



2-rasm

bundan

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}$$

Xuddi shunday z o'qqa nisbatan momentlar yig'indisi nol desak,

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy dx - q dx dy = 0$$

bundan

$$q = \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \quad (3.17)$$

bu yerda q ko'ndalang yuklanish.

Q_x va Q_y ko'ndalang kuchlar momentlar orqali ifodasini buifodaga qo'ysak,

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = q \quad (1.11)$$

tenglikka kelimiz. Bu ifoda (1.8) ga ko'ra quyidagi ko'rinishni oladi.

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q \quad (1.13)$$

yoki qisqacha,

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q}{D} \quad (1.13)$$

(1.13) tenglama plastinka egilishi differensial tenglamasi deyiladi.

(1.8) ga ko'ra plastinkada eguvchi moment ifodasi uchun quyidagini olamiz ;

$$M_x + M_y = -D(1 + \mu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

yoki

$$\nabla^2 w = -\frac{M_x + M_y}{D(1 + \mu)} ; \quad (1.14)$$

bundan

$$\nabla^2 \nabla^2 w = -\frac{\nabla^2 (M_x + M_y)}{D(1 + \mu)}$$

(1.13) tenglamaga bu ifodani qo'ysak

$$\nabla^2 (M_x + M_y) = -(1 + \mu)q ; \quad (1.15)$$

Bu tenglama (1.13) tenglamaga teskari tenglama bo'lib plastinkaning materialining fizik xususiyatidan bog'liq emas bu esa elastik izotrop plastinka uchun to'ri keladi. (1.13) tenglama elastik plastinka uchun asosiy tenglama hisoblanadi. Bu tenglama echimi berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantirilishi talab etiladi. Plashtinka tomonlari mahkamlanishidan bog'liq chegaraviy shartlar quyidagucha ifodalanadi.

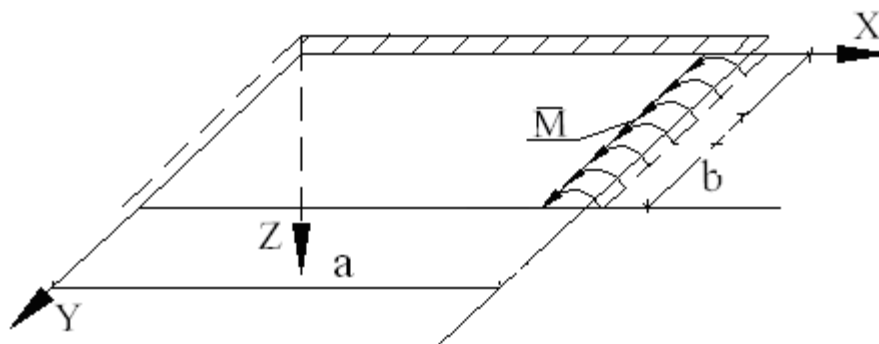
Plastinka egilishlari, o'rta sirt burilish burchagi, eguvchi va burovchi momentlar, ko'ndalang kuchlar uning tomonlarining qanday mahkamlanishiga bog'liq.

Chegaradagi ko'chishlar, egilish va o'rta sirt burilish burchagi berilishi shartlari geometrik shartlar deyiladi.

Chegaradagi kuchlar, eguvchi va burovchi momentlar, ko'ndalang kuchlarni berilish shartlari statik shartlar deyiladi. Agarda bir vaqtda ham ko'chishlar uchun,

ham kuchlar uchun shartlar berilgan bo'lsa, bunday chegaraviy shart aralash chegaraviy shart deyiladi. Har bir tomon uchun 2 ta chegaraviy shart beriladi.

Plastinka chetlari turli shaklda mahkamlanganda chegaraviy shartlarni berilishi qaraymiz.



1) Qistirib mahkamlanganlik sharti. y o'qdagi $x=0$ tomon qattiq mahkamlangan bo'lsin. Bu tomonda ko'chish va y o'qqa nisbatan burilishlar yo'q ya'ni,

$$x=0 \text{ da } w=0, \quad \frac{\partial w}{\partial y}=0. \quad (1.16)$$

2) Sharnirli mahkamlanganlik sharti.

Sharnirli mahkamlangan tomon uchun,

$$w=0, \text{ va } M_x=0 \quad (1.17)$$

yoki, bu esa ko'chishlar orqali,

$$w=0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

bu tomonda $y = \text{const}$ bo'lganidan $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$ ekanligi ma'lum, bundan chegaraviy shart quyidagicha bo'lishi kelib chiqadi.

$$w=0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0.$$

3) Erkin tomon uchun chegaraviy shart.

Bu holda eguvchi moment M_y , ko'ndalang kuch Q_y burovchi moment M_{xy} nolga aylanadi. Bu 2 ta shart emas 3 ta shartdir. Masala echishda chegaraviy shart 2ta

berilishi shart. Bu ziddiyatni yo'qotish uchun oxirgi ikkita shartni bitta shartga keltiramiz.

Chegarada burovchi moment va ko'ndalang kuch bittakuch bilan ifodalanishini ko'rsatamiz. Bu kuchlar statik jihatdan ekvivalent burovchi moment M_{xy} x o'qqanisbatan parallel joylashgan dx uzunlikda burovchi moment $M_{xy}dx$ gat eng M_{xy} ni yo'nalishi bo'yicha vertikal ravishda dx ga ko'chganda qarasak (6-rasm) dx cheksiz kichik uzoqlashganda burovchi moment $(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}dx)dx$ ga teng. Har bir dx cheksiz kichik qismga $\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}dx$ mos keladi. Demak har bir taqsimlanishda kuch $\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}$ ga teng. C va B nuqtalarda hosil bo'lgan kuchlar, vertikal yuk ko'ndalang kuchga kuchsizlantiriladi. CB tomonda keltirilgan ko'ndalang kuch;

$$Q_y^k = Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad \text{va} \quad Q_x^k = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (1.18)$$

(1.19) ni x va y bo'yicha differensuyallab ko'chishlar orqali ifodalasak;

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} &= D(1-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} &= D(1-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} \end{aligned} \quad (1.19)$$

(1.18) ifodalarni (1.10) ga ko'ra (1.19) ni hisobga olib yozsak quyidagiga kelimiz.

$x = 0$ tomon erkin bo'lsin, u holda bu tomon uchun chegaraviy shart quyidagicha olinadi.

$$\begin{aligned} Q_y^k &= D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} \right] \\ Q_x^k &= D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] \end{aligned} \quad (1.20)$$

Xuddi shunday plastinkaning chetlarida uchta shart, eguvchi moment, burovchi moment va ko'ndalang kuch faqat ikkita eguvchi moment va keltirilgan ko'ndalang kuch sifatida qaraladi.

$$M_y = 0 \quad \text{va} \quad Q_y^k = 0$$

bu munosabat ko'chishlar orqali quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (1.21).$$

II BOB. TURLI XIL YUKLANISHLAR TA'SIRIDAGI PLASTINKALARNIN DEFORMATSIYALANGANLIK KUCHLANGANLIK HOLATI

§ 2.1 Ko'ndalang yuklanishlar ta'siridagi to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash

To'g'ri burchakli plastina egilishi tenglamasi yechimini yopiq formada olib bo'lmaydi. Uning yechimini cheksiz qator ko'rinishida izlaymiz. Ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgaruvchi intensivligi $q(x, u)$ ko'ndalang kuch ta'siridagi tomonlari sharnirli mahkamlangan to'g'ri burchakli plastinkani qaraymiz. Koordinatasi tekislikligi boshini plastinka burchagiga joylashtiramiz. Plastinka o'lchamlari x o'qi yo'nalishida a va u o'qi yo'nalishida b ga teng.

(1.13) tenglama yechimini ikki karrali trigonometrik qator ko'rinishda izlaymiz.

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.1)$$

Bu yerda A_{mn} - qatorning o'zgarma koeffitsienti:

m va n – butun sonlar: 1, 2, 3..... sonlarni qabul qiladi.

(2.1) qatorni quyidagicha yoyib olish mumkin.

$$W(x, y) = A_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + A_{12} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} + A_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + A_{22} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} \dots$$

Sharnirli mahkamlangan tomonlar uchun chegaraviy shart quyidagicha olinadi

$$X=0 \text{ va } x=a \text{ tomonlar uchun} \quad W = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.2)$$

$$Y=0 \text{ va } y=b \text{ tomonlar uchun} \quad W = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (2.3)$$

(2.1) qator bu shartlarni qanoatlantiradi. Haqiqatan: plastinka chegaralarida $x=0$ da $\sin \frac{m\pi x}{a} = \sin 0 = 0$ va bundan $W(a, y)=0$ $x=a$ tomonda $\sin \frac{m\pi x}{a} = \sin m\pi = 0$ bundan ko'chish $W(a, y)=0$ Xuddi shunday $u=0$ va $u=b$ tomonlar uchun ko'chishlar noligini ko'rish mumkin. Demak (2.1) va (2.3) chegaraviy shartlar bajariladi.

Ko'chish funksiyasi ikkinchi tartibli hosilasi;

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = - \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = -\sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$$

argumentlari ya'ni sinuslardan iborat funksiya bo'ladi. Bu esa funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasi qiymatlari ham plastinka chetlarida nolga tengligini ko'rsatadi. (2.2) va (2.3) Chegaraviy shartlar eguvchi momentlar uchun ham qanoatlantiriladi.

(2.1) qator koeffisientlarini aniqlaymiz. Buning uchun ko'chish funksiyasining to'rtinchi tartibli hosilalarini olamiz.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w}{dx^2} &= \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} &= \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{mn\pi^2}{ab}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \frac{d^2 w}{dx^2} &= \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \end{aligned}$$

va buni plastinka egilish tenglamasiga qo'ysak, qisqartirishlardan keyin quyidagini olamiz:

$$D\pi^4 \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} = q(x, y) \quad (2.4)$$

Qator koeffisientlarini aniqlash uchun (1.12) tenglamaning chap qismini trigonometrik qatorga ko'rinishda yozamiz.

To'g'ri burchakli $0 \leq x \leq a$; $0 \leq y \leq b$; sohada yuklanishni ikki karrali trigonometrik Furiye qatori shaklida yozsak.

$$q(x, y) = \sum_{n=1} \sum_{m=1} C_{mn} \sum_{n=1} \sum_{m=1} C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.5)$$

Bu qator koeffisientlari matematik analiz kursidan ma'lum bo'lgan quyidagi formula orqali aniqlanadi.

$$C_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (2.6)$$

(2.5) ko'rinishidagi qatorni (2.4) tenglamaga qo'yib quyidagi ifodaga kelimiz:

$$D\pi^4 \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Bu ikki qator aynan teng bo'lishi uchun uning mos hadlari teng bo'lishi kerak.

$$D\pi^4 \sum_m \sum_n A_{mn} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 = C_{mn}$$

(2.6) ifodaga C_{mn} ning ifodasini qo'ysak qator koeffisienti quyidagi formada ifodalanadi.

$$A_{mn} = \frac{4}{D\pi^2 ab \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \int_0^a \int_0^b q(x,y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = q(x,y) \quad (2.7)$$

(2.1) funksiya qo'yilgan masalaning yechimi bo'ladi u plastinka uchun chegaraviy shartlar va plastinka egilish tenglamasini (2.7) ko'rinishdagi koeffisientini qator qanoatlantiradi.

Biz quyida $q(x, y)$ funsiyani aniq ko'rinishlarida qo'yilgan masalalarni qaraymiz.

Plastinka sirtiga butun sirti bo'yicha tekis taqsimlangan kuch qo'yilgan bo'lsin. (rasm)

Bu holda $q(x, y) = q = \text{const}$. Bunda

(2.7) formula quyidagicha bo'ladi.

$$A_{mn} = \frac{4}{D\pi^2 ab \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \int_0^a \sin \frac{m\pi x}{a} dx \int_0^b \sin \frac{n\pi y}{b} dy \quad (2.8)$$

Integrallashlarni bajargandan keyin

$$A_{mn} = \frac{16q}{D\pi^6 mn \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \quad (m=1,3,5,\dots, n=1,3,5,\dots)$$

Bu koeffisientlarni (2.1) qatorda qo'ysak kuchish funksiyasini quyidagi ifodasiga ega bo'lamiz:

$$W(x,y) = \frac{16q}{\pi^6 D} \sum_m \sum_n \frac{\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)}{mn \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \quad (2.9)$$

Maksimal ko'chish plastinka markazida ($x = \frac{a}{2}$ bu $y = \frac{b}{2}$ bo'lganda) paydo bo'ladi.

$$\max W = \frac{16q}{\pi^6 D} \sum_m \sum_n \frac{\sin(\frac{m\pi}{2}) \sin(\frac{n\pi}{2})}{mn(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})^2} \quad (m=1,3,5,\dots, n=1,3,5,\dots)$$

To'plangan kuch ta'sirida plastinka egilishlarni aniqlash:

$x=x_0$ va $u=u_0$ koordinatali K nuqtada R to'plangan kuch quyilgan bo'lsin. Bu kuchning K nuqtaning cheksiz kichik $dx dy$ atrofiga yuklanish ta'siri tarkaladi.

$$q(x,y) = \frac{P}{dxdy}$$

(2.7) formuladagi ikki karrali integralni hisoblaganda K nuqtadan tashqari hamma nuqtalarda nolga aylanadi:

$$\int_0^a \int_0^b q(x,y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = dxdy = P \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b}$$

Bu qiymatni tenglamaga qo'ysak (2.1) qatorni koeffisientlari quyidagicha olinadi.

$$A_{mn} = \frac{4P \sin(\frac{m\pi x_0}{a}) \sin(\frac{n\pi y_0}{b})}{D\pi^4 ab (\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})^2}$$

Bu ifodani (2.1) qatorga qo'ysak plastinka egilish funksiyasi:

$$W = \frac{4P}{D\pi^4 ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{m\pi x_0}{a}) \sin(\frac{n\pi y_0}{b})}{(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.10)$$

§ 2.2. Ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash

Yoyilgan ko'ndalang kuch ta'sirida kichik miqdorda egilgan plastinkalarning hisobi bilan tanishib chiqdik. Ko'ndalang kuchlarga qo'shilib, plastinkaning o'rta tekisligida yotuvchi kuchlar ham ta'sir ko'rsatsa, plastinka egilishini aniqlash differensial tenglamalariga bu o'rta tekislikda yotuvchi ta'sirini hisobga oladigan had kiritish kerak. O'rta sirt tekisligidagi kuchlar ta'siridan hosil bo'ladigan kuchlanishlarni σ_{0x} , σ_{0y} va τ_{0xy} belgilasak, kesimning uzunlik birligiga to'g'ri kelgan o'rta sirt tekisligidagi zo'riqishlar tegishli bo'ladi;

$$N_x = h\sigma_{0x} \quad N_y = h\sigma_{0y} \quad N_{xy} = N_{yx} = h\tau_{0xy} \quad (2.11)$$

O'rta sirt tekisligidagi bu qo'shimcha yuk ta'siridan hosil bo'ladigan egilish miqdori shu qadarki, bunday deformatsiyalar uchun Krixgof gipotezasining ikkitasi o'z kuchini saqlaydi. Shu bilan birga, egilish miqdorining o'zgarishi tufayli, o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar va ularning hosilalari, salqilik W va uning hosilasiga ko'paytmasi ko'ndalang kuchlar bilan bir xil tartibda bo'ladi. Bu holda plastinkaning egilishida hosil bo'ladigan kuchlanishlarni va moment hamda ko'ndalang kuchlar yuqoridagi () formulalardeek aniqlanadi. Plastinkadan o'lchovlari dx va dy bo'lgan bir element ajratib olamiz va uning muvozanatini tekshiramiz. Bu elementga shaklda ko'yilgan kuchlardan tashqari, o'rta tekislikda yotuvchi N_x, N_y, N_{xy} kuchlar ham qo'yilgandir. Rasmda tasvirlangan kuchlarning x, y o'qlardagi proeksiyalarining yig'indisi hisoblanga edi. Biz faqat o'rta sirt tekisligidagi kuchlarnigina shu x, y o'qlardagi preksiylarini hisoblaymiz. $N_x dy$ va $(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx) dy$ kuchlarning x o'qidagi proeksiyalarining yigindisi quyidagi miqdorga teng bo'ladi:

$$(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx) dy \cos \alpha' - N_x dy \cos \alpha.$$

Bunda $\alpha' = \alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx$ ammo α burchakning o'zi juda ham kichik bo'lganidan: $\cos \alpha' \approx 1, \cos \alpha \approx 1$ bo'ladi, deb qabul qilamiz. Shuning uchun o'rta sirt tekisligidagi

kuchlarning x o'qidagi proeksiyasi: $\frac{\partial N_x}{\partial x} dx dy$ ga teng. Xuddi shu tarzda

$N_{xy} dx$ va $(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dy) dx$ shu x o'qidagi proeksiyalarining yigindisini hisoblashimiz

mumkin, $y \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx dy$ gat eng. Bularning yig'indisini nolga tenglashtirib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

Xuddi shu mulohazalar asosida kuchlarning y o'qidagi proeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtirib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

Endi ajratilgan elementga qo'yilgan kuchlarning z o'qiga olingan proeksiyalari yigindisini nolga tenglashtiramiz. $N_x dy$ va $(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx) dy$ kuchlari proeksiyalarining yigindisi:

$$-N_x dy \sin \alpha + (N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx) dy \sin \alpha' \quad (a)$$

ga tengdir.

α , va α' va ning kichik miqdor ekanligini ko'zda tutilsa:

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \sin \alpha' \approx \alpha' \approx \alpha + \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx;$$

bo'ladi.

Bularni e'tiborga olib (a) ifodani quyidagi ko'rinishda yozamiz (bunda yuqori tartibli kichik hadlar e'tiborga olinmaydi):

$$-N_x dy \frac{\partial w}{\partial x} + (N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx) dy (\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx dy + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} dx dy. \quad (b)$$

Xuddi shu tarzda $N_y dx$ va $(N_y + \frac{\partial N_y}{\partial y} dy) dx$ z o'qidagi proeksiyalarining yigindisini hisoblashimiz mumkin:

$$N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dx dy + \frac{\partial N_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy. \quad (c)$$

ga tengdir. $N_{xy} dy$ va $(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx) dy$ z o'qidagi proeksiyasini topish uchun quyidagi rasmdan foydalanamiz. Burasmda ajratilgan elementning deformatsiyalangan holati tasvirlangan. Deformatsiyalangan o'rta sirtning 0' nuqtasining egilishi w bo'lib, B' nuqtaniki esa $w + \frac{\partial w}{\partial y} dy$; ga teng bo'ladi. Demak OB chizig'i deformatsiya natijasida qiyshiyib, y o'qi bilan $\frac{\partial w}{\partial x}$ ga teng burchak hosil qilib O'B' holatni oladi.

Xuddi shuningdek. AC chizigi ham y o'qiga $\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx$; burchak bilan ogib A'C'

holatni oladi. Shuning uchun $N_{xy}dy$ va $(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x}dx)dy$ kuchlarning z o'qidagi proeksiyalari yig'indisi quyidagicha bo'ladi:

$$-N_{xy}dy \frac{\partial w}{\partial y} + (N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x}dx)dy (\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}dx) = N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy. \quad (d)$$

Xuddi shu mulohaza asosida $N_{yx}dx$ va $(N_{yx} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y}dy)dx$ z o'qidagi proeksiyalarining yigindisini hisoblashimiz mumkin:

$$N_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy. \quad (e)$$

Endi rasmda tasvirlangan kuchlarning z o'qidagi proeksiyalarini hisoblab (b), (c), (d) va (e) ifodalari bilan hammasining yig'indisini nolga tenglashtirib $dx dy$ ga qisqartirsak, quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + (\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y}) \frac{\partial w}{\partial x} + (\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y}) \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (2.14)$$

Ammo (2.12) va (2.13) a muvofiq bu tenglamaning qavs ichidagi hadlari nolga teng. O'rta sirtida yotuvchi kuchlar ajratilgan elemenrning chetiga nisbatan qo'shimcha moment bermagani uchun bu holda ham eguvchi va burovchi momentlar, ko'ndalang kuchlar xuddi yuqoridagi kabi o'zgarmasdan qoladi, ya'ni quyidagicha:

Eguvchi momentlar

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

Burovchi moment

$$H = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.16)$$

Ko'ndalang kuchlar

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \\ Q_y &= -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Bulardan foydalanib (2.14) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.18)$$

Mazkur (2.18), bilan (2.12) va (1.13) differensial tenglamalar, ko'ndalang va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar ta'siridagi yupqa plastinkalar uchun asosiy bo'lib hisoblanadi.

Sharnir vositasi bilan tiralgan to'g'ri to'rtburchakli plastinkaga x o'qi bo'ylab teng yoyilgan N_x kuch va yoyilgan ko'ndalang kuch $p(x,y)$ ta'sir qiladi, deb faraz qilamiz. U holda $N_x = \text{const}$, $N_y = N_{xy} = 0$ bo'ladi, shuning uchun (2.12) va (2.13) tenglamalar nolga aylanib, (2.18) tenglama quyidagi ko'rinishida yoziladi:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.19)$$

To'g'ri burchakli $0 \leq x \leq a$; $0 \leq y \leq b$; sohada $p(x,y)$ yuklanishni ikki karrali trigonometrik Furye qatori shaklida yozsak.

$$p(x,y) = \sum_{n=1} \sum_{m=1} p_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.20)$$

Bu qator koeffisientlari matematik analiz kursidan ma'lum bo'lgan quyidagi formula orqali aniqlanadi.

$$p_0 = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b p \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (2.21)$$

Bularni e'tiborga olib, ko'ndalang yukni quyidagicha yozamiz:

$$p = \frac{16p_0}{\pi^2} \sum_{n=1} \sum_{m=1} \frac{1}{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Bu ko'zda tutilsa (2.19) quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{16}{D\pi^2} \sum_{n=1} \sum_{m=1} \frac{1}{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (2.22)$$

Bu masala uchun chegara shartlari quyidagicha bo'ladi:

$$x=0 \quad \text{va} \quad x=a \quad \text{tomonlar uchun} \quad W = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$y=0 \quad \text{va} \quad y=b \text{ tomonlar uchun} \quad W = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

W quyidagicha ifodalansa, chegara shartlar qanoatlantiriladi n va m toq qiymatlari uchun:

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.23)$$

(2.22) ifodaga W ning ifodasini qo'ysak qator koeffisienti quyidagi formada ifodalanadi.

$$A_{nm} = \frac{16p_0}{D\pi^6 mn \left[\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 + \frac{N_x m^2}{\pi^2 D a^2} \right]}$$

m va n juft bo'lganida: $A_{nm}=0$ bo'ladi. A_{nm} koeffisientning qiymatini ko'zda

tutib, plastinka egilisi (1) ni yechimi quyidagicha aniqlanadi:

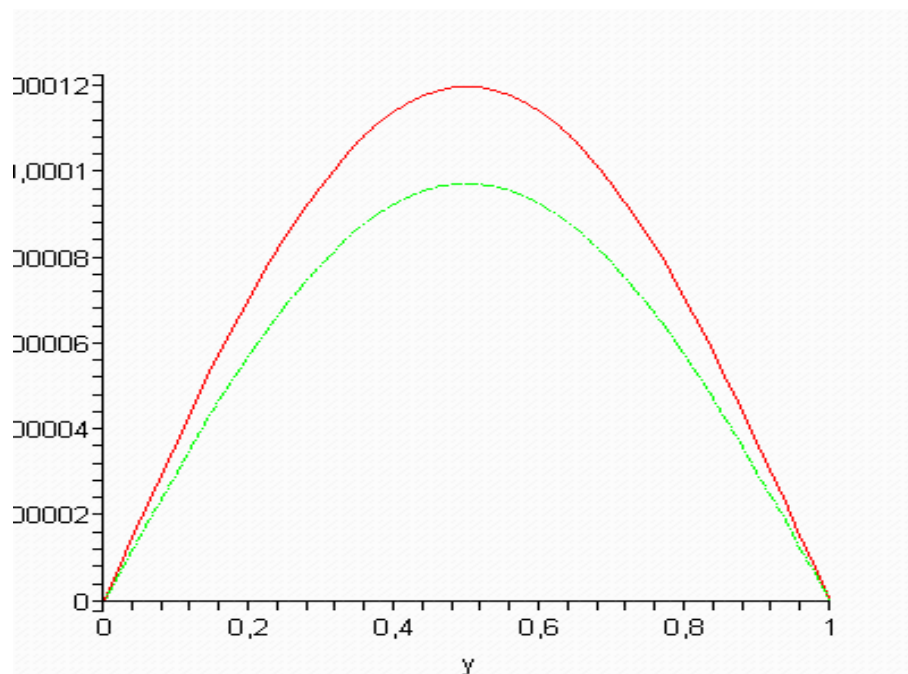
$$w = \frac{16p_0}{D\pi^6} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 + \frac{N_x m^2}{\pi^2 D a^2} \right]} \quad (2.24)$$

bo'ladi. Bu ifodani (2.9) bilan solishtirib, o'rta sirt tekisligida N_x mavjud bo'lganda, plastinkaning kamroq egilishini ko'ramiz. N_x siquvchi bo'lganda, albatta, plastinkaning egilishi ko'payib, yupqa plastinka uchun N_x ning ma'lum darajadagi qiymati uchun plastinka ustuvorligini yo'qotishi mumkin.

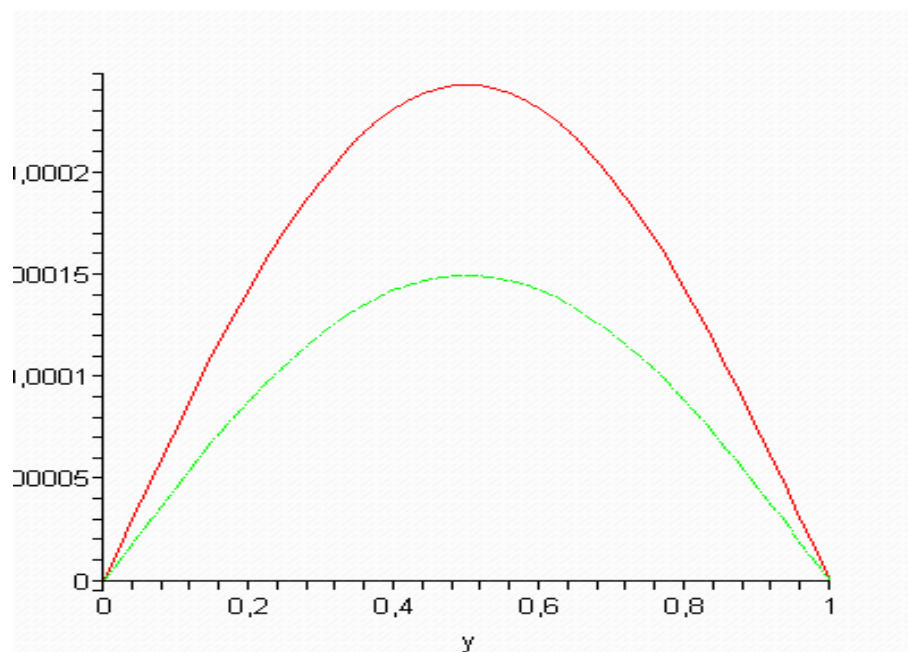
(2.19) tenglamani yechish natijasida kvadratik plastinka egilishi haqida masalani tahlil qilamiz. Yechimni aniqroq olish (2.20) va (2.23) qatorlarni hadlarini qancha ko'proq olishga bog'liq.

Masalaning quyidagicha berilgan son qiymatlardagi yechimlari grafiklarda tasvirlangan.

```
h:=0.01m;a:=1m; b:=1m; nu:=0.17; p0:=100kN; Nx=10kN; pi:=3.14;
E:=4*10^10;
x:=1/2; W:=0.00012*sin(pi*x/a)*sin(pi*y/b);
```



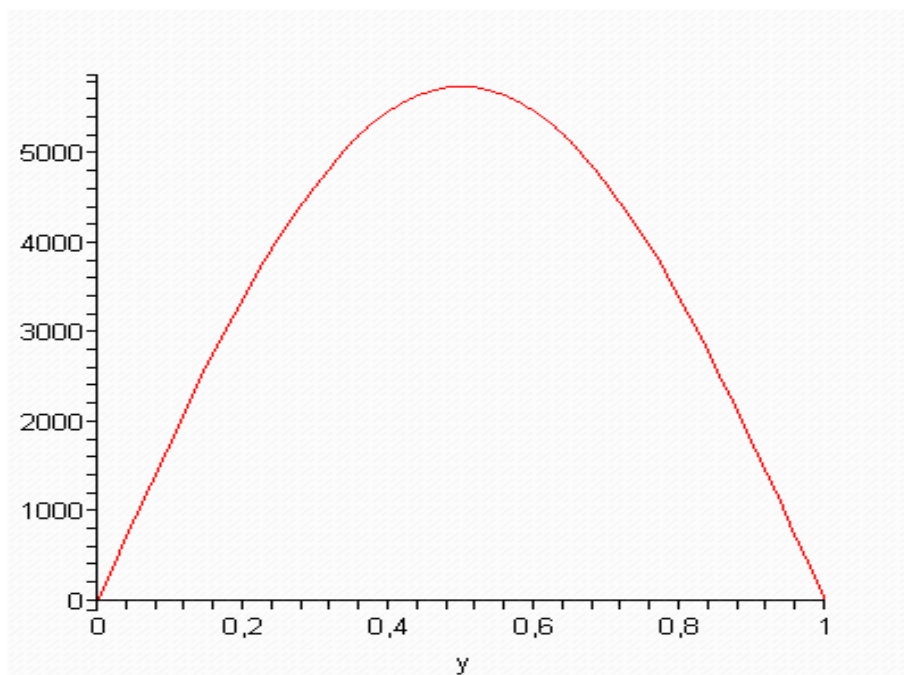
1-ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuch qo'yilgan va 2-faqat ko'ndalang kuch ta'sirida plastinka egilishining $x=a/2$ bo'lganda y koordinata bo'yicha o'zgarish grafiklari



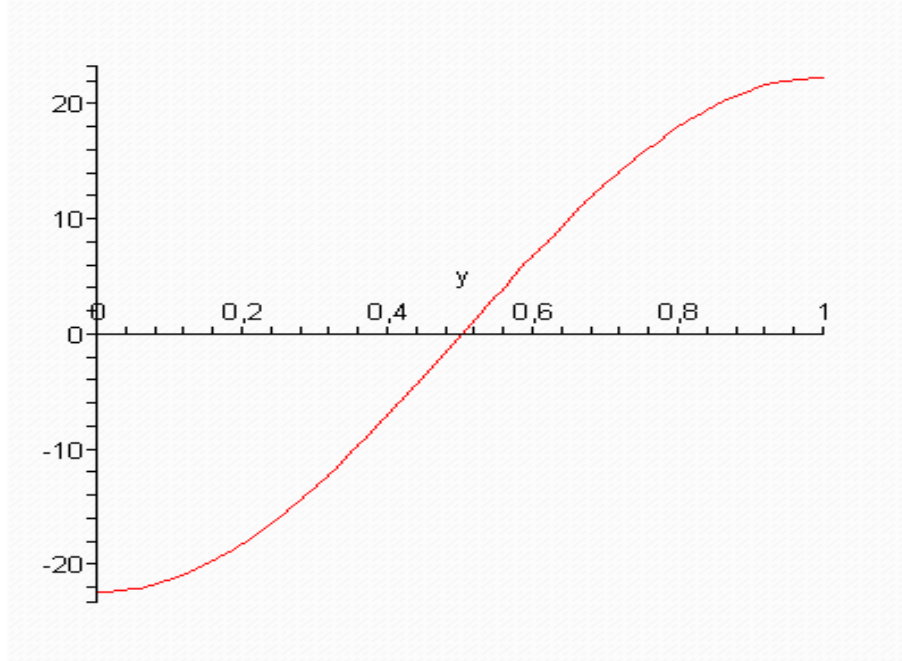
1-ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuch qiymati ikki marta oshganda va 2-faqat ko'ndalang kuch ta'sirida plastinka egilishining $x=a/2$ bo'lganda y koordinata bo'yicha o'zgarish grafiklari

Grafiklardan ko'rinadiki, o'rta sirt tekisligida N_x mavjud bo'lganda, plastinkaning kamroq egilishini ko'ramiz.

Bu kuchning qiymati oshib borgan sari plastinka egilishlari orasidagi farq ortib boradi



M eguvchi mometning $x=a/2$ bo'lganda y koordinata bo'yicha o'zgarish bo'lganda grafigi



H burovchi mometning $x=a/2$ bo'lganda y koordinata bo'yicha o'zgarish bo'lganda grafigi

XULOSA

Ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash mavzusidagi ish doirasida quyidagi ishlar amalga oshirildi:

Kirish qismida masala quyilishi, mavzuning dolzarbligi, maqsad va vazifalari, ilmiy va amaliy ahamiyat haqida tushunchalar berilgan.

Ishning birinchi bobida plastinkalar nazariyasi asosiy tushuncha va gipotezalar haqida plastinkalar turlari haqida ma'lumotlar, yupqa qattiq plastinka uchun ko'chishlar, deformasiyalar, ichki zo'riqish kuchlaridan eguvchi va burovchi momentlar, ko'ndalang kuchlar bitta egilish funksiyasi orqali ifodalanishi egilish tenglamalarini ular uchun o'rinli gipotezalar asosida keltirib chiqarish o'rganilgan. Shuningdek plastinka tomonlarining turlicha mahkamlangan hollari uchun chegaraviy shartlarning ifodalanishi o'rganiladi.

Ikkinchi bobda turli xil yuklanishlar ta'siridagi plastinkalarning deformatsiyalanganlik kuchlanganlik holati faqat ko'ndalang yuklanishlar ta'siridagi hamda ko'ndalang kuch va o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuchlar tasir etadigan to'g'ri to'rtburchakli plastinkalarni hisoblash masalalarini yechish orqali o'rganildi. Olingan yechimlar asosida masalaning berilgan aniq son qiymatlarida ichki kuchlarning koordinatalardan bog'liq o'zgarishi ichki zo'riqish kuchlaridan egiluvchi va burovchi momentlar, kundalang kuchlar epyuralari qurilgan. Grafiklardan ko'rinadiki, plastinkaning o'rta sirt tekisligida yotuvchi kuch mavjud bo'lganda uning egilishlari, faqat ko'ndalang kuch ta'siridagi egilishlarga nisbatan kamayishini agar bu kuch siquvchi bo'lganda esa egilishlar oshib ma'lum, darajaga etganda plastinka ustuvorligini yo'qotishi mumkin ekan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'y'xati

1. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности: Учеб. пособие для вузов/В.И. Самуль.- 2-е изд., перераб. и доп. – М.:Высш. шк., 1982.- 264с.
2. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести: Учеб./Н.И. Безухов.- 2-е изд., перераб. и доп. – М.:Высш. шк., 1968.-512с.
3. Кутуков Б.Н., Кац М.М. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: Метод. указания и контрольные задания для студентов-заочников инж. - строит. спец. высш. учеб. заведений/Б.Н.Кутуков,М.М. Кац.- 3-е изд., – М.:Высш. шк., 1990.-80с
- 4.<http://www.unilib.neva.ru/rus/lib/>.
- 5.<http://www.shops.h1.ru>

ILOVA

```
> h:=0.01;a:=1; b:=1; nu:=0.17; q:=100; pi:=3.14; E:=4*10^10;
DD:=E*h^3/(12*(1-nu^2)); solve({f/h+128*(1-
nu^2)*f^3/(3*pi^4*h^3)=4*q*a^4/(pi^6*DD*h)}, {f});
```

```
h:=0.01 a:=1 b:=1 n:=0.17 q:=100 p:=3.14 E:=40000000000 DD:=3432.533553
```

```
{f=-0.00006078689471-0.01531768806 I}, {f=-0.00006078689471+0.01531768806 I},
{f=0.0001215737894}
```

```
> x:=1/2; W:=0.00012*sin(pi*x/a)*sin(pi*y/b);
wnm:=q/(DD*pi^4*(1/a^2+1/b^2)^2);
W1:=1.3*wnm*sin(pi*x/a)*sin(pi*y/b);
plot([W,W1], y=0..b, linestyle=[1,4]);
```

```
x:=1/2 W:=0.0001199999619 sin(3.14 y) wnm:=0.00007492152785 W1:=0.00009739795532 sin(3.14 y)
```

```
> h:=0.01;a:=1; b:=1; nu:=0.17; q:=200; pi:=3.14; E:=4*10^10;
DD:=E*h^3/(12*(1-nu^2)); solve({f/h+128*(1-
nu^2)*f^3/(3*pi^4*h^3)=4*q*a^4/(pi^6*DD*h)}, {f});
```

```
{f=-0.0001215508307-0.01531877300 I}, {f=-0.0001215508307+0.01531877300 I},
{f=0.0002431016615}
```

```
> x:=1/2; W:=0.0002431*sin(pi*x/a)*sin(pi*y/b);
wnm:=q/(DD*pi^4*(1/a^2+1/b^2)^2); W1:=wnm*sin(pi*x/a)*sin(pi*y/b);
plot([W,W1], y=0..b, linestyle=[1,4]);
```

```
x:=1/2 W:=0.0002430999229 sin(3.14 y) wnm:=0.0001498430557 W1:=0.0001498430082 sin(3.14 y)
```

```
> restart; h:=0.01;a:=1; b:=1; nu:=0.17; q:=2000; pi:=3.14;
E:=4*10^10; DD:=E*h^3/(12*(1-nu^2)); x:=1/2;
Mx:=DD*(nu*pi^2*sin(pi*x/a)*sin(pi*y/b)); plot(Mx,y=0..b);
```

```
x:=1/2 Mx:=5753.377505 sin(3.14 y)
```

```
> restart; h:=0.01;a:=1; b:=1; nu:=0.17; q:=2000; pi:=3.14;
E:=4*10^10; DD:=E*h^3/(12*(1-nu^2)); x:=1/2; Mxy:=- (1-
nu)*DD*pi^2*cos(pi*x/a)*cos(pi*y/b); plot(Mxy,y=0..b);
```

```
Mxy:=-22.36883999 cos(3.14 y)
```

```
> restart;
E1:=2*10^11; E2:=1*10^11; v12:=0.2; v21:=0.3; h:=0.05; a:=3/2; b:=1; n:=1;
q:=2500000; m:=1; pi:=3.14; G:=E1/2*(1+v12); D1:=E1*h^3/12*(1-v12*v21);
Dk:=h^3*G/12; D2:=E2*h^3/12*(1-v21*v12); D12:=G*h^3/3+v12*E1*h^3/6*(1-v12*v21);
Wnm:=q/(D1*pi^4*n^4/a^4+D12*n^2*m^2*pi^4/a^2*b^2+D2*m^4*pi^4/b^4);
W:=Wnm*sin(n*pi*x/a)*sin(m*pi*y/b); plot3d(W,x=0..3/2,y=0..1);
```

```

Mx:=Wnm*pi^2*D1*((n/a)^2+v12*(m/b)^2)*sin(n*pi*x/a)*sin(m*pi*y/b);
plot3d(Mx,x=0..3/2,y=0..1);My:=Wnm*pi^2*D2*((m/a)^2+v12*(n/b)^2)*sin(n*pi*x/a)*s
in(m*pi*y/b); plot3d(My,x=0..3/2,y=0..1);
Dk:=h^3*G/12;Mxy:=Wnm*pi^2*Dk*(m*n/a*b)*cos(n*pi*x/a)*cos(m*pi*y/b);
plot3d(Mxy,x=0..3/2,y=0..1);
Qx:=Wnm*pi^3*1/a*(D1*(n/a)^2+D12*(m/b)^2)*cos(n*pi*x/a)*sin(m*pi*y/b);
plot3d(Qx,x=0..3/2,y=0..1);
Qy:=Wnm*pi^3*1/b*(D1*(n/b)^2+D12*(m/a)^2)*sin(n*pi*x/a)*cos(m*pi*y/b);
plot3d(Qy,x=0..3/2,y=0..1);

```

$$E1 := 200000000000$$

$$E2 := 100000000000$$

$$v12 := .2$$

$$v21 := .3$$

$$h := .05$$

$$a := \frac{3}{2}$$

$$b := 1$$

$$n := 1$$

$$q := 2500000$$

$$m := 1$$

$$\pi := 3.14$$

$$G := 100000000000$$

$$D1 := .1958333333 \cdot 10^7$$

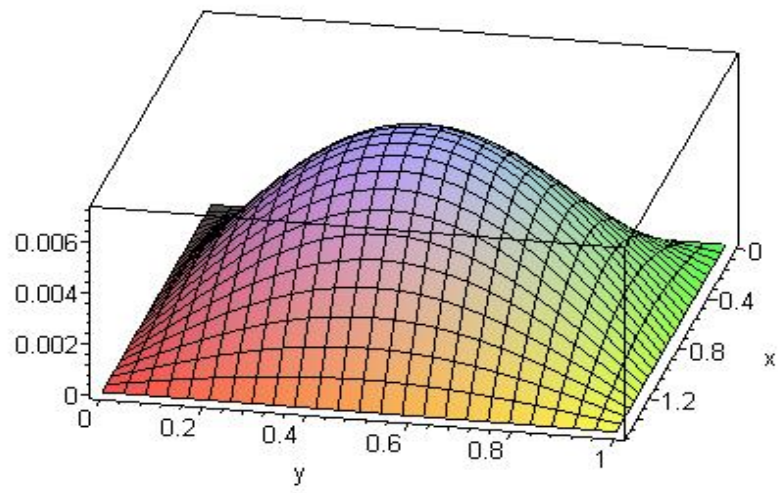
$$Dk := .1041666667 \cdot 10^7$$

$$D2 := 979166.6667$$

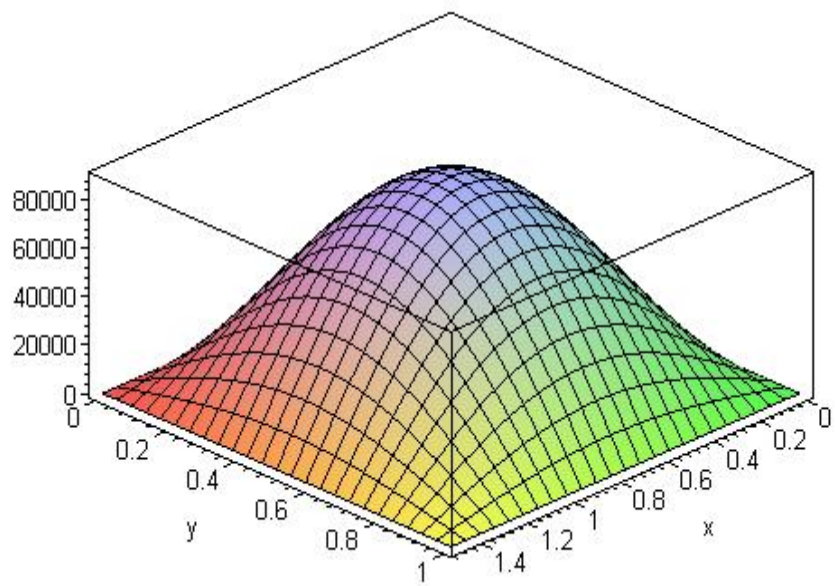
$$D12 := .4950000000 \cdot 10^7$$

$$Wnm := .007211744434$$

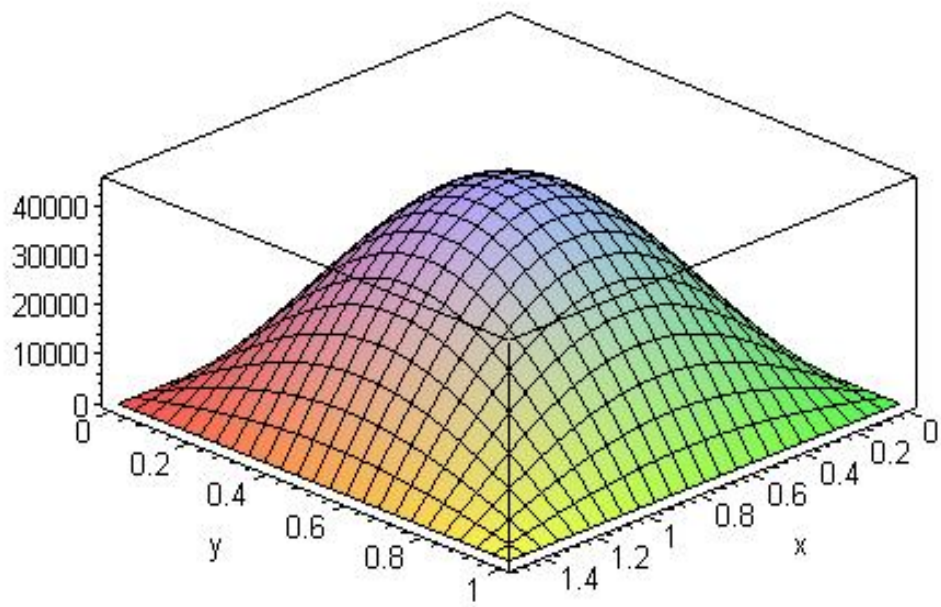
$$W := .007211744434 \sin(2.093333333 x) \sin(3.14 y)$$



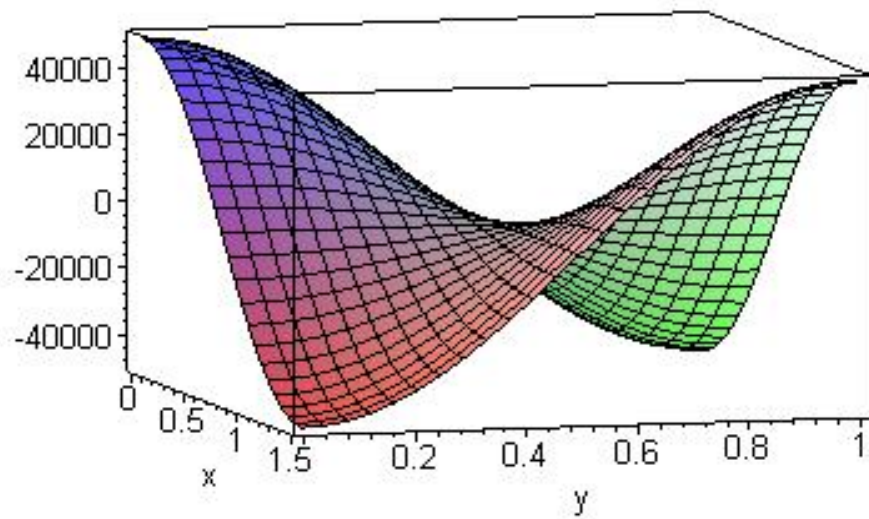
$$M_x := 89737.03675 \sin(2.093333333 x) \sin(3.14 y)$$



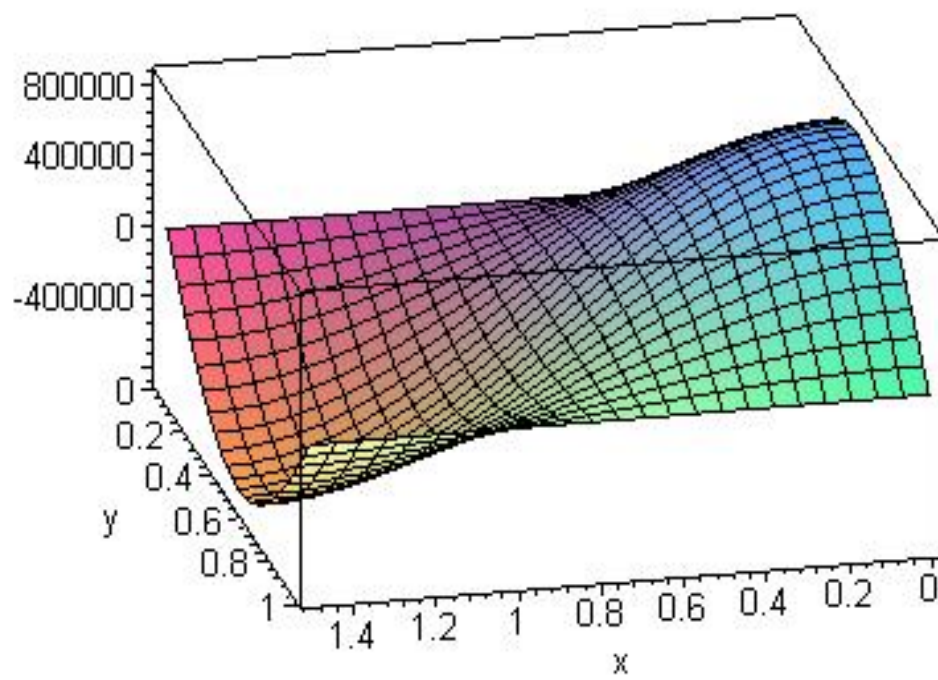
$$M_y := 44868.51839 \sin(2.093333333 x) \sin(3.14 y)$$



$$M_{xy} := 49378.41350 \cos(2.093333333 x) \cos(3.14 y)$$



$$Q_x := 866340.5337 \cos(2.093333333 x) \sin(3.14 y)$$



>
 $Q_y := 928428.7313 \sin(2.093333333 x) \cos(3.14 y)$