

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

TOSHKENT FARMASEVTIKA INSTITUTI

**Farmatsiya va kasbiy ta'lim yo'nalishlari uchun
“MATEMATIKA”
fani bo'yicha**

**O' Q U V-US L U B I Y
M A J M U A**

Toshkent -2016

**MAZKUR O'QUV-USLUBIY MAJMUA OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGINING 2016 YIL 6 APRELIDAGI 137-SONLI BUYRUG'I BILAN
TASDIQLANGAN O'QUV REJA VA DASTUR ASOSIDA TAYYORLANDI.**

Tuzuvchilar:

**Samigova N. X.
Abdurahmonov B. A.
Sunatova D.A.
Temirova B. E.**

Taqrizchilar:

G.Ibragimov - Putra universiteti professori (Malayziya)

A. Sh. Kuchkarov - TAQI "Matematika va tabiiy fanlar" kafedrasi mudiri,
f.-m.f.d.

***O'quv-uslubiy majmua Bosh ilmiy-metodik markaz Ilmiy-metodik kengashining 2016
yil _____dagi ____-sonli qarori bilan tasdiqqa tavsiya qilingan.***



FAKULTI SAINS
FACULTY OF SCIENCE

REVIEW REPORT

For the Educational Methodical Collection (EMC) by lecturers N.Samigova, B.Abdurakhmanov, and B.Temirova designated for teaching the subject of "Mathematics" for the first year students of the department of "Physics, Mathematics and IT" of Tashkent Pharmaceutical Institute of the Republic of Uzbekistan

According to EMC on the Mathematics subject I received, for the 1st semester of Pharmacy and Professional Education and for both 1st and 2nd semesters of Biotechnology and Industrial Pharmacy, 36 hours of lectures and 72 hours of practical trainings are conducted. During this time, teaching of Parts of Mathematical Analysis, Differential Equations, Probability Theory and Mathematical Statistics is planned in the direction of Pharmacy and Professional Education, and teaching of Linear Algebra, Analytic Geometry, Mathematical Analysis, Differential Equations, Probability Theory and Parts of Mathematical Statistics are planned in the direction of Biotechnology and Industrial Pharmacy.

The present EMC agrees with the mathematics curricula of the chemical technology, pharmaceutical universities of Europe and the developed countries in the world. We can see this from the references used by authors and their contents which are printed abroad.

EMC contains the Syllabus for each semester, notes and presentations for each lecture, quite large number of problems for tutorial classes, various exercises for students to solve independently and, moreover, some pages of the books that printed abroad and relates to the topic.

I consider that EMC prepared by N.Samigova, B.Abdurakhmanov, and B.Temirova and designated for the directions of Pharmacy and Professional Education, and Biotechnology and Industrial Pharmacy will serve as an important guidance for lecturers and students in process of teaching of mathematics.

Gafurjan Ibragimov
Assoc. Prof. Dr.
Department of Mathematics,
Faculty of Science,
Universiti Putra Malaysia
43400, Serdang, Selangor
Malaysia



MUNDARIJA

I. KIRISH	6
II. ISHCHI DASTUR.....	7
III. SILLABUS.....	25
IV. FANNI O'QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA'LIM USULLARI.	26
V. NAZARIY MATERIALLAR	31
4.1. O'zgaruvchi miqdor haqida tushuncha, o'zgaruvchi miqdorni o'zgarish oraligi. Absolyut va nisbiy xato. Xatolikni protsentsdagi ifodasi. Funktsiyaning ta'rifi va aniqlanish sohasi. Funktsiyaning berilish usullari. Kimyo, biologiya va farmatsiya sohalaridan funktsiyaga misol keltirish.	31
4.2. Funktsiyaning limiti. Aniqlanishliklar turlari. Yechish usullari. Ajoyib limitlar. Dasturiy paketlar yordamida hisoblash.	35
4.3. Funktsiyaning hosilasi, hosilaning ta'rifi. Uning geometrik va mexanik ma'nosi. Hosila olish qoidalari. Asosiy elementar funktsiyalarning hosilalari.	38
4.4. Murakkab funktsiyaning hosilasi. Oshkormas va parametrik ko'rinishda berilgan funktsiyalarning hosilasi	42
4.5. Yuqori tartibli hosila. Lopital qoidasi. $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqlanishliklarni ochish.	43
4.6. Funktsiyaning hosila yordamida tekshirish. Funktsiyaning o'suvchi va kamayuvchi bo'lishi. Funktsiyaning ekstremum qiymati. Funktsiyaning asimptotalari. Funktsiyaning botiqligi va qabariqligi. Burilish nuqtasi. Dasturiy paketlar yordamida hisoblash.	46
4.7. Funktsiyaning differensialli. Differensialning ta'rifi. Differentsialni taqribiy hisoblashga tadbiri. Yuqori tartibli differentsiallar.	52
4.8. Boshlang'ich funktsiya va aniqlanish integral. Aniqlanish integralning ta'rifi va asosiy xossalari. Asosiy elementar funktsiyalarning integrallash jadvali. O'zgaruvchini almashtirib integrallash	55
4.9. Bo'laklab integrallash. Ratsional kasrlarni sodda kasrlarga yoyib integrallash. Trigonometrik funktsiyalarni integrallash.	58
4.10. Aniq integralning ta'rifi. N'yuton-Leybnis formulasi. O'zgaruvchini almashtirib, bo'laklab integrallash. Aniq integral yordamida yuza va hajmlarni hisoblash. Xosmas integral. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.....	66
4.11. Ko'p argumentli funktsiyaning aniqlanish sohasi, limiti va uzluksizligi. Xususiy va to'la ortirma, xususiy hosila. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.....	74

4.12.Differensial tenglamalarga olib keladigan ba'zi bir masalalar. Differentsial tenglama ta'rifi. Differensial tenglamalarning xususiy va umumiy yechimlari. Koshi masalasi. O'zgaruvchilarga ajraladigan, bir jinsli differentsial tenglamalar.....	77
4.13.Yuqori tartibli differensial tenglamalar. Tartibi pasayuvchi differensial tenglamalar. Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli, bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar. Differensial tenglamalarni farmasevtika masalalariga tadbiqu. Dasturiy paketlar yordamida hisoblash.....	81
4.14.Kombinatorika elementlari. Ehtimollar nazariyasining asosiy predmeti, voqea va hodisalar haqida tushuncha. Ehtimolning statistik va klassik ta'rifi. Hodisalar yig'indisining ehtimoli, qarama-qarshi hodisalar. Kamida bitta hgodisaning ro'y berish ehtimoli.....	90
4.15.Shartli ehtimol. To'la ehtimol. O'zaro bog'liqsiz takroriy sinashlar.	91
4.16.Tasodifiy miqdorlar: diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Diskret tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni va sonli xarakteristikalar. Zichlik va taqsimot funksiyalar.Tekis va normal taqsimotlar. Uzluksiz tasodifiy miqdorlar va ularning sonli xarakteristikalar. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish	95
4.17.Matematik statistika elementlari. Bosh to'plam, tanlanma to'plam. Variatsion qator. Taqsimotning empiric funksiyasi	100
4.18.Korrelyatsion bog'lanishning regressiya tenglamasi. Chiziqli korrelyatsion bog'lanish tenglamasini keltirib chiqarish. Eng kichik kvadratlar usuli. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish. .	104

VI. AMALIY MASHG'ULOTLAR UCHUN MATERIALLAR 108

VII. KEYSLAR BANKI 178

VIII. MUSTAQIL TA'LIM MAVZULARI 182

IX. TEST 209

X. GLOSSARIY 380

XI. ADABIYOTLAR RO'YXATI 387

I. KIRISH

Ushbu Matematika fanidan o'quv uslubiy majmua 10 bo'limni o'z ichiga olgan bo'lib, 382 betni tashkil etadi. Unda ishchi o'quv dasturining mazmuni, ta'lim texnologiyalari, fan bo'yicha nazariy, amaliy mashg'ulotlari materiallari, testlar, mustaqil ta'lim mavzulari va topshiriqlari, glossariy va adabiyotlar ro'yxati to'plami keltirilgan.

Fan bo'yicha ma'ruza matnlari, baholash mezonini to'liq keltirilgan bo'lib, fan bo'yicha sillabus bilan to'ldirilgan. O'quv uslubiy majmua oiliy ta'lim tizimining talablariga to'la mos keladi.

II. ISHCHI DASTUR

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT FARMATSEVTIKA INSTITUTI

Ro'yxatga olindi

“Tasdiqlayman”

№ _____

O'quv ishlari bo'yicha prorektor,
f.f.n. Aliyev S.U.

201_ y. «___» _____

_____ 2016 yil

MATEMATIKA FANINING ISHCHI O'QUV DASTURI

Bilim sohasi: 500000 Sog'liqni saqlash va ijtimoiy ta'minot

Ta'lim sohasi: 510000 Sog'liqni saqlash

Ta'lim yo'nalishi: 5510500 Farmatsiya (Klinik farmatsiya)
5510500 Farmatsiya (Farmasevtik taxlil)
5510500 Farmatsiya (Farmasevtika ishi)
5111000 kasb ta'limi (5510500-farmasevtika ishi)

Toshkent - 2016

Fanning ishchi o'quv dasturi o'quv, ishchi o'quv reja va o'quv dasturiga muvofiq ishlab chiqildi.

Tuzuvchilar:

Samigova N.X. – Toshkent Farmatsevtika instituti “Fizika, matematika va AT” kafedrası katta o`qituvchisi
Abdurahmonov B.A. – Toshkent Farmatsevtika instituti «Fizika, matematika va AT» kafedrası katta o`qituvchisi, f.m.f.n.
Sunatova D.A. –Toshkent Farmatsevtika instituti «Fizika, matematika va AT» kafedrası katta o`qituvchisi.
Temirova B.E. –Toshkent Farmatsevtika instituti «Fizika, matematika va AT» kafedrası o`qituvchisi.

Taqrizchilar:

Kuchkarov A. Sh. – Toshkent Arxitektura va qurilish instituti “Matematika va tabiiy fanlar” kafedrası mudiri, fizika-matematika fanlari doktori
Ulugmurodov N.X. –Toshkent Farmatsevtika instituti «Fizika, matematika va AT» kafedrası dotsenti, t.f.n.

Fanning ishchi o'quv dasturi “Fizika, matematika va AT” kafedrasining 2016 yil “___” _____dagi ___-sonli yig`ilishida muhokamadan o'tgan va fakul'tet kengashida muhokama qilish uchun tavsiya etilgan.

Kafedrası mudiri, k.f.n., dotsent

K.K. Shodmonov

Sanoat farmatsiyasi ilmiy kengashi 2016 yil “_____” _____dagi _____ - sonli majlisida muxokama qilinib, tasdiqlash uchun tavsiya etildi.

Sanoat farmatsiya fakulteti ilmiy
kengashi raisi dotsent

I.SH. Ilxomov

“___” _____ 2016 yil

Ishchi dastur MUKning 2016 yil “___” _____dagi ___-sonli majlisida muhokama qilinib, tasdiqlandi.

Kelishildi: Institut o'quv ishlari prorektori v/b., _____ f.f.n. S.U.Aliyev

KIRISH

Matematika barcha hisob-kitoblar negizini tashkil etadi. Bo'lg'usi dorishunoslar hisob-kitobdan tashqari kechayotgan kasallikni holatini ham mukammal bilishlari talab etiladi. Kasallikni yengil va og'ir turlari farqlanib, har bir holat uchun o'zgacha davo choralari belgilanadi. Kasallikni holatini matematikaning funksiya va uni hosila yordamida to'liq tekshirish mavzulari yordamida kasallikni kechishini taxmin qilsa bo'ladi. Bunda kasallik holatiga qarab, zo'riqishi yoki qaytishiga qarab kerakli dori darmonlar buyuriladi. Har bir dorini foyda, shu bilan birga boshqa organlarga zararini inobatga olsak, kasallikni kechishini o'rganish dori dozalarini to'g'ri belgilashga olib keladi. Differentsial tenglamalar yordamida esa turli kasallik holatiga ko'ra dori miqdorini erish tezligini nazorat qilish imkoni tug'iladi. Matematik statistikaning mavzulari orqali talabalar tayyor dorilarni standartga mos ekanligini tekshirishlari va yangi dorilarni matematik tahlil qilish usullarini o'rganadilar.

Bu ishchi dastur Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 201__-yil __-_____dagi _____-sonli buyrug'i bilan tasdiqlangan o'quv dasturi asosida yozilgan.

Fanning maqsad va vazifalari.

Matematika fanini o'rganishdan maqsad tabiatdagi kuzatilayotgan jarayonlarning o'zaro bir-biriga ta'sirini funksiya tushunchasi orqali berishdir. Yana matematikaning hisoblash usullaridan foydalanib, biologiya, kimyo, farmatsiya va fizika fanlarida uchraydigan masalalarni matematik modelini tuzish va olingan tenglama yoki ayniyatga qarab o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishni ochish va uning grafikasi orqali bizni qiziqtirgan omillar va natijalar o'zgarishini shaklda aniq tasavvur etishdan iboratdir. Buning uchun talabalarga chiziqli va vektorlar algebrasi, analitik geometriya, limitlar nazariyasi, differentsial hisob, integral hisob, differentsial tenglamalar, kombinatorika elementlari va ehtimollar nazariyasi asoslarini chuqur o'rgatish hamda ularda zarur bo'lgan matematika asoslarining ko'nikmalarini hosil qilish, matematika va uning tadbiqi haqidagi adabiyotlardan mustaqil foydalanish, kimyoviy masalalarni matematik nuqtai nazardan tekshirishni ishlab chiqish va bu masalalarni matematik modellashtirishni o'rgatishdan iboratdir.

Fan bo'yicha talabaning malakasiga qo'yiladigan talablar.

Ma'lumki, har bir fanni o'rganish uchun muhim tushunchalarining mohiyatini anglab yetish asosiy talablardan hisoblanadi. "Matematika" fanidan talabalarning bilimi, ko'nikmasi va matematikani o'rganishni zarurligi to'g'risida, talabada ishonch va tushuncha paydo bo'lishini shakllantirish uchun quyidagilarga e'tibor qaratishi zarurdir. Shu maqsadda "Matematika" fanidan talabalarning bilimiga qo'yiladigan talablar quyidagilardan iborat:

- qo'yilayotgan masalani to'g'ri anglash;
- masala mazmunini matematik model shaklida ifoda qila bilish;
- tuzilgan model, ya'ni tenglama, tengsizlik, differentsial tenglama va shunga doir masalalarni yechish usullarini bilish;
- topilgan yechimlarning masala mazmuniga mos kelishini taxlil qila bilish;
- matematika va informatikaning har bir bo'limi uchun ishlatiladigan so'z terminlariga ko'nikma hosil qilishi;
- adabiy va uslubiy darsliklardan foydalana bilish va o'qishga bo'lgan munosabatini ongli ravishda shakllantirish;

- kerakli ma'lumotlarni olish uchun internetdan va kutubxona katalogidan zarur adabiyotni izlab topa olish;
- chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari va vektorlar nazariyasi elementlarini chuqur bilib olish;
- funktsiyaning hosilasi, differentsiali, aniqmas va aniq integral hamda ularni hisoblash usullarini o'rganib, ular yordamida kimyoviy masalalarni yechib bera olish;
- ayrim fizik va kimyoviy masalalarni differentsial tenglamalarga keltirib yecha olish;
- ehtimollar nazariyasi, matematik statistika asoslarini biladi va tajribalar statistik tahlilini qila bilish;
- matematikaning turli masalalarini dasturiy paketlar orqali yecha olish.

O'quv rejadagi boshqa fanlar bilan

“Matematika” fanini o'zlashtirishda bakalavrdan elementar matematikani, hisoblash matematikasini, programmashtirishni fizika va kimyo predmetlarini bilish talab etiladi. “Matematika” fanining boshqa fanlar bilan uzviy bog'liqligini har bir bo'lim uchun alohida e'tibor qaratilgan holda o'rgatilib boriladi, ya'ni:

- ijtimoiy fanlardagi tabiat va jamiyatning rivojlanish qoidalari;
- fizika fanining deyarli barcha bo'limlaridagi qonun va formulalari;
- fizikaloid kimyoning reaksiya tezliklarini tekshirishda, “Matematika”ning hosila, differentsial tenglama va uni yechish usullari, integral va integrallashning tadbirlari uchun muhimdir.

Analitik kimyo, Farmakologiya, Biotexnologiya fanlarning statistik tahlil bo'limlari ham “Matematika”ning ehtimollik asosiy tushunchalari, taqsimot qonunlari, tasodifiy miqdorlarni tahlil qilish, matematik statistikaning gipotezalarini tekshirish bo'limlarini tadbirlari uchun muhimdir.

Fanni o'qitishda zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

O'quv jarayoni bilan bog'liq ta'lim sifatini belgilovchi holatlar quyidagilar: yuqori ilmiy-pedagogik darajada dars berish, muammoli ma'ruzalar o'qish, darslarni savol-javob tarzida qiziqarli tashkil qilish, ilg'or pedagogik texnologiyalardan va mul'timediya vositalaridan foydalanish, tinglovchilarni undaydigan, o'ylantiradigan muammolarni ular oldiga qo'yish, talabchanlik, tinglovchilar bilan individual ishlash, erkin muloqot yuritishga, ilmiy izlanishga jalb qilish.

“Matematika” kursini loyhashtirishda quyidagi asosiy konseptual yondoshuvlardan foydalaniladi:

Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim. Bu ta'lim o'z mohiyatiga ko'ra ta'lim jarayonining barcha ishtirokchilarini to'laqonli rivojlantirishlarini ko'zda tutadi. Bu esa ta'limni loyhashtiririlayotganda, albatta, ma'lum bir ta'lim oluvchining shaxsini emas, avvalo, kelgusidagi mutaxassislik faoliyati bilan bog'liq o'qish maqsadlaridan kelib chiqqan holda yondashilishini nazarda tutadi.

Tizimli yondoshuv. Ta'lim texnologiyasi tizimning barcha belgilarini o'zida mujassam etmog'i lozim: jarayon mantiqiyliigi, uning barcha bo'g'inlarini o'zaro bog'langanligi, yaxlitligi.

Faoliyatga yo'naltirilgan yondashuv. Shaxsning jarayonli sifatlarini shakllantirishga, ta'lim oluvchining faoliyatini faollashtirish va intensivlashtirish, o'quv jarayonida uning barcha qobiliyati va imkoniyatlari, tashabbuskorligini ochishga yo'naltirilgan ta'limni ifodalaydi.

Dialogik yondoshuv. Bu yondoshuv o'quv munosabatlarini yaratish zaruriyatini bildiradi. Uning natijasida shaxsning o'z-o'zini faollashtirishi va o'z-o'zini ko'rsata olishi olishi kabi ijodiy faoliyati kuchayadi.

Hamkorlikdagi ta'limni tashkil etish. Demokratik, tenglik, ta'lim beruvchi va ta'lim oluvchi faoliyat mazmunini shakllantirishda va erishilgn natijalarni baholashda birgalikda ishlashni joriy etishga e'tiborni qaratish zarurligini bildiradi.

Muammoli ta'lim. Ta'lim mazmunini muammoli tarzda taqdim qilish orqali ta'lim oluvchi faoliyatini aktivlashtirish usullaridan biri. Bunda ilmiy bilimni o'bektiv qarama-qarshiligi va uni hal etish usullarini, dialektik mushohadani shakllatirish va rivojlantirishni, amaliy faoliyatga ularni ijodiy tarzda qo'llashni mustaqil ijodiy faoliyati ta'minlanadi.

Axborotni taqdim qilishning zamonaviy vositalari va usullarini qo'llash – yangi kompyuter va axborot texnologiyalarini o'quv jarayoniga qo'llash.

O'qitishning usullari va texnikasi. Ma'ruza (kirish, mavzuga oid, vizuallash), kichik guruhlarda ishlash, keys-stadi, klaster, paradox va loyihalash usullari, amaliy ishlar.

O'qitishni tashkil etish shakllari: dialog, pilolog, muloqot, hamkorlik va o'zaro o'rganishga asoslangan frontal, kollektiv va guruh.

O'qitish vositalari: o'qitishning an'anaviy shakllari (darslik, ma'ruza matni) bilan bir qatorda – kompyuter va axborot texnologiyalari.

Kommunikatsiya usullari: tinglovchilar bilan operativ teskari aloqaga asoslangan bevosita o'zaro munosabatlar.

Teskari aloqa usullari va vositalari: kuzatish, blits-so'rov, oraliq va joriy va yakunlovchi nazorat natijalarini tahlili asosida o'qitish diagnostikasi.

Boshqarish usullari va vositalari: o'quv mashg'uloti bosqichlarini belgilovchi texnologik karta ko'rinishidagi o'quv mashg'ulotlarini rejalashtirish, qo'yilgan maqsadga erishishda o'qituvchi va tinglovchining birgalikdagi harakati, nafaqat auditoriya mashg'ulotlari, balki auditoryadan tashqari mustaqil ishlarning nazorati.

Monitoring va baholash: o'quv mashg'ulotida ham butun kurs davomida ham o'qitishning natijalarini rejali tarzda kuzatib boorish. Kurs ohirida test topshiriqlari yoki yozma ish variantlari yordamida tinglovchilarning bilimlari baholanadi.

“Matematika” fanini o'qitish jarayonida kompyuter texnologiyasidan foydalaniladi. Ayrim mavzular bo'yicha talabalar bilimni baholash test asosida kompyuter yordamida bajariladi. Tarqatma materiallar tayyorlanadi, test tizimi, yozma ish variantlari hamda tayanch so'z va iboralar asosida oraliq nazorat va yakuniy nazoratlar o'tkaziladi.

“Matematika” fanidan mashg'ulotlarning mavzular va soatlar bo'yicha taqsimlanishi:

№	Mavzular	Jami soat	Ma'ruza	Amaliy	Mustaqil ish
---	----------	-----------	---------	--------	--------------

		Farmasiya	Kasbiy ta'lim		mashg'ulotlari	Farmasiya	Kasbiy ta'lim
1	Matematik analizga kirish	20	18	4	8	8	6
2	Funksiya hosilasi, differentsiali va ularni tatbig'i	40	36	8	16	16	12
3	Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral	20	18	4	8	8	6
4	Aniq integral	10	10	2	4	4	4
5	Ko'p argumentli funksiya	10	10	2	4	4	4
6	Oddiy differensial tenglamalar	30	28	6	12	12	10
7	Ehtimollar nazariyasi	30	28	6	12	12	10
8	Matematik statistika elementlari	22	22	4	8	10	10
Jami		182	170	36	72	74	62

Asosiy qism: Fanning uslubiy jihatdan uzviy ketma-ketligi
Ma'ruza mashg'ulotlari

Matematik analizga kirish. O'zgaruvchi miqdor haqida tushuncha, o'zgaruvchi miqdorni o'zgarish oraligi. Absolyut va nisbiy xato. Xatolikni prosentdagi ifodasi. Funktsiyaning ta'rifi va aniqlanish sohasi. Funktsiyaning berilish usullari. Kimyo, biologiya va farmatsiya sohalaridan funksiya misol keltirish. Funksiya limiti. Ajoyib limitlar. Asosiy aniqmasliklar va ularni ochish. Turli dasturiy paketlar yordamida matematik tahlil masalalarini yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogic yondoshuv, muammoli ta'lim. Bingo, blits, menyu, algoritm, munozara, o'z-o'zini nazorat.*

Adabiyotlar: A.1, A.3, A.5, A.8, Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Funksiya hosilasi, differentsiali va ularni tatbig'i. Hosilaning ta'rifi. Uning geometrik va mexanik ma'nosi. Hosila olish ketma-ketligi. Asosiy elementar funktsiyalarning hosilalari. Hosila olish qoidalari. Lapital qoidasi, parametrlil va oshkormas ko'rinishda berilgan funktsiyalarning hosilasini olish. Murakkab funksiyaning hosilasi. Oshkormas va parametric ko'rinishda berilgan funktsiyalarning hosilasi. Funktsiyaning differentsiali. Diferensialning ta'rifi. Diferensialni taqribiy hisoblashga tadbiqu. Yuqori tartibli diferensiallar. Funktsiyaning hosila yordamida tekshirish. Funktsiyaning o'suvchi va kamayuvchi bo'lishi. Funktsiyaning ekstremum qiymati. Funktsiyaning asmitotalari. Funktsiyaning botiqligi va qabariqligi. Burilish nuqtasi va to'la tekshirish sxemasi. Berilgan funksiyaning grafigini chizish. Turli dasturiy paketlar yordamida matematik tahlil masalalarini yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: Ma'ruza, *dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. blits, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.1, A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Aniqmas integralning ta'rifi va asosiy xossalari. Asosiy ratsional kasrlarni

integrallash. O'zgaruvchini almashtirib integrallash. Bo'laklab integrallash. Trigonometric ifodalar qatnashgan funksiyalarning boshlangichini topish. Turli dasturiy paketlar yordamida aniqmas integrallarni hisoblash.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, Ma'ruza, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.1, A.2., A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Aniq integral. Aniq integralning ta'rifi va hisoblash. Bo'laklab integrallash. O'zgaruvchini bo'laklab integrallash va xosmas integrallar. Funksiyalar bilan chegaralangan yuzani hisoblash. Aniq integralni taqribiy hisoblash usullari. Turli dasturiy paketlar yordamida aniq integrallarni hisoblash.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, Ma'ruza, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.1, A.2., A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Ko'p argumentli funksiya. Funksiyaning aniqlanish sohasi, limiti va uzluksizligi. Xususiy va to'la ortirma, xususiy hosila. Murakkab funksiyaning hosilasi. To'la hosila tushunchasi. Ko'p argumentli funksiyaning differensial. Turli dasturiy paketlar yordamida ko'p o'zgaruvchili funksiya masalalarini yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, Ma'ruza, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.1, A.2., A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11

Oddiy differentsial tenglamalar. Birinchi tartibli differentsial tenglamalar. O'zgaruvchisi ajraladigan, bir jinsli tenglamalar. Chiziqli differentsial tenglamalar. To'la differentsialga keltirilgan dif. tenglamalar. Tartibi pasaytiriladigan differentsial tenglamalar. Ikkinchi tartibli, o'zgarmas koeffisientli, chiziqli differentsial tenglamalar. Differentsial tenglamalarni turli masalalarga tadbiqu. Kimyo, biologik epidemiya masalalarini yechishda differentsial tenglamalarni yechishda qo'llash. Turli dasturiy paketlar yordamida differentsial tenglamalarni yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *Ma'ruza, dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. blits, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.1, A.2., A.3, A.4., A.5., Q.4., Q.5., Q.10.

Ehtimollar nazariyasi. Hodisa va tajriba. Muqarrar, tasodifiy va bo'lishi mumkin bo'lmagan hodisalar. Tasodifiy hodisalarning asosiy turlari. Ehtimolning statistik va klassik ta'rifi. Hodisalarning yig'indisi, ehtimollarni qo'shish teoremasi, hodisalarning ko'paytmasi. O'zaro bog'lik va erkli hodisalar. Ehtimollarni ko'paytirish teoremasi. Hodisalarning to'la guruhi. O'zaro bog'liq bo'lmagan takrorlanuvchi tajriba. Bernulli, Laplas formulasi. Puasson qonuni. Shartli ehtimol. Bayes formulasi. Katta sonlar qonuni. Chebishev teoremasi. Tasodifiy miqdorlar. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Diskret tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni va taqsimot funksiyasi. Matematik kutilma, moda, o'rtacha kvadratik chetlanish va dispersiya. Ularning ma'nosi va xossalari. Binomial va Puasson taqsimotlari. Tekis va normal taqsimot, ularning sonli xarakteristikalar. Turli dasturiy paketlar yordamida ehtimollar nazariyasi masalalarini yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, Ma'ruza, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, namoyish etish, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.2, A.3, A.8, Q.6., Q.7.

Matematik statistika elementlari. Matematik statistika elementlari va masalalari. Bosh to'plam, tanlanma to'plam, variatsion qator, taqsimotning empiric funksiyasi, uning hossalari. Korrelyatsion bog'lanishning regressiya tenglamasi. Chiziqli korrelyatsion bog'lanish tenglamasini keltirib chiqarish. Eng kichik kvadratlar usuli. Korrelyatsion bog'lanishning regressiya koeffisienrini baholash. Turli dasturiy paketlar yordamida matematik statistika masalalarini yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, Ma'ruza, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, namoyish etish, B.B.B.*

Adabiyotlar: A.2, A.3, A.8, Q.6., Q.7.

“Matematika” fani bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining calendar tematik rejasi

t/r	Ma'ruza mavzulari	Soati
1-bob. Matematik analizga kirish		
1.1.	O'zgaruvchi miqdor haqida tushuncha, o'zgaruvchi miqdorni o'zgarish oraligi. Absolyut va nisbiy xato. Xatolikni protsentsdagi ifodasi.	2
1.2.	Funksiyaning ta'rifi va aniqlanish sohasi. Funksiyaning berilish usullari. Funksiya limiti. Ajoyib limitlar. $\frac{0}{0}$ va $\frac{\infty}{\infty}$ korinishidagi aniqmasliklarni yechish. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
2-bob. Funksiya hosilasi, differensial va ularni tatbig'i		
2.1.	Funksiyaning hosilasi, hosilaning ta'rifi. Uning geometrik va mexanik ma'nosi. Hosila olish qoidalari. Asosiy elementar funksiyalarning hosilalar jadvali.	2
2.2.	Murakkab funksiyaning hosilasi. Oshkormas va parametrik funksiyalarining hosilalari.	2
2.3.	Yuqori tartibli hosila. Lopital qoidasi, $\frac{0}{0}$ va $\frac{\infty}{\infty}$ korinishidagi aniqmasliklarni ochish.	2
2.4.	Funksiyaning hosila yordamida tekshirish. Funksiyaning o'suvchi va kamayuvchi bo'lishi. Funksiyaning ekstremum qiymati. Funksiyaning asimtotalari. Funksiyaning botiqligi va qabariqligi. Burilish nuqtasi. Funksiyaning to'la tekshirish sxemasi. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
2.5	Funksiya differentsialning ta'rifi. Diferensialni taqribiy hisoblashga tatbiqu. Yuqori tartibli differentsiallar.	2
3-bob. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral		
3.1.	Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Aniqmas integralning ta'rifi va asosiy xosaslari. Asosiy elementar funksiyalarning integrallar jadvali. O'zgaruvchini almashtirib integrallash.	2
3.2.	Bo'laklab integrallash. Trigonometrik funksiyalarni integrallash. Asosiy sodda ratsional kasrlarni integrallash. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
4-bob. Aniq integral.		
4.1.	Aniq integralning ta'rifi. N'yuton-Lebnis formulasi. O'zgaruvchini almashtirish va bo'laklab integrallash. Aniq integral yordamida yuza va hagmlarni hisoblash. Xosmas integral. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
5-bob. Ko'p argumentli funksiya		
5.1.	Ko'p argumentli funksiyaning aniqlanish soxasi, limiti va uzluksizligi.	2

	Xususi va to'la orttirma, xususi hosila. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	
	6-bob. Oddiy differentsial tenglamalar.	
6.1.	Differentsial tenglamaga olib keladigan bazi bir masalalar. Differentsial tenglama ta'rifi. Differentsial tenglamaning umumiy va xususi yechimlari. Koshi masalasi. O'zgaruvchilarga ajraladigan differentsial tenglamalar. Bir jinsli differentsial tenglama. Chiziqli differentsial tenglamalar.	2
6.2.	Yuqori tartibli differentsial tenglamalar. Tartibni pasaytiruvchi differentsial tenglamalar. Ikkinchi tartibli o'zgaruvchi koeffitsientli bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan differentsial tenglamalar. Differentsial tenglamani tadbiqlari. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
	7-bob. Ehtimollar nazariyasi.	
7.1.	Kombinatorika elementlari. Ehtimollar nazariyasining asosiy predmeti, voqea va hodisalar haqida tushuncha. Ehtimolning klassik va statistik ta'riflari. Hodisalar yig'indisining ehtimoli, qarama-qarshi hodisalar. Hodisalar ko'paytmasining ehtimoli. Kamida bitta hodisaning ro'y berish ehtimoli.	2
7.2.	Shartli ehtimol. To'la ehtimol. O'zaro bog'liqsiz takroriy sinashlar.	2
7.3.	Tasodifiy miqdorlar, diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunlari va sonli xarakteristiklari. Zichlik va taqsimot funksiyalar. Tekis va normal taqsimotlar. Uzluksiz tasodifiy miqdorlar va ularning sonli xarakteristiklari. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
	8-bob. Matematik statistika elementlari.	
8.1.	Matematik statistika elementlari. Bosh to'plam, tanlanma to'plam, variatsion qator, taqsimotning empirik funksiyasi.	2
8.2.	Korrelyatsion bog'lanishning regressiya tenglamasi. Chiziqli korrelyatsion bog'lanish tenglamasini keltirib chiqarish. Eng kichik kvadratlar usuli. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
Jami		36

Amaliy mashg'ulotlarning tavsiya etiladigan mavzulari

Matematik analizga kirish. O'zgaruvchi miqdor haqida tushuncha, o'zgaruvchi miqdorni o'zgarish oraligi. Absolyut va nisbiy xato. Xatolikni prosentdagi ifodasi. Funktsiyaning ta'rifi va aniqlanish sohasi. Funktsiyaning berilish usullari. Kimyo, biologiya va farmatsiya sohalaridan funktsiyaga misol keltirish. Funktsiya limiti. Ajoyib limitlar. Asosiy aniqlashliklar va ularni ochish. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *aqliy hujum, muammoli ta'lim. Bingo, blits, menyu, algoritm, munozara, o'z-o'zini nazorat.*

Adabiyotlar: A.1, A.3, A.5, A.8, Q.4, Q.5, Q.7, Q.10, Q.11.

Funksiya hosilasi, differentsiali va ularni tatbiqi. Hosilaning ta'rifi. Uning geometrik va mexanik ma'nosi. Hosila olish ketma-ketligi. Asosiy elementar funktsiyalarning hosilalari. Hosila olish qoidalari. Lapital qoidasi, parametrlari va oshkormas ko'rinishda berilgan funktsiyalarning hosilasini olish. Murakkab funktsiyaning hosilasi. Oshkormas va parametric ko'rinishda berilgan funktsiyalarning hosilasi. Funktsiyaning differentsiali. Differentsialning ta'rifi. Differentsialni taqribiy hisoblashga tadbiqi. Yuqori tartibli differentsiallar. Funktsiyaning hosila yordamida

tekshirish. Funksiyaning o'suvchi va kamayuvchi bo'lishi. Funksiyaning ekstremum qiymati. Funksiyaning asmitotalari. Funksiyaning botiqligi va qabariqligi. Burilish nuqtasi va to'la tekshirish sxemasi. Berilgan funksiyaning grafigini chizish. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *aqliy hujum, muammoli ta'lim. blits, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster.*

Adabiyotlar: A.1, A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Aniqmas integralning ta'rifi va asosiy xossalari. Asosiy ratsional kasrlarni integrallash. O'zgaruvchini almashtirib integrallash. Bo'laklab integrallash. Trigonometrik ifodalar qatnashgan funksiylarning boshlang'ichini topish. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *aqliy hujum, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, paradokslar.*

Adabiyotlar: A.1, A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Aniq integral. Aniq integralning ta'rifi va hisoblash. O'zgaruvchini almashtirib integrallash, bo'laklab integrallash. Xosmas integrallar. Funksiyalar bilan chegaralangan yuzani hisoblash. Aniq integralni taqribiy hisoblash usullari. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *aqliy hujum, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, paradokslar.*

Adabiyotlar: A.1, A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Ko'p argumentli funksiya. Funksiyaning aniqlanish sohasi, limiti va uzluksizligi. Xususiy va to'la orttirma, xususiy hosila. Murakkab funksiyaning hosilasi. To'la hosila tushunchasi. Ko'p argumentli funksiyaning differensial. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, Ma'ruza, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, paradokslar.*

Adabiyotlar: A.1, A.2., A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Oddiy differentsial tenglamalar. Birinchi tartibli differentsial tenglamalar. O'zgaruvchisi ajraladigan, bir jinsli tenglamalar. Chiziqli differentsial tenglamalar. Ikkinchi tartibli, o'zgarmas koefitsientli, chiziqli differentsial tenglamalar. Tartibi pasaytiriladigan differentsial tenglamalar. To'ladifferentsialga keltirilgan dif. tenglamalar. Differentsial tenglamalarni turli masalalarga tadbiqu. Kimyo, biologik epidemiya masalalarini yechishda differentsial tenglamalarni yechishda qo'llash. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *aqliy hujum, muammoli ta'lim. blits, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, paradokslar.*

Adabiyotlar: A.1, A.2., A.3, A.5., A.8., Q.4., Q.5., Q.7., Q.10., Q.11.

Ehtimollar nazariyasi. Hodisa va tajriba. Muqarrar, tasodifiy va bo'lishi mumkin bo'lmagan hodisalar. Tasodifiy hodisalarning asosiy turlari. Ehtimolning statistik va klassik ta'rifi. Hodisalarning yig'indisi, ehtimollarni qo'shish teoremasi, hodisalarning ko'paytmasi. O'zaro bog'lik va erkli hodisalar. Ehtimollarni ko'paytirish teoremasi. Hodisalarning to'la guruhi. O'zaro bog'liq bo'lmagan takrorlanuvchi tajriba. Bernulli, Laplas formulasi. Puasson qonuni. Shartli ehtimol. Bayes formulasi. Katta

sonlar qonuni. Chebishev teoremasi. Tasodifiy miqdorlar. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Diskret tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni va taqsimot funksiyasi. Matematik kutilma, moda, o'rtacha kvadratik chetlanish va dispersiya. Binomial va Puasson taqsimotlari. Tekis va normal taqsimot, ularning sonli xarakteristikallari. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, aqliy hujum, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, namoyish etish, paradokslar.*

Adabiyotlar: A.2, A.3, A.8, Q.6., Q.7.

Matematik statistika elementlari. Matematik statistika elementlari va masalalari. Bosh to'plam, tanlanma to'plam, variatsion qator, taqsimotning empirik funksiyasi, uning hossalari. Korrelyatsion bog'lanishning regressiya tenglamasi. Chiziqli korrelyatsion bog'lanish tenglamasini keltirib chiqarish. Eng kichik kvadratlar usuli. Korrelyatsion bog'lanishning regressiya koeffitsientini baholash. Turli dasturiy paketlar yordamida misol va masalalar yechish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, aqliy hujum, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, o'z-o'zini nazorat, bumerang, klaster, namoyish etish, paradokslar.*

Adabiyotlar: A.2, A.3, A.8, Q.6., Q.7.

3. AMALIY MASHG'ULOTLAR

Amaliy mashg'ulotlar kalendar tematik rejasi

“Matematika” fani bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining kalendar tematik rejasi

t/r	Amaliy mashg'ulotlar mavzulari mavzulari	Soati
1-bob. Matematik analizga kirish		
1.1.	O'zgaruvchi miqdor haqida tushuncha, o'zgaruvchi miqdorni o'zgarish oralig'i. Absolyut va nisbiy xato. Xatolikni protsentsdagi ifodasi.	2
1.2.	Funksiyaning ta'rifi va aniqlanish sohasi. Funksiyaning berilish usullari. Kimyo, biologiya va farmatsiya sohalaridan funksiyaga misol keltirish.	2
1.3.	Funksiya limiti. $\frac{0}{0}$ va $\frac{\infty}{\infty}$ korinishidagi aniqmasliklarni yechish.	2
1.4.	Ajoyib limitlar. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
2-bob. Funksiya hosilasi, differensial va ularni tatbig'i		
2.1.	Funksiyaning hosilasi, hosilaning ta'rifi. Uning geometrik va mexanik ma'nosi.	2
2.2.	Hosila olish qoidalari.	2
2.3.	Asosiy elementar funksiyalarning hosilalar jadvali.	2
2.4.	Murakkab funksiyaning hosilasi. Oshkormas funksiyalarning hosilalari.	2
2.5.	Parametrik ko'rinishda berilgan funksiyalarning hosilalari.	2
2.6.	Funksiya differensialning ta'rifi. Diferensialni taqribiy hisoblashga tadbiqi. Yuqori tartibli diferentsiallar.	2
2.7.	Funksiyaning o'suvchi va kamayuvchi bo'lishi. Funksiyaning ekstremum qiymati. Funksiyaning asimtotalari.	2

2.8.	Funksiyanı hosila yordamida tekshirish. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
3-bob. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral.		
3.1.	Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Aniqmas integralning ta'rifi va asosiy xosaslari.	2
3.2.	Asosiy elementar funksiyalarning integrallar jadvali.	2
3.3.	O'zgaruvchini almashtirib integrallash.	2
3.4.	Bo'laklab integrallash. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
4-bob. Aniq integral.		
4.1.	Aniq integralning ta'rifi. N'yuton-Lebnis formulasi. O'zgaruvchini almashtirib va bo'laklab integrallash.	2
4.2.	Aniq integral yordamida yuza va hag'imlarni hisoblash. Xosmas integral.	2
4.3.	Aniq integralni taqribiy hisoblash. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
5-bob. Ko'p argumentli funksiya		
5.1.	Ko'p argumentli funksiyaning aniqlanish sohasi, limiti va uzluksizligi.	2
5.2.	Xususiy va to'la orttirma, xususiy hosila.	2
6-bob. Oddiy differentsial tenglamalar.		
6.1.	Differentsial tenglamaga olib keladigan bazi bir masalalar. Differentsial tengla-ma ta'rifi. Differentsial tenglamaning umumiy va xususiy yechimlari. Koshi masalasi.	2
6.2.	O'zgaruvchilarga ajraladigan differentsial tenglamalar. Bir jinsli differentsial tenglama.	2
6.3.	Chiziqli differentsial tenglamalar. Tartibi pasaytiriladigan tenglamalar	2
6.4.	Ikinchi tartibli o'zgarmas koeffisientli bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan differentsial tenglamalar.	2
6.5.	Differentsial tenglamalarni turli masalalarga tadbiqu. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
7-bob. Ehtimollar nazariyasi.		
7.1.	Ehtimollar nazariyasining asosiy predmeti, voqea va hodisalar haqida tushuncha.	2
7.2.	Ehtimolning klassik va statistik ta'riflari. Hodisalar yig'indisining ehtimoli, qarama-qarshi hodisalar.	2
7.3.	Kombinatorika elementlari. Hodisalar ko'paytmasining ehtimoli. Kamida bitta hodisaning ro'y berish ehtimoli.	2
7.4.	Shartli ehtimol. To'la ehtimol.	2
7.5.	O'zararo bo'g'liqizis takroriy sinashlar. Bernulli, Muavr Laplas, Puassonning asimptotik formulasi	2
7.6.	Tasodifiy miqdorlar, diskret va uzluk-siz tasodifiy miqdorlar. Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunlari va sonli xarakteristiklari. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2
8-bob. Matematik statistika elementlari.		
8.1.	Uzluksiz tasodifiy miqdorlar va ularning sonli xarakteristiklari. Zichlik va taqsimot funksiyalar. Ularning xossalari	2
8.2.	Tanlanma usuli. Matematik statistika elementlari. Taqsimotni tanlanma xarakteristiklari.	2
8.3.	Taqsimotning empirik funksiyasi. Poligon va gistogramma	2
8.4.	Korrelyasion bog'lanishning regressiya tenglamasi. Chiziqli regressiya. Eng kichik kvadratlar usuli. Turli dasturiy paketlar yordamida amaliy masalalar yechish.	2

Jami	72 soat
-------------	----------------

Mustaqil ta'lim tashkil etishning shakli va mazmuni

“Matematika” bo'yicha talabaning mustaqil ta'limi shu fanni o'rganish jarayonining tarkibiy qismi bo'lib, uslubiy va axborot resurslari bilan to'la ta'minlangan.

Talabalar auditoriya mashg'ulotlarida professor-o'qituvchilarning ma'ruzasini tinglaydilar, misol va masalalar yechadilar. Auditoriyadan tashqarida talaba darslarga tayyorlanadi, adabiyotlarni konspekt qiladi, uy vazifa sifatida berilgan misol va masalalarni yechadi. Talabaning mustaqil ishi o'rganilayotgan mavzu yuzasidan kengaytirilgan ma'lumotlar yig'adi. Buning uchun axborot texnologiyalarining imkoniyatlaridan keng foydalanish, olingan ma'lumotlarni mustaqil ravishda ishlab chiqish va aniq misollarni yechishga qo'llay olishdan iborat bo'lib, uning turlari va shakllari referat, taqdimot, mustaqil yechish uchun misollar, mavzular bo'yicha informatsion vositalardan olingan adabiyotlar ro'yxati ko'rinishida bo'lishi mumkin. Mustaqil ishga mo'ljallangan mavzular va topshiriqlar talabaning mustaqil ishini tashkil etish bo'yicha kafedrada ishlab chiqilgan va muntazam yangilanib boradigan uslubiy qo'llanmalarda keng yoritilgan.

Uyga vazifalarini tekshirish va baholash amaliy mashg'ulot olib boruvchi o'qituvchi tomonidan, konspektlarni va mavzuni o'zlashtirish darajasini tekshirish va baholash esa ma'ruza darslarini olib boruvchi o'qituvchi tomonidan har darsda amalga oshiriladi.

“Matematika” fanidan mustaqil ish fanning barcha mavzularini qamrab olgan va quyidagi 8 ta katta mavzu ko'rinishida shakllantirilgan.

Talabalarning mustaqil ta'limining mazmuni va hajmi

№	Mustaqil ta'lim mavzulari	Berilgan topshiriqlar	Bajar. muddati	Hajmi (soatda)	
				Farmatsiya	Kasbiy ta'lim
1	Matematik analizga kirish	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	1, 2-haftalar	8	8
2	Funksiya hosilasi, differensial va ularni tadbiq'i	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	3, 4, 5, 6-haftalar	16	16
3	Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	7, 8-haftalar	8	8
4	Aniq integral	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	9-hafta	4	4
5	Ko'p argumentli funksiya	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	10-hafta	4	4
6	Oddiy differensial tengla-	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni baja-	11,12,13-haftalar	12	12

	malar	rish.			
7	Ehtimollar nazariyasi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	14,15,16-haftalar	12	12
8	Matematik statistika elementlari	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	17, 18 - haftalar	10	10
Jami				74	74

Dasturning information uslubiy ta'minoti

Hozirgi zamonda fan va texnikani rivoji har bir sohani egallash uchun zamonaviy texnologiya yutuqlaridan foydalanish zaruriyatini keltirib chiqaradi. Mazkur fanni o'qitish jarayonida ta'limning jamonaviy ilgor interfaol usullaridan, pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalarining prezentasiya (taqdimot), multimediya va electron-didaktik texnologiyalaridan foydalaniladi. Amaliy mashg'ulotlarda aqliy hujum, klaster, blits-so'rov, guruh bilan ishlash, insert,taqdimot, keys stadi kabi usul va texnikadan keng foydalaniladi. Jumladan, Matematika fanini o'zlashtirishda dasturga mos keladigan o'quv darsliklari, matematikaning muhim bo'limlaridan iborat bo'lgan mazmunlarini aks etiruvchi formulalarni o'quv xonalarida osib quyilishi, oddiy matematik tenglamalarni sodda hollarda dastur tuzub kompyuterga kirita bilish va kerakli natijalarni olib, ularni tahlil qilishni uddasidan chiqish, qisqacha aytganda kompyuterdan to'la foydalana bilish zarur. Asosiy matematik tushunchalarni doskada tajribali o'qituvchi ma'ruza shaklida tushuntirishi matematika fani uchun mos keladigan uslubdir. Ayrim hollarda vaqtni iqtisod qilish va talabalarni mustaqil fikrlashga o'rgatish maqsadida funksiyani tekshirish, hosila, integral va differentsial tenglamalarni yechishda, ehtimollar nazariyasining taqsimot qonunlarini tushuntirishda matematik statistika gipotezalari va undan chiqadigan formulalarni o'rgatishda kodoskop yordamida slaydlardan foydalanish ham maqsadga muvofiqdir. Matematikani muntazam o'rganib borish, o'qituvchini talabchanligi talabalarni fanga qiziqtirishi matematikani o'rganishdagi eng muhim omildir.

“Matematika” fanidan talabalar bilimni reyting tizimi asosida baholash

O'zlashtirish nazorati jami 100 ball: JN-45 ball, MI-5 ball, OB-20 ball, YN-30 ball

Talabalarni joriy baholash

Matematika fani bo'yicha talabalar bilimni nazorati o'quv yili davomida JB ni quyidagi mezon asosida baholanadi:

Matematikadan amaliy mashg'ulotga 72 soat ajratilgan bo'lib, JN baho har bir talaba har to'rtinchi dars baholanib, o'tilgan to'rt kunlik mavzu bo'yicha o'rtachasi ko'yiladi. JN 9 ta baholanadi, 5-baho MI ga qo'yiladi.

JN bahosi 5 ballik bo'lib, undan

Talabani darsga tayyorgarligi(o'quv qurollari va formasi)to'liqligiga-1bal qo'yiladi.

Talabalarni baholashda guruh 3 ta guruhga ajratiladi, har biriga variant ko'rinishda beriladi va baholanadi.

Pedagogik texnologiyalardan B.B.B, aqliy hujum, tezkor javob usullarida berilgan savollarga max. 2 bal bilan baholanadi.

Talabalarni joriy baholash

JB “A’lo” baho qo’yiladi:

1. Uy vazifasi to’liq bajarilgan - 1 ball.
2. Dars vaqtida yechiladigan barcha misollarni to’liq va to’g’ri bajargan birinchi uchta talabaga – 2 ball.
3. Pedagogik texnologiyalar yordamida berilgan qo’shimcha savollarga aniq va to’liq javob bersa – 2 ball.

“Yaxshi” baho qo’yiladi:

1. Uy vazifasi to’liq bajarilgan - 1 ball;
- a) 2. Dars vaqtida yechilayotgan misollarni to’liq va aniq bajarsa – 2 ball.
2. Qo’shimcha savollarga to’liq javob berolmasa-1ball;
- b) 2. Dars vaqtida yechilayotgan misollarni to’liq yechmasdan -1 ball.
3. Qo’shimcha savollarga aniq va to’liq javob bersa.-2ball;

“Qoniqarli” baho qo’yiladi:

1. Uy vazifasi to’liq bajarilgan – 1 ball;
2. Dars vaqtida yechiladigan barcha misollarni ajratilgan vaqtda yechsa – 2 ball;
3. Qo’shimcha savollarga javob berolmasa 0 ball;

“Qoniqarsiz” baho qo’yiladi:

1. Uy vazifasi bajarilmagan – 0 ball;
2. Dars vaqtida yechiladigan barcha misollarni yozib o’tirsa – 2 ball;
3. Qo’shimcha savollarga javob berolmasa – 0 ball.

Har kungi baho qo’shilib har to’rtinchi darsga o’rtachasi qo’yiladi. Maximal 5 ball bilan baholanadi. 9 ta katakka JN bahosi qo’yilib oxirgi 40 katakka MI bahosi qo’yiladi. $JN+MI=30-50$; OB 11-20; YN 17-30 ballar bilan baholanadi.

Talabalar JN dan to’playdigan ballarning namunaviy mezonlari

№	Ko’rsatkichlar	ON ballari		
		Maks	1-ON	2-ON
1	Darslarga qatnashganlik darajasi. Amaliy mashg’ulotlardagi faolligi, konspekt daftarlarning yuritilishi va to’liqligi	15	0-7	0-8
2	Talabalarning mustaqil ta’lim topshiriqlarini o’z vaqtida va sifatli bajarishi va o’zlashtirishi. Uy vazifalarini bajarilishi va o’zlashtirish darajasi.	20	0-10	0-10
3	Yozma nazorat ishi yoki test savollariga berilgan javoblar.	15	0-8	0-7
Jami JN ballari		50	0-25	0-25

Oraliq baholash tartibi

Oraliq baholash semestr davomida ikki marotaba o’tqaziladi. Bunda har bir talabaga alohida variantda 5tdan savollari berilib, uning 2 tasi nazariy savol, 3 tasi misol va masalalardan iborat.

A’lo bahoga 2 ta nazariy savolga 3 ta misol va masalalarga to’g’ri javob bergan bo’lsa;

Yaxshi bahoga 1 ta nazariy savolga va 3 ta misol va masalalarga to'g'ri javob bergan bo'lsa yoki 2 ta nazariy savolga va 2 ta misol va masalalarga to'g'ri javob bergan bo'lsa;

Qoniqarli bahoga 1 ta nazariy savolga va 2 ta misol va masalalarga to'g'ri javob bergan bo'lsa yoki 2 ta nazariy savolga va 1 ta misol va masalaga to'g'ri javob bergan bo'lsa yoki 1 ta nazariy savolga va 2 ta misol va masalaga to'g'ri javob bergan bo'lsa;

Qoniqarsiz bahoga 1 ta nazariy savolga va 1 ta misol va masalalarga to'g'ri javob bergan bo'lsa.

OBda 11 balidan past natija olgan talabalar OBni qayta topshiradilar. Qayta topshirishda maksimal 8 ball bilan baholanadilar.

Talabalar ON dan to'playdigan ballarning namunaviy mezonlari

№	Ko'rsatkichlar	ON ballari		
		Maks	1-ON	2-ON
1	Darslarga qatnashganlik darajasi. Ma'ruza darslaridagi faolligi, konspekt daftarlarining yuritilishi va to'liqligi	4	0-2	0-2
2	Talabalarining mustaqil ta'lim topshiriqlarini o'z vaqtida va sifatli bajarishi va o'zlashtirishi	4	0-2	0-2
3	Og'zaki savol-javoblar, kollektivum va boshqa nazorat turlari natijalari	12	0-6	0-6
Jami ON ballari		20	0-10	0-10

Yakuniy baholash

YaB da talabaning bilim, ko'nikma va malakalari fanning umumiy mazmuni doirasida baholanadi. YaB fan bo'yicha o'quv mashg'ulotlari tugaganidan so'ng o'tkaziladi.

JB, TMI va OB ga ajratilgan umumiy ballarning har biridan saralash balini to'plagan talabaga YaB ga ishtirok etishga huquq beriladi.

YaB o'tkazish shakli – test, og'zaki, yozma ish yoki ushbu usullar kombinatsiyasida Ilmiy Kengash qarori bilan belgilanadi.

JB, OB va YaB turlarida fanni o'zlashtira olmagan (56 dan kam ball to'plagan) yoki uzrli sabablar bilan baholash turlarida ishtirok eta olmagan talabalarga quyidagi tartibda qayta baholashdan o'tishga ruxsat beriladi.

Qoldirilgan amaliy mashg'ulot kelgusi darsga qadar guruh o'qituvchisiga qayta topshirish va maslahat kunida topshiriladi. 3ta mashg'ulotni qoldirgan talaba fakultet dekani ruxsati bilan qayta topshiradi.

OB ni 2 hafta muddatda qayta topshirishga ruxsat beriladi va bali koeffitsientsiz qayd etiladi.

Semestr yakunida fan bo'yicha saralash balidan kam ball to'plagan talabaning o'zlashtirishi qoniqarsiz (akademik qarzdor) hisoblanadi.

Akademik qarzdor talabalarga semestr tugaganidan keyin dekan ruxsatnomasi asosida qayta o'zlashtirish uchun – 2 hafta muddat beriladi. Shu muddat davomida o'zlashtira olmagan talaba belgilangan tartibda rektorning buyrug'i bilan talabalar

safidan chetlashtiriladi (birinchi kurs talabalariga o'quv yili yakunlari bo'yicha amalga oshirish maqsadga muvofiqdir).

Намуна:

Talabalar YaN dan to'playdigan ballarning namunaviy mezonlari

№	Ko'rsatkichlar	YaN ballari	
		Maks	O'zgarish oralig'i
1	Fan bo'yicha Yakuniy yozma ish natijasi	25	0-25
2	Fan bo'yicha Test nazorati	5	0-5
Jami JN ballari		30	0-30

№	Ф.И.Ш.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Sharipova	+	+	+	5	+	+	+	5	+	+	+	4	+	+	+	4	+	+	+	5	+
2	Botirov A	+	+	+	3	+	+	+	3	+	+	+	3	+	+	+	3	+	+	+	3	+
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	mi	JN	ON	YN	Jami	
	Sharipova	+	+	4	+	+	+	4	+	+	+	5	+	+	+	5	5	46	15	25	86	
	Botirov A	+	+	3	+	+	+	3	+	+	+	3	+	+	+	3	3	30	11	17	58	

Tavsiya etilgan adabiyotlar ro'yhati

Asosiy adabiyotlar:

1. James Stewart. Calculus. Brooks/cole, Cengage learning USA, 7 th edition, 2010.
2. Erwin Kreyszig. Advanced engineering mathematics. Wiley international edition, USA, 9 th edition, 2006.
3. N.P. Bali, P.N.Gupta, C.P.Gandhi. A textbook of B.Pharmaceutical Mathematics. Vol -1,2. Laxmi publications (P)ltd. New Dehli. Boston, USA. 2007.
4. Soatov B. "Oliy matematika" t.1, 2-tom. Toshkent, "O'qituvchi", 1992.
5. Ulug'murodov N.X. va boshqalar. Oliy Matematika. 1-3 qismlar. Toshkent. Tafakkur nashriyoti. 2013.
6. Ulug'murodov N.X. Matematik statistika kursi. Toshkent. Turon-iqbol. 2006.
7. Danko P.E. va boshqalar. Oliy matematika misol va masalalarda. O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti. Toshkent. 2007.
8. Лобоцкая. "Высшая математика". Минск. 1987.
9. В.П. Минорский . Сборник задач по высшей математике. Москва. 1978

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Azlarov T, Mansurov H. Matematik analiz asoslari. 2005.
2. Berman: Matematik analizdan masalalar tuplami. 1989.
3. Piskunov N.S. Differentsial va integral xisob kursi. 1, 2 jildi. 1985.
4. Abdalimov B. va boshkalar. Oliy matematikadan masalalar echishda qo'llanma. Toshkent. 1985.
5. N.X.Samigova, D.A.Sunatova, B.E. Temirova. "Oliy matematika" dan oquv uslubiy qo'llanma. 2010.
6. N.X.Samigova, D.A.Sunatova, B.E. Temirova . Oliy matematika fanining ehtimollar nazariyasi bo'limidan oquv uslubiy qo'llanma. 2010.

7. Sh. R. Xurramov. Oliy matematika. Misol va masalalar, nazorat topshiriqlari. 1, 2 va 3- qismlar. Toshkent, "Fan va texnologiya", 2015.
8. Minorskiy V.P. Oliy matematikadan masalalar to'plami. Moskva. 1987.
9. Ataxanov, Xodjaev. Matematik analizdan misol va masalalar to'plami. 2005.
10. Samigova N.X., Sunatova D.A., Temirova B.E. Oliy matematika fanining "Математик тахлил" dan o'quv uslubiy qo'llanma. Toshkent. 2013.

Internet va ziyonet saytlari:

1. <http://www.pharmi.uz>
2. <http://www.ziyonet.uz>
3. <http://www.rsl.ru>
4. <http://www.nlr.ru>
5. <http://www.msu.ru>

III. SILLABUS.

“MATEMATIKA” fanining

2016-2017 o‘quv yili uchun mo‘ljallangan SILLABUSI

OTMning nomi va joylashgan manzili:	Toshkent farmatsevtika instituti				Oybek, 45			
Kafedra:	Fizika, matematika va axborot texnologiyalari				2 o‘quv binosi 4 qavat			
Ta’lim sohasi va yo‘nalishi:	510000 – Sog‘liqni saqlash		5510500 Farmatsiya (Klinik farmatsiya) 5510500 Farmatsiya (Farmasevtik taxlil) 5510500 Farmatsiya (Farmasevtika ishi) 5111000 kasb ta’limi (5510500-farmasevtika ishi)					
Fanni (kursni) olib boradigan o‘qituvchi to‘g‘risida ma’lumot:	Sunatova Dilfuza Abatovna katta o‘qituvchi		e-mail:		mirmoh@mail.ru bakhromjon1@rambler.ru			
	Samigova Nodira Xamidullayevna katta o‘qituvchi							
	Abdurahmonov Bahrom Alisherovich katta o‘qituvchi							
	Temirova Barno Erkinovna o‘qituvchi							
Dars vaqti va joyi:	Dars jadvali asosida kafedrada		Kursning Davomiyligi:		1 kurs I/II semestr			
Individual grafik asosida ishlash vaqti:	Payshanba va juma kunlari 13.30 dan 15.00 gacha							
Fanga ajratilgan soatlar	Auditoriya soatlari						Mustaqil ta’lim	74
	Ma’ruza	36	Amaliyot	72	Laboratoriya mashg‘ulotlari	-		
Fanning boshqa fanlar bilan bog‘liqligi (prerekvizitlar):	–kimyo, fizika fanlaridan olgan bilimlariga asoslanadi.							
(postrekvizitlar):	Ushbu fan barcha tabiiy va mutaxassislik fanlarni o‘zlashtirish uchun asos bo‘ladi							

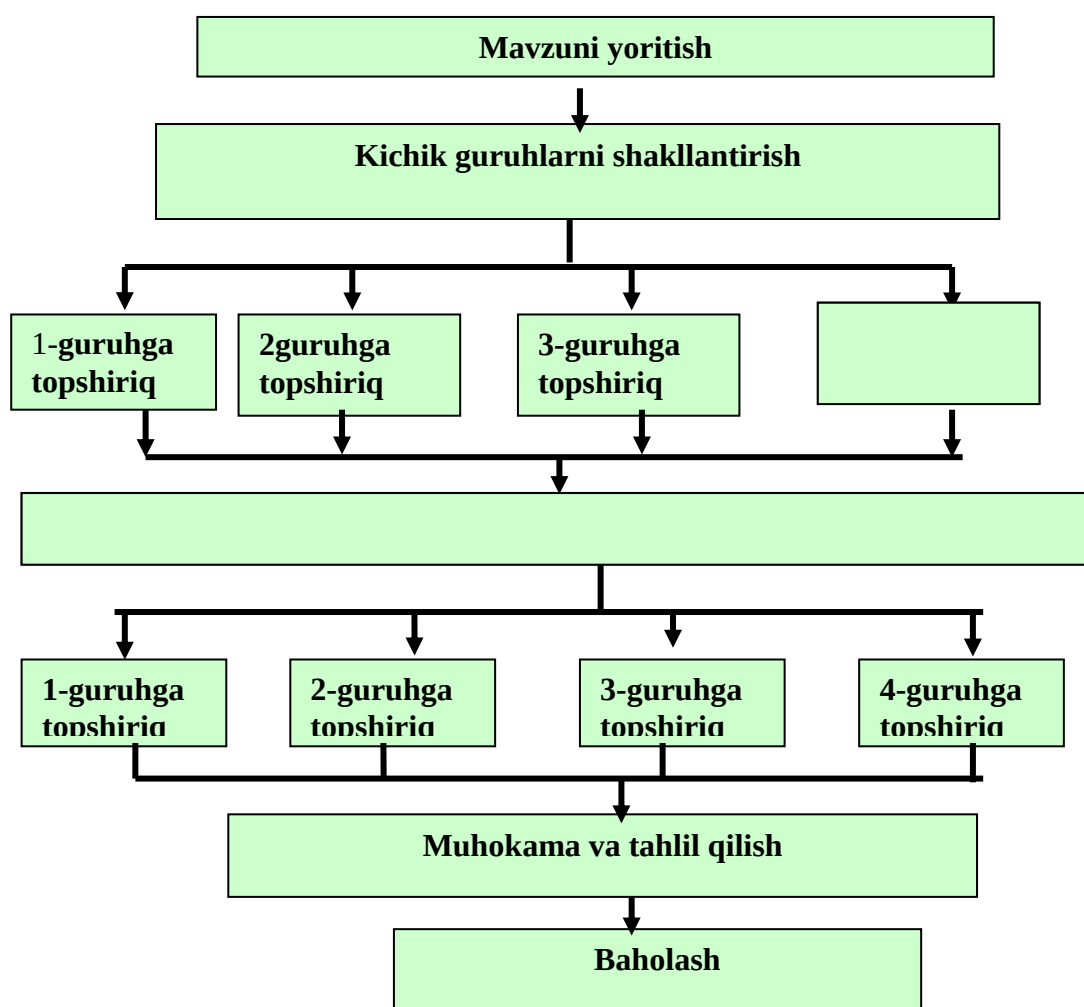
IV. FANNI O'QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA'LIM USULLARI.

“Kichik guruhlarda ishlash” metodi.

Talabalarni faollashtirish maqsadida ularni kichik guruhlariga ajratgan holda o'quv materiallarini o'rganish yoki topshiriqni bajarishga qaratilgan darsdagi ijodiy ish.



“Kichik guruhlarda ishlash” metodi bosqichlari



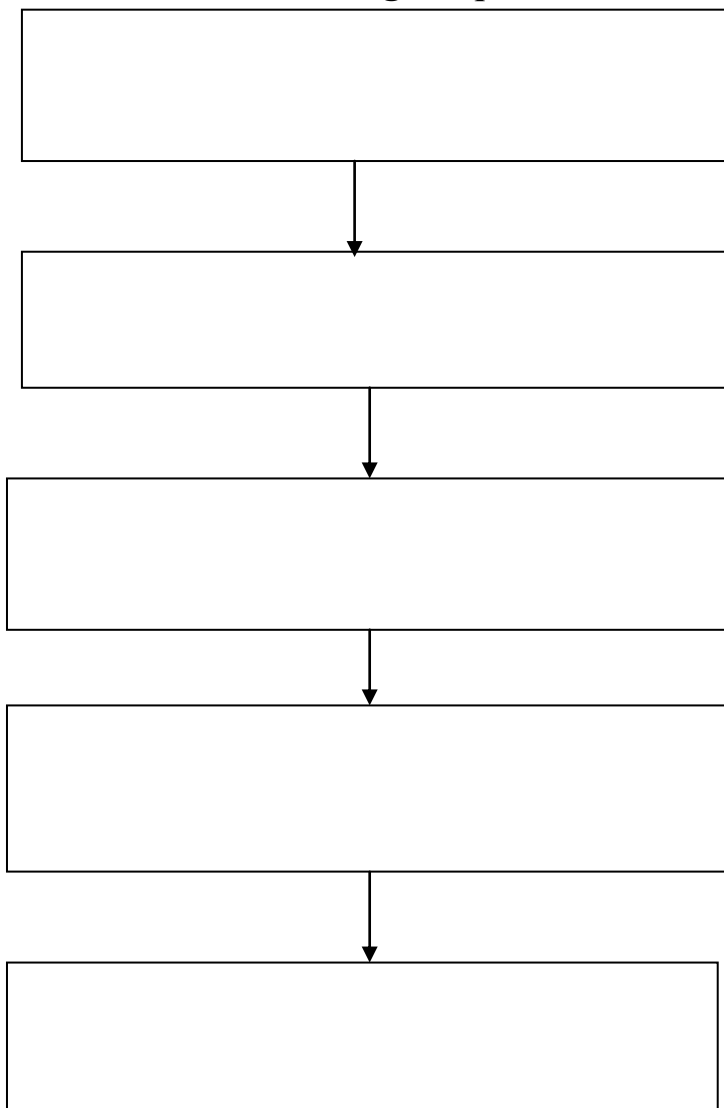
“Klaster” metodi

Talabalarga ixtiyoriy muammo xususida erkin, ochiq o'ylash va shaxsiy fikrlarni bimalol bayon etish uchun sharoit yaratishga yordam beradi. Mazkur metod turli xil g'oyalar o'rtasidagi aloqalar o'rtasidagi aloqalar to'g'risida firklash imkoniyatini beruvchi tuzilmani



aniqlashni talab etadi.

“Klaster” metodining bosqichlari



“Keys-stadi” metodi



Keys-stadi interaktiv ta'lim metodi sifatida talabalar tomonidan eng afzal ko'riladigan metodlar qatorida kirmoqda.

Ushbu metod talabalarga tashabbus bildirish, nazariy holatni o'zlashtirishda hamda amaliy ko'nikmalarni shakllantirishda oniyatini berishida ko'rish mumkin. O'z navbatida vaziyatlarning analizi talabalarining kasbiy shakllanish jarayoniga kuchli ta'sir o'tkaza olishi, ularning kasbiy jihatdan "ulg'ayishiga" xizmat qilishi, ta'lim olishga nisbatan qiziqish va ijobiy motivatsiyaning shakllantirishi alohida ahamiyatga ega. Keyslar metodi talabaning tafakkur turi sifatida, alohida paradigma ko'rinishida gavdalanib, ijodiy salohiyatini rivojlantirish, noan'anaviy tarzda fikrlash imkonini beradi.

“Keys metodi”ni amalga oshirish bosqichlari

Ish bosqichlari	Faoliyat shakli va mazmuni
1-bosqich: Keys va uning axborot ta'minoti bilan tanishtirish	• Keys bilan tanishish (matnli, audio yoki media shaklda); • Axborotni umumlashtirish; • Axborot tahlili; • Muammolarni aniqlash
2-bosqich: Keysni aniqlash-ritish va o'quv topshirig'ini belgilash	• Individual va guruhda ishlash; • Muammolarni dolzarblik ierarxiasini aniqlash; • Asosiy muammoli vaziyatni aniqlash
3-bosqich: keysdagi asosiy muammoni tahlil etish orqali o'quv topshirig'ining yechimini izlash, hal etish yo'llarini ishlab chiqish	• Individual va guruhda ishlash; • Muqobil yechim yo'llarini ishlab chiqish; • Har bir yechimning imkoniyatlari va to'siqlarni tahlil qilish; • Muqobil yechimlarni tanlash
4-bosqich: Keys yechimini shakllantirish va asoslash, taqdimot.	• Yakka va guruhda ishlash; • Muqobil variantlarni amalda qo'llash imkoniyatlarini amalda qo'llash; • Ijodiy-loyiha taqdimotini tayyorlash; • Yakuniy xulosa va vaziyat yechimining amaliy aspektlarini yoritish

“Assesment” metodi

Ushbu “Assesment”lardan ma'ruzachi mashg'ulotlaridan ma'ruza mashg'ulotlarida qatnashchilarning mavjud bilim darajasini o'rganishda, yangi ma'lumotlarni bayon qilishda, seminar, amaliy mashg'ulotlarda esa mavzu yoki ma'lumotlarni o'zlashtirish darajasini baholash, shuningdek, o'z-o'zini baholash



maqsadida individual shaklda foydalanish tavsiya etiladi. Shuningdek, o'qituvchining ijodiy yondashuvi hamda o'quv maqsadlaridan kelib chiqib, assesmentga qo'shimcha topshiriqlarni kiritish mumkin.



“Mantiqiy chalkash zanjir” strategiyasi

Metod tushunchalar, bildirilgan fikrlar o'rtasida bog'liqlikni yuzaga keltirish, ularni mantiqiy jihatdan ketma-ketlikda to'g'ri ifodalashga yordam beradi. Uning mohiyatiga o'qituvchi mavzuni yorituvchi ma'lumotlarni to'g'ri va noto'g'ri tartibda bayon etadi. Talabalarning vazifasi mantiqiy jihatdan noto'g'ri ifodalangan ma'lumotlarni to'g'ri dalillarga aylantirish, yuzaga kelgan mantiqiy chalkashlikni tuzatish, fikrlarni muayyan ketma-ketlikda to'g'ri joylashtirilgan holda uzatilgan zanjirni “ulashdan” iborat.

Mashg'ulotda metodni qo'llash quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

O'qituvchi talabalarni metodning mohiyati bilan tanishtiradi

Talabalar bir necha kichik guruhlariga biriktiriladi

kichik guruhlariga chalkash ma'lumotlarni o'zida ifodalagan tarqatmali materiallar beriladi

topshiriqlarni bajarish uchun vaqt hajmi (5 minut) belgilanadi

kichik guruh tarqatmali materialda ifodalangan mantiqiy xato va chalkashliklarni aniqlab, uzilgan zanjirni "ulashga" harakat qiladi

belgilangan vaqt yakunlangach, har bir guruhdan bir nafar vakil jamoani topshiriq mazmuni va guruhning javoblari bilan tanishtiradi

jamoat guruhlarining javoblari yuzasidan muhokama qilish tashkil etiladi

o'qituvchi jamoaning fikriga tayanib, guruhlar ishini baholaydi.

4.1. O'ZGARUVCHI MIQDOR HAQIDA TUSHUNCHA, O'ZGARUVCHI MIQDORNI O'ZGARISH ORALIGI. ABSOLYUT VA NISBIY XATO. XATOLIKNI PROTSENTDAGI IFODASI. FUNKSIYANING TA'RIFI VA ANIQLANISH SOHASI. FUNKTSIYANING BERILISH USULLARI. KIMYO, BIOLOGIYA VA FARMATSIYA SOHALARIDAN FUNKTSIYAGA MISOL KELTIRISH.

Reja.

1. O'zgaruvchi va o'zgarmas miqdorlar.
2. Sonlar ketma – ketligi.
3. Funksiya ta'rifi.
4. Asosiy elementar funksiyalar.
5. Funksiyaning juft-toqligi, davriyligi
6. Farnatsevtik masalalarga tadbiri
7. Dasturiy paketlar yordamida hisoblash

Tayanch iboralar: sonlar ketma-ketligi, atrof, kamayuvchi, o'suvchi, limit, yaqinlashuvchi, uzoqlashuvchi, o'zgaruvchi va o'zgarmas miqdorlar oraliq (interval), kesma (segment), o'zgarish va aniqlash sohasi, o'zgaruvchining limiti.

1. O'zgaruvchi va o'zgarmas miqdorlar.

Biz amaliy faoliyatimizda mazmun jixatidan turlicha bo'lgan uzunlik, yuza, hajm, temperatura, tezlik kabi turli raiqdorlarga duch kelamiz. Bu miqdorlar aniq sharoitda ba'zan turli qiymatlarni qabul qilsa, ba'zan bir xil qiymatga teng bo'ladi. Masalan, tasodifiy 10 ta mashinaning tezligi tekshirilsa, ular har xil bo'lishi mumkin. Demak tezlik o'zgaruvchi miqdor.

Ma'lumki har qanday aylana uzunligi l ning diametri $2R$ ga nisbati har doim o'zgarmas son (miqdor) $\pi = 3,14...$ ga tengdir. Jismlarning erkin tushish tezlanishi ham o'zgarmas miqdordir.

Shunday qilib ikki xil o'zgaruvchi va o'zgarmas miqdorlar bo'ladi. Odatda o'zgaruvchi miqdorlar $x, y, z, ...$ o'zgarmas miqdorlar esa $a, b, c, ...$ harflar orqali belgilanadi. Agar x o'zgaruvchi miqdor berilgan bo'lsa, bu miqdorning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlar to'plamiga x o'zgaruvchi miqdorning o'zgarish sohasi deyiladi. x o'zgaruvchi miqdorning o'zgarish sohasini sonlar o'qida tasvirlasak, $a < x < b$ yoki $a \leq x \leq b$ tengsizliklardan x ning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari (a, b) , $[a, b]$ oraliqda yoki $[a, b]$ kesmalarda bo'lishi ravshan.

Ta'rif: Har xil son qiymatlarni qabul qilishi mumkin bo'lgan har qanday x miqdorga o'zgaruvchi miqdor deyiladi. Barcha qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari bir xil bo'lgan miqdorga o'zgarmas miqdor deyiladi.

2. Sonlar ketma-ketligi.

1-ta'rif. Agar biror qonunga ko'ra $1, 2, 3, ..., n, ... (n \in \mathbb{N})$ natural sonlarga $x_1, x_2, x_3, ...$ haqiqiy sonlar mos keltirilgan bo'lsa, u holda $x_1, x_2, x_3, ...$ sonlar ketma-ketligi berilgan deyiladi.

Qisqacha ketma-ketlik $\{x_n\}$ ko'rinishda yoki $\{x_n\} = \{x_1, x_2, x_3, ... \}$ ko'rinishda yoziladi.

x_i -larga ($i=1, 2, ..., n, ...$) $\{x_n\}$ ketma-ketlikning elementlari, x_n -ga esa ketma-ketlikning umumiy hadi deyiladi.

Misol. $\left\{\frac{1}{n}\right\} = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, ... \right\}$ $\{n^2+1\} = \{2, 5, 10, 17, ... \}$ $\{1+(-1)^n\} = \{0, 2, 0, 2, ... \}$

2-ta'rif. Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlikning istalgan x_n elementi uchun $x_n \leq M$ (yoki $x_n \geq m$) tengsizlikni qanoatlantiruvchi M (yoki m) soni mavjud bo'lsa, u holda $\{x_n\}$ ketma-ketlikni yuqoridan (pastdan) chegaralangan deyiladi.

M va m larga yuqori va quyi chegaralari deyiladi. Ham pastdan, ham yuqoridan chegaralangan ketma-ketlik chegaralangan ketma-ketlik deyiladi.

3-ta'rif. Agar ixtiyoriy $n \in \mathbb{N}$ uchun $x_n \leq x_{n+1}$ (yoki $x_n \geq x_{n+1}$) tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda $\{x_n\}$ ketma-ketlikni kamaymaydigan (o'smaydigan) ketma-ketlik deyiladi.

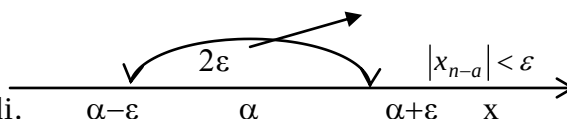
4-ta'rif. Agar ixtiyoriy $n \in \mathbb{N}$ uchun $x_n < x_{n+1}$ bo'lsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlik o'suvchi ketma-ketlik, agar $x_n > x_{n+1}$, bo'lsa $\{x_n\}$ ketma-ketlikni kamayuvchi ketma-ketlik deyiladi.

O'suvchi va kamayuvchi ketma-ketliklarga monoton ketma-ketliklar deyiladi.

5-ta'rif. Agar ixtiyoriy yetarlicha kichik $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N natural son mavjud bo'lsaki, $n > N$ bo'lgan barcha n lar uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi va $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ yoki $x_n \rightarrow a$ ko'rinishlarda yoziladi

$a - \varepsilon < a < a + \varepsilon$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi

nuqtalar to'plamiga a nuqtaning ε atrofi deyiladi.



Ta'rifning geometrik ma'nosi quyidagicha: agar a berilgan $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti bo'lsa, u holda a nuqtaning ε atrofida $\{x_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz ko'p hadlari joylashgan bo'ladi. Shunday hadlarning nomerlari N dan katta bo'lib, bu atrofda tashqarida esa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning x_1 dan x_n gacha bo'lgan chekli hadlari bo'ladi.

6-ta'rif. Limiti mavjud bo'lgan ketma-ketliklarga yaqinlashuvchi ketma-ketliklar deyiladi. Aks holda uzoqlashuvchi ketma-ketliklar deyiladi.

1-teorema. Yaqinlashuvchi sonli ketma-ketliklar faqat bitta limitga ega bo'ladi.

Isboti. Faraz qilaylik $\{x_n\}$ ketma-ketlik ikkita a va b limitlarga ega bo'lsin, u holda α va β nuqtalarni o'z ichiga olgan va bir-biri bilan kesishmaydigan $[c, d]$ va $[e, f]$ intervallarni olaylik. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = b$ bo'lsin, bu holda $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ bo'lgani uchun

$\{x_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz ko'p elementlari $[c, d]$ da bo'lib $[e, f]$ da sanoqli elementlari qoladi. Bundan ko'rinadiki, $\{x_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz ko'p elementlari $[e, f]$ da bo'la olmaydi. Bu esa farazimizga qarama-qarshi.

2-teorema. Har qanday yuqoridan chegaralangan kamaymaydigan va quyidan chegaralangan o'smaydigan sonli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, limitga ega bo'ladi.

3-teorema. Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u albatta chegaralangan bo'ladi. Lekin aksi qarvaqt to'g'ri emas, ya'ni zarur lekin kifoya emas.

4-teorema. (Bolsiano Veyershtass). Ixtiyoriy cheksiz, chegaralangan va monoton bo'lgan $\{x_n\}$ ketma-ketlik limitga ega bo'ladi.

Agar cheksiz $\{x_n\}$ ketma-ketliklar yuqoridan yoki quyidan chegaralanmagan bo'lsa, u albatta uzoqlashuvchi bo'ladi, ya'ni chekli limitga ega bo'lmaydi.

Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ bo'lsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlikka cheksiz kichik ketma-ketlik deyiladi.

Boshqa so'z bilan aytganda, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday N nomer topish mumkin bo'lsaki, barcha $n > N$ lar uchun $|x_n| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlikka cheksiz kichik ketma-ketlik deyiladi.

Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ bo'lsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlikka cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi.

Boshqa so'z bilan aytganda, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday N nomer mavjud bo'lsaki, barcha $n > N$ lar uchun $|x_n| \geq M$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlikka cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi.

Sonli ketma-ketlikning limiti uchun quyidagi xossalr o'rinli:

$$1^0. \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$$

$$2^0. \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$$

$$3^0. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n} \quad (\lim_{n \rightarrow \infty} y_n \neq 0)$$

3. Funksiya.

Elementlari haqiqiy sonlardan iborat bo'lgan D va E to'plamlar berilgan bo'lib, o'zgaruvchi x miqdorning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari D to'plamda, y o'zgaruvchi miqdorning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari E to'plamda bo'lsin.

1-Ta'rif. Agar x o'zgaruvchining D to'plamdagi har bir qiymatiga biror qoida yoki qonunga ko'ra y o'zgaruvchining E to'plamdagi faqat aniq bitta qiymati mos qo'yilgan bo'lsa, u holda o'zgaruvchi y ni o'zgaruvchi x ning funksiyasi deyiladi va odatda $y=f(x)$ ko'rinishda yoziladi¹.



x ga erkli o'zgaruvchi yoki argument, y ga esa erksiz o'zgaruvchi yoki x o'zgaruvchining funksiyasi deyiladi.

x o'zgaruvchining qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlar to'plami D ga funksiyaning aniqlanish sohasi deyiladi va $D(f)$ yoki $D(y)$ ko'rinishda belgilanadi. E to'plamga esa funksiyaning o'zgarish sohasi deyiladi va $E(f)$ yoki $E(y)$ ko'rinishda yoziladi.

Misol. $y = \sqrt{1-x^2}$ funksiyaning aniqlanish sohasi $[-1,1]$ to'plamdan ya'ni $D(y)=[-1,1]$ iborat bo'ladi. o'zgarish sohasi esa $E(y)=[0,1]$ bo'ladi.

2-Ta'rif. Funksiyaning aniqlanish sohasi D dagi har qanday x_1, x_2 lar uchun $x_1 < x_2$ tengsizlikdan $f(x_1) \leq f(x_2)$ kelib chiqsa, u holda $f(x)$ funksiyani D da o'suvchi deyiladi, agar $f(x_1) \geq f(x_2)$ kelib chiqsa, funksiyani D da kamayuvchi deyiladi. Funksiyaning berilish usullari.

- x va y o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi bog'lanish matematik formulalar orqali berilishi mumkin, u holda funksiya analitik usulda beriigan deyiladi;
- o'zgaruvchi x va y lar orasidagi bog'lanish grafik usulda berilishi mumkin;
- x va y lar orasidagi bog'lanish jadval usulida ya'ni argument x ning qiymatlariga mos keluvchi y ning qiymatini jadval ko'rinishda berilishi mumkin.

4. Asosiy elementar funksiyalar.

Oshkor funksiyalar ikki sinfga bo'linadi: algebraik va transcendent funksiyalar.

Argument x ustida chekli sonda algebraik funksiya bo'ladi (ayirish, qo'shish va h.k)

Masalan: $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{x}{x^3 + 4}$ va h.k.

Algebraik bo'lmagan barcha funksiyalar transcendent funksiyalar deyiladi.

Masalan: $y=a^x$ $y=\log_a x$ $y=\sin x$

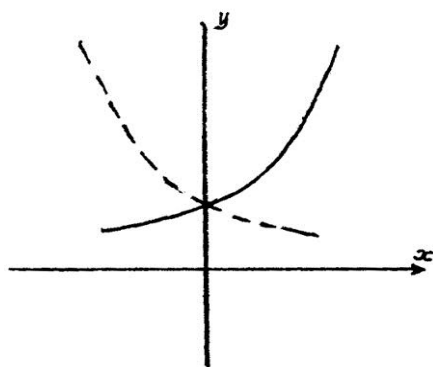
Bu funksiyalrning eng soddalarini ko'rib chiqamiz.

1) Darajali funksiya

$y = ax^n$, bu yerda x , y – o'zgaruvchilar, a va n ixtiyoroy o'zgarvas sonlar.

Darajali funksiyaning aniqlanish sohasi daraja ko'rsatkichi n -ning ishorasiga bog'liq.

- $n \geq 0$ butun bo'lganda funksiyaning aniqlanish sohasi $-\infty < x < +\infty$
- $n < 0$ butun bo'lganda funksiyaning aniqlanish sohasi ikkita $]-\infty, 0[$ va $]0, +\infty[$ intervaldan iborat bo'lib,

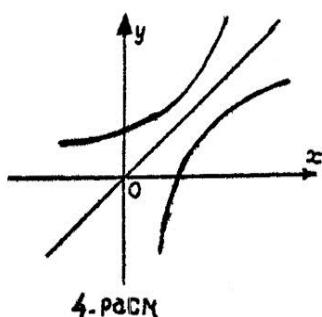


3-расм

unga sonlar o'qining $x=0$ dan boshqa barcha nuqtalar kiradi

$n > 0$, II, III tartibli parabola
 $n < 0$, turli tartibdagi parabolalar

- Ko'rsatkichli funksiya: $y = a^x$, bu yerda $a \neq 1$ - musbat o'zgarvas son ($a > 0, a \neq 1$).



Ko'rsatkichli funktsiyaning aniqlanish sohasi $]-\infty, +\infty[$ dan iborat. Agar $0 < a < 1$ bo'lsa, u holda $y = a^x$ funktsiya qat'iy kamayuvchi.

3) Logarifmik funktsiya. Ko'rsatkichli funktsiya $y = a^x$ ga teskari funktsiya a asosga ko'ra logarifmik funktsiya deyiladi va $x = \log_a y$ deb yoziladi.

x ni y bilan almashtirilsa, $y = \log_a x$ hosil bo'ladi, bu yerda $a \neq 1, a > 0$. Boshqacha aytganda $y = \log_a x$ sonini hosil qilish

uchun a sonini ko'tarish kerak bo'lgan daraja ko'rsatkichi u bo'lib, $a^x = x$ deb tushuniladi. Logarifmik funktsiyaning asosiy xossalari: 1⁰. Logarifmik funktsiya faqat $]0, +\infty[$ interval-da aniqlangan, ya'ni haqiqiy sonlar sohasida faqat musbat qiymatlar uchun aniqlanadi, ya'ni manfiy sonning logarifmi bo'lmaydi.

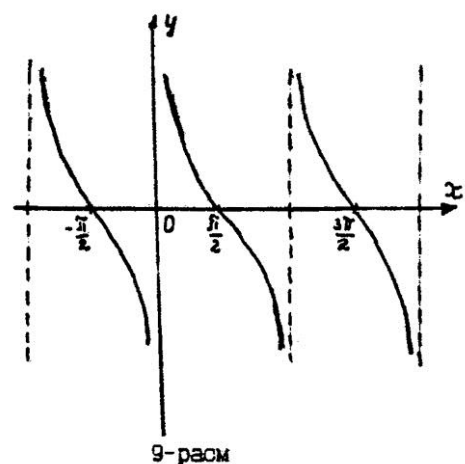
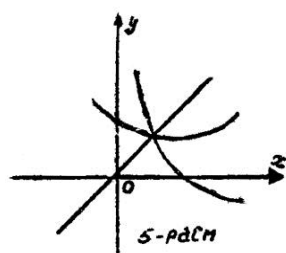
Uning grafigi $0y$ o'qining o'ng tomonida joylashgan.

2⁰. Bir sonning logarifmi o'ga teng: $\log_a 1 = 0$.

Asosning logarifmi 1 ga teng $\log_a a = 1$.

3⁰. Musbat sonlar ko'paytmasining logarifmi ko'paytuvchilar logarifmlarining yig'indisiga teng:

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$$



4) Trigonometrik funktsiyalar. To'g'ri burchakli uchburchak turli tomonlarining nisbat-lari o'tkir burchakning trigonometrik funktsiyalarini beradi.

$f(x) = \sin x$ bu funktsiyaning sinusoida, u koordinata boshiga nisbatan simmetrik.

$f(x) = \cos x$ grafigi kosinusoida bo'lib, u

ordinata o'qiga nisbatan simmetrik. Uning grafigini sinusoida $0x$ o'qi bo'yicha chapga $\pi/2$ surish bilan hosil qilish umkin.

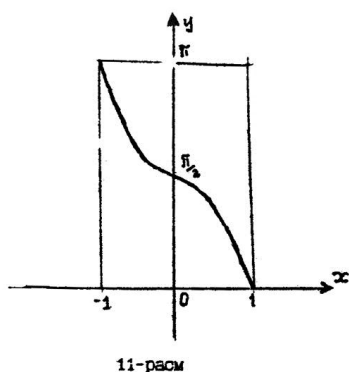
y funktsiyalar uchun:

1⁰. aniqlanish sohasi $]-\infty; +\infty[$ intervaldan iborat.

2⁰. $[-1; 1]$ oraliq $\sin x$ va $\cos x$ lar uchun qiymatlar to'plami bo'ladi, ya'ni $|\sin x| \leq 1$ va $|\cos x| \leq 1$, ular chegaralangan.

3⁰. Bular davriy funktsiya va davri 2π ga teng, ya'ni

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x; \cos(x + 2\pi) = \cos x$$



4⁰. $\sin(-x) = -\sin x$ -toq funktsiya

$\cos(-x) = \cos x$ -juft funktsiya

5. $f(x) = \tan x$, $f(x) = \cot x$ lar ham toq funktsiyalardir.

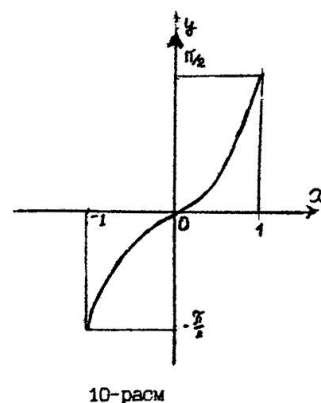
Bular ham davriy funktsiyalar

bo'lib, davri π ga teng, ya'ni

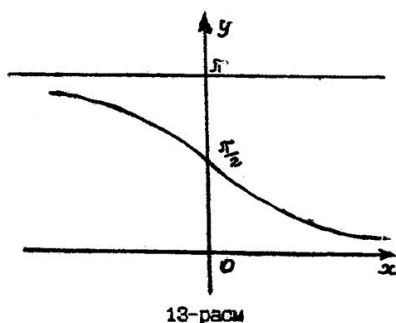
$$\tan(x + \pi) = \tan x, \cot(x + \pi) = \cot x$$

Bu funktsiyalar grafigi tangensoida va kotangensoida bo'lib, ular koordinata boshiga nisbatan simmetrik.

5) Teskari trigonometrik funktsiyalar



- a) $y = \arcsin x$. Bu funksiya $[-1;1]$ oraliqda monoton bo'lib, $[-\pi/2; +\pi/2]$ qiymatlar sohasidagi har bir qiymatni bir martadan qabul qilib chiqadi. Demak, bu funksiya $[-\pi/2; +\pi/2]$ sohada teskarilanuvchi funksiya bo'lib, unga teskari funksiya $x = \arcsin y$ bo'ladi. Agar x va y lar o'zni almashtirilsa $y = \arcsin x$ teskari trigonometrik funksiya hosil bo'ladi.



$f(-x) = -f(x)$ shart bajarilgani uchun bu funksiya toqdir. Bu funksiyaning grafigi $y = \sin x$ ning $[-\pi/2; +\pi/2]$ oraliqdagi grafigini $y = x$ to'g'ri chizig'iga nisbatan simmetrik yasash bilan hosil qilinadi.

- b) $y = \arccos x$ funksiya. $[0; \pi]$ oraliqda $y = \cos x$ funksiya monoton bo'lib, $[-1;1]$ qiymatlar sohasidagi har bir qiymatiga bir martadan qabul qilib chiqadi. Demak, bu funksiya $[0; \pi]$ sohada teskarilanuvchi funksiya bo'lib, unga almashtirilsa, $y = \arccos x$ bo'ladi. Agar x va y lar o'zni almashtirilsa, $y = \arccos x$ teskari trigonometrik funksiya hosil bo'ladi. Bu funksiya toq ham emas, juft ham emas. Bu funksiya grafigi $y = \cos x$ ning $[0; \pi]$ oraliqdagi grafigini $y = x$ to'g'ri chizig'iga nisbatan simmetrik yasash bilan hosil qilinadi.

- v) $y = \arctg x$ funksiya. U $[-\pi/2; +\pi/2]$ oraliqda $y = tg x$ teskari funksiya $x = \arctg y$ bo'lib, bu yerda x va y lar o'zni almashtirilsa quyidagi $y = \arctg x$ ko'rinishda yoziladi. Bu funksiya toq funksiya bo'lib, grafigi $y = tg x$ ning $[-\pi/2; \pi/2]$ oraliqda $y = x$

- g) $y = \text{arcctg} x$ funksiya. U $[0; \pi]$ oraliqda $y = ctg x$ ga teskari funksiya $x = \text{arcctg} y$ mavjud bo'lib, bu yerda x va y lar o'zni almashtirilsa, quyidagi $y = \text{arcctg} x$ ko'rinishda yoziladi. Bu funksiyaning grafigi $y = ctg x$ ning $[0; \pi]$ oraliqda chizilgan grafigini $y = x$ to'g'ri chizig'iga nisbatan simmetrik yasash bilan hosil qilinadi.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Funksiya tushunchasiga olib keluvchi qanday masalalarni bilasiz.
2. O'zgaruvchi va o'zgarmas miqdorlar nima.
3. Funksiyaning ta'rifi.
4. Funksiyaning o'zgarish va aniqlanish sohalari.
5. Berilgan nuqtadan aniqlanmagan funksiyaga misol keltiring.
6. Funksiya qanday usullarda berilishi mumkin.
7. Funksiyaning nuqtadagi qiymati qanday topiladi
8. Funksiya qiymatlari bo'yicha argument qiymatlarini aniqlash mumkinmi

MA'RUZA 2

4.2. FUNKSIYANING LIMITI. ANIQMASLIKLAR TURLARI. YECHISH USULLARI. AJOYIB LIMITLAR. DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH.

Reja.

1. Funksiya limiti.
2. Funksiyaning limiti haqidagi teoremlar:
3. Ajoyib limitlar.
4. Asosiy aniqmasliklarni yechish.

Tayanch iboralar. Limit, ajoyib limitlar, aniqmaslik.

1. Funksiya limiti.

Ta'rif: x argument x_0 nuqtaga intilganda uning funksiyasi $f(x)$ biror A soniga intilsa, A soni $y = f(x)$ funksiyasining x_0 nuqtadagi limiti deyiladi va u $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ ko'rinishda yoziladi.

Agar $f(x)$ funksiya $x = x_0$ nuqtada aniqlangan bo'lsa, u holda $y(x_0)$ ifoda funksiyaning x_0 nuqtadagi qiymati bo'ladi. Agarda funksiyaning x_0 nuqtadagi limiti A , shu x_0 nuqtadagi funksiya qiymatiga teng bo'lsa, ya'ni $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ bo'lsa, shu x_0 nuqtada funktsiyani uzluksiz deyiladi.²

2. Funksiyaning limiti haqidagi teoremlar:

1. O'zgarmas $y = C$ funksiyaning limiti shu o'zgarmasning o'ziga teng:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} C = C$$

2. O'zgarmas ko'paytuvchini limit ishorasidan tashqariga chiqarish mumkin:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [kf(x)] = k \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$x \rightarrow x_0 \quad x \rightarrow x_0$$

3. Funksiyalar yig'indisining (ayirmasining) limiti shu funksiya limitlarining yig'indisi (ayirmasiga) teng:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f_1(x) \pm f_2(x) \pm \dots \pm f_n(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) \pm \dots \pm \lim_{x \rightarrow x_0} f_n(x)$$

4. Funksiyalar ko'paytmasining limiti shu funksiya limitlarining ko'paytmasiga teng:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_n(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) \cdot \dots \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f_n(x)$$

Natija: Agar $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ bo'lsa, u holda $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^n = A^n$ bo'ladi,

$$A \geq 0 \text{ da } \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = A^{1/n} \text{ bo'ladi.}$$

5. Agar bo'luvchi $f_2(x)$ ning limiti 0 ga teng bo'lmasa, $f_1(x)$ va $f_2(x)$ ikki funksiya nisbatining limiti shu funksiya limitlarining nisbatiga teng:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x)}$$

3. Ba'zi bir muhim limitlar:

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ yoki } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e \text{ yoki } \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{1/x} = e$$

Limitlarning yuqoridagi teoremlaridan foydalanib, ba'zi funksiya limitlarini hisoblaymiz:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 2) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + \lim_{x \rightarrow 1} x + \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{x}{\sin x} = \frac{\lim_{x \rightarrow \pi/6} x}{\lim_{x \rightarrow \pi/6} \sin x} = \frac{\pi/6}{1/2} = \frac{\pi}{3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 10} (x^2 \cdot \lg x) = \lim_{x \rightarrow 10} x^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 10} \lg x = 100 \cdot 1 = 100$$

4. Aniqlashtirishni o'zlashtirish.

² James Stewart Calculus 7E 62-72 betlar

Ba'zi hollarda $\frac{f(c)}{\varphi(c)}$ kasr ko'rinishidagi funksiyalarni tekshirganimizda

$x \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty, x \rightarrow a, x \rightarrow 0$ intilganda $\frac{0}{0}$ yoki $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarga uchraymiz. Bu aniqmasliklarni hosila yordamida Lopital qoidasiga ko'ra ochishni ko'raylik.

Teorema. Agar $f(x), \varphi(x)$ funksiyalar $x=a$ nuqta atrofidagi ($x=a$ dan tashqari) barcha nuqtalarda differensiallanuvchi bo'lib,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \varphi(x) = 0$ (yoki $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = \infty$) va $\varphi'(a) \neq 0$ bo'lsa, u holda

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} \quad (1).$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Isboti. Anqlik uchun $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = f(a) = \varphi(a) = 0$ hol uchun isbotlaylik.

Bu holda $f(x), \varphi(x)$ funksiyalar $[a, b]$ kesmada Koshi teoremasining shartlarini qanoatlantiradi. Jumladan $[a, x]$ ($a < x < b$) kesma uchun ham o'rinli bo'ladi:

$$\frac{f(x) - f(a)}{\varphi(x) - \varphi(a)} = \frac{f(x) - f(a)}{\varphi(x) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)} \quad (2)$$

(2) dagi c kattalik x ga bo'liq bo'lib, $x \rightarrow a$ da c ham a ga intiladi, chunki $a < c < x$ bo'lgani uchun.

$$\text{Demak, } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(c)}{\varphi'(c)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$$

eslatma. Agar $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$ limit yana $\frac{0}{0}$ yoki $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmaslikka olib kelsa, va

$f'(x), \varphi'(x)$ funksiyalar esa $f(x), \varphi(x)$ funksiyalar qanoatlantirgan barcha shartlarni qanoatlantirsa, u holda

$$\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$$

ga yana Lopital qoidasini qo'llash mumkin:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f''(x)}{\varphi''(x)}.$$

Agar zaruriyat bo'lib, teorema sharti qanoatlantirilsa shu jarayonni davom ettirish mumkin.

eslatma. $0 \cdot \infty, \infty - \infty$ ko'rinishdagi aniqmasliklar ham $\frac{0}{0}$ yoki $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmaslikka keltiriladi.

eslatma. $0^0, 1^\infty, \infty^0$ ko'rinishdagi aniqmasliklar odatda $(f(x))^{\varphi(x)}$ ko'rinishdagi ifodani logarifmlash natijasida $\frac{0}{0}$ yoki $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarga keltiriladi.

Misollar.

$$1. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin 5x}{5x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sin 5x)'}{(5x)'} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{5 \cos 5x}{1} = 5$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{e^x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{e^x} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x) = (0 \cdot \infty) \lim_{x \rightarrow 0} = \frac{1 \ln x}{\frac{1}{x}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = -\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \right) = (\infty - \infty) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\cos x}{-\sin x} = 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{\frac{1}{x}}; \text{ bu } \infty^0 \text{ ko'rinishdagi aniqmaslik}$$

$$y = (1 + x^2)^{\frac{1}{x}} \text{ desak } \ln y = \frac{1}{x} \ln(1 + x^2);$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + x^2)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{1 + x^2}}{1} = 0$$

$$\ln(\lim_{x \rightarrow \infty} y) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln y) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{\frac{1}{x}} = 1.$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Limit tushunchasi qanday kiritiladi.
2. Cheksiz kichik va cheksiz katta funksiyalarning ta'rifi.
3. Funksiya limitining xossalari.
4. Ajoyib limitlar.
5. Asosiy aniqmasliklarning turlari va ularni ochish.

MA'RUZA 3

4.3. FUNKSIYANING HOSILASI, HOSILANING TA'RIFI. UNING GEOMETRIK VA MEXANIK MA'NOSI. HOSILA OLIQSH QOIDALARI. ASOSIY ELEMENTAR FUNKSIYALARNING HOSILALARI.

Reja.

1. Funksiyaning hosilasi.
2. Hosilaning geometrik ma'nosi
3. Hosilaning mexanik ma'nosi.
5. Yig'indi, ko'paytma va bo'linmaning hosilasi.
6. Asosiy elementar funksiyalarning hosilalari.

Tayanch so'zlar: Hosila, orttirma, hosilaning geometrik va mexanik ma'nosi, urinma.

1. Funksiyaning hosilasi.

Ta'rif. Agar $y = f(x)$ funksiyaning $x = x_0$ nuqtadagi orttirmasi Δy ning argument orttirmasi Δx ga nisbatining Δx nolga intilganda chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limit $f'(x_0)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb ataladi va y' yoki $y'(x_0)$ yoki $f'(x_0)$ yoki $\frac{dy}{dx}$

yoki $\frac{df}{dx}$ ko'rinishlarda belgilanadi.³

$$\text{Demak ta'rifga ko'ra } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Misollar.

1. $y = f(x) = c = \text{const}$ bo'lsin. $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = c - c = 0$ $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$
2. $y = f(x) = x$ bo'lsin $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x) - x}{\Delta x} = 1$; $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$
3. $y = x^2$ funksiyaning $x = 3$ nuqtadagi hosilasini toping;

³ James Stewart Calculus 7E 104-140betlar

$$y_0=9; y_0+\Delta y=(3+\Delta x)^2=9+6\Delta x+(\Delta x)^2$$

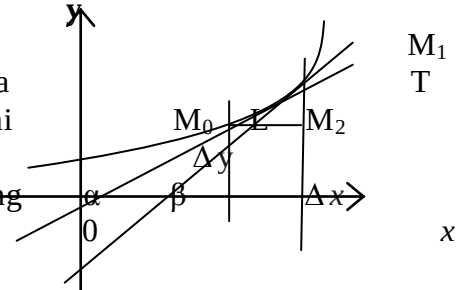
$$y'=\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(6+\Delta x)\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (6+\Delta x) = 6$$

$$4. y=f(x)=\sqrt{x}, (x>0)$$

$$y'=\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. Hosilaning geometrik ma'nosi.

Biror (a, b) oraliqda aniqlangan $y=f(x)$ funksiyaning grafigi egri chiziqdan iborat bo'lsin. L da $M_0(x_0, y_0)$ va $M_1(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y)$ nuqtalar olib, ularni birlashtiruvchi M_0M_1 kesuvchini ko'raylik. Agar M_1 nuqtani M_0 nuqtaga cheksiz yaqinlashtirsak M_0M_1 kesuvchining limit holati bo'lgan M_0T to'g'ri chiziqqa L egri chiziqning M_0 nuqtasiga o'tkazilgan urinma deyiladi.



Yuqoridagi chizmadan ko'rinadiki Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan urinma α burchak, M_0M_1 kesuvchi esa β burchak tashkil qiladi. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ekanligi ma'lum. $\Delta x \rightarrow 0$ da $M_1 \rightarrow M_0$ intilib $\beta \rightarrow \alpha$.

$$\text{Bundan } \operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \beta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) \Rightarrow f'(x) = \operatorname{tg} \alpha.$$

Shunday qilib, $y=f(x)$ funksiyaning $x=x_0$ nuqtadagi hosilasining qiymati funksiya grafigidagi shu $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaga o'tkazilgan urinmaning Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan hosil qilgan burchak tangensiga teng bo'lar ekan. Boshqacha aytganda urinmaning burchak koeffitsiyentiga teng bo'lar ekan: $k=\operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$

Agar $M_0(x_0, y_0)$ ya'ni $M_0(x_0; f(x_0))$ nuqtaga o'tkazilgan urinma tenglamasini $y=kx+b$ ko'rinishda olsak, urinma shu $M_0(x_0, f(x_0))$ nuqtadan o'tgani uchun

$$f(x_0)=kx_0+b \Rightarrow b=f(x_0)-kx_0.$$

Bu holda $y=kx+b \Rightarrow y=kx+f(x_0)-kx_0 \Rightarrow y=f(x_0)+k(x-x_0) \Rightarrow y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ urinma tenglamasi.

Misol. $y=\frac{1}{x}$ giperbolaning $x=x_0=1$ ya'ni $(1;1)$ nuqtasiga o'tkazilgan urinma tenglamasini tuzing.

$$y(x_0)=f(1)=1; f'(x)=-\frac{1}{x^2}; f'(1)=-1 \quad y=1-1(x-1) \Rightarrow y=2-x.$$

3. Hosilaning mexanik ma'nosi.

Moddiy M nuqta $y=f(t)$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlansin. Moddiy nuqta boshlang'ich holatda 0 nuqtada bo'lib, t_0 momentda esa M_0 holatni olib, $y_0=f(t_0)$ masofani bossin. $t=t_0+\Delta t$ momentda esa M_1 holatni olib, bosib o'tgan yo'li $y=f(t_1)=f(t_0+\Delta t)$ bo'ladi. Δt vaqtda bosib o'tgan yo'li esa $\Delta y=f(t_0+\Delta t)-f(t_0)$ bo'ladi.

$\frac{\Delta y}{\Delta t}$ nisbat moddiy nuqtaning Δt vaqtdagi o'rtacha tezligi deyiladi.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \text{ — moddiy nuqtaning } t \text{ momentdagi tezligini beradi. } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = u'.$$

$$\frac{f(t_0) \quad \Delta y \quad f(t_1)}{0 \quad M_0 \quad \Delta t \quad M_1} \xrightarrow{t}$$

Demak, hosilaning mexanik ma'nosi harakatlanayotgan moddiy nuqtaning ma'lum momentdagi tezligini ifodalaydi.

4. Teskari funksiyaning hosilasi.

Teskari funksiyaning mavjudligi haqidagi teoremani isbotsiz keltirib o'taylik.

Teorema. Agar $y=f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada aniqlangan va uzluksiz bo'lib, shu kesmada o'suvchi (kamayuvchi) bo'lsa, bu funksiyaga teskari bo'lgan $x=\varphi(y)$ funksiya mavjud bo'ladi. $y=f(x)$ ga teskari bo'lgan funksiyani topish uchun tenglamani x ga nisbatan yechish kerak.

Teorema. Agar $y=f(x)$ funksiya x nuqtada chekli $f'(x) \neq 0$ hosilaga ega bo'lsa, u holda bu funksiyaga teskari bo'lgan $x=\varphi(y)$ funksiya ham shu nuqtada $\varphi'(y)=\frac{1}{f'(x)}$ hosilaga ega

bo'ladi. **Isboti.** $y'_x=f'(x)$ mavjud bo'lsin. $x=\varphi(y)$ funksiya argumenti u ga Δy orttirma bersak

$$\Delta x = \varphi(y + \Delta y) - \varphi(y), \quad \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} \Rightarrow x'_y = \varphi'(y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{\Delta y}{\Delta x}} = \frac{1}{\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}} = \frac{1}{f'(x)}$$

$$\varphi'(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad \text{yoki} \quad x'_y = \frac{1}{y'(x)}$$

5. Yig'indi, ko'paytma va bo'linmaning hosilasi.

Teorema. Agar $u(x)$ va $v(x)$ funksiyalar $X \in (a,b)$ nuqtada $u'(x)$ va $v'(x)$ hosilalarga ega bo'lsa, u holda ularning algebraik yig'indisi, ko'paytmasi va bo'linmasi shu x nuqtada hosilaga ega bo'lib, quyidagi formulalar bo'yicha topiladi:

$$(u \pm v)' = u' \pm v'; \\ (uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v(x) \neq 0)$$

Isboti. $[u(x)+v(x)]' = u'(x)+v'(x)$ ekanligini ko'rsataylik. $y=u(x)+v(x)$ deb x ga Δx orttirma bersak $u(x)$, $v(x)$ funksiyalar ham orttirma oladi: $\Delta u = u(x+\Delta x) - u(x)$

$$\Delta u = u(x + \Delta x) - u(x)$$

$\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x) = [u(x+\Delta x) - u(x)] + [v(x+\Delta x) - v(x)] = \Delta u + \Delta v$ teoremaning shartiga ko'ra $u(x)$, $v(x)$ funksiyalar differensiallanuvchi bo'lgani uchun

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta v}{\Delta x} \right] = u'(x) + v'(x) \Rightarrow u(x)+v(x)' = u'(x)+v'(x)$$

Qolganlari ham shunga o'xshash isbot qilinadi.

6. Asosiy elementar funksiyalarning hosilalari.

1. $y=x^n$ ($x>0$) darajali funksiyamng hosilasini topaylik. Funksiya hosilasining ta'rifiga ko'ra Δ

$$y=(x+\Delta x)^n - x^n = x^n \left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n - 1 \right], \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x^n \left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n - 1 \right]}{\Delta x} = \frac{x^{n-1} \left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n - 1 \right]}{\frac{\Delta x}{x}};$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n - 1 \right]}{\frac{\Delta x}{x}} = n \quad \text{ajoyib limitni e'tiborga olsak}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^n - 1 \right]}{\frac{\Delta x}{x}} \cdot x^{n-1} = nx^{n-1}$$

$$y' = (x^n)' = nx^{n-1}.$$

2. $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1$) ko'rsatkichli funksiyaning hosilasi.

$$\Delta y = a^{\Delta x + x} - a^x = a^x(a^{\Delta x} - 1); \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a^x(a^{\Delta x} - 1)}{\Delta x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad \text{ajoyib limitga ko'ra} \quad y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{a^x(a^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} = a^x$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{a^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = \ln a \quad \text{Demak, } y' = (a^x)' = a^x \ln a$$

3. $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) logarifmik funksiyaning hosilasi ham $y' = (\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e$ formula bilan topiladi.

Agar $\log_a e = \frac{1}{\ln e}$; $\log_e a = \ln a$; $\log_e x = \ln x$; $\log_x e = \frac{1}{\ln x}$. ekanligini e'tiborga olsak

$y' = (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ kelib chiqadi.

Agar $a = e$ desak $\ln a = \ln e = 1$ bo'lib, $y = \ln x$; $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$ bo'ladi.

4. $y = \sin x$ funksiyaning hosilasini topish uchun x ga Δx orttirma bersak, y ham Δy orttirma olib $\Delta y = \sin(x + \Delta x) - \sin x = 2 \sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \cos\left[\frac{(2x + \Delta x)}{2}\right]$,

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin \frac{\Delta x}{2} \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)}{\frac{\Delta x}{2}} \right] = \cos x.$$

$$y' = (\sin x)' = \cos x$$

xuddi shuningdek o'rta maktab dasturidan bizga ma'lum bo'lgan boshqa trigonometrik funksiyalarning hosilalarini hisoblash mumkin:

$$(\cos x)' = -\sin x; \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

5. Endi $y = \arcsin x$ teskari trigonometrik funksiyaning hosilasini hisoblashni ko'raylik.

$y = \arcsin x$ funksiya $x = \sin y$ funksiya teskari funksiya bo'lgani uchun, teskari funksiyalarning hosilalariga ko'ra

$$y' = (\arcsin x)' = \frac{1}{(\sin y)'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad (-1 < x < 1).$$

$$\text{Xuddi shuningdek } (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}; \quad (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}; \quad (\operatorname{arcctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}.$$

$$6. y = \ln x \text{ bo'lsa, } y' = \frac{1}{x}. \quad x' = \frac{1}{x}; \quad \text{Agar } y = \ln u \text{ bo'lib } u = f(x) \text{ bo'lsa, } y' = (\ln u)' = \frac{u'}{u} \cdot \frac{f(x)'}{f(x)};$$

Agar $y = u^{v(x)}$ bo'lsa, $\ln y = v \ln u$ - bundan hosila olsak

$$\frac{y'}{y} = v' \ln u + v \cdot \frac{u'}{u}, \quad y' = u^v \left[v' \ln u + v \cdot \frac{u'}{u} \right].$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. To'g'ri chiziqli notekis harakatning o'rtacha tezligiga ta'rif.
2. Oniy tezlik nima?
3. Funksiya hosilasini ta'rifini bering. Hosilani belgilanishlari.
4. Hosila qanday geometrik va mexanik manoga ega?
5. Qanday funksiyaning hosilasi nol bo'ladi?

6. Hosila olish qoidalari.
7. Asosiy elementar funksiyalarning hosila jadvalini yozing

MA'RUZA 4

4.4. MURAKKAB FUNKSIYANING HOSILASI. OSHKORMAS VA PARAMETRIK KO'RINISHDA BERILGAN FUNKSIYALARNING HOSILASI

Reja.

1. Murakkab funksiyaning hosilasi.
2. Parametrik ko'rinishda berilgan funksiyaning hosilasi.
3. Oshkormas funksiya hosilasi.
4. Hosila jadvali (Umumiy hol).

Tayanch iboralar. Murakkab funksiya, parametrik ko'rinishda berilgan funksiyalarning hosilasi, oshkormas funksiya, yuqori tartibli hosila.

1. Murakkab funksiyaning hosilasi.

Agar y o'zgaruvchi u o'zgaruvchining $y=f(u)$ funksiyasi bo'lib, u esa o'z navbatida x ning funksiyasi $u=\varphi(x)$ bo'lsa, u holda $y=f(\varphi(x))$ funksiyani x ning murakkab funksiyasi deyiladi.

Teorema. Agar $u=\varphi(x)$ funksiya o'zgaruvchi x nuqtada $u'_x=\varphi'(x)$ hosilaga, $y=f(u)$ funksiya esa o'zgaruvchi u bo'yicha $y'_u=f'(u)$ hosilaga ega bo'lsa, u holda $y=f(\varphi(x))$ murakkab funksiya ham shu x nuqtada

$$y'_x = f'_u(u) \cdot \varphi'(x)$$

hosilaga ega bo'ladi.

2. Parametrik ko'rinishda berilgan funksiyaning hosilasi.

Agar tenglamamizi $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$ parametrik ko'rinishda berilgan bo'lib, $\varphi(t)$, $\psi(t)$ funksiyalar

differensiallanuvchi va $\varphi'(t) \neq 0$ bo'lsa $y'_x = \frac{\psi'_x(t)}{\varphi'_t(t)}$ ya'ni $y'_x = \frac{y'_t(t)}{x'_t(t)}$ formula o'rinli bo'ladi.

3. Oshkormas funksiya hosilasi.

$F(x, y) = 0$ ko'rinishda berilgan oshkormas funksiyaning hosilasini hisoblashda, tenglikning chap tomonini x argumentning murakkab funksiyasi deb qaraladi va tenglikning ikkala tomonidan hosila olinadi. Bunda y x ning murakkab funksiyasi deb qaraymiz.

Misol. Oshkormas ko'rinishda berilgan funksiyaning hosilasini hisoblang. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Yechish. Tenglikning ikkala tomonidan x bo'yicha hosila olamiz:

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2yy'}{b^2} = 0, \text{ bundan } y'_x = -\frac{b^2x}{a^2y}.$$

4. Hosila jadvali (Umumiy hol).

$u=u(x)$, $v=v(x)$ funksiyalar differensiallanuvchi funksiyalar bo'lsin.

1. $C'=0$; C-o'zgaras 2. $x'=1$, x-argument 3. $(u^n)'=nu^{n-1}u'$. $(n \in \mathbb{N}, u>0)$ 4. $\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$ 5. $(\sqrt{u})'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ 6. $(a^u)'=a^u \ln a \cdot u'$; $(a>0; a \neq 1)$	7. $(e^u)'=e^u u'$ 8. $(\log_a u)'=\frac{u'}{u \cdot \ln a}$ $(u>0; a>0; a \neq 1)$ 9. $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$ 10. $(\sin u)'=\cos u \cdot u'$ 11. $(\cos u)'=-\sin u \cdot u'$ 12. $(\operatorname{tg} u)'=\frac{u'}{\cos^2 u}$	13. $(\operatorname{ctg} u)'=-\frac{u'}{\sin^2 u}$ 14. $(\arcsin u)'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$ 15. $(\arccos u)'=-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$ 16. $(\operatorname{arctg} u)'=\frac{u'}{1+u^2}$ 17. $(\operatorname{arcctg} u)'=-\frac{u'}{1+u^2}$.
---	--	--

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Murakkab funksiyaning hosilasi qanday topiladi?
2. Oshkormas funksiya hosilasi qanday topiladi?
3. Differensialning ta'rifi, geometrik ma'nosi.
4. Ikkinchi tartibli hosilani ta'rifi va uning geometrik manosi

MA'RUZA 5

4.5.YUQORI TARTIBLI HOSILA. LOPITAL QOIDASI. $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ KO'RINISHDAGI ANIQMASLIKLARNI OCHISH.

Reja.

1. Yuqori tartibli hosila.

2. Lopital qoidasi. $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochish.

Tayanch iboralar. yuqori tartibli hosila, aniqmasliklar, Lopital qoidasi.

1. Yuqori tartibli hosila.

Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada differentsiallanuvchi bo'lsa, u holda bu funksiyaning hosilasi $f'(x)$ umuman aytganda yana x ning funksiyasi bo'ladi. Shuning uchun undan x bo'yicha hosila olsak, hosil bo'lgan hosilaga berilgan funksiya olingan ikkinchi tartibli hosila deyiladi va y'' yoki $f''(x)$ lar bilan belgilanadi. Shunday qilib $y=f(x)$ funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasi

$$y''=f''(x)=(y')'=(f'(x))'.$$

$y''=f''(x)$ ikkinchi tartibli hosiladan olingan hosilaga $y=f(x)$ funksiyaning uchinchi tartibli hosilasi deyiladi:

$$y'''=f'''(x)=(f''(x))'$$

Shu jarayonni n marta davom ettirsak $y=f(x)$ funksiyaning n tartibli hosilasi

$$y^{(n)}=f^{(n)}(x)=(y^{(n-1)})'=(f^{(n-1)}(x))'$$
 ko'rinishda bo'ladi.

Misol. $y=f(x)=2x^4+3x^3-5x^2+6x-8$

$$y'=8x^3+9x^2-10x+6$$

$$y''=24x^2+18x-10$$

$$y'''=48x+18$$

Agar $u(x), v(x)$ funksiyalar differentsiallanuvchi bo'lib, $u^{(n)}(x), v^{(n)}(x)$ hosilalarga ega bo'lsa, u holda

$$1. (Cu)^{(n)}=Cu^{(n)} \quad (C\text{-o'zgaras son})$$

$$2. (u+v)^{(n)}=u^{(n)}+v^{(n)}$$

$$3. (uv)^{(n)} = u^{(n)} + nu^{(n-1)}v' + \frac{n(n-1)u^{(n-2)}v''}{1 \cdot 2} + \dots + uv^{(n)}.$$

tengliklar o'rinli bo'ladi. Oxirgi tenglikka Leybnis formulasi deyiladi.

2. Lopital qoidasi

1-teorema $\left(\frac{0}{0} \text{ ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochishning Lopital qoidasi} \right)$

x_0 nuqtaning biror atrofida $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalkar uzluksiz, differensiallanuvchi va $g'(x) \neq 0$ bo'lsin. Agar $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ va $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ bo'lib,

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$ (chekli yoki cheksiz) limit mavjud bo'lsa, u holda

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad (4.2.9)$$

bo'ladi.

Isboti. $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar uchun x_0 nuqtaning biror atrofida yotuvchi $[x_0; x]$ kesmada Koshi teoremasini qo'llaymiz.

U holda $\frac{f(x) - f(x_0)}{g(x) - g(x_0)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$, bu yerda c nuqta x va x_0 nuqtalar orasida yotadi.

$f(x_0) = g(x_0) = 0$ ni hisobga olib topamiz:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \quad (4.2.10)$$

$x \rightarrow x_0$ da c ham x_0 ga intiladi. (4.2.10) tenglikda limitga o'tamiz:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{c \rightarrow x_0} \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k \text{ ekanidan } \lim_{c \rightarrow x_0} \frac{f'(c)}{g'(c)} = k. \text{ Shu sababli } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Izohlar: 1. 1- teorema $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalkar $x = x_0$ da aniqlanmagan, ammo $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ va $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ bo'lganda ham o'rinli bo'ladi. Bunda

$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ va $g(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ deb olish etarli.

2. 1-teorema $x \rightarrow \infty$ da ham o'rinli bo'ladi. Haqiqatan ham $x = \frac{1}{z}$ deb, topamiz:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{1}{z}\right)}{g\left(\frac{1}{z}\right)} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\left(f\left(\frac{1}{z}\right)\right)'}{\left(g\left(\frac{1}{z}\right)\right)'} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{f'\left(\frac{1}{z}\right) \cdot \left(-\frac{1}{z^2}\right)}{g'\left(\frac{1}{z}\right) \cdot \left(-\frac{1}{z^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

3. $f'(x)$ va $g'(x)$ funksiyalar 1-teoremaning shartlarini qanoatlantirsa teorema takror qo'llanishi mumkin:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} \text{ va hokazo.}$$

Misol

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e} \text{ limitni topamiz.. } f(x) = x^2 - 1 + \ln x, \quad g(x) = e^x - e$$

funksiyalar $x = 1$ nuqta atrofida aniqlangan. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$, ya'ni $\frac{0}{0}$

ko'rinishdagi aniqmaslik hosil bo'ladi. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{3}{e}$ mavjud va

$g'(x) = e \neq 0$. U holda 1-teoremaga ko'ra

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Demak,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e} = \frac{3}{e}.$$

1-teorema $\frac{0}{0}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochish imkonini beradi. $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi

aniqmasliklarni ochish haqidagi teoremani isbotsiz keltiramiz.

2-teorema $\left(\frac{\infty}{\infty} \text{ ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochishning Lopital qoidasi} \right)$

x_0 nuqtaning biror atrofida $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalkar uzluksiz, differensiallanuvchi va $g'(x) \neq 0$ bo'lsin. Agar $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$ bo'lib,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ limit mavjud bo'lsa, u holda } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ bo'ladi.}$$

Misol

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)} \text{ limitni topamiz.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)} &= \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{x-a}}{\frac{e^x - e^a}{e^x(x-a)}} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x}{e^x(x-a)} = \left(\frac{0}{0} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x}{e^x(x-a) + e^x} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{1 + (x-a)} = \frac{1}{1 + (a-a)} = \frac{1}{1+0} = 1. \end{aligned}$$

$\frac{0}{0}$ va $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarga asosiy aniqmasliklar deyiladi.

$0 \cdot \infty$ yoki $\infty - \infty$ ko'rinishdagi aniqmasliklar algebraik almashtirishlar yordamida asosiy aniqmasliklarga keltiriladi. 0^0 , ∞^0 yoki 1^∞ ko'rinishdagi aniqmasliklardan

$f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \ln f(x)}$ formula yordamida asosiy aniqmasliklar

hosil qilinadi. Hosil qilingan asosiy aniqmasliklar yuqorida keltirilgan teoremlar

yordamida ochiladi.

Misollar

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \ln x = (0 \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^3}} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{-3 \frac{1}{x^4}} = -\frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} x^3 = 0.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x \right) = (\infty - \infty) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x \cos x}{x \sin x} \right) = \left(\frac{0}{0} \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos x + x \sin x}{\sin x + x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\sin x + x \cos x} = \left(\frac{0}{0} \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x \cos x}{\cos x + \cos x - x \sin x} = \frac{0}{2} = 0.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x} = (0^0) = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \ln x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{\sin x}}} =$$

$$= e^{-\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\cos x}} = e^{-\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x \cos x}} = e^{-\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} x \cdot \frac{\sin x}{x} \right)} = e^0 = 1.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +0} \ln \left(\frac{1}{x} \right)^x = (\infty^0) = e^{\lim_{x \rightarrow +0} x \ln \left(\frac{1}{x} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right)}{\frac{1}{x}}} =$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\left(\ln \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right) \right)'}{\left(\frac{1}{x} \right)'}} = e^{\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\frac{1}{\ln \left(\frac{1}{x} \right)} \left(-\frac{1}{x^2} \right)}{\left(-\frac{1}{x^2} \right)}} = e^{\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{\ln \left(\frac{1}{x} \right)}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\operatorname{ctg} x} = (1^\infty) = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x \ln(1 + \sin x)} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\operatorname{tg} x}} =$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(1 + \sin x))'}{(\operatorname{tg} x)'}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin x}} = e^{1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x}{\cos x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \sin x}} = e^1 = e.$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar.

1. Yuqori tartibli hosila qanday topiladi?
2. Lopital qoidalaridan qanday hollarda foydalaniladi?
3. Qanday aniqlasliklarni turini bilasiz?

MA'RUZA 6

4.6. FUNKSIYANI HOSILA YORDAMIDA TEKSHIRISH. FUNKSIYANING O'SUVCHI VA KAMAYUVCHI BO'LISHI. FUNKSIYANING EKSTREMUM QIYMATI. FUNKSIYANING ASIMTOTALARI. FUNKSIYANING BOTIQLIGI VA QABARIQLIGI. BURILISH NUQTASI. DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH.

Reja.

1. Funksiyaning o'sishi va kamayishi.
2. Funksiyaning ekstremum qiymatlari.

3. Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlari.
4. Funksiyaning ekstremumini ikkinchi tartibli hosila yordamida topish.
5. Funksiya grafigining qavariqligi, botiqligi va egilish nuqtalari.
6. Funksiya grafigining asimptotalari.

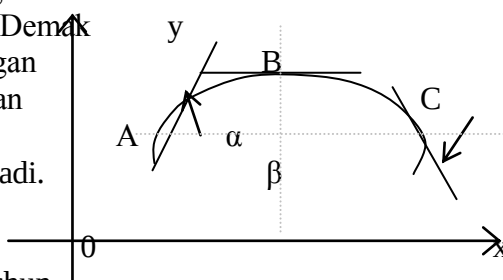
Tayanch iboralar. O'suvchi, kamayuvchi funksiya, qavariqligi, botiqligi va egilish nuqtalari, ekstremumlari qiymatlari, asimptotalar.

1. Funksiyaning o'sishi va kamayishi.

1-teorema. Agar $f(x)$ funksiya (a,b) da differensiallanuvchi bo'lib unda o'suvchi bo'lsa, uning hosilasi shu intervalda $f'(x) > 0$ manfiy bo'lmaydi va aksincha (a,b) da $f'(x) < 0$ bo'lsa funksiya o'suvchi bo'ladi.⁴

2-teorema. Agar $f(x)$ funksiya (a,b) da differensiallanuvchi bo'lib unda kamayuvchi bo'lsa, uning hosilasi shu intervalda $f'(x) < 0$ musbat bo'lmaydi va aksincha (a,b) da $f'(x) > 0$ bo'lsa, funksiya kamayuvchi bo'ladi. Bu teoremaning isboti chizmadan kelib

chiqadi. Haqiqatan AB yoyda funksiya o'sadi. Demak AB egri chiziqning istalgan nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchak tangensi musbat $\text{tg}\alpha > 0$ ya'ni $\text{tg}\alpha = f'(x) > 0$. BC yoyda funksiya kamayadi. Demak BC egri chiziqning istalgan nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning Ox o'qi bilan tashkil qilgan burchagi o'tmas burchak β . Shuning uchun $\text{tg}\beta < 0$ bundan $\text{tg}\beta = -f'(x) < 0$;



Misol. $y=x^4$; $y'=4x^3 \rightarrow x>0$ da $y'>0$ bo'lib, funksiya o'sadi; $x<0$ bo'lsa, $y'<0$ bo'lib, funksiya kamayadi.

2. Funksiyaning ekstremum qiymatlari.

$f(x)$ funksiya (a,b) da aniqlangan bo'lib $x_1 \in (a,b)$ bo'lsin.

1-ta'rif Absolyut miqdori bo'yicha yetarli darajada kichik bo'lgan ixtiyoriy (musbat yoki manfiy) Δx uchun $f(x_1 + \Delta x) < f(x_1)$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda $f(x)$ funksiyani x_1 nuqtada maksimumga ega deyiladi.

2-ta'rif. Absolyut miqdori bo'yicha yetarli darajada kichik bo'lgan ixtiyoriy (musbat yoki manfiy) Δx uchun $f(x_2 + \Delta x) > f(x_2)$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda $f(x)$ funksiyani x_2 nuqtada minimumga ega deyiladi. Ta'riflardan ko'rinadiki $f(x)$ funksiya (a,b) kesmada bir nechta nuqtalarda maksimumga va bir nechta nuqtalarda minimumga erishishi mumkin. Funksiyaning maksimum va minimum qiymatlariga funksiyaning ekstremum qiymatlari ham deyiladi.

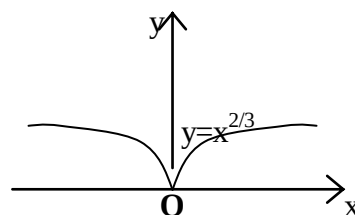
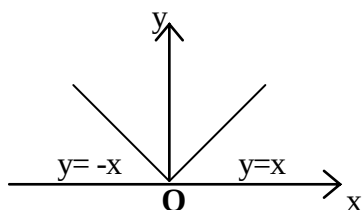
1-teorema. (ekstremum mavjudligining zaruriy sharti) (a,b) intervalda differensiallanuvchi bo'lgan $f(x)$ funksiya $x_1 \in (a,b)$ nuqtada ekstremumga ega bo'lsa, u holda $f'(x_1) = 0$ bo'ladi. Lekin $f(x)$ funksiyaning biror $x=x_0 \in (a,b)$ nuqtada chekli hosilasi mavjud bo'lib, $f'(x_0) = 0$ bo'lsa, $f(x)$ funksiyaning $x=x_0$ da ekstremumga ega bo'lishi har doim kelib chiqmaydi. Masalan $f(x)=x^3$ funksiya uchun $f'(x)=3x^2$ bo'lib, $x=0$ da $f(0)=0$ bo'lsa ham $x=0$ nuqtada funksiya ekstremumga ega emas, chunki bu funksiya qafiy o'suvchi funksiya.

Demak 1-teorema funksiya ekstremum qiymatlariga erishishi uchun zarur lekin yetarli emas. Odatda funksiyaning hosilasini nolga aylantiradigan nuqtalarga funksiyaning kritik (tursun, stasionar) nuqtalari deyiladi.

a) $f(x)=|x|$ funksiyaning $x=0$ nuqtada ($f'(0^+) = 1$; $f'(0^-) = -1$) hosilasi mavjud emas. Lekin funksiya $x=0$ nuqtada minimumga ega bo'lishi ravshan. Demak funksiyaning hosilasi mavjud bo'lmagan nuqtalarda uning ekstremum qiymatlari mavjud bo'lishi mumkin.

b) $f(x)=x^{2/3}$ funksiyaning $x=0$ nuqtadagi hosilasi cheksiz, lekin funksiya $x=0$ da minimumga ega ekanligini ko'rish qiyin emas. Demak funksiya hosilasi cheksizga aylanadigan nuqtalarda ham ekstremum qiymatlariga erishar ekan.

⁴ James Stewart Calculus 7E 198-210 betlar



Shunday qilib, $f(x)$ funksiyaning ekstremum qiymatlariga erishadigan nuqtalarini

1) funksiyaning kritik nuqtalari;

2) funksiyaning hosilasi mavjud bo'lmagan nuqtalari;

3) funksiyaning hosilasi cheksiz bo'ladigan nuqtalari orasidan izlash kerak ekan.

2-teorema. (ekstremum mavjudligining yetarli sharti) Agar $f(x)$ funksiya $x=x_1$ kritik nuqtani o'z ichiga olgan biror intervalda uzluksiz va uning barcha nuqtalarida $f'(x)$, $x=x_1$ kritik nuqtadan chapdan o'nga o'tganda o'z ishorasini «+» dan «-» ga o'zgartirsa funksiya bu x_1 nuqtada maksimumga erishadi. Agar «-» dan «+» ga o'zgartirsa esa minimumga ega bo'ladi.

Isboti. $f'(x)$ hosila $x=x_1$ kritik nuqtadan o'tishda o'z ishorasini «+» dan «-» ga o'zgartirsin. Bu esa hosilaning x_1 nuqtadagi musbat, o'ngida manfiy ekanligini ya'ni $x < x_1$ da $f'(x) > 0$, $x > x_1$ da $f'(x) < 0$ ekanini bildiradi.

Funksiyaning o'sish va kamayish haqidagi teoremlarga ko'ra, agar $x_1 - \Delta x < x < x_1$, bo'lsa, $f'(x) > 0$, agar $x_1 < x < x_1 + \Delta x$ bo'lsa, $f'(x) < 0$ bo'ladi.

Bu esa $f(x)$ funksiyamiz $[x_1 - \Delta x; x_1]$ da o'sadi $[x_1; x_1 + \Delta x]$ da kamayadi degan so'z. Demak funksiyaning x_1 nuqtadagi qiymati $[x_1 - \Delta x; x_1 + \Delta x]$ kesmadagi eng katta qiymati bo'ladi, bu esa funksiya x_1 nuqtada maksimumga ega ekanligini bildiradi. Minimumga ega bo'lgan hol ham shu yo'l bilan isbotlanadi.

Eslatma. Agar $f'(x)$ hosila kritik nuqtadan o'tayotganda o'z ishorasini o'zgartirmasa, u holda funksiya bu nuqtada maksimumga ham minimumga ham erishmaydi.

$f'(x)$ hosilaning x_1 kritik nuqtadan o'tishdagi ishorasi			Kritik nuqtaning harakteri
$x < x_1$	$x = x_1$	$x > x_1$	
+	$f'(x)=0$ yoki mavjud emas	-	Maksimum
-	$f'(x)=0$ yoki mavjud emas	+	Minimum
+	$f'(x)=0$ yoki mavjud emas	+	Funksiya o'sadi
-	$f'(x)=0$ yoki mavjud emas	-	Funksiya kamayadi

Shunday qilib, differensiallanuvchi funksiyalarning birinchi tartibli hosila yordamida maksimum va minimumlarini topish uchun:

1. $f'(x)$ topiladi.

2. $f'(x)=0$ tenglamani yechib kritik nuqtalar topiladi.

3. Hosilaning kritik nuqtalardan chapdan o'ngga o'tishdagi ishoralari aniqlanadi.

4. Kritik nuqtalardagi funksiyaning qiymati hisoblanadi.

Misol. $y=f(x)=x^3(x-5)^2$

1. $y'=5x^2(x-3)(x-5)$

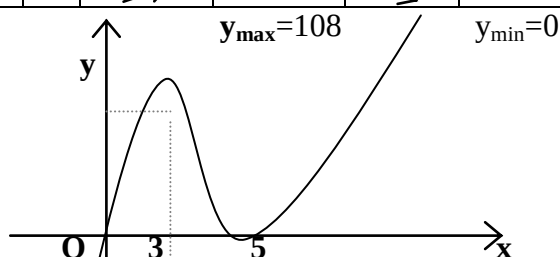
2. $y'=0 \Leftrightarrow 5x^2(x-3)(x-5)=0 \Leftrightarrow x_1=0; x_2=3; x_3=5$.

3. Topilgan kritik nuqtalar funksiyaning aniqlanish sohasi $(-\infty; +\infty)$ ni to'rtta intervalga bo'ladi:

$(-\infty; 0)$, $(0; 3)$, $(3; 5)$, $(5; +\infty)$;

Bu intervallarda hosilaning ishoralarini tekshiramiz. 4. Kritik nuqtalarda funksiyaning qiymatlarini hisoblab hammasini quyidagi jadvalga kiritamiz

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0; 3)$	3	$(3; 5)$	5	$(5; \infty)$
y	+	0	+	0	-	0	+
y	$\rightarrow$	0	$\rightarrow$	max	$\rightarrow$	min	$\rightarrow$



3. Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlari.

$[a, b]$ kesmada aniqlangan va uzluksiz bo'lgan $f(x)$ funksiyaning shu kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatlari quyidagicha aniqlanadi.

1. $f(x)$ funksiyaning (a, b) intervaldagi hamma maksimum va minimum qiymatlari topiladi.

2. $f(a)$ va $f(b)$ lar hisoblanadi.

3. $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ dagi barcha maksimum qiymatlari va $f(a), f(b)$ larning ichidagi eng kattasi $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi eng katta qiymati bo'ladi. $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ dagi barcha minimum qiymatlari va $f(a), f(b)$ larning ichidagi eng kichigi $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi eng kichik qiymati bo'ladi.

Misol. $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 225$ funksiyaning $[0, 6]$ kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatini toping.

1. $y' = 3x^2 - 6x - 45$;

2. $y' = 0 \quad 3x^2 - 6x - 45 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0, \quad x_1 = -3; \quad x_2 = 5, \quad x_1 = -3 \in [0, 6]; \quad x_2 = 5 \in [0, 6] \Rightarrow y(0) = 225; \quad y(5) = 50; \quad y(6) = 63. \quad y(0) = 225$ eng katta qiymati; $y(5) = 50$ eng kichik qiymati.

4. Funksiyaning ekstremumini ikkinchi tartibli hosila yordamida topish.

Faraz qilaylik $y = f(x)$ funksiyaning $f'(x), f''(x)$ hosilalari mavjud bo'lib, $x = x_1$ nuqtada $f'(x) = 0, f''(x) \neq 0$ bo'lsin.

Teorema. Agar $f(x)$ funksiyaning $x = x_1$ nuqtadagi hosilasi $f'(x_1) = 0, f''(x_1) \neq 0$ bo'lib, $f''(x_1) > 0$ bo'lsa, $f(x)$ funksiya $x = x_1$ nuqtada minimumga erishadi.

Agar $f''(x_1) < 0$ bo'lsa funksiya $x = x_1$ nuqtada maksimumga erishadi.

Misol. $f(x) = x - 2\sin x$ funksiyaning $[0; 2\pi]$ da ekstremumini toping.

1. $f'(x) = 1 - 2\cos x$

2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}; \quad x_1 = \frac{\pi}{3}; \quad x_2 = \frac{5\pi}{3}$

3. $f''(x) = 2\sin x. \quad f'(\frac{\pi}{3}) = 2\sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} > 0. \quad$ Demak $x_1 = \frac{\pi}{3}$ nuqtada funksiya minimumga ega.

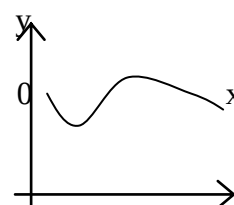
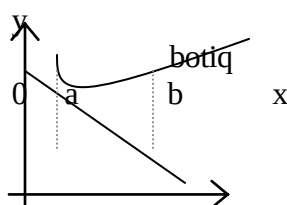
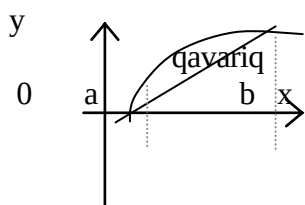
$f_{\min}(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} - 2\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \approx -0,68. \quad f''(\frac{5\pi}{3}) = 2\sin \frac{5\pi}{3} = -\sqrt{3} < 0$ Demak

funksiya $x_2 = \frac{5\pi}{3}$ nuqtada maksimumga erishadi. $f_{\max}(\frac{5\pi}{3}) = \frac{5\pi}{3} - 2\sin(\frac{5\pi}{3}) = \frac{5\pi}{3} + \sqrt{3} \approx 6,96.$

5. Funksiya grafigining qavariqligi, botiqligi va egilish nuqtalari.

Bir qiymatli va differensiallanuvchi bo'lgan $y = f(x)$ funksiyaning grafigini ko'raylik.

1-ta'rif. Agar $y = f(x)$ funksiyaning (a, b) intervaldagi grafigi shu intervaldagi ixtiyoriy nuqtasiga o'tkazilgan urinmadan pastda bo'lsa, funksiya grafigini shu intervalda qavariq deyiladi; Agar yuqorida bo'lsa funksiya grafigini shu intervalda botiq deyiladi.



2-ta'rif. $y=f(x)$ funksiya grafigining qavariq qismini botiq qismidan ajratuvchi nuqtaga egri chiziqning egilish (yoki burilish) nuqtasi deyiladi.

1-teorema. Agar $y=f(x)$ funksiyaning (a,b) intervaldagi $f''(x)$ hosilasi mavjud bo'lib, $f''(x)<0$ bo'lsa, u holda funksiya grafigi shu intervalda qavariq bo'ladi, agar $f''(x)>0$ bo'lsa botiq bo'ladi.

Misollar. 1. $y=2-x^2 \Rightarrow y''=-2<0$. Demak egri chizik hamma joyda qavariq.

2. $y=ye^x \Rightarrow y''=ye^x>0$ Demak egri chizik hamma joyda botik.

3. $y=x^3 \Rightarrow y''=6x$; $x<0$ da qavariq, $x>0$ da botiq. $x=0$ burilish nuqtasi bo'ladi.

2-teorema. Agar $y=f(x)$ funksiyaning $x=x_0$ nuqtadagi hosilasi $f'(x_0)=0$ (yoki mavjud bo'lmasa) bo'lib, $f''(x)$ ning ishorasi x_0 dan o'tganda o'zgarsa, u holda $x=x_0$ nuqta $f(x)$ funksiyaning burilish nuqtasi bo'ladi.

Misol. $y=x^3-3x$ funksiyaning tekshiring.'

Yechish. $y'=3x^2-3$; $y'=0 \Rightarrow 3x^2-3=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$; $x<-1$ da $f''(x)=6x<0$ demak funksiya $(-\infty;-1)$ da qavariq, $-1<x<1$ da $f''(x)=6x>0$ demak funksiya $(-1;1)$ da botiq. $x=1$ nuqta esa burilish nuqtasi bo'ladi.

6. Funksiya grafigining asimptotalari.

Ta'rif. Agar egri chiziqning o'zgaruvchi $M(x,y)$ nuqtasi koordinata boshidan cheksiz uzoqlashgan-da uning biror to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofasi δ nolga intilsa bu to'g'ri chiziq egri chiziqning asimptotasi deyiladi.

Biz vertikal ya'ni ordinata o'qiga parallel va og'ma ya'ni ordinata o'qiga parallel bo'lmagan asimptotalarni ko'ramiz.

Vertikal asimptotalar. Asimptotaning ta'rifidan ko'rinadiki agar $x=a$ to'g'ri chiziq $y=f(x)$ egri chiziqning asimptotasi bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty \text{ yoki } \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \infty \text{ yoki}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \text{ bo'ladi va aksincha bu munosabat-}$$

larning birontasi o'rinli bo'lsa, $x=a$ to'g'ri

chiziq $y=f(x)$ egri chiziqning asimptotasi bo'ladi.

Demak $y=f(x)$ funksiya grafigining vertikal asimptotalarini topish uchun absissasining shunday $x=a$ qiymatini topish kerakki x shu a ga yaqinlashganda $y=f(x)$ cheksizlikka intilsin. Bu holda $x=a$ to'g'ri chiziq berilgan egri chiziqning vertikal asimptotasi deyiladi.

Misol. $y = \frac{2}{x-5}$ egri chiziqning vertikal

asimptotasi $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2}{x-5} = \pm \infty$ lardan

ko'rinadiki $x=5$ to'g'ri chiziq bo'lar ekan.

Og'ma asimptota. Faraz qilaylik $y=f(x)$ egri chiziq

osma ya'ni OY o'qiga parallel bo'lmagan asimptotaga ega bo'lib, uning tenglamasi $y=kx+b$

(1) ko'rinishda bo'lsin. k va b larni aniqlaylik. $M(x,y)$ nuqta egri chiziqda yotgan o'zgaruvchi nuqta, $N(x,y)$ asimptotada yotgan nuqta bo'lsin. MP asimptotadan $M(x,y)$ nuqtachacha bo'lgan masofa.

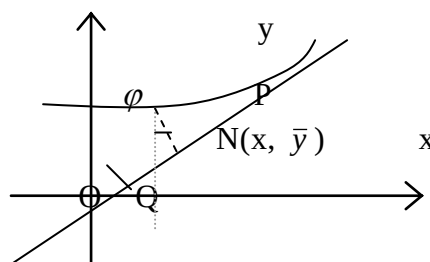
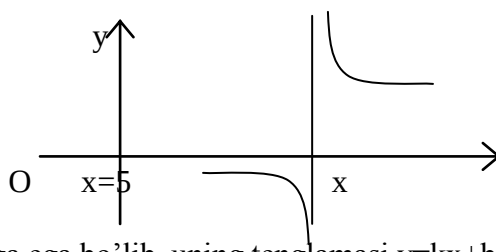
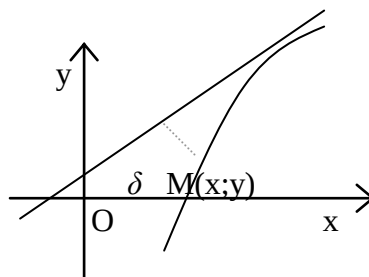
Asimptota ta'rifiga ko'ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} MP=0$ (2)

NMP uchburchakdan $NM = \frac{MP}{\cos \varphi}$ (2)

$M(x,y)$

ga ko'ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} NM=0$ (3).

Ikkinchi torondan $NM=QM-QN=$



Yechish- $\bar{y}$ asim= $f(x)-(kx+b)$ bundan (3) ko'ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x)-kx-b)=0$

$$(4) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{x} - k - \frac{b}{x} \right] = 0 \quad (5)$$

(5) o'rinli bo'lishi uchun $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{x} - k - \frac{b}{x} \right]$ topgandan keyin uni (4) ga qo'ysak

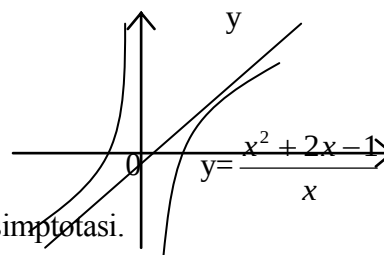
$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)-kx]$ (7) (6) va (7) lardan aniqlangan k va b larni (1) ga qo'ysak asimptota tenglamasi kelib chiqadi.

Misol. $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$ egri chiziqning asimptotalarini toping.

1. Vertikal asimptotalarni topaylik.

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = +\infty;$$

$$x \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = -\infty;$$



Demak $x=0$ to'g'ri chiziq berilgan egri chiziqning vertikal asimptotasi.

2.Endi osma asimptotasini topaylik. $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = 1$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y-x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{x^2 + 2x - 1}{x} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 - \frac{1}{x} \right) = 2.$$

$k=1$; $b=2$; $y=kx+b \Rightarrow y=x+2$ og'ma asimptota.

(5) o'rinli bo'lishi uchun $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{x} - k - \frac{b}{x} \right]$ topgandan keyin uni (4) ga qo'ysak

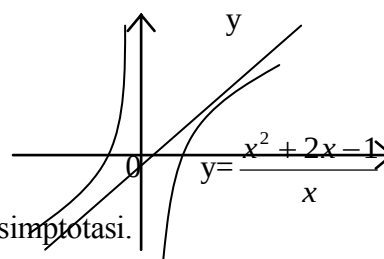
$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)-kx]$ (7) (6) va (7) lardan aniqlangan k va b larni (1) ga qo'ysak asimptota tenglamasi kelib chiqadi.

Misol. $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$ egri chiziqning asimptotalarini toping.

2. Vertikal asimptotalarni topaylik.

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = +\infty;$$

$$x \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = -\infty;$$



Demak, $x=0$ to'g'ri chiziq berilgan egri chiziqning vertikal asimptotasi.

2.Endi osma asimptotasini topaylik. $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = 1$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y-x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{x^2 + 2x - 1}{x} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 - \frac{1}{x} \right) = 2.$$

$k=1$; $b=2$; $y=kx+b \Rightarrow y=x+2$ og'ma asimptota.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Funksiyaning kritik nuqtalari qanday topiladi?
2. Funksiyaning o'sish va kamayish oraliqlari.
3. Funksiyaning ekstremumlari.
4. Funksiyaning egilish nuqtalari qanday topiladi?
5. Og'ma, vertikal asimptotalarni topish qonuniyatlari.
6. Funksiyaning to'la tekshirish sxemasi.

4.7. FUNKSIYANING DIFFERENSIALI. DIFFERENSIALNING TA'RIFI. DIFFERENSIALNI TAQIRIBIY HISOBLASHGA TADBIQI. YUQORI TARTIBLI DIFFERENTSIALLAR.

Reja. 1. Funksiyaning differensiallanuvchanligi.

2. Differensial va hosila orasidagi boshlanish.

3. Differensialning taqribiy hisoblaiga tatbiqi

4. Yuqori tartibli differensial.

5. Differensiallanuvchi funksiyalar haqida ba'zi teoremlar

Tayanch so'zlar. Differensiallanuvchi funksiya, uzluksizlik, urinma, hosila.

1. Funksiyaning differensiallanuvchanligi.

1-ta'rif. Agar $y=f(x)$ funksiya $x=x_0$ nuqtada chekli $f'(x_0)$ hosilaga ega bo'lsa, uni shu nuqtada differensiallanuvchi funksiya deyiladi.

2-ta'rif. Agar $y=f(x)$ funksiya ixtiyoriy $x \in [a,b]$ da differensiallanuvchi bo'lsa, bu funktsiyani shu kesmada differensiallanuvchi deyiladi.

2. Differensial va hosila orasidagi boshlanish.

Agar $y=f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada differensiallanuvchi bo'lsa, bu funktsiyaning $x \in [a,b]$

nuqtadagi hosilasi $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (1) tenglik bilan aniqlanar edi. Limitning ta'rifiga ko'ra Δx

$\rightarrow 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbat $f'(x)$ ga intiladi. Boshqacha aytganda ular orasidagi farq cheksiz kichik miqdor bo'ladi. Shuning uchun

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \alpha \Rightarrow \Delta y = f'(x) \Delta x + \alpha \Delta x \quad (\Delta x \rightarrow 0 \text{ da } \alpha \rightarrow 0).$$

Bundan ko'rinadiki funksiya orttirmasi Δy ikkita qo'shiluvchidan iborat bo'lar ekan. Shularning birinchisi $f'(x) \Delta x$ ga funktsiyaning differensial deyiladi va dy orqali belgilanadi.

$$dy = f'(x) \Delta x \quad (2)$$

desak (2) dan $dx = x' \Delta x \Rightarrow dx = \Delta x$ ekanligini e'tiborga olsak

$$dy = f'(x) dx \quad (3)$$

yoki

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) \quad (4)$$

(4) dan ko'rinadiki $f'(x)$ hosilani funksiya differensialining argument differensialiga nisbati deb qarash mumkin ekan.

Endi differensialning geometrik ma'nosini ko'rib o'taylik.

Tenglamasi $y=f(x)$ bo'lgan egri chiziqning $M(x,y)$ nuqtasiga

urinma o'tkazib, bu urinmaning Ox o'qining musbat

yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagini α deylik. Agar x ga

Δx orttirma bersak y ham Δy orttirma olib natijada

$M(x + \Delta x, y + \Delta y)$ nuqta hosil bo'ladi. $MN = \Delta x$, $M_1N = \Delta y$,

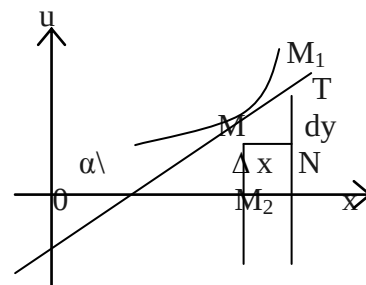
$\operatorname{tg} \alpha = f'(x)$ ekanliklarini e'tiborga olsak MNT uchburchakdan

$$NT = MN \operatorname{tg} \alpha = f'(x) \Delta x = dy.$$

$NT = dy$ kelib chiqadi. Bundan ko'rinadiki $f(x)$ funktsiyaning $M(x,y)$ nuqtadagi differensial, shu nuqtadagi urinma ordinatasining orttirmasiga teng bo'lar ekan. (3) tenglikdan ko'rinadiki differensialni topish uchun uning hosilasini topib, argument differensialiga ko'paytirish kifoya ekan. Shuning uchun hosilaga tegishli barcha nazariya va formulalar differensial uchun ham o'z kuchini saqlab qoladi. Jumladan quyidagi formulalar ham o'rinli bo'ladi:

1. $dC = 0$ (C -o'zgarmas)

2. $d(Cu) = Cdu$



$$3. d(u+v)=du+dv$$

$$4. d(uv)=vdu+udv$$

$$5. d\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{du \cdot v - u \cdot dv}{v^2} (v(x) \neq 0)$$

3. Differensialning taqribiy hisoblaiga tatbiqi.

Agar $y=f'(x)=\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ chekli limit mavjud bo'lsa, $\Delta y=f'(x)\Delta x + o(\Delta x)$ ($\Delta x \rightarrow 0$ da $o(\Delta x) \rightarrow 0$ cheksiz kichik funksiya) yoki

$$Dy = dy + o(Dx) \text{ yoki } \frac{Dy}{Dx} = 1 + \frac{o(Dx)}{Dx} = 1 + \frac{o(1)}{1} = 1 + o(1)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{Dy}{Dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{o(1)}{1}\right) = 1 \text{ yoki } Dy \approx dy \text{ yoki } f(x+\Delta x) - f(x) \approx f'(x)\Delta x$$

yoki $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$

Misol.

$$\sin 31^\circ = \sin(30^\circ + 1^\circ) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{180}\right); \Delta x = \frac{\pi}{180}; x + \Delta x = 30^\circ + 1^\circ = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{180};$$

$$\sin(30^\circ + 1^\circ) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{180}\right) \approx \sin \frac{\pi}{6} + (\sin x)'_{x=\frac{\pi}{6}} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 0,515.$$

4. Yuqori tartibli differensial.

Agar $u(x), v(x)$ funksiyalar differensiallanuvchi bo'lib, $u^{(n)}(x), v^{(n)}(x)$ hosilalarga ega bo'lsa, u holda

$$1. (Cu)^{(n)} = Cu^{(n)} \quad (C - o'zgarmas son)$$

$$2. (u+v)^{(n)} = u^{(n)} + v^{(n)}$$

$$3. (uv)^{(n)} = u^{(n)} + nu^{(n-1)}v' + \frac{n(n-1)u^{(n-2)}v''}{1 \cdot 2} + \dots + uv^{(n)}.$$

tengliklar o'rinli bo'ladi. Oxirgi tenglikka Leybnis formulasi deyiladi.

Endi yuqori tartibli qosila tushunchasi kabi, yuqori tartibli differensial tushunchasini kiritaylik. Agar $y=f(x)$ funksiya differensiallanuvchi bo'lsa, uning differensial $dy=f'(x)dx=y'dx$ formula bilan hisoblanishini ko'rgan edik. Bu yerda x ga faqat $f'(x)$ bog'liq bo'lib, dx bog'liq bo'lmaydi, chunki $dx=\Delta x$ bo'lib argument orttirmasini ifodalaydi. Shuning uchun dy differensialidan yana differensial olsak, hosil bo'lgan differensialga $y=f(x)$ funksiyaning ikkinchi tartibli differensial deyiladi va d^2y yoki $d^2f(x)$ lar bilan belgilanadi:

$$d^2y = d(dy) = d(y'dx) = (y'')dx = (y'')'dx dx = y''dx^2$$

$$d^2y = y''dx^2$$

$$\text{yoki } d^2y = f''(x)dx^2.$$

Xuddi shuningdek uchinchi, to'rtinchi va xokazo tartibli differensiallarni topish mumkin:

$$d^3y = y'''dx^3, d^4y = y^{IV}dx^4, \dots, d^ny = y^{(n)}dx^n.$$

Misol.

$$y=4x^5-3x^2+6, d^4y=?$$

$$dy=(20x^4-6x)dx, d^2y=(80x^3-6)dx^2, d^3y=240x^2dx^3, d^4y=480xdx^4$$

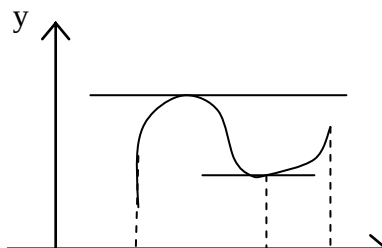
5. Differensiallanuvchi funksiyalar haqida ba'zi teoremlar.

Roll teoremasi (1652-1719y. fransuz).

Agar $y=f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada uzluksiz va uning barcha ichki nuqtalarida differensiallanuvchi bo'lib, kesmaning chetki nuqtalarida $f(a)=f(b)$ yoki $f(a)=f(b)=0$ bo'lsa, u holda shunday $x=c$ ($a < c < b$) nuqta topiladiki, unda $f'(c)=0$ bo'ladi.

Teoremaning geometrik ma'nosi.

Agar har bir nuqtasida urinmaga ega



bo'lgan uzluksiz egri chiziqli absissalari
 a va b bo'lgan nuqtalarda $f(a)=f(b)$ yoki
 $f(a)=f(b)=0$ bo'lsa, u holda bu egri chiziqli
shunday bir $x=c$ ($a < c < b$) nuqta topiladiki,
bu $(c; f(c))$ nuqtaga o'tkazilgan urinma
 Ox o'qiga parallel bo'ladi.

0 a c b x

Lagranj teoremasi (1736-1813 y. fransuz).

Agar $y=f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada uzluksiz va uning barcha ichki nuqtalarida differensiallanuvchi bo'lsa, u holda $[a,b]$ kesmada shunday $x=c$ ($a < c < b$) nuqta topiladiki, bu nuqtada hosila

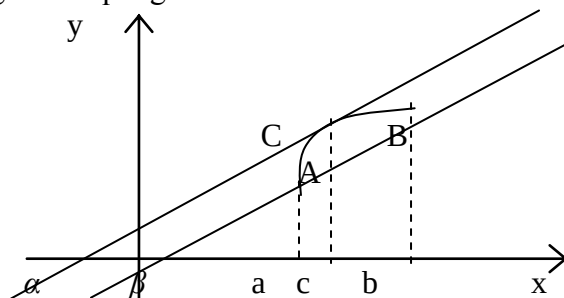
$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad (1) \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu teorema ba'zi hollarda chekli orttirmalar haqidagi Lagranj teoremasi deyilib, quyidagicha ham ifodalanadi; $[a,b]$ da differensiallanuvchi bo'lgan $y=f(x)$ funksiyaning shu kesmadagi orttirmasi, shu kesma uzunligi bilan c ($a < c < b$) nuqtadagi funksiya hosilasi ko'paytmasiga teng bo'ladi:

$$f(b) - f(a) = (b - a)f'(c).$$

Endi Lagranj teoremasining geometrik ma'nosini ko'raylik. Chizmadan ko'rinadiki, (1) ning chap tomonidagi $f'(c)$ kattalik $y=f(x)$ egri chiziqli

$x=c$ nuqtasiga o'tkazilgan
urinmaning Ox o'qining musbat
yo'nalishi bilan tashkil qilgan
burchagining tangensidir: $f'(c) = \tan \alpha$
(1) ning o'ng tomoni esa A va B
nuqtalardan o'tuvchi vatarining Ox
o'qining musbat yo'nalishi bilan
tashkil qilgan burchakning
tangensidir:



$$\tan \beta = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Demak $\tan \alpha = \tan \beta$.

Bundan chiqadigan xulosa:

Agar $y=f(x)$ funksiya grafigining hamma nuqtalarida urinma mavjud bo'lsa, u holda A va B ($x=a$, $x=b$) nuqtalar orasida shunday bir C ($x=c$) nuqta topiladiki, bu C nuqtada o'tkazilgan urinma A va B nuqtalardan o'tgan vatarga parallel bo'ladi.

Misol. $F(x)=x^4$ funksiya $[0,1]$ da berilgan. Urinmasi $x=a=0$, $x=b=1$ nuqtalardan o'tgan vatarga parallel bo'lgan nuqtaning ordinatasini toping.

Yechish. $F(a)=f(0)=0$; $f(b)=f(1)=1$, $1-0=(1-0)f'(c)$, $f'(c)=1$ ikkinchi tomondan
 $f'(x)=4x^3$, $f'(c)=4c^3$ $4c^3=1$, $c=0,63$

Koshi teoremasi. Agar $f(x), \varphi(x)$ funksiyalar $[a,b]$ kesmada uzluksiz va uning barcha ichki nuqtalarida differensiallanuvchi bo'lib, ixtiyoriy $x \in (a,b)$ uchun $\varphi'(x) \neq 0$ bo'lsa, u holda shunday bir $x=c$ ($a < c < b$) nuqta topiladiki, unda

$$\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)} \quad (2)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Isboti: $\varphi(b) - \varphi(a) \neq 0$ chunki aks holda $\varphi'(b)=\varphi'(a)=0$ bo'lib, Roll teoremasiga ko'ra kesma ichida $\varphi'(x)=0$ bo'lib qolar edi. Bu esa teoremaning shartiga ziddir.

Quyidagi yordamchi funksiyani ko'raylik:

$$F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} [\varphi(x) - \varphi(a)] \quad (3)$$

(2) Roll teoremasining barcha shartlarini qanoatlantiradi, u holda shunday $x=c$ ($a < c < b$) nuqta topiladiki, bu nuqtada $F'(c)=0$ bo'ladi. Bu holda (3) dan

$$F'(c) = f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} \cdot \varphi'(c) = 0 \Rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}.$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Funksiya hosilasi va differensial orasidagi bog'lanish nimadan iborat?
2. Funksiya qiymatini taqribiy hisoblashda differensialning o'rni.
3. Yuqori tartibli differensial qanday hisoblanadi?
4. Differensiallanuvchi funksiyalar haqidagi teoremlar.

MA'RUZA 8

4.8.BOSHLANG'ICH FUNKSIYA VA ANIQMAS INTEGRAL. ANIQMAS INTEGRALNING TA'RIFI VA ASOSIY XOSSALARI. ASOSIY ELEMENTAR FUNKSIYALARNING INTEGRALLASH JADVALI. O'ZGARUVCHINI ALMASHTIRIB INTEGRALLASH.

Reja. 1. Boshlang'ich funksiya.

2. Aniqmas integralning xossalari.
3. Aniqmas integrallar jadvali.
4. Bevosita integrallash usuli.
5. Differensial belgisi ostiga kiritib integrallash
6. Aniqmas integralda o'zgaruvchilarni almashtirib integrallash.
7. Bo'laklab integrallash.

Tayanch so'zlar. Funksiya, hosila, differensial, boshlang'ich funksiya, uzluksizlik, chegaralangan, o'zgaruvchilarni almashtirish, bo'laklab integrallash.

1. Boshlang'ich funksiya

Bizga biror funksiya berilgan bo'lsa, ma'lum formulaga yoki qoidaga ko'ra bu funksiyaning hosilasini topishni bilamiz.

Masalan $F(x) = x^3$ bo'lsa, $F'(x) = 3x^2$; $F(x) = \sin x$ bo'lsa, $F'(x) = \cos x$.

Endi bu masalaning teskarisini ya'ni hosilasiga ko'ra funksiyaning o'zini topish masalasini ko'raylik. Boshqacha aytganda differensiallash amaliga teskari bo'lgan masalani yechishga to'g'ri keladi.

1-ta'rif. Agar $F(x)$ funksiya (a,b) oraliqda uzluksiz va differensiallanuvchi bo'lib, $\forall x \in (a,b)$ nuqtada $F'(x)=f(x)$ (yoki $dF(x)=f(x)dx$) tenglik o'rinli bo'lsa, u holda $F(x)$ funksiyaning shu oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi deyiladi.⁵ Yuqoridagi misollardan x^3 funksiya $3x^2$ ning, $\sin x$ esa $\cos x$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasidir.

Boshlang'ich funksiyaning ta'rifiga ko'ra quyidagi ikkita savol tug'iladi:

1. Qanday funksiyalarning boshlang'ich funksiyalari mavjud bo'ladi?
2. Agar berilgan funksiyaning boshlang'ich funksiyasi mavjud bo'lsa, u yagona bo'ladimi?

1-teorema. $[a,b]$ kesmada uzluksiz bo'lgan $\forall f(x)$ funksiyaning shu kesmada boshlang'ich funksiyasi mavjud bo'ladi (teoremaing isboti Nyuton-Leybnis formulasida ko'riladi).

Agar $f(x)$ funksiya boshlang'ich funksiyaga ega bo'lsa, uning boshlang'ich funksiyasi cheksiz ko'p bo'lishini misolda osongina ko'rish mumkin: $F_1(x) =$

$$\frac{x^4}{4}, F_2(x) = \frac{x^4}{4} + 7, F_3(x) = \frac{x^4}{4} + C \quad (C\text{-o'zgarmas}) \quad \text{funksiyalar } f(x)=x^3 \text{ funksiyaning}$$

boshlang'ich funksiyasidir.

⁵ James Stewart Calculus 7E 321-327 betlar

2-teorema. Agar $F_1(x)$ va $F_2(x)$ funksiyalar $[a,b]$ kesmada $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiyalar bo'lsa, u holda $F_1(x)$, $F_2(x)$ lar bir-biridan o'zgarmas songa farq qiladi:

$F_1(x) - F_2(x) = C$, C - ixtiyoriy o'zgarmas.

Isboti. $\varphi(x) = F_1(x) - F_2(x)$ deylik. Teoremaning shartiga ko'ra, $F_1'(x) = f(x)$, $F_2'(x) = f(x)$ bo'lgani uchun differensiallash qoidasiga ko'ra

$\varphi'(x) = [F_1(x) - F_2(x)]' = F_1'(x) - F_2'(x) = f(x) - f(x) = 0 \Rightarrow \varphi'(x) = 0 \Rightarrow [F_1(x) - F_2(x)]' = 0 \Rightarrow F_1(x) - F_2(x) = C$.

3-teorema. Agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ dagi boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, u holda $f(x)$ funksiyaning shu kesmadagi har qanday boshqa boshlang'ich funksiyasi $F(x) + C$ ko'rinishda bo'ladi.

Isbot. Agar $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ dagi ixtiyoriy boshqa boshlang'ich funksiyasini $F(x)$ desak, 2-teoremaning isbotidan kelib chiqadi. $[F(x) - F(x)]' = 0 \Rightarrow F(x) = F(x) + C$

2-ta'rif. Agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ dagi boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, u holda $f(x)$ funksiyaning shu kesmadagi barcha boshlang'ich funksiyalari to'plami $F(x) + C$ ga funksiyaning shu kesmadagi aniqmas integrali deyiladi va odatda $\int f(x)dx$ simvol bilan belgilanadi.

Shunday qilib ta'rifga ko'ra $F'(x) = f(x)$ bo'lsa $\int f(x)dx = F(x) + C$ bo'ladi. Bu yerda $f(x)$ ga - integral ostidagi funksiya, $f(x)dx$ ga integral ostidagi ifoda deyiladi. Berilgan $f(x)$ funksiyaning aniqmas integralini topish integrallash amali deyiladi.

Shunday qilib berilgan $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali $y = F(x) + C$ funksiyalar to'plamidan iborat bo'lib, geometrik nuqtai nazardan esa aniqmas integral egri chiziqlar to'plamidan (oilasidan) iborat bo'lib, ularning hammasi bir-biridan ixtiyoriy C masofaga farq qilib o'zaro parallel joylashgan bo'ladi.

2. Aniqmas integralning xossalari.

1. $(\int f(x)dx)' = f(x)$
2. $\int dF(x) = F(x) + c$
3. $d[\int f(x)dx] = f(x)dx$
4. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ k -o'zgarmas.
5. $\int [f(x) \pm \varphi(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int \varphi(x)dx$

Aniqmas integrallarni hisoblaganda yuqoridagi xossalardan tashqari quyidagi uchta muhim qoidani nazarda tutish amaliy mashg'ulotlar uchun katta ahamiyatga ega.

Agar $\int f(x)dx = F(x) + C$ bo'lsa

1. $\int f(ax) dx = \frac{1}{a} F(ax) + C$
2. $\int f(x+b) dx = F(x+b) + C$
3. $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$

3. Aniqmas integrallar jadvali.

Bu formulalarning to'g'riligini ularning o'ng tomonidagi ifodalarni bevosita differensiallash bilan ko'rsatish mumkin.

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1)$	11. $\int \frac{dx}{1+x^2} = -\arctg x + C$
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	12. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + c$
3. $\int e^x dx = e^x + C$	13. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2x} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	14. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
5. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	15. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
6. $\int \cos x dx = \sin x + C$	16. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tg x + C$	17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\ctg x + C$	a, c –lar ixtiyoriy o'zgarmas sonlar.
9. $\int \tg x dx = -\ln \cos x + C$	
10. $\int \ctg x dx = \ln \sin x + C$	

Misollar. 1-misol sifatida 14-formulani ko'raylik

$$\left(\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \right) = \frac{1}{2a} \cdot \frac{x-a}{x+a} \cdot \frac{x+a-x+a}{(x+a)^2} = \frac{1}{x^2-a^2}$$

2-misol. $\int (2x^3 + 5\sqrt{x}) dx = \frac{1}{2} x^4 + \frac{10}{3} x\sqrt{x} + C$

3-misol. $\int \frac{dx}{3x+6} = \frac{1}{3} \ln|3x+6| + C$

4-misol. $\int \cos 10x dx = \frac{1}{10} \sin 10x + C$

4. Bevosita integrallash usuli.

Aniqmas integralni bevosita integrallar jadvalidan va aniqmas integralning xossalaridan foydalanib integrallashga bevosita integrallash usuli deyiladi. Ba'zi hollarda integral ostidagi funktsiyani iloji boricha yig'indiga yoyib so'ngra bevosita integrallash maqsadga muvofiq bo'ladi.

1-misol. $\left(3 - 4x^3 + 7\cos x - \frac{6}{x} - \frac{1}{x^2+1} \right) dx = 3 \int dx - 4 \int x^3 dx + 7 \int \cos x dx - 6 \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x^2+1} =$
 $= 3x - x^4 + 7\sin x - 6 \ln|x| - \arctg x + C$

2-misol.

$$\int (x^2 - 2x)^2 dx = \int (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \int x^4 dx - 4 \int x^3 dx + 4 \int x^2 dx = \frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4}{3} x^3 + C$$

5. Differensial belgisi ostiga kiritib integrallash

Differensial belgisi ostiga kiritib integrallash usuli esa integral ostidagi ifodani almashtirishdan iboratdir.

1-misol. $\int e^{\sin x} \cos x dx = \int \cos x dx = d(\sin x)$, desak $\int e^{\sin x} \cdot d(\sin x) = e^{\sin x} + C$

2-misol. $\int \sin^8 x \cos x dx = \int \cos x dx = d(\sin x) = \int \sin^8 x d(\sin x) = \frac{1}{9} \sin^9 x + C$

3-misol. $\int e^{\arctg x} \cdot \frac{dx}{1+x^2} = \int \frac{dx}{1+x^2} = d(\arctg x) = \int e^{\arctg x} d(\arctg x) = e^{\arctg x} + C$

$$4\text{-misol. } \int x e^{x^2} dx = \left| x dx = \frac{1}{2} d(x^2) \right| = \frac{1}{2} \int e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$$

$$5\text{-misol. } \int \frac{dx}{x+5} = \int \frac{d(x+5)}{x+5} = \ln |x+5| + C$$

6. Aniqmas integralda o'zgaruvchilarni almashtirib integrallash.

Integrallar jadvaliga kirmagan $\int f(x)dx$ integralni hisoblash uchun, ya'ni $f(x)$ funksiyani boshlang'ich funksiyasini topish uchun $x = \varphi(t)$ (1) almashtirish bajarib, $\varphi(t)$ funksiyani uzluksiz va uzluksiz $\varphi'(t)$ hosilaga ega hamda unga teskari bo'lgan $t = \psi(x)$ funksiya mavjud deb faraz qilamiz.

Bu holda (1) dan $dx = \varphi'(t)dt$ ekanligini e'tiborga olsak berilgan integral

$$\int f(x)dx = \int f[\varphi(t)]\varphi'(t) dt \quad (2)$$

ko'rinishda bo'ladi. (2) ga aniqmas integralda o'zgaruvchini almashtirish formulasi deyiladi.

Bu yerda $\varphi(t)$ ni shunday tanlash kerakki natijada (2) ning o'ng tomonidagi integral chap tomonidagi integraldan soddaroq bo'lsin. Aniqmas integralni o'zgaruvchilarni almashtirib integrallaganda chiqqan natijada yangi o'zgaruvchidan dastlabki o'zgaruvchiga qaytish shart.

$$1\text{-misol. } \int \frac{x dx}{1+x^2} = \left| \begin{matrix} t = 1+x^2 \\ dt = 2x dx \end{matrix} \right| = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln t + C = \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + C$$

2-misol.

$$J = \int \sqrt{R^2 - x^2} dx = \left| \begin{matrix} x = R \sin t \\ dx = R \cos t dt \\ \sqrt{R^2 - x^2} = R \cos t \end{matrix} \right| = R^2 \int \cos^2 t dt = R^2 \int \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \frac{R^2}{2} [t + \int \cos 2t dt] =$$

$$= \frac{R^2}{2} t + \frac{R^2 \sin 2t}{4} + C$$

$$\text{Eski o'zgaruvchi } x \text{ ga qaytsak } x = R \sin t \Rightarrow \frac{x}{R} = \sin t \Rightarrow t = \arcsin \frac{x}{R}$$

$$R^2 \sin 2t = 2(R \sin t)(R \cos t) = 2x\sqrt{R^2 - x^2}.$$

$$J = \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{x}{R} + \frac{x}{2} \sqrt{R^2 - x^2} + C.$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Boshlang'ich funksiya nima? Misollar bilan tushuntiring.
2. Qanday funksiyalarning boshlang'ich funksiyasi mavjud?
3. Qanday hollarda funksiyalar bir-biridan o'zgarish songa farq qiladi?
4. Berilgan funksiyani boshlang'ich funksiyasi yagona bo'ladimi?
5. Aniqmas integral qanday ta'riflanadi?
6. Integrallashning qanday usullarini bilasiz?
7. Differensial ostiga kiritib integrallash.
8. O'zgaruvchilarni almashtirish uslubining mohiyati nimada?
9. Bo'laklab integrallashning ma'nosini qanday tushunasiz?

MA'RUZA 9

4.9. BO'LAKLAB INTEGRALLASH. RATSIONAL KASRLARNI SODDA KASRLARGA YOYIB INTEGRALLASH. TRIGONOMETRIK FUNKSIYALARNI INTEGRALLASH.

Reja.

1. Bo'laklab integrallash
2. Kasr ratsional funksiya

3. Sodda ratsional kasrlarni integrallash.
4. Kasr ratsional funksiyalarni sodda kasrlarga keltirish.
5. $\int R(\sin x, \cos x) dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash.
6. $J = \int R(\sin x) \cos x dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash.
7. $J = \int R(\tan x) dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash
8. $J = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash
9. $\int \cos^m x \cdot \cos^n x dx$; $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$; $\int \sin^m x \cdot \sin^n x dx$ ($m \neq n$) ko'rinishidagi integrallarni integrallash

Tayanch so'zlar. Ko'phad, ratsional kasr, to'g'ri va noto'g'ri kasr, ko'phad ildizlari, karrali ildiz

1. Bo'laklab integrallash.

Agar x bo'yicha differensiallanuvchi bo'lgan $u(x)$, $v(x)$ funksiyalar berilgan bo'lsa, u holda uv ko'paytmaning differensialiy quyidagi formula bilan hisoblanar edi :

$$d(uv) = u dv + v du \quad (3)$$

(3) ning har ikkala tomonini integrallasak:

$$\int d(uv) = \int u dv + \int v du \Rightarrow \int u dv = uv - \int v du \quad (4)$$

(4) formulaga bo'laklab integrallash formulasi deyiladi. (4) formula $\int v du$ integralni hisoblash $\int u dv$ integralni hisoblashdan osonroq bo'lgan holda foydalaniladi.

Bo'laklab integrallash usuli bilan hisoblanadigan ayrim integrallarni ko'rib o'taylik.

I. $\int P(x)e^{kx} dx$, $\int p(x)\sin kx dx$, $\int P(x)\cos kx dx$, ($P(x)$ - ko'phad, k esa biror o'zgarmas son) ko'rinishdagi integrallarni bo'laklab integrallaganda $u=P(x)$, qolganlarini dv deb olish maqsadga muvofiq bo'ladi.

II. $\int P(x)\ln x dx$, $\int P(x)\arcsin x dx$, $\int P(x)\arccos x dx$, $\int P(x)\arctg x dx$, $\int P(x)\text{arctg} x dx$, ko'rinishdagi integrallarni integrallaganda u deb $\ln x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$, $\text{arctg} x$ larni olish kerak.

III. $\int e^{ax} \sin b x dx$, $\int e^{ax} \cos b x dx$, ko'rinishdagi integrallar ikki martabo'laklab integrallanadi.

$$\textbf{1-misol.} \int x e^x dx = \left| \begin{array}{l} u = x, du = dx \\ dv = e^x dx, v = e^x \end{array} \right| = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$$

2-misol.

$$\int x^2 \ln x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x, du = \frac{dx}{x} \\ dv = x^2 dx, v = \frac{x^3}{3} \end{array} \right| = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{1}{9} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + C$$

$$\textbf{3-misol.} J = \int e^x \cos x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x, du = e^x dx \\ dv = \cos x dx, v = \sin x \end{array} \right| = -e^x \sin x - \int e^x \sin x dx$$

$$\int e^x \sin x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x, du = e^x dx \\ dv = \sin x dx, v = -\cos x \end{array} \right| = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$$

$$\int e^x \cos x dx = e^x \sin x + e^x \cos x - \int e^x \cos x dx \Rightarrow 2 \int e^x \cos x dx = e^x (\sin x + \cos x) + C$$

$$\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + C$$

2. Kasr ratsional funksiya

Ma'lumki $P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$ ($a_0 \neq 0$) (1) ko'phad butun ratsional funksiya deyiladi.

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_{m-1} x + b_m} \quad (a_0 \neq 0, b_0 \neq 0)$$

esa kasr ratsional funksiya deyiladi.

Butun va kasr ratsional funksiyalar umuman ratsional funksiyalar deb ataladi.

Butun ratsional funksiyalarni integrallash integralning asosiy xossalriga ko'ra bajariladi.

$$\int P_n(x) dx = \int (a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n) dx = \frac{a_0}{n+1} x^{n+1} + \frac{a_1}{n} x^n + \dots + \frac{a_{n-1}}{n-1} x^2 + a_n x + C$$

Agar (2) kasr ratsional funksiya berilgan bo'lib $n < m$ bo'lsa (2) ga to'g'ri kasr deyiladi. Agar $n > m$ bo'lsa (2) ga noto'g'ri kasr deyiladi.

Agar kasr noto'g'ri bo'lsa, suratini maxrajiga bo'lib, berilgan kasrni biror butun ratsional funksiya bilan biror to'g'ri kasrning yig'indisi ko'rinishda ifodalash mumkin, ya'ni

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = M(x) + \frac{P_k(x)}{Q_m(x)}, \text{ bu yerda } M(x) - \text{butun ratsional funksiya, } \frac{P_k(x)}{Q_m(x)} - \text{to'g'ri kasr}$$

chunki $k < m$ bo'ladi.

Ko'phadlarni integrallash hech qanday qiyinchilik tug'dirmaydi, shuning uchun biz asosan to'g'ri ratsional kasrlarni integrallash bilan shug'ullanamiz.

Ta'rif. Quyidagi to'g'ri ratsional kasrlarga eng sodda ratsional kasrlar deyiladi:

I. $\frac{A}{x-a};$

II. $\frac{A}{(x-a)^n} (n=2,3,\dots)$

III. $\frac{Ax+B}{x^2+px+q} \left(D = \frac{p^2}{4} - q < 0 \right)$

IV. $\frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^n} \left(n=2,3,\dots; D = \frac{p^2}{4} - q < 0 \right)$

Bu yerda A, B, a, p, q lar haqiqiy sonlar $x^2 + px + q$ kvadrat uchhad haqiqiy ildizga ega emas, ya'ni $D < 0$ deb qaraladi

3. Sodda ratsional kasrlarni integrallash.

Endi yuqoridagi to'rtta eng sodda ratsional kasrlarni integrallashni ko'raylik.

I. $\int \frac{A dx}{x-a} = A \int \frac{d(x-a)}{x-a} = A \ln |x-a| + C$

II. $\int \frac{A dx}{(x-a)^n} = A \int (x-a)^{-n} d(x-a) = \frac{A}{(1-n)(x-a)^{n-1}} + C$

III. $\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} dx = \int \frac{\frac{A}{2}(2x+p) - \frac{Ap}{2} + B}{x^2+px+q} dx = \frac{A}{2} \int \frac{2x+p}{x^2+px+q} dx + \left(B - \frac{Ap}{2}\right) \int \frac{dx}{x^2+px+q}$

Oxirgi tenglikning o'ng tomonidagi birinchi integral $\ln|x^2|$ tengligi ravshan, chunki surati maxrajining hosilasiga teng.

Ikkinchi integralda esa, quyidagi almashtirishlar bajaramiz.

$$x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \left(q - \frac{p^2}{4}\right) = \begin{vmatrix} \left(x + \frac{p}{2}\right) = t \text{ desak } dx = dt \\ \left(q - \frac{p^2}{4}\right) = k^2 \end{vmatrix} = t^2 + k^2$$

$$\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} dx = \frac{A}{2} \int \frac{d(x^2+px+q)}{x^2+px+q} + \left(B - \frac{Ap}{2}\right) \int \frac{dx}{t^2+k^2} + \frac{A}{2} \ln |x^2+px+q| + \\ + \frac{1}{k} \left(B - \frac{Ap}{2}\right) \arctg \frac{t}{k} + C = \frac{A}{2} \ln |x^2+px+q| + \frac{2B-Ap}{\sqrt{4q-p^2}} \arctg \frac{2x+p}{\sqrt{4q-p^2}} + C$$

Misollar.

1. $\int (5x^3 + 4x^2 - 7x + 12) dx = \frac{5}{4} x^4 + 4x^3 - \frac{7}{2} x^2 + 12x + C$

2. $\int \frac{7dx}{(x+3)^5} = 7 \int (x+3)^{-5} dx = \frac{7}{-4} (x+3)^{-4} + C = -\frac{7dx}{4(x+3)^4} + C$

3. $\int \frac{2x-6}{x^2-6x+13} dx = \int \frac{d(x^2-6x+13)}{x^2-6x+13} \ln |x^2-6x+13| + C$

$$4. \int \frac{11dx}{x^2 - 8x + 25} = 11 \int \frac{dx}{(x-4)^2 + 9} = 11 \int \frac{dx(x-4)}{(x-4)^2 + 9} = \frac{11}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C$$

Agar maxrajdagi kvadrat uchhadning diskriminanti musbat bo'lsa, ya'ni kvadrat uchhad haqiqiy ildizga ega bo'lsa integrallar jadvalidagi natural logarifmni beradi.

$$5. \int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5} = \int \frac{dx}{(x-3)^2 - 4} = \frac{1}{2 \cdot 2} \ln \left| \frac{x-3-2}{x-3+2} \right| + C = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C$$

VI.

$$\int \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^n} dx = \int \frac{\frac{A}{2}(2x+p) - (B - \frac{Ap}{2})}{(x^2+px+q)^n} dx = \frac{A}{2} \int \frac{(2x+p)dx}{(x^2+px+q)^n} + (B - \frac{Ap}{2}) \int \frac{dx}{(x^2+px+q)^n}$$

O'ng tomonidagi birinchi integralni integrallasak

$$\int \frac{(2x+p)dx}{(x^2+px+q)^n} = \left| \begin{array}{l} x^2+px+q=t \\ (2x+p)dx=dt \end{array} \right| = \int \frac{dt}{t^n} = \frac{t^{-n+1}}{-n+1} + C = \frac{1}{(1-n)(x^2+px+q)^{n-1}} + C$$

Ikkinchi integralni esa J_n deb belgilasak:

$$J_n = \int \frac{dx}{(x^2+px+q)^n} = \int \frac{dx}{\left[\left(x + \frac{p}{2} \right)^2 + \left(q - \frac{p^2}{4} \right) \right]^n} = \left| x + \frac{p}{2} = t, q - \frac{p^2}{4} = k^2 \right| = \int \frac{dt}{(t^2+k^2)^n} =$$

$$= \frac{1}{k^2} \int \frac{t^2+k^2-t^2}{(t^2+k^2)^n} = \frac{1}{k^2} \int \frac{dt}{(t^2+k^2)^{n-1}} - \frac{1}{k^2} \int \frac{t^2 dt}{(t^2+k^2)^n} = \frac{1}{k^2} \left(J_{n-1} - \int \frac{t^2 dt}{(t^2+k^2)^n} \right)$$

Oxirgi integralni bo'laklab integrallasak

$$\int \frac{t^2 dt}{(t^2+k^2)^n} \left| \begin{array}{l} u=t; du=dt \\ dv=\frac{t dt}{(t^2+k^2)^n} \end{array} \right|; \quad v = \int \frac{t dt}{(t^2+k^2)^n} = \left| \begin{array}{l} t^2+k^2=z \\ 2t dt=dz \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int \frac{dz}{z^n} = -\frac{1}{2(n-1)(t^2+k^2)^{n-1}} =$$

$$= -\frac{t}{2(n-1)(t^2+k^2)^{n-1}} + \frac{1}{2(n-1)} \int \frac{dt}{(t^2+k^2)^{n-1}} = -\frac{t}{2(n-1)(t^2+k^2)^{n-1}} + \frac{1}{2(n-1)} J_{n-1}$$

$$J_n = \frac{1}{k^2} \left(J_{n-1} - \frac{1}{2(n-1)} J_{n-1} + \frac{t}{2(n-1)(t^2+k^2)^{n-1}} \right)$$

$$J_n = \int \frac{dt}{(t^2+k^2)^n} = \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{(2n-2)(t^2+k^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2n-2} J_{n-1} \right) \quad (n>1)$$

Bunga rekkurent (keltirish) formulasi deyiladi.

Shu jarayonni n marta davom ettirsak

$$J_1 = \int \frac{dt}{(t^2+k^2)} = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \frac{t}{k} + c \text{ ga kelamiz.}$$

Misol.

$$J = \int \frac{(3x+5)dx}{(x^2+2x+2)^2} = \int \frac{\frac{3}{2}(2x+2) - 3+5}{(x^2+2x+2)^2} dx = \frac{3}{2} \int \frac{(2x+2)dx}{(x^2+2x+2)^2} + 2 \int \frac{dx}{[(x+1)^2+1]} = \left| \begin{array}{l} x+1=t \\ dx=dt \end{array} \right| =$$

$$= -\frac{3}{2(x^2+2x+2)} - 2 \int \frac{dt}{(t^2+1)^2};$$

$$J_2 = \int \frac{dt}{(t^2+1)^2} = \int \frac{(t^2+1-t^2)dt}{(t^2+1)^2} = \int \frac{dt}{t^2+1} - \frac{1}{2} \int \frac{t \cdot 2tdt}{(t^2+1)^2} = \left| \begin{array}{l} u=t, du=dt \\ dv=\frac{2tdt}{(t^2+1)^2}, v=\frac{1}{t^2+1} \end{array} \right| =$$

$$= \operatorname{arctgt} - \frac{1}{2} \left(-\frac{t}{t^2+1} + \int \frac{dt}{t^2+1} \right) = \operatorname{arctgt} + \frac{1}{2(t^2+1)} - \frac{1}{2} \operatorname{arctgt} + C = \frac{t}{2(t^2+1)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctgt} + C$$

$$J_2 = \frac{x+1}{2(x^2+2x+2)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x+1) + C \quad J = -\frac{3}{2(x^2+2x+2)} + \frac{x+1}{x^2+2x+2} + \operatorname{arctg}(x+1) + C$$

4. Kasr ratsional funksiyalarni sodda kasrlarga keltirish.

Agar bizga biror $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ (1) ko'rinishdagi ratsional kasr berilgan bo'lsa, bu kasrni to'g'ri kasr deb ya'ni $n < m$ deb faraz qilib, uni eng sodda kasrlarga ajratishni va ularni integrallashni ko'raylik.

Buyerda $Q_m(x)$ ko'phad ildizlarining haqiqiy, kompleks va karrali bo'lishlari katta ahamiyatga ega.

Biz bilamizki biror ko'phadning ildizi deb haqiqiy yoki mavqum bo'lgan shunday a songa aytiladiki bu son berilgan ko'phadni $-Q_m(a)=0$ nolga aylantiradi.

Masalan $x^3 + x^2 - 2x - 8$ ko'phadning $x=2$ ildizi bo'ladi
 $2^3 + 2^2 - 2 \cdot 2 - 8 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

Bizga algebradan ma'lumki, agar $a, b, c, \dots, d$ sonlar m -darajali $Q_m(x)$ ko'phadning ildizlari bo'lsa, u holda bu ko'phadni

$Q_m(x) = a_0(x-a)(x-b)(x-c)\dots(x-d)$ (2) ko'rinishda yozish mumkin. Agar $Q_m(x)$ ko'phadning ildizlari takrorlanadigan ya'ni karrali bo'lsa

$x=a$ ko'phadning k_1 karrali ildizi

$x=b$ ko'phadning k_2 karrali ildizi

$x=d$ ko'phadning k_s karrali ildizi

bo'lsa, u holda $Q_m(x)$ ko'phadni quyidagicha yozish mumkin:

$$Q_m(x) = a_0(x-a)^{k_1}(x-b)^{k_2}(x-c)^{k_3}\dots(x-d)^{k_s} \quad (3) \quad (k_1+k_2+\dots+k_s=m)$$

Agar $Q_m(x)$ ning ildizi takrorlanmaydigan kompleks son bo'lsa, u holda:

$Q_m(x) = (x^2+p_1x+q_1)(x^2+p_2x+q_2)\dots(x^2+p_kx+q_k)$ (4) ko'rinishda bo'ladi.

Agar $Q_m(x)$ ko'phadning ildizlari kompleks karrali bo'lsa, bu holda ko'phadni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$Q_m(x) = (x^2+p_1x+q_1)^{t_1}(x^2+p_2x+q_2)^{t_2}\dots(x^2+p_kx+q_k)^{t_r} \quad (5) \quad (t_1+t_2+\dots+t_r=m)$$

1-teorema. Agar (1) to'g'ri ratsional kasr maxrajidagi $Q_m(x)$ ko'phad m ta haqiqiy har xil $a, b, c, \dots, d$ ildizlarga ega bo'lib, (2) ko'rinishda bo'lsa, u holda (1) kasr I-tipdagi eng sodda kasrlarga ajraladi:

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c} + \dots + \frac{D}{x-d} \quad (6)$$

$A, B, C, \dots, D$ lar noma'lum o'zgarmas koeffitsiyentlar.

2-teorema. Agar (1) to'g'ri kasr maxrajidagi $Q_m(x)$ ko'phad ildizlari haqiqiy karrali bo'lib, (3) ko'rinishda bo'lsa, u holda (1) kasr I, II -tipdagi eng sodda kasrlarga ajraladi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = & \frac{A_1}{(x-a)^{k_1}} + \frac{A_2}{(x-a)^{k_1-1}} + \frac{A_3}{(x-a)^{k_1-2}} + \dots + \frac{A_{k_1}}{x-a} \\ & + \frac{B_1}{(x-b)^{k_2}} + \frac{B_2}{(x-b)^{k_2-1}} + \frac{B_3}{(x-b)^{k_2-2}} + \dots + \frac{B_{k_2}}{x-b} + \\ & + \dots + \frac{D_1}{(x-d)^{k_s}} + \frac{D_2}{(x-d)^{k_s-1}} + \frac{D_3}{(x-d)^{k_s-2}} + \dots + \frac{D_{k_s}}{x-d} + \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

3-teorema. Agar (J) to'g'ri kasr maxrajidagi $Q_m(x)$ ko'phad ildizlari takrorlanmaydigan kompleks sonlar bo'lib, (4) ko'rinishda bo'lsa, u holda (1) kasr III -tipdagi eng sodda kasrlarga ajraladi:

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{M_1x+N_1}{x^2+p_1x+q_1} + \frac{M_2x+N_2}{x^2+p_2x+q_2} + \dots + \frac{M_kx+N_k}{x^2+p_kx+q_k} \quad (8)$$

$M_1, N_1, M_2, N_2, \dots, M_k, N_k$ lar noma'lum o'zgarmas koeffitsiyentlar.

4-teorema. Agar (1) to'g'ri kasr maxrajidagi $Q_m(x)$ ko'phad ildizlari kompleks karrali bo'lib, (5) ko'rinishda bo'lsa, u holda (1) kasr III va IV -tipdagi eng sodda kasrlarga ajraladi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} &= \frac{M_1x + N_1}{(x^2 + p_1x + q_1)^{t_1}} + \frac{M_2x + N_2}{(x^2 + p_1x + q_1)^{t_1-1}} + \dots + \frac{M_{t_1}x + N_{t_1}}{x^2 + p_1x + q_1} + \\ &+ \frac{E_1x + F_1}{(x^2 + p_2x + q_2)^{t_2}} + \frac{E_2x + F_2}{(x^2 + p_2x + q_2)^{t_2-1}} + \dots + \frac{E_{t_2}x + F_{t_2}}{(x^2 + p_2x + q_2)} + \\ &+ \dots + \frac{A_1x + B_1}{(x^2 + p_rx + q_r)^{t_r}} + \frac{A_2x + B_2}{(x^2 + p_rx + q_r)^{t_r-1}} + \dots + \frac{A_{t_r}x + B_{t_r}}{(x^2 + p_rx + q_r)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$M_1, N_1, \dots, A_t, B_t$ lar noma'lura o'zgarmas koeffitsiyentlar.

Shunday qilib (1) to'g'ri kasr raaxrajidagi $Q_m(x)$ ko'phadning ildizi haqiqiy har xil, haqiqiy karrali, kompleks va kompleks karrali bo'lsa, u holda (1) kasrni I,II,III,IV - tiplardagi eng sodda kasrlardan tashkil topgan (6),(7),(8),(9) ko'rinishdagi eng sodda kasrlarga ajratish murakin ekan.

(6),(7),(8),(9) ifodalardagi $A_i, B_i, \dots, D_i, M_i, N_i$ o'zgarmas noma'lumlarni topish uchun (6)-(9) tengliklarni (ayniyatlarini) umumiy maxrajga keltirib, chap va o'ng tomonlarida bir xil darajali ko'phad hosil qilamiz. So'ngra suratlaridagi chap va o'ng tomonidagi bir xil darajali x larning oldidagi koeffitsiyentlarni tenglashtirib, yuqoridagi nomalum o'zgarmas $A_i, B_i, \dots, D_i, M_i, N_i$ koeffitsiyentlarga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz va uni yechib noma'lum koeffitsiyentlar aniqlanadi. So'ngra topilgan noma'lumlar o'rinlariga qo'yilib (6),(7),(8),(9) kasrlar bizga ma'lum bo'lgan eng sodda kasrlar kabi integrallanadi.

1-misol. $\frac{25x^2 - 20x + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x}$ integrallang.

$$x^3 - 5x^2 + 4x = x(x^2 - 5x + 4) = x(x-4)(x-1)$$

$$\frac{25x^2 - 20x + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x} = \frac{25x^2 - 20x + 2}{x(x-4)(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-4} + \frac{D}{x-1} \Rightarrow \text{umumiy maxrajga keltirsak}$$

$$\frac{25x^2 - 20x + 2}{x(x-4)(x-1)} = \frac{A(x-4)(x-1) + Bx(x-1) + Dx(x-4)}{x(x-4)(x-1)} \quad \text{suratlarini tenglashtirib quyidagini hosil}$$

qilamiz:

$$25x^2 - 20x + 2 = A(x-4)(x-1) + Bx(x-1) + Dx(x-4)$$

$$25x^2 - 20x + 2 = Ax^2 - Ax - 4Ax + 4A + Bx^2 - Bx + Dx^2 - 4Dx$$

O'ng va chap tomonidagi bir xil darajali x ning oldidagi koeffitsiyentlarini tenglashtirib, quyidagi algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} x^2 : 25 &= A + B + D \\ x : -20 &= -A - 4A - B - 4D \\ x^0 : 2 &= 4A \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{1}{2}; B = \frac{161}{6}; D = -\frac{7}{3}$$

$$\frac{25x^2 - 20x + 2}{x(x-4)(x-1)} = \frac{1}{2x} + \frac{161}{6(x-4)} - \frac{7}{3(x-1)} \quad \text{endi integrallasak}$$

$$\frac{25x^2 - 20x + 2}{x(x-4)(x-1)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x} + \frac{161}{6} \int \frac{dx}{x-4} - \frac{7}{3} \int \frac{dx}{x-1} = \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{161}{6} \ln|x-4| - \frac{7}{3} \ln|x-1| + C$$

2-misol. $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} dx$

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} = \frac{A}{x^3} + \frac{B}{x^2} + \frac{D}{x} + \frac{E}{(x-2)^2} + \frac{F}{x-2}$$

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} = \frac{A(x-2)^2 + Bx(x-2)^2 + Dx^2(x-2)^2 + Ex^3 + Fx^3(x-2)}{x^3(x-2)^2}$$

$$x^3 - 2x^2 + 4 = Ax^2 - 4Ax + 4A + Bx^3 - 4Bx^2 + 4Bx + Dx^4 - 4Dx^3 + 4Dx^2 + Ex^3 + Fx^4 - 2Fx^3$$

$$\left. \begin{array}{l} x^4 : 0 = D + F \\ x^3 : 1 = -4D + E - 2F + B \\ x^2 : -2 = A - 4B + 4D \\ x : 0 = -4A + 4B \\ x^0 : 4 = 4A \end{array} \right\} \Rightarrow A=1, B=1, D=\frac{1}{4}, E=\frac{1}{2}; F=-\frac{1}{4}$$

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} dx = \int \frac{dx}{x^3} + \int \frac{dx}{x^2} + \frac{1}{4} \int \frac{dx}{x} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{(x-2)^2} - \frac{1}{4} \int \frac{dx}{x-2} = -\frac{1}{2x^3} - \frac{1}{x} + \frac{1}{4} \ln|x| - \frac{1}{4} \ln|x-2| - \frac{1}{2(x-2)}$$

3-misol. $\int \frac{xdx}{(x^2+1)(x^2+2x+5)}$ integrallang.

$$X^2+1=0 \Rightarrow x_1\sqrt{-1}=i; x_2=-\sqrt{-1}=-i$$

$$x^2+2x+5=0 \Rightarrow x_3=-1+2i; x_4=-1-2i$$

$$\frac{x}{(x^2+1)(x^2+2x+5)} = \frac{M_1x+N_1}{x^2+1} + \frac{M_2x+N_2}{x^2+2x+5}$$

$$\frac{x}{(x^2+1)(x^2+2x+5)} = \frac{(M_1x+N_1)(x^2+2x+5) + (M_2x+N_2)(x^2+1)}{(x^2+1)(x^2+2x+5)}$$

$$x = M_1x^3 + 2M_1x^2 + 5M_1x + N_1x^2 + 2N_1x + 5N_1 + M_2x^3 + N_2x^2 + M_2x + N_2$$

$$\left. \begin{array}{l} x^3 : 0 = M_1 + M_2 \\ x^2 : 0 = 2M_1 + N_1 + N_2 \\ x : 1 = 5M_1 + 2N_1 + M_2 \\ x^0 : 0 = 5N_1 + N_2 \end{array} \right\} \Rightarrow M_1 = \frac{1}{5}; M_2 = -\frac{1}{5}; N_1 = \frac{1}{10}; N_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{(x^2+1)(x^2+2x+5)} = \frac{2x+1}{10(x^2+1)} - \frac{2x+5}{10(x^2+2x+5)} = \frac{2x+1}{10(x^2+1)} - \frac{2x+2+3}{10(x^2+2x+5)}$$

$$\begin{aligned} \frac{xdx}{(x^2+1)(x^2+2x+5)} &= \frac{1}{10} \int \frac{2xdx}{x^2+1} + \frac{1}{10} \int \frac{dx}{x^2+1} - \frac{1}{10} \int \frac{(2x+2)dx}{x^2+2x+5} - \frac{1}{10} \int \frac{3dx}{(x+1)^2+4} = \\ &= \frac{1}{10} \ln|x^2+1| + \frac{1}{10} \arctg x - \frac{1}{10} \ln|x^2+2x+5| - \frac{3}{20} \arctg \frac{x+1}{2} C \end{aligned}$$

5. $\int R(\sin x, \cos x) dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash.

Biz shu paytgacha algebraik funksiyalarni ya'ni ratsional va irratsional funksiyalarni integrallashni ko'rdik. Endi $\int R(\sin x, \cos x) dx$ (1) ko'rinishdagi integralni ko'raylik. Bu integralni har vaqt $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ (2) almashtirish yordamida ratsional funksiyaning integraliga keltirish mumkin.

$$\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2 \arctg t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$$\text{Shunday qilib} \quad \left. \begin{array}{l} \sin x = \frac{2t}{1+t^2}; \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ x = 2 \arctg t; dx = \frac{2dt}{1+t^2} \end{array} \right\}$$

(3) ni (1) ga qo'ysak $\int R(\sin x, \cos x) dx = \int R\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right) \frac{2dt}{1+t^2}$ ratsional funksiyaning integrali

hosil bo'ladi. (2) almashtirish (1) ko'rinishdagi har qanday integralni integrallashga imkon beradi. Shuning uchun (2) ga universal almashtirish ham deyiladi.

Endi ba'zi bir xususiy hollarni ko'rib o'taylik.

6. $J = \int R(\sin x) \cos x dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash.

$J = \int R(\sin x) \cos x dx$ ko'rinishdagi integral $\sin x = t$, $\cos x dx = dt$ almashtirish bilan $J = \int R(t) dt$ ko'rinishdagi ratsional funksiya'ning integraliga keladi.

7. $J = \int R(\tan x) dx$ ko'rinishdagi integrallarni integrallash

$J = \int R(\tan x) dx$ ko'rinishdagi integral esa $\tan x = t$, $x = \arctg t$, $dx = \frac{dt}{1+t^2}$ almashtirish bilan

$J = \int R(t) \frac{dt}{1+t^2}$ ko'rinishga keladi.

8. $J = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ integrallarni integrallash

$J = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ integralda n va n larning bittasi toq bo'lsin, masalan $n=2p+1$ desak

$$J = \int \sin^m x \cdot \cos^{2p+1} x dx = \int \sin^m x \cdot \cos^{2p} x \cos x dx = \int \sin^m x \cdot (1 - \sin^2 x)^p \cos x dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x dx = dt \end{array} \right| = \int t^m (1-t^2)^p dt$$

-bu esa t ning ratsional funksional.

$J = \int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ integralda m va n lar juft bo'lib, ularning bittasi manfiy bo'lsa $\tan x = t$ yoki $\cot x = t$ almashtirish bajariladi.

Agar m, n lar manfiy bo'lmagan juft sonlar bo'lsa, bu holda

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x), \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \text{ formuladan foydalaniladi.}$$

9. $\int \cos^m x \cdot \cos^n x dx$; $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$; $\int \sin^m x \cdot \sin^n x dx$ ($m \neq n$) ko'rinishidagi integrallarni integrallash

ko'rinishdagi integrallarni hisoblashda quyidagi formulalardan foydalaniladi:

$$\cos^m x \cdot \cos^n x = \frac{1}{2} [\cos(m+n)x + \cos(m-n)x]$$

$$\sin^m x \cdot \cos^n x = \frac{1}{2} [\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$$

$$\sin^m x \cdot \sin^n x = \frac{1}{2} [\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$$

Misol

$$1. J = \int \frac{dx}{3+5\cos x} = \left| \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}; dx = \frac{2dt}{1+t^2} \right| = \int \frac{dt}{4-t^2} = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{2+t}{2-t} \right| + C = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{2+tg \frac{x}{2}}{2-tg \frac{x}{2}} \right| + C$$

$$2. \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx = \int \sin^2 x (1 - \sin^2 x) \cdot \cos x dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ dt = \cos x dx \end{array} \right| = \int t^2 (1-t^2) dt = \frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5} + C = \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Ko'phad nima?
2. Ratsional kasr nima? Ildiz nima?
3. Ratsional kasr eng sodda kasrlarga qanday ajratiladi?
4. Ratsional kasr sodda kasrlarga ajratishda qanday hollar bo'lishi mumkin?
5. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishni bilasizmi?
6. Maxraji kompleks ildizlarga ega bo'lgan holda ratsional kasrlar qanday integrallanadi?
7. Trigonometrik funksiyalarni integrallashda qanday almashtirishlar ishlatiladi?
8. Qanday trigonometric funksiyalarni integrallashda $\tan x = t$ yoki $\cot x = t$ almashtirish bajariladi?

4.10. ANIQ INTEGRALNING TA'RIFI. N'YUTON-LEYBNIS FORMULASI. O'ZGARUVCHINI ALMASHTIRIB, BO'LAKLAB INTEGRALLASH. ANIQ INTEGRAL YURDAMIDA YUZA VA HAJMLARNI HISOBLASH. XOSMAS INTEGRAL. TURLI DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA AMALIY MASALALAR YECHISH

Reja.

1. Egri chiziqli trapetsiyaning yuzini topish.
2. Kuch ta'srida bajarilgan ishni hisoblash masalasi.
3. Aniq integral va uning ta'rif.
4. Aniq integrallning xossalari.
5. Yuqori chegarasi o'zgaruvchi bo'lgan integral va Nyuton-leybnis formulasi
6. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida Yuzalarni hisoblash.
7. Aniq integralda o'zgaruvchini almashtirish.
8. Aniq integralni bo'laklab integrallash
9. Xosmas integral.

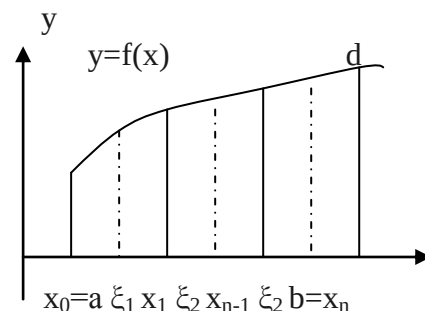
Tayanch so'zlar. Funksiya, egri chiziqli trapesiya, kesma, yuza, ish, kuch, integral yig'indi, limit.

1. Egri chiziqli trapetsiyaning yuzini topish.

Yuqoridan tenglamasi $y=f(x)$ egri chiziq bilan, pastdan OX o'qi bilan, yon tomonlaridan $x=a$, $x=b$ to'g'ri chiziqlari bilan chegaralangan egri chiziqli trapesiyaning yuzini toping.

Faraz qilaylik $[a,b]$ kesmada $y=f(x)$ funksiya aniqlangan, uzuliksiz va $f(x) \geq 0$ bo'lsin. $[a,b]$ kesmasini $a=x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n=b$ nuqtalar bilan $n[x_{i-1}, x_i]$, ($i=\overline{1,n}$) ta bo'lakchalarga bo'lib va bo'linish nuqtalaridan OY o'qiga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazsak natijada **acdb** egri chiziqli trapesiyamiz n ta kichik egri chiziqli trapesiyalarga (trapesiyachalarga) ajraladi. Endi har bir $[x_{i-1}, x_i]$ kesmachada ixtiyoriy ξ_i , ($i=\overline{1,n}$) nuqta tanlab olinib, $f(x)$ funksiyaning bu ξ_i nuqtalaridagi qiymatlarini $f(\xi_i)$, asosi $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning yuziga teng bo'ladi:

$$s_i \approx f(\xi_i) \Delta x_i \quad (i=\overline{1,n}) \quad c$$



Butun ya'ni **acdb** egri chiziqli trapesiyaning yuzi taxminan hamma kichik egri chiziqli trapesiyalar yuzlarining yigindisiga teng bo'ladi:

$$s \approx f(\xi_1) \Delta x_1 + f(\xi_2) \Delta x_2 + \dots + f(\xi_n) \Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

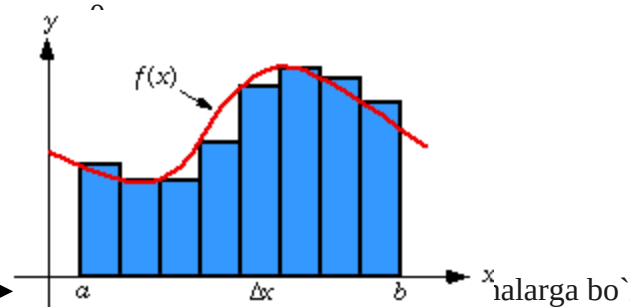
(1)

Agar $[x_{i-1}, x_i]$ kesmalar uzunliklarining eng kattasini $\lambda \rightarrow$

$$S = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i \quad (2)$$

desak bo'ladi.

2. Kuch ta'srida bajarilgan ishni hisoblash masalasi.



Faraz qilaylik biror D moddiy nuqtaga OX o'qi yo'nalishida biror o'zgaruvchan $F=f(x)$ kuch ta'sir qilinsin. Moddiy D nuqtaning F kuch ta'sirida biror a nuqtadan b nuqtagacha harajatangandagi bajarilgan ishini hisoblaylik.

$[a,b]$ kesmasini n ta $[x_{i-1}, x_i]$ ($i = \overline{1, n}$)

bo'lakchalarga bo'lib har bir $[x_{i-1}, x_i]$

bo'lakchada F kuchini deyarli



o'zgarmas deb hisoblasak u holda har bir bo'lakchada bajarilgan ish taxminan $A_i \approx f(\xi_i) \Delta x_i$ bo'ladi. Bu erda $\xi \in [x_{i-1}, x_i]$, $f(\xi_i)$ esa kesmadagi ta'sir etayotgan kuch.

U holda $[a,b]$ da $F=f(x)$ kuch ta'sirida bajarilgan taxminan

$$A \approx f(\xi_1) \Delta x_1 + f(\xi_2) \Delta x_2 + \dots + f(\xi_n) \Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

Agar $\max\{\Delta x_i\} = \lambda$ desak va $\lambda \rightarrow 0$ bo'lsa, u holda bajarilgan ish quyidagicha bo'ladi:

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i \quad (3)$$

Juda ko'p texnika, mexanika va fizika masalalarini yechishda (2),(3) ko'rinishdagi yigindilarning limitini hisoblashga to'g'ri keladi.

3. Aniq integral va uning ta'rifi.

$y=f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada aniqlangan bo'lsin. $[a,b]$ ni $a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$ nuqtalar bilan n ta bo'lakchalarga ajratib va har bir $[x_{i-1}, x_i]$ ($i = \overline{1, n}$) kesmada ixtiyoriy ξ_i , ($i = \overline{1, n}$) nuqta olib bu nuqtalardagi $f(x)$ funksiyasining qiymatlarini $f(\xi_i)$ deylik $[x_{i-1}, x_i]$ kesmalarning uzunliklarini $\Delta x = x_i - x_{i-1}$ deb belgilab quyidagi ko'paytmalar yigindisini tuzaylik:

$$s = f(\xi_1) \Delta x_1 + f(\xi_2) \Delta x_2 + \dots + f(\xi_n) \Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i \quad (1)$$

(-1)ga funksiyaning $[a,b]$ kesmadagi integral yigindisi deyiladi.

Ta'rif. Agar $[a,b]$ da aniqlangan $f(x)$ funksiya uchun tuzilgan (1) integral yigindi, $\lambda \rightarrow 0$ da $[a,b]$ ni ixtiyoriy n ta bo'lakchalarga bo'lish usuliga va har bir $[x_{i-1}, x_i]$ bo'lakchada ixtiyoriy ξ_i nuqtani tanlab olish usuliga bog'liq bo'lmagan limitga ega bo'lsa, bu limitga $[a,b]$ kesmada $f(x)$ funksiyadan olingan aniq integral deyiladi va

$$\int_a^b f(x) dx$$

ko'rinishida yoziladi.⁶

Shunday qilib ta'rifga ko'ra
$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i \quad (2)$$

a, b -larga mos ravishda integralning quyi va yuqori chegarasi, $[a,b]$ ga integrallash sohasi deyiladi.

Agar $f(x)$ funksiya uchun (2) limit mavjud bo'lsa $f(x)$ funksiyaning $[a,b]$ kesmada integrallanuvchi funksiya deyiladi.

Aniq integralning geometric ma'nosi yuqoridagi

1-masaladagi egri chiziqli rapesiyaning yuzini beradi:

$$s = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i = \int_a^b f(x) dx$$

2- masalada esa bajarilgan ish $F=f(x)$ kuchdan olingan integralga teng:

⁶ James Stewart Calculus 7E 296-310- betlar

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta_i = \int_a^b f(x) dx$$

1-teorema. $[a, b]$ kesmada uzulisiz bo'lgan har qanday $f(x)$ funksiya shu kesmada integrallanuvchi bo'ladi.

2-teorema. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da integrallanuvchi bo'lishi uchun shu kesmada chegaralangan bo'lishi zarur.

1-eslatma. $[a, b]$ da chegaralanmagan funksiya shu kesmada integrallanuvchi bo'lmaydi.

2-eslatma. Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da chekli, ya'ni sanoqli uzilish nuqtalariga ega bo'lib, chegaralangan bo'lsa, bu funksiya shu kesmada integrallanuvchi bo'ladi.

Agar $a > b$ bo'lsa $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ bo'ladi, chunki $a = x_0 > x_1 > x_2 > \dots > x_n = b$

Bo'lib $\Delta x_i = x_i - x_{i-1} < 0$ bo'ladi. Agar $a = b$ bo'lsa $\int_a^b f(x) dx = 0$ bo'ladi:

Integral o'zgaruvchini har qanday harif bilan belgilash mumkin:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz = \int_a^b f(y) dy$$

4. Aniq integrallning xossalari.

1-xossa. O'zgarmas ko'paytuvchini aniq integral belgisidan tashqari chiqarish mumkin:

$$\int_a^b A f(x) dx = A \int_a^b f(x) dx \quad (A - \text{o'zgarmas son})$$

$$\begin{aligned} \text{Isboti. } \int_a^b A f(x) dx &= \left(\text{aniq integral} \right) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n A f(\xi_i) \Delta x_i = \left(\lim \text{itning} \right) \\ &= A \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i = A \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

Keyingi xossalari ham aniq integralning ta'rifidan va limitning xossalaridan foydalanib osongina isbotlanadi. Shuning uchun biz ularning isbotini o'qituvchilarga havola qilib, ba'zilarining geometric ma'nosini ko'rsatib beramiz.

$$\text{2-xossa} \quad \int_a^b [f_1(x) \pm f_2(x)] dx = \int_a^b f_1(x) dx \pm \int_a^b f_2(x) dx$$

3-xossa Agar $[a, b]$ da $f(x)$ va $\varphi(x)$ funksiyalar $f(x) \leq \varphi(x)$ tengsizlikni qanoatlantirsalar, u holda

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b \varphi(x) dx \quad \text{munosabat o'rinli bo'ladi.}$$

Isboti. Geometrik nuqtai

Nazardan ko'raylik. Agar $f(x) > 0$,

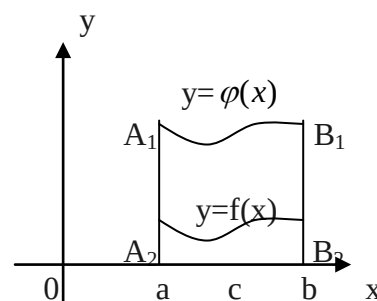
$\varphi(x) > 0$ bo'lib, $f(x) \leq \varphi(x)$ bo'lsa u holda

aA_1B_1b egri chiziqli trapesiyaning yuzidan kichik bo'lmaydi.

4-xossa. Agar $f(x)$ funksiya $[a, c], [c, b]$ ($a < c < b$) kesmalarning har biriga integrallanuvchi bo'lsa, u holda bu funksiya shu $[a, b]$ da ham integrallanuvchi bo'lib.

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

bo'ladi



Bu hossaning geometrik ma'nosi: asosi $[a,b]$ bo'lgan egri chiziqli trapesiyaning yuzi asoslari $[a,c]$ va $[c,b]$ bo'lgan egri chiziqli trapesiyalar yuzlarining yigindisiga teng bo'ladi.

5-xossa. Agar $[a,b]$ da diffrensiallanuvchi bo'lgan $f(x)$ funksiyaning shu kichik va eng katta qiymatlari mos ravishda m va M bo'lib, $a \leq b$ bo'lsa, u holda

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

Munosabat o'rinli bo'ladi.

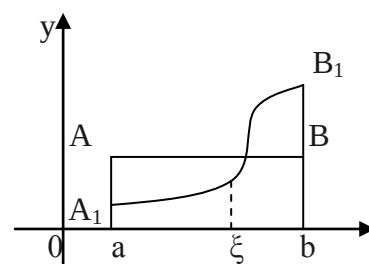
$$\text{Isboti. } m \leq f(x) \leq M \Rightarrow \int_a^b m dx \leq \int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b M dx \Rightarrow m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

6-xossa. (O'rta qiymat haqidagi teorema). Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada uzuliksiz bo'lsa, u holda bu kesmada shunday ξ nuqta topiladiki, vu nuqtada

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(\xi)$$

Munosabat o'rinli bo'ladi.

Isboti.geometrik nuqtai nazardan aA_1B_1 egri chiziqli trapesiyaning yuzi taxminan $aABb$ to'g'ri to'rtburchak ning yuziga teng



5. Yuqori chegarasi o'zgaruvchi bo'lgan integral va [Nyuton-leybonis formulasi](#).

Faraz qilaylik $[a,b]$ kesmada integrallanuvchi bo'lgan $f(x)$ funksiyadan olingan integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

bo'lsin.

Biz bilamizki integral o'zgaruvchini istalgan harf bilan belgilash mumkin, shuning uchun

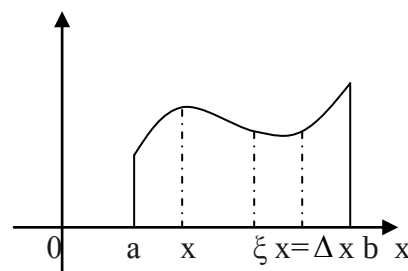
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$$

deylik.

Biz bilamizki agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ da integrallanuvchi bo'lsa $[a,x]$ da ($a \leq x \leq b$) ya'ni $\forall x \in [a,b]$ ham integrallanuvchi bo'lib, integral qiymati x ning funksiyasi bo'ladi.

$$\Phi(x) = \int_a^x f(u)du \quad (1)$$

(1)integral $acdx$ egri chiziqli trapesiyaning yuzini ifodalaydi. Agar $[a,b]$ da x o'zgarsa $\Phi(x)$ ham o'zgarishi ravshan.



Teorema. Agar $f(u)$ funksiya $u=x \in [a,b]$ nuqtada uzuliksiz bo'lsa u holda $\int_a^x f(u)du$

integraldan yuqori chegarasi bo'yicha olingan hosila integral ostidagi funlsiyaga teng b'lib, unda integrallash o'zgaruvchisi o'rniga integralning yuqori chegarasi qo'yiladi, ya'ni

$$\Phi'(x) = f(x) \text{ yoki } \left(\int_a^x (u)du \right)' = f(x) \text{ bo'ladi.}$$

Isboti. x ga Δx orttirma bersak $\Phi(x)$ orttirma oladi.

$$\Delta \Phi(x) = \Phi(x + \Delta x) - \Phi(x) = \int_a^{x+\Delta x} f(u) du - \int_a^x f(u) du = \int_a^x f(u) du + \int_x^{x+\Delta x} f(u) du - \int_a^x f(u) du = \int_x^{x+\Delta x} f(u) du$$

$\Delta \Phi(x) = \int_x^{x+\Delta x} f(u) du$. Agar $\int_x^{x+\Delta x} f(u) du$ integralka o`rta qiymat haqidagi teoremani tadbiq qilsak

$$\int_x^{x+\Delta x} f(u) du = f(\xi) \Delta x \quad (x < \xi < x + \Delta x) \text{ bo`lib, } \Delta \Phi(x) = f(\xi) \Delta x \text{ bo`ladi.}$$

$$\text{hosilaning ta`rifiga ko`ra } \Phi'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\xi) \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(\xi) = f(x)$$

chunki $\Delta x \rightarrow 0$ da $x + \Delta x \rightarrow x$ demak $x < \xi < x + \Delta x$ bo`lgani uchun $\Delta x \rightarrow 0$ da $\xi \rightarrow x$ ravshan. Shunday qilib $\Phi'(x) = f(x)$

Bu isbot qilingan, matematik analiz kursining asosiy teoremlarining biri bo`lgan teoremdan ko`rinadiki $[a, b]$ da uzuliksiz bo`lgan har qanday  $f(x)$  funksiya uchun  $\int_a^x f(u) du$  aniq integrak bshlang`ich funksiyasi cheksiz ko`p bo`lgani uchun ularning ixtiyoriy bittasini $F(x)$ boshqasiga esa $\int_a^x f(u) du$ desak ular bir biridan o`zgarmas sonda farq qiladi:

$$F(x) = \int_a^x f(u) du + C$$

O`zgarmas C ni topish uchun, $x=a$ desak $F(a) = \int_a^a f(u) du + C \Rightarrow C = F(a)$, $x=b$ desak

$$F(b) = \int_a^b f(u) du = F(a) \Rightarrow \int_a^b f(u) du = F(b) - F(a) \text{ yoki } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

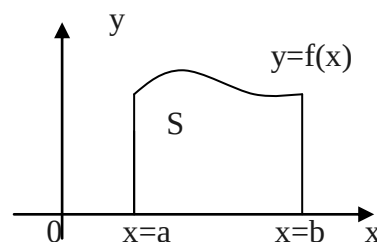
Nyuton-leybnis formulasi kelib chiqadi.

$$F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b \text{ deb ham belgilanadi.}$$

6. To`g`ri burchakli koordinatalar sistemasida Yuzalarni hisoblash.

Biz bilamizki agar $y=f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada aniqlangan, aniqlangan uzuliksiz va $f(x) \geq 0$ bo`lsa, u holda yuqoridan tenglamasi  $y=f(x)$  bo`lgan egri chiziq bilan va yon tomonlaridan $x=a$, $x=b$, to`g`ri chiziqlar bilan chegaralangan egrichiziqli

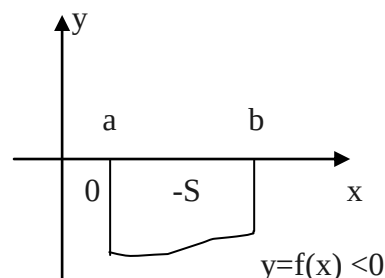
$$\text{trapesiyaning yuzi } S = \int_a^b f(x) dx \quad (1) \text{ bo`lar edi}$$



a) Agar $[a, b]$ kesmada $f(x) < 0$ bo`lsa, u holda

$$\int_a^b f(x) dx \text{ integral qiymati ham manfiy bo`ladi,}$$

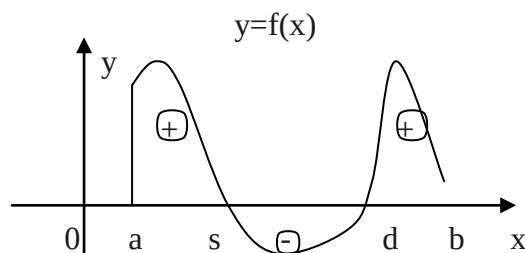
$$\text{ya`ni } S = \int_a^b [-f(x)] dx = - \int_a^b f(x) dx$$



b) agar $y=f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada ishorasini chekli son marta almashtirsa u holda $f(x) \geq 0$ bo'lgan kesmalar uchun alohida, $f(x) < 0$ bo'lgan kesmalar uchun alohida aniq integrallar hisoblanib so'ngra ular qo'shiladi

$a < c < d < b$ bo'lsa

$$S = \int_a^c f(x)dx - \int_c^d f(x)dx + \int_d^b f(x)dx$$



Aslida yuzalar manfiy bo'lmagani uchun yuzalar yig'indisinin odatdagi ma'noda hosil qilish uchun integrallar absolyut qiymatlar yig'indisini olish kerak ya'ni

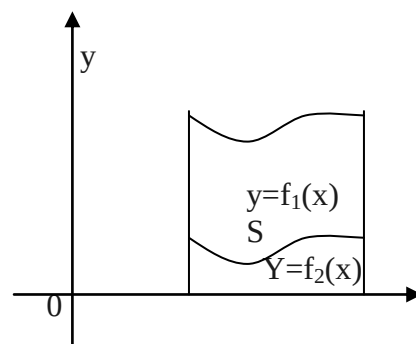
$$S = \int_a^b |f(x)|dx$$

v) Agar yuqoridan $y=f_1(x)$, pastdan $y=f_2(x)$ egri chiziqlar bilan yn tomonlardan esa $x=a$, $x=b$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan yuza

$f_1(x) \geq f_2(x)$, $a < b$ bo'lgan holda

$$S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]dx = \int_a^b f_1(x)dx - \int_a^b f_2(x)dx$$

(2) formula bilan hisoblanadi.



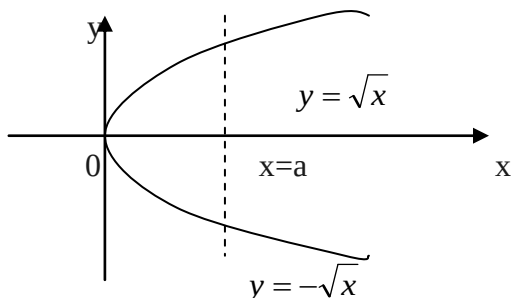
x

g) agar egri chiziqli trapesiyamiz yuqoridan parametric tenglamasi $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$ ($a \leq t \leq \beta$ va $\varphi(\alpha)=a$, $\varphi(\beta)=b$) bo'lgan negri chiziq bilan chegaralangan bo'lsa, u holda bu yuzani

topish uchun $S = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b ydx$ formulada $x=\varphi(t)$ $dx=\varphi'(t)$

$y=f(x)=f[\varphi(t)]=\psi(t)$ almashtirish bajarsak $S = \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t)\varphi'(t)dt$ (3) formul hosil bo'ladi.

Misollar. 1) Tenglamasi $y=y^2$ va $x=a$ bo'lgan chiziqlar bilan chegaralangan yuzani toping.



$$S = 2 \int_0^a ydx = 2 \int_0^a \sqrt{x}dx = \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^a = \frac{4}{3} a\sqrt{a}$$

7. Aniq integralda o'zgaruvchini almashtirish.

Faraz qilaylik bizda $[a,b]$ kesmada integrallanuvchi bo'lgan funksiya $f(x)$ berilgan bo'lib,

undan shu kesmada olingan $\int_a^b f(x)dx$ (1) aniq integral mavjud bolsin.

Bizning maqsad shu (1) aniq integralni hisoblash uchun o'zgaruvchini shunday almashtiraylikki natijada hosil bo'lgan aniq integral berilgan aniq integralga nisbatan ancha soda bo'lsin.

Teorema. Agar (1) da $x=\varphi(t)$ (2) almashtirish bajarganimizda $\varphi(t)$ funksiya quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

1. $\varphi(t)$ funksiya $[c,d]$ kesmadagi aniqlangan va uzuliksiz $\varphi'(t)$ hosilaga ega bo'lsin.
2. yangi o'zgaruvchi t $[c,d]$ kesmada o'zgarganda $\varphi(t)$ funksiyaning qiymati $[a,b]$ dan chiqmasin.
3. $\varphi(c)=a$, $\varphi(d)=b$ bo'lsin, bu holda

$$\int_a^b f(x)dx = \int_c^d f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \quad (3)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Isboti. $f(x)$ funksiya $[a,b]$ da uzuliksiz bo'lgani uchun uning sgu kesmadagi boshlang'ich funksiyasini $F(x)$ desak u holda Nyuton-Leybnis formulasiga ko'ra $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

(4). Tenglik o'rinli bo'ladi. Agar $x=\varphi(t)$ desak $F(x)=F(\varphi(t))$ funksiyaning $f(\varphi(t)) \varphi'(t)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya ekanligini ko'rish qiyin emas.

$$\text{haqiqattan } [F(\varphi(t))]' = \begin{pmatrix} \text{murakkab} \\ \text{funksiyaning} \\ \text{hosilasigako'ra} \end{pmatrix} = F'[\varphi(t)]\varphi'(t) = f[\varphi(t)]\varphi'(t) \text{ chunki}$$

$$F'(x)=f(x)$$

$$x=\varphi(t) \text{ desak } F'[\varphi(t)] = f[\varphi(t)].$$

demak Nyuton-leybnis formulasiga ko'ra

$$\begin{aligned} \int_c^d f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt &= F[\varphi(t)]_c^d = F[\varphi(d)] - F[\varphi(c)] = F(b) - F(a) = \left(\text{Agako'ra} = \right. \\ &= \int_a^b f(x)dx \Rightarrow \int_c^d f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt \end{aligned}$$

Misol yechganda integral osidagi funksiya yuqoridagi shartlarni qanoatlantirishi shart.

$$\text{Misol.1)} \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \left| \begin{array}{l} x = \sin t \\ 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ dx = \cos t dt \end{array} \right| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cdot \cos t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{\pi}{4}$$

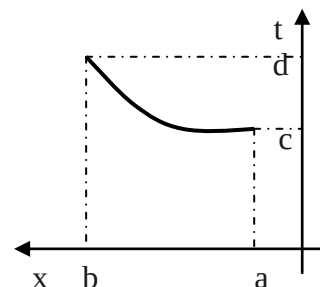
$$2) \int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}} \left| \begin{array}{l} x+1 = t^2 \\ dx = 2t dt \\ x=3 \text{ da } t=2 \\ x=8 \text{ da } t=3 \end{array} \right| = \int_2^3 \frac{t^2-1}{t} \cdot 2t dt = 2 \int_2^3 (t^2-1) dt = 10 \frac{2}{3};$$

8. Aniq integralda bo'laklab integrallash.

Teorema. Agar $u(x)$, $v(x)$ funksiyalar $[a,b]$ kesmada uzuliksiz bo'lgan $u'(x)$ va $v'(x)$ hosilalarga ega bo'lsa, u holda

$$\int_a^b u dv = (uv) \Big|_a^b - \int_a^b v du \quad (1)$$

formula o'rinli bo'ladi.



Isboti. Haqiqitan $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$ dank o'rinadiki $u(x) \cdot v(x)$ funksiya, bu holda Nyuton-Leybnis formulasiga ko'ra

$$\int_a^b [u'(x)v(x) + u(x)v'(x)] dx = [u(x)v(x)]_a^b$$

$$\text{Yoki } \int_a^b u(x)v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b v(x)u'(x) dx \quad \text{yoki} \quad \int_a^b u dv = (uv) \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

Bu erdagi asosiy maqsad $\int_a^b u dv$ integralda u va v adav deb shunday tanlash kerakli natijada $\int_a^b u dv$ integralga nisbatan ancha soddaro bo'lishi kerak.

$$1) \int_0^1 \arctg x dx = \left| \begin{array}{l} u = \arctg x \\ du = \frac{dx}{1+x^2} \\ dv = dx \\ v = x \end{array} \right| = x \cdot \arctg x \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} - \ln 2$$

$$2) \int_1^2 x e^x dx = \left| \begin{array}{l} u = x, e^x dx = dv \\ du = dx, v = e^x \end{array} \right| = (x e^x) \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = (e^x(x-1)) \Big|_1^2 = e^2$$

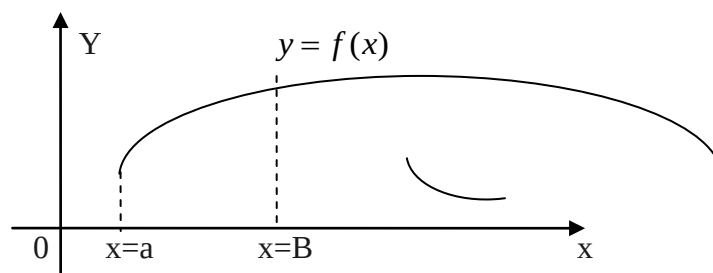
9. Chegarasi cheksiz bo'lgan integral.

Biz $\int_a^b f(x) dx$ aniq integralda chegaralari chekli bo'lib, integral ostidagi funksiya uzluksiz va chegaralangan bo'lsin degan edik. Endi bu shartlarning bajarilmagan hollarini ko'raylik.

$f(x)$ funksiya $[a, +\infty]$ oraliqda aniqlangan, uzluksiz va uning ixtiyoriy chekli qismida integrallanuvchi bo'lsin, Ixtiyoriy $B > a$ sonni olamiz. Shartga ko'ra $f(x)$ funksiya $[a, b]$ ($a < B < +\infty$) da integrallanuvchi.

Demak $\int_a^B f(x) dx$ integral V ning funksiyasi

$$\text{bo'ladi} \quad F(B) = \int_a^B f(x) dx.$$



Ta'rif. Agar $B \rightarrow +\infty$ da $\lim_{B \rightarrow +\infty} \int_a^B f(x) dx$ chekli limit mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$

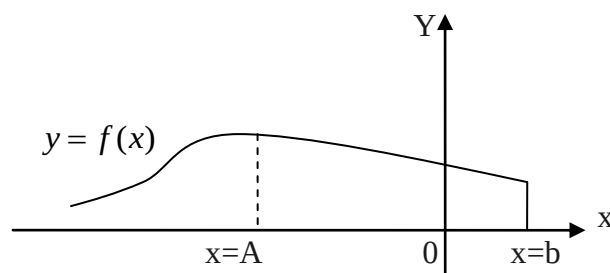
funksiyaning $[a, +\infty]$ oraliqdagi xosmas integrali deyiladi va $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ ko'rinishda yoziladi.

Demak ta'rifga ko'ra $\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{B \rightarrow +\infty} \int_a^B f(x) dx$ bo'ladi. Bu holda $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ xosmas integralni mavjud yoki yaqinlashuvchi deyiladi.

Agar $\lim_{B \rightarrow +\infty} \int_a^B f(x) dx$ chekli limit mavjud bo'lmasa, u holda $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ xosmas integralni mavjud emas yoki uzoqlashuvchi deyiladi.

Agar $f(x) > 0$ desak xosmas integralning geometric ma'nosi $y = f(x)$, $x = a$, $y = 0$ chiziqlar orasidagi cheksiz soha yuzini ifodalashi chizmadan ko'rinadi.

Xuddi shuningdek $\int_{-\infty}^b f(x)dx$ integralni ko'rsak $\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{A \rightarrow -\infty} \int_A^b f(x)dx$



Agar xosmas integral $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ ko'rinishda bo'lsa, u holda quyidagi ikkita xosmas integrallar yig'indisi sifatida qaraladi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^{+\infty} f(x)dx \quad c \in]-\infty, +\infty[$$

Agar o'ng tomondagi xosmas integrallarning har bir mavjud bo'lsa, u holda chap tomondagi integral mavjud bo'ladi.

Misol. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2} + \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{A \rightarrow -\infty} \int_A^0 \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{A \rightarrow -\infty} \arctg|_A^0 = 0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{B \rightarrow +\infty} \int_0^B \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{B \rightarrow +\infty} \arctg|_0^B = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \text{Demak xosmas integral yaqinlashuvchi ekan.}$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Aniq integral tushunchasi qanday paydo bo'lgan?
2. Egri trapetsiya nima?
3. Kuch ta'sirida bajarmagan ish qanday hisoblanadi?
4. Aniq integralning qa'tiy ta'rifi?
5. Aniq integralning xossalarini keltirib o'ting.
6. Aniq integralning 3-xossasini geometrik izoxi qanday?
7. 6- xossasining ma'nosini tushuntiri bering.
8. Bitta chegarasi o'zgaruvchi integral.
9. Nyuton - Leybnis formulasi.
10. Aniq integralni hisoblash usullari, ularni aniqmas integraldan farqi.
11. Aniq integralning qanday hisoblash usullarini bilasiz?
12. O'zgaruvchini almashtirib integrallashning mohiyati nimadan iborat?

MA'RUZA 11

4.11. KO'P ARGUMENTLI FUNKSIYANING ANIQLANISH SOHASI, LIMITI VA UZLUKSIZLIGI. XUSUSIY VA TO'LA ORTTIRMA, XUSUSIY HOSILA. TURLI DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA AMALIY MASALALAR YECHISH.

Reja. 1. Ko'p argumentli funksiya ta'rifi.

2. Ikki argumentli funksiya limiti. Funksiya orttirmalari.

3. Ikki argumentli funksiyaning xususiy hosilalari.

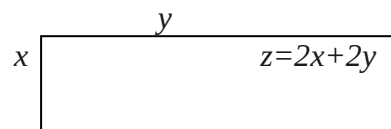
4. Xususiy differensiyalar.

Tayanch so'zlar. Ko'p argumentli funksiya, funksiya limiti, orttirmalari, xususiy hosila, xususiy differensiallar.

1. Ko'p argumentli funksiya ta'rif.

Biz shu vaqtgacha faqat bitta argument (x) ga bog'liq bo'lgan funksiyalarni o'rgandik. Lekin qiymatni bittagina emas, balki bir necha boshqa miqdorlarga bog'liq erksiz miqdorlar ham tez-tez uchrab turadi. Misollar ko'raylik (77-chizma).

1) To'g'ri to'rburchak perimetri (z) –
ikki argumentning: eni (x) va bo'yi (y)
ning funksiyasidir: $z = 2x + 2y$.



2) trapetsiyaning yuzi uchta
argument funksiyasidir:

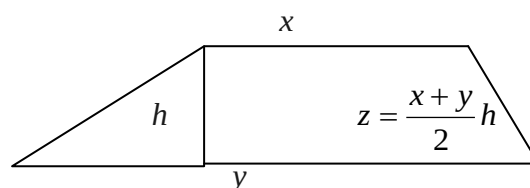
$$z = \frac{x+y}{2} h.$$

3) Markaziy koordinatalar boshida
bo'lgan shar sirtidagi har bir

nuqtaning applikatsi (z) bu nuqta

absissasi va ordinatasi (x va y)

ning funksiyasidir:



$$z = \pm \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \quad \text{yoki} \quad x^2 - y^2 + z^2 = R^2.$$

1-ta'rif. Agar $x, y, z, \dots, t$ o'zgaruvchilar qabul qila oladigan har bir qiymatlar to'plamiga u miqdor x, y, z bog'liqmas miqdorlarning funksiyasi deb ataladi va $u = f(x, y, z, \dots, t)$ kabi yoziladi.

2-ta'rif. $u = f(x, y, z, \dots, t)$ funksiyasining mavjudlik (aniqlanish) sohasi deb $x, y, z, \dots, t$ argumentlarning shunday qiymatlari sistemalari to'plamiga aytiladiki, bunday har bir qiymatlar sistemasi uchun u ning muayyan haqiqiy son qiymati mos keladi.

Masalan, $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ funksiyaning aniqlanish sohasi x va y ning $x^2 + y^2 \leq 4$ tenglikni qiymatlaridan, ya'ni markazi koordinatalar boshida bo'lib, radiusi 2 ga teng bo'lgan doira ichidagi nuqtalardan iborat.

2. Ikki argumentli funksiya limiti. Funksiya orttirmalari.

3-ta'rif. Agar $z = f(x, y)$ funksiyasining $M_0(x_0; y_0)$ nuqtaga yetarlicha yaqin hamma $M(x; y)$ nuqtalari uchun $f(x, y) - a$ ayirmaning absolyut qiymati oldindan berilgan ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ dan kichik bo'lsa, ya'ni $|f(x, y) - a| < \varepsilon$ bo'lsa, a son $M_0(x_0; y_0)$ nuqtada $f(x, y)$ funksiyaning limiti deyiladi.

4-ta'rif. $M_0(x_0; y_0)$ nuqtada $f(x, y)$ funksiya argumentlarining cheksiz o'zgarishi z ning kichik o'zgarishi mos kelsa, boshqacha aytganda, $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x; y) = f(x_0; y_0)$ tenglik bajarilsa,

z funsiya M_0 nuqtada uzluksiz deyiladi.

5-ta'rif. $z = f(x, y)$ funksiyaning x argumenti bo'yicha esa xususiy orttirmasi deb faqat x nigina o'zgaruvchi (y ni esa o'zgarmas) deb topilgan.

$\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$ orttirma aytiladi.

Shuningdek, y bo'yicha xususiy orttirma quyidagicha boladi: $\Delta_y z = f(x, y + \Delta y) - f(x, y)$.

Misol. $z = x \cdot y$ funksiya xususiy orttirmalarini toping. Ularni geometrik tasvirlang.

Yechish chizmadan ko'rish mumkin:

$$\Delta_x z = (x + \Delta x) \cdot y - x \cdot y = y \Delta x,$$

$$\Delta_y z = x(y + \Delta y) - x \cdot y = x \Delta y$$

Bir argumentli funksiya orttirmasi kabi ikki argumentli funksiya orttirmalari ham real ma'noga ega ekan.

Uch o'zgaruvchili tenglama geometrik jihatdan biror sirtni ifoda etadi. Chindan ham xOy tekislikdagi $M(x, y)$ nuqta $f(x, y)=0$ chiziqda joylashgan bo'lsa, $z=f(x, y)$ tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalar xOy tekislik bilan kesimi $f(x, y)=0$ chiziqdan iborat sirtni ifoda etadi.

3. Ikki argumentli funksiyaning xususiy hosilalari.

1-ta'rif. $z=f(x, y)$ funksiyaning x argumenti bo'yicha xususiy hosilasi deb ushbu

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} = \frac{\partial z}{\partial x} = z'_x = f'_x(x, y) \quad \text{limitiga aytiladi.}$$

Shuningdek, y argumenti bo'yicha xususiy hosilasi

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} = \frac{\partial z}{\partial y} = z'_y = f'_y(x, y) \quad \text{bo'ladi.}$$

Misollar. 1. $z=7x^3+3x^2y^3-xy^5-6y+1$; $\frac{\partial z}{\partial x} = ?$ $\frac{\partial z}{\partial y} = ?$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 21x^2 + 6x \cdot y^3 - y^5;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 9x^2y^2 - 5xy^4 - 6.$$

2. $z=x^y$; $z'_x=?$ $z'_y=?$

$$z'_x=y \cdot x^{y-1}, \quad z'_y=x^y \ln x.$$

$z'_y=x^7$ (chunki ikkinchi holda x o'zgarmas bo'lib, y ko'rsatkichli funksiya bo'ladi.)

Funksiyaning xususiy hosilalari yana funksiyadan iborat.

4. Ko'p argumentli funksiyaning xususiy differensiyalari.

$y=f(x)$ ning differensial kabi $z=f(x, y)$ ning differensial to'g'risida fikr yuritish mumkin.

Birinchi tartibli xususiy hosila ta'rifiga ko'ra: $\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x}$ edi. Bundan limit ta'rifiga

ko'ra: $\frac{\Delta_x z}{\Delta x} - \frac{\partial z}{\partial x} = \alpha_1$ (α_1 —cheksiz kichik miqdor), bundan

$$\Delta_x z = \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \alpha_1 \Delta x. \quad (a)$$

Demak, z funksiyaning x argument bo'yicha orttirmasi ikki qismdan iborat ekan.

Ta'rif. orttirmaning bosh qismi bo'lgan $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \Delta x$ ko'paytmaga z funksiyaning x argument

bo'yicha *xususiy differensial* deb ataladi va $d_x z$ kabi belgilanadi.

Shunday qilib $d_x z = \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x$ yoki $\Delta x = dx$ ekanligini e'tiborga olsak,

$$d_x z = \frac{\partial z}{\partial x} dx.$$

(1) dan

$$\frac{d_x z}{dx} = \frac{\partial z}{\partial x} \quad (1')$$

ya'ni xususiy differensialning mos argument differensialiga bo'lgan nisbati mos xususiy hosilaga teng bo'ladi. Xuddi (1)ga o'zshash.

$$d_x z = \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy \quad \text{yoki} \quad \frac{[d_y z]}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Misol. $z = \ln \operatorname{tg}(x^2 - 3y)$ funksiyaning xususiy differensiallarini toping.

$$\text{Yechish. } d_x z = \frac{1}{\operatorname{tg}(x^2 - 3y)} \cdot \frac{2x \cdot dx}{\cos^2(x^2 - 3y)} = \frac{4x \cdot dx}{\sin 2(x^2 - 3y)} dx.$$

$$d_y z = \frac{1}{\operatorname{tg}(x^2 - 3y)} \cdot \frac{-3 \cdot dy}{\cos^2(x^2 - 3y)} = -\frac{6 \cdot dy}{\sin 2(x^2 - 3y)}.$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Ko'p argumentli funksiya tushunchasiga olib keluvchi misollardan keltiring.
2. Ko'p argumentli funksiyaning aniqlanish sohasi deganda nima tushunasiz?
3. Xususiy hosila nima?
4. To'la differensial qanday topiladi?

MA'RUZA 12

4.12.DIFFERENSIAL TENGLAMALARGA OLIB KELADIGAN BA'ZI BIR MASALALAR. DIFFERENSIAL TENGLAMA TA'RIFI. DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING XUSUSIY VA UMUMIY YECHIMLARI. KOSHI MASALASI. O'ZGARUVCHILARGA AJRALADIGAN, BIR JINSLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

Reja.

1. Umumiy tushunchalar.
2. Birinchi tartibli differensial tenglamalar.
3. O'zgaruvchilari ajraladigan tenglamalar.
4. Bir jinsli tenglamalar.
5. Bir jinsli differensial tenglamalarga misollar

Tayanch so'zlar. Differensial tenglamalar, xususiy hosila, oddiy differensial tenglamalar, tenglamaning tartibi, bir jinsli differensial tenglama

1. Umumiy tushunchalar.

Ta'rif: Noma'lum funksiya argumentini funksiya va funksiyaning hosilasi yoki differensial bilan bog'laydigan tenglamaga *differensial tenglama* deyiladi.

Differensial tenglamaning umumiy ko'rinishi

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

yoki

$$F(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n}) \quad (2) \text{ kabi bo'ladi.}^7$$

Agar tenglamadagi funksiya bir argumentli bo'lsa, bunday tenglamani *oddiy differensial tenglama* deyiladi. Agar differensial tenglamada ikkita Yoki bir nechta $x, y, \dots$

o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan noma'lum z funksiya hamda $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}, \frac{d^2 y}{dx^2}$, va hokazo

xususiy hosilalar ishtirok etsa, bunday tenglama *xususiy hosilali differensial tenglama* deyiladi. Biz soddalik uchun bundan keyin oddiy differensial tenglamalar bilan ish ko'ramiz. Tenglamadagi hosila (Yoki differensial)ning eng yuqori tartibiga differensial tenglamaning

tartibi deyiladi. Masalan, $x dy - y^2 dx = 0$ va $yy' = \frac{x}{y}$, tenglamalar birinchi tartibli, $y'' - 4x^3 = 0$

ikkinchi tartibli, $5xy' - y''' = 8x$ uchinchi tartibli differensial tenglamalardir. Differensial tenglamani yechish tenglamani qanoatlantiruvchi funksiyaning topishdan iborat. Differensial tenglamaning *yechimi* deb differensial tenglamaga keltirib qo'yilganda uni ahamiyatga aylantiruvchi har qanday $y = f(x)$ funksiya aytiladi.

⁷ James Stewart Calculus 7E 603-618 betlar

Oddiy tenglamalar kabi differensial tenglamalar ham hayolan o'ylab topilgan bo'lmay, balki real zaruriyatlardan kelib chiqqan. Differensiallar ko'proq fizika va mexanikaga doir masalalarni yechish tufayli kelib chiqqan.

Misollar. 1. Shunday egri chiziqni topingki, uning har bir nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyenti $\operatorname{tg}\alpha = k = -\frac{x}{y}$, bo'lsin.

Yechish. Hosilaning geometrik ma'nosidan bilamizki, $\operatorname{tg}\alpha = k = y' = \frac{dy}{dx}$, Shartga ko'ra $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{x}{y}$.

Demak, $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$, Oddiy differensial tenglamani hosil qildik. Buni $ydy = -x dx$ deb yozish mumkin.

Tenglikning ikkala tomonini integrallash mumkin:

$$\int y dy = \int (-x) dx,$$

Integrallaymiz, natijada

$$\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + C \quad \text{Yoki } x^2 + y^2 = C$$

funksiyani hosil qilamiz. Bu funksiya $y = -\frac{x}{y}$, differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

2. h balandlikdagi havo bosimining o'zgarishi qonunini toping.

Yechish: Fizikadan bizga ma'lumki, bosim P havo zichligiga proporsionaldir u holda h balandlik Δh ga o'zgarganda bosim orttirmasi ΔP quyidagiga teng bo'ladi: $\Delta P = -k \cdot p \Delta h$ (bosim orttirmasi asosning yuzi 1 birlikka, balandligi h ga teng bo'lgan havo) ustunining og'irligiga teng). Orttirmani differensial bilan almashtirib, quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$Dp = -k p dh \quad \text{Yoki} \quad \frac{dp}{p} = -k dh.$$

Yechimi: $p = C e^{-kh}$.

Yuqoridagi misollardan ko'rinadiki, birinchi tartibli differensial tenglama yechimida bittadan o'zgarmas miqdor C ishtirok etayapti.

C o'zgarmas miqdorga aniq qiymatlar berib differensial tenglamaning aniq yechimlarini hosil qilamiz (Masalan, $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ va hokazo). Bularni *xususiy yechimlar* deyiladi. Umumiy holda (1) va (2) differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$\varphi(x, y_1, C_1, C_2, \dots, C_n) \quad (3)$$

ko'rinishida bo'ladi.

Umumiy yechimdan xususiy yechimni Ajratib olish uchun oldindan boshlang'ich shartlar deb atalgan shartlar berilgan bo'lishi kerak. Masalan,

$$x = x_0 \text{ bo'lganda } y = y_0 \text{ va } \frac{dy}{dx} = a_0 \quad (4)$$

Umumiy holda boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = x_0 \text{ bo'lganda } y = y_0; y' = (y_0), \dots, y^{(n-1)} = y_0^{(n-1)}. \quad (5)$$

(5) ga boshlang'ich shart yoki [Koshi sharti](#) deyiladi.

2. Birinchi tartibli differensial tenglamalar.

Birinchi tartibli differensial tenglamalarning umumiy ko'rinishi

$$F(x, y, y') = 0 \quad (6)$$

Kabi bo'ladi. (6) ning umumiy ko'rinishdagi yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$\varphi(x, y, C_1) = 0 \quad (7)$$

Birinchi tartibli differensial tenglamalarning turlarini qarab chiqaylik.

1. Eng sodd ko'rinishdagi differensial tenglama

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

shaklda bo'ladi. Uning umumiy yechimi

$$dy = f(x) dx$$

$$y = \int f(x) dx + C \quad (9)$$

ko'rinishda bo'ladi.

3. O'zgaruvchilari ajraladigan tenglamalar.

(6) tenglamani quyidagi ko'rinishda ham yozsak bo'ladi:

$$M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0 \quad (10)$$

bu yerda $M(x, y)$ va $N(x, y)$ funksiyalar x va y ga bog'liq bo'lib, quyidagi ko'rinishlarda bo'lishi mumkin:

a) $M(x, y) = M(x)$, $N(x, y) = N(y)$ bo'lsin. U holda (10) tenglama

$$M(x) dx + N(y) dy = 0 \quad (11)$$

Ko'rinishda bo'lib

$$\int N(y) dy = - \int M(x) dx$$

bo'ladi. Bu yerda $\int N(y) dy = \varphi_1(y)$, $\int M(x) dx = \varphi_2(x)$ deb belgilasak, $\varphi_1(y) = \varphi_2(x) + C_2$ funksiya berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

$M(x, y) = M_1(x) M_2(y)$; $N(x, y) = N_1(x) \cdot N_2(y)$ bo'lsin.

U holda (10) tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$M_1(x) M_2(y) dx + N_1(x) \cdot N_2(y) dy = 0. \quad (12)$$

O'zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{N_2(y)}{M_2(y)} dy + \frac{M_1(x)}{N_1(x)} dx = 0$$

Integrallab, umumiy yechimni topiladi.

(11) va (12) tenglamalar o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar deyiladi.

Misollar. 1. $(x-1) dx + y dy = 0$.

Yechish: $(x-1) dx = -y dy$.

Ikkala tomonidan integral olsak,

$$\int (x-1) dx = - \int y dy,$$

$$\frac{x^2}{2} - x = -\frac{y^2}{2} + C,$$

$$x^2 - 2x + y^2 + C_1 = 1 \quad (C_1 = -2C).$$

Bu funksiya berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

$$2. \frac{2x+1}{y+1} = \frac{dx}{dy}.$$

$$\text{Yechish: Tenglamadan: } \frac{dy}{dx} = \frac{y+1}{2x+1}.$$

O'zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{dy}{y+1} = \frac{dx}{2x+1}.$$

Tenglamani integrallaymiz:

$$\int \frac{dy}{y+1} = \frac{1}{2} \int \frac{d(2x+1)}{2x+1}.$$

$$\ln(y+1) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + \ln C,$$

$$y+1 = C\sqrt{2x+1} - 1.$$

Demak, berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi $y = C\sqrt{2x+1} - 1$. bo'ladi.

4. Bir jinsli tenglamalar.

Agar t ning har qanday qiymatida

$$M(tx, ty) = t^k M(x, y)$$

Ayniyat o'rinli bo'lsa, $M(x, y)$ funksiya x va y o'zgaruvchilarga nisbatan k o'lchovli bir jinsli funksiya deyiladi. Masalan,

$$x \cos \frac{y}{x}; x - y \cos \frac{y}{x}; \sqrt[3]{x^3 + y^3}; \frac{x^2 - y^2}{xy}$$
 funksiylar bir jinsli funksiylardir.

Agar (10) tenglamada $M(x, y)$ va $N(x, y)$ funksiylar 0 o'lchovli bir jinsli funksiylardan iborat bo'lsa, (10) tenglamaga *bir jinsli differensial tenglama* deyiladi. Bir jinsli differensial tenglamalarni yechish uchun $y = xu$ almashtirish kiritamiz. U holda

$\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx}$ bo'ladi. Buni keltirib (10) tenglamaga qo'ysak, o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama hosil bo'ladi.

Eslatma. (10) tenglamani $\frac{dy}{dx} = P(x, y)$ ko'rinishda ham yozish mumkin.

$$\left[P(x, y) = \frac{N(x, y)}{M(x, y)} \right].$$

$P(x, y)$ 0 o'lchovli bir jinsli funksiya bo'lganligi uchun $P(x, y) = P\left(1 \frac{y}{x}\right)$ bo'lib,

$$\frac{y}{x} = u; y = xu \text{ almashtirish bajaramiz.}$$

5. Bir jinsli differensial tenglamalarga misollar.

Misol. $(x^2 - 2xy)dy - (xy - y^2)dx = 0$.

$y = xu$ almashtirish kiritamiz:

$$dy = xdu + udx.$$

Bularni keltirib tenglamaga qo'yamiz va soddalashtiramiz:

$$(x^2 - 2x \cdot xu)(xdu + udx) - (xxu - x^2u^2)dx = 0$$

$$x(1 - 2u)du + (1 - 2u)udx = (u - u^2)dx$$

$$x(1 - 2x)du = u^2dx.$$

O'zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{1 - 2u}{u^2} du = \frac{dx}{x}.$$

Ikkala tomonidan integral olamiz:

$$\int \frac{1 - 2u}{u^2} du = \int \frac{dx}{x},$$

$$\int \frac{1}{u^2} du + \int \frac{-2}{u} du = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int u^2 du - 2 \int \frac{du}{u} = \int \frac{dx}{x};$$

$$\frac{u^{-1}}{-1} - 2 \ln u = \ln x + \ln C;$$

$$-\frac{1}{u} = \ln u^2 + \ln x + \ln C_1;$$

$$\ln(u^2 x C_1) = -\frac{1}{u}; u = \frac{y}{x};$$

$$\ln\left(\frac{y^2}{x^2} x C_1\right) = -\frac{x}{y}; \frac{y^2 C_1}{x} = e^{-\frac{x}{y}}; \frac{y^2 C_1}{x} e^{\frac{x}{y}} - 1 = 0$$

Bu tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Eslatma. C ixtiyoriy son bo'lgani uchun differensial tenglamaning umumiy yechimi C ga nisbatan har xil ko'rinishda bo'lishi mumkin:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax + by + C}{a_1x + b_1y + C}$$

ko'rinishdagi differensial tenglamalarni $x=x_1+\alpha$, $y=y_1+\beta$ almashtirishni bajarib, bir jinsli tenglamaga keltirish mumkin. Bu yerda α va β lar

$$a\alpha + b\beta + C = 0$$

$$a_1\alpha + b_1\beta + C_1 = 0$$

tengliklar o'rinli bo'ladigan qilib tanlab olinadi.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Differensial tenglama deb qanday tenglamalarga aytiladi?
2. Differensial tenglamaning umumiy yechimi nima?
3. Differensial tenglamaning xususiy yechimi nima?
4. O'zgaruvchisi ajraladigan differensial tenglamalar qanday yechiladi?
5. Bir jinsli differensial tenglama deb nimaga aytiladi?
6. Bir jinsli differensial tenglamalarni yechishda qanday almashtirish bajariladi?

MA'RUZA 13

4.13.YUQORI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR. TARTIBI PASAYUVCHI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR. IKKINCHI TARTIBLI O'ZGARMAS KOEFFISIYENTLI, BIR JINSLI VA BIR JINSLI BO'LMAGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR. DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI FARMASEVTIKA MASALALARIGA TADBIQI. DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH

Reja.

1. Tartibi pasayadigan differensial tenglamalar
2. Bir jinsli o'zgarmas koeffisientli differensial tenglamalar.
3. Xarakteristik tenglama.
4. Differensial tenglamalarni farmatsevtika masalalariga taqbiqi
5. Dasturiy paketlar yordamida hisoblash

Tayanch so'zlar. Differensial tenglamalar, xususiy hosila, oddiy differensial tenglamalar, tenglamaning tartibi, chiziqli differensial tenglama, bir jinsli chiziqli tenglamalar

1. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar.

1. $y'' = f(x)$ ko'rinishdagi tenglamalar rng soda, ikkinchi tartibli differensial tenglamalar deyiladi.

Bunday tenglamalarni $y' = \frac{dy}{dx} = p$ belgilash kiritib yechiladi. U holda

$$y' = \frac{dy}{dx} = f(x)$$

yoki

$$dp = f(x)dx$$

bo'ladi.

Ikkala tomondan integral olsak:

$$p = \int f(x)dx = F_1(x) + C_1$$

bo'ladi. Bundan

$$p = \frac{dy}{dx} = F_1(x) + C$$

$$dy = [F_1(x) + C_1]dx$$

yana bir marta integral olsak:

$$y = \int F_1(x)dx + C_1 \int dx \quad \text{Yoki}$$

$$y = F_2(x) + C_1x + C_2.$$

Bu berilgan, ikkinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Misol. $y'' = \sin x$ tenglamani yeching.

Yechishi. $y' = \frac{dy}{dx} = p$ belgilash kiritamiz, natijada:

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad \text{yoki} \quad \frac{dy}{dx} = \sin x$$

$$p = \int \sin x dx = -\cos x + C_1 \quad \frac{dy}{dx} = -\cos x + C_1, \text{ bundan } dy = (-\cos x + C_1)dx \text{ Integral olsak:}$$

$$y = -\int \cos x dx + C_1 \int dx.$$

Shunday qilib, umumiy yechim quyidagicha bo'ladi:

$$y = -\sin x + C_1x + C_2.$$

Tekshirish: $y' = -\sin x + C_1$ yoki $y' = -\cos x + C_1$; $y'' = \sin x$.

Bir jinsli chiziqli tenglamalar. Ushbu

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x) \quad (21)$$

(bunda $a_0, a_1, a_2, f(x)$ lar x ning funksiyalari yoki o'zgarmas sonlar) ko'rinishdagi tenglama ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama deyiladi.

Agar $f(x) = 0$ bo'lsa (21) tenglama, ya'ni

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x) \quad (22)$$

tenglama bir jinsli chiziqli tenglama deyiladi. (21) va (22) tenglamalarning chap tomoni y, y', y'' larga nisbatan birinchi darajali bir jinsli funksiyadir.

1 – teorema. Agar y_1 va y_2 – ikkinchi tartibli bir jinsli

$$y' + a_1 y'' + a_2 y = 0$$

differensial tenglamaning ikkita xususiy yechimi bo'lsa, u holda $y_1 + y_2$ ham bu tenglamaning yechimi bo'ladi.

Isbot. y_1 va y_2 lar tenglamaning yechimi bo'lgani uchun

$$y_1 + a_1 y_1' + a_2 y_1 = 0 \quad (23)$$

$$y_2 + a_1 y_2' + a_2 y_2 = 0$$

bo'ladi. (22) tenglamaga $y_1 + y_2$ ni qo'yamiz va (23) ni e'tiborga olsak:

$$(y_1 + y_2)'' + a_1(y_1 + y_2)' + a_2(y_1 + y_2) = (y_1'' + a_1 y_1' + a_2 y_1) + (y_2'' + a_1 y_2' + a_2 y_2) = 0 + 0 = 0$$

bo'ladi va $y_1 + y_2$ ham tenglamaning yechimi ekanligi kelib chiqadi.

2 – teorema. Agar y_1 (22) tenglamaning yechimi bo'lib, C ixtiyoriy o'zgarmas miqdor bo'lib, u holda Cy_1 ham (22) tenglamaning yechimi bo'ladi.

Isbot. (22) tenglamaga Cy_1 ni qo'yamiz, u holda

$$Cy_1'' + Cay_1' + Ca_2y = C(y_1'' + ay_1' + a_2y) = C \cdot 0 = 0$$

Bo'ladi. Teorema isbotlandi.

3 – teorema. Agar y_1 va y_2 (22) tenglamaning ikkita chiziqli erkli yechimi bo'lsa, u holda

$$y = C_1y_1 + C_2y_2$$

(bu yerda C_1 va C_2 ixtiyoriy o'zgarmas miqdorlar) ham (22) tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Bu teoremaning isboti 1 – va 2 – teoremlarda kelib chiqadi.

2. O'zgarmas koeffitsiyentli ikkinchi tartibli bir jinsli chiziqli tenglamalar.

Ta'rif: O'zgarmas koeffitsiyentli bir jinsli differensial tenglama deb $y'' + py' + qy = 0$ (1) ko'rinishdagi tenglamaga aytiladi.

Bunda yuqoridagi teoremlarga asosan bu tenglamaning umumiy yechimini topish uchun uning ikkita chiziqli erkli xususiy yechimini topish yetarlidir.

Tenglamani yechish uchun $y = e^{kx}$ deb faraz qilamiz, bu yerda k nolga teng bo'lmagan o'zgarmas son.

Hosilalarni topamiz:

$$y' = ke^{kx}, \quad y'' = k^2 e^{kx}.$$

Bularni (1) tenglamaga keltirib qo'yamiz:

$$k^2 e^{kx} + pke^{kx} + qe^{kx} = 0 \quad (2)$$

$e^{kx} \neq 0$ bo'lgani uchun (25) tenglamada

$$k^2 + pk + q = 0 \quad (3)$$

bo'ladi. Demak, k (2) tenglamani qanoatlantirsa, e^{kx} tenglamaning yechimi bo'ladi.

3. Xarakteristik tenglama.

(3) tenglama (1) tenglamaning *xarakteristik tenglamasi* deyiladi. (2) tenglama ikkita ildizga ega bo'ladi, ularni k_1 va k_2 bilan belgilaymiz:

$$k_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}; \quad k_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q};$$

Bu yerda quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

1. k_1 va k_2 haqiqiy va bir – biriga teng emas ($k_1 \neq k_2$):

2. k_1 va k_2 haqiqiy va bir – biriga teng ($k_1 = k_2$):

3. k_1 va k_2 kompleks sonlar;

Har bir holni alohida – alohida ko'rib chiqamiz:

a) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy va har xil ($k_1 \neq k_2$).

Bu holda

$$y_1 = e^{k_1 x}, \quad y_2 = e^{k_2 x}$$

funksiyalar xususiy yechimlar bo'lib, tenglamaning umumiy yechimi

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} \quad (3)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Haqiqatan ham, y' va y'' larni topamiz:

$$y_1 C_1 k_1 e^{k_1 x} + C_2 k_2 e^{k_2 x}, \quad y'' = C_1 k_1^2 e^{k_1 x} + C_2 k_2^2 e^{k_2 x};$$

bularni (25) tenglamaga qo'yamiz:

$$C_1 k_1^2 e^{k_1 x} + C_2 k_2^2 e^{k_2 x} + 3(C_1 k_1 e^{k_1 x} + C_2 k_2 e^{k_2 x}) + q(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}) = 0.$$

Chap tomondagi qavslarni ochib, gruppalaymiz:

$$(C_1 k_1^2 e^{k_1 x} + p C_1 k_1 e^{k_1 x} + q C_1 e^{k_1 x}) + (C_2 k_2^2 e^{k_2 x} + q C_2 e^{k_2 x}) = 0$$

Yoki

$$C_1 e^{k_1 x} (k_1^2 + p k_1 + q) + C_2 e^{k_2 x} (k_2^2 + p k_2 + q) = 0. \quad (4)$$

k_1 va k_2 lar (2) tenglamaning ildizlari bo'lganligi uchun, (4) ning chap tomonidagi qavs ichidagi ifodalar nolga teng va umuman chap tomoni ham nolga teng bo'ladi.

Demak, $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ funksiya berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Misol. $y'' - 8y' + 15y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $k_1=5$; $k_2=3$ ildizga ega.

Demak, tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi

$$y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{3x}.$$

b) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy va teng.

Bu holda $k_1 = k_2 = \frac{p}{2}$ bo'lib, $2k_1 = -p$ Yoki $2k_1 + p = 0$

bo'ladi.

Bitta xususiy yechimi $y_1 = e^{k_1 x}$ ma'lumdir. Ikkinchi xususiy yechimini

$$y_2 = u(x) e^{k_1 x}$$

ko'rinishda izlaymiz. Bu yerda $u(x)=u$ aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lum funksiya. $u(x)$ ni aniqlash uchun y_2' va y_2'' larni topamiz:

$$y_2' = u' e^{k_1 x} + u k_1 e^{k_1 x} = e^{k_1 x} (u' + u k_1),$$

$$y_2'' = u' e^{k_1 x} + u' k_1 e^{k_1 x} + u' k_1 e^{k_1 x} + u k_1^2 e^{k_1 x} = e^{k_1 x} (u'' + 2k_1 u' + u k_1^2).$$

Bularni (25) tenglamaga keltirib qo'yamiz:

$$e^{k_1 x} [(u'' + 2k_1 u' + k_1^2 u) + p e^{k_1 x} (u' + k_1 u) + q u] = 0$$

yoki

$$e^{k_1 x} [u'' + (2k_1 + p)u' + (k_1^2 + k_1 p + q)u] = 0$$

k xarakteristik tenglamaning karrali ildizi va $k_1 + p = 0$ bo'lgani uchun $e^{k_1 x} u'' = 0$ yoki $u'' = 0$ bo'lishi kerak. Uni integrallab

$$u(x) = Ax + B$$

ni topamiz. Xususiy holda $B=0$, $A=1$ deb olsak,

$$u(x) = x \text{ bo'ladi.}$$

Shunday qilib, ikkinchi xususiy yechim kabi

$$y_2 = x e^{k_1 x} \text{ bo'ladi.}$$

Bularni nazarda tutsak, umumiy yechimni

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x} = e^{k_1 x} (C_1 + C_2 x)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

Misol. $4y'' - 12y' + 9y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi

$$4k^2 - 12k + 9 = 0$$

bo'lib uning ildizlari $k_1 = k_2 = \frac{3}{2}$ dir.

Demak, tenglamaning umumiy yechimi

$$y = (C_1 + C_2 x) e^{\frac{3}{2} x}.$$

v) xarakteristik tenglamaning ildizlari komoleks sonlar bo'lgan hol. Ildizlar $k_1 = \alpha + i\beta$.

$$k_2 = \alpha - i\beta. \text{ ko'rinishda bo'lsin.}$$

U holda differensial tenglamaning xususiy yechimlari

$$y_1 = e^{(\alpha + i\beta)x}, \quad y_2 = e^{(\alpha - i\beta)x}$$

ko'rinishda bo'ladi. y_1 va y_2 lar (26) tenglamani qanoatlantiradi. Biz quyidagi natijadan foydalanamiz:

Agar haqiqiy koeffitsiyentli bir jinsli chiziqli tenglamaning xususiy yechimi kompleks sonlardan iborat bo'lsa, u holda uning haqiqiy va mavhum qismlari ham shu tenglamaning yechimi bo'ladi.

Binobarin, xususiy yechim

$$e^{(\alpha+i\beta)x} = e^{\alpha x} \cos \beta x + i e^{\alpha x} \sin \beta x$$

bo'lgani uchun $e^{\alpha x} \cos \beta x, e^{\alpha x} \sin \beta x$ lar ham (26) tenglamaning yechimi bo'ladi. shunday qilib, (2) differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Misol. $y'' - 4y' + 7y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $k^2 - 4k + 7 = 0$ bo'lib, uning ildizlari

$k_1 = 2 + i\sqrt{3}; \quad k_2 = 2 - i\sqrt{3};$ dan iborat. Tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$y = e^{2x} (C_1 \cos \sqrt{3}x + C_2 \sin \sqrt{3}x).$$

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR YORDAMIDA TABIIY FAN SOHALARIDAGI MASALALARNI ECHISH

Hozirgi vaqtda fanning turli sohalarida fundamental fanlarning jumladan, oliy matematika fanining usullaridan keng foydalanish va matematik tushunchalarni o'rganishga ehtiyoj ortib borayotgani, hozirgi zamon fan taraqqiyotining tabiiy taqazosi deb qarash lozim.

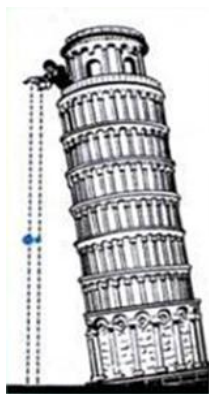
Matematik analizning muhim qismini tashkil etuvchi differensial tenglamalar fizika, kimyo, farmatsevtika, biologiya, tibbiyot va ko'pgina fan tarmoqlarida qo'yilgan masalalarni echishda yuqori o'rin egallaydi. Uning yordamida berilgan jarayon va hodisani tavsiflovchi o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi bog'lanishni o'rnatish mumkin.

Matematik analiz yordamida har qanday masalani echish uch bosqichga bo'linadi:

- 1) masala shartlarini matematik tilga ko'chirish;
- 2) masalani echish;
- 3) natijani baholash.

Ishning birinchi qismining asosi differensial tenglama tuzishdan iborat bo'lib, buning uchun ko'proq malaka kerak bo'ladi. Chunki differensial tenglama tuzish uchun umumiy usullar yo'q va bu sohada bilimlar aniq misollarni o'rganish natijasida egallanadi. Quyida bir necha masalalarni differensial tenglamalar yordamida echilishini ko'rib chiqamiz:

Erkin tushish tezlanishi



Yuqoridan tashlangan m massali jismni erkin tushishidagi v -tezligini o'zgartirish qonuniyatini ifodalovchi tenglamani tuzing (Bunda jismga havo qarshiligi hisobga olinmaydi). Nyutonning ikkinchi qonuniga ko'ra

$$m \frac{dv}{dt} = mg. \quad (1)$$

Bu erda $mg = F$ og'irlik tortilish kuchi. Bu tenglama differensial tenglamadir, chunki noma'lum funksiya v bo'lsa uni hosilasi $\frac{dv}{dt}$ qatnashadi.

Tenglamani qanoatlantiradigan $v = qt + c$ (2) (S -ixtiyoriy o'zgarmas son)ni tenglamaga qo'ysak qanoatlantirishiga ishonch xosil qilamiz. Demak, (1) tenglamani echimi (2) funksiyadan iborat. Echimda, ya'ni (2) da S qatnashadi. Chunki differensial tenglamada hosila qatnashgani uchun, noma'lum funktsiyani topishda, integrallash amali bajariladi. SHuning uchun S qatnashgan funksiya kelib chiqadi. Bunday (2) echimni differensial tenglamaning umumiy echimi deb ataladi. Agar biror shart berilsa, echimga tatbiq qilib S ni aniqlansa, hosil bo'lgan echim hususiy echim deyiladi.

SHuning uchun differensial tenglamani echganimizda birinchi navbatda umumiy echim aniqlanadi, so'ngra berilgan shartni qanoatlantiruvchi xususiy echim topiladi.

❖ YUqoridagi masalada $t = 0$, $v = v_0$ bo'lsin deb shart qo'ysak (odatda bunday shartni

boshlang'ich shart yoki Koshi sharti deyiladi). $v_0 = q \cdot 0 + c$, $c = v_0$ kelib chiqadi.

Umumiy echimdagi S ni o'rniga qo'ysak (2) echim $v = v_0 + qt$ (3) xususiy echim ko'rinishiga keladi.

Jismni sovush qonuni



Agar xavo temperaturasi (harorati) $20^{\circ} S$ bo'lsa va 20 min davomida $100^{\circ} S$ dan $60^{\circ} S$ gacha sovusa, qancha vaqtdan so'ng jism harorati $30^{\circ} S$ ga tushadi?

Echish: Jismni sovush tezligi Nyuton qonuniga ko'ra jism harorati va havo harorati orasidagi farqqa to'g'ri

proporsional bo'ladi. Jismning temperaturasi T desak, jism haroratining o'zgarish tezligi $\frac{dT}{dt}$ bo'lgani uchun $\frac{dT}{dt} = \kappa(T - 20)$. Bu differensial tenglamadir. Echimi: $T - 20 = C e^{kt}$, $t=0$ bo'lganda $T=100^\circ$ bo'lib $t=20$ min, bo'lsa $T=60^\circ$ $S=80$, $40 = 80 e^{20k}$ bo'lsa, $e^k = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}}$, $T = 20 + 80\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}}$.

$2T=30^\circ$ desak, $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}}$ yoki $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{20}}$ bundan $t=60$ minutdan so'ng jism harorati 100° dan 30° ga tushadi.

Mushaklarni qisqarish qonuni

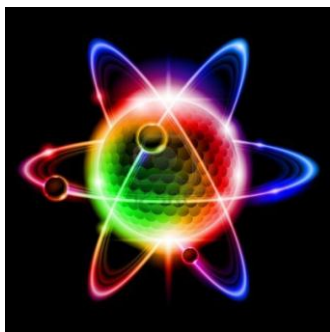


Mushaklarni qisqarish tezligi $x_0 - x$ ga mutanosib bo'lsa, mushaklarni vaqt davomida qisqarish qonuniyati topilsin. Organizmda mushaklarni qisqarishi t momentdagi xolatini $x=x(t)$ deb olamiz. x_0 - mushaklarni to'la qisqarishi $t=0$ da mushaklarni qisqarishi $x=0$ bo'lsin. V - o'zgarmas bo'lib, organizmga tushadigan yukka bog'liq.

Echish: $\frac{dx}{dt} = B(x_0 - x)$ differensial tenglamani echib

$x(t) = x_0(1 - e^{-Bt})$ topiladi.

Radiy miqdorining vaqt o'tishi bilan o'zgarishini ifodalovchi qonun



Radiyning emirilishi shunday boradiki, emirilish tezligi radiyning boshlang'ich miqdoriga proporsional bo'ladi. Agar **1600** yildan keyin mavjud radiy miqdorining yarmi qolishi ma'lum bo'lsa, radiy miqdorining vaqt o'tishi bilan o'zgarishini ifodalovchi qonunni toping.

Echish. Aytaylik, x - radiy miqdori va t vaqt (yillarda) bo'lsin. x ning t ga bog'lanishi $x = x(t)$ ni topish kerak. Tenglamani darhol masala shartiga asosan tuzamiz, unga asosan o'zgarish tezligi vaqt bo'yicha hosiladan iboratdir:

$$\frac{dx}{dt} = kx.$$

Bu erda k - proporsionallik koeffitsienti. Uni quyidagi ko'rinishda qayta yozamiz: $\frac{dx}{x} = k dt$ va $d(\ln x) = d(kt)$ differensiallar tengligidan funksiyalarning o'zlari o'zgarmasga farq qiladi degan hulosaga kelamiz:

$$\ln x = kt + C.$$

Tenglikda bitta ixtiyoriy o'zgarmas bor. Uni topish uchun boshlang'ich momentda ($t = 0$ da) radiy miqdori $x = x_0$ deb faraz qilamiz. Bu qiymatni tenglikga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz: $\ln x_0 = C$.

SHunday qilib, $\ln \frac{x}{x_0} = kt$; bundan radiy miqdorining vaqt o'tishi x_0 bilan o'zgarishini ifodalovchi qonunni xosil qilamiz:

$$x = x_0 e^{kt}.$$

Kulchasimon ko'rinishdagi dorivor moddalarning erish qonuni



Kulchasimon ko'rinishdagi dorivor moddaning erish tezligi dori tarkibidagi moddaning miqdoriga proporsional. Eriyotgan dorivor moddaning tarkibidagi dorivor modda massasining o'zgarishini vaqtga bog'liqligini aniqlash kerak. t vaqtga kelib dori miqdorining qolgan miqdori m bilan belgilaymiz. U holda

$$\frac{dm}{dt} = -kt, \text{ bu erda } k - \text{erish tezligi doimiysi.}$$

Tenglamadagi "–" vaqt o'tishi bilan dorivor ko'rinishidagi miqdor kamayib borishini ko'rsatadi.

Tenglamani echib $m = m_0 e^{-kt}$ formulani hosil

qilamiz. Bu formula tabletkadagi dorivor ko'rinishdagi modda erish qonunini integral ko'rinishda ifoda etadi. Boshlang'ich shartlar yordamida k – erish tezligi doimiysini topish mumkin:

$$k = \frac{\ln\left(\frac{m_0}{m}\right)}{t}.$$

Vaqt o'tishi bilan bakteriyalarning ko'payish qonuni

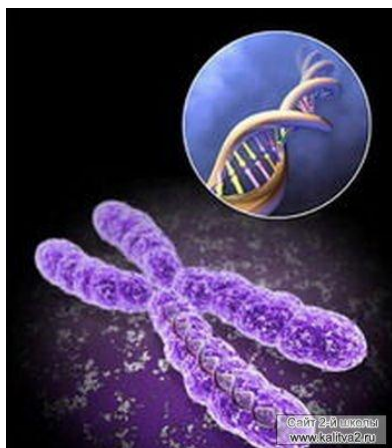


Ba'zi bakteriyalarning ko'payish tezligi muayyan vaqtdagi bakteriyalar miqdoriga proporsional bo'ladi. Bakteriyalar miqdori o'zgarishining vaqtga bog'liqligini aniqlash kerak. Muayyan vaqtdagi bakteriyalar miqdorini x bilan belgilaymiz. U vaqtda $\frac{dx}{dt} = kx$, bu erda k – proporsionallik koefitsienti. Hosil qilgan tenglamani boshlang'ich shartlar asosida echib, quyidagi bakteriyalarni ko'payish qonunini hosil qilamiz:

$$x = x_0 e^{kt}.$$

Bu formula qulay sharoitda vaqt o'tishi bilan bakteriyalarning ko'payish miqdori eksponensial qonun bo'yicha borishini ko'rsatadi.

Hujayralarning vaqt o'tishi bilan ko'payish qonuni



Hujayra sirti uning hajmiga nisbatan o'zgarmas bo'lib qoluvchi tayoqchasimon hujayralarda hujayra ko'payish tezligi $\frac{dl}{dt}$ muayyan vaqtdagi hujayra uzunligi l ga proporsional:

$$\frac{dl}{dt} = (a - b)l.$$

Bu erda a – hosil bo'lish va b – emirilish jarayonlarini harakterlovchi kattalikdir.

Boshlang'ich shartlar $t = 0, l = l_0$ lardan foydalangan holda hosil qilgan tenglamani echamiz:

$$l = l_0 e^{(a-b)t}.$$

Demak, tayoqchasimon hujayralarning ko'payishi ham eksponensial qonunga bo'ysinar ekan.

Epidemiya nazariyasi uchun differensial tenglama tuzish va uni echish



Tekshirilayotgan kasallik uzoq vaqt davom etuvchi bo'lganda epidemiya nazariyasida differensial tenglamalarni qanday tuzish va ularning echilishi bilan tanishamiz. Bunda infeksiyani uzatish jarayoni kasallikning davom etishiga nisbatan ancha tez va kasallikni yuqtirgan kishilar to'dada qolgan holda boshqa kishilarga kasallikni yuqtirishni davom ettiradilar.

Boshlang'ich vaqt $t = 0$ da a – kasallikni yuqtirgan manba'lar, b – yuqtirmagan manba'lar bo'lsin. $x(t)$, $y(t)$ – vaqtga kelib hosil bo'lgan kasallikni yuqtirgan va yuqtirmagan manba'lar soni bo'lsin. Bir avlod hayoti vaqtidan kichik har qanday vaqt oralig'idan t momentida quyidagi tenglik o'rinli:

$$x + y = a + b.$$

Mana shu shartda vaqt o'tishi bilan kasallanmagan manba'lar sonining o'zgarish qonuni, ya'ni $y = f(t)$ aniqlash kerak.

Infeksiya (kasallikni uzatish) kasallangan manba' bilan kasallanmaganlarning muloqati orqali o'tgani uchun kasallanmagan manba'lar vaqt o'tishi bilan kasallangan va kasallanmagan manba'lar muloqati miqdoriga proporsional ravishda kamayib boradi, dt vaqt oralig'i uchun $dy = -kxydt$ kelib chiqadi, bu erda k – proporsionallik koefitsienti. Bu tenglamaga yuqoridagi tenglamadan x ning qiymatini olib kelib qo'ysak, quyidagi differensial tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{dy}{dt} = -ky(a + b - y).$$

Boshlang'ich $t = 0$ da $y = b$ bo'lishidan foydalanib differensial tenglamani echimini topamiz.

$$y(t) = \frac{a(a+b)}{b + ae^{k(a+b)t}}.$$

Topilgan formula kasallanmagan manbalarning vaqt o'tishi bilan kamayish qonunini ifodalaydi.

Yuqorida ko'rib o'tilgan masalalar oddiy differensial tenglamalarni echish usullari orqali echildi. Differensial tenglamalar yordamida boshqa sohalarga oid ko'plab masalalar ham echish mumkin. Odatda amaliy masalalarni echishda tuzilgan tenglamalar noxiziqli differensial tenglamalarga keladi. Bunday tenglamalarni echishni umumiy usullari ishlab chiqilmagan. Ularni ayrim hususiy hollardagi echimini topishimiz mumkin.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar.

1. II-tartibli o'zgarmas koeffisientli differensial tenglamaning umumiy ko'rinishi.
2. Xarakteristik tenglama nima?
3. Xarakteristik tenglama yechimlari qanday topiladi?
4. Xarakteristik tenglama yechimlari kompleks son bo'lgan holda yechimning umumiy ko'rinishi qanday bo'ladi?
5. Xarakteristik tenglama yechimlari haqiqiy bo'lgan holda yechimning umumiy ko'rinishi qanday bo'ladi?

6. II-tartibli o'zgarmas koeffisientli differensial tenglamaning yechimlarining umumiy ko'rinishi qanday va ularga misol keltiring.

MA'RUZA 14

4.14.KOMBINATORIKA ELEMENTLARI. EHTIMOLLAR NAZARIYASINING ASOSIY PREDMETI, VOQEA VA HODISALAR HAQIDA TUSHUNCHA. EHTIMOLNING STATISTIK VA KLASSIK TA'RIFI. HODISALAR YIG'INDISINING EHTIMOLI, QARAMA-QARSHI HODISALAR. KAMIDA BITTA HGODISANING RO'Y BERISH EHTIMOLI.

Reja.

1. Ehtimol haqida tushuncha.
2. Ehtimolning klassik va statistik ta'riflari.
3. Hodisalar yig'indisining ehtimoli.
4. Qarama-qarshi hodisalar.

Tayanch so'zlar: ehtimol, tasodifiy hodisa, elementlar, muqarrar, mumkin bo'lmagan hodisalar, ehtimolning klassik va statistik ta'riflari, qarama qarshi hodisalar.

1. Ehtimol haqida tushuncha.

Ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri «tajriba» va tajriba natijasida kuzatilishi mumkin bo'lgan hodisa tushunchasidir.

Tajriba hodisani ro'yobga keltiruvchi shartlar to'plamining bajarilishini ta'minlashdan iboratdir. Tajribadan tajribaga o'tganda ro'y berayotgan hodisalar o'zgarib turadigan hollar hayotda keng miqyosda uchrab turadi, bu erda, albatta, tajribani vujudga keltiruvchi shartlar to'plami o'zgarmas bo'lgan hollar tushuniladi

Masalan: a) bir ish kuni mobaynida texnik xizmat ko'rsatilgan avtomobillar soni.

b) oilada tugilgan birinchi farzandning o'gil bola bo'lishi hodisasi ro'y beradi yoki ro'y bermaydi.

Tajriba natijasida ro'y berishi oldindan aniq bo'lmagan hodisa tasodifiy hodisa deyiladi.

Bir necha marta takrorlanuvchi tajribalar natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan elementlar hodisalar, hodisalar to'plamini vujudga keltiradi va bu hodisalar to'plami chekli, cheksiz bo'lishi mumkin.

Har qanday tasodifiy hodisa esa elementar hodisalar to'plamidan tashkil topgan bo'ladi. Tasodifiy hodisalarni, odatda, lotin alfavitining bosh harflari A, B, C,.....lar bilan belgilanadi. Tajriba natijasida har gal ro'y beradigan hodisa, muqarrar hodisa deyiladi va uni U harfi bilan belgilaymiz. Birorta ham elementar hodisani o'z ichiga olmagan hodisa mumkin bo'lmagan hodisa deyiladi va uni V harfi bilan belgilaymiz.

A va B hodisalar bir vaqtda ro'y berishi mumkin bo'lmasa, u holda A va B hodisalar birgalikda bo'lmagan hodisalar deyiladi, aks holda A va B hodisalar birgalikda deyiladi.

n ta teng imkoniyat (har birini ro'y berish imkoniyatlari bir xil), birgalikda bo'lmagan va har bir tajriba natijasida faqatgina bittasi ro'y berishi aniq bo'lgan $A_1, A_2, \dots, A_n$, elementlar hodisalar to'plamini hodisalarning to'lik gruppasini tashkil etuvchi to'plam deyiladi.

2. Ehtimolning klassik va statistik ta'riflari.

Ta'rif. A tasodifiy hodisaning ehtimoli deb, A hodisaning ro'y berishiga «qulaylik tug'diruvchi» elementar hodisalar soni m ni, ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalar soni n ga nisbatiga aytiladi va

$P(A)=m/n$ tenglik bilan aniqlanadi.⁸

n ta takroriy tajribalarda A hodisani kuzataylik. U k marta ro'y berdi deylik.

Ta'rif. A hodisaning nisbiy chastotasi deb, shu hodisaning ro'y bergan hollar soni k ni o'tkazilgan tajribalarning umumiy soni n ga nisbatiga aytiladi.

$W=k/n$

⁸ [Erwin Kreyzing]_Advanced_engineerring_mathematics(BookZZ.org)-1000-1001 betlar

Agar biror A hodisa ustida o'tkazilgan etarlicha ko'p sondagi takror tajribalar seriyasida hodisaning nisbiy chastotasi biror o'zgarmas son atrofida tebransa, shu o'zgarmas sonni A hodisaning statistik ehtimoli deb qabul qilinadi.

3. Hodisalar yig'indisining ehtimoli.⁹

1-xossa. Ikkita biragiklarda bo'lmagan A va B hodisalar yig'indisining ro'y berish ehtimoli, shu hodisalar ehtimollarining yig'indisiga teng, ya'ni

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Natija. Bir necha chekli sondagi birgalikda bo'lmagan hodisalar yig'indisining ehtimoli, shu hodisalar ehtimollarining yig'indisiga teng, ya'ni

$$P(A_1+A_2+\dots+A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

2-xossa: Ixtiyoriy A va B tasodifiy hodisalar yig'indisining ehtimoli shu hodisalar ehtimollarining yig'indisidan, bu hodisalarni birgalikda ro'y berish ehtimolini ayrilganiga teng, ya'ni

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

1-ta'rif. Agar A va B hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli:

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

bo'lsa, A va B hodisalar bog'liq bo'lmagan hodisalar deyiladi.

Ko'p hollarda A hodisaning ehtimolini biror B hodisa ($P(B) > 0$) deb faraz qilinadi) ro'y bergandan so'ng hisoblashga to'g'ri keladi.

2-ta'rif. A hodisaning B hodisa ro'y berish sharti ostidagi shartli ehtimoli deb, ushbu formula bilan aniqlanadigan ehtimolga aytiladi:

$$P_B(A) = P(AB)/P(B), \quad P(B) > 0$$

3-xossa. A va B bog'liqli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolini shu hodisa ro'y berish sharti ostida hisoblan ikkinchi hodisaning shartli ehtimoliga ko'paytmasiga teng:

$$P(AB) = P(A)P_B(A) \text{ yoki } P(AB) = P(B)P_B(A).$$

4-xossa. Bir nechta bog'liqli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli birining ehtimolini qolganlarining shartli ehtimollariga ko'paytmasiga teng, bunda har bir keyingi hodisaning ehtimoli, undan oldingi hamma hodisalarning ro'y berdi degan shartida hisoblanadi.

$$P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1)P_{A_1}(A_2)\dots P_{A_1\dots A_{n-1}}(A_n).$$

4. Qarama-qarshi hodisalar.

A hodisaga teskari hodisasiga qarama-qarshi hodisalar deyiladi va $\bar{A}$ bilan belgilandi.

$$P(A) = p \text{ va } P(\bar{A}) = q \text{ bo'lsa, } P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - q \text{ bo'ladi.}$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Hodisa nima?
2. Hodisaning qanday turlarini bilasiz?
3. Hodisa ehtimoliga ta'rif bering.
4. Hodisa ehtimolining yig'indisi.
5. Qarama-qarshi hodisa nima?

MA'RUZA 15

4.15.SHARTLI EHTIMOL. TO'LA EHTIMOL. O'ZARO BOG'LIQSIZ TAKRORIY SINASHLAR.

Reja.

1. Shartli ehtimol
2. To'la ehtimol
3. Bayes formulasi

⁹ [Erwin Kreyzing]_Advanced_engineerring_mathematics(BookZZ.org)-1002-1005 betlar

4. Bernulli formulasi.
5. Tajribalarning takrorlanishida hodisannig eng katta ehtimollik bilan ro'y berish soni
6. Laplas formulasi.
7. Puasson formulasi.

Tayanch so'zlar: Bernulli formulasi, Laplas formulasi, Puasson formulasi.

1. Shartli ehtimol.

1-ta'rif. Agar A va B hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli:

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

bo'lsa, A va B hodisalar bog'liq bo'lmagan hodisalar deyiladi.

Ko'p hollarda A hodisaning ehtimolini biror B hodisa ($P(B)>0$ deb faraz qilinadi) ro'y bergandan so'ng hisoblashga to'g'ri keladi.

2-ta'rif. A hodisaning B hodisa ro'y berish sharti ostidagi shartli ehtimoli deb, ushbu formula bilan aniqlanadigan ehtimolga aytiladi:

$$P_B(A)=P(AB)/P(B), \quad P(B) > 0$$

3-xossa. A va B bog'liqli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolini shu hodisa ro'y berish sharti ostida hisoblan ikkinchi hodisaning shartli ehtimoliga ko'paytmasiga teng:

$$P(AB)=P(A)P_A(B) \text{ yoki } P(AB)=P(B)P_B(A).$$

4-xossa. Bir nechta bog'liqli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli birining ehtimolini qolganlarining shartli ehtimollariga ko'paytmasiga teng, bunda har bir keyingi hodisaning ehtimoli, undan oldingi hamma hodisalarning ro'y berdi degan shartida hisoblanadi.

$$P(A_1A_2...A_n)=P(A_1)P_{A_1}(A_2)...P_{A_1...A_{n-1}}(A_n).$$

2. To'la ehtimol formulasi.

To'la grupp tashkil etadigan, juft-juti bilan birgalikda bo'lmagan $B_1, B_2, ..., B_n$ hodisalarning gipotezalarining biri ro'y bergandagina ro'y berishi mumkin bo'lgan A hodisaning ehtimoli, gipotezalaridan har birining ehtimolini A hodisaning ehtimoli tegishli shartli ko'paytmalari yig'indisiga teng.

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+...+P(B_n)P_{B_n}(A) \quad (**)$$

Bu erda

$$P(B_1)+P(B_2)+...+P(B_n)=1$$

(**) tenglik «to'la ehtimol formulasi» deyiladi.

3. Bayes formulasi.

A hodisa, hodisalarning to'la gruppasini tashkil etadigan, juft-jufti bilan birgalikda bo'lmagan, $B_1, B_2, ..., B_n$ hodisalarning (gipotezlarning) biri ro'y bergandagina ro'y berishi mumkin bo'lsin. Agar A hodisa ro'y bergan bo'lsa, u holda hodisalarining ehtimollarini ushbu Bayes formulalari bo'yicha qayta baholash mumkin.

$$P_A(B_i)=P(B_i)P_{B_i}(A)/P(A); \quad i=1,2,...,n$$

Bu yerda

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+...+P(B_n)P_{B_n}(A)$$

Misol 1. Davlatimizdan armiya safiga chaqiriluvchi o'smirlardan 50% i 1-viloyatdan, 30% i 2-viloyatdan va 20% 3-viloyatdan to'plandi. 1-viloyatdan har 100 o'smirdan 10 tasi, 2-viloyatdan esa 15 tasi va 3-viloyatdan 20 tasi qandaydir kasallik bilan kasallangan bo'lsin. Armiya safiga chaqirilgan o'smirlardan ixtiyoriy biri tibbiy ko'rikdan o'tkazilganda sog'lom ekanligi aniqlandi. Shu o'smirning 1-viloyatdan bo'lish ehtimoli topilsin.

Echish A-o'smirning sog'lom bo'lish hodisasi topilsin. Bu yerda uchta gipoteza

B_1 -o'smir 1-viloyatdan, B_2 -o'smir 2-viloyatdan, B_3 -o'smir 3-viloyatdan chaqirganligi bo'lsa, $P(B_1)=0,5; P(B_2)=0,3; P(B_3)=0,2$ o'smirning sog'lom bo'lishining shartli ehtimollari:

$$P_{B_1}(A)=0,9; P_{B_2}(A)=0,85; P_{B_3}(A)=0,8$$

Tavakalliga chaqirilgan o'smirning sog'lom bo'lish ehtimoli:

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+P(B_3)P_{B_3}(A)=0,5*0,9+0,3*0,85+0,2*0,8=0,865$$

U holda izlanayotgan ehtimol

$$P_A(B_1) = P(B_1)P_{B_1}(A)/P(A) \approx 0,52$$

Telegraf axboroti «nuqta» va «tire» signallaridan iborat. Axborotning «nuqta» dan iborat qismining urtacha 2/3 bo'lagi va «tire» dan iborat qismining o'rtacha 1/3 bo'lagi statistik kuzatishlarda noto'g'ri ko'rsatiladi. Uzatilayotgan signallar ichida 5:3 nisbatda «nuqta» va «tire» signallari uchraydi. Uzatilayotgan signallar qabul qilinganligi ma'lum. Uning a)



b) «nuqta» signali qabul qilingan. b) «tire» signali qabul qilinganligining ehtimoli topilsin.

Echish A-«nuqta» signali qabul qilinganlik hodisasi.

B- «tire» signali qabul qilinganlik hodisasi bo'lsin.

H_1 -uzatilgan signal «nuqta» va H_2 -uzatilgan signal «tire»dan iborat ikkita gipoteza bo'lib, shartga ko'ra

$$P(H_1):P(H_2)=5:3 \quad \text{va} \quad P(H_1)+P(H_2)=1. \quad \text{bulardan} \\ P(H_1)=5/8; \quad P(H_2)=3/8$$

Masalaning shartiga ko'ra :

$$P_{H_1}(A)=3/5; \quad P_{H_1}(B)=2/5; \quad P_{H_2}(A)=1/3; \\ P_{H_2}(B)=2/3;$$

A va B hodisalarning ehtimollarini, to'la ehtimollik formulasiga ko'ra topamiz:

$$P(A)=P(H_1) P_{H_1}(A)+ P(H_2)P_{H_2}(A)=\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$$

$$P(B)=P(H_1) P_{H_1}(B)+ P(H_2)P_{H_2}(B)=\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Izlanayotgan ehtimollar: a) } P_A(H_1)=P(H_1)P_{H_1}(A)/P(A)=\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } P_B(H_2)=P(H_2)P_{H_2}(B)/P(B)=\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

3. Bernulli formulasi.

Biror hodisani kuzatish uchun bir nechta tajriba o'tkazilsa, bu tajribalar bir-biriga bog'liq bo'lishlari yoki bog'liq bo'lmasliklari mumkin. Faraz qilaylik, bog'liq bo'lmagan n ta tajriba o'tkazilayotgan bo'lib, har bir tajribada kuzatilayotgan A hodisaning ro'y berish ehtimoli p va ro'y bermaslik ehtimoli $q=1-p$ bo'lsin. Kuzatilayotgan A hodisaning n ta tajribada k marta ro'y berish ehtimoli quyidagi $P_n(k)$ bernulli formulasi bilan topiladi.

$$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k} \quad \text{yoki} \quad P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

- Hodisanig: a) k dan kam marta;
 b) k dan ko'p marta;
 c) kamida k marta;
 d) ko'pi bilan k marta

ro'y berish ehtimollari mos ravishda quyidagi formulalar bo'yicha topiladi.

$$\text{a) } P_n(0)+P_n(1)+\dots+P_n(k-1) ;$$

$$\text{b) } P_n(k+1)+P_n(k+2)+\dots+P_n(n) ;$$

$$\text{c) } P_n(k)+P_n(k+1)+\dots+P_n(n)$$

$$\text{d) } P_n(0)+P_n(1)+\dots+P_n(k) .$$

4. Tajribalarning takrorlanishida hodisannig eng katta ehtimollik bilan ro'y berish soni

Agar (har bir tajribada kuzatilayotgan hodisaning ro'y berish ehtimoli p ga teng bo'lgan tajribalar ketma-ketligida) hodisaning k_0 marta ro'y berish ehtimol, tajribalarning boshqa, mumkin bo'lgan natijalari ehtimollaridan ortiq (yoki hech bo'lmaganda kichik emas) bo'lsa, u holda shu k_0 son eng katta ehtimolli son deyiladi.



Абраам де Муавр
(1667-1754)



Пьер-Симон Лаплас
(1749-1827)

Eng katta ehtimolli k_0 son ushbu qo'sh tengsizlikdan aniqlanadi:

$$np - q < k_0 < np + p$$

Bunda

a) agar $np - q$ son kasr bo'lsa, u holda bitta eng katta ehtimolli son k_0 mavjud bo'ladi.

b) agar $np - q$ son butun bo'lsa, u holda ikkita eng katta ehtimolli son, chunonchi k_0 va $k_0 + 1$ mavjud bo'ladi;

c) agar np butun son bo'lsa, u holda $k_0 = np$ bo'ladi.

Misol. 15 ta elementli biror

qurilmaning har bir elementi sinalmoqda. Elementning sinovga bardosh berish ehtimoli 0.9 ga teng. Sinovga bardosh beradigan elementarning eng katta ehtimolli sonini toping.

Echish.

Shartga ko'ra $n=15$; $p=0.9$; $q=0.1$; $np - p \leq k_0 \leq np + p$

Bunga masalada berilgan ma'lumotlarni qo'yib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$15 \cdot 0.9 - 0.1 \leq k_0 \leq 15 \cdot 0.9 + 0.9 \Rightarrow 13.4 \leq k_0 \leq 14.4 \Rightarrow k_0 = 14.$$

5. Muavr-Laplasning lokal teoremasi.

Har birida hodisaning ro'y berish ehtimoli p ($0 < p < 1$)ga teng bo'lgan, n ta bog'liq bo'lmagan tajribada hodisaning k marta yuz berish ehtimoli taqriban

$$P_n(k) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$$

ga teng. Bu erda $\varphi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$, $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$. x ning musbat qiymatlari uchun $\varphi(x)$ funksiya

jadvali 1-ilovada keltirilgan, x ning manfiy qiymatlari uchun ham o'sha jadvaldan foydalaniladi $\varphi(x)$ -juft funksiya, yani $\varphi(-x) = \varphi(x)$.

2. Muavr-Laplasning integral teoremasi. Har birida hodisaning ro'y berish ehtimoli p ($0 < p < 1$)ga teng bo'lgan, n ta bog'liq bo'lmagan tajribada hodisaning kamida k_1 marta ko'pi bilan k_2 marta yuz berish ehtimoli taqriban

$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x')$ gat eng bo'lib, bu yerda Laplas funksiyasi:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}; \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}};$$

X ning ($0 \leq x < 5$) musbat qiymatlari uchun Laplas funksiyasining jadvali 2-ilovada keltirilgan $x \geq 5$ qiymatlari uchun $\Phi(x) = 0.5$ deb olinadi; x ning manfiy qiymatlari uchun Laplas funksiya toqligini $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ hisobga olish lozim.

6. Puasson formulasi. Agar tajribalar soni n katta bo'lib, har bir tajribada hodisaning ro'y berish ehtimoli $p = \frac{\lambda}{n}$ ko'rinishda bo'lsa, u xolda

$$P_k \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$

Taqribiy formula yordamida hisoblanadi. Bu yerda k hodisaning n ta bog'lik bo'lmagan tajribada ro'y berishlar soni $\lambda = np$. λ va k ning qiymatlari uchun 3-ilovaga Puasson funksiyasining jadvali keltirilgan.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. O'zaro bog'liqsiz takroriy sinashlar deganda nima tushunasiz?
2. Qanday takroriy sinashlarda Bernulli formulasidan foydalaniladi?
3. Muavr-Laplas formulasidan qanday hollarda foydalaniladi?
4. Puasson formulasining mohiyati nimadan iborat?

MA'RUZA 16

4.16.TASODIFIY MIQDORLAR: DISKRET VA UZLUKSIZ TASODIFIY MIQDORLAR. DISKRET TASODIFIY MIQDORLARNING TAQSIMOT QONUNI VA SONLI XARAKTERISTIKALARI. ZICHLIK VA TAQSIMOT FUNKSIYALAR.TEKIS VA NORMAL TAQSIMOTLAR. UZLUKSIZ TASODIFIY MIQDORLAR VA ULARNING SONLI XARAKTERISTIKALARI. TURLI DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA AMALIY MASALALAR YECHISH

Reja.

1. Diskret tasodifiy miqdorda va ularning taqsimot qonuni.
2. Diskret tasodifiy miqdorining sonli xarakteristikalar
3. Uzluksiz tasodifiy miqdor va uning taqsimot funksiyasi.
4. Uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik (differensial) funksiyasi.
5. Uzluksiz tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalar

Tayanch so'zlar: Uzluksiz tasodifiy miqdor, taqsimot funksiyasi, zichlik funksiya, diskret tasodifiy miqdor, DTM ning taqsimot qonuni, matematik kutilma, dispersiya, o'rtacha kvadratik chetlatish.

1. Diskret tasodifiy miqdorda va ularning taqsimot qonuni

Ta'rif: muayyan sharoitda tasodifiy sabablarga bog'liq holda turli son qiymatlar qabul qilish mumkin bo'lgan o'zgaruvchi miqdorga tasodifiy miqdor deyiladi.¹⁰

Ta'rif: Agar tasodifiy miqdor o'zining o'zgarish sohasida chekli yoki sanoqli qiymatlarni ma'lum ehtimollar bilan qabul qilishi mumkin bo'lsa, bunday tasodifiy miqdor diskret tasodifiy miqdor deyiladi.

Ta'rif: Diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari bilan shu qiymatlarni qabul qilish ehtimollari orasidagi moslikka tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deyiladi va u

$$X : x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$$

$$P : p_1, p_2, \dots, p_n, \dots$$

Ko'rinishida berilishi mumkin.

Bu yerda

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1.$$

Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini grafik usulda ham tasvirlash mumkin. Buning uchun to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida $M_1(x_1, p_1), M_2(x_2, p_2), \dots, M_n(x_n, p_n)$ nuqtalar yasaladi va ular to'g'ri chiziq kesmalari orqali tutashtiriladi. Hosil qilingan figura taqsimot ko'pburchagi deyiladi.

X tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni analitik usulda

$$F_x(x_i) = P(X = x_i)$$

ko'rinishda beriladi. Analitik usulda berilgan ayrim misollarda qaraymiz.

1. Binomial taqsimot. Agar X tasodifiy miqdor $0, 1, 2, \dots, n$ qiymatlarni mos ravishda.

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$$

¹⁰ James Stewart Calculus 7E 592-594 betlar

ehtimollar bilan qabul qilsa, X binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi.

2. Puasson taqsimoti. Agar X tasodifiy miqdor $0, 1, 2, \dots, n$ qiymatlarni mos ravishda

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

ehtimollar bilan qabul qilsa, X Puasson qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi, bu yerda $\lambda = np$ (hodisaning n ta bog'lik bo'lmagan tajribalarda ro'y berishining o'rtacha soni)

a) DTM ning matematik kutilmasi.

Ta'rif: X diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi (o'rtacha qiymati) deb X tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlarini, shu qiymatlarni qabul qilish ehtimollari mos ko'paytmalarining yig'indisiga aytiladi. U odatda MX orqali belgilanadi. X tasodifiy miqdor Ushbu

$$X : x_1; x_2; \dots; x_n$$

$$P : p_1; p_2; \dots; p_n$$

taqsimot bilan berilgan bo'lsa, uning matematik qutilmasi quyidagicha

$$MX = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n, \quad \text{bo'ladi.}$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

Agar tasodifiy miqdor sanoqli qiymatlarni qabul qilsa, u holda $MX = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ bo'lib,

tenglikning o'ng tarafidagi qator absolyut yaqinlashuvchi deb olinadi va $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$ bo'ladi.

Xossalari:

1. $M(C)=0$, C-o'zgarmas son.
2. $M(X_1+X_2+\dots+X_n)=MX_1+MX_2+\dots+MX_n$
3. O'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ko'paytmalarini matematik kutilmasi shu tasodifiy miqdorlar matematik kutilmalarining ko'paytmasiga teng:

$$M(X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n) = MX_1 \cdot MX_2 \cdot \dots \cdot MX_n$$

4. $M(cX+b)=cM$

b) DTM ning dispersiyasi.

Ta'rif: X tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, uning matematik kutilishidan chetlanishi kvadrati $(X - MX)^2$ ning matematik kutilishiga aytiladi va u odatda DX yoki $D(X)$ orkali belgilanadi:

$$DX = M[X - M(X)]^2$$

Diskret X tasodifiy miqdor uchun bu formula ushbu ko'rinishni oladi.

$$DX = \sum_{i=1}^n (x_i - MX)^2 \cdot p_i \quad \text{yoki}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - MX)^2 \cdot p_i$$

Ta'rif: X tasodifiy miqdorning o'rtacha kvadratik chetlanishi deb dispersiyasidan olingan kvadrat ildizining arifmetik qiymatiga aytiladi va u odatda $\sigma(X)$ orqali belgilanadi.

$$\sigma(X) = \sqrt{DX}$$

ПУАССОН, СИМЕОН ДЕНИ (Poisson, Simeon-Denis) (1781–1840 гг.)



Французский математик, механик и физик. В 1811 он вывел получившее широкое применение уравнение, связывающее электрический потенциал с плотностью пространственного распределения заряда (уравнение Пуассона).

Dispersiya xossalari.

1. $D(C)=0$, C -uzgarmas son.

2. O'zgarmas ko'paytuvchini kvadratga ko'tarib dispersiya belgisidan tashqariga chiqarish mumkin: $D(aX)=a^2 DX$

3. Chekli sondagi bog'likmas tasodifiy miqdorlar yig'indisining dispersiyasi ularning dispersiyalarining yigindisiga teng.

$$D(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = DX_1 + DX_2 + \dots + DX_n$$

4. Bog'liqmas tasodifiy miqdorlar ayirmasining dispersiyasi ular dispersiyalarining ayirmasiga teng: $D(X-Y)=DX-DY$

$$5. DX=MX^2-(MX)^2$$

1. Uzlüksiz tasodifiy miqdor va uning taqsimot funksiyasi.¹¹

Shunday tasodifiy miqdorlar borki, uning mumkin bo'lgan qiymatlarini doim ham chekli yoki sanoqli to'plamga ekvivalent bo'lavermaydi. Balki uning mumki bo'lgan qiymatlari biror interval, kesma yoki butun sonlar o'qidan iborat bo'lishi mumkin. Bunday tasodifiy miqdorga uzluksiz tasodifiy miqdor deyiladi.

Ta'rif: Har bir haqiqiy x ga « X tasodifiy miqdor x dan kichik qiymat qabul qiladi» ($X < x$) degan hodisa ehtimolini mos qo'yuvchi funksiyaga X tasodifiy miqdorning taqsimot (interval taqsimot) funksiyasi deyiladi u odatda $F(x)$ orqali belgilanadi.

$$F(x) = P(X < x).$$

Xossalari.

1. $DF(x)=(-\infty; +\infty)$; $EF(x)=[0,1]$;

2. $F(x)$ kamaymaydigan funksiya;

3. Agar $x \in (a,b)$ bo'lib, $x=a$ bo'lsa, $F(x)=0$ va $x>b$ bo'lsa, $F(x)=1$ bo'ladi.

Natijalar. 1. $x \in (a,b) \Rightarrow F(a < x < b) = F(b) - F(a)$.

2. Uzlüksiz x tasodifiy miqdor yagona x_0 qiymatni qabul qilsa, u holda $P(X=x_0)=0$.

3. $x \rightarrow -\infty$ da $F(x) \rightarrow 0$ va $x \rightarrow +\infty$ da $F(x) \rightarrow 1$

2. Uzlüksiz tasodifiy miqdorning zichlik (differensial) funksiyasi.

Ta'rif: Uzlüksiz X miqdorning zichlik (differensial) funksiyasi deb X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasidan olingan birinchi tartibli hosilasiga aytiladi. U odatda $f(x)$ orqali belgilanadi: $f(x)=F'(x)$.

Xossalari:

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

$$3. P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

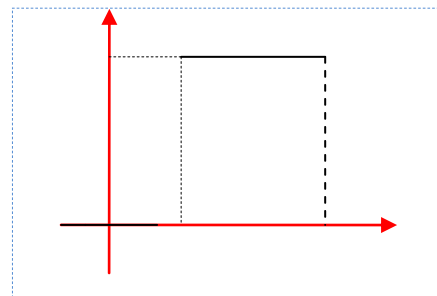
$$4. \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

Eslatma: Agar x tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari $[a; b]$ oraliqda bo'lsa, u holda

$$\int_a^b f(x)dx \quad \text{bo'ladi.}$$

1. Tekis taqsimot.

Ta'rif: Tekis taqsimlangan X uzluksiz tasodifiy miqdor deb, $f(x)$ zichligi biror $[a; b]$ kesmada o'zgarmas $\frac{1}{b-a}$ ga teng, bu kesmadan tashqarida esa nolga teng, yani:



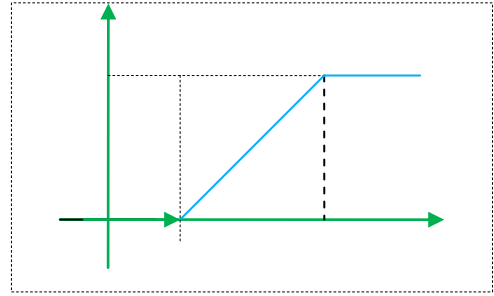
¹¹¹¹ [Erwin Kreyzing]_Advanced_engineerring_mathematics(BookZZ.org)-1020-1023 betlar

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \notin [a; b] \\ \frac{1}{b-a}, & \text{agar } x \in [a; b] \end{cases}$$

bo'lgan miqdorga aytiladi.

Tekis taqsimlangan tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi ushbu

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{agar } x \in [a, b] \\ 1, & \text{agar } x > b \end{cases}$$



2. Ko'rsatkichli taqsimot.

Ta'rif. Ko'rsatkichli taqsimlangan tasodifiy miqdor deb, taqsimot zichligi

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{agar } x \geq 0 \\ 0, & \text{agar } x < 0 \end{cases}$$

ko'rinishda bo'lgan X uzluksiz tasodifiy miqdorga aytiladi. Bu yerda λ -parametr biror tayin musbat songa teng.

Ko'rsatkichli tasodifiy miqdorning taqsimot

funksiyasi ushbu $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{agar } x \geq 0 \\ 0, & \text{agar } x < 0 \end{cases}$

3. Normal taqsimot. (Gauss taqsimoti)

Ta'rif. (a, σ^2) -parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb, zichlik funksiyasi

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, (\sigma > 0, -\infty < x < \infty)$$
 ko'rinishda

bo'lgan X uzluksiz tasodifiy miqdorga aytiladi.

Parametrik $(0, 1)$ bo'lgan normal taqsimlangan tasodifiy miqdorga standart normal taqsimotga ega deyiladi.

Xossalari.

1. $Df(x) = (-\infty; +\infty)$, $Ef(x) = (0; \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})$, juft

funksiya.

2. $(-\infty; a)$ oraliqda o'sadi, $(a; +\infty)$ - oraliqda kamayadi.

3. $x \rightarrow \pm\infty$ da grafigi Ox o'qiga asimtotik joylashadi.

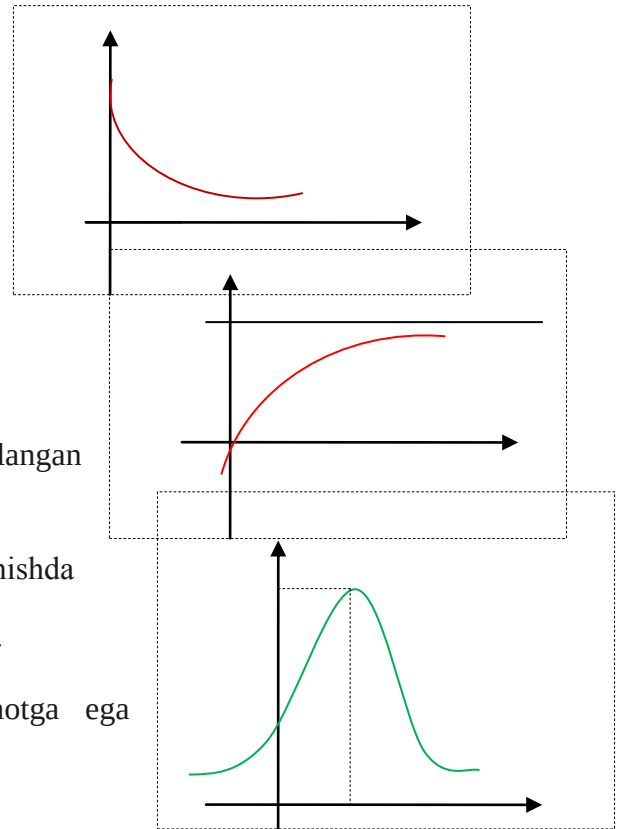
4. Yagona $x=a$ nuqtada yagona maksimumga ega.

5. $x = a \pm \sigma$ nuqtalarda burilishga ega.

Rasmda (a, σ^2) parametrli zichlik funksiya grafigi tasvirlangan. (a, σ^2) parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi ushbu

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt, (\sigma > 0, -\infty < a < \infty)$$
 ko'rinishda bo'ladi.

$(0, 1)$ -parametrli standart taqsimot funksiya ushbu ko'rinishda bo'ladi.:



$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,5 + \Phi(x)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad \text{Laplas funksiyasi deyilib uning qiymatlari jadvali berilgan, u quyidagi}$$

xossalarga ega:

1. $(-\infty; +\infty)$ oraliqda aniqlangan va uzluksiz.
2. Toq funksiya va $(-\infty; +\infty)$ oraliqda o'suvchi.
3. $x \rightarrow -\infty$ da $\Phi(x) \rightarrow -0,5$ va $x \rightarrow +\infty$ da $\Phi(x) \rightarrow 0,5$.

3. Uzluksiz tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalar¹²

Tayanch so'zlar: Uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi, dispersiyasi, mediana, k-tartibli boshlang'ich va markaziy momoment.

Taqsimot zichlik funksiyasi $f(x)$ dan iborat va $(-\infty; +\infty)$ oralikda aniqlangan.

X-uzluksiz tasodifiy miqdorning kutilishi ushbu

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx$$

formula bilan aniqlanadi, bu erda tenglikning o'ng tomonidagi integralni absolyut yaqinlashuvchi deb olinadi

agar X t.m. (a,b) da aniqlangan bo'lsa u xolda

$$MX = \int_a^b xf(x) dx$$

formula orqali ifodalanadi.

Uzluksiz tasodifiy miqdorning dispersiyasi Ushbu

$$DX = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - MX)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - [MX]^2, \quad X \in (-\infty; +\infty).$$

$$DX = \int_a^b (x - MX)^2 f(x) dx = \int_a^b x^2 f(x) dx - [MX]^2, \quad X \in [a, b].$$

Formulalar orkali topiladi.

Agar $M_0(X)$ ning mumkin bulgan qiymatlari zichlik funksiyaning maksimumini bersa, M_0 -uzluksiz X tasodifik miqdorning modasi deyiladi.

Ushbu :

$R(X < Me(X)) = P(X > Me(X))$ tenglikni qanoatlantiruvchi $Me(X)$ ga X uzluksiz tasodifiy miqdorning medianasi deyiladi.

X uzluksiz tasodifiy miqdorning k-tartibli boshlang'ich momenti

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x) dx \quad \text{yoki} \quad \nu_k = \int_a^b x^k f(x) dx$$

X uzluksiz tasodifiy miqdorning k-tartibli markaziy momenti

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - MX)^k f(x) dx \quad \text{yoki} \quad \mu_k = \int_a^b (x - MX)^k f(x) dx$$

Agar $k=1$ bo'lsa, u xolda $\nu_1 = MX$, $\mu_1 = 0$; agar $k=2$ bo'lsa $\mu_2 = DX$

Diskret tasodifiy miqdorlarning matematik kutilma va dispersiyasining xossalari uzluksiz tasodifiy miqdorlar uchun xam saqlanadi.

1. Tekis taksimlangan X uzluksiz t.m. ning sonli xarakteristikalar:

$$MX = (a+b)/2; \quad MX^2 = (a^2 + ab + b^2)/3;$$

¹² James Stewart Calculus 7E 594-597 betlar

$$DX = MX^2 - M^2X = (a-b)^2/12;$$

$$\sigma(X) = (b-a)/2\sqrt{3}$$

2. Kursatkichli X uzluksiz t.m. ning sonli xarakteristiklari

$$MX = 1/\lambda; \quad MX^2 = 2/\lambda^2;$$

$$DX = MX^2 - M^2X = 1/\lambda^2; \quad \sigma(X) = 1/\lambda.$$

3. Normal taqsimlangan X uzluksiz t.m. ning sonli xarakteristiklari:

$$MX = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} z = (x-a)/\sigma, x = \sigma z + a, dx = \sigma dz = a;$$

$$M_0 = M_e = MX = a;$$

$$DX = \sigma^2; \quad \sigma(X) = \sqrt{DX} = \sigma;$$

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \Phi[(\beta - a)/\sigma] - \Phi[(\alpha - a)/\sigma]$$

$\Phi(x)$ - Laplas funksiyasi,

$$MX = a; \quad P(|X - a| < \delta) = 2\Phi(\delta/\sigma).$$

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar.

2. Tasodifiy miqdorlar nima va ularga misollar keltiring.
3. Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunlari haqida ma'lumot keltiring.
4. Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va uning xossalari.
5. Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi va uning xossalari
1. Uzluksiz tasodifiy miqdorlarga misollar keltiring.
2. Uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi nima?
3. Uzluksiz tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyalari.
6. Uzluksiz tasodifiy miqdorning sonli xarakteristiklari haqida ma'lumot bering

MA'RUZA 17

4.17. MATEMATIK STATISTIKA ELEMENTLARI. BOSH TO'PLAM, TANLANMA TO'PLAM. VARIATION QATOR. TAQSIMOTNING EMPIRIC FUNKSIYASI

Reja.

1. Tanlama.
2. Variatsion qator.
3. Gruppalash
4. Gistogramma, poligon.
5. O'rta qiymatlar

Tayanch so'zlar: Tanlanma, bosh to'plam, varianta, variatsion qator

1 Tanlama.¹³

Statistik tahlil qilish uchun dastlab statistik ma'lumotlarga ega bo'lish kerak. Statistik ma'lumotlar kuzatuvlar yoki tajribalar o'rtacha yoshi, oilalardagi bolalarning o'rtacha soni va boshqa tomonlarini bilish uchun aholini ro'yxatdan o'tkazish ishlari olib boriladi. Bunda mamalakatdagi barcha kishilar va oilalar haqidagi ma'lumotlar hisobga olinadi. Bu esa ular asosida chiqarilgan xulosalarning to'la va aniqroq bo'lishini ta'minlaydi. Lekin hamma vaqt ham barcha ma'lumotlarni yig'ishning iloji bo'lmaydi.

Masalan, bizni har bir paxta ko'chatidan olinadigan hosilning o'rtacha og'irligi qiziqdirsin (yoki katta partiyada keltirilgan har bir detalning talabga javob berishligi yoki har bir ishlab chiqarilgan elektr lampochkasining o'rtacha ishlash vaqti). Bu holda barcha paxta kuchatlari (yoki detallar yoki lampochkalar) haqida ma'lumotlarni yig'ish (har birini tekshirish) juda ko'p mehnat va mablag'ni talab qiladiki bu esa maqsadga muvofiq emas.

Yuqorida keltirilgan misollarda masalan, barcha paxta ko'chatlarini emas balki bir qismini (masalan 1 gektar) tanlab olish, barcha detal yoki lampochkalarni emas, balki bir qismini

¹³ [Erwin Kreyzing]_Advanced_engineering_mathematics(BookZZ.org)-1065-1067 betlar

(masalan 100 ta yoki 300 tasini) tanlab olish va ular haqida kerakli ma'lumotlarni yig'ib xulosalar chiqarish mumkin.

Albatta, chiqarilgan xulosalarning to'la va aniqroq bo'lishi, ko'p jihatdan tanlanmaning qanday tanlanishiga bog'liqdir.

Tanlamalar olingandan keyin undan olingan ma'lumotlar quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad (1)$$

budan keyin biz tanlanma deganda ana shu (1) ma'lumotlarni nazarda tutamiz. Tanlanmadagi elementlar soni n tanlanma deyiladi. Tanlanmadagi x_i variantlar deyiladi.

2. Variatsion qator.¹⁴

Tanlanmadagi variantlar ketma-ket bajarilgan kuzatuv yoki o'lchovlar natijasi bo'lgani uchun ular orasida biror tartib bo'lishi shart emas. Variantlarni ma'lum bir tartibga solish uchun ularni o'sish yoki kamayish tartibida yozib chiqiladi. Hosil bo'lgan qatorga (variantlar qatoriga) variatsion qator deyiladi.

Masalan, birorta kuzatuvlar natijasida quyidagi tanlanma hosil qilingan bo'lsin

$$6, 2, 8, 8, 4, 2, 6, 2, 3, 3, 1$$

Bu tanlanmadagi elementlarni o'sish tartibida yozib chiqsak, quyidagi variatsion qator hosil bo'ladi.

$$1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 6, 6, 8, 8$$

Variatsion qatorni quyidagicha yozish ham mumkin:

$$x_i: \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n$$

$$n_i: \quad n_1 \quad n_2 \quad \dots \quad n_n$$

bu erda 1-qatorda tanlanmadagi variantlar o'sish tartibida va bir martadan yoziladi, 2-qatorda esa variantlarning takrorlanishlari soni yoziladi.

n_i ga x_i variantaning takrorlanish soni yoki chastotasi deyiladi.

Tabiiyki barcha chastotalar yig'indisi tanlanma hajmiga teng bo'ladi. Yuqorida olingan misol uchun variatsion qatorning bu ko'rinishi quyidagicha bo'ladi

$$x_i: \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \quad 8$$

$$n_i: \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 2$$

(2) dan yana quyidagi jadvalni hosil qilish mumkin.

$$x_i \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n$$

$$n_i \quad n_1/n \quad n_2/n \dots \quad n_n/n$$

bu jadvalga o'rganilayotgan belgining empirik taqsimoti deyiladi. n_i/n larni esa nisbiy chastotalar deyiladi va ularni w_i bilan ham belgilanadi. Nisbiy chastotalar yig'indisi birga teng bo'ladi.

Quyidagi funksiyaga empirik taqsimot funksiyasi deyiladi.

$$F(x) = \frac{m(x)}{n}$$

3. Gruppalar

Agar tanlanma hajmi kichik bo'lsa, variatsion qator tuzish va keyingi hisoblash ishlari oson kechadi. Lekin tanlanmaning hajmi katta bo'lganda bu ishlarni amalga oshirish ancha qiyin. Shuning uchun tanlanma hajmi katta bo'lgan hollarda ko'pincha tanlanma gruppalanadi.

Quyidagi

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

tanlanma berilgan bo'lsin. Bu tanlanmani gruppalar uchun avval tanlanmadagi eng katta

($\max(x_i)$) va eng kichik ($\min(x_i)$) varianlar topiladi. Undan keyin nechta gruppaga bo'lish aniqlanadi. Umuman olganda gruppalar sonini ixtiyoriy tanlab olish mumkin. Lekin bunda shuni nazarda tutish kerakki, gruppalar sonini kichik qilib olinsa, oxirgi xulosaning aniqlik darajasi pasayadi, agar gruppalar sonini katta qilib olinsa, hisoblash ishlari ko'payadi.

Shuning uchun gruppalar sonini hisoblashning bir nechta formulalari bor. Masalan, ularning biriga asosan gruppalar soni k uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'lishi kerak.

$$k \leq 5 \cdot \lg n$$

bu erda n -tanlama hajmi

Umuman agar tanlanma hajmi 20 va 40 sonlari orasida bo'lsa, gruppalar soni 3 yoki 4 ta qilib, agar tanlanma hajmi 30 va 50 sonlari orasida bo'lsa, gruppalar sonini 4 yoki 5 qilib, agar tanlanma hajmi 40 va 60 sonlari orasida bo'lsa, gruppalar sonini 5 yoki 6 ta qilib olish mumkin.

Gruppalar soni k aniqlanganidan keyin gruppalar uzunligini quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$h_i = \frac{(\max(x_i) - \min(x_i))}{k - 1}.$$

Undan keyin gruppa chegaralari topiladi. 1-gruppaning quyi chegarasi α_1 va yuqori chegarasi α_1^* lar quyidagi formulalar bo'yicha topiladi.

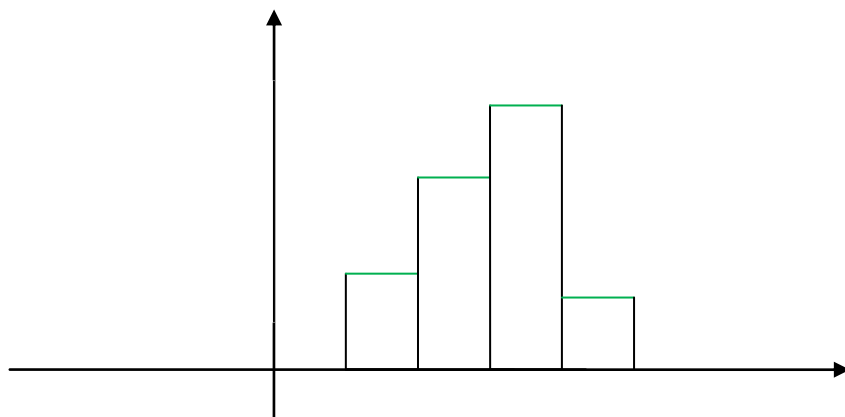
$$\alpha_1 = \min(x_i) - \frac{h}{2}; \alpha_1^* = \min(x_i);$$

2-gruppaning quyi chegarasi α_2 sifatida 1-gruppaning yuqori chegarasi α_1^* olinadi (ya'ni $\alpha_2 = \alpha_1^*$), 2-gruppaning yuqori chegarasini topish uchun esa uning quyi chegarasiga h qo'shiladi. Qolgan gruppalarining chegaralari ham ana shu tarzda topiladi. Undan keyin quyidagi jadval to'ldiriladi.

Gruppa nomeri	Gruppa chegaralari	Gruppa o'rtalari	Gruppa chastotalari
1	$\alpha_1 - \alpha_1^*$	X_1	n_1
		X_2	n_2
2	$\alpha_2 - \alpha_2^*$	X_3	n_3
3	$\alpha_3 - \alpha_3^*$		
·	·	·	·
·	·	·	·
k	$\alpha_k - \alpha_k^*$	X_k	n_k

1. Gistogramma, poligon.

Tanlanmadagi variantlarni yaqqolroq tasvirlash uchun tanlanma gruppalaridan keyin gistogramma va poligon chiziladi. Buning uchun koordinatalar tekisligi olinib, gorizontall o'qda gruppalarining chegaralari belgilanadi.



2. O'rta qiymatlar

Har bir gruppada balandligi shu gruppning chastotasiga teng bo'lgan to'g'ri to'rt burchaklar chiziladi. Hosil bo'lgan rasmga gistogramma deyiladi. Agar to'g'ri to'rtburchaklarning yuqori tomonlarining o'rtalarini ketma-ket birlashtirilib chiqilsa, hosil bo'lgan siniq chiziqqa poligon deyiladi. (rasm) agar tanlanmadan variatsion qator tuzilgan bo'lsa, gorizontal o'qqa variatsion qatordagi variantlar belgilanadi. Ba'zan gistogramma chizilganda to'g'ri to'rtburchaklar balandligi chastotalarga emas, balki nisbiy chastotalarga teng qilib olinadi.

O'rgatilayotgan belgilar haqida statistik xulosalar chiqarish uchun bir nechta sonli xarakteristikalarni hisoblash kerak. Ularning dastlabkilari o'rta qiymat, moda va medianadir. O'rta qiymatning bir nechta turlari mavjud. Faraz qilaylik tanlanmadan quyidagi variatsion qator tuzilgan bo'lsin.

$x_i: x_1 \ x_2 \dots x_k$

$n_i: n_1 \ n_2 \dots n_k$

o'rta arifmetik

$$\bar{x} = [x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k] / n$$

O'rta garmonikan:

$$\bar{x}_h = n / (n_1 : x_1 + n_2 : x_2 + \dots + n_k : x_k)$$

O'rta kvadratik

$$\bar{x}_q = \frac{\sqrt{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_k x_k^2}}{n}$$

O'rta kubik

$$\bar{x}_Q = \frac{\sqrt[3]{n_1 x_1^3 + n_2 x_2^3 + \dots + n_k x_k^3}}{n}$$

O'rta geometrik

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_k^{n_k}}$$

Albatta, amalda o'rganilayotgan belgining xarakteriga qarab, bu o'rta qiymatlarning kerakligi hisoblanadi.

Yuqoridagi formulalar variatsion qator uchun yoziladi. Agar tanlanma gruppalar bo'lsa, o'rta qiymatlar shu formulalar bilan hisoblanadi, formuladagi x_i lar o'rniga mos ravishda gruppalar o'rtalari va n_i lar o'rniga gruppalar chastotalari qo'yilishi lozim.

Moda deb variatsion qatordagi eng katta chastotaga ega bo'lgan variantga aytiladi va M_0 bilan belgilanadi. Umuman olganda moda bir nechta bo'lishi xam mumkin.

Mediana deb, agar tanlanmaning hajmi toq son bo'lsa, variatsion qator o'ratsida turgan variantga, agar tanlanmaning xajmi juft son bo'lsa, variatsion qator o'rtasida turuvchi ikkita variantlar yig'indisining yarmiga aytiladi.

Mediana M_e bilan belgilanadi.

Tanlanma gruppalar bo'lsa, eng katta chastotaga ega bo'lgan gruppalar modal gruppalar deyiladi. Moda esa quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$M_0 = y + h \cdot [(\alpha_2 - \alpha_1) / (2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha)]$$

Bu yerda y modal gruppning quyi chegarasi;

α_2 - modal gruppning chastotasi;

α_1 - modal gruppadan oldingi gruppning chastotasi;

α_3 - modal gruppadan keyingi gruppning chastotasi;

Medianani hisoblash uchun oldin mediana yotgan gruppalar aniqlanadi. Buning uchun gruppalar chastotalari ketma-ket qo'shib boriladi va qaysi gruppning chastotasi qo'shilganda yig'indi $n/2$ dan oshsa, shu gruppalar olinadi. Mediana quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$Me = z_k + h \cdot (n/2 - S) / \alpha$$

Bu yerda, z_k -mediana yotgan gruppaning quyi chegarasi, h - grupp uzunligi, α - mediana yotgan gruppaning chastotasi; n -tanlanma xajmi; S -grupp chastotalari ketma-ket qo'shilganda mediana yotgan grupp chastotasi qo'shilmasdan oldingi yig'indining qiymati. Xulosa qilib, shuni aytish mumkinki, o'rta qiymatalar variantlarning o'rtasini bildirsa, moda eng ko'p uchraydigan variantani, mediana esa variantalar bir tartibda yozilganda, o'rtada turuvchi variantani bildiradi.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar:

1. Poligon, gistogrammalarga misollar keltiring.
2. O'rta qiymatlar haqida ma'lumot bering.
3. Moda nima?
4. Mediana nima?
5. Tanlanma nima?
6. Variatsion qator deganda nima tushunasiz?
7. Grupp nima?
8. Grupp uzunligi deganda nima tushunasiz?

MA'RUZA 18

4.18.KORRELYATSION BOG'LANISHNING REGRESSIYA TENGLAMASI. CHIZIQLI KORRELYATSION BOG'LANISH TENGLAMASINI KELTIRIB CHIQARISH. ENG KICHIK KVADRATLAR USULI. TURLI DASTURIY PAKETLAR YORDAMIDA AMALIY MASALALAR YECHISH.

Reja.

1. Tarqoqlik darajalari.
2. Asimmetriya koeffitsienti.
3. Ko'paytiruvchilar usuli.
4. Korrelyatsiya koeffitsienti.
5. Regressiya koeffitsienti
6. Korrelyatsiya koeffitsienti.
7. Regressiya koeffitsienti

Tayanch so'zlar: Korrelitsion boglanish, korrelitsiya koeffitsienti, regressii tenglamasi.

1. Tarqoqlik darajalari.

O'rta qiymatlar muhim xarakteristikalar bo'lsa ham ular variantalar haqidagi barcha ma'lumotlarni bermaydi. Masalan, variantalar o'rta arifmetik atrofida keng tarqalganmi yo'qmi yoki umuman variantalarning tarqalish kengligi qanchaligi haqidagi savollarga o'rta qiymatlar asosida javob olib bo'lmaydi. Bu savollarga javob olish uchun koeffitsienti deb nomlanuvchi xarakteristikalar hisoblanadi. Agar quyidagi variatsion qator tuzilgan bo'lsa

x_i : $x_1 \ x_2 \dots x_k$

n_i : $n_1 \ n_2 \dots n_k$

tanlanmaning dispersiyasi quyidagicha hisobalanadi.

$$\sigma^2 = \frac{[(x_1 - \bar{x})^2 n_1 + (x_2 - \bar{x})^2 n_2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2 n_k]}{n}$$

Bu erda $\bar{x}$ o'rta arifmetik.

Dispersiyadan olingan kvadrat ildizga esa o'rta kvadratik chetlanish deyiladi, ya'ni

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Variatsion koeffitsienti deb esa quyidagi kattalikka aytiladi.

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Agar tanlanma gruppalar bulsa, shu formulaning uzi ishlatiladi. Fakat oldingi formuladagi x_i lar grupp urtalari, n_i lar urniga grupp chastotalari ishlatiladi. Dispersiya, urta kvadratik

chetlanish va variatsiya koeffitsientlari kanchalik kichik bulsa, varianlar urta arifmetika shunchalik yakin joylashgan buladi.

Shuni xam aytib utish kerakki (3) formulisi ba'zan maxrajda n

Emas n-1 olinadi. Lekin tanlanmaning xajmi katta bo'lsa, (3) formula maxrajida n yoki n-1 olishning unchalik farqi bo'lmaydi.

Tarqoqlik darajani bildiruvchi yana bir xarakteristika sifatida tanlanmaning eng katta va eng kichik variantalarining farqi ham olinadi, ya'ni

$$\max(x_i) - \min(x_i)$$

2. Asimmetriya koeffitsienti.

Variantalar o'rta arifmetik atrofida simmetrik joylashgan yoki nosimmetrik joylashganligini bilish uchun asimmetriya koeffitsienti xisoblanadi. U quyidagi formula orqali xisoblanadi.

$$A_s = \left[(x_1 - \bar{x})^3 n_1 + (x_2 - \bar{x})^3 n_2 + \dots + (x_k - \bar{x})^3 n_k \right] / n \sigma^3$$

Bu yerda agar variatsion qator tuzilgan bo'lsa, x_i lar variatsion qatordagi variantalarni (n_i lar mos chastotalarni), agar gruppalangan bo'lsa x_i lar gruppalar o'rtalarini bildiradi. $\bar{x}$ o'rta arifmetik,

σ^3 o'rta kvadratik chetlanishning uchinchi darajasi. Agar xisoblash natijasida olingan A_s absolyut qiymati 0,25 dan kichik bo'lsa variantalar o'rta arifmetika nisbatan simmetrik joylashgan deb xisoblansa bo'ladi. agar $|A_s| \geq 0,25$ bo'lsa variantalar nosimmetrik xulosa chiqarsak bo'ladi.

3. Ko'paytiruvchilar usuli.

Oldingi paragraflarda keltirilgan formula bo'yicha sonli xarakteristikalar xisoblash amalda qiyin bo'lishi mumkin. Masalan, agar x_i lar kasr sonlar bo'lsa, kasr sonlarni kvadratga oshirish, uning uchinchi darajasini xisoblash, ildiz chiqarish ishlarini amalga oshirishga to'g'ri keladi. Bu esa hisoblashni ancha qiyinlashtiradi. Shuning uchun xisoblashning soddalashtirilgan usullaridan foydalanish maqsadga muvofiqdir. quyida biz ko'paytiruvchilar usuli deb nomlangan ana shunday usullardan biri bilan tanishtiramiz. quyidagi qator tuzilgan bo'lsin.

$$x_i : x_1 \ x_2 \dots x_k$$

$$n_i : n_1 \ n_2 \dots n_k$$

ketma-ket kelgan variantalar orasidagi farq o'zgarmas h soniga teng bo'lsin, ya'ni:

$$h = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots = x_k - x_{k-1}$$

quyidagi formula bo'yicha shartli variantalar deb nomlanuvchi u_i lar topiladi:

$$u_i = \frac{(x_i - C)}{h}, \quad i=1, 2, \dots, k$$

bu erda S chastotasi eng katta bo'lgan variantaga teng.

Bu xolda u_i lar butun sonlar bo'ladi va ular orasida quyidagi kattaliklarni xisoblash nisbatan oson:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k u_i n_i, \quad \beta_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k u_i^2 n_i, \quad \beta_3 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k u_i^3 n_i$$

Bu kattaliklar asosida sonli xarakteristikalar quyidagicha topiladi.

$$\bar{x} = \beta_1 = \sigma_1 h + C, \quad \sigma^2 = (\beta_2 - \beta_1^2) h^2, \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2},$$

$$v = \frac{\sigma}{h} \cdot 100\%, \quad A_s = (\beta_3 - 3\beta_2\beta_1 + 2\beta_1^3) h^3 / \sigma^3$$

Bu usul bilan xisoblanganda sonli xarakteristikalar to'g'ridan-to'g'ri ularning formulalari bilan xisoblangandagiga qaraganda kam mexnat sarf qilinadi.

Bu usulda tanlanma gruppalanganda xam ishlatish mumkin, faqat bu xolda x_i lar gruppalar o'rtalar, ni o'rniga gruppalar chastotalari olinadi.

6. Korrelyatsiya koeffitsienti.¹⁵

Ko'p hollarda ikki yoki undan ko'p tasodifiy xarakteri belgilar bormi yoki yo'qmi? Bog'lanish bo'lsa u qanday bog'lanish degan savollarga javob berishga to'g'ri keladi.

Masalan, odamning bo'yi va og'irligi o'rtasidagi, o'simlikning balandligi va undan olinadigan hosil orasidagi bog'lanishlar qiziqtirish mumkin. Odatda ikki o'zgaruvchi orasidagi bog'lanish deganda ko'pincha funksional bog'lanish va ko'zda tutiladi. Funksional bog'lanish shunisi bilan xarakteriligi unda aniq bir o'zgaruvchining faqat bilan qiymati mos keladi. Yuqorida keltirilgan misollarda bunda bo'lishi shart emas, chunki bo'yi bir xil bo'lgan lekin og'irligi har xil bo'lgan odamlar ham, balandligi bir xil hosilging ham og'irligi har xil bo'lgan odamlar, balandligi va hosiliga ham ko'p faktorlar ta'sir qiladi. Shuning uchun bunday bog'lanishlarni funksional bog'lanishlardan farqlab korrelyatsion bog'lanish deyiladi. Ikki belgi orasidagi korrelyatsion bog'lanish bor yoki yo'qligini aniqlash uchun korrelyatsion koeffitsienti topiladi. O'lchashlar natijasida olingan o'rganilayotgan ikki belgining son qiymatlar quyidagi yoziladi.

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ n_i & y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{array}$$

Bu erda x_i lar bir belgining son qiymatlari y_i lar ikkinchi belgining son qiymatlari. Bu ma'lumotlar asosida korrelyatsion koeffitsienti quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi.

$$r = \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})}{n} \cdot \sigma_x \sigma_y$$

U erda n , x_i lar (yoki y_i lar soni)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$$

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}}{n}$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{(y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2}}{n}$$

Korrelyatsiya koeffitsientini σ_x, σ_y larni hisoblamasdan quyidagi formula bilan hisoblash mumkin:

$$r = \frac{[(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})]}{[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2] \cdot [(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2]}$$

Korrelyatsiya koeffitsienti quyidagi xossalarga ega:

1. Korrelyatsiya koeffitsienti -1 va 1 orasida bo'ladi.
2. Agar korrelyatsiya koeffitsienti musbat bo'lsa, kuzatilayotgan ikki belgi orasida to'g'ri proporsional bog'lanish mavjud bo'ladi, ya'ni bir belgining son qiymatlari o'sishi bilan ikkinchi belgining ham son qiymatlari o'sadi.
3. Agar korrelyatsiya koeffitsienti manfiy bulsa, kuzatilayotgan ikki belgi orasida teskari proporsional boglanish mavjdu buladi, ya'ni bir belgining son kiymatlari usishi bilan ikkinchi belgining son kiymatlari kamayadi.
4. Agar $r=0$ bulsa korrelyatsion boglanish mavjud bulmaydi.
5. Agar $r=1$ yoki $r=-1$ bulsa kuzatilayotgan ikki belgi orasida funktsional bog'lanish mavjud bo'ladi.

¹⁵ [Erwin Kreyzing]_Advanced_engineerring_mathematics(BookZZ.org)-1070-1073 betlar

Umuman olganda, korrelyatsiya koeffitsienti qanchalik katta bo'lsa bog'lanish shuncha kuchli va qancha kichik bo'lsa shuncha kuchsiz bog'lanish hisoblanadi. Ko'pincha, agar $|r| < 0.3$ bo'lsa, bog'lanish juda kuchsiz va $|r| < 0.7$ bo'lsa bog'lanish juda kuchli hisoblanadi.

7. Regressiya koeffitsienti.

Korrelyatsiya koeffitsienti ikki belgi orasida bog'lanish bor yoki yo'qligini aniqlab beradi. Lekin belgining aniq bir qiymatiga ikkinchi belgining qanday qiymati mos kelishini, bir belgining qiymati qanchagadir o'zgarganda ikkinchi belgining qiymatlar qanchaga o'zgarishini korrelyatsiya koeffitsientidan aniqlab bo'lmaydi. Bu savollarga javob olish uchun regressiya koeffitsienti va regressiya tenglamasi topiladi.

Regressiya koeffitsienti quyidagi formula yordamida hisobalanadi.

$$R_{y/x} = \frac{[(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})]}{[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$$

$$R_{x/y} = \frac{[(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})]}{[(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2]}$$

Regressiya koeffitsienti hisoblangandan keyin quyidagi regressiya tenglamalarni tuzish mumkin.

$$y - \bar{y} = R_{y/x}(x - \bar{x}) \text{ yoki } x - \bar{x} = R_{x/y}(y - \bar{y})$$

bu tenglamalar yordamida esa bir belgining aniq bir qiymatiga ikkinchi belgining mos keladigan qiymatini topish mumkin.

Koordinatalar tekisligida bu tenglamalarni qanoatlantiruvchi to'g'ri chiziqlar chiziladi. Bu to'g'ri chiziqchilarga regressiya chiziqchilari deyiladi. Ular ikki belgi orasida bog'lanishning grafik ifodasi bo'ladi.

Mavzuni mustahkamlash uchun savollar.

1. Tarqoqlik darajasi nima?
2. Asimmetriya koeffitsienti.
3. Statistika.
4. Nutaviy baho va intervalli baho
5. Siljigan va sijimagan baho. Optimal va samarali baho.
6. Ishonchli interval, ishonchlilik darajasi.
7. Korrelyatsion bog'lanish.
8. Korrelyatsiya koeffitsienti.
9. Regressiya tenglamasi

VI. AMALIY MASHG'ULOTLAR UCHUN MATERIALLAR

1. FUNKSIYA. FUNKSIYANING ANIQLANISH SOHASI, QIYMATLAR TO'PLAMI, JUFT-TOQLIGIGA DOIR MISOLLAR

$y=f(x)$ ($y=f(M)=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$) funksiya berilgan R (R_n) fazoning qism osti to'plamiga uning *aniqlanish sohasi* deyiladi va $D(f)$ yoki $D(y)$ yozuv bilan ifodalanadi.

$y=f(x)$ ($y=f(M)$) funksiya o'z aniqlanish sohasi $D(f)$ ning har bir nuqtasida qabul qilishi mumkin bo'lgan barcha qiymatlari to'plamiga esa uning *qiymatlari to'plami* yoki *o'zgarish sohasi* deyiladi. Funksiya qiymatlar to'plami R_1 haqiqiy sonlar to'plamining qism osti to'plami bo'lib, $E(f)$ yoki $E(y)$ belgilar bilan yoziladi.

Agar har qanday $\pm x \in V$ lar uchun $f(-x)=f(x)$ tenglik o'rinli bo'lsa, bir o'zgaruvchili $y=f(x)$ funksiya V to'plamda *juft funksiya* deyildi. Juft funksiya grafigi Oy ordinata o'qiga nisbatan simmetrikdir.

Agar har qanday $\pm x \in V$ lar uchun $f(-x)=-f(x)$ munosabat o'rinli bo'lsa, $y=f(x)$ funksiya V to'plamda *toq funksiya* deyiladi. Toq funksiya grafigi esa koordinatalar boshiga nisbatan simmetrikdir.

$y=f(x)$ funksiya uchun shunday bir musbat t son mavjud bo'lsaki, funksiyaning aniqlanish sohasiga tegishli har qanday x va $x+t$ nuqtalari uchun $f(x+t)=f(x)$ tenglik bajarilsa, $y=f(x)$ funksiya *davriy funksiya* deyiladi. t son esa funksiya davri deb yuritiladi. Amalda funksiya davrlari ichidan eng kichigi T ni topish masalasi qo'yiladi.

Mustaqil yechish uchun misollar

Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohasini toping:

1.1. $f(x) = \sqrt{1-2x} + 3\arcsin \frac{3x-1}{2}$

Birinchi qo'shiluvchi $1-2x \geq 0$ da, ikkinchi qo'shiluvchi esa $-1 \leq \frac{3x-1}{2} \leq 1$ bo'lganda haqiqiy qiymatlarni qabul qiladi. Shunday qilib, funksiyaning aniqlanish sohasini topish uchun

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ \frac{3x-1}{2} \leq 1 \\ \frac{3x-1}{2} \geq -1 \end{cases} \text{ tengsizliklar sistemasini yechib, topamiz}$$

$$x \leq \frac{1}{2}, \quad x \leq 1, \quad x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\text{Demak, } D(f) = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right].$$

1.2. $y = \lg(x^2 - 4x + 3)$

1.3. $y = \arcsin(3x - 4)$

1.4. $y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt{x+2}$

1.5. $y = \sqrt{\sin(x)} - \sqrt{9-x^2}$

1.6. $y = \arcsin \frac{1+x^2}{2x}$

1.7. $y = x^{\frac{1}{\lg x}}$

1.8. $y = \operatorname{tg} \sqrt{16-x^2}$

1.9. $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-2|x-1|}}$

1.10. $f(x) = \ln \cos(x)$.

Quyidagi funksiyalarning qiymatlar to'plamini toping:

1.11. $y = 1 + 2^{x+1}$,

$y = 2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$ ko'rsatkichli funksiya, uning qiymatlar to'plami $y \in (0; +\infty)$, demak berilgan funksiyaning qiymatlar to'plami $(1; +\infty)$ bo'ladi yoki berilgan funksiyaning qiymatlar to'plami uning teskari funksiyasi $x = \log_2(y-1)-1$ ning aniqlanish sohasi $y > 1$ bilan ustma-ust tushadi, shuning uchun $E(y) = (1; +\infty)$.

$$1.12. y = \sin(x) - \cos(x)$$

$$1.13. y = x + \frac{1}{x}$$

$$1.14. y = \sqrt{-x^2 - x + 2}$$

$$1.15. y = \frac{x+1}{x-2}$$

$$1.16. y = \frac{1}{x^2+1} + 1$$

$$1.17. y = \frac{1}{\arcsin(1-x)}.$$

Quyidagi funksiyalarni juft yoki toqligini tekshiring:

$$1.18. y = 2^x + 2^{-x},$$

$f(-x) = 2^{-x} + 2^x = f(x)$ bo'lganligi uchun bu juft funksiyadir.

$$1.19. y = \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$$

$$1.20. y = \sin \sqrt{x}$$

$$1.21. y = |x| - 5e^{x^2}$$

$$1.22. y = \frac{|\sin x|}{1 - \cos x}$$

$$1.23. y = \sin(\arccos x)$$

$$1.24. y = \left| \frac{10^x + 1}{10^x - 1} \right|$$

$$1.25. y = \lg \frac{x+3}{x-3}$$

$$1.26. f(x) = \begin{cases} 1, & \text{agar } x - \text{ratsional son bo'lsa} \\ -1, & \text{agar } x - \text{irratsional son bo'lsa} \end{cases}$$

Funksiyalarni asosiy davrini toping:

$$1.27. y = \sin 6x + \tan 4x$$

Birinchi qo'shiluvchi uchun asosiy davr $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ bo'ladi, ikkinchi qo'shiluvchi uchun davr

$\frac{\pi}{4}$ bo'ladi. $\frac{\pi}{3}$ va $\frac{\pi}{4}$ sonlarining eng kichik umumiy bo'luvchisi π bo'lgan funksiyaning asosiy davri bo'ladi. $f(x+T) = f(x); T = \pi$.

$$1.28. y = 2$$

$$1.29. y = \sin \frac{3}{2}x + 1$$

$$1.30. y = \sin x - \cos x$$

$$1.31. y = \sin 2x - 2 \tan \left(\frac{x}{2} \right)$$

$$1.32. y = \cos^2 x$$

$$1.33. y = x - [x].$$

Quyidagi 2 o'zgaruvchili funksiyalarni aniqlanish sohasini toping:

$$1.34. f(x, y) = \arcsin(x + y),$$

$f(x, y)$ funksiya ma'noga ega bo'lishi uchun x va y lar ushbu $-1 \leq x + y \leq 1$ munosabatda bo'lishi lozim. Bu tengsizliklarni tekislikning $x + y + 1 = 0$ va $x + y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi nuqtalarning koordinatalari qanoatlantiradi.

$$D(f) = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; |x + y| \leq 1 \}$$

1.35. $f(x, y) = \sqrt{x+y}$

1.36. $f(x, y) = \sqrt{-x} + \sqrt{y}$

1.37. $f(x, y) = \arccos \frac{x^2 + y^2}{9}$

1.38. $f(x, y) = \sqrt{x - \sqrt{y}}$

1.39. $f(x, y) = 1 + \sqrt{-(x-y)^2}$

1.40. $f(x, y) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y}$

1.41. $f(x, y) = \frac{\sqrt{4x - y^2}}{\lg(1 - x^2 - y^2)}$

1.42. $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{1 - y^2}$

Funksiyalarning aniqlanish sohasini toping:

1.43. $y = \sqrt{x^2 + x} - 2$

1.44. $y = \log_2(-x)$

1.45. $y = \arccos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$

1.46. $y = \sqrt{3^x - 5^x}$

1.47. $y = \frac{1}{xe^x}$

1.48. $y = \sin \sqrt{x-3}$

Funksiyalarning qiymatlar sohasini toping:

1.49. $y = \sin^2 x - \cos^2 x$

1.50. $y = -x^2 - 5x + 6$

1.51. $y = 1 - |x|$

1.52. $y = \frac{2-x}{x+3}$

1.53. $y = \lg \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$

1.54. $y = \sqrt{\sin x - 1}$

Funksiyalarni juft yoki toqligini tekshiring:

1.55. $y = x^2 \sin \frac{1}{x}$

1.56. $y = \lg \cos x$

1.57. $y = \frac{16^x - 1}{4^x}$

1.58. $y = x^4 \sin 7x$

Funksiyalarni asosiy davrini toping:

1.59. $y = -2\cos \frac{x}{3} + 1$

1.60. $y = \sin \frac{x}{3} + \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$

1.61. $y = 2^{\sin 2x} \cdot 2^{\cos 2x}$

1.62. $y = \log_2 \sin x$

Funksiyalarni aniqlanish sohasini toping:

1.63. $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

1.64. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

1.65. $f(x, y) = \sqrt{y \sin x}$

1.66. $f(x, y) = \ln(x + y)$

1.67. $f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1\right)$

1.68. $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$

2. FUNKSIYANING LIMITI

Ta'rif. $y=f(x)$ funksiya berilgan bo'lsin. Har qanday $\varepsilon > 0$ son uchun shunday bir $\delta > 0$ son tanlash mumkin bo'lsaki, V to'plamga tegishli va $|x - x_0| < \delta$ munosabatlarni qanoatlantiruvchi har bir x uchun $|f(x) - b| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, b soni $f(x)$ funksiyaning $x \rightarrow x_0$ dagi limiti deyiladi va $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$ kabi yoziladi.

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, 0^0, \infty^0$ ko'rinishdagi noaniqliklarni ochishda quyidagi

limitlardan foydalaniladi:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, a > 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^P - 1}{x} = P$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 1$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

Ta'rif. Har qanday oldindan tayinlanadigan $\varepsilon > 0$ son uchun M_0 nuqtaning δ atrofi $S_\delta(M_0)$ ni ko'rsatish mumkin bo'lsa, barcha $M \in S_\delta(M_0) \cap V$, $M \neq M_0$ nuqtalar uchun $|f(M) - b| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda b soni $f(M)$ funksiyaning $M \rightarrow M_0$ dagi limiti deyiladi va

$$b = \lim_{M \rightarrow M_0} f(M) \text{ yoki } b = \lim_{\substack{x_1 \rightarrow x_1^0 \\ x_2 \rightarrow x_2^0 \\ \dots \\ x_n \rightarrow x_n^0}} f(M)$$

ko'rinishda yoziladi.

Mustaqil yechish uchun misollar

Funksiya limiti ta'rifidan foydalanib, quyidagilarni isbotlang:

$$2.1. \lim_{x \rightarrow 3} (3x - 5) = 4$$

Ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ topilib, $|x - 3| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha x lar uchun $|(3x - 5) - 4| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lishini ko'rsatishimiz kerak. Ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son olaylik. $|(3x - 5) - 4| = |3x - 9| = |3(x - 3)| = 3|x - 3| < \varepsilon \quad |x - 3| < \frac{\varepsilon}{3}$. Agar $\delta < \frac{\varepsilon}{3}$ deb olsak, $|x - 3| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x lar uchun $|(3x - 5) - 4| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Shu bilan $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 5) = 4$ ekanligi isbotlandi.

$$2.2. \lim_{x \rightarrow 1} (4x - 1) = 3$$

$$2.3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x = 1$$

$$2.4. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1) = 3, \quad \delta \text{ ning qanday qiymatlarida } 0 < |x - 2| < \delta \text{ tengsizlikdan } |(x^2 - 1) - 3| < 0.001 \text{ tengsizlik kelib chiqadi?}$$

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishidagi noaniqliklarni oching:

$$2.5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 1} = 1$$

$$2.6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$$

$$2.8. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$$

$$2.10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$2.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$2.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x}{1 - 2x^3}$$

$$2.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 6x}{3x + 1}$$

$$2.18. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$$

$$2.20. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$2.22. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x} - 1}{3 - \sqrt{4+x}}$$

$$2.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ ajoyib limitdan foydalanib, quyidagi limitlarni toping:}$$

$$2.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 7x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 6x}{6x} \cdot 6x}{\frac{\sin 7x}{7x} \cdot 7x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{7x} = \frac{6}{7}$$

$$2.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$$

$$2.28. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x-h)}{h}$$

$$2.30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$2.32. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{\sec x - 1}$$

$$2.34. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^2 + 2x}$$

$$2.36. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 5x}{\sin 4x}$$

$$2.7. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan x}{\sin 2x}$$

$$2.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$$

$$2.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+mx} - 1}{x}$$

$$2.13. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1-\tan x} - \sqrt{1+\tan x}}{\sin 2x}$$

$$2.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$$

$$2.17. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}$$

$$2.19. \lim_{x \rightarrow \pi+0} \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x}$$

$$2.21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{3x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 1}$$

$$2.23. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 2 - \sqrt{4x^2 - x - 2}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$2.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$$

$$2.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$2.31. \lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$$

$$2.33. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \tan^2 x}{x \sin x}$$

$$2.35. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$$

$$2.37. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \cos x} - \sqrt{2 \cos x}}{\sqrt{3 + \cos x} - 2\sqrt{\cos x}}$$

$$2.38. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

Limitlarni toping:

$$2.40. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$$

$$2.42. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{ax} - x}{x - a}$$

$$2.44. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2^{\frac{1}{x}}}{1 - x^2}$$

$$2.46. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}$$

$$2.48. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}} \frac{\arcsin(1 - 2x)}{4x^2 - 1}$$

$$2.50. \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{\sin(x - 2)}{x^2 - 4} + 2^{\frac{-1}{(x-2)^2}} \right]$$

$$2.52. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x + h) - \cos(x - h)}{h}$$

$$2.54. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\pi - 4x}$$

$$2.56. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^3 + 4x + 5)(x^2 + x + 1)}{(x + 2)(x^4 + 2x^3 + 7x^2 + x - 1)}$$

$$2.57. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 3x} - x)(\sqrt{x^2 + 3x} + x)}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \frac{3}{2}$$

$$2.58. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$$

$$2.60. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$$

$$2.62. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 4x})$$

$$2.64. \lim_{x \rightarrow \pi} \sin 2x \cdot \operatorname{ctg} x$$

$$2.65. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)^x; \quad \text{Bu limitni hisoblashda} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e \quad \text{ajoyib limitdan foydalanamiz:}$$

$$2.39. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{\cos x}$$

$$2.41. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$$

$$2.43. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}$$

$$2.45. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x}$$

$$2.47. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2}}$$

$$2.49. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos mx}{x^2}$$

$$2.51. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$$

$$2.53. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} x_0}{x - x_0}$$

$$2.55. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x^2 + 5x - 6}{x^3 + 3x^2 + 7x - 1}$$

$$2.59. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$$

$$2.61. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right)$$

$$2.63. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x + 2} + \frac{4}{x^2 - 4} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{-x^2}\right)^{-x^2} \right]^{\frac{x}{-x^2}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x}{x^2}\right)} = e^{-\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}} = e^0 = 1$$

$$2.66. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}$$

$$2.67. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^x$$

$$2.68. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}}$$

$$2.69. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-2}\right)^x$$

$$2.70. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 1}\right)^x$$

$$2.71. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1}\right)^{3x+1}$$

$$2.72. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3}\right)^{2-5x}$$

Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning limitini toping:

$$2.73. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(x^2 \cdot y)}{x^2}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(x^2 \cdot y)}{x^2} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sin(x^2 \cdot y)}{x^2 \cdot y} \cdot y = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} y = 3$$

$$2.74. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{a - \sqrt{a^2 - xy}}{xy}, \quad a \neq 0$$

$$2.75. \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\operatorname{tg}(xy)}{y}$$

$$2.76. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \cdot \sin \frac{1}{xy}$$

$$2.77. \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow a}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x$$

$$2.78. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{1 + x^2 y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$2.79. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$

3. FUNKSIYA UZLUKSIZLIGI. UZLUKLI FUNKSIYALAR

Ta'rif. Agar x_0 nuqtaning biror atrofida (x_0 nuqtaning o'zida ham) $y=f(x)$ funksiya aniqlangan bo'lsa va agar

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0 \quad (1)$$

bo'lsa, $x=x_0$ qiymatda (yoki x_0 nuqtada) funksiya uzluksiz deyiladi. (1)ifodaning uzluksizlik shartini bunday yozish mumkin:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) \quad \text{yoki} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(x_0).$$

x_0 nuqtada uzluksiz $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar bo'lsa, u holda x_0 nuqtada quyidagi funksiyalar ham uzluksiz bo'ladi:

$$f(x) + g(x)$$

$$k f(x) \quad (k\text{-o'zgarmas})$$

$$f(x) \cdot g(x)$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x_0) \neq 0)$$

Agar $f(x)$ funksiya $[a; b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa va kesmaning chetki nuqtalarida turli ishorali qiymatlarga erishsa ($f(a) \cdot f(b) < 0$), u holda $(a; b)$ intervalga tegishli kamida bitta c nuqta topiladiki, $f(c)=0$ tenglik bajariladi.

Agar $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada uzluksiz bo'lmasa, funksiya x_0 nuqtada urilishga ega yoki x_0 nuqta uning *uzilish nuqtasi* deyiladi.

$y=f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtada chapdan va o'ngdan limitlari mavjud bo'lib, o'zaro teng bo'lmasa, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = f(x_0 - 0) \neq f(x_0 + 0) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x),$$

u holda x_0 nuqta *funksiyaning birinchi tur urilish nuqtasi* deyiladi.

Agar x_0 nuqtada funksiyaning chapdan va o'ngdan limitlari $f(x_0 - 0)$ va $f(x_0 + 0)$ lar o'zaro teng bo'lib, funksiyaning x_0 nuqtada erishadigan qiymati $f(x_0)$ dan farq qilsa, unda x_0 nuqta *bartaraf etilishi mumkin uzilish nuqtasi* deb ataladi.

$y=f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtada chapdan yoki o'ngdan limitlarining biri mavjud bo'lmasa (xususan, cheksiz bo'lsa), u holda x_0 nuqta *funksiyaning ikkinchi tur uzilish nuqtasi* deyiladi.

3.1. Quyidagi funksiyalarning ko'rsatilgan nuqtalarida bir tomonli limitlarini toping:

$$a) f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{agar } 0 < x < 1 \\ 3x+1, & \text{agar } 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad x=1 \text{ nuqtada}$$

$$f(1-0) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} (x+1) = 2$$

$$f(1+0) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} (3x+1) = 4$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{agar } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x, & \text{agar } 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad x=1 \quad x=2 \text{ nuqtalarda}$$

$$c) y = \{x\}, \quad \{x\} - x \text{ ning kasr qismi; } x=1, x=2, x=3 \text{ nuqtalarda}$$

$$d) f(x) = \frac{3x+1}{x-1}, \quad x=1 \text{ nuqtada}$$

Mustaqil yechish uchun misollar

3.2. Quyidagi funksiyalarning uzluksizligini ta'rifga binoan isbotlang.

$$a) f(x) = x^2 + x - 2 \text{ barcha } x \in (-\infty; +\infty) \text{ larda}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((x + \Delta x)^2 + (x + \Delta x) - 2 - (x^2 + x - 2)) = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x \cdot \Delta x + \Delta x^2 + \Delta x) = 0 \end{aligned}$$

Demak, $f(x)$ barcha $x \in (-\infty; +\infty)$ larda uzluksiz.

$$b) f(x) = \sin(3x + 2), \text{ barcha } x \in (-\infty; +\infty) \text{ larda}$$

$$c) f(x) = \frac{1}{x+1}, \text{ barcha } (-1; +\infty) \text{ larda}$$

Quyidagi funksiyalarning uzilish nuqtalari va ularning turlarini aniqlang. Grafiklarini yasang:

$$3.3. f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{agar } -\infty < x \leq 0 \\ (x-1)^2, & \text{agar } 0 < x \leq 2 \\ 5-x, & \text{agar } 2 < x < \infty \end{cases}$$

$f(x)$ funksiya $(-\infty; 0)$, $(0; 2)$ va $(2; +\infty)$ intervallarda aniqlangan va uzluksiz bo'lgan elementar funksiyalar bilan berilgan. Demak, faqat $x_1 = 0$ va $x_2 = 2$ nuqtalarda uzulishga ega bo'lishi mumkin.

$x_1 = 0$ nuqta uchun chap va o'ng limitlarni hisoblaymiz:

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-0} x^2 = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} (x-1)^2 = 1; \quad f(0) = 0$$

Bu esa $x_1 = 0$ nuqtada $f(x)$ fuksiya birinchi tur uzilishga ega bo'lishini bildiradi. $x_2 = 2$ nuqta uchun:

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-0} (x-1)^2 = 1$$

bo'ladi.

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+0} (5-x) = 3 \quad f(2) = 1$$

$x_2 = 2$ nuqtada funksiya 1-tur uzilishga ega bo'ladi.

$$3.4. y = \frac{4}{x-2}$$

$$3.5. f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x \neq 2 \\ 0, & x = 2 \end{cases}$$

$$3.6. y = 1 + \frac{|x+1|}{x+1}$$

$$3.7. y = 2^{\frac{1}{x}}$$

$$3.8. f(x) = \begin{cases} 0.5x^2, & \text{agar } |x| < 2 \\ 2.5, & \text{agar } |x| = 2 \\ 3, & \text{agar } |x| > 2 \end{cases}$$

$$3.9. f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$3.10. f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 1-x, & x > \pi \end{cases}$$

$$3.11. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 1 \\ \frac{2}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

$$3.12. f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 3, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Funksiyalarning uzilish nuqtalarini toping va uzilish turlarini aniqlang:

$$3.13. y = \frac{4}{4-x^2}$$

$$3.14. y = 5^{\frac{4}{1-x}} + 1$$

$$3.15. y = \frac{x+5}{x-3}$$

$$3.16. f(x) = 9^{\frac{1}{2-x}}$$

Quyidagi tenglamalar ko'rsatilgan kesmalarda yechimga ega ekanligini ko'rsating:

3.17. a) $x^3 + 3x + 1 = 0$; $[-1; 0]$ kesmada. Bu funksiya $[-1; 0]$ da uzluksiz. Kesmaning uchlaridagi qiymatlari $f(1) = -3$, $f(0) = 1$ bo'lib, turli ishorali. Boltsano – Koshi teoremasiga binoan $(-1; 0)$ da biror c nuqta topib $f(x) = c^3 + 3c + 1 = 0$ bo'lib, c berilgan tenglamalarning yechimi bo'ladi.

b) $x^5 - 6x^2 + 3x - 7 = 0$; $[0; 2]$

c) $3\sin^3 x - 5\sin x + 1 = 0$; $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

d) $\cos^4 x + 3\cos x + 1 = 0$; $[0; \pi]$

3.18. Quyidagi funksiyalar ko'rsatilgan kesmalarda chegaralanganligini isbotlang:

$$a) f(x) = \sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{x+1}, \quad [0;10]$$

$y = \sin x$, $y = \cos^2 x$ va $y = \sqrt{x+1}$ funksiyalarning har biri $[0;10]$ da uzluksiz bo'lganligi uchun, $f(x) = \sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{x+1}$ funksiya ham $[0;10]$ da uzluksiz. Shuning uchun Veyershtrass teoremasiga binoan $f(x)$ funksiya $[0;10]$ da chegaralangan.

$$b) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 1}}{x - 1}, \quad [2;7]$$

$$c) f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 1} \cdot \cos^7 x, \quad [0;2\pi]$$

3.19. Bir tomonlama limitlarini toping:

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{agar } -1 < x \leq 2 \\ 2x+1, & \text{agar } 2 < x < 3 \end{cases} \quad x = 2 \text{ nuqtada}$$

$$b) y = [x], \quad [x] - x \text{ ning butun qismi} \\ x = -2, \quad x = 0, \quad x = 1 \text{ nuqtalarda}$$

$$c) f(x) = \frac{1}{x-2}, \quad x = 2 \text{ nuqtada.}$$

3.20. Funksiyalarning uzluksizligini ta'rifga binoan izbotlang:

$$a) f(x) = x^3 - 3$$

$$b) f(x) = \cos(2x+1)$$

Quyidagi funksiyalarning uzilish nuqtalari va uzilish turlarini aniqlang:

$$3.21. y = \frac{x}{x+2}$$

$$3.22. y = 2 - \frac{|x|}{x}$$

$$3.23. f(x) = \begin{cases} 2, & \text{agar } x = 0 \text{ va } x = \pm 2 \\ 4 - x^2, & \text{agar } |x| < 2 \\ 4, & \text{agar } |x| > 2 \end{cases}$$

$$3.24. y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$$

$$3.25. y = 2^{\frac{1}{x-2}}$$

4. HOSILA

Bir o'zgaruvchili $y=f(x)$ funksiya x nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lsin. $f(x)$ funksiyaning x nuqtadagi *birinchi tartibli hosilasi* deb, shu nuqtada funksiya orttirmasi $\Delta y = \Delta f(x)$ ning argument orttirmasi Δx ga nisbatining, Δx nolga intilgandagi chekli limitiga aytiladi:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (1)$$

$y=f(x)$ funksiya grafigining $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o'tkazilgan urinma tenglamasi

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \quad (2)$$

normal tenglamasi

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) \quad (3)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

$M_0(x_0; y_0)$ nuqtada kesishuvchi $y=f_1(x)$ va $y=f_2(x)$ egri chiziqlar orasidagi burchak

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_2'(x_0) - f_1'(x_0)}{1 + f_1'(x_0) f_2'(x_0)} \quad (4)$$

formula orqali topiladi.

Funksiya differensial $dy=y'dx$ orqali hisoblanadi.

Agar Δx yetarlicha kichik miqdor bo'lsa, u holda $\Delta y = dy$ bo'ladi va $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$ taqribiy formula o'rinalidir.

$y = f[g(x)]$ murakkab funksiya differensial: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ yoki x_0 nuqtadagi hosilasi:

$y'(x_0) = f'(u_0) \cdot g'(x_0)$ bo'ladi.

Hosilalar jadvali

Funksiyalar	Hosilalar
$y=C$ (bunda $C=const$)	$y'=0$
$y=x$	$y'=1$
$y=Cu$ (bunda $C=const$)	$y'=Cu'$
$y=u \pm v$	$y'=u' \pm v'$
$y=u \cdot v$	$y'=u'v + uv'$
$y=\frac{u}{v}$	$y'=\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$y=\frac{C}{u}$, (bunda $C=const$)	$y'=-\frac{C}{u^2}u'$
$y=u^n$	$y'=nu^{n-1}u'$
$y=\sqrt{u}$	$y'=\frac{1}{2\sqrt{u}}u'$
$y=a^u$	$y'=a^u \ln a \cdot u' \quad a > 1, a \neq 1$
$y=\log_a u$	$y'=\frac{1}{u}u' \log_a e = \frac{u'}{u \ln a}$
$y=\ln u$	$y'=\frac{1}{u}u'$
$y=\sin u$	$y'=\cos u \cdot u'$
$y=\cos u$	$y'=-\sin u \cdot u'$
$y=\operatorname{tg} u$	$y'=\frac{1}{\cos^2 u}u'$
$y=\operatorname{ctg} u$	$y'=-\frac{1}{\sin^2 u}u'$
$y=\sec u$	$y'=\sec u \cdot \operatorname{tg} u \cdot u'$
$y=\operatorname{cosec} u$	$y'=-\operatorname{cosec} u \cdot \operatorname{ctg} u \cdot u'$
$y=\arcsin u$	$y'=\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$y=\arccos u$	$y'=-\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$y=\operatorname{arctg} u$	$y'=\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
$y=\operatorname{arcctg} u$	$y'=-\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
$y=u \cdot v$	$y^{(n)} = u^{(n)}v + C_n^1 u^{(n-1)}v' + C_n^2 u^{(n-2)}v'' + \dots + uv^{(n)}$
$y=[f(x)]^{\varphi(x)}$	$y'=[f(x)]^{\varphi(x)} \left\{ \varphi'(x) \ln f(x) + \varphi(x) \frac{f'(x)}{f(x)} \right\}$

$y = shu$	$y' = chu \cdot u'$
$y = chu$	$y' = shu \cdot u'$
$y = thu$	$y' = \frac{1}{ch^2u} \cdot u'$
$y = cthu$	$y' = -\frac{1}{sh^2u} \cdot u'$

Agar $F(x, y)=0$ tenglamada $y=f(x)$ funksiya biror (a, b) intervalda aniqlangan bo'lib, tenglamada y o'rniga $f(x)$ ifoda qo'yilganda tenglama x ga nisbatan ayniyatga aylansa, u holda $y=f(x)$ funksiya tenglama bilan aniqlangan *oshkormas funksiya* bo'ladi. *Oshkormas funksiya hosilasi* xuddi murakkab funksiya kabi hisoblahadi. Masalan: $x^2 + y^2 + a^2 = 0$ oshkormas funksiya hosilasi $2x + 2yy' = 0$ bundan $y' = -\frac{x}{y}$.

4.1. Hosila ta'rifidan foydalanib, $y=f(x)$ funksiyalar uchun y' hosilasini toping:
 $y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$

funksiya orttirmasini topamiz:

$$\Delta y = (2(x + \Delta x)^3 + 5(x + \Delta x)^2 - 7(x + \Delta x) - 4) - (2x^3 + 5x^2 - 7x - 4) =$$

$$= 6x^2\Delta x + 6x\Delta x^2 + 2\Delta x^3 + 10x\Delta x + 5\Delta x^2 - 7\Delta x$$

$\Delta x \rightarrow 0$ intilganda quyidagi limitni topamiz:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (6x^2 + 6x\Delta x + 2\Delta x^2 + 10x + 5\Delta x - 7) = 6x^2 + 10x - 7 \quad \text{Shunday qilib, ta'rifga}$$

ko'ra hosila $y' = 6x^2 + 10x - 7$ bo'ladi.

Mustaqil yechish uchun misollar

Hosila ta'rifidan foydalanib, $y=f(x)$ funksiyalar uchun y' hosilasini toping:

4.2. a) $y = \frac{1}{x}$

b) $y = \sqrt{x}$

c) $y = \frac{1}{x^2}$

d) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Differensiallash qoida va formulalaridan foydalanib, quyidagi funksiyalarning hosilasini toping:

4.3. $y = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{5x^5}$

4.4. $y = 3x^2 + 5\sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^3}$

4.5. $y = x^3 \sin x$

4.6. $y = \sin x \cdot \ln x$

4.7. $y = \frac{x^4 + 1}{x^4 - 1}$

4.8. $y = x^2 \operatorname{ctgx}$

4.9. $y = x \arccos x$

4.10. $y = e^x \operatorname{arctgx}$

4.11. $y = \frac{\cos x}{x^2}$

4.12. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

4.13. $y = 3x^3 \ln x - x^3$

4.14. $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

4.15. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$

4.16. $y = x^2 \log_3 x$

4.17. $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x \operatorname{ctgx}$

4.18. $y = \frac{x \operatorname{tgx}}{1 + x^2}$

4.19. $y = \operatorname{arctgx} - \operatorname{arcctgx}$

4.20. a) $y = |\ln x|$ funksiya $x=1$ da hosilaga egami? Tekshiring.

b) $y = |x|$ funksiyani $x=0$ da bir tomonli hosilalarini toping. Bu funksiya $x=0$ da hosilaga egami?

Quyidagi masalalarda egri chiziqlarga o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari yozilsin va egri chiziqlar hamda urinmalari yasalsin:

4.21. $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6$ egri chiziqqa $M(1, -1)$ nuqtada.

Egri chiziq tenglamasidan y' hosilani topamiz:

$$2x + 2y^2 + 4xyy' + 12y^3y' = 0, \text{ ya'ni } y' = -\frac{x + y^2}{2xy + 6y^3}.$$

$$\text{Demak } y'(-1; 1) = -\frac{1 + (-1)^2}{2 \cdot 1(-1) + 6(-1)^3} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Urinma tenglamasi} \quad y + 1 = \frac{1}{4}(x - 1)$$

$$x - 4y + 5 = 0$$

$$\text{Normal tenglamasi} \quad y + 1 = -4(x - 1)$$

$$4x + y - 3 = 0.$$

$$4.22. y = \frac{x^3}{3} \quad x = -1 \text{ nuqtada;}$$

$$4.23. y = \frac{8}{4 + x^2} \quad x = 2 \text{ nuqtada;}$$

$$4.24. y = \sin x \quad x = \pi \text{ nuqtada;}$$

4.25. $y = x^2 + 2x - 1$ parabolaning $y = 2x^2$ parabola bilan kesishgan nuqtasida o'tkazilgan urinma va normal tenglamalarini yozing.

4.26. $y = x^2$ va $y^2 = x$ parabolalar qanday burchak ostida kesishadi?

4.27. $y = \sin x$ sinusoida Ox o'qini qanday burchak ostida kesib o'tadi?

4.28. $y = x - x^3$ va $y = 5x$ chiziqlar orasidagi burchakni toping.

4.29. $y = 1 + \sin x$, $y = 1$ chiziqlar orasidagi burchakni toping.

4.30. $y = 2x^3 + 5x^2$ funksiyaning orttirmasini va differensialini toping.

4.31. $f(x) = x^3 - 7x^2 + 8$ funksiya uchun $\Delta x = 0.01$ bo'lsa, $\Delta f(5)$ va $df(5)$ ni hisoblang.

4.32. Quyidagi funksiyalarning differensialini toping:

$$a) y = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}$$

$$b) y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$$

$$c) y = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$$

$$d) y = \frac{2^{3x}}{3^{2x}}$$

Quyidagilarni taqribiy hisoblang:

4.33. $\arcsin 0.51$

$y = \arcsin x$ funksiya uchun $x = 0.5$ va $\Delta x = 0.01$ deb olamiz. Taqribiy hisoblash formulasiga ko'ra topamiz. $\arcsin(x + \Delta x) \approx \arcsin x + (\arcsin x)' \cdot \Delta x$

$$\arcsin 0.51 \approx \arcsin 0.5 + \frac{1}{\sqrt{1 - (0.5)^2}} \cdot 0.01 = \frac{\pi}{6} + 0.011 = 0.513.$$

$$4.34. \sqrt[3]{1.02}$$

$$4.35. \sqrt[5]{33}$$

$$4.36. \sin 29^\circ$$

$$4.37. \arctg 1.05$$

Funksiyalarning hosilasini toping:

$$4.38. y = (1 + \sqrt[3]{x})^2$$

$$4.39. y = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$4.40. y = x^{\frac{3}{2}} \sin x$$

$$4.41. y = \sqrt[5]{x} \arctg x$$

$$4.42. y = \frac{x^7 - 5x^4 + 1}{x^2 + 1}$$

$$4.43. y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$$

4.44. $y = x^2 - 3x + 5$ parabolaning $M_0(2; 3)$ nuqtasida o'tkazilgan urinma va normal tenglamasini tuzing.

4.45. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$ gipirbolaga $M_0(-9; -8)$ nuqtasida o'tkazilgan urinma tenglamasini tuzing.

4.46. $y = x^2$ parabolaning qaysi nuqtasida o'tkazilgan urinma:

a) $y = 4x - 5$ to'g'ri chiziqqa parallel;

b) $2x - 6y + 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'ladi?

4.47. $2y = x^2$ va $2y = 8 - x^2$ egri chiziqlar qanday burchak ostida kesishadi?

Funksiyalar differensialini toping:

$$4.48. y = \arctg \frac{x}{a}; \quad dy - ?$$

$$4.49. y = e^{2x} \arcsin x; \quad dy - ?$$

$$4.50. y = x \ln x; \quad dy - ?$$

$$4.51. y = \frac{(x+1)^2}{(x+2)^3(x+3)^4} \quad dy - ?$$

Quyidagilarni taqribiy hisoblang:

$$4.52. \operatorname{tg} 46^\circ$$

$$4.53. \cos 31^\circ$$

$$4.54. \ln \operatorname{tg} 47^\circ 15'$$

$$4.55. \sqrt[4]{15.8}$$

5. YUQORI TARTIBLI HOSILALAR

$y=f(x)$ funksiya uchun birinchi tartibli hosilasi y' aniqlangan bo'lsin. Birinchi hosiladan olingan hosila *ikkinchi tartibli hosila* yoki boshlang'ich funksiyaning *ikkinchi hosilasi* deyiladi va y'' yoki $f''(x)$ bilan belgilanadi:

$$y'' = (y')' = f''(x).$$

Ikkinchi hosiladan olingan hosila *uchinchi tartibli hosila* yoki boshlang'ich funksiyaning *uchinchi hosilasi* deyiladi va y''' yoki $f'''(x)$ bilan belgilanadi.

Umuman, $f(x)$ funksiyaning *n-tartibli hosilasi* deb uning $(n-1)$ -tartibli hosilasidan (birinchi tartibli) hosilasiga aytiladi va $y^{(n)}$ yoki $f^{(n)}(x)$ bilan belgilanadi:

$$y^{(n)} = (y^{(n-1)})' = f^{(n)}(x).$$

Bunda ushbu formulalar o'rinli:

$$(U + V)^{(n)} = U^{(n)} + V^{(n)};$$

$$(CU)^{(n)} = C \cdot U^{(n)};$$

$$(U \cdot V)^{(n)} = U^{(n)}V + nU^{(n-1)}V' + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}U^{(n-2)}V'' + \dots + UV^{(n)} \quad (\text{Leybnits formulasi}).$$

Yuqori tartibli differensiallar ham shunday ta'riflanadi:

n-tartibli differensial deb $(n-1)$ -tartibli differensialning birinchi differensialiga aytiladi:

$$d^n y = d(d^{n-1} y) = \left[f^{(n-1)}(x) dx^{n-1} \right] dx$$

$$d^n(y) = f^{(n)}(x) dx^n.$$

Mustaqil yechish uchun misollar

Funksiya hosilasini toping:

$$5.1. y = \frac{1}{3} \sin^3 \sqrt{x} - \frac{2}{5} \sin^5 \sqrt{x} + \frac{1}{7} \sin^7 \sqrt{x}$$

$$y' = \frac{1}{3} \cdot 3 \sin^2 \sqrt{x} \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{5} \cdot 5 \sin^4 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{7} \cdot 7 \sin^6 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot (1 - 2 \sin^2 \sqrt{x} + \sin^4 \sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos^5 \sqrt{x}$$

$$5.2. y = \ln(2x^3 + 3x^2)$$

$$5.3. y = \sqrt{4x + \sin 4x}$$

$$5.4. y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}$$

$$5.5. y = e^{\frac{x}{a}} \cdot \cos \frac{x}{a}$$

$$5.6. y = \sqrt{1 - 3x^2}$$

$$5.7. y = \cos^3\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$5.8. y = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} - 2 \ln\left(\sin \frac{x}{2}\right)$$

$$5.9. y = \arccos \frac{9 - x^2}{9 + x^2}$$

$$5.10. y = 1 - e^{\sin^2 3x} \cdot \cos^2 3x$$

$$5.11. y = e^{\sqrt{2x}} (\sqrt{2x} - 1)$$

$$5.12. y = -\operatorname{cosec}^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$5.13. y = \arcsin \sqrt{1 - 0.2x^2}$$

$$5.14. y = \frac{1}{\sqrt{1 - mx^2}}$$

$$5.15. y = \frac{\sin x}{1 + \ln \sin x}$$

$$5.16. y = \operatorname{arctg}(x+1) + \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2}$$

$$5.17. y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x$$

$$5.18. y = \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}$$

$$5.19. y = \ln \ln x (\ln \ln x - 1)$$

$$5.20. y = \operatorname{tg}^3 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{tg} x$$

$$5.21. y = 2^{\cos 3x - 3 \cos x}$$

$$5.22. y = \frac{x^2 e^{x^2}}{x^2 + 1}$$

$$5.23. y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1 - x^2}$$

$$5.24. y = \arccos \sqrt{1 - 2^x}$$

$$5.25. y = \log_2 \sin^2 x$$

$$5.26. y = x e^x (\sin x - \cos x) + e^x \cos x$$

$$5.27. y = \log_x e$$

$$5.28. y = x^x$$

$$5.29. y = \sqrt[3]{x \sqrt{x \sqrt{x}}}$$

$$5.30. y = \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}}$$

Oshkor bo'lmagan ko'rinishda berilgan funksiyalar hosilasini toping:

$$5.31. x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0 \quad 3x^2 + \frac{y'}{y} - x^2 e^y y' - 2x e^y = 0, \text{ ya'ni } y' = \frac{(2x e^y - 3x^2)y}{1 - x^2 y e^y}$$

$$5.32. Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

$$5.33. x^4 - 6x^2 y^2 + 9y^4 - 5x^2 + 15y^2 - 100 = 0$$

$$5.34. x^y - y^x = 0$$

$$5.35. x \sin y + y \sin x = 0$$

$$5.36. e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$$

$$5.37. \sin(y - x^2) - \ln(y - x^2) + 2\sqrt{y - x^2} - 3 = 0$$

$$5.38. \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}} - 3\sqrt{\frac{y}{x}} = 0$$

Parametrik ko'rinishda berilgan quyidagi funksiyalarni differensiallang:

$$5.39. \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases} \quad y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{a \cos t}{-a \sin t} = -\operatorname{ctg} t$$

$$5.40. \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$

$$5.41. \begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^2} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$$

$$5.42. \begin{cases} x = \operatorname{cht} \\ y = \operatorname{sht} \end{cases}$$

5.43. Funksiyalarning 2-tartibli hosilalari topilsin:

$$1) y = \sin^2 x; \quad 2) y = \operatorname{tg} x; \quad 3) y = \sqrt{1+x^2}.$$

25.44. Quyidagi funksiyalarning 3-tartibli hosilalari topilsin:

$$1) y = x \ln x; \quad 2) s = t \cdot e^{-t}; \quad 3) y = \operatorname{arctg} \frac{x}{a}.$$

Quyidagi funksiyalarning n-tartibli hosilalari topilsin:

$$5.45. y = \ln x$$

$$y' = \frac{1}{x} = x^{-1}; \quad y'' = -1 \cdot x^{-2}; \quad y''' = 1 \cdot (-2) \cdot x^{-3}; \quad y^{(IV)} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x^{-4};$$

$$y^{(n)} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot (-1)^{n-1} \cdot x^{-n} = (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)!}{x^n}.$$

$$5.46. y = e^{-\frac{x}{a}};$$

$$5.47. y = \sqrt{x};$$

$$5.48. y = x^n;$$

$$5.49. y = \sin x;$$

$$5.50. y = \cos^2 x;$$

$$5.51. \begin{cases} x = \ln t \\ y = 1/t \end{cases}$$

Quyidagi funksiyalarning 1, 2, 3-tartibli differensiallarini toping:

$$5.52. y = x \sin x$$

$$5.53. y = x(\ln x - 1)$$

Funksiyalarning hosilasini toping:

$$5.54. y = \frac{3}{4} \cdot 4x^3 \sqrt{x}$$

$$5.55. y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$$

$$5.56. y = \ln(2x^3 + 3x^2)$$

$$5.57. y = \ln \operatorname{tg} \frac{2x+1}{4}$$

$$5.58. y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}$$

$$5.59. y = \operatorname{arctg} \sqrt{4x^2 - 1}$$

$$5.60. y = e^{-x} - \sin e^{-x} \cos e^{-x}$$

$$5.61. y = \ln \frac{x^5}{x^5 + 2}$$

$$5.62. y = \frac{x - e^{2x}}{x + e^{2x}}$$

$$5.63. y = 3x \sin^3 x + 3 \cos x - \cos 3x$$

$$5.64. y = \ln \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x+1}$$

$$5.65. y = \frac{\ln x}{x^5} + \frac{1}{5x^5}$$

$$5.66. y = 2(\operatorname{tg} \sqrt{x} - \sqrt{x})$$

$$5.67. y = \log_a (x + \sqrt{x^2 + 9})$$

$$5.68. y = \log_{\cos x} \sin x$$

$$5.69. y = x^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$5.70. y = x^2 e^{x^2} \ln x$$

5.71. $(u^v)' = vu^{v-1}u' + u^v v' \ln u$ ekanini ko'rsating.

Quyidagi tenglamalardan y' ni toping:

5.72. 1) $x^2 + y^2 = a^2$; 2) $y^2 = 2px$ 3) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

5.73. 1) $x^2 + xy + y^2 = 6$; 2) $x^2 + y^2 - xy = 0$

5.74. 1) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$; 2) $e^y - e^{-x} + xy = 0$

5.75. $e^x \sin u - e^{-y} \cos x = 0$ 5.76. $x = y + \arctg y$

5.77. 1) $x^2 + y^2 = a^2$; 2) $ax + ay - xy = c$; 3) $x^m y^n = 1$ tenglamalardan y'' topilsin.

5.78. $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\frac{dx}{dt} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} \frac{d^2 x}{dt^2}}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^3}$ formuladan foydalanib tenglamalardan $\frac{d^2 y}{dx^2}$ topilsin:

1) $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t^3}{3} - t \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

5.79. Funktsiyalarning 2-tartibli hosilalari topilsin:

1) $y = e^{-x^2}$; 2) $y = \operatorname{ctg} x$; 3) $\arcsin \frac{x}{2}$

Funksiyalarning n-tartibli hosilalari topilsin:

5.80. $y = x^{\sqrt[n]{x}}$ 5.81. $y = \frac{1}{2x+1}$

5.82. $y = 5 - 3\cos^2 x$ 5.83. $y = 2^x + 2^{-x}$

5.84. $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 5.85. $y = e^{kx}$

5.86. $y = (2x-3)^3$ funksiyaning 1, 2, 3-tartibli differensiallarini toping.

6. DIFFERENSIALLANUVCHI FUNKSIYA UCHUN O'RTA QIYMAT HAQIDA TEOREMLAR. TEYLOR FORMULASI. LOPITAL QOIDASI

Roll teoremasi: $y = f(x)$ funksiya $[a; b]$ kesmada aniqlangan va uzluksiz bo'lsin. Agar funksiya $(a; b)$ intervalda differensiallanuvchi bo'lib, $f(a) = f(b)$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda $(a; b)$ intervalga tegishli hech bo'lmaganda bitta shunday c nuqta topiladiki, $f'(c) = 0$ bo'ladi.

Lagranj teoremasi: $y = f(x)$ funksiya $[a; b]$ kesmada aniqlangan va uzluksiz bo'lib, $(a; b)$ intervalda differensiallanuvchi bo'lsa, u holda $(a; b)$ intervalga tegishli hech bo'lmaganda bitta shunday c nuqta topiladiki, $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Koshi teoremasi: Agar ikkita $f(x)$ va $\varphi(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz va uning ichida differensiallanuvchi bo'lsa, shu bilan birga $\varphi'(x)$ shu kesma ichining hech qayerida nolga aylanmasa, u holda $[a, b]$ kesma ichida shunday $x=c$, $a < c < b$ nuqta topiladiki, unda

$$\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}.$$

Taylor-Makloren formulasi

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x) \quad \text{ifoda}$$

Taylor formulasi, $R_n(x)$ Taylor formulasining qoldiq hadi.

Taylor formulasining $a=0$ dagi hususiy ko'rinishi

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$$

Makloren formulasi deyiladi.

Bu formula funksiyaning erkli o'zgaruvchi x ning darajalari bo'yicha yoyilmasini beradi.

Lopital qoidasi: Aytaylik, biror $[a, b]$ kesmada $f(x)$ va $\varphi(x)$ funksiyalar Koshi teoremasining shartlarini qanoatlantirsin va uning biror $x=a$ nuqtasida nolga aylansin, yani $f(a) = \varphi(a) = 0$ (yoki $\pm\infty$) bo'lsin; u holda $x \rightarrow a$ da $\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$ nisbatning limiti mavjud bo'lsa, $x \rightarrow a$ da $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ ham limiti mavjud bo'ladi, shu bilan birga

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \left\{ \frac{0}{0} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = \left\{ \frac{0}{0} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{\varphi''(x)} = \dots$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f''(x)}{\varphi''(x)} = \dots$$

Quyidagi funksiyalar limitini hisoblang:

$$6.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin bx} = \left\{ \frac{0}{0} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cos x}{b \cos x} = \frac{a}{b}$$

$$6.14. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 6x + 8}$$

$$6.15. \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^x - e^a}{x - a}$$

$$6.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$$

$$6.17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}$$

$$6.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

$$6.19. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} (1-x)^{\frac{1}{x}}; \quad y = (1-x)^{\frac{1}{x}} \text{ deb belgilab, tenglikning ikkala qismini logarifmlaymiz}$$

$$\ln y = \frac{1}{x} \ln |1-x| = \frac{\ln |1-x|}{x}.$$

Endi

limitga

o'tamiz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln |1-x|}{x} = \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{1}{|1-x|}}{1} = 0. \quad \ln y = 0, \quad y = 1$$

$$6.21. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\tan x}$$

$$26.22. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x}$$

$$6.23. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{2 \cos x}$$

$$26.24. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\sin x}$$

$$6.25. \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$$

6.26. $f(x) = \sqrt[3]{8x - x^2}$ funksiya uchun $a=0$, $b=8$ bo'lganda Roll teoremasi shartlari x ning qanday qiymatlarida bajariladi?

6.27. $[-1; 2]$ segmentda $4/x$ va $1 - \sqrt[3]{x^2}$ funksiyalarga Lagranj teoremasini tatbiq qilish mumkin emasligi ko'rsatilsin.

6.28. Tenglamalari $x=t^2$, $y=t^3$ parametrik ko'rinishda berilgan egri chiziqning AB yoyida shunday M nuqtani topingki, bu nuqtada o'tkazilgan urinma AB vatarga parallel bo'lsin, A va B nuqtalarga $t=1$, $t=3$ qiymatlar mos keladi.

6.29. $y=x^3-3x$ egri chiziqning AB yoyining qaysi nuqtasida o'tkazilgan urinma AB vatarga parallel bo'ladi: $A(0;0)$, $B(3;8)$

6.30. Quyidagi funksiyalar uchun Lagranj formulasi yozilsin va $C(x,y)$ nuqta topilsin.

1) $[0;1]$ segmentda $f(x) = \arctg x$

2) $[0;1]$ segmentda $f(x) = \arcsin x$

$[1;2]$ segmentda $f(x) = \ln x$

6.31. Quyidagi funksiyalar uchun Koshi formulasi yozilsin va C nuqta topilsin:

1) $[0; \pi/2]$ segmentda $\sin x$ va $\cos x$ 2) $[1;4]$ segmentda x^2 va $\sqrt{x}$

Quyidagi funksiyalarni Makloren formulasi bo'yicha yozing:

6.32. $f(x) = \cos x$

6.33. $f(x) = (1+x)^a$

7. FUNKSIYANI HOSILA YORDAMIDA TO'LA TEKSHIRISH

Funksiyani tekshirish va grafigini yasash quyidagi umumiy chizma bo'yicha bajariladi:

1) Funksiyaning aniqlanish sohasi topiladi.

2) Funksiya juft ($f(-x) = f(x)$, $\pm x \in D(f)$), toqligi ($f(-x) = -f(x)$, $\pm x \in D(f)$) yoki juft ham emas, toq ham emasligi aniqlanadi. Agar funksiyaning juft yoki toqligi aniqlansa, funksiyani musbat yoki manfiy haqiqiy sonlar yarim o'qida tekshirish yetarli.

Agar funksiya juft bo'lsa, bu funksiyaning grafigi Oy o'qiga nisbatan simmetrik, toq bo'lsa koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'ladi.

3) Davriy yoki davriy emasligi aniqlanadi. Davriy funksiyaning bir davr oralag'ida tekshirish yetarli.

4) Funksiya grafigining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari topiladi. Ox o'qi bilan

kesishish nuqtalari $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$ chizma, Oy o'qi bilan kesishish nuqtalari esa $\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$

chizmani yechish bilan topiladi. Funksiya grafigining asimptotalari quriladi.

5) Uzilish nuqtalari aniqlanadi va ularning atrofida funksiyaning o'zini tutishi tekshiriladi. Funksiyaning og'ma asimptotasi

$$(k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx], \quad y = kx + b) \text{ tekshiriladi}$$

6) Funksiyaning o'sish va kamayish intervallari, maksimum va minimum nuqtalari topiladi.

7) Funksiya grafigining qavariqligi va egilish nuqtalari topiladi.

8) Yig'ilgan ma'lumotlar jadval ko'rinishida tuziladi.

9) Funksiya grafigi yasaladi.

7.1. Quyidagi berilgan funksiyaning tekshirib, grafigini chizing:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \text{ berilgan funksiya } D = \{(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)\} \text{ to'plamda aniqlangan.}$$

Bu funksiya uchun $f(-x) = f(x)$ bo'lganidan u juftdir va uni $[0; +\infty]$ oraliqda tekshirish kifoya.

Funksiyaning birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari:

$$f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2} \quad f''(x) = \frac{4(1 + 3x^2)}{(x^2 - 1)^3}$$

Birinchi tartibli hosila $[0; +\infty)$ oraliqning $x=1$ nuqtasidan boshqa barcha nuqtalarida aniqlangan va $x=0$ nuqtada nolga aylanadi. Ikkinchi tartibli hosilaning $x=0$ nuqtadagi qiymati $f''(0) = -4 < 0$, shuning uchun $f(x)$ funksiya $x=0$ nuqtada maksimumga ega va bu maksimum qiymat $f(0) = -1$ bo'ladi.

Endi $(0; 1)$ va $(1; +\infty)$ da $f'(x) < 0$ bo'lganidan bu to'plamda $f(x)$ ning kamayuvchiligi kelib chiqadi. So'ngra:

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = +\infty$$

bo'lgani uchun $x = \pm 1$ (funksiyaning ikkinchi tur uzilish nuqtalari) to'g'ri chiziqlar vertical asimptotalar ekanligini va

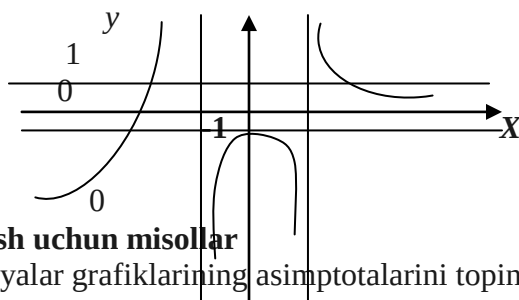
$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{1}{x} = 0$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = 1$$

limitlarga ko'ra $y=1$ gorizontal to'g'ri chiziq $f(x)$ funksiya grafigining asimptotasi ekanligini hosil qilamiz.

Endi $1+3x^2=0$ tenglama xaqiqiy sonlar o'qida yechimga ega bo'lmaganligi sababli funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasi nolga teng bo'lmashligi, ya'ni egilish nuqtasi yo'qligi kelib chiqadi. Ikkinchi tartibli hosilaning qiymatlari $[0; 1)$ da $f''(x)>0$, $(1; +\infty)$ da $f''(x)<0$. Demak, funksiya grafigi $(-1; 1)$ da qavariq, hamda $(-\infty; -1)$ va $(1; +\infty)$ da botiq bo'ladi.

	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	+		+	0	-		-
$f''(x)$	+		-	-4	-		+
$f(x)$				-1			
	U	II tur uzilish	∩	max	∩	II tur uzilish	U



Mustaqil yechish uchun misollar

Quyidagi funksiyalar grafiklarining asimptotalarini toping:

7.2. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \infty$, ya'ni $x=-2$ to'g'ri chiziq vertical asimptotadir.

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x(x + 2)} = 1$ $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} - x \right] = -4$ demak $y=kx+b$ formulaga ko'ra

$y=x-4$ to'g'ri chiziq og'ma asimptotadir.

7.3. $y = \frac{2x}{x-1}$

7.4. $y = \frac{x}{2x-1} + x$

7.5. $y = \frac{\ln x}{x}$

7.6. $y = \frac{1}{x} + 4x^2$

7.7. $y = 2\sqrt{x^2 + 4}$

7.8. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

7.9. $y = x + \frac{\sin x}{x}$

7.10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Quyidagi berilgan funksiyalarni tekshirib, grafiklarini chizing:

7.11. $y = \sqrt[3]{1-x^3}$

7.12. $y = \sin^2 x$

7.13. $y = \ln x - \ln(x-1)$

7.14. $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

7.15. $y = 16x(x-1)^3$

7.16. $y = 2\sin x + \cos 2x$ ($[0, \pi)$) oraliqda

7.17. $y = \frac{x^2}{x-2}$

7.18. $y = (x-1)\sqrt{x}$

7.19. $y = \ln \frac{x}{x-1}$

7.20. $y = \sin 2x - x$ $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ oraliqda

7.21. $y = 2x \pm \operatorname{ctg} x$

(0, π) oraliqda

$$7.22. y = x + e^{-x}$$

$$7.23. y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$7.24. y = \frac{x^3}{(x-2)^2}$$

Quyidagi funksiyalar grafiklarining asimptotalarini toping:

$$7.25. y = 2x - \frac{\cos x}{x}$$

$$7.26. y = \frac{\ln^2 x}{x} - 3x$$

$$7.27. y = x^2 \cdot e^{-x}$$

$$7.28. y = 0.5x + \arctg x$$

$$7.29. y = -x \arctg x$$

8. ANIQ BO'LMAGAN INTEGRALNI INTEGRALLASH USULLARI

Integrallash amali differensiallashga teskari amal bo'lgani uchun asosiy integrallash formulalarini bevosita topish mumkin. Barcha formulalarda $u = u(x)$ x ning differensiallanuvchi funksiyasi deb belgilanadi. Ixtiyoriy formulani o'ng tomonidan hosila olib tekshirish mumkin.

Asosiy integrallash jadvali:

$$1. \int du = u + C$$

$$2. \int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$3. \int \frac{du}{u} = \ln u + C$$

$$4. \int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$$

$$5. \int e^u du = e^u + C$$

$$6. \int \sin u du = -\cos u + C$$

$$7. \int \cos u du = \sin u + C$$

$$8. \int \frac{du}{\cos^2 u} = \tan u + C$$

$$9. \int \frac{du}{\sin^2 u} = -\cot u + C$$

$$10. \int \tan u du = -\ln |\cos u| + C$$

$$11. \int \cot u du = \ln |\sin u| + C$$

$$12. \int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{u}{a} + C$$

$$13. \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u-a}{u+a} \right| + C$$

$$14. \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$$

$$15. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + \lambda}} = \ln |u + \sqrt{u^2 + \lambda}| + C.$$

Aniqmas integral xossalari:

$$1. (\int f(x) dx)' = f(x);$$

$$2. d(\int f(x) dx) = f(x) dx;$$

$$3. \int dF(x) = F(x) + C;$$

$$4. \int [f_1(x) \pm f_2(x) \pm \dots \pm f_n(x)] dx = \int f_1(x) dx \pm \int f_2(x) dx \pm \dots \pm \int f_n(x) dx;$$

$$5. \int af(x) dx = a \int f(x) dx;$$

$$6. \int u dv = uv - \int v du \quad (\text{bo'laklab integrallash formulasi})$$

Aniqmas integral $I = \int f(x) dx$ ko'rinishida yoziladi. Asosiy masala $y=f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich $F(x)$ funksiyani topishdan iborat.

Boshlang'ich funksiya $F(x)$ turli usullarda topiladi, ulardan:

I. Bevosita integrallash. Bu usulda boshlang'ich funksiya integrallar jadvalidagi formulalar orqali topiladi.

Misol keltiramiz:

$$8.1. \int (\ln x)^4 \frac{dx}{x}; \quad \frac{dx}{x} \text{ ifodani diferensialning tarifiga ko'ra } d(\ln x) \text{ kabi yozish mumkin.}$$

Shuning uchun $\int (\ln x)^4 \frac{dx}{x} = \int (\ln x)^4 d(\ln x)$ tenglik o'rinli, bu ifoda $\ln x$ ga nisbatan darajaning integrali, demak,

$$\int (\ln x)^4 \frac{dx}{x} = \frac{\ln^5 x}{5} + C.$$

8.2.

$$\int \frac{2-x^4}{1+x^2} dx = \int \frac{1-x^4+1}{1+x^2} dx = \int (1-x^2) dx + \int \frac{dx}{1+x^2} = x - \frac{x^3}{3} + \arctg x + C$$

Bu yerda

$$\int dx = x + C, \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

formulalardan foydalandik.

II. Aniqmas integralni yangi o'zgaruvchi kiritish usuli bilan integrallash.

Bu usulga ko'ra integral ostida biror funksiyani yangi o'zgaruvchi kiritish bilan integral jadvaldagi formula ko'rinishiga keltiriladi.

8.3. A) $J = \int \left(2\sin \frac{x}{2} + 3\right)^2 \cos \frac{x}{2} dx$ aniqmas integralni yangi o'zgaruvchi kiritish usuli bilan integrallang.

Buning uchun integral ostiga shunday yangi o'zgaruvchi kiritish kerakki, bu ifodani differensiallasak qolgan ifoda kelib chiqishi kerak.

$$J = \int \left(2\sin \frac{x}{2} + 3\right)^2 \cos \frac{x}{2} dx = \left| \begin{array}{l} 2\sin \frac{x}{2} + 3 = t \text{ differensiallaymiz} \\ 2\cos \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} dx = dt, \quad \cos \frac{x}{2} dx = dt, \end{array} \right| =$$

$$= \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{(2\sin \frac{x}{2} + 3)^3}{3} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \text{ formuladan foydalandik.}$$

$$\text{B) } \int \frac{\sin 4x dx}{\cos^4 2x + 4} = \left| \begin{array}{l} \cos^2 2x = t \\ -2\cos 2x \cdot \sin 2x \cdot 2dx = dt \\ -2\sin 4x dx = dt, \quad \sin 4x dx = -\frac{dt}{2} \end{array} \right| = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2 + 2^2} =$$

$$= -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{t}{2} + C = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\cos^2 2x}{2} + C;$$

Bu yerda $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$ formuladan foydalandik.

C) $J = \int \sqrt{4 - x^2} dx$ aniqmas integralni integrallang.

Bu integral trigonometrik almashtirish yordamida integrallanadi:

$$J = \int \sqrt{4 - x^2} dx = \left| \begin{array}{l} x = 2\sin t \\ dx = 2\cos t dt \end{array} \right| = \int \sqrt{4 - 4\sin^2 t} \cdot 2\cos t dt = 4 \int \cos^2 t dt = 2t + \sin 2t + C$$

$x = 2\sin t$ dan $\sin t = \frac{x}{2}$, $t = \arcsin \frac{x}{2}$ ni oxirgi tenglikka qo'yamiz

$$J = 2\arcsin \frac{x}{2} + \sin 2\arcsin \frac{x}{2} + C;$$

III. Aniqmas integralni bo'laklab integrallash.

Aniqmas integralni bo'laklab integrallash formulasi $\int u dv = uv - \int v du$. Bu formulaga ko'ra $\int f(x) dx$ integral ostidagi ifoda shunday ikki bo'lakka bo'linadiki, $\int u dv$ ni hisoblash berilgan integralni hisoblashga qaraganda qulayroq bo'lsin.

$$8.4. \int x^2 \operatorname{arctg} x dx = \left| \begin{array}{l} u = \operatorname{arctg} x, du = \frac{dx}{1+x^2} \\ x^2 dx = dv, v = \frac{x^3}{3} \end{array} \right| = \frac{x^3}{3} \operatorname{arctg} x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^3}{3} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{3} \int \left(x - \frac{x}{x^2+1} \right) dx = \frac{x^3}{3} \operatorname{arctg} x - \frac{x^2}{6} + \frac{1}{6} \ln(x^2+1) + C.$$

Mustaqil yechish uchun misollar

Quyidagi integrallarni toping:

85. $\int x\sqrt{x} dx;$

8.6. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x}};$

8.7. $\int \frac{2-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

8.8. $\int \left(x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx;$

8.9. $\int \frac{x-2}{x^3} dx;$

8.10. $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx;$

$$8.11. \int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx;$$

$$812. \int \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2}} dx;$$

$$8.13. \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx;$$

$$8.14. \int ctg^2 x dx;$$

$$8.15. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x};$$

O'zgaruvchini almashtirish usulidan foydalanib, integrallarni toping:

$$8.16. \int x \cos(x^2) dx;$$

$$8.17. \int \frac{e^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1}} dx;$$

$$8.18. \int x^3 (1-2x^4)^3 dx;$$

$$8.19. \int x \sqrt{a-x} dx, \quad a-x=t^2;$$

$$8.20. \int \frac{dx}{x \ln x};$$

$$8.21. \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+2\sin^2 x}};$$

$$8.22. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2+\cos^2 x}} dx;$$

Bo'laklab integrallash usulidan foydalanib, integrallarni toping:

$$8.23. \int (x+1)e^x dx;$$

$$8.24. \int e^{2x} \cos x dx;$$

$$8.25. \int \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

$$8.26. \int x^2 e^{3x} dx;$$

$$8.27. \int x \cos x dx;$$

$$8.28. \int \ln^2 x dx;$$

$$8.29. \int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x};$$

$$8.30. \int \frac{\arcsin \frac{x}{2}}{\sqrt{2^2-x^2}} dx;$$

Quyidagi integrallarni toping:

$$8.31. \int \frac{dx}{x^3};$$

$$8.32. \int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}};$$

$$8.33. \int \frac{dx}{2x^2-6};$$

$$8.34. \int (1+e^x)^2 dx;$$

$$8.35. \int \frac{2x+3}{x^2-5} dx;$$

$$8.36. \int tg^2 \varphi d\varphi;$$

$$8.37. \int \frac{2x dx}{x^4+3};$$

$$8.38. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}};$$

$$8.39. \int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}; \quad (e^x+1=t^2);$$

$$8.40. \int \frac{e^x dx}{3+4e^x};$$

$$8.41. \int e^{\sin x} \cos x dx;$$

$$8.42. \int \frac{\sin 4x}{\cos^4 2x+4} dx;$$

$$8.43. \int \frac{2e^x dx}{\sqrt{16-e^{2x}}};$$

$$8.44. \int \frac{\sqrt{2-x^2}+\sqrt{2+x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx;$$

$$8.45. \int x \sin x dx;$$

$$8.46. \int x^3 e^x dx;$$

$$8.47. \int \sqrt{a^2-x^2} dx, \quad a>0, \quad u=\sqrt{a^2-x^2};$$

$$8.48. \int \sin \sqrt{x} dx; \quad \sqrt{x}=t;$$

$$8.49. \int (x^2+2x+3) \cos x dx;$$

$$8.50. \int \frac{3-2ctg^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

9. ANIQ INTEGRAL

Aniq integral $I = \int_a^b f(x) dx$ ko'rinishida yoziladi va Nyuton-Leybnits formulasiga ko'ra hisoblanadi:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$F(x)$ funksiya $y=f(x)$ uchun boshlang'ich funksiya, a -integralning quyi, b -yuqori chegaralari.

Aniq integralni ham xuddi aniq bo'lmagan integralga o'xshab integrallab, so'ngra Nyuton-Leybnits formulasiga ko'ra hisoblanadi.

Aniq integral yordamida egri chiziqlar bilan chegaralangan yuzalarni, aylanma jismlar hajmini, egri chiziq yoyining uzunligini va h.k.larni hisoblash mumkin.

Quyidagi aniq integralni hisoblang:

$$9.1. \int_0^1 \sqrt{1+t} dt = \int_0^1 (1+t)^{\frac{1}{2}} d(t+1) = \frac{2}{3} (1+t)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3} (\sqrt{8}-1)$$

$$9.2. \int_0^{\pi/2} (1 - \cos^2 x) \sin x dx = \left| \begin{array}{l} \cos x = t \\ \sin x dx = -dt \\ x_1 = 0, t_1 = 1; x_2 = \frac{\pi}{2}, t_2 = 0 \end{array} \right| =$$

$$= - \int_1^0 (1 - t^2) dt = \left(t - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^0 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

9.3.

$$\int_0^1 x e^{-x} dx = \left| \begin{array}{l} u = x, du = dx \\ dv = e^{-x} dx, v = -e^{-x} \end{array} \right| = -x e^{-x} \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{-x} dx = (-x e^{-x} - e^{-x}) \Big|_0^1 =$$

$$1 - \frac{2}{e}$$

$$9.4. \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx = \left| \begin{array}{l} x = \sin t \\ dx = \cos t dt \\ t = \arcsin x \\ x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, t_1 = \frac{\pi}{4}; \\ x_2 = 1, t_2 = \frac{\pi}{2} \end{array} \right| = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1-\sin^2 t}}{\sin^2 t} \cos t dt =$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^2 t}{\sin^2 t} dt = (-ctgt - t) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 1 + \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

31.5. $x^2 + y^2 = 8$ aylana $y = x^2/2$ bilan ikki qismga bo'lingan. Ikkala qismini yuzasini toping.
Yechish: Grafiklar kesishish nuqtalarini topamiz:

$$\frac{1}{2} x^2 = \sqrt{8-x^2}$$

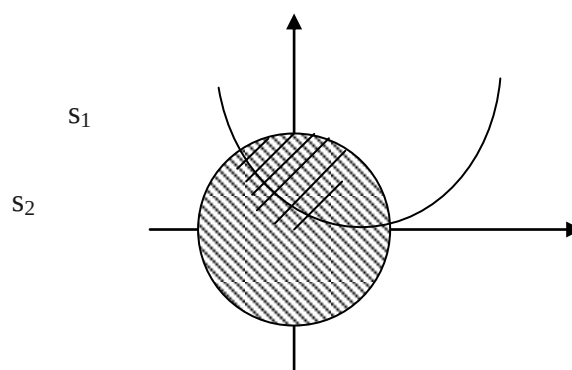
$$\frac{x^4}{4} = 8 - x^2$$

$$\frac{x^4}{4} = 8 - x^2$$

$$-32 + 4x^2 + x^4 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2,$$

$$S_d = \pi r^2 = 8\pi \quad r = 2\sqrt{2}$$



$$S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx = 2\sqrt{2} \int_{-2}^2 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} \right)^2} dx - \frac{1}{2} \int_{-2}^2 x^2 dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \frac{x}{2\sqrt{2}} = \sin t, \quad dx = 2\sqrt{2} \cos t dt, \\ x_1 = -2, \quad \sin t = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad t = -\frac{\pi}{4} \\ x_2 = 2, \quad \sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad t = \frac{\pi}{4} \end{array} \right| = (2\sqrt{2})^2 \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt -$$

$$-\frac{x^3}{6} \Big|_{-2}^2 = 8 \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt - \frac{8}{6} - \frac{8}{6} = 8 \left(\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right) \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \frac{16}{6} =$$

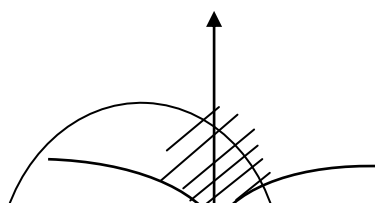
$$= 8 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) - \frac{16}{6} = 2\pi + \frac{4}{3} \text{ (kv.birl.)}$$

$$S_2 = S_d - S_1 = 8\pi - \left(2\pi + \frac{4}{3} \right) = 6\pi - \frac{4}{3} \text{ (kv.birl.)}$$

9.6. $y = 2 - x^2$ va $y^3 = x^2$ egri chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini toping:

Yechish: Egri chiziqlar kesishish nuqtalarini topamiz:

$$2 - x^2 = \sqrt[3]{x^2}$$



$$8 - 12x^2 + 6x^4 - x^6 = x^2$$

$$x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8 = 0$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 1,$$

$$0 \quad 1$$

$$S = \int_{-1}^1 (2 - x^2 - \sqrt[3]{x^2}) dx = 2 \int_0^1 (2 - x^2 - \sqrt[3]{x^2}) dx =$$

$$= \left(2x - \frac{x^3}{3} - \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} \right) \Big|_0^1 = 2 \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \right) = \frac{32}{15} \text{ (kv.birl.)}$$

9.7. $y=x^2$ va $x=y^2$ parabolalar bilan chegaralangan figurani Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang: \$

Yechish: $\begin{cases} y = x^2 \\ x = y^2 \end{cases}$ sistemasidan kesishish nuqtalarini topamiz:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad y_1 = 0, \quad y_2 = 1$$

$$V = V_1 + V_2 = \pi \int_0^1 x dx - \pi \int_0^1 x^4 dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{10} \pi \text{ (kub.birl.)}$$

9.8. $y^2 = \frac{2}{3}(x-1)^3$ yarim kubik parabolaning $y^2 = \frac{x}{3}$ parabola ichki qismi bilan chegaralangan yoy uzunligini hisoblang:

Yechish: Egri chiziqlarning kesishish nuqtasini aniqlaymiz: $\frac{2}{3}(x-1)^3 = \frac{x}{3}$

$$x = 2, \quad \partial a \quad y = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad chunki \quad y = \sqrt{\frac{2}{3}(x-1)(x-1)}, \quad u \quad holda \quad y' = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{x-1},$$

$$L = 2 \int_1^2 \sqrt{1 + \frac{3}{2}(x-1)} dx = 2 \frac{1}{\sqrt{2}} \int_1^2 \sqrt{3x-1} dx = \frac{2\sqrt{2}}{9} (5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$$

Mustaqil yechish uchun misollar

Quyidagi aniq integralni hisoblang:

$$9.9. \int_1^5 \sqrt{x-1} dx$$

$$9.10. \int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 5}$$

$$9.11. \int_{-1}^4 \frac{x}{\sqrt{x+5}} dx$$

$$9.12. \int_1^e \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$$

$$9.13. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$9.14. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$9.15. \int_0^{\pi/4} \sin 4x dx$$

$$9.16. \int_1^e x^2 \ln x dx$$

$$9.17. \int_0^{\pi} e^x \sin x dx$$

$$9.18. \int_0^1 \arcsin x dx$$

$$9.19. \int_0^1 \ln(x+1) dx$$

$$9.20. \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$$

$$9.21. \int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$$

$$9.22. \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$$

$$9.23. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$9.24. \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$$

$$9.25. \int_1^3 \frac{dx}{x+x^2}$$

$$9.26. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}$$

$$9.27. \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$$

$$9.28. \int_1^e x \arcsin x dx$$

$$9.29. \int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx$$

Berilgan chiziqlar bilan chegaralangan figuralar yuzalarini hisoblang:

$$9.30. y = 4 - x^2 \text{ va } Ox \text{ o'q bilan}$$

$$9.31. y = (x-1)^2 \text{ va } x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$$

9.32. $y = x^2 + 1$ va $y = 3 - x$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini toping.
Egri chiziqlar yo'plarining uzunliklari hisoblansin:

$$9.33. y = 1 - \ln \cos x, x = 0 \text{ dan } x = \frac{\pi}{6} \text{ gacha}$$

$$9.34. x = 8 \sin t + 6 \cos t, y = 6 \sin t - 8 \cos t, t = 0 \text{ dan } t = \frac{\pi}{2} \text{ gacha}$$

$$9.35. x = \frac{1}{3}t^3 - t, y = t^2 + 2, t = 0 \text{ dan } t = 3 \text{ gacha}$$

9.36. $x^2 - y^2 = 4, y = \pm 2$ chiziqlar bilan chegaralangan figurani Oy o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning hajmini toping.

9.37. $y = \frac{1}{1+x^2}, x = \pm 1, y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figurani Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning hajmini toping.

9.38. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning hajmini hisoblang.

Integrallarni hisoblang:

$$9.39. \int_2^3 \frac{dx}{x^2}$$

$$9.40. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$9.41. \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x}$$

$$9.42. \int_1^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$$

$$9.43. \int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$$

$$9.44. \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$$

$$9.45. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

$$9.46. \int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^3 x dx$$

9.47. $y = x^2 + 1$ parabola va $y=0, x=-1, x=4$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini toping.

9.48. $y = (x-1)^2$ va $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini toping.

9.49. $y^4 = 4x^3$ egri chiziqlarning $O(0,0)$ dan $V(\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$ gacha bo'lgan yoyining uzunligini toping.

9.50. $y = \ln(\sin x)$ egri chiziqlarning $x = \frac{\pi}{3}$ dan $x = \frac{\pi}{2}$ gacha bo'lgan yoyining uzunligini toping.

9.51. $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 1$, chiziqlar bilan chegaralangan figurani Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning hajmini hisoblang.

10. XOSMAS INTEGRALLAR. ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH FORMULALARI

I. Xosmas integrallar ikki xil bo'ladi:

1-tur xos bo'lmagan integrallar chegaralari cheksiz bo'lgan integrallardir.

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

Bu tenglikda o'ng tomonda turgan limit mavjud bo'lsa, u holda xos bo'lmagan integral

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \text{ yaqinlashuvchi integrallar deyiladi.}$$

Agar ko'rsatilgan limit cheksizga teng bo'lsa yoki mavjud bo'lmasa xosmas integral uzoqlashuvchi deyiladi.

$$\int_{-\infty}^b f(x)dx, \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \text{ xosmas integrallar ham shunday aniqlanadi.}$$

2-tur xosmas integrallar.

Agar $y = f(x)$ funksiya $[a;b]$ kesmaning $x=a$ nuqtasida, $x=b$ nuqtasida yoki $[a;b]$ ga tegishli biror $x=c$ nuqta atrofida aniqlanmagan bo'lsa, bunday funksiya olingan integrallar 2-tur xosmas integrali deyiladi.

$y = f(x)$ funksiya $[a;b]$ oraliqda aniqlangan va uzliksiz bo'lib, $x=b$ nuqta atrofida

chegaralanmagan funksiya bo'lsa, u holda $\lim_{E \rightarrow 0} \int_a^{b-E} f(x)dx$ limitga $f(x)$ funksiyaning 2-tur

xosmas integrali deyiladi va $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx$ tenglik bilan aniqlanadi. Agar o'ng

tomonda turgan limit mavjud bo'lsa, xosmas integral yaqinlashuvchi deyiladi. Agar limit mavjud bo'lmasa, xosmas integral uzoqlashuvchi deyiladi.

Boshqa 2-tur integrallar ham xuddi shunday aniqlanadi.

II. Aniq integrallarni taqribiy hisoblash. $I = \int_a^b f(x)dx$ aniq integralda $y = f(x)$ funksiya

uchun boshlang'ich funksiyaning har doim ham topib bo'lmaydi, bunday holda aniq integralni taqribiy hisoblash formulalaridan foydalaniladi.

1. To'g'ri to'rtburchaklar formulasi:

Ko'rsatma berish va yo'naltirish

n_2	a.	$(-\infty; 1/2)$
	b.	$[-1/2; \infty)$
n_3	c.	$[1/2; \infty)$
n_4	d.	$(-\infty; -1/2)$

$$\dots) = h y_i) y \sum_{+}^0 \frac{h}{+} y_{+}^{1 \ n \ 0} =)^{1 \ i} (\approx$$
$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad (n=\text{juft son})$$

10.1. $I = \int_0^{+\infty} \cos x dx$ xosmas integrallarni taqribiy hisoblang va yaqinlashishini tekshiring:

$$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \cos x dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \sin x \Big|_0^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} (\sin b - \sin 0) = \lim_{b \rightarrow +\infty} \sin b \quad \text{demak} \quad \text{xosmas} \quad \text{integral}$$

10.2. $I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ xosmas integralni hisoblang va yaqinlashishni tekshiring:

$$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \arctg x \Big|_0^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} (\arctg b - \arctg 0) = \lim_{b \rightarrow +\infty} \arctg b = \frac{\pi}{2} \quad \text{xosmas} \quad \text{integral}$$

10.3. $\int_0^1 \frac{dx}{x}$; $f(x) = \frac{1}{x}$ funksiya $x=0$ nuqtada chegaralanmagan.

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} = \lim_{a \rightarrow +0} \int_a^1 \frac{dx}{x} = \lim_{a \rightarrow +0} \ln x \Big|_a^1 = \lim_{a \rightarrow +0} (\ln 1 - \ln a) = \lim_{a \rightarrow +0} \ln a^-.$$

Bu limit mavjud emas. Berilgan

10.4. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ xosmas integralni hisoblang va yaqinlashishini tekshiring:

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ funksiya $x=1$ nuqtada uzulishga ega

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{1-\varepsilon} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \arcsin x \Big|_0^{1-\varepsilon} =$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\arcsin(1-\varepsilon) - \arcsin 0) = \frac{\pi}{2}$$

10.5. $I = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$ xosmas integralni yaqinlashishga tekshiring.

$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ $x=1$ nuqtada uzilishga ega, shuning uchun

$$I = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3} = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3} + \int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3};$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{1-\varepsilon} \frac{dx}{(x-2)^2 - 1} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| \Big|_0^{1-\varepsilon} = \frac{1}{2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\ln \frac{2+\varepsilon}{\varepsilon} - \ln 3) = \frac{1}{2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \ln \frac{2+\varepsilon}{\varepsilon} = \infty$$

Integral uzoqlashuvchi, demak berilgan xosmas integral ham uzoqlashuvchi.

10.6. $I = \int_0^6 (x^2 + 3)dx$ integralni taqribiy (trapetsiyalar formulasi yordamida) hisoblang ($n=6$).

$[0;6]$ oraliqni 6 teng qismga bo'lamiz:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	3	4	7	12	19	28	39

$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6-0}{6} = 1$ trapetsiyalar formulasi asosida:

$$I = h \left(\frac{y_0 + y_6}{2} + \sum_{i=1}^5 y_i \right) = \frac{3 + 39}{2} + (4 + 7 + 12 + 19 + 28) = 21 + 70 = 91$$

10.7. Simpson formulasi yordamida $I = \int_0^{10} x^3 dx$ integralni taqribiy hisoblang va aniq qiymati

bilan taqqoslang:

$$\text{N'yuton-Leybnits formulasiga asosan } I = \int_0^{10} x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^{10} = \frac{10^4}{4} = 2500$$

Simpson formulasini qo'llash uchun $[0;10]$ oraliqni 10 teng qismga bo'lamiz:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

$2k=10$, demak $k=5$

$$I = \int_0^{10} x^3 dx = \frac{10-0}{10 \cdot 3} [0 + 4(1 + 27 + 125 + 343 + 729) + 2(8 + 64 + 216 + 512) + 1000] = 2500$$

Quyidagi xosmas integralni hisoblang va ularni yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchiligini aniqlang:

10.8. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

10.9. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$

10.10. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$

10.11. $\int_0^{\infty} x^2 e^{\frac{x}{2}} dx$

$$10.12. \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$$

$$10.13. \int_1^{\infty} \frac{\arctg x dx}{x^2}$$

$$10.14. \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

$$10.15. \int_1^{\infty} \frac{\sin x dx}{x^2}$$

$$10.16. \int_1^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

$$10.17. \int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$$

$$10.18. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{1+x^2}$$

$$10.19. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$$

$$10.20. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$$

$$10.21. \text{Trapetsiyalar formulasi yordamida hisoblang: } \ln 2 = \int_1^2 \frac{dx}{x}$$

$$10.22. \text{Simpson formulasi yordamida hisoblang: } \int_1^2 \sqrt{1+x^3} dx \quad (2n=4)$$

$$10.23. \text{Simpson formulasi yordamida hisoblang: } \int_0^4 \frac{dx}{1+x^4} \quad (2n=4)$$

$$10.24. \text{Simpson formulasi yordamida } \pi = 6 \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} \text{ ni taqribiy hisoblang.}$$

Quyidagi xosmas integrallarni hisoblang va yaqinlashishini tekshiring:

$$10.25. \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$$

$$10.26. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4+x^2}$$

$$10.27. \int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$$

$$10.28. \int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

$$10.29. \int_1^{+\infty} (1 - \cos \frac{x}{2}) dx$$

$$10.30. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$$

$$10.31. \int_0^1 \frac{\cos^2 x}{\sqrt[3]{1-x^2}} dx$$

$$10.32. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)^3}$$

$$10.33. \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

Simpson formulasi yordamida taqribiy hisoblang:

$$10.34. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3 - \cos 2x} dx \quad (2n=6)$$

$$10.35. \int_1^3 \sqrt{1+x^2} dx \quad (2n=6)$$

$$10.36. \int_{-1}^3 \ln(x+2) dx \quad (2n=10)$$

Trapetsiyalar formulasi yordamida taqribiy hisoblang:

$$10.37. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} \quad (n=4)$$

$$10.38. \int_1^4 \frac{x dx}{\sqrt{1+2x}} \quad (n=6)$$

11. KO'P O'ZGARUVCHILI FUNKSIYA

Ikki, uch va undan ko'p o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan funksiyalar *ko'p o'zgaruvchiga bog'liq funksiyalar* deyiladi va

$$z=f(x,y)$$

$$u=f(x,y,z) \dots$$

$$v=f(x,y,z; \dots; t)$$

kabi yoziladi. Ko'p o'zgaruvchiga bog'liq funksialardan bir o'zgaruvchisi bo'yicha xususiy hosila hisoblaganda boshqa o'zgaruvchilari o'zgarmas deb qaraladi. *Ko'p o'zgaruvchiga bog'liq funksiyaning to'la differensial* quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$z=f(x,y)$ funksiya uchun

$$dz = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

$u=f(x,y,z)$ funksiya uchun

$$du = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

11.1. $z(x,y) = y\sqrt{x} + \frac{x}{\sqrt{y}}$ funksiya xususiy hosilalarini toping. $z(x,y)$ funksiya dan x

bo'yicha xususiy hosilani hisoblaganda o'zgaruvchi y ni o'zgarmas son deb qaraymiz:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{x}} y + \frac{1}{\sqrt{y}};$$

$z(x,y)$ funksiya dan o'zgaruvchi y bo'yicha xususiy hosilani hisoblaganda o'zgaruvchi x ni o'zgarmas son deb qaraymiz:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \sqrt{x} - \frac{x}{2y\sqrt{y}}$$

11.2. $z(x,y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ funksiyaning to'la differensialini toping:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \cdot (1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{(x + \sqrt{x^2 + y^2})\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{(x + \sqrt{x^2 + y^2})\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$dz = \frac{dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}(x + \sqrt{x^2 + y^2})};$$

Mustaqil yechish uchun misollar

Quyidagi funksiyalarning xususiy hosilalarini toping:

$$11.3. z(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$$

$$11.4. u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$$

$$11.5. z(x,y) = -\frac{\cos x}{\cos y}$$

$$11.6. z(x,y) = \ln(x^2 - y^2);$$

$$11.7. z(x,y) = x \sin(x+y);$$

$$11.8. z(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$11.9. z(x,y)=\arcsin \frac{y}{x}$$

$$11.10. u = 2y\sqrt{x} + 3y^2 \sqrt[3]{z^2};$$

$$11.11. z(x,y)=\sqrt{xy+\frac{x}{y}}$$

$$11.12. z(x,y)=e^{\sin \frac{y}{x}};$$

Quyidagi funksiyalarning to'la differensiallarini toping:

$$11.13. z=5x^3y^2;$$

$$11.14. z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y};$$

$$11.15. z = (\sin x)^{\cos y};$$

$$11.16. z = e^{x^2+y^2};$$

$$11.17. z = \arctg \frac{x}{y};$$

$$11.18. z = \sin^2 x + \cos^2 y;$$

$$11.19. z = x \ln \frac{y}{x};$$

$$11.20. z = x^y;$$

$$11.21. z = tg \frac{y}{x} + ctg \frac{x}{y};$$

$$11.22. z = tg(2x + \sqrt{y});$$

$$11.23. z = e^{xy}.$$

$$11.24. z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}; \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2} \quad \text{ekani isbot qilinsin.}$$

$$11.25. z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}); \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2} \quad \text{ekani isbot qilinsin.}$$

Quyidagi funksiyalarning xususiy hosilalarini toping:

$$11.26. z = \cos(ax - by);$$

$$11.27. z = \frac{x}{3y-2x};$$

$$11.28. z = \ln \sin(x - 2y);$$

$$11.29. z = 2\cos^2\left(x - \frac{y}{2}\right);$$

$$11.30. z = \ln tg \frac{y}{x};$$

$$11.31. z = \arctg \sqrt{xy};$$

$$11.32. z = y e^{\frac{x}{y}};$$

$$11.33. u=(x-y)(x-z)(y-z).$$

Quyidagi funksiyalarning to'la differensialini toping:

$$11.34. z = x^m y^n;$$

$$11.35. z = y \sqrt[3]{x};$$

$$11.36. z = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$11.37. z = e^{\cos(xy)};$$

$$11.38. z = \frac{x}{y} e^{xy};$$

$$11.39. u = x^{y^2 z}.$$

12. YUQORI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALAR

$z = f(x, y)$ funksiyaning biror $M_0(x_0, y_0) \in R^2$ nuqtadagi gradienti deb, koordinatalari M_0 nuqtadagi $f(x, y)$ funksiyaning mos xususiy hosilalar qiymatlariga teng bo'lgan ikki o'lchovli vektorga aytiladi va $\text{grad} \Big|_{M=M_0}$ kabi yoziladi.

$$\text{grad} u \Big|_{M_0} = \left\{ \frac{\partial z(x_0, y_0)}{\partial x}; \frac{\partial z(x_0, y_0)}{\partial y} \right\}$$

Gradient uzunligi $|\text{grad} z| = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$ formula bo'yicha hisoblanadi.

$u = f(x; y; z)$ funksiya uchun $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuqtadagi gradiyent va uning uzunligi

$$\text{grad} u \Big|_{M_0} = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}; \frac{\partial u}{\partial y}; \frac{\partial u}{\partial z} \right\}$$

$$|\text{grad} u| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}$$

formulalar bo'yicha hisoblanadi.

Teorema: $z = f(x; y)$ funksiya $M_0(x_0; y_0)$ niqtani o'z ichiga olgan biror sohada uchunchu tartibgacha (uchunchu tartibli ham) uzluksiz xususiy hosilalarga ega bo'lsin; undan tashqari $M_0(x_0; y_0)$ nuqta $z = f(x; y)$ funksiyaning kritik nuqtasi, ya'ni

$$\frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} = 0$$

bo'lsin. II tartibli xususiy hosilalarni kritik nuqtalardagi qiymatlarini $A = z''_{xx}$; $B = z''_{xy}$; $C = z''_{yy}$ ko'rinishda belgilaymiz. U holda:

1) agar $B^2 - AC < 0$ bo'lsa, M_0 statsionar nuqta lokal ekstremum nuqtasi bo'lib, a) $A < 0$ bo'lsa, maksimum nuqtasi; b) $A > 0$ bo'lsa, minimum nuqtasi.

2) agar $B^2 - AC > 0$ bo'lsa, u holda M_0 statsionar nuqta ekstremum nuqtasi bo'lmaydi;

3) agar $B^2 - AC = 0$ bo'lsa, u holda M_0 statsionar nuqtaning ekstremum nuqtasi bo'lishi ham, bo'lmashligi ham mumkin. Masala yechimi qo'shimch tekshirishni talab etadi.

12.1. Quyidagi funksiyalarning nuqtalardagi gradiyenti va uning gradiyent uzunligini toping:

a) $u = xy^2z^3$ funksiyaning $M_0(3; 2; 1)$ nuqtada:

Buning uchun berilgan funksiya xususiy hosilalarini topamiz:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y^2z^3; \frac{\partial u}{\partial y} = 2xyz^3; \frac{\partial u}{\partial z} = 3xy^2z^2$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{M_0} = 4; \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{M_0} = 12; \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{M_0} = 36$$

$$gradu|_{M_0} = \{4; 12; 36\}$$

$$|gradu|_{M_0} = \sqrt{4^2 + 12^2 + 36^2} = \sqrt{1456}$$

b) $z = \ln(x^2 + y^2)$, $M(3; 4)$ nuqtada.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}; \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial z(3,4)}{\partial x} = \frac{6}{25}; \frac{\partial z(3,4)}{\partial y} = \frac{8}{25};$$

$$|gradu| = \sqrt{\left(\frac{6}{25}\right)^2 + \left(\frac{8}{25}\right)^2} = \frac{2}{5}$$

Mustaqil yechish uchun misollar

Quyidagi funksiyalarning nuqtalardagi gradiyenti va uning uzunligini toping:

12.2. $z = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$, $(2; 1)$ da

12.3. $z = \arctg \frac{x}{y}$, $(x_0; y_0)$ da

12.4. $u = xyz$, $(1; 2; 1)$ da

12.5. $u = t\lg x - x + 3\sin y - \sin^3 y + z + ct\lg z$, $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ da

Quyidagi funksiyalarning ekstremum nuqtalarini toping:

12.6. $z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$

Avvalo kritik nuqtalarni topamiz. Buning uchun ikki o'zgaruvchi bo'yicha hosilani topib, ularni nolga tenglab, sistemani yechamiz:

$$\begin{cases} z'_x = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}(x + y^2 + 2) \\ z'_y = e^{\frac{x}{2}} \cdot 2y \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}(x + y^2 + 2) = 0 \\ e^{\frac{x}{2}} \cdot 2y = 0 \end{cases}$$

Bu sistema $\begin{cases} x + y^2 + 2 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ sistemaga teng kuchli.

Bu sistemaning yechimi $x = -2$, $y = 0$ bo'ladi. Demak $(-2; 0)$ kritik nuqta. II tartibli xususiy hosilalarni $A = z''_{xx}$; $B = z''_{xy}$; $C = z''_{yy}$ ko'rinishda belgilab, ularni kritik nuqtalardagi qiymatlarini topamiz:

$$z''_{xx} = \frac{1}{4} e^{\frac{x}{2}} (x + y^2 + 4), \quad z''_{xy} = e^{\frac{x}{2}} \cdot y, \quad z''_{yy} = 2e^{\frac{x}{2}}$$

$$A = \frac{e^{-1}}{2}, \quad B = 0; \quad C = 2e^{-1}$$

Bundan $\Delta = B^2 - A \cdot C = -\frac{e^{-1}}{2} \cdot 2e^{-1} = -e^{-2}$, $\Delta < 0$ bo'lgani uchun

$(-2; 0)$ da funksiya ekstremumga ega, $A > 0$ bo'lgani uchun $(-2; 0)$ nuqtada nuqtada minimumga ega.

$$12.7. z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$$

$$12.8. z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$$

$$12.9. z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$$

$$12.10. z = 2xy - 4x - 2y$$

Funksiyaning ko'rsatilgan sohalaridagi eng katta va eng kichik qiymatlarini toping:

$$12.11. z = x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 4 \text{ doirada}$$

1) Funksiyaning berilgan sohada kritik nuqtalarini topamiz:

$$\begin{cases} z'_x = 2x \\ z'_y = -2y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 0 \\ -2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Demak, $(0, 0)$ kritik nuqta va u sohaga tegishli.

2) Funksiyaning topilgan nuqtadagi qiymatini topamiz: $z_1 = (0; 0) = 0$

3) Funksiyaning sohaning chegarasidagi eng kichik va eng katta qiymatini topamiz.

Bu sohaning chegarasi $x^2 + y^2 = 4$ aylanadan iborat, $y^2 = 4 - x^2$ buni berilgan funksiya qo'yib $z = x^2 - (4 - x^2) = 2x^2 - 4$, $x^2 + y^2 = 4$ aylana ustidagi nuqtalar uchun $x \in [-2, 2]$, shuning uchun $z = 2x^2 - 4$ funksiyaning $[-2, 2]$ dagi eng kichik va eng katta qiymatlarini topamiz. Buning uchun bu funksiyaning kritik nuqtalarini topamiz $z' = 4x$, $4x = 0$, $x = 0$

b) Funksiyaning kritik nuqtalaridagi $z_2(0) = -4$ ni topamiz.

c) Funksiyaning chegaraviy nuqtalardagi qiymatini topamiz:

$$z_4(2) = 2 \cdot 2^2 - 4 = 4, \quad z_3(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 4 = 4$$

4) Topilgan z_1, z_2, z_3, z_4 qiymatlarni taqqoslaymiz. Demak, -4 funksiyaning eng kichik, 4 esa eng katta qiymatidir.

$$12.12. z = 2xy, \quad x^2 + y^2 \leq 1 \text{ doirada}$$

12.13. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$. $x = 0$, $y = 0$, $x + y = -3$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan uchburchakda.

$$12.14. z = 1 - x^2 - y^2, \quad (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1 \text{ doirada.}$$

Berilgan nuqtada funksiylarning gradiyentlarini va ularning uzunliklarini toping:

$$12.15. z = x^2 + y^2 \quad (3; 2) \text{ da}$$

$$12.16. z = 2xy \quad (x_0; y_0) \text{ da}$$

$$12.17. z = \frac{4}{x^2 + y^2}, \quad (-1; 2) \text{ da}$$

$$12.18. u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (0; 3; 4) \text{ nuqtada}$$

Quyidagi funksiylarning ekstremal nuqtalarini toping:

$$12.19. z = xy^2(1-x-y)$$

$$12.20. z = 4 - (x^2 + y^2)^{\frac{2}{3}}$$

$$12.21. z = \sqrt{(a-x)(a-y)(x+y-a)}$$

$$12.22. z = x^3 + y^3 - 15xy$$

$$12.23. z = (x^2 + y^2)(e^{-(x^2 + y^2)} - 1)$$

Funksiylarning ko'rsatilgan sohalaridagi eng katta va eng kichik qiymatlarini toping:

12.24. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 2$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan to'rtburchakda

12.25. $z = \arctg(x^2 - xy + y)$, $x = -2$, $x = 2$, $y = -3$, $y = 3$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan to'rtburchaklarda.

13. O'ZGARUVCHILARI AJRALADIGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

Differensial tenglama deb, erkli o'zgaruvchi x , noma'lum funksiya $y(x)$ va uning turli tartibli hosilalari yoki differensiallarini bog'lovchi tenglamaga aytiladi va $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ ko'rinishda yoziladi.

Agar noma'lum funksiya birgina erkli o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglama oddiy differensial tenglama deyiladi. Birinchi tartibli differensial tenglama $F(x, y, y') = 0$ yoki hosilaga nisbatan yechilgan bo'lsa $y' = f(x, y)$ ko'rinishda yoziladi.

Birinchi tartibli differensial tenglamalarning umumiy yechimi deb, bitta ixtiyoriy o'zgarmas C miqdorga bog'liq bo'lgan hamda quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $y = \varphi(x, C)$ funksiyaga aytiladi.

a) bu funksiya differensial tenglamani C o'zgarmas miqdorning har qanday aniq qiymatida ham qanoatlantiradi.

b) $x = x_0$ bo'lganda $y = y_0$ boshlang'ich shart har qanday bo'lganda ham C miqdorning shunday $C = C_0$ qiymatini topish mumkinki, $y = \varphi(x, C_0)$ funksiya berilgan boshlang'ich shartni qanoatlantiradi.

$y = \varphi(x, C_0)$ berilgan tenglamaning xususiy yechimi bo'ladi.

Biz o'zgaruvchilari ajratilgan va o'zgaruvchilari ajraladigan hamda bir jinsli va chiziqli differensial tenglamalarni qaraymiz.

$M(x)dx + N(y)dy = 0$ ko'rinishdagi tenglama o'zgaruvchilari ajralgan tenglama deyiladi. Bu tenglama yechimini topish uchun har bir o'zgaruvchi bo'yicha integrallanadi

I. $M(x)N(y)dx + P(x)Q(y)dy = 0$ ko'rinishdagi tenglama o'zgaruvchilari ajraladigan tenglama deyiladi. Bu tenglamada oldin o'zgaruvchilar ajratiladi, so'ngra integrallanadi.

Mislollar keltiramiz:

13.1. $y' = y \operatorname{ctg} x$, $(0 < x < \pi, -\infty < y < \infty)$ differensial tenglamaning $x_0 = \frac{\pi}{6}$,

$y_0 = 2$ shartni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin:

Yechimi: $\frac{dy}{y} = y \operatorname{ctg} x$, $\frac{dy}{y} = \operatorname{ctg} x dx$, $\ln y = \ln \sin x + \ln C$;

$y = C \sin x$ umumiy yechim.

$x_0 = \frac{\pi}{6}$, $y_0 = 2$ shartlarni qo'yamiz, $2 = C \sin \frac{\pi}{6}$; $C = 4$;

$y = 4 \sin x$ xususiy yechim.

13.2. $x dx + y dy = 0$ o'zgartiruvchilari ajralgan tenglamani har bir o'zgaruvchi bo'yicha integrallaymiz

$$\int x dx + \int y dy = C, \quad \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C, \quad x^2 + y^2 = C_1^2$$

tenglamaning umumiy yechimi bo'lib, markazi koordinata boshida yotgan, radiusi C_1 ga teng bo'lgan aylanalar oilasining tenglamasidir.

13.3. $(1+x)y dx + (1-y)x dy = 0$ bu o'zgaruvchilari ajraladigan tenglamadir.

O'zgaruvchilarni ajratish uchun tenglamaning har bir hadini $xy \neq 0$ ga bo'lamiz

$$\frac{1+x}{x} dx + \frac{1-y}{y} dy = 0, \text{ integrallaymiz } \ln|x| + x + \ln|y| - y = \ln C,$$

$$\ln \left| \frac{xy}{C} \right| = y - x; \quad \frac{xy}{C} = e^{y-x}, \quad xy = Ce^{y-x} \text{ bu tenglamaning umumiy integrali.}$$

II $\frac{dy}{dx} = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ ko'rinishdagi tenglamaga bir jinsli differensial tenglama deyiladi.

$\frac{y}{x} = u$ almashtirish bilan integrallanadi. $\frac{y}{x}$ – no'l o'lchovli bir jinsli funksiya.

13.4. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 y}{x^3 - y^3}$ tenglama bir jinsli differensial tenglama. Bu tenglamani $y=ux$

almashtirish bajarib, integrallaymiz, $y=ux$ dan $\frac{dy}{dx} = u + \frac{du}{dx} x$;

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{x^2 \cdot ux}{x^3 - u^3 x^3}; \quad x \frac{du}{dx} = \frac{u}{1-u^3} - u; \quad x \frac{du}{dx} = \frac{u^4}{1-u^3};$$

o'zgaruvchilarni ajratamiz

$$\frac{dx}{x} = \frac{1-u^3}{u^4} du \text{ integrallaymiz } \ln x + \ln C = -1/(3u^3) - \ln u;$$

$$\ln Cxu = \frac{-1}{3u^3}; \quad \ln Cx \frac{y}{x} = -\frac{x^3}{3y^3}; \quad \ln Cy = -\frac{x^3}{3y^3};$$

tenglamaning umumiy integrali.

III. Chiziqli differensial tenglamalar

I – tartibli chiziqli differensial tenglama deb

$$y' + P(x)y = Q(x) \quad (1)$$

ko'rinishdagi tenglamaga aytiladi. I-tartibli chiziqli tenglama ikki usulda integrallanadi.

1-usul. (1) tenglama yechimi ikki funksiya ko'paytmasi shaklida qidiriladi

$$y = u(x)v(x) \quad (2)$$

u, v lardan birini topish ixtiyoriy.

2-usul o'zgarmasni variatsiyalash usuli (1) tenglamaning umumiy yechimini topishda $Q(x)=0$ deb olib, uning umumiy yechimidagi o'zgarmas sonni, x ning funksiyasi deb qaraladi va $y' + P(x)y = 0$ bir jinsli chiziqli tenglama yechiladi.

Mislollar keltiramiz:

13.5. $\frac{dy}{dx} - 2xy = x - x^3$ chiziqli tenglamaning umumiy yechimini toping:

$$P(x) = -2x; \quad Q(x) = x - x^3.$$

Tenglamaning umumiy yechimini

$$y = u * v \quad (2)$$

ko'rinishda qidiramiz (2) tenglikni differensiallaymiz:

$$\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \quad (3);$$

(2), (3) ni berilgan tenglamaga qo'yamiz

$$u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} - 2x * u * v = x - x^3; \quad u \left(\frac{dv}{dx} - 2xv \right) + v \frac{du}{dx} = x - x^3 \quad (4)$$

u, v lardan birini topish ixtiyoriy bo'lgani uchun v ni $\frac{dv}{dx} - 2xv = 0$ tenglikdan topamiz.

$$\frac{dv}{v} = 2x dx, \ln |v| = x^2 + \ln C, v = C e^{x^2} \text{ xususiyl holda } C=1 \text{ deb olsak } v = e^{x^2}$$

Bularni (4) ga qo'yib, o'zgaruvchilarni ajratib, integrallaymiz:

$$du = (x - x^3) e^{-x^2} dx$$

$$u = \int (x - x^3) e^{-x^2} dx = \int x e^{-x^2} dx - \int x^3 e^{-x^2} dx$$

Bu integrallarni bo'laklab, integrallaymiz:

$$u = -e^{-x^2} \left(1 - \frac{1}{2} x^2 \right) + C$$

$$y=uv=-e^{-x^2} \cdot e^{x^2} (1-\frac{x^2}{2})+C=\frac{x^2}{2}-1+C;$$

$$13.6. y' + 2xy = x e^{-x^2},$$

$$Q(x) = x e^{-x^2} = 0 \text{ deb olib,}$$

$y' + 2xy = 0$ tenglamani hosil qilamiz

$$\frac{dy}{dx} = -2xy; \quad \frac{dy}{y} = -2x dx; \quad \ln |y| = -x^2 + \ln C, y = C e^{-x^2}$$

Tenglamani umumiy echimidagi C ni x ning funksiyasi deb qarab, y ni x bo'yicha integrallaymiz

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dC}{dx} e^{-x^2} - 2Cxe^{-x^2} \text{ ni berilgan tenglamaga qo'yamiz.}$$

$$\frac{dC}{dx} e^{-x^2} - 2Cxe^{-x^2} + 2Cxe^{-x^2} = xe^{-x^2}$$

$$\frac{dC}{dx} e^{-x^2} = xe^{-x^2}; \quad dC = x dx, \quad C = \frac{x^2}{2} + C_1,$$

$$y = C e^{-x^2} = \left(\frac{x^2}{2} + C_1\right) e^{-x^2} \text{ tenglamani umumiy yechimi hosil bo'ladi}$$

Mustaqil yechish uchun mashqlar

1-§. O'zgaruvchilarga ajraladigan va unga keltiriladigan tenglamalar

Quyidagi differensial tenglamalarni yeching:

$$1. (1+y^2)dx + (1+x^2)dy = 0$$

$$2. (1+y^2)dx + xydy = 0$$

$$3. y' \sin x - y \cos x = 0$$

$$4. x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$$

$$5. x\sqrt{1-y^2} + y'\sqrt{1-x^2} = 0$$

$$6. e^x(1+y') = 1$$

$$7. y \ln x dx + x dy = 0$$

$$8. y' = a^{x+y} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$9. e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$$

$$10. 2x\sqrt{1-y^2} = y'(1+x^2)$$

$$11. e^x \sin^2 y + y'(1+e^{2x}) \cos y = 0$$

$$12. y^2 \sin x dx + \cos^2 x \ln y dy = 0$$

$$13. y' = y \sin x$$

$$14. y' = ax^2 + bx + c, (a, b, c - \text{const})$$

$$15. (x+1)^2 y' = a^2$$

$$16. xydx + (x+1)dy = 0$$

$$17. (x^2-1)y' + 2xy^2 = 0$$

$$18. 2x^2 yy' + y^2 = 2$$

$$19. y' \cot x + y = 2$$

$$20. e^{-s}(1+s') = 1$$

$$21. y'y = 2x-3$$

$$22. y' = \sqrt{4x(2y-1)}$$

$$23. \sqrt{1+y^2} dx = xydy$$

$$24. xy' + 1 = y^2$$

$$25. \ln \cos y dx + x tgy dy = 0$$

$$26. \frac{yy'}{x} + e^y = 0$$

$$27. 3e^{xtgy} dx + (1+e^x) \sec^2 y dy = 0$$

$$28. y' = 2^{x-y}$$

$$29. \frac{xdy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{ydx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$30. y = y' \ln y$$

2. Bir jinsli differensial tenglamalar

Quyidagi differensial tenglamalarni yeching:

$$1. (x+2y)dx - xdy = 0$$

$$2. (x-y)dx + (x+y)dy = 0$$

$$3. (y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$$

$$4. (x^2 - y^2)y' = 2xy$$

$$5. 2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$$

$$7. (x - y) = y'(y + x)$$

$$9. xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$$

$$11. xy' \sin\left(\frac{y}{x}\right) + x = y \sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$13. xy' \ln\left(\frac{y}{x}\right) = x + y \ln \frac{y}{x}$$

$$15. xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), y(1) = \frac{\pi}{2}$$

$$17. y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2, y(1) = 2$$

$$19. y' = \frac{x+y}{x-y}$$

$$21. xy' - y = \frac{x}{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$$

$$23. xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$$

$$25. (x - y)dx + xdy = 0$$

$$27. x^2 dy = (y^2 - xy + x^2)dx$$

$$29. (y - x)dy = 2(y - \sqrt{xy})dx$$

$$6. y^2 + x^2 y' = xy y'$$

$$8. xy' = y - x e^{\frac{y}{x}}$$

$$10. xy' = y \ln \frac{y}{x}$$

$$12. xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$$

$$14. xyy' = y^2 + 2x^2$$

$$16. (3y - 7x)dx - (3x - 7y)dy = 0$$

$$18. (x^2 + y^2)dx - xydy = 0$$

$$20. xy' = x e^{\frac{y}{x}} + y, y(1) = 0$$

$$22. xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$$

$$24. (2x + y)dx - (x + 2y)dy = 0$$

$$26. xy' = y(\ln y - \ln x)$$

$$28. 2x^2 y' = x^2 + y^2$$

$$30. (y - x)dx + (y + x)dy = 0$$

3. Birinchi tartibli, chiziqli tenglama va Bernulli tenglamasi

Quyidagi differensial tenglamalarni yeching:

$$1. xy' - y = x^2 \cos x$$

$$3. y' \cos x + y = 1 - \sin x$$

$$5. y' + 2xy = 2xy^2$$

$$7. y' \sqrt{1 - x^2} + y = \arcsin x, y(0) = 0$$

$$9. y' - \frac{y}{\sin x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$11. (x^3 + e^x)y' = 3x^2$$

$$13. y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x, y(0) = \frac{1}{3}$$

$$15. (y^4 + 2x)y' = y$$

$$17. y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^{\frac{4}{3}}$$

$$19. (2x + 1)y' + y = x$$

$$21. (xy + e^x)dx - xdy = 0$$

$$23. x^2 + xy' = y, y(1) = 0$$

$$25. y' \cos x - y \sin x = 2x, y(0) = 0$$

$$2. y' + 2xy = x e^{-x^2}$$

$$4. y' + \frac{n}{x} y = \frac{a}{x^n}; y(1) = 0$$

$$6. (1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x$$

$$8. 3xy^2 y' - 2y^3 = x^3$$

$$10. y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x, y(e) = \frac{e^2}{2}$$

$$12. y' \sin x - y \cos x = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$14. (2xy + 3)dy - y^2 dx = 0$$

$$16. y' - 2xy = e^{x^2}$$

$$18. xy' - 2y = 2x^4$$

$$20. y' + y \operatorname{tg} x = \sec x$$

$$22. y' - 2y e^x = 2\sqrt{y} e^x$$

$$24. y' - 2xy = 2x e^{x^2}$$

$$26. xy' - 2y = x^3 \cos x$$

$$27. y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad y(0) = 0$$

$$28. y' \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x$$

$$29. (2x - y^2)y' = 2y$$

$$30. y' \sin x + y \cos x = y^2 \sin^2 x.$$

4. To'la differensial tenglamalar. Integrallovchi ko'paytuvchi

Quyidagi differensial tenglamalarni yechin:

$$(x + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$$

$$(y + e^x \sin y)dx + (x + e^x \cos y)dy = 0$$

$$(xy + \sin y)dx + (0,5x^2 + x \cos y)dy = 0$$

$$(x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$$

$$(2xye^{x^2} + \ln y)dx + \left(e^{x^2} + \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

$$[\sin y + (1 - y) \cos x]dx + [(1 + x) \cos y - \sin x]dy = 0$$

$$(y + x \ln y)dx + \left(\frac{x^2}{2y} + x + 1\right)dy = 0$$

$$(\arcsin x + 2xy)dx + (x^2 + 1 + \arctg y)dy = 0$$

$$(3yx^2 + \sin x)dx + (x^3 - \cos y)dy = 0$$

$$(e^{x+y} + 3x^2)dx + (e^{x+y} + 4y^3)dy = 0, \quad y(0) = 0$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}\right)dy = 0$$

$$\left(3x^2 \operatorname{tg} y - \frac{2y^3}{x^3}\right)dx + \left(x^3 \sec^2 y + 4y^3 + \frac{3y^2}{x^2}\right)dy = 0$$

$$\left(2x + \frac{x^2 + y^2}{x^2 y}\right)dx = \frac{x^2 + y^2}{xy^2} dy$$

$$(3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$$

$$(\operatorname{tg} y - y \cos ec^2 x)dx + (ctg x + x \sec^2 y)dy = 0$$

$$\left(\frac{y}{x^2 + y^2} - y\right)dx + \left(e^y - x - \frac{x}{x^2 + y^2}\right)dy = 0$$

$$\left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right)dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right)dy = 0$$

$$\left(\frac{xy}{\sqrt{1+x^2}} + 2xy - \frac{y}{x}\right)dx + \left(\sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x\right)dy = 0$$

$$ydx - xdy + \ln xdx = 0, \quad \mu = \varphi(x)$$

$$(x^2 \cos x - y)dx + xdy = 0, \quad \mu = \varphi(x)$$

$$ydx - (x + y)dy = 0, \quad \mu = \varphi(y)$$

$$y\sqrt{1-y^2}dx + (x\sqrt{1-y^2} + y)dy = 0, \quad \mu = \varphi(y)$$

$$(1 - x^2 y)dx + x^2(y - x)dy = 0, \quad \mu = \varphi(x)$$

$$(x^2 + y)dx - xdy = 0, \quad \mu = \varphi(x)$$

$$(x^4 \ln x - 2xy^3)dx + 3x^2 y^2 dy = 0, \quad \mu = \varphi(x)$$

$$(x + \sin x + \sin y)dx + \cos y dy = 0, \quad \mu = \varphi(x)$$

$$(2xy^2 - 3y^3)dx + (7 - 3xy^2)dy = 0, \quad \mu = \varphi(y)$$

$$(3x + 2y + y^2) dx + (x + 4xy + 5y^2) dy = 0, \quad \mu = \varphi(x + y^2)$$

$$xdx + ydy + x(xdy - ydx) = 0, \quad \mu = \varphi(x^2 + y^2)$$

$$(x^2 + y^2 + 1) dx - 2xydy = 0, \quad \mu = \varphi(y^2 - x^2)$$

YUQORI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

1-§. Darajani pasaytirib yechiladigan yuqori tartibli differensial tenglamalar

Quyidagi differensial tenglamalarni yeching:

$$1. 2yy'' = 1 + y^2$$

$$2. yy'' = y' + y'^2$$

$$3. yy'' + y'^2 = 0$$

$$4. yy'' = y'^2$$

$$5. y'' + y'^2 = 0$$

$$6. 3y'' = (1 + y'^2)^{\frac{2}{3}}$$

$$7. y'' = y'(1 + y')$$

$$8. xy'' = y'$$

$$9. xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$$

$$10. yy'' + 1 = (y')^2$$

$$11. y'' = (y')^2$$

$$12. y'' = 2(y' - 1) \operatorname{ctgx}$$

$$13. y'' + y'^2 = 2e^{-y}$$

$$14. y'' \ln x = y'$$

$$15. 2yy'' = (y')^2$$

$$16. (x^2 - 1)y'' + x y' = 2$$

$$17. xy'' = (1 + 2x^2)y'$$

$$18. xy'' + y' = 0$$

$$19. 2y'(y'' + 2) = x(y')^2$$

$$20. y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$$

$$21. yy'' - 2yy' \ln y = (y')^2$$

$$22. 2x y' y'' = y'^2 - 1$$

$$23. y'^2 + 2yy'' = 0$$

$$24. y''(1 + x) = 2y'$$

$$25. y''(x + 1) - y' = 0$$

$$26. y'' \ln x = y'$$

$$27. x^2 y'' = y'^2$$

$$28. y'' \operatorname{tgy} = 2(y')^2$$

$$29. xy'' = y'(1 - x)$$

$$30. y'' = e^x$$

Bir jinsli, o'zgarmas koeffitsiyentli, yuqori tartibli, chiziqli differensial tenglamalar

Quyidagi differensial tenglamalarni yeching:

$$1. y'' + y' - 2y = 0$$

$$2. y'' + 4y' + 3y = 0$$

$$3. y'' + 4y = 0$$

$$4. y''' - y = 0$$

$$5. y''' - 64y = 0$$

$$6. y'' - 10y' + 9y = 0$$

$$7. y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$$

$$8. y^{IV} - 5y'' + 4y' = 0$$

$$9. y''' - 8y = 0$$

$$10. y^{IV} - 4y = 0$$

$$11. y'' - 2y' + y = 0$$

$$12. y'' - 6y' + 9y = 0$$

$$13. y^{IV} + 2y'' + y = 0$$

$$14. y''' - y'' - y' + y = 0$$

$$15. y'' + 8y' + 16y = 0$$

$$16. y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$$

$$17. y'' + 2y' + y = 0$$

$$18. y''' + 6y'' + 11y' + 6y = 0$$

$$19. y''' - y'' = 0$$

$$20. y^{IV} - y'' = 0$$

$$21. y''' + 2y'' - y' - 2y = 0$$

$$22. y''' - 2y'' + y' = 0$$

$$23. y''' - 3y' - 2y = 0$$

$$24. 2y''' - 3y'' + y' = 0$$

$$25. y''' + y'' = 0$$

$$26. y'' + 25y = 0$$

$$27. y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$28. y^{IV} - 9y = 0 \quad y'' + 4y' + 5y = 10e^{-2x} \cos x$$

$$29. y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$$

$$30. y'' + 6y' + 10y = 0$$

EHTIMOLLAR NAZARIYASI

1-§. Ehtimolning klassik ta'rifi

1-masala. 10 ta detaldan iborat partiyada 6 ta yaroqli detal bor. Tavakkaliga olingan 4 ta detallar orasida 3 ta yaroqli detallar bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } p = \frac{2}{7}$$

2-masala. Lotereya biletlarining umumiy soni 12 ta. Ulardan 5 tasi yutuqli. Tasodifan olingan 4 ta lotereyadan bittasiga ham yutug chiqmaslik ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = 0,07$$

3-masala. Ombordagi 25 ta televizorlardan 15 tasi rangli, golganlari oq-qora tasvirli ekanligi ma'lum. Tavakkaliga olingan 3 ta televizorlar orasida 2 ta-sining rangli bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = \frac{21}{46}$$

4-masala. Guruhda 16 talaba bor. Ularning 10 tasi qiz bolalar. Tasodifan ajratilgan 6 ta talaba orasida 4 tasi qiz bola bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = 0,4$$

5-masala. Idishda 9 ta yaroqli va 1 ta yaroqsiz detallar bor. Idishdan tavakkaliga 3 ta detal olindi. Bu detallardan 2 tasining yaroqli bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = \frac{3}{20}$$

6-masala. 8 ta bir xil shakldagi kartochkalarga mos ravishda 2,4,6,7,8,11,12,13 raqamlari yozilgan. Tavakkaliga 2 ta kartochka tanlandi. Shu tanlangan raqamlardan tuzilgan kasrni qisqartirish mumkin bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = \frac{5}{14}$$

7-masala. 10 ta biletlar orasida 2 ta yutuqlisi bor. Tavakkaliga 5 ta bilet tanlab olindi. Olingan biletlar orasida: a) 1 ta yutuqli bilet; b) 2 ta yutuqli bilet bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: a) } P = \frac{5}{9}; \text{ b) } P = \frac{2}{9}$$

8-masala. «N» ta biletlar orasida «n» ta yutuqlisi bor. Ulardan «k» tasi tasodifan olingan. Shu olingan «k» ta biletlar ichida «m» tasi yutuqli bo'lishi ehtimoli topilsin.

9-masala. Uzunliklari mos ravishda 9,7,5,3,1 sm bo'lgan kesmalardan Tavakkaliga 3 ta kesmalar olingan. Olingan shu 3 ta kesmalardan uchburchak yasash mumkin bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = 0,3$$

10-masala. Tavakkaliga tanlangan bir xonali, butun sonni kvadratga ko'targanda oxirgi raqami: a) bir bo'lishi ehtimoli topilsin, b) shu tanlangan sonni to'rtinchi darajaga ko'targanda oxirgi raqami bir bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: a) } P = 0,2, \text{ b) } P = 0,4$$

11-masala. 28 ta domino to'plamidan bittasi tavakkaliga tanlandi. Agar bu domino dubl domino bo'lmasa, ikkinchi tavakkaliga tanlangan dominoni birinchisiga ulash mumkin bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = \frac{4}{9}$$

12-masala. Ikkita o'yin kubigi tavakkaliga tashlandi. Kubik chiqqan raqamlar yig'indisi shu raqamlar ko'paytmasidan katta bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$\text{Javob: } P = \frac{11}{36}$$

13-masala. 9 ta bir xil kartochkalarda 0,1,2,3,4,5,6,7,8 raqamlari yozilgan. Shu kartochkalardan 2 tasi tavakkaliga tanlanib, yonma-yon qo'yildi. Hosil bo'lgan sonning juft son bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{5}{9}.$$

Javob:

14-masala. Idishda 10 ta mahsulot bo`lib, ulardan 4 tasi sifatlidir. Tasodifan ajratilgan 3 ta mahsulotlar orasida 2 tasi sifatli mahsulot bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,3$.

15-masala. Idishda 9 ta yaroqli va 1 ta yaroqsiz detallar bor. Idishdan tavakkaliga 3 ta detal olindi. Bu detallarning 3 lasi ham yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,7$.

16-masala. Abonent telefon raqamlarini terayotib, oxirgi 2 ta raqamni eslay olmadi. Bu raqamlar turli ekanligini bilgan holda, ularni tavakkaliga terdi. Abonent kerakli raqamlarni tergan bo`lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{1}{90}.$$

Javob:

17-masala. Idishda «a» ta oq va «b» ta qora sharlar bor. Tavakkaliga idishdan 2 ta shar olindi. Bu sharlar turli xil rangda bo`lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{2ab}{(a+b)(a+b-2)}.$$

Javob:

18-masala. Kitob 90 betdan iborat. Tavakkaliga ochilgan betning tartibida 4 raqami bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,2$

19-masala. Hamma tomoni bo`yalgan kub teng 64 ta kubikchalarga ajratilgan. Tavakkaliga olingan kubikchaning: a) bitta tomoni b) ikkita tomoni c) uchta tomoni bo`yalgan bo`lishi ehtimoli topilsin.

$$a) P = \frac{3}{8}, b) P = \frac{3}{8}, c) P = \frac{1}{8}.$$

Javob:

20-masala. 2 ta o`yin kubigi tavakkaliga tashlandi. Kubiklarning yoqlarida chiqqan raqamlar ko`paytmasi shu raqamlar yiq`indisidan katta bo`lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{2}{3}.$$

Javob:

21-masala. Guruhda 15 ta talaba bo`lib, ulardan 5 tasi a`lochi talabalardir. Tavakkaliga ajratilgan 2 ta talabadan 1 tasi a`lochi bo`lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{10}{21}$$

Javob:

22-masala. O`yin kubigi 2 marta tashlangan. Chiqqan raqamlar ayirmasi 4 dan kam bo`lmalik ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{1}{6}.$$

Javob:

23-masala. O`yin kubigi 2 marta tashlangan. Chiqqan ragamlar ayirmasi 3 dan kam bo`lmalik ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{1}{3}.$$

Javob:

24-masala. 10 ta bir xil kartochkalarda 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlar yozilgan. Tavakkaliga 2 ta kartochka olinib terilganda, hosil bo`lgan ikki xonali sonning 12 ga bo`linish ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{4}{45}.$$

Javob:

25-masala. 10 ta bir xil kartochkalarda 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlar yozilgan. Tavakkaliga 2 ta kartochka olinib terilganda, hosil bo'lgan ikki xonali sonning 18 ga bo'linish ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{1}{18}.$$

Javob:

26-masala. Hamma tomon bo'yalgan kub teng 1000 ta kubikchalarga ajratilgan. Yaxshilab aralashtirib, tavakkaliga olingan kubikchaning 1 ta tomoni bo'yalgan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,384$

27-masala. Hamma tomon bo'yalgan kub teng 1000 ta kubikchalarga ajratilgan. Yaxshilab aralashtirib, tavakkaliga olingan kubikchaning 2 ta tomoni bo'yalgan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,096.$

28-masala. Idishda 5 ta oq va 3 ta qora sharlar bor. Ulardan 4 tasi tavakkaliga olingan. Oq sharlar soni qora sharlar sonidan ko'p bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,5.$

29-masala. 2 ta o'yin kubigi tavakkaliga tashlangan. Kubiklarning tomonlarida chiqqan raqamlar ayirmasi 3 dan kam bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{2}{3}.$$

Javob:

30-masala. 6 ta bir xil kartochkalarda quyidagi harflar: a,sh,t,o,b,s yozilgan. Yaxshilab aralashtirib, tavakkaliga 4 ta harf tanlangan. Shu harflar yonma-yon qo'yib, o'qilganda «shtab» so'zining hosil bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{1}{360}.$$

Javob:

2-§. Ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremlari. Kamida bitta hodisaning ro'y berish ehtimoli

1-masala. Bemor o'ziga kerakli dorini 3 ta dorixonadan izlamoqda. Dorining 1-, 2-, 3-dorixonalarda bor bo'lishi ehtimoli mos ravishda 0,9, 0,8, 0,5 ga teng. Izlanayotgan dorining: a) faqat 1 ta dorixonada, b) faqat 2 ta dorixonada bor bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: **a) $P = 0,14$; b) $P = 0,49$**

2-masala. 10 ta bo'lak metall mavjud bo'lib, ular orasida 4 tasi qizg'ish rangda. Tavakkaliga 3 ta bo'lak metal tanlandi. Ulardan hech bo'lmaganda 1 tasi qizg'ish rangli metall bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{5}{6}.$$

Javob:

3-masala. 15 kishidan iborat ishchilar orasida 5 ta ayol kishi bor. Saylov komissiyada ishlash uchun ishchilar ro'yxatidan tavakkaliga 3 kishi tanlandi. Ular ichida kamida 1 ta ayol kishi bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{67}{91}.$$

Javob:

4-masala. Guruhda 10 ta talaba bo'lib, ulardan 3 tasi a'lochidir. Tavakkaliga ajratilgan 3 ta talabaning ham a'lochi bo'lmasligi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{7}{24}.$$

Javob:

5-masala. Ikki mergan nishonga qarata o'q uzmoqda. Bitta o'q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,9 ga, ikkinchi mergan uchun esa 0,6 ga teng bo'lsa, bir yo'la o'q uzganda merganlardan faqat bittasining nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,42$.

6-masala. 200 ta detaldan iborat idishda 150 tasi birinchi nav, 30 tasi ikkinchi nav, 16 tasi uchinchi nav va 4 tasi yaroqsizdir. Tavakkaliga olingan detalning 1-yoki 2-nav bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,9$.

7-masala. Ikki mergan nishonga qarata o'q uzmoqda. 1 ta o'q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,7 ga, ikkinchi mergan uchun 0,8 ga teng bo'lsa, bir yo'la o'q uzishganda merganlardan kamida bittasining nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,94$.

8-masala. Tovarshunos tekshirayotgan 15 ta mahsulot orasida 5 ta sifatsiz mahsulot bor. Tavakkaliga ajratilgan 3 ta mahsulotdan kamida 1tasining sifatli bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{89}{91}.$$

Javob:

9-masala. 2 ta erkli sinovlarda A hodisaning kamida bir marta ro'y berish ehtimoli 0,75 ga teng. Agar A hodisa ikkala sinovlarda ham bir xil ehtimol bilan ro'y bersa, A hodisaning bitta sinovda ro'y berish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,5$.

10-masala. 1-idishda 10 ta shar bo'lib, ulardan 8 tasi qizil va 2 tasi qora rangda. 2-idishda esa 10 ta sharlardan 7 tasi qizil 3 tasi qora rangda. Ikkala idishdan tavakkaliga bittadan shar olindi. Shu olingan 2 ta sharlardan kamida 1tasii qizil rangli bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,94$.

11-masala. 20 ta bilet ichida 2 ta yutuqlisi bor. Agar tavakkaliga 5 ta bilet olingan bo'lsa, ulardan kamida bittasi yutuqli bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{17}{38}.$$

Javob:

12-masala. Idishda 12 ta oq va 8 ta qora sharlar bor. Tavakkaliga 2 ta shar olindi. Bu sharlar turli rangda bo'lishi ehtimoli topilsin.

$$P = \frac{45}{98}.$$

Javob:

13-masala. 10 ta detallar orasida 2 tasi nostandartdir. Tavakkaliga olingan 2 ta detallardan kamida 1tasining standart detal bo'lishi ehtimolini toping.

$$\frac{44}{45}$$

Javob:

14-masala. Idishda 5 ta mahsulot bo'lib, ulardan 3 tasi yaroqli. Tavakkaliga 2 ta mahsulot tanlandi. Tanlangan mahsulotlardan hech bo'lmaganda 1 tasi yaroqli bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,9$.

15-masala. Buyumlar orasidan tovarshunos oliy nav buyumlarni ajratmoqda. Tavakkaliga olingan buyumning oliy nav bo'lishi ehtimoli 0,9 ga teng. Tekshirilgan uchta buyumdan faqat bittasining oliy nav bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,027$.

16-masala. Talaba o'ziga kerakli kitobni 3 ta magazindan izlamoqda. Kitobning 1-, 2-, 3-kitob magazinida bo'lishi ehtimollari mos ravishda 0,7, 0,8, 0,9 ga teng bo'lsa, kitobning faqat ikki magazinda bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,398$.

17-masala. Agar tavakkaliga tanlangan simning yaroqsiz bo'lishi ehtimoli 0,1 ga teng bo'lsa, telefon stansiyasida tekshirilayotgan 3 ta aloqa simlaridan faqat bittasining yaroqsiz bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,027$.

18-masala. Agar merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,9 ga teng bo'lsa, mergan otgan 3 ta o'qning ham nishonga tekkan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,729$.

19-masala. Uchta o'yin kubigi tavakkaliga tashlandi. Kamida bitta kubikda 5 raqami chiqish hodisasining ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{91}{216}$.

20-masala. 1-idishda 1-navli mahsulotlar 40%ni, 2-idishda esa 1-navli mahsulotlar 50% ni tashkil etadi. Har bir idishdan 1tadan tavakkaliga mahsulot olindi. Olingan ikkala mahsulotning ham 1-navli bo'lmashlik ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{3}{10}$,

21-masala. Taxta yashikda 6 ta detallar bo'lib, ulardan 4 tasi yaroqli. Shu yashikdan tavakkaliga 2 ta detal olindi. Olingan ikkala detalning ham yaroqsiz bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{1}{15}$.

22-masala. Hamshira o'ziga kerakli dorini 3 ta tokchadan izlamoqda. Dorining 1-, 2-, 3-tokchalarda bor bo'lishi ehtimollari mos ravishda 0,5, 0,8, 0,9 ga teng bo'lsa, izlanayotgan dorining faqat bitta tokchada bor bo'lish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,14$

23-masala. Haridor o'ziga kerakli oyoq kiyimni 3 ta do'kondan izlamoqda. Poyafzalning 1-, 2-, 3- do'konlarda bor bo'lish ehtimoli mos ravishda 0,7, 0,8, 0,9 ga teng. Izlanayotgan oyoq kiyimning faqat 2 ta do'konlarda bor bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,452$.

24-masala. 10 ta mahsulot ichida 3 tasi yaroqsizdir. Tavakkaliga ular orasidan 2 ta mahsulot ajratildi. Shu ajratilgan mahsulotlardan hech bo'lmaganda bittasi yaroqsiz bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{8}{15}$.

25-masala. Idishda 6 ta oq, 5 ta qizil va 9 ta ko'k rangli, bir xil o'lchovli sharlar bor. Idishdan tavakkaliga olingan sharning rangli bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,7$.

26-masala. 3 ta o'q uzishda kamida bitta o'qning nishonga tegish ehtimoli 0,936 ga teng bo'lsa, bitta o'q uzishda nishonga tegish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,6$.

27-masala. Tavakkaliga tanlangan musbat, ikki xonali, butun sonning 2 ga ham, 3 ga ham bo'linmaslik ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{1}{3}$.

28-masala. Tavakkaliga tanlangan musbat, butun sonning 2 ga yoki 3 ga bo'linmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{6}$.

29-masala. Birinchi idishda 5 ta o'q, 11 ta qora, 8 ta qizil rangli sharlar bor. Ikkinchi idishda esa 10 ta oq, 8 ta qora, 6 ta qizil sharlar bor. Ikkala idishdan tavakkaliga 1 tadan sharlar olindi. Olingan ikkala sharning ham bir xil rangli bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,323$.

30-masala. Ikki idishda 10 tadan sharlar bo'lib, 1-idishda 8 ta qizil 2 ta qora, 2-sida esa, 7 ta qizil 3 ta qora sharlar bor. Ikkala idishdan tavakkaliga 1 ta dan shar olindi. Shu 2 ta shardan kamida bittasining qizil rangli bo'lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,94$.

3-§. To'la ehtimollik va Beyes formulasi

1-masala. Korxonaga keladigan mahsulotlarning 50% ini 1-zavod, 40% ini 2-zavod, 10% ini esa 3-zavodda ishlab chiqariladi. Shu mahsulotlarning yaroqsiz bo'lishi 1-zavod uchun 5% ini, 2-zavod uchun 3% ini, 3-zavod uchun esa 2% ni tashkil etadi. Tavakkaliga tanlangan mahsulotning yaroqsiz bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,039$.

2-masala. 1-idishda 8 ta oq, 2 ta qora sharlar, 2-idishda 6 ta oq, 4 ta qora sharlar mavjud. 1-idishdan tavakkaliga bitta shar olinib, 2-idishga solingan. So'ngra 2-idishdan tavakkaliga 1 ta shar olingan. Shu olingan sharning oq rangli bo'lish ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{34}{55}$.

3-masala. Yashikdagi detallardan 12 tasi 1-zavodga, 20 tasi 2-zavodga, 18 tasi esa 3-zavodga tegishli bo'lgan detallardir. Tanlangan detalning sifatli (yaroqli) bo'lish ehtimoli 1-zavodda ishlab chiqarilgan detallar uchun 0,9 ga, 2- va 3-zavodlar uchun esa bu ehtimol mos ravishda 0,6 va 0,9 ga teng. Yashikdan tavakkaliga 1ta detal tanlandi. Shu detalning yaroqli bo'lish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,78$.

4-masala. Dominoning to'liq to'plamidan (28 dona) tavakkaliga 1 tasi olindi. 2-tavakkaliga olingan dominoni 1-tanlangan dominoga ulash mumkin bo'lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{7}{18}$.

5-masala. Yig'uv sexiga 1-avtomatdan 20%, 2-avtomatdan 30% 3-avtomatdan esa 50% detallar kelib tushadi. 1-avtomatda tayyorlangan detallarning 0,2% yaroqsiz, 2-avtomatda tayyorlangan detallarning 0,3% yaroqsiz va 3-avtomatda tayyorlangan detallarning 0,1% yaroqsiz bo'lsa, tavakkaliga olingan detalning yaroqsiz bo'lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,0018$.

6-masala. 1-idishda 8 ta lampa bo'lib, ulardan 2 tasi yaroqsiz, 2-idishda 10 ta lampa bo'lib, ulardan 4 tasi yaroqsizdir. Har bir idishdan tavakkaliga bittadan lampa olindi. Keyin shu tanlangan lampadan yana biri ixtiyoriy ravishda tanlandi. Olingan lampaning yaroqsiz bo'lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{13}{40}$.

7-masala. Guruhda 10 ta mergan bo'lib, ulardan 5 tasi uchun nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga teng, boshqa 3 tasi uchun 0,5 ga va qolgan 2 ta mergan uchun esa 0,25 ga teng. Tavakkaliga otilgan o'qning nishonga tekkan bo'lish ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{3}{5}$.

8-masala. Armiya safiga chaqiriluvchi o'smirlardan 50% i 1-viloyatga, 30% i 2-viloyatga va 20% i esa 3-viloyatga tegishlidir. 1-viloyatdagi har bir 100 ta o'smirdan 10 tasi qandaydir kasallik bilan, 2-viloyatda 15 tasi, va 3-viloyatda esa 20 tasi kasallangan. Tavakkaliga tanlangan o'smirlardan biri tibbiy ko'rikdan o'tkazilganda sog'lom bo'lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,865$

9-masala. Ichida 3 ta bir xil detali bor idishga 1 ta standart detal tashlangan, so`ngra tavakkaliga shu idishdan 1 ta detal olingan. Olingan detalning standart bo`lishi ehtimoli topilsin. Idishdagi detallarning dastlabki tarkibi (standart yoki nostandart) haqidagi barcha mumkin bo`lgan taxminlar teng imkoniyatli deb faraz qilinadi.

Javob: $P = 0,625$.

10-masala. Birinchi idishda 40 ta detallar bo`lib, ulardan 36 tasi standartdir. Ikkinchi idishda 20 ta detallar bo`lib, ulardan 16 tasi standartdir. Ikkinchi idishdan tavakkaliga bitta detal olinib, birinchi idishga solingan, so`ngra birinchi idishdan tavakkaliga bitta detal olingan. Shu olingan detalning standart bo`lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,9$.

11-masala. Sportchilar orasida 18 ta chang`ichi, 5 ta velosipedchi va 2 ta yuguruvchi sportchilar bor. Agar normativni bajara olish ehtimoli chang`ichi uchun 0,8 ga, velosipedchi uchun 0,7 ga va yuguruvchi sportchilar uchun esa 0,6 ga teng bo`lsa, tavakkaliga tanlangan sportchining normativni bajara olish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,764$.

12-masala. 2 ta idishning har birida 10 ta qizil va 5 ta oq sharlar bor. Birinchi idishdan tavakkaliga bir shar olinib, ikkinchi idishga solindi. So`ngra ikkinchi idishdan tavakkaliga 1 ta shar olingan. Shu olingan sharning qizil rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{2}{3}$.

13-masala. 3 ta idishlarda sharlar bo`lib, birinchi idishda 2 ta qizil, 6 ta oq sharlar bor. Ikkinchi idishda esa, 3 ta qizil va 8 ta oq sharlar, uchinchi idishda esa 6 ta qizil va 5 ta oq sharlar bor. Tavakkaliga birinchi idishdan bitta shar olinib, ikkinchi idishga solindi. So`ngra 2-idishdan ham tavakkaliga 1 ta shar olinib, uchinchi idishga solindi. Shu uchinchi idishdan ixtiyoriy ravishda olingan sharning qizil rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,45$

14-masala. Ichida 4 ta shar bo`lgan idishga 1 ta oq shar solingan, so`ngra tavakkaliga idishdan bitta shar olindi. Agar idishdagi sharlarning rangi haqidagi barcha mumkin bo`lgan taxminlar teng imkoniyatli bo`lsa, idishdan olingan sharning oq bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,6$.

15-masala. 8-masala shartlari bajarilganda sog`lom bo`lgan o`smir 1- viloyatdan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{90}{173}$.

16-masala. 3 ta bir xil idishlarda detallar mavjud bo`lib, 1-idishdagi detallarning  $\frac{1}{3}$  qismi yaroqsizdir. Qolgan 2 ta idishlarda esa yaroqsiz detallar yoq. Tekshiruvchi tavakkaliga ixtiyoriy idishdan bitta detal olgan. Shu olingan detalning yaroqsiz bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{1}{9}$.

17-masala. 20 ta mergandan 6 tasining o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga, 8 tasiniki 0,7 ga, 4 tasiniki ehtimoli 0,6 ga va qolgan 2 tasiniki 0,5 ga teng. Tavakkaliga tanlangan merganning nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,64$.

18-masala. Yerga ekiladigan o`simliklarning 50% ini A turdagi o`simliklar, 30% ini B turdagi va 20 % ni C turdagi o`simliklar tashkil etadi. A turdagi o`simliklarning unib chiqish ehtimoli 0,8 ga teng, B turdagi o`simliklarniki 0,7 ga va C turdagi o`simliklarniki unib chiqish ehtimoli 0,6 ga teng. Tavakkaliga tanlanib, ekilgan o`simlikning unib chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,73$.

19-masala. 1-qutidagi 20 ta lampadan 18 tasi yaroqli. 2-qutidagi 10 ta lampadan 9 tasi yaroqli. Tavakkaliga 2-qutidan 1 ta lampa olinib, 1-qutiga solingan. 1-qutidan tavakkaliga 1 ta olingan lampaning yaroqli bo'lish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,9$.

20-masala. Korxonaga 3 ta zavoddan maxsulotlar keltirilgan. 1- zavodning mahsuloti 30% ni, 2-zavodning mahsuloti 36% ni, 3-zavodning mahsuloti 34% ni tashkil etadi. 1-, 2-, 3-zavodlarning mahsulotlaridan mos ravishda 4% i, 3% i, 2% i yaroqsizdir. Korxonadan tavakkaliga olingan mahsulot yaroqsiz bo'lib chiqdi. Shu yaroqsiz mahsulot birinchi zavodga tegishli bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{15}{37}$.

21-masala. 26-masala shartlari bajarilganda terma komanda safiga olingan talaba 1-guruh talabasi bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{18}{59}$.

22-masala. Ishlab chiqarilayotgan mahsulotning talabga muvofiqligini 2 ta tovarshunos tekshiradi. Mahsulotlarning 1-tovarshunosga kelib tushish ehtimoli 0,55 ga, 2-tovarshunosga kelib tushish ehtimoli 0,45 ga teng. Mahsulotni talabga muvofiq deb qabul qilish ehtimoli 1-tovarshunos uchun 0,9 ga teng, 2- tovarshunos uchun esa bu ehtimol 0,98 ga teng. Tekshirishda mahsulot talabga muvofiq deb qabul qilindi. Bu tovarni 2-tovarshunos tekshirgan bo'lish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,47$

23-masala. Zavod sexida tayyorlanadigan detallar ularning standartligini tekshirish uchun 2 ta tekshiruvchiga kelib tushadi. Detalning 1-nazoratchiga tushish ehtimoli 0,6 ga, 2-nazoratchiga tushish ehtimoli esa 0,4 ga teng. Yaroqli detalni standart deb tan olish ehtimoli 1-nazoratchi uchun 0,94 ga, 2-uchun esa 0,98 ga teng. Tekshirish vaqtida yaroqli detal standart deb qabul qilindi. Shu detalni 1-nazoratchi tekshirgan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,59$.

24-masala. Yig'ish sexiga 1-dastgohdan barcha detallarning 40%, 2-va 3- dastgohdan ham 30% kelib tushadi. Har bir dastgoh uchun yaroqsiz detal ishlab chiqarish ehtimollari mos ravishda 0,01, 0,03 va 0,05 ga teng. Tavakkaliga olingan detal yaroqsiz ekanligi ma'lum bo'ldi. Bu detal 1-dastgohda ishlab chiqarilganligi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{1}{7}$.

25-masala. 10 ta bir xil idishlardan 9 tasida 2 ta oq va 2 ta qora sharlar bor. Qolgan 1 ta idishda esa 5 ta oq va 1 ta qora shar bor. Tavakkaliga olingan idishdan oq shar olindi. Shu shar 5 ta oq va 1 ta qora shar bor bo'lgan idishdan olingan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{32}$,

26-masala. Talabalarning saralash sport musobaqalarida qatnashish uchun 1-guruhdan 4 ta talaba, 2-guruhdan 6 ta talaba va 3-guruhdan 5 ta talaba ajratilgan. 1-guruh talabasining institut terma komandasiga kirish ehtimoli 0,9 ga, 2-va 3-guruh talabalari uchun esa bu ehtimol 0,7 va 0,8 ga teng. Tavakkaliga olingan talaba musobaqa natijasida terma komanda safiga olindi. Shu talaba 2-guruh talabasi bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{21}{59}$.

27-masala. 18 ta mergandan iborat 4 ta guruh bo'lib, 1-guruhdagi 5 ta merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,8 ga, 2-guruhdagi 7 ta merganning nishonga tekkizish ehtimoli 0,7 ga teng. 3-guruhdagi 4 ta mergan uchun bu ehtimol 0,6 ga, qolgan 4-guruhdagi 2 ta merganning

nishonga tekkizish ehtimoli 0,5 ga teng. Tavakkaliga tanlangan mergan nishonga qarata o`q uzdi, lekin nishonga tegmadi. Qaysi guruhga tegishli mergan uchun bu ehtimol kattadir?

Javob: 2-guruh uchun.

28-masala. 3 ta bir xil xaltalarning har birida 4 tadan oq va 6 tadan qo`ra sharlar bor. 1-xaltadan tavakkaliga bitta shar olinib, 2-xaltaga solindi, so`ngra 2-xaltadan 1 ta shar olinib, 3-xaltaga solindi. Shu 3-xaltadan tavakkaliga olingan sharning oq rangli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,4$.

29-masala. 3 ta bir xil turdagi qutilar bor. 1-qutida 20 ta yaroqli detallar, 2-qutida esa 10 yaroqli va 10 yaroqsiz detallar, 3-qutida 20 ta yaroqsiz detallar bor ekanligi ma`lum. Tasodifan tanlangan qutidan 1 ta yaroqli detal olindi. Bu detalning 1-qutidan olingan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{2}{3}$.

30-masala. 29-masala shartlari bajarilganda tanlangan yaroqli detalning 2- qutidan olingan bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{1}{3}$.

4-§. Bernulli formulasi.

1-masala. Tanga 4 marta tashlandi. «Gerbli» tomon ko`pi bilan 2 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{11}{16}$,

2-masala. 2 marta o`q otishda hech bo`lmaganda bir marta mo`ljalga o`q tekkizish ehtimoli 0,96 ga teng. 4 marta o`q otishda, 3 marta mo`ljalga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,4096$.

3-masala. Talaba dasturning 60 ta savolidan 50 tasini biladi. Imtihon bileti 3 ta savoldan iborat quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) Talaba faqat 2 ta savolga javobni biladi;

b) Talaba 3 ta savolga ham javobni biladi.

Javob: $a) P = \frac{75}{216} : b) P = \frac{125}{216}$.

4-masala. Agar 1 ta sinashda biror hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,3 ga teng bo`lsa, u holda 3 ta erkli sinashda shu hodisaning kamida 2 marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,216$.

5-masala. O`yin kubigi 3 marta tashlandi. Bunda 6 raqamining 2 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{5}{72}$.

6-masala. Tanga tavakkaliga 8 marta tashlangan. Bunda «Gerbli» tomoni 6 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P = \frac{7}{64}$.

7-masala. Agar har bir sinashda A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,4 ga teng bo`lsa, 5 ta erkli sinashda hodisaning ko`pi bilan bir marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,337$.

8-masala. 7-masala shartlari bajarilganda 5 ta erkli sinashda hodisaning kamida 2 marta ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: $P=0,663$.

9-masala. Tanga 3 marta tashlangan. «Gerbli» tomoni kamida 2 marta tushish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,5$.

10-masala. Agar merganning 1 ta o`q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,9 ga teng bo`lsa, ketma-ket tavakkaliga uchta o`q uzganda ko`pi bilan ikki marta nishonga tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,271$.

11-masala. 2 teng kuchli shaxmatchi shaxmat o`ynamoqda. Qaysi birida yutish ehtimoli kattaroq, 4 partiyadan 3 tasini yutishmi yoki 5 partiyadan 4 tasini yutishmi?

Javob: 4 partiyadan 3 tasi.

12-masala. Tanga 4 marta tashlandi. «Gerbli» tomoni kamida 3 marta tushish ehtimolini topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{16}$,

13-masala. Agar yaroqsiz detal ishlab chiqarish ehtimoli 0,01 ga teng bo`lsa, tavakkaliga olingan 3 ta detaldan 2 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,03$.

14-masala. O`yin kubigi tavakkaliga 3 marta tashlanganda 2 raqamining kamida 1 marta chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,42$.

15-masala. Do`konga kelgan mahsulotlar orasida yaroqsiz mahsulotlar 10% ni tashkil etadi. Tavakkaliga tanlangan 3 ta mahsulotdan kamida 1 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,999$.

16-masala. Nishonga qarata o`q uzilganda, o`qning nishonga tegish ehtimoli 0,9 ga teng bo`lsa, 3 marta o`q uzilganda uchala o`qning ham nishonga tegmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,001$.

17-masala. Yaroqsiz detalni ishlab chiqarish ehtimoli 0,05 ga teng bo`lsa, tavakkaliga olingan 5 ta detallar orasida 4 tasining yaroqli bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,2$.

18-masala. Ma`lum o`simlik urug`ining unib chiqishi 70% ni tashkil etadi. 5 ta ekilgan urug`dan kamida 4 tasining unib chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,528$.

19-masala. 1 ta lotereya bileti bor bo`lgan kishining yutish ehtimoli 0,01 ga teng bo`lsa, sotib olingan 6 ta biletdan 2 tasiga yutuq chiqishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,0014$.

20-masala. Tanga 6 marta tavakkaliga tashlangan. «Gerbli» tomonining kamida 2 marta tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{57}{64}$,

21-masala. Tanga 4 marta tavakkaliga tashlangan. «Gerbli» tomonining ko`pi bilan bir marta tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{5}{16}$,

22-masala. 16-masala shartlari bajarilganda uchchala o`qning ham nishonga tegish ehtimoli topilsin.

Javob: $P= 0,729$.

23-masala. Mergan nishonga qarata 4 ta o'q uzdi. Agar har bir otishda o'qning nishonga tegish ehtimoli 0,4 ga teng bo'lsa, u holda kamida 1 ta o'qning nishonga tegish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,8704$.

24-masala. Tanga 6 marta tashlangan. «Gerbli» tomonining ko'pi bilan ikki marta tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = \frac{11}{32}$.

25-masala. Erkli sinashlarning har birida biror A hodisaning ro'y berish ehtimoli 0,1, ga teng bo'lsa, 5 ta erkli sinashlarda A hodisaning kamida 2 marta ro'y berish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,0814$.

26-masala. Basketbolchi jarima to'pini 3 marta otmoqda. Har bir otishda to'pning to'rga tushish ehtimoli 0,8 ga teng bo'lsa, to'pning biror marta ham to'rga tushmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,008$

27-masala. 26- masala shartlari bajarilganda to'pning kamida 1 marta to'rga tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,992$.

28-masala. Zavoddan kelayotgan detallar partiyasida yaroqsiz detallar bo'lishi ehtimoli 0,1ga teng bo'lsa, tavakkaliga tanlangan 3 ta detal ichida ko'pi bilan 1 ta yaroqsiz detal bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,972$.

29-masala. Uskuna «N» ta elementlardan iborat bo'lib, biror T vaqt ichida shu elementlarning ishdan chiqmaslik ehtimoli P ga teng. Elementlar bir biriga bog'liq bo'lmagan holda ishdan chiqadi. Shu elementlardan T vaqt ichida 2 tadan kam bo'lmaganini ishdan chiqish ehtimoli topilsin.

30-masala. Ishchi 6 ta bir xil dastgohga xizmat ko'rsatadi. T vaqt davomida ishchining dastgohga e'tibor qilish ehtimoli $P = \frac{1}{3}$ ga teng bo'lsa, T vaqt davomida ishchining 4 ta dastgohga xizmat qilishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,08$.

5-§. Laplasning lokal va integral teoremlari

1-masala. Ma'lum o'simlik urug'ining unib chiqish ehtimoli 0,75 ga teng, 500 ta ekilgan urug'dan 130 tasining unib chiqmaslik ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,036$.

2-masala. 1 ta o'q uzishda nishonga tekkizish ehtimoli 0,4 ga teng bo'lsa, 320 ta o'q uzishda aniq 100 tasining nishonga tegish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,00028$.

3-masala. Detalning texnikaviy kontrol bo'limi (OTK) tekshirmagan bo'lish ehtimoli $P = 0,2$ ga teng. Tasodifan olingan 400 ta detaldan 70 tadan 100 tagachasining texnikaviy kontrol bo'limi tekshirmagan bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,8882$.

4-masala. Agar biror A hodisaning har bir erkli sinovlarda ro'y berish ehtimoli 0,25 ga teng bo'lsa, bu hodisaning 243 ta sinovda rosa 70 marta ro'y berish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,0231$.

5-masala. Agar o'g'il bolaning tug'ilish ehtimoli 0,516 ga teng bo'lsa, 200 ta bir vaqtda tug'ilgan bolalardan o'qil va qiz bolalar sonining teng bo'lishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,05$.

6-masala. Tajriba o'tkazilayotgan davrda mahsulotning ishdan chiqish ehtimoli 0,05 ga teng bo'lsa, tasodifan tanlangan 100 ta mahsulotdan tajriba natijasida kamida 5 ta mahsulotning ishdan chiqish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,5$.

7-masala. 6-masala shartlari bajarilganda 100 ta mahsulotdan ko'pi bilan 4 ta mahsulotning ishdan chiqish ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,312$.

8-masala. Xaridorga 41-o'lchovli poyabzal zarurligi ehtimoli 0,2 ga teng. 750 ta sotib oluvchidan 120 tasidan ko'p bo'lmagani shu o'lchovli oyoq kiyimni talab qilishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,003$.

9-masala. Darslik 2000 nusxada bosib chiqarilgan. Darslikning varaqlari noto'g'ri terilgan bo'lishi ehtimoli $P = 0,01$ bo'lsa, butun nusxada rosa 5 ta yaroqsiz kitob bo'lishi ehtimolini toping. (Masalani Puasson formulasi yordamida yeching).

Javob: $P = 0,0003$.

10-masala. Agar chapaqaylar aholining 1% ini tashkil etsa, 200 ta tavakkaliga tanlangan kishilar orasida 4 ta chapaqaylar bo'lishi ehtimolini toping (Masalani Puasson formulasi yordamida yeching).

Javob: $P = 0,1039$.

11-masala. Zavod do'konga 500 ta sifatli mahsulotlar jo'natdi. Mahsulotlarning yo'lda shikastlanish ehtimoli 0,002 ga teng. Do'konga 3 ta yaroqsiz mahsulot kelgan bo'lishi ehtimolini toping (Masalani Puasson formulasi yordamida yeching).

Javob: $P = 0,06$.

12-masala. Avvalgi masala shartlari bajarilganda do'konga 3 tadan kam yaroqsiz mahsulot kelgan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,9195$.

13-masala. Agar merganning 1 ta o'q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli 0,75 ga teng bo'lsa, uning 100 ta o'q uzganda kamida 70 marta va ko'pi bilan 80 marta nishonga o'q tekkizish ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,7498$.

14-masala. Avvalgi masala shartlarida 100 ta o'q uzilganda nishonga ko'pi bilan 70 ta o'q tekkan bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P = 0,1251$.

15-masala. Tanga 1000 marta tashlandi. «Gerbli» tomoni rosa 500 marta tushishi ehtimolini toping.

Javob: $P = 0,025$.

16-masala. Tanga 400 marta tashlangan. Uning «Gerbli» tomonining 196 tadan kam bo'lmagan va 206 tadan ko'p bo'lmagan sonda tushish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,3811$.

17-masala. O'yin kubigi 12000 marta tashlandi. Bir raqamining kamida 1900 va ko'pi bilan 2150 marta chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,99$.

18-masala. Agar bitta lotereya билетining yutuqli chiqish ehtimoli $P = 0,6$ bo'lsa, 2400 ta lotereya bileti orasida 1400 tasining yutuqli bo'lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,0041$.

19-masala. Agar zavodda ishlab chiqarilgan detalning yaroqsiz chiqishi ehtimoli 0,5 ga teng bo'lsa, 400 ta detaldan iborat partiyadagi yaroqsiz detallar soni 200 ta bo'lish ehtimolini toping.

Javob: $P \approx 0,039$.

20-masala. Urug`lik bug`doy orasidan begona o`rta urug`ining chiqish ehtimoli $P = 0,36$ bo`lsa, tavakkaliga olingan 10000 dona urug`lik orasida 3600 ta begona o`rta urug`i bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,00829$.

21-masala. Birinchi sinfga 200 ta o`quvchi qabul qilinishi kerak. Agar o`g`il bola tug`ilish ehtimoli 0,515 ga teng bo`lsa, birinchi sinfga qabul qilinganlar orasida 100 ta qiz bola bo`lishining ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,051$.

22-masala. Bir xil va bog`liq bo`lmagan sinashlarning har birida A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,04 ga teng bo`lsa, 2400 ta erkli sinashlarda A hodisaning 110 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,014$.

23-masala. Bir xil va bog`liq bo`lmagan sinashlarning har birida A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,2 ga teng bo`lsa, 100 ta erkli sinashlarda A hodisaning:

a) 20 marta; b) kamida 20 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: a) $P \approx 0,099$; b) $P \approx 0,5$.

24-masala. Tajriba vaqtida uskunaning ishdan chiqish ehtimoli 0,8 ga teng. 100 ta tajriba o`tkazilganda:

a) kamida 70 ta uskunaning,

b) ko`pi bilan 74 ta uskunaning ishdan chiqish ehtimoli topilsin.

Javob: a) $P \approx 0,88$, b) $P \approx 0,066$.

25-masala. Avvalgi masala shartlarida 75 tadan 90 tagacha bo`lgan uskunaning ishdan chiqishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,88$.

26-masala. Agar hodisaning har bir tajribada ro`y berish ehtimoli 0,2 ga teng bo`lsa, 400 ta tajriba o`tkazilganda hodisaning rosa 104 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,00055$.

27-masala. Bir xil va bog`liqsiz tajribalarning har birida A hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,8 ga teng bo`lsa, A hodisaning 160 ta tajribada 120 marta ro`y berish ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,02$.

28-masala. Bog`liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,8 ga teng. 100 ta tajriba o`tkazilganda shu hodisaning 70 tadan kam bo`lmagan va 80 tadan ko`p bo`lmaganda ro`y berish ehtimolini toping.

Javob: $P \approx 0,4938$.

29-masala. Biror shaharda 3% aholi sil bilan kasallangan. Tekshirish uchun tavakkaliga 500 ta kishi tanlangan. Shu kishilar orasida sil bilan kasallanganlar soni 14 ta bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,1$.

30-masala. Tanga 400 marta tashlangan. «Gerbli» tomonning tushish soni 190 va 210 sonlari orasida bo`lishi ehtimoli topilsin.

Javob: $P \approx 0,6826$.

6-§. Diskret tasodifiy miqdorlar va ularning sonli xarakteristikalar

1-masala. Ikkita o`yin kubigi 1 marta tashlanganda chiqadigan raqamlar yig`indisining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 7$.

2-masala. Sakkista detallardan iborat idishda 3 ta nostandart detallar bor. Tavakkaliga ikkita detal olindi. X-diskret tasodifiy miqdor olingan ikkita detallar orasidagi nostandart detallar sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 0,75$.

3-masala. 2 ta o'yin kubigi 1 marta tashlanganda chiqadigan raqamlar ko'paytmasining matematik kutilishi topilsin.

Javob : $M(x)=12,25$.

4-masala. 1 ta o'q uzganda nishonga tekkizish ehtimoli $p=\frac{1}{3}$ a teng bo'lsa, 4 ta o'q uzganda X-diskret tasodifiy miqdor nishonga tegish sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x)=\frac{4}{3}$.

5-masala. X-tasodifiy miqdor ikkita $x_1=1, x_2=-1$ qiymatlarni 0,5 ehtimol bilan qabul qiladi. Shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: $D(x)=1$.

6-masala. X-diskret tasodifiy miqdor 3 ta erkli sinovlarda biror A hodisaning ro'y berishlar sonining matematik kutilishi $M(x) = 6$ ga teng bo'lsa, shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: $D(x)=\frac{3}{4}$.

7-masala. Agar biror A hodisaning har bir sinovda ro'y berish ehtimoli 0,3 ga teng bo'lsa, X-tasodifiy miqdor A hodisaning 6 ta erkli sinovlarda ro'y berish sonining dispersiyasini toping.

Javob: $D(x)= 1,26$.

8-masala. Idishda 5 ta sharlar bo'lib, ulardan 2 tasi qora, 3 tasi oq rangli. Tavakkaliga idishdan 2 ta shar olindi. X-tasodifiy miqdor shu olingan 2 ta sharlar orasida qora sharlar sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x)=\frac{4}{5}$.

9-masala. Avvalgi masala shartlari bajarilganda X-tasodifiy miqdor shu olingan 2 ta sharlar orasidagi qora sharlar sonining dispersiyasi topilsin.

Javob: $D(x)=\frac{9}{25}$.

10-masala. Tanga 4 marta tashlandi. X-tasodifiy miqdor tanganinig raqamli tomonining tushish sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x)= 2$.

11-masala. Diskret tasodifiy miqdor X faqat ikkita X_1 va X_2 qiymat qabul qiladi. ($x_1 < x_2$) X ning x_1 qiymatini qabul qilish ehtimoli 0,2 ga teng. Agar X ning matematik kutilishi $M(x) = 2,8$ va dispersiyasi $D(x) = 0,16$ ga teng bo'lsa, bu tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

Javob:

x	2	3
P	0,2	0,8

12-masala. Avvalgi masala shartlarida $P_1=0,6$ bo'lib, X ning matematik kutilishi $M(x) = 3,4$ va dispersiyasi $D(x) = 0,24$ ga teng bo'lsa, X-tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni topilsin.

Javob:

x	3	4
P	0,6	0,4

13-masala. Aspirant tajriba maydonidan 6 ta namuna olib keldi. Shulardan 4 tasida izlanayotgan temir qorishmasi bor. Tavakkaliga 3 ta namuna ajratildi. X-diskret tasodifiy miqdor ajratilgan namunalar orasida izlanayotgan temir qorishmasi borligi soni taqsimotining o'rtacha kvadratik chetlanishi topilsin.

Javob: $\sigma(x)=0,63$.

14-masala. Futbol bo'yicha institut terma komandasi 12 kishidan iborat bo'lib, ulardan 5 tasi 1-razryadlidir. Tavakkaliga shu komandadan 3 kishi tanlab olindi. Shu tanlanganlar orasidagi 1-razryadlilar soni X-diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 1,25$.

15-masala. Idishda 2 ta oq va 1 ta qora sharlar bor. Shu idishdan ketma-ket 3 marta shar olindi. Har bir keyingi shar olinishidan avval oldingi shar idishga qaytariladi. Olingan sharlar orasidagi o'q sharlar soni X-diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi va dispersiyasi topilsin.

Javob: $M(x) = 2$; $D(x) = \frac{2}{3}$.

16-masala. X-diskret tasodifiy miqdor faqat 2 ta X_1 va X_2 ($X_1 > X_2$) qiymatlarni qabul qiladi. Agar bu tasodifiy miqdorning X_1 qiymat qabul qilish ehtimoli $P_1 = 0,6$ bo'lib, matematik kutilishi $M(x) = 2,6$ va dispersiyasi $D(x) = 0,24$ ga teng bo'lsa, X ning taqsimot qonuni topilsin.

Javob:

x	3	2
P	0,6	0,4

17-masala. Diskret erkli tasodifiy miqdorlar quyidagi taqsimot qonunlari orqali berilgan. XY-ko'paytmaning matematik kutilishi topilsin.

x	1	2
P	0,2	0,8

y	0,5	1
P	0,3	0,7

Javob: 1,53.

18-masala. Idishda 10ta bir xil mahsulotlar bo'lib, ulardan 3 tasi sifatsizdir. Shu idishdan tavakkaliga 2 ta mahsulot tanlandi. X-diskret tasodifiy miqdor tanlangan 2 ta mahsulotlar orasidagi sifatsiz mahsulotlar sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 0,6$.

19-masala. X-diskret tasodifiy miqdor faqat 2 ta X_1 va X_2 ($X_1 > X_2$) qiymatlarni qabul qiladi. $P_1=0,5$, $M(x) = 3,5$. $D(x) = 0,25$ berilgan bo'lsa, X-diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni yozilsin.

Javob:

x	4	3
P	0,5	0,5

20-masala. Agar X-diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni berilgan bo'lsa, uning dispersiyasi topilsin.

x	2	3	4
P	0,3	0,2	0,5

Javob: $D(x) = 0,76$.

21-masala. Agar 1 ta otishda nishonga tekkizish ehtimoli 0,4 ga teng bo'lsa, 3 ta o'q uzishda X-diskret tasodifiy miqdor nishonga tekkizish sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 1,2$.

22-masala. Agar X-diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni berilgan bo'lsa, uning o'rtacha kvadratik chetlanishi topilsin.

x	1	3	5
P	0,3	0,4	0,3

Javob: $\sigma(x) \approx 1,55$.

23-masala. Avvalgi masala shartlari bajarilgan X-tasodifiy miqdorning matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 3$.

24-masala. Quyidagi jadval ko`rinishida berilgan X-diskret tasodifiy miqdor taqsimotining dispersiyasi topilsin.

x	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

Javob: $D(x) = 1,05$.

25-masala. Nishonga qarab 3 ta o`q otilgan bo`lib, har bir o`qning nishonga tegish ehtimoli 0,8 ga teng. X-tasodifiy miqdor o`qning nishonga tekkizish sonining taqsimot qonunini va matematik kutilishini toping.

Javob: $M(x) = 2,4$.

26-masala. Nishonga qarab otilgan o`qning nishonga tekkizish ehtimoli  $p = 0,4$  ga teng. Agar 10 ta o`q otilgan bo`lsa, nishonga tegish sonini ifodalovchi tasodifiy miqdorning matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 4$.

27-masala. 2000 ta mahsulotlardan iborat to`plamdan olingan har bir mahsulotning yaroqsiz bo`lish ehtimoli 0,03 ga teng. X-diskret tasodifiy miqdor to`plamdagi yaroqsiz mahsulotlar sonining matematik kutilishi topilsin.

Javob: $M(x) = 60$.

28-masala. 4 ta o`zaro bog`liq bo`lmagan tajribada A hodisaning ro`y berish soni X-diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi $M(x) = 0,8$ ga teng bo`lsa, shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: $D(x) = 0,64$.

29-masala. X-tasodifiy miqdor 200 ta o`zaro bog`liq bo`lmagan tajribada A hodisaning ro`y berish sonini ifodalaydi. Har bir tajribada shu hodisaning ro`y berish ehtimoli 0,7 ga teng bo`lsa, X-diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi topilsin.

Javob: $D(x) = 42$.

30-masala. 10 ta detallardan iborat idishda 2 ta nostandart detal bor. Shu idishdan tavakkaliga 2 ta detal tanlab olindi. X-diskret tasodifiy miqdor olingan 2 ta detallar orasidagi nostandart detallar sonining dispersiyasi topilsin.

Javob: $D(x) = \frac{64}{225}$.

7-§. Tasodifiy miqdor ehtimollari taqsimotining integral va differensial funksiyalari

X-uzluksiz tasodifiy miqdorning integral funksiyasi $F(x)$ berilgan. Shu tasodifiy miqdorning:

- 1) differensial fuksiyasini,
- 2) matematik kutilishi va dispersiyasini,
- 3) berilgan (α, β) oraliqqa tegishli qiymat qabul qilish ehtimolini toping,
- 4) integral va differensial funksiyalarning grafiklari yasalsin.

$$1\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq 0, \\ 4x, & \text{agar } 0 < x \leq 0,25, \\ 1, & \text{agar } x > 0,25. \end{cases} \quad \alpha=0, \beta=0,2.$$

$$2\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq 0, \\ 4x, & \text{agar } 0 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, & \text{agar } x > \frac{1}{3}. \end{cases} \quad \alpha=0, \beta=0,25.$$

3-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ x^2, \text{agar } 0 < x \leq 1, \\ 1, \text{agar } x > 1. \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=0,8.$
4-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ 2x, \text{agar } 0 < x \leq 0,5 \\ 1, \text{agar } x > 0,5 \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=0,25.$
5-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ 3x^2 + 2x \text{ agar } 0 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, \text{agar } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=0,25.$
6-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ 6x, \text{agar } 0 < x \leq \frac{1}{6}, \\ 1, \text{agar } x > \frac{1}{6}. \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=\frac{1}{7}.$
7-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 2, \\ \frac{x}{2} - 1, \text{agar } 2 < x \leq 4, \\ 1, \text{agar } x > 4. \end{cases}$	$\alpha=3, \beta=4.$
8-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ 1 - \cos x, \text{agar } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, \text{agar } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=\frac{\pi}{4}.$
9-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ \sin x, \text{agar } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, \text{agar } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=\frac{\pi}{3}.$
10-masala.	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{agar } x \leq 0, \\ 2 \sin x, \text{agar } 0 < x \leq \frac{\pi}{6}, \\ 1, \text{agar } x > \frac{\pi}{6}. \end{cases}$	$\alpha=0, \beta=\frac{\pi}{6}.$

$$11\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, \text{ agar } 0 < x \leq 3, \\ 1, \text{ agar } x > 3. \end{cases} \quad \alpha=0, \beta=2.$$

$$12\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \sin x, \text{ agar } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, \text{ agar } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \alpha=0, \beta=\frac{\pi}{4}.$$

$$13\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{x^2 + x}{2}, \text{ agar } 0 < x \leq 1, \\ 1, \text{ agar } x > 1. \end{cases} \quad \alpha=0, \beta=0,5.$$

$$14\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, \text{ agar } -2 < x \leq 2, \\ 1, \text{ agar } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=-1, \beta=1.$$

$$15\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{1 - \cos x}{2}, \text{ agar } 0 < x \leq \pi, \\ 1, \text{ agar } x > \pi. \end{cases} \quad \alpha=0,5, \beta=\pi.$$

$$16\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ x^3, \text{ agar } 0 < x \leq 1, \\ 1, \text{ agar } x > 1. \end{cases} \quad \alpha=0,5, \beta=1.$$

$$17\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 1, \\ \frac{x-1}{2}, \text{ agar } 1 < x \leq 3, \\ 1, \text{ agar } x > 3. \end{cases} \quad \alpha=2, \beta=3.$$

$$18\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 2x}{3}, \text{ agar } 2 < x \leq 3, \\ 1, \text{ agar } x > 3. \end{cases} \quad \alpha=2,5, \beta=3.$$

$$19\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{x^3 - 2x}{4}, \text{ agar } 0 < x \leq 2, \\ 1, \text{ agar } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=1, \beta=2.$$

$$20\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4}, \text{ agar } 0 < x \leq 2, \\ 1, \text{ agar } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=1, \beta=2.$$

$$21\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq \frac{3\pi}{4}, \\ \cos 2x, \text{ agar } \frac{3\pi}{4} < x \leq \pi, \\ 1, \text{ agar } x > \pi. \end{cases} \quad \alpha=\frac{5\pi}{6}, \beta=\pi.$$

$$22\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 3, \\ \ln \frac{x}{3}, \text{ agar } 3 < x \leq 3e, \\ 1, \text{ agar } x > 3e. \end{cases} \quad \alpha=2e, \beta=3e.$$

$$23\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq -1, \\ \sqrt{x+1}, \text{ agar } -1 < x \leq 0, \\ 1, \text{ agar } x > 0. \end{cases} \quad \alpha=-0,5, \beta=0.$$

$$24\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq \frac{1}{3}, \\ \frac{3x-1}{5}, \text{ agar } \frac{1}{3} < x \leq 2, \\ 1, \text{ agar } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=0,5, \beta=1.$$

$$25\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 1, \\ \frac{x^2+3x-4}{6}, \text{ agar } 1 < x \leq 2, \\ 1, \text{ agar } x > 2. \end{cases} \quad \alpha=1,5, \beta=2.$$

$$26\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{x^3+x}{2}, \text{ agar } 0 < x \leq 1, \\ 1, \text{ agar } x > 1. \end{cases} \quad \alpha=0,5, \beta=1.$$

$$27\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 0, \\ \frac{2x^2+x}{3}, \text{ agar } 0 < x \leq 1, \\ 1, \text{ agar } x > 1. \end{cases} \quad \alpha=0,5, \beta=1.$$

$$28\text{-masala.} \quad F(x) = \begin{cases} 0, \text{ agar } x \leq 4, \\ \ln \frac{x}{4}, \text{ agar } 4 < x \leq 4e, \\ 1, \text{ agar } x > 4e. \end{cases} \quad \alpha=2e, \beta=3e.$$

$$29\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq 0, \\ \frac{\sqrt{x}}{2}, & \text{agar } 0 < x \leq 4, \\ 1, & \text{agar } x > 4. \end{cases} \quad \alpha=1, \beta=2.$$

$$30\text{-masala. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq -0,2, \\ 5x+1, & \text{agar } -0,2 < x \leq 0, \\ 1, & \text{agar } x > 0. \end{cases} \quad \alpha=-\frac{1}{6}, \beta=0.$$

8-§. Normal taqsimot qonuni

Agar X-tasodifiy miqdor normal taqsimlangan bo'lib, uning matematik kutilishi «a» va o'tracha kvadratik chetlanishi « σ » berilgan bo'lsa:

- 1) X-tasodifiy miqdorning differensial funksiyasini;
- 2) X-tasodifiy miqdorning berilgan (α , β) oraliqdagi qiymatni qabul qilish ehtimolini;
- 3) (x-a) ning absolyut qiymati berilgan « δ » sonidan kichik bo'lish ehtimolini toping.

	a	σ	α	β	δ
1	2	5	4	9	4
2	3	2	3	10	4
3	13	2	11	16	5
4	17	4	15	27	8
5	18	5	16	28	10
6	15	5	13	25	10
7	7	4	3	10	2
8	4	5	2	11	3
9	14	4	12	24	8
10	6	3	2	11	3
11	13	2	11	16	4
12	7	2	3	10	4
13	12	4	10	22	8
14	8	1	4	9	5
15	11	5	9	21	10
16	9	5	5	14	7
17	10	4	8	10	8
18	6	3	2	12	6
19	6	9	3	12	18
20	23	5	20	30	10
21	24	6	21	30	9
22	25	7	18	39	14
23	13	2	11	16	4
24	10	2	4	15	5
25	19	2	17	29	9
26	2	6	4	9	6
27	12	4	7	18	5
28	9	6	5	14	3
29	10	4	2	13	4

30	8	5	3	15	10
----	---	---	---	----	----

JAVOBLAR:

- 1.2. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ 1.3. $\left[1; \frac{5}{3}\right]$ 1.4. $[-2; 0] \cup (0; 1)$ 1.5. $[0; 3]$
- 1.6. $x=-1, x=1$ nuqtalar. 1.7. $(0; 1) \cup (1; +\infty)$ 1.8. $\left\{x \in [-4; 4], x \neq \sqrt{16 - \frac{\pi^2}{4}}\right\}$
- 1.9. $\left(\frac{2}{3}; 2\right)$ 1.10. $\left(2\pi m - \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + 2\pi m\right)$
- 1.12. $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right); \quad [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$
- 1.13. $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2; (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ 21.14. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$
- 1.15. $y = 1 + \frac{3}{x-2}; y \neq 1; (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ 1.16. $(1; 2]; \frac{2-y}{y-1} \geq 0$
- 1.17. $y \in \left(-\infty; -\frac{2}{\pi}\right] \cup \left[\frac{2}{\pi}; +\infty\right)$ 1.19. Toq.
- 1.20. Juft ham emas, toq ham emas. 1.21. Juft. 1.22. Juft.
- 1.23. Juft. 1.24. Juft. 1.25. Toq. 1.26. Juft.
- 1.28. $f(x+T)=f(x)$ tenglik ixtiyoriy T uchun o'rinli, lekin T larning ichida eng kichigi yo'q, davriy emas. 1.29. $\frac{4\pi}{3}$. 1.30. $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), 2\pi$.
- 1.31. 2π . 1.32. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}; \pi$. 1.33. $T=1$.
- 1.35. $y=-x$ chiziq nuqtalari va bu chiziqdan yuqorida joylashgan barcha nuqtalar to'plami.
- 1.36. Tekislikning ikkinchi choragidagi nuqtalar to'plami.
- 1.37. $\{(x; y): x^2 + y^2 \leq 9\}$. 1.38. $x \geq 0, y \geq 0, x \geq \sqrt{y}$. 1.39. $y=x$.
- 1.40. $R_2 \setminus \{(x; y): x=1, y=0\}$. 1.41. $\{(x; y): 0 \neq x^2 + y^2 < 1, y^2 \leq 4x\}$.
- 1.42. $\{(x; y): x \leq -2, x \geq 2, -1 \leq y \leq 1\}$ 1.43. $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.
- 1.44. $-x > 0; (-\infty; 0)$. 1.45. $[0; 4]$.
- 1.46. $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geq 1$ tenglik $x \leq 0$ da o'rinli $(-\infty; 0)$.
- 1.47. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. 1.48. $[3; +\infty)$.
- 1.49. $\sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x; [-1; 1]$. 1.50. $(-\infty; \frac{49}{4}]$.
- 1.51. $0 \leq |x| < +\infty; (-\infty; 1]$. 1.52. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.
- 1.53. $0 \leq \sqrt{4-x^2} \leq 2, 1 \leq \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} < +\infty; [0; +\infty)$.
- 1.54. Funksiyani aniqlanish sohasi $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k (k \in \mathbb{Z})$, qiymatlar sohasi $y=0$ nuqta.
- 1.55. Toq. 1.56. Juft. 21.57. Toq.
- 1.58. Toq. 1.59. 6π . 1.60. 12π . 21.61. $y = 2^{\sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})}; \pi$.

- 1.62. $y = \log_2 \frac{1 - \cos 2x}{2}; \pi$. 1.63. Tekislikning birinchi choragidagi nuqtalar to'plami.
- 1.64. $\{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1\}$.
- 2.6. $\frac{3}{2}$. 2.7. $\frac{1}{2}$. 2.8. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. 2.9. $\frac{2}{3}$.
- 2.10. $\frac{2}{3}$. 2.11. $\frac{m}{3}$. 2.12. 1. 2.13. $-\frac{1}{2}$.
- 2.14. -2.5 2.15. ∞ . 2.16. -2. 2.17. $\frac{1}{4}$.
- 2.18. -1. 2.19. $\lim_{x \rightarrow \pi+0} \frac{|\sin x|}{\sin x \sqrt{1 - \cos x}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. 2.20. $-\frac{1}{56}$.
- 2.21. $\frac{2}{5}$. 2.22. 3. 2.23. $\frac{1}{2}$. 2.24. -1.
- 2.26. 4. 2.27. 2. 2.28. $2\cos x$. 2.29. $\frac{1}{2}$.
- 2.30. 8. 2.31. $-\sqrt{2}$. 2.32. 4. 2.33. 3.
- 2.34. $-\frac{1}{2}$. 2.35. $\frac{25}{9}$. 2.36. $-\frac{5}{4}$. 2.37. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- 2.38. $(\frac{\pi}{2}) - x = y$; -1 2.39. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 2.40. -1. 2.41. -12.
- 2.42. $-\frac{1}{2}$ agar $a < 0$ va ∞ , agar $a < 0$. 2.43. 2.5 2.44. -5.
- 2.45. $-\sqrt{2}$. 2.46. $\frac{1}{4}$. 2.47. $6\sqrt{2}$. 2.48. $-\frac{1}{2}$.
- 2.49. $\frac{m^2}{2}$. 2.50. $x = 2 + a; \frac{1}{4}$. 2.51. $\frac{1}{2}$. 2.52. $-2\sin x$;
- 2.53. $\sec^2 x_0$; 2.54. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$. 2.55. ∞ . 2.56. 2.
- 2.58. $\frac{1}{2}$. 2.59. 1. 2.60. $\frac{1}{2}$. 2.61. $\frac{1}{4}$.
- 2.62. -2. 2.63. $-\frac{1}{4}$. 2.64. 2. 2.66. e^{10} .
- 2.67. e. 2.68. e^{-4} . 2.69. e^{10} . 2.70. e^2 .
- 2.71. e. 2.72. $e^{-\frac{15}{2}}$. 2.74. $\frac{1}{2a}$. 2.75. 3.
- 2.76. 0. 2.77. e^a . 2.78. 0. 2.79. e.
- 3.1. b) $f(1-0)=3$, $f(1+0)=2$, $f(2-0)=f(2+0)=4$;
 c) $f(1-0)=f(2-0)=f(3-0)=1$, $f(1+0)=f(2+0)=f(3+0)=0$;
 d) $f(1-0)=-\infty$, $f(1+0)=+\infty$ 3.4. $x=2$ da 2-tur uzilishga ega.
- 3.5. $x=2$ nuqtada yo'qotiladigan uzilishga ega. 3.6. $x=-1$ 1-tur uzilish
- 3.7. $x=0$ da 2-tur uzilish $f(0-0)=0$ $f(0+0)=+\infty$
- 3.8. $x = \pm 2$ da 1-tur uzilishga ega. $f(-2)=f(2)=2.5$; $f(-2-0)=f(2+0)=3$;
 $f(-2+0)=f(2-0)=2$. 3.9. $x=2$ da 1-tur uzilish $f(2-0)=2$; $f(2+0)=0$.
- 3.10. $x=0$ va $x = \pi$ da 1-tur uzilishga ega, $f(0-0)=-1$, $f(0+0)=1$;
 $f(\pi-0)=-1$; $f(\pi+0)=1-\pi$ 3.11. $x=1$ da 2-tur uzilish; $f(1-0)=-1$;
 $f(1+0)=+\infty$ 23.12. $x=0$ da 2-tur uzilishga ega,

$f(0+0) = f(0) = 1$; $f(0-0) = +\infty$; $x = 2$ da 1-tur uzilishga ega, $f(2-0) = 2 = f(2)$;

$f(2+0) = 3$ 3.13. $x=2$, $x=-2$ nuqtalarda 2-tur uzilishga ega

3.14. $x=1$ da 2-tur uzilishga ega; $f(1-0) = +\infty$; $f(1+0) = 1$

3.15. $x=3$ da 2-tur uzilishga ega; $f(3-0) = -\infty$; $f(3+0) = +\infty$

3.16. $x=2$ da 2-tur uzilishga ega, $f(2-0) = +\infty$; $f(2+0) = 0$

3.19. a) $f(2-0) = 4$, $f(2+0) = 5$

b) $E(-2-0) = -3$; $E(-2+0) = -2$; $E(0+0) = E(0-0) = 0$; $E(1-0) = 0$; $E(1+0) = 1$

c) $f(2+0) = +\infty$; $f(2-0) = -\infty$

3.21. $x=-2$ da 2-tur uzilishga ega

3.22. $x=0$ da uzilishga ega $f(0-0) = 3$; $f(0+0) = 1$

3.23. $f(-2) = f(2) = f(0) = 2$; $f(-2-0) = f(2+0) = f(0-0) = f(0+0) = 4$;

$f(2+0) = f(2-0) = 0$ 23.24. $f(0-0) = 1$; $f(0+0) = 0$

3.25. $f(2-0) = 0$; $f(2+0) = +\infty$

$$4.3. \left(1 - \frac{1}{x^3}\right)^2$$

$$4.4. 6x + \frac{25}{3}\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{x^4}$$

$$4.5. 3x^2 \sin x + x^3 \cos x$$

$$4.6. \cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}$$

$$4.7. \frac{-8x^3}{(x^4 - 1)^2}$$

$$4.8. 2x \operatorname{ctg} x - \frac{x^2}{\sin^2 x}$$

$$4.9. \arccos x - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$4.10. e^x \operatorname{arctg} x + \frac{e^x}{1+x^2}$$

$$4.11. -\frac{x \sin x + 2 \cos x}{x^3}$$

$$4.12. \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$4.13. 9x^2 \ln x$$

$$4.14. \frac{1}{1 - \sin x}$$

$$4.15. \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2}$$

$$4.16. \frac{x(\ln x^2 + 1)}{\ln 3}$$

$$4.17. \frac{\sin x - x \ln x \cos x - x^2 + x \cos x \sin x}{x \sin^2 x}$$

$$4.18. \frac{\operatorname{tg} x - x^2 \operatorname{tg} x}{(1+x^2)^2} + \frac{x}{(1+x^2) \cos^2 x}$$

$$4.19. \frac{2}{1+x^2}$$

$$4.20. \text{ a) } \Delta y = |\ln(1 + \Delta x)| = \begin{cases} \ln(1 + \Delta x), & \Delta x \geq 0 \\ -\ln(1 + \Delta x), & \Delta x < 0 \end{cases}; f'_+(1) = 1, f'_-(1) = -1, \text{ funksiya } x=1 \text{ da}$$

hosilaga ega emas.

b) $f'_+(0) = 1$, $f'_-(0) = -1$; $f'_+(0) \neq f'_-(0)$. Demak, $f'(0)$ mavjud emas.

$$4.22. y = x + \frac{2}{3}$$

$$4.23. y = -\frac{x}{2} + 2$$

$$4.24. y = \pi - x$$

$$4.25. y = 4x - 2 \text{ va } y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$$

$$4.26. \varphi = 90^\circ \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}$$

$$4.27. \varphi = 45^\circ \text{ va } \varphi = 135^\circ$$

$$4.28. \operatorname{tg} \varphi = \frac{2}{3} \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{8}{27}$$

$$4.29. \varphi = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi = \frac{3\pi}{4}$$

$$4.30. \Delta y = (6x^2 + 10x)\Delta x + (6x + 5)\Delta x^2 + 2\Delta x^3; \quad dy = (6x^2 + 10x)dx$$

$$4.31. \Delta y \approx dy = 0.05$$

$$4.32. \text{ a) } \sqrt[3]{x} dx; \text{ b) } -x^2 e^{-x} dx; \text{ c) } x^2 \cos x dx; \text{ d) } \left(\frac{8}{9}\right)^x \ln\left(\frac{8}{9}\right) dx$$

$$4.34. 1.006$$

$$4.35. 2.0125$$

$$4.36. \sin 29^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{180}\right); \quad 0.484$$

$$\begin{array}{lll}
4.37. 0.811 & 4.38. \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) & 4.39. \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) \\
4.43. -\frac{2 + \sin x}{(1 + 2\sin x)^2} & 4.44. y=x+1, y=-x+5 & 4.45. x-y+1=0 \\
4.46. a) x=2; b) x=-\frac{3}{4} & 4.47. \arctg \frac{4}{3} & 4.48. \frac{a dx}{a + x^2} \\
4.51. \frac{(x+1)(5x^2 + 14x + 5)dx}{(x+2)^4(x+3)^5} & 4.52. 1.035 & 4.53. 0.851 \\
4.54. 0.078 & 4.55. 1.9938. & \\
5.2. y' = \frac{6(x+1)}{2x^2 + 3x} & 5.3. \frac{4\cos^2 2x}{\sqrt{4x + \sin 4x}} & 5.4. \frac{\sin \frac{x}{4}}{2\sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}} \\
5.5. \frac{1}{a} e^{\frac{x}{a}} \left(\cos \frac{x}{a} - \sin \frac{x}{a} \right) & 5.6. \frac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}} & 5.7. -\cos^2 \frac{x}{3} \sin \frac{x}{3} \\
5.8. \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{2} & 5.9. \frac{6}{x^2 + 9} & 5.10. 3e^{\sin^2 3x} \sin 6x \cdot \sin^2 3x \\
5.11. e^{\sqrt{2x}} & 5.12. \operatorname{Cosec}^2 \frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{2} & 5.13. -\frac{1}{\sqrt{5-x^2}} \\
5.14. \frac{mx}{(1-mx^2)^{3/2}} & 5.15. \frac{\cos x \ln \sin x}{(1 + \ln \sin x)^2} & 5.16. \frac{2}{(x^2 + 2x + 2)^2} \\
5.17. \frac{\cos^4 x}{\sin x} & 5.18. \frac{1}{x^2(x-1)} & 5.19. \frac{\ln \ln \ln x}{x \ln x} \\
5.20. 3\sec^2 x \cdot \sec^4 \operatorname{tg} x & 5.21. -6 \cdot 2^{\cos 3x - 3\cos x} \cdot \ln 2 \cdot \cos 2x \cdot \sin x & \\
5.22. \frac{2e^{x^2} \cdot x(x^4 + x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^2} & 5.23. \frac{8x^3}{1+x^8} & 5.24. 0.5 \cdot \ln 2 \sqrt{2^x(1-2^x)} \\
5.25. \frac{2}{\ln 2} \cdot \operatorname{ctg} x & 5.26. 2xe^x \sin x & 5.27. -\frac{1}{x} (\log_x e)^2 \\
5.28. x^x(1 + \ln x) & 5.29. \frac{7}{12} x^{-\frac{5}{12}} & 5.30. -\frac{2x^2 + 11}{(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 7 + 12)} \\
5.32. -\frac{Ax + By + D}{Bx + Cy + E} & 5.33. \frac{x}{3y} & 5.34. \frac{y(y - x \ln y)}{x(x - y \ln x)} \\
5.35. -\frac{y \cos x + \sin y}{x \cos y + \sin x} & 5.36. -\frac{e^x - y \cdot 2^{xy} \ln 2}{e^y - x \cdot 2^{xy} \ln 2} & 25.37. 2x \\
5.38. \frac{y}{x} & 5.39. -\operatorname{ctgt} & 5.40. -\operatorname{tgt} & 5.41. \frac{t(2-t^3)}{1-2t^3} \\
5.42. \operatorname{ctht} & 5.43. 1) 2\cos 2x; & 2) 2\operatorname{tg} \sec^2 x; & 3) \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}} \\
5.44. 1) -\frac{1}{x^2}; & 2) e^{-t}(3-t); & 3) \frac{2a(3x^2 - a^2)}{(x^2 + a^2)^3}
\end{array}$$

$$5.46. \left(-\frac{1}{a}\right)^n e^{-\frac{x}{a}} \quad 5.47. \frac{(-1)^{n-1} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2^n \sqrt{x^{2n-1}}} \quad 5.48. n!$$

$$5.49. \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad 5.50. 2^{n-1} \cos\left(2x + \frac{n-\pi}{2}\right) \quad 5.51. (-1)^n \frac{1}{t}$$

$$5.53. dy = \ln x dx, \quad d^2 y = \frac{(dx)^2}{x}; \quad d^3 y = -\frac{(dx)^3}{x^2} \quad 5.54. \sqrt[3]{x} \quad 5.55. -x^2 e^{-x}$$

$$5.56. \frac{6(x+1)}{(2x^2+3x)} \quad 5.57. \operatorname{cosec} \frac{2x+1}{2} \quad 5.58. \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$5.59. \frac{1}{x\sqrt{4x^2-1}} \quad 5.60. -2e^{-x} \sin^2 e^{-x} \quad 5.61. \frac{10}{x(x^5+2)}$$

$$5.62. \frac{2e^{2x}(1-2x)}{(x+e^{2x})^2} \quad 5.68. \frac{\operatorname{ctgx} \ln \operatorname{Cos} x + \operatorname{tg} x \ln \operatorname{Sin} x}{\ln^2 \operatorname{Cos} x} \quad 5.69. 0$$

$$5.72. 1) -\frac{x}{y}; \quad 2) \frac{p}{y}; \quad 3) \frac{b^2 x}{a^2 y}$$

$$5.73. 1) -\frac{2x+y}{x+2y}; \quad 2) \frac{2x-y}{x-2y} \quad 5.74. 1) -\sqrt[3]{\frac{x}{y}}; \quad 2) \frac{e^{-x}+y}{e^y+x}$$

$$5.75. -\frac{e^x \operatorname{Sin} y + e^{-y} \operatorname{Sin} x}{e^x \operatorname{Cos} y + e^{-y} \operatorname{Cos} x} \quad 5.76. \frac{1}{y^2} + 1 \quad 5.77. 1) -\frac{a^2}{y^3}; \quad 2) \frac{2(y-1)}{(1-x)^2}$$

$$5.78. 1) -\frac{1}{a \operatorname{Sin}^3 t}; \quad 2) \frac{t^2+1}{4t^3}; \quad 3) -\frac{1}{4a \operatorname{Sin}^3 \frac{t}{2}}$$

$$5.79. 1) 2e^{-x^2}(2x^2-1); \quad 2) \frac{t^2+1}{4t^3}; \quad 3) -\frac{1}{4a \operatorname{Sin}^3 \frac{x}{2}}$$

$$5.80. \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2^n} \sqrt{x} \quad 5.81. \frac{n!(-2)^n}{(2x+1)^{n+1}} \quad 5.82. -1.5 \cdot 2^n \cos\left(2x + \frac{n\pi}{2}\right)$$

$$5.84. \frac{n!(ad-bc)(-c)^{n-1}}{cx+d} \quad 5.85. k^n e^{kx}$$

$$5.86. dy = 6(2x-3)^2 dx; \quad d^2 y = 24(2x-3)(dx)^2; \quad d^3 y = 48(dx)^3.$$

6.3. Tatbiq qilib bo'lmaydi, chunki $x=0$ bo'lganda hosila mavjud emas.

$$6.4. x=3 \text{ da} \quad 6.5. C = \left(\frac{a+b}{2}; \left(\frac{a+b}{2}\right)^2\right) \quad 6.6. c = \frac{9}{4}$$

$$6.7. M(2; 0) \quad 6.8. \frac{b^3-a^3}{b^2-a^2} = \frac{3c^2}{2c}; \quad c = \frac{2(a^2+ab+b^2)}{3(a+b)}$$

$$6.9. e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \quad 6.10. \operatorname{Sin} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

$$6.11. \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad 6.12. 1 \frac{31}{48}$$

$$6.14. 4 \quad 6.15. e^a \quad 6.16. 2 \quad 6.17. \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$$

$$\begin{array}{llll}
6.18. \frac{1}{6} & 6.19. -\frac{1}{2} & 6.20. 1 & 6.21. 1 \\
6.22. 1 & 6.23. 1 & 6.24. 1 & 6.26. x=4 \text{ da} \\
6.28. M\left(\frac{169}{36}; \frac{2197}{216}\right) & 6.29. M(\sqrt{3}; 0) & 6.30. 1) \sqrt{\frac{4}{\pi}-1} & \\
2) \sqrt{1-\frac{4}{\pi^2}} & 3) \frac{1}{\ln 2} & 6.31. 1) \frac{\pi}{4} & 2) \sqrt[3]{\left(\frac{15}{4}\right)^2} \approx 2.4
\end{array}$$

$$6.32. \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$6.33. (1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{2!} + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} e^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-n+1)}{n!}$$

$$6.34. \frac{2}{3} \quad 6.35. \frac{1}{3} \quad 6.36. 0.18 \quad 6.37. 18$$

$$6.38. \frac{1}{2} \quad 6.39. 0 \quad 6.40. 0 \quad 6.41. \frac{2}{3}$$

$$6.42. 2 \quad 6.43. e^{\frac{1}{3}}$$

$$7.3. x=1; y=2 \quad 7.4. x=\frac{1}{2}, y=x+\frac{1}{2} \quad 7.5. x=0, y=0$$

$$7.6. x=0 \quad 7.7. y=2x \quad 7.8. y=0 \quad 7.9. y=x$$

$$7.10. y = \pm \frac{b}{a} x \quad 7.11. D(y) = (-\infty; +\infty); x=0 y=1; y=0 x=1; \text{ og' ma asimptota}$$

$$y=-x \quad y' = \frac{-x^2}{\sqrt[3]{(1-x^3)^2}}; y'=0 x=0; y'=\infty x=1$$

$y' < 0$ ($x \neq 0$ da) bo'lgani uchun, funksiya kamayuvchi.

$$y'' = \frac{-2x}{\sqrt[3]{(1-x^3)^2}}; (-\infty; 0) \text{ va } (1; +\infty) \text{ da botiq, } (0; 1) \text{ da qavariq. Egilish nuqtalari } (0; 1) \text{ va } (1; 0).$$

$$7.12. D(y) = (-\infty; +\infty) \text{ juft funksiya va davri } T = \pi \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \text{ da o'suvchi,}$$

$$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k \right) \text{ da kamayuvchi, } y_{\min}(\pi k) = 0, y_{\max} \left(\frac{\pi}{2} + \pi k \right) = 1 \left(-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k \right) \text{ da}$$

$$\text{botiq, } \left(\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{3\pi}{4} + \pi k \right) \text{ da qavariq; egilish nuqtalari } \left(-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{1}{2} \right) \text{ va } \left(\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{1}{2} \right), k \in Z$$

7.13. $D(y) = (1; +\infty); x=1$ va $y=0$ asimptotalar. Kamayuvchi va botiq funksiya, ekstremumlar va egilish nuqtalari yo'q.

7.14. $D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$ toq funksiya, $x=-2, x=2, y=x$ asimptotalar, $(-\infty; -2\sqrt{3}) (2\sqrt{3}; +\infty)$ da o'suvchi, $(-2\sqrt{3}; -2) (-2; 2) (2; 2\sqrt{3})$ da kamayuvchi $y_{\min}(2\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}, y_{\max}(-2\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}. (-\infty; -2) \text{ va } (0; 2) \text{ da qavariq, } (-2; 0) \text{ va } (2; +\infty) \text{ da}$
botiq, egilish nuqtasi $(0; 0)$.

7.15. $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ da kamayuvchi, $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ da o'suvchi, $y_{\min}\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{27}{16}$; $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ da va $(1; +\infty)$ da botiq, $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ da qavariq, egilish nuqtalari $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ va $(1; 0)$.

7.16. $x = \frac{\pi}{6}$ va $x = \frac{5\pi}{6}$ da $y_{\max} = 1.5$, $x = \frac{\pi}{2}$ da $y_{\min} = 1$.

7.17. $x=0$ da $y_{\max} = 0$, $x=2$ da $y = \pm\infty$ $x=4$ da $y_{\min} = 8$; $x=2$ va $y = x+2$ asimptotalar.

7.18. $D(y) = [0; +\infty)$, $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ da kamayuvchi, $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ da o'suvchi, $y_{\min}\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3\sqrt{3}}$,

funksiya botiq.

7.19. $D(y) = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$; $x=1$, $x=0$, $y=0$ asimptotalar; $(-\infty)$ da o'sadi, $(1; +\infty)$ da kamayadi, funksiya botiq, ekstremumlar va egilish nuqtalari yo'q.

7.20. $x = \frac{\pi}{6}$ da $y_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} \approx 0.34$

$x = -\frac{\pi}{6}$ da $y_{\min} \approx -0.34$; $x = \pm\frac{\pi}{2}$ da $y = \pm\frac{\pi}{2} = \pm 1.57$

7.21. $x = \frac{\pi}{4}$ da $y_{\min} = \frac{\pi}{2} + 1 \approx 2.57$ $x = \frac{3\pi}{4}$ da $y_{\max} = +3.71$; $x=0$ va $x=\pi$

asimptotalar.

7.22. $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $y=x$ asimptota; $(-\infty, 0)$ da kamayadi, $(0, +\infty)$ da o'sadi, $y_{\min}(0) = 1$, botiq funksiya.

7.23. $D(y) = (-\infty; +\infty)$; toq funksiya, $y=-1$ va $y=1$ asimptotalar, $(-\infty, +\infty)$ da o'sadi, $(-\infty, 0)$ da botiq, $(0, +\infty)$ da qavariq, egilish nuqtasi $(0; 0)$.

7.24. $D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$; $x=2$ va $y=x+4$ asimptotalar, $(-\infty, 2)$ va $(6, +\infty)$ da o'sadi, $(2; 6)$ da kamayadi, $y_{\min}(6) = \frac{27}{2}$, $(-\infty, 0)$ da qavariq $(0, 2)$ va $(2, +\infty)$ da botiq, egilish nuqtasi $(0; 0)$.

7.25. $x=0$, $y=2x$

7.26. $x=0$, $y=-3x$

7.27. $y=0$ gorizontaal asimptota.

7.28. $y=0.5x + \pi$, $y=0.5x$

7.29. $y = 0.5\pi x + 1$, $y = -0.5\pi x + 1$.

8.3. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2y}{(x+y)^2}$; $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-2x}{(x+y)^2}$;

8.4. $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}}$; $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}} - \frac{z}{y^2} e^{\frac{x}{y}}$; $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}}$;

8.5. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\sin x}{\cos y}$; $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-\cos x}{\cos y} \operatorname{tg} y$ 8.6. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2}$; $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-2y}{x^2-y^2}$;

8.7. $\frac{\partial z}{\partial x} = \sin(x+y) + x\cos(x+y)$, $\frac{\partial z}{\partial y} = x\cos(x+y)$

8.8. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}$; $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-xy}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}$;

8.9. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y|x|}{x^2\sqrt{x^2-y^2}}$; $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{|x|}{x\sqrt{x^2-y^2}}$;

$$\begin{aligned}
8.10. \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{y}{\sqrt{x}}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 2\sqrt{x} + 6y \sqrt[3]{z^2}; \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{2y^2}{\sqrt[3]{z}}; \\
8.11. \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{\sqrt{y^2+1}}{2\sqrt{xy}}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\sqrt{x}(y^2-1)}{2y\sqrt{y}\sqrt{y+1}}; \\
8.12. \frac{\partial z}{\partial x} &= -\frac{y}{x^2} e^{\sin \frac{y}{x}} \cos \frac{y}{x}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x} e^{\sin \frac{y}{x}} \cos \frac{y}{x}; \\
8.13. dz &= 15x^2y^2dx + 10x^3y dy; \\
8.14. dz &= \left(-\frac{y}{x^2} - \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{y^2}\right)dy \\
8.15. dz &= \cos y (\sin x)^{\cos y - 1} \cos x dx - (\sin x)^{\cos y} \sin y \ln \sin x dy; \\
8.16. dz &= 2e^{x^2+y^2}(x dx + y dy); \quad 8.17. dz = \frac{1}{x^2+y^2}(y dx + x dy); \\
8.18. dz &= \sin 2x dx - \sin 2y dy; \quad 8.19. dz = \left(\ln \frac{y}{x} - 1\right)dx + \frac{x}{y}dy; \\
8.20. dz &= yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy; \\
8.21. dz &= -\left(\frac{y}{x^2 \cos^2 \frac{y}{x}} + \frac{1}{y \sin^2 \frac{x}{y}}\right)dx + \left(\frac{1}{x \cos^2 \frac{y}{x}} + \frac{x}{y^2 \sin^2 \frac{x}{y}}\right)dy; \\
8.22. dz &= \frac{2dx}{\cos^2(2x+\sqrt{y})} + \frac{dy}{2\sqrt{y} \cos^2(2x+\sqrt{y})}; \\
8.23. dz &= e^{xy}(y dx + x dy); \\
8.26. \frac{\partial z}{\partial x} &= -a \sin(ax - by); \quad \frac{\partial z}{\partial y} = b \sin(ax - by); \\
8.27. \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{3y}{(3y-2x)^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3x}{(3y-2x)^2}; \\
8.28. \frac{\partial z}{\partial x} &= ctg(x-2y); \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -2ctg(x-2y); \\
8.29. \frac{\partial z}{\partial x} &= 2 \sin(2x-y); \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \sin(2x-y); \\
8.30. \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{2y}{x \sin(\frac{2y}{x})}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x \sin(\frac{2y}{x})}; \\
8.31. \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{y}{2\sqrt{xy}(1+xy)}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x}{2\sqrt{xy}(1+xy)}; \\
8.32. \frac{\partial z}{\partial x} &= e^{\frac{x}{y}}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right); \\
8.33. \frac{\partial u}{\partial x} &= (y-z)(2x-y-z); \quad \frac{\partial u}{\partial y} = (x-z)(x-2y+z); \\
&\frac{\partial u}{\partial z} = (x-y)(2z-y-x); \\
8.34. dz &= x^{m-1}y^{n-1}(mydx + nx dy); \quad 8.35. dz = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}\left(\frac{y}{3}dx + x dy\right); \\
8.36. dz &= \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}dx + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}dy \\
8.37. dz &= -e^{\cos(xy)} \sin(xy)(ydx + x dy); \\
8.38. dz &= e^{xy}\left[\left(\frac{1}{y} + x\right)dx + \frac{x}{y}\left(x - \frac{1}{y}\right)dy\right]; \\
8.39. du &= y^2zx^{y^2z-1}dx + x^{y^2z} \ln x \cdot 2yz dy + x^{y^2z} \ln x \cdot y^2 dz \\
9.2. \text{grad } \mathbf{z} &= \frac{2}{3}\mathbf{i} + \frac{1}{3}\mathbf{j} \quad 9.3. \text{grad } \mathbf{z} = \frac{y_0\mathbf{i} - x_0\mathbf{j}}{x_0^2 + y_0^2} \\
9.4. \text{grad } \mathbf{u} &= yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k} \quad |\text{grad } \mathbf{u}| = 3
\end{aligned}$$

$$9.5. \text{grad } \mathbf{u} = \mathbf{i} + \frac{3}{8} \mathbf{j}, \quad |\text{grad } \mathbf{u}| = \frac{\sqrt{73}}{8}$$

$$9.7. x = -4 \text{ va } y = 1 \text{ da } z_{\min} = -1$$

$$9.8. x = y = 4 \text{ da } z_{\max} = 12$$

$$9.9. x = 1; y = \frac{1}{2} \text{ da } z_{\min} = 0$$

9.10. Ekstremum yo'q.

9.11. Eng katta qiymati $z = 1$, eng kichik qiymati $z = -1$

9.12. Sohaning chegarasi uch bo'lakdan iborat bo'lib, bu bo'laklar turli formulalar bilan berilgani uchun har bir bo'lakda alohida tekshirilishi kerak.

Topilgan qiymatlar: $\left\{-1, -\frac{1}{4}, 6, 0, -\frac{3}{4}\right\}$ dan iborat. Demak, -1 funksiyaning eng kichik, 6 esa eng katta qiymati.

9.14. $z = -2(\sqrt{2} + 1) = -4,8$ funksiyaning eng kichik qiymati, funksiyaning eng katta qiymati $z = 2(\sqrt{2} - 1) = 0,8$ dan iborat

$$9.15. 6\mathbf{i} + 4\mathbf{j} \quad |\text{grad } z| = 2\sqrt{13}$$

$$9.16. 2(y_0\mathbf{i} + x_0\mathbf{j}) \quad |\text{grad } z| = 2\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

$$9.17. \text{grad } \mathbf{z} = 0,32\mathbf{i} - 0,64\mathbf{j}; \text{grad } z = 0,32\sqrt{5}$$

$$9.18. \text{gradu} = \frac{xi+yj+zk}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}; |\text{grad } \mathbf{u}| = 1 \text{ ixtiyoriy nuqtada}$$

$$9.19. z_{\max} = \frac{1}{64}$$

$$9.20. z_{\min} = -125$$

$$9.21. x = y = \frac{2a}{3} \text{ da } z_{\max} = \frac{a\sqrt{3}}{9}$$

$$9.22. z_{\min} = 0$$

$$9.23. z_{\max} = 4$$

9.24. Eng kichik qiymati $z = -3$, eng katta qiymati 17

9.25. Eng kichik qiymati $z = \arctg(-5)$, eng katta qiymati $z = \arctg 7$

$$10.5. \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C \quad 10.6. \frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4} + C \quad 10.7. 2 \arcsin x - x + C$$

$$10.8. \frac{x^3}{3} + x^2 + \ln x + C \quad 10.9. \frac{1-x}{x^2} + C \quad 10.10. x \left(\frac{2}{3}\sqrt{x} + \frac{3}{4}\sqrt[3]{x} \right) + C$$

$$10.11. \frac{2x\sqrt{x}}{3} - 3x + 6\sqrt{x} - \ln x + C \quad 10.12. \frac{3}{4}(x-4)\sqrt[3]{x} + C$$

$$10.13. -ctg x - tg x + C \quad 10.14. -ctg x - x + C$$

$$10.15. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = tg x - ctg x + C$$

$$10.16. \frac{1}{2} \sin(x^2) + C \quad 10.17. e^{\sqrt{2x-1}} + C \quad 10.18. -\frac{1}{32}(1-2x^4)^4 + C$$

$$10.19. \frac{2}{15}(3x^2 - 5ax - 2a^2)\sqrt{a-x} + C \quad 10.20. \ln|\ln x| + C$$

$$10.21. \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \ln \sin x + \sqrt{\frac{1}{2} + \sin^2 x} \right| + C \quad 10.22. -2\sqrt{2 + \cos^2 x} + C$$

$$10.23. xe^x + C \quad 10.24. \frac{e^{2x}}{5}(\sin x + 2 \cos x) + C \quad 10.25. -\frac{1+2 \ln x}{4x^2} + C$$

$$10.26. \frac{e^{3x}}{27}(9x^2 - 6x + 2) + C \quad 10.27. x \sin x + \cos x + C$$

$$10.28. x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + C \quad 10.29. -\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sin^2 x} + ctg x \right) + C$$

$$10.30. \frac{1}{4} \arcsin \frac{x}{2} + C \quad 10.31. -\frac{1}{2x^2} + C \quad 10.32. \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + C$$

$$10.33. \frac{1}{4\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} \right| + C \quad 10.34. x + 2e^x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$\begin{array}{ll}
10.35. \ln|x^2 - 5| + \frac{3}{2\sqrt{5}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{5}} \right| + C & 10.36. \operatorname{tg} \varphi - \varphi + C \\
10.37. \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{\sqrt{3}} + C & 10.38. -\sqrt{1+2\cos x} + C \quad 10.39. \ln \frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + C \\
10.40. \frac{1}{4} \ln(3+4e^x) + C & 10.41. e^{\sin x} + C \\
10.42. -\frac{1}{4} \operatorname{arctg}(0.5\cos^2 2x) + C & 10.43. +\operatorname{arcsin} \left(\frac{e^x}{4} \right) + C \\
10.44. \ln|x + \sqrt{2+x^2}| + \operatorname{arcsin} \frac{x}{\sqrt{2}} + C & 10.45. -x \cos x + \sin x + C \\
10.46. e^x(x^2 - 2x + 2) + C & 10.47. \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C \\
10.48. -2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + C & \\
10.49. (x+1)^2 \sin x + 2(x+1) \cos x + C & 10.50. 3\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x + C
\end{array}$$

VII. KEYSLAR BANKI



1-Keys. Berilgan funksiyaning aniqlanish sohasini toping

Keysni bajarish bo'yicha topshiriqlar:

1. Elementar funksiyalarni aniqlang.
2. Har bir elementar funksiyalarning aniqlanish va qiymatlar sohasini o'rganing
3. Tegishli chizmalarni chizing
4. Funksiyaning aniqlanish sohasini yozing
5. Farmatsevtika sohasidan funksiya misol keltiring

2-Keys. Murakkab funksiya hosilasini hisoblang:

Berilgan murakkab funksiyaning hosilasini hisoblash ketma ketligini yozing

Keysni bajarish bosqichlari va topshiriqlar:

1. Keysdagi muammoni keltirib chiqargan asosiy sabablar va hal etish yo'llarini jadva asosida izohlang (individual va kichik guruhda).

Muammo turi	Kelib chiqish sabablari	Hal etish usullari

3-Keys. Berilgan funksiya hosila yordamida tekshirish

Keysni bajarish bo'yicha topshiriqlar:

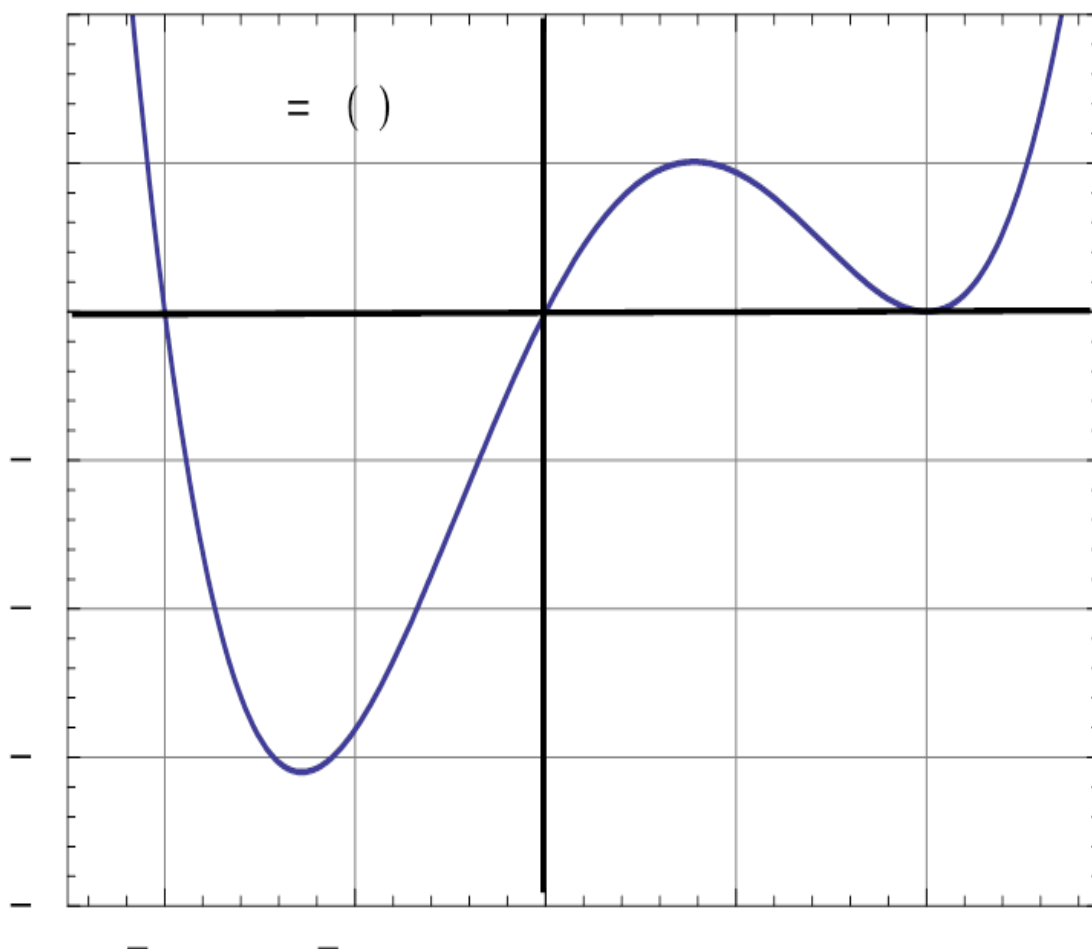
1. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

2. Funksiyani juft-toqligini aniqlang
3. Kritik nuqtalari va o'sish, kamayish oraliqlarini toping
4. Funksiyaning grafigini chizing

Keys yechimi uchun taklif etilgan g'oyalar taqdimoti uchun chizma namunasi

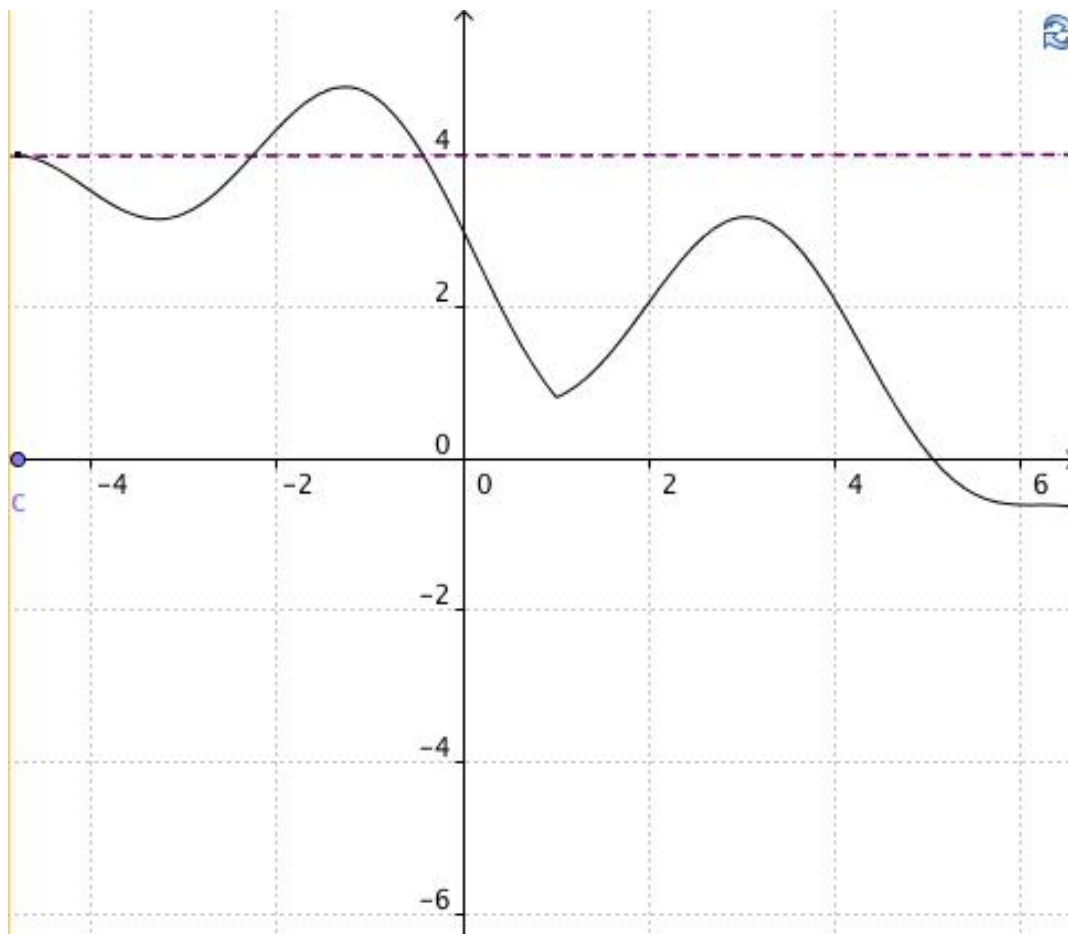
Muammo (asosiy va kichik muammolar)	Yechim	Natija

4- Keys: berilgan funktsiyaning grafigi yordamida jarayon kechishini aniqlang.



Keysni bajarish bo'yicha topshiriqlar:

1. Funksiyani kritik nuqtalarini toping
2. Funksiyaning egilish nuqtasini toping
3. Funksiyaning o'sish va kamayish oraliqlarini toping.



4. Funksiyaning botiqlik, qavariqlik oraliqlarini toping
5. Funksiya nollarini toping.

Keysni bajarish bo'yicha topshiriqlar:

1. Funksiyani kritik nuqtalarini toping
2. Funksiyaning egilish nuqtasini toping
3. Funksiyaning o'sish va kamayish oraliqlarini toping.
4. Funksiyaning botiqlik, qavariqlik oraliqlarini toping
5. Funksiya nollarini toping.

5-Keys:Aniqmas integralni topish.

Keysni bajarish bo'yicha topshiriqlar:

1. Integral ostidagi funktsiyada qatnashgan elementar funksiyalarni aniqlang.
2. Elementar funksiyalarni integral jadvali yordamida boshlang'ichini toping
3. Hosila yordamida aniqlangan javob to'g'riligini tekshiring.
4. Berilgan grafikdan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

6-Keys: Tabletkani erish tezligini differensial tenglama yordamida o'rganish.

Keysni bajarish bo'yicha topshiriqlar:

1. Berilgan parametrlarga ko'ra differensial tenglama tuzing
2. Differensial tenglamani yeching
3. Yarim erish vaqtini aniqlang
4. Yarim erish vaqtiga ko'ra tabletkaga xos koeffisientlarni aniqlang
5. Tarkibi berilgan tabletkaga o'xshash yangi preparatni differensial tenglamasini tuzing.

VIII. MUSTAQIL TA'LIM MAVZULARI

Mustaqil ishni tashkil etishning shakli va mazmuni

Talabalarning mustaqil ishi o'rganilayotgan mavzu yuzasidan ma'lumotlarni axborot texnologiyalarining imkoniyatlaridan keng foydalangan holda yig'ish, olingan ma'lumotlarni mustaqil ravishda ishlab chiqish, tahlil qilish va amaliyotga qo'llay olishdan hamda mavzu bo'yicha tegishli misollarni yechishdan iborat. Mustaqil ishi ko'rinishi turlicha bo'lishi mumkin.

Mustaqil ish mavzulari quyida keltirilgan.
Mustaqil ishni bajarish natijalari baholanadi.

№	Mustaqil ta'lim mavzulari	Berilgan topshiriqlar	Bajar. muddati	Hajmi (soatda)	
				Farmatsi va	Kasbiy ta'lim
1	Matematik analizga kirish	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	1, 2-haftalar	8	8
2	Funksiya hosilasi, differensial va ularni tadbiq'i	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	3, 4, 5, 6-haftalar	16	16
3	Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	7, 8-haftalar	8	8
4	Aniq integral	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	9-hafta	4	4
5	Ko'p argumentli funksiya	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	10-hafta	4	4
6	Oddiy differensial tenglamalar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	11,12,13 - haftalar	12	12
7	Ehtimollar nazariyasi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	14,15,16 - haftalar	12	12
8	Matematik statistika elementlari	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish.	17, 18 - haftalar	10	10
Jami				74	74

Mustaqil ish topshiriqlari

1. Funksiyaning x_0 nuqtadagi qiymatini hisoblang.

- | | |
|--|--|
| 1) $y = 5x^2 - \frac{6}{x} + 2^{-x} \quad x_0 = 2$ | 14) $y = 3x^2 - \sqrt{x^2 + 5} - 4(x - 1) \quad x_0 = 2$ |
| 2) $y = 3x^3 + \frac{1}{x+1} + \sqrt{x+3} \quad x_0 = 1$ | 15) $y = 5x + 6 - 4\sqrt{3x-1} \quad x_0 = \frac{1}{3}$ |
| 3) $y = x^{-2} + \frac{4}{x+3} + 2x + 3 \quad x_0 = \frac{1}{2}$ | 16) $y = 4x^2 - 7x + 6 \quad x_0 = -2$ |
| 4) $y = 2x + 3\sqrt{x+4} + \frac{1}{x+13} \quad x_0 = 12$ | 17) $y = 4x^7 - 3x - 2(x+6) \quad x_0 = -1$ |
| 5) $y = x^2 - 3x + \sqrt{4+x} \quad x_0 = -3$ | 18) $y = x^3 - 7x - \sqrt{5-x^2} \quad x_0 = -2$ |
| 6) $y = 6x^2 - 7x + \frac{1}{x-3} \quad x_0 = \frac{1}{2}$ | 19) $y = 2x + 3x^2 - \sin(x+2) \quad x_0 = -2$ |
| 7) $y = 5x^3 - 7x^2 + 6x + 1 \quad x_0 = -4$ | 20) $y = x - 3 + 7\cos(3x+1) \quad x_0 = -\frac{1}{3}$ |
| 8) $y = 3\sqrt{x^2 + 2} + 4x + 1 \quad x_0 = -0.5$ | 21) $y = 3(x+2) - \ln \frac{x+1}{x-1} \quad x_0 = -1$ |
| 9) $y = (3x^2 + 1)^2 - 4x + 6 \quad x_0 = -3$ | 22) $y = \ln(2x-1) + 3\cos(3-x) \quad x_0 = 3$ |
| 10) $y = 4x^7 + 3x + 6(x+7) \quad x_0 = -1$ | 23) $y = \sqrt{4-x^2} + 8\cos(1-4x) \quad x_0 = \frac{1}{4}$ |
| 11) $y = 2x^3 + 8x - 6(2x + \frac{1}{2}) \quad x_0 = 1$ | 24) $y = 3x^2 - \frac{7}{2}x - \sqrt{5-x^2} \quad x_0 = 2$ |
| 12) $y = 4\sqrt{x^2 - 4} + 6x - \frac{1}{x} \quad x_0 = 2.5$ | 25) $y = 3\sqrt{x + \frac{1}{4}} - 2\cos(2-x) \quad x_0 = 2$ |
| 13) $y = \frac{4x^2}{5} - 6x - \frac{5}{x} \quad x_0 = -5$ | 26) $y = \frac{5x^3 - \sqrt{x+5} - 4(x-1)^3}{x-2} \quad x_0 = 4$ |

2. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

- | | |
|--|--|
| 1. $f(x) = \frac{3x^2 - \cos x}{x^2 - 1} - \sqrt{7-x}$ | 11. $f(x) = \frac{x^3 - 8x + 1}{x^2 - 25} + \sin 2x$ |
| 2. $f(x) = \frac{3x^2 + 6\cos x}{\sqrt{5x-1}} - \sqrt{49-x^2}$ | 12. $f(x) = 4^{\frac{5}{2-x}} + \frac{\sin 2x}{x}$ |
| 3. $f(x) = \frac{\sqrt{49-x^2}}{x} + 2\cos 2x$ | 13. $f(x) = 5\sqrt{x^2-1} - \frac{\sqrt{7-x}}{x}$ |
| 4. $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+8} + 2\ln 2x$ | 14. $f(x) = \lg(x+3) + \sqrt{x}$ |
| 5. $f(x) = \frac{\ln(4-x^2)}{x+8} + x$ | 15. $f(x) = \lg(x^2-9) + \sqrt{x}$ |
| 6. $f(x) = \frac{\lg(4-x)}{8} + \sqrt{x}$ | 16. $f(x) = \frac{5x+2}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x}$ |
| 7. $f(x) = 2^{\sqrt{x}} + \sqrt{x^2-81}$ | 17. $f(x) = \frac{3x^2-6}{3x-1} - \sqrt{49-x^2}$ |
| 8. $f(x) = \frac{4}{3x-5} + \log_3(2x+7)$ | 18. $f(x) = \lg(x^2-1) + \sin 3x$ |
| 9. $f(x) = \ln(25-x^2) + \log_4(x+7)$ | 19. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-25} + \sqrt{2+x}$ |
| 10. $f(x) = \frac{\sin 2x}{x-5} + \sqrt{2x+7}$ | 20. $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sin 4x$ |
| | 21. $f(x) = \lg(1-x) + \sin(3x+1)$ |

$$22. f(x) = \lg(x+3) + \sqrt{x^2 - 25}$$

$$23. f(x) = \frac{\sqrt{25-x^2}}{x} + \log_3(x^2 - 9)$$

$$24. f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2x-5} + \lg(x^2 - 16)$$

$$25. f(x) = 3^{2x-1} + \ln(x^2 - 16)$$

$$26. f(x) = 3^{\sqrt{2x-1}} + \ln(16-x^2)$$

3. Funksiyani juft-toqligini tekshiring

$$1. f(x) = \sin x + \sqrt{2x+1}$$

$$2. f(x) = x^3 \lg 2x - 3x^2 - 4$$

$$3. f(x) = x \sin x + 7x$$

$$4. f(x) = \cos 4x + x \operatorname{ctg} 7x$$

$$5. f(x) = \frac{\sin x}{x} + x \lg 2x$$

$$6. f(x) = \frac{\sqrt{x^3 \sin x - 1}}{x}$$

$$7. f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sin x} + 7x^3$$

$$8. f(x) = 7x^3 - \frac{\sin x - x}{x^2}$$

$$9. f(x) = 7^{x^3} - \frac{1}{x^2}$$

$$10. f(x) = \frac{7}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$11. f(x) = \frac{7x}{\sin x} - \frac{\cos x}{x^2}$$

$$12. f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 1$$

$$13. f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - \frac{\operatorname{tg} x}{x}$$

$$14. f(x) = \sin x \cos x + x$$

$$15. f(x) = 4x^2 \operatorname{tg} x$$

$$16. f(x) = x^2 + 3 \operatorname{tg} x$$

$$17. f(x) = x^3 \sin x + x \operatorname{tg} 2x$$

$$18. f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x - x}{x^2 - 1} + \sin x$$

$$19. f(x) = 4x^2 + \cos x$$

$$20. f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2 - 1}$$

$$21. f(x) = \frac{\cos x - 3x^3}{x}$$

$$22. f(x) = 4 \cos x - 3x \sin 2x + 2$$

$$23. f(x) = \frac{\cos x - 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$24. f(x) = \frac{\cos 4x + 1}{-x^3}$$

$$25. f(x) = x \cos x - \frac{\sin x}{x^2}$$

$$26. f(x) = x \cos x - 5 \operatorname{ctg} x$$

4. Limitni hisoblang.

$$a) 1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 9}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 5x + 5}{3x^2 - 6x + 4}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 - 4x - 12}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{x^2 - 4}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 + 3x + 2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 2x - 15}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x+7}}{x-2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7}}{x}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+7x} - \sqrt{3}}{5x}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x-3}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{-x^2 - 2x + 15}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9x + 18}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 6x - 7}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 + 4x - 21}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 - \sqrt{4+x}}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - 1}.$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{\sqrt{3x} - 3}.$$

$$b) 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x - 12x^2}{3x^2 + 2x + 9}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 2x^2}{3x^2 + 2x + 19}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 12}{3x^2 + 12x - 1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 12x^3}{3x^2 + 9}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 51x^2}{3x^2 + 3x + 9}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 2x}{x^2 + 2x + 9}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 12x^2 - 12}{3x^5 + 2x + 9}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14 + 2x - 12x^2}{3x^2 - 6x + 9}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x - 12x^2}{3x^2 + 2x + 9}$$

$$c) 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^x$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x} \right)^{\frac{x}{3}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 2x}{2x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x} \right)^{\frac{x}{5}}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^{x^2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{7x} \right)^{5x}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sqrt{x+4} - 2}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{2x} \right)^{3x}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x-1}.$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{x+5}}{x-4}.$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + 2x + 12x^2}{x^2 + 12x + 9}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 12}{3x^2 + 12x + 9}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5x^2}{x^2 + 12x - 9}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 - 5}{3x^2 + x + 9}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x - 12x^2}{3x^2 + 2x + 9}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5}{1 - x + 3x^2}.$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{5x^2 + x + 7}.$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 5x}{2x + 1}.$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 5x + 1}{3 + 14x^2 + 2x}.$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+7} - \sqrt{7}}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{7x} \right)^{7x}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+2} \right)^x$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{6x} \right)^{3x}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-3} \right)^x$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x} \right)^{\frac{x}{4}}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x} \right)^x$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4}.$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{x^2 + 2}.$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} - x}{3x + 5}.$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3}{x^5 - 4}.$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x^2 + 2}.$$

$$23) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} - x}{5x + 1}.$$

$$24) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 3x^2}{6x^2 + 2x - 1}.$$

$$25) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 7}{x^2 + 2x - 1}.$$

$$26) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 3}{x^3 + 4x - 5}.$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - 3\sin x}{4x}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + 5\sin x}{2x}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2x^2}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sqrt{4x+5} - \sqrt{5}}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+6} - \sqrt{6}}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+8}{3x} \right)^{\frac{3x}{4}}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-4} \right)^x$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3}}$$

5. Fungsi ini hosilasini toping.

$$1) y = x^5 - \ln x - \sqrt{x^9}.$$

$$2) y = \frac{1}{x^2} - \frac{8}{x^5} - 2x.$$

$$3) y = 4x^3 - \cos x + 7x.$$

$$4) y = \sqrt[4]{x^3} - \sin x + 7 \ln x.$$

$$5) y = e^x + 3x^2 - 2 \cos x.$$

$$6) y = 2^x + \sin x - 2 \arccos x.$$

$$7) y = \cos x - \frac{1}{7x^3} + 2x.$$

$$8) y = \sin x - 3^x + \frac{1}{x^2}.$$

$$9) y = \sqrt[3]{x^2} - e^x - \frac{8}{x^5}.$$

$$10) y = \ln x + \frac{1}{x^2} - 2 \operatorname{ctgx}.$$

$$11) y = e^x - \sin x + \operatorname{tg} x.$$

$$12) y = 8 \ln x + \frac{5}{x^3} - 2 \arccos x.$$

$$13) y = 8x + \frac{2}{x^2} - \cos x.$$

$$14) y = \frac{3}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x^7}} + 2x^7.$$

$$15) y = x - 2 \cos x - 7 \ln x.$$

$$16) y = \operatorname{tg} x - \ln x - \sin x.$$

$$17) y = \operatorname{ctgx} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{7}{\sqrt{x^3}}.$$

$$18) y = 3x^2 + 3x^3 - 1.$$

$$19) y = 1 - \sqrt{x} + \ln x.$$

$$20) y = \frac{3}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{x^2} + 3 \ln x.$$

$$21) y = \sin x - e^x + \frac{2}{x}.$$

$$22) y = \frac{1}{x^3} - e^x - 3 \cos x.$$

$$23) y = 3^x - \frac{1}{x} + 3 \arccos x.$$

$$24) y = 7 \ln x - \frac{1}{x} + 4 \sin x.$$

$$25) y = 2 \cos x - 4e^x + \frac{1}{x^2}.$$

$$26) y = 2^x - 4 \sin x + \frac{5}{x^4}.$$

6. Ko'paytma va bo'linmaning hosilasini toping.

$$1) y = 3x^2(\sin x - 2) \quad y = \frac{\cos x + 7x}{4x - 1} \quad 14) y = 3x^2(e^x - 1) \quad y = \frac{\sin x + 7x^2}{x^3}.$$

$$2) y = \frac{5x^7}{\cos x - 3x} \quad y = 3x^3(\sin x + 1) \quad 15) y = 3x^3(\sin x + 1) \quad y = \frac{7 \ln x - \cos x}{3x^3}$$

$$3) y = 7^x \operatorname{tg} x \quad y = \frac{5x^7 - 3}{1 - \cos x} \quad 16) y = \frac{5x^2 - 2}{\cos x + 5} \quad y = x^4(3 \sin x + 7)$$

$$4) y = \frac{7 \ln x - \cos x}{x^3} \quad y = \sqrt{x}(x^3 + 7 \cos x) \quad 17) y = 3x^2(\sin x + 8x) \quad y = \sqrt[5]{x^2}(\operatorname{tg} x - 3^x)$$

$$5) y = x^2(\operatorname{ctgx} - 2x) \quad y = \frac{x^3 - 1}{\cos x} \quad 18) y = \frac{5x^2 - 8}{\cos x} \quad y = 2^x(\sin x + 2)$$

$$6) y = 3x^2(\sqrt{x} - \sin x) \quad y = \frac{\sqrt{x} - 3}{\cos x} \quad 19) y = 5^x(\arcsin x + \frac{2}{x}) \quad y = \frac{7x - 2 \cos x}{3x^2}$$

$$7) y = \sqrt[5]{x^2}(\operatorname{tg} x - x) \quad y = \frac{\sqrt{x^3} - 1}{5x - 4} \quad 20) y = \frac{5^x + 1}{x + 2} \quad y = (2^x - 5x) \cos x$$

$$8) y = 7x^2(e^x - 2 \ln x) \quad y = \frac{x^3 \sin x}{5x^2 - 4} \quad 21) y = \sqrt[7]{x^2}(2e^x - \operatorname{tg} x) \quad y = \frac{\cos x - \sin x}{3x^3}$$

$$9) y = \frac{5x^2 + 2x}{\cos x} \quad y = 2^x(\cos x + x^3) \quad 22) y = \frac{2x^3}{\cos x - 4} \quad y = 2^x(\ln x + \sqrt{x^3})$$

$$10) y = \frac{2x^3 - 2x}{\sin x} \quad y = \cos x + x^3 e^x \quad 23) y = (3x + 1) \sin x \quad y = \frac{x \sin x}{x^2}$$

$$\begin{array}{lll}
11) y = \frac{5x^3 - 1}{\operatorname{tg} x} & y = \sin x + \ln x e^x & 24) y = \frac{5 + x^2}{\sin x} \quad y = (\sin x + \ln x) e^x \\
12) y = \frac{x - \sin x}{3x^2 - \sqrt{x}} & y = \sin x + (x e^x - 1) & 25) y = (\sin x + 3x) e^x \quad y = \frac{3 \sin x - 1}{x^2 - \sqrt{x}} \\
13) y = \frac{x - \sin x}{3x^2} & y = \ln x (x e^x - 1) & 26) y = x^4 (e^x - \cos x) \quad y = \frac{3\sqrt{x} - 1}{x^2 - \cos x}
\end{array}$$

7. Мураккаб функция хосиласи

$$\begin{array}{ll}
1) y = 3 \cos(5x^2 - 1) \operatorname{arctg} \frac{x}{x-1} & 15) y = 9 \cdot e^{\frac{x^2}{2}} \operatorname{tg} 5(2\sqrt{x-1} + x) \\
2) y = 2 \ln(5x^3 - 4) \frac{\cos^2(1-x)}{x^3} & 16) y = 6 \operatorname{arctg} 2x^3 \cdot \sin^2(2x-4) \\
3) y = \operatorname{tg}^3(5x-1) \arcsin \sqrt{1-x} & 17) y = 5e^{2 \arcsin \sqrt{x}} \sin^3(1-2x) \\
4) y = \operatorname{ctg}^2(3x-6) \ln \frac{x-1}{x} & 18) y = 2 \arccos \sqrt[3]{1-2x} \ln(3x^2-4) \\
5) y = 5e^{-\operatorname{arctg}(2-x^3)} \sin^2(4x+x^2) & 19) y = 3e^{2x \cos x} \operatorname{arctg}(6x^2-1) \\
6) y = 2 \cos^7(3-2x) \ln \frac{2-x}{x} & 20) y = 2 \sqrt[3]{\sin^2(5x-1)} + \ln^3 \frac{2x-1}{x} \\
7) y = 5e^{\sin 2x} \operatorname{tg}^2 6x & 21) y = 2 \ln \frac{(5x - \sin x)}{\sqrt{x}} + \sqrt{x^2 + a^2} \\
8) y = \sqrt{x^2 - 1} \ln \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} & 22) y = 3 \sin^3(2x^4 + 1) + \frac{x^2 - 1}{x^2} \\
9) y = \sin^3(2 - \sqrt[3]{x}) \ln(\cos x - 1) & 23) y = 2e^{\arcsin \sqrt{x-1}} \cos^3(3x^2 - 4) \\
10) y = e^{x^3} \sin^2(3x^3 - 1) & 24) y = 3 \sqrt{\operatorname{tg}^3(6x-1)} + \ln^2(3x^3 - 1) \\
11) y = 6 \cos^6(3x^2 - 7x) \ln(x^2 - 3x + 1) & 25) y = 4 \ln^3 \frac{3x^3 + x \cos x - 2}{4x - 1} \\
12) y = e^{-\cos x} (5x^2 - 6x + 4)^3 & 26) y = \sqrt[5]{\cos^3(5x \ln x - 7)} - 3^{x-1} \\
13) y = e^{4x^2 - 1} \operatorname{arcctg} 5x^3 & \\
14) y = 8 \arcsin \sqrt{2x} \log_2 3x &
\end{array}$$

8. Funksiyaning boshlang'ichini toping.

$$\begin{array}{ll}
1) \int (x^2 + 5\sqrt{x} + \cos x) dx & 10) \int \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x} - \frac{7}{x^2} \right) dx \\
2) \int (3\sqrt[3]{x^2} + 4 \sin x + 6x) dx & 11) \int \frac{3x^2 + \sqrt{x} + 2}{2x} dx \\
3) \int (5x^3 + \sqrt{x^5} + 6 \operatorname{tg} x) dx & 12) \int \left(\frac{5x^3 - \sqrt{x^5} - 1}{x} - \sin x \right) dx \\
4) \int (\sqrt{x^3} + 5 \sin x - 3 \cos x) dx & 13) \int (5x^7 - x\sqrt{x^3}) dx \\
5) \int (3\sqrt{x^5} + 4x - \sin x) dx & 14) \int \left(4x^2 - 7 \sin x + \frac{1}{x} \right) dx \\
6) \int \left(3\sqrt{x^5} + \frac{4x - x^3}{\sqrt{x}} \right) dx & 15) \int \left(6x^3 - 4x^{-4} - \frac{1}{x} \right) dx \\
7) \int \left(\sqrt[4]{x^3} - \frac{5}{x} - 7 \sin x \right) dx & 14) \int \left(2e^x + 3^x - \frac{1}{x} - \sin x \right) dx \\
8) \int \left(\frac{1}{x^3} + 4 \cos x + \sqrt{x} \right) dx & 15) \int \left(x^4 - \frac{1}{x^3} - 5 \sin x \right) dx \\
9) \int \left(\frac{3}{x^5} + 5 \cos x + \sqrt[3]{x} \right) dx &
\end{array}$$

$$16) \int \left(\frac{2x^2 - 3x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \sin x \right) dx$$

$$17) \int \left(3x^2 - \frac{4}{x^5} + \frac{1}{x} + \cos x - e^x \right) dx$$

$$18) \int \left(5x^4 - x - \frac{7}{x} - 3 \sin x \right) dx$$

$$19) \int \left(\frac{2x - x^2}{x^2} + e^x - \sin x \right) dx$$

$$20) \int \left(\frac{1}{x} + e^x - 2 \sin x \right) dx$$

$$21) \int \left(\frac{2+x}{x^2} - 3^x + \sin x \right) dx$$

$$22) \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1+2x^2}{x} - x \right) dx$$

$$23) \int \left(4x^3 - 4x - \frac{1}{x} - \sin x \right) dx$$

$$24) \int \left(4 \sin x - x - \frac{1}{\sin^2 x} + x^2 \right) dx$$

$$25) \int \left(2x - \frac{1}{\cos^2 x} + x^2 - \frac{2}{\sqrt{x^3}} \right) dx$$

$$26) \int \left(\frac{2x - 3x^3}{\sqrt{x}} - \cos x + 2 \operatorname{tg} x \right) dx$$

9. Функция интегрални топиш

$$1) \int (7x^3 + 5)^8 x^2 dx$$

$$2) \int \cos x e^{\sin x} dx$$

$$3) \int \sqrt{x^2 + 5} x dx$$

$$4) \int x^2 e^{x^3} dx$$

$$5) \int \sin x e^{-\cos x} dx$$

$$6) \int x e^{x^2} dx$$

$$7) \int (x^2 - 1)^3 x dx$$

$$8) \int \frac{\sin x}{\cos^8 x} dx$$

$$9) \int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx$$

$$10) \int \frac{dx}{(2x-1)^7}$$

$$11) \int (x^3 + 5)^4 x^2 dx$$

$$12) \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx$$

$$13) \int x \sqrt{2x^2 - 1} dx$$

$$14) \int \frac{dx}{(3x+1)^2}$$

$$15) \int \frac{dx}{x^2 - 25}$$

$$16) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

$$17) \int \sin 4x \cdot \cos 6x dx$$

$$18) \int \sin^2 x \cos x dx$$

$$19) \int \sin 3x \cos 2x dx$$

$$20) \int (2x^4 + 3)x^3 dx$$

$$21) \int x^4 e^{x^5} dx$$

$$22) \int \sqrt{x^4 + 4} x^3 dx$$

$$23) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x^3 - 3}}$$

$$24) \int \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

$$25) \int \frac{\ln x dx}{x}$$

$$26) \int \frac{\ln^2 x dx}{x}$$

10. Aniq integralni hisoblang.

$$1) \int_1^3 (2x^2 + 5) dx$$

$$2) \int_1^2 \frac{4}{x+1} dx$$

$$3) \int_1^4 \sqrt{x} dx$$

$$4) \int_1^8 3\sqrt[3]{x} dx$$

$$5) \int_1^5 (3x^2 + x) dx$$

$$6) \int_1^2 e^{3x} dx$$

$$7) \int_0^1 (3x^4 + \sqrt{x}) dx$$

$$8) \int_1^5 3\sqrt{x-1} dx$$

$$9) \int_1^3 (3x^2 + 6x) dx$$

$$10) \int_1^4 (\sqrt{x} + 5x) dx$$

$$11) \int_1^{10} (x + 5) dx$$

$$12) \int_1^4 (3x^2 + 6\sqrt{x}) dx$$

$$13) \int_1^2 (\sqrt{x} + \frac{4}{x^3}) dx$$

$$14) \int_{-1}^8 (\sqrt[3]{x} + \frac{4}{x+2}) dx$$

$$15) \int_0^{\pi} \sin 2x \cos 3x dx$$

$$16) \int_e^{e^2} \frac{1}{x} \ln x dx$$

$$17) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 4x \sin 5x dx$$

$$18) \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx$$

$$19) \int_1^3 \frac{\ln^3 x}{x} dx$$

$$20) \int_3^4 \frac{x^2 + 3}{x - 2} dx$$

$$21) \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$$

$$22) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$$

$$23) \int_1^4 (2x - 3\sqrt{x} + 1) dx$$

$$24) \int_1^8 (\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x^2}) dx$$

$$25) \int_1^8 (\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x^2}) dx$$

$$26) 9 \int_1^5 2\sqrt[3]{x-1} dx$$

11. Aniq integral yordamida egri chiziqli trapesiyaning yuzasini topish.

1) $y = 3x + 1$ $x = 1$ $x = 5$ $y = 0$

2) $y = 2x - x^2$ $y = 0$

3) $y = x^2 + 5$ $y = 0$

4) $y = x + 6$ $x = 1$ $x = 3$ $y = 0$

5) $y = \sqrt{x}$ $x = 1$ $x = 4$ $y = 0$

6) $y = \sqrt[3]{x}$ $x = 1$ $x = 8$ $y = 0$

7) $y = 4x - 2x^2$ $y = 0$

8) $y = x^2 - 5x + 6$ $y = 0$

9) $y = \sqrt{2x + 1}$ $x = 0$ $x = 4$

10) $y = 2x + 4$ $x = 1$ $x = 3$

11) $y = \sqrt[3]{x + 3}$ $x = -2$

12) $y = 4x^2$ $x = 0$ $x = 5$

13) $y = 2x^3$ $x = 1$ $x = 3$

14) $y = 5x^4 + 1$ $x = 0$ $x = 2$ $y = 0$

15) $y = \sqrt[3]{2x - 3}$ $x = 2$ $x = 64$ $y = 0$

16) $y = 5x^2 - 1$ $x = 1$ $x = 4$ $y = 0$

17) $y = 3x + 6$ $x = 2$ $x = 5$ $y = 0$

18) $y = 6x - x^2$ $y = 0$

19) $x - 4y + 2 = 0$ $x + y - 3 = 0$ $y = 0$

20) $y^2 = 4x$ $x = 4$ $x = 9$

21) $y = 8 + 2x - x^2$ $2x - y + 4 = 0$

22) $y = 5x$ $x = 2$ $y = 0$

23) $y = x^2 - 4$ $y = 0$

24) $y = 2x$; $x = -2$; $x = 4$; $y = 0$

25) $7y - 3x - 21 = 0$; $x = 2$; $y = 0$

26) $y = \frac{x^2}{2}$; $y = 2x$;

12. Ikki o'zgaruvchili funktsiyani aniqlanish sohasini toping.

1) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

12) $z = \frac{x + 2}{x^2 + y}$

2) $z = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{5}$

13) $z = x^2 - 4yx$

3) $z = \sin(xy^2 - 6x)$

14) $z = \log_4(5x - y)$

4) $z = \frac{4}{x - y}$

15) $z = 5\sin(4x^2 - y)$

5) $z = \frac{2}{x + y - 4}$

16) $z = \log_2(x - y)$

6) $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 25}$

17) $z = \log_2(x^2 - y + 4)$

7) $z = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 16}}{x - y}$

18) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

$$8) \quad z = \frac{5x}{x+y-1}$$

$$9) \quad z = \frac{5x-y}{y^2-x+2}$$

$$10) \quad z = \frac{1-x}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$$

$$11) \quad z = \frac{13x}{x^2-y^2}$$

$$23) \quad z = \frac{2x \cos y - 1}{\sqrt{2x-y}}$$

$$25) \quad z = \frac{\sqrt{x+y}}{x-y}$$

$$19) \quad z = \frac{x-y}{x+y-14}$$

$$20) \quad z = 4\sqrt{36-x^2-y^2}$$

$$21) \quad z = \frac{2\sqrt{x^2+y^2-49}}{x^2+y^2}$$

$$22) \quad z = \sin(2x+y-4)$$

$$24) \quad z = \frac{xy-1}{y-2x^2}$$

$$26) \quad z = \frac{xy-7}{x^2-y^2}$$

13.1- va 2- tartibli hususiy hosilalarini toping

$$1. \quad f(x, y) = (x+y)^2 \arctg \frac{x}{y}$$

$$2. \quad f(x, y) = x^2 \ln \frac{x^2}{y}$$

$$3. \quad f(x, y) = y^3 \sin^2 xy$$

$$4. \quad f(x, y) = \frac{y^2}{x} \ln xy$$

$$5. \quad f(x, y) = \sqrt{x^2 + \frac{x}{y^2}}$$

$$6. \quad f(x, y) = (x^2 + y)e^{\frac{x}{y}}$$

$$7. \quad f(x, y) = x^2 \tg \frac{x}{y}$$

$$8. \quad f(x, y) = \frac{y}{x} \ln x^2 y$$

$$9. \quad f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 + y} \sin x$$

$$10. \quad f(x, y) = \sqrt{x^2 y - \cos y}$$

$$11. \quad f(x, y) = \sqrt{x^2 - e^{xy}} - 3$$

$$12. \quad f(x, y) = x^2 \sqrt{xy}$$

$$13. \quad f(x, y) = \sqrt[3]{2x^3 + \sin y}$$

$$14. \quad f(x, y) = x\sqrt{1 + \arcsin xy}$$

$$15. \quad f(x, y) = \sin xy \cdot \ln x^2$$

$$16. \quad f(x, y) = \ln \sqrt{\frac{x+1}{y}}$$

$$17. \quad f(x, y) = (x + \sin y)(2 - \cos xy)$$

$$18. \quad f(x, y) = \ln(x^3 y - \sin xy)$$

$$19. \quad f(x, y) = (x^2 + 1) \arctgy$$

$$20. f(x, y) = (x + y)e^{xy}$$

$$21. f(x, y) = \frac{x}{y} \sin 2xy$$

$$22. f(x, y) = \cos x^2 y + 3y^2$$

$$23. f(x, y) = x \cos(xy)$$

$$24. f(x, y) = x^2 e^{xy}$$

$$25. f(x, y) = x^2 \arctg \frac{x}{y}$$

$$26. f(x, y) = \arctg \frac{x-y}{y}$$

14. Differensiyal tenglamalar.

$$1. y = e^x \text{ funksiya } y' = y \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$2. y = \frac{\sin 5x}{5} + c \text{ funksiya } y' = \cos 5x \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$3. y = x \text{ funksiya } y' = \frac{y}{x} \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$4. y = \tg 3x \text{ funksiya } y' = \frac{3}{\sin^2 3x} \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$5. y = \frac{x^2}{2} + 5x \text{ funksiya } y' = x^2 + 5 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$6. y = 1 + \cos 2x \text{ funksiya } y' = -2 \sin 2x \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$7. y = \frac{x^3}{3} + 5x + c \text{ funksiya } y' = x^2 + 5 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$8. y = \frac{x^2}{2} + 5x + c \text{ funksiya } y' = x + 5 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$9. y = x - \frac{\sin 2x}{2} + c \text{ funksiya } y' = 1 - \cos 2x \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$10. y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x} \text{ funksiya } y'' - 5y' + 6y = 0 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$11. y = c_1 e^{-3x} \text{ funksiya } y'' + 4y' + 4y = 0 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$12. y = \cos 5x \text{ funksiya } y' = -2 \sin 2x \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$13. y = x^2 + x \text{ funksiya } y' = 2x + 1 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$14. y = x^3 + 1 \text{ funksiya } y' = 2x + 1 \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

$$15. y = 2x^2 - \cos x + 1 \text{ funksiya } y' = \frac{x^3}{3} - \sin x + x \text{ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi}$$

16. $y = 2x^3 - \operatorname{tg} x + 1$ funksiya $y' = 6x^2 - \frac{1}{\cos^2 x} + x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
17. $y = 3x^2 - 4\sqrt{x} + 1$ funksiya $y' = x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}} - x^2$ differensial tenglamasi yechimi
bo'ladimi
18. $y = 2x^2 - 3\cos x + 5$ funksiya $y' = \frac{x^3}{3} - \sin x + x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
19. $y = 2x^2 - 4\sin x + 2$ funksiya $y' = \frac{2x^3}{3} - \cos x + 2x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
20. $y = 4x^2 - 2\cos x + 10$ funksiya $y' = \frac{4x^3}{3} + 2\sin x + 10x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
21. $y = x^2 - \cos x + 1$ funksiya $y' = \frac{x^3}{3} - \sin x + x$ differensial tenglamasi yechimi
bo'ladimi
22. $y = 2x^2 - 5\cos x + 10$ funksiya $y' = \frac{2x^3}{3} + 5\sin x + 10x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
23. $y = 3x^2 - 2x + \sin x$ funksiya $y' = x^3 - x^2 - \cos x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
24. $y = x^2 - \cos x + 1$ funksiya $y' = \frac{x^3}{3} - \sin x + x$ differensial tenglamasi yechimi
bo'ladimi
25. $y = 2x^3 - 5\sin x + 1$ funksiya $y' = \frac{2x^3}{3} + 5\sin x + x$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi
26. $y = 2x - 3\operatorname{tg} x + \sqrt{x}$ funksiya $y' = 2 - \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ differensial tenglamasi
yechimi bo'ladimi

15.Sodda differensial tenglamalar.

- $y' = x^2 + 1$ tenglama yechimini toping
- $y' = \cos 2x$ tenglama yechimini toping
- $y' = 5x^2 + x + 1$ tenglama yechimini toping
- $y' = 4x + \sin x$ tenglama yechimini toping
- $y' = \sin x + 5$ tenglama yechimini toping
- $y' = \frac{3}{\cos^2 3x}$ tenglama yechimini toping
- $y' = x - 6\cos x$ tenglama yechimini toping
- $y' = 3x^2 + 5x$ tenglama yechimini toping
- $y' = \frac{2}{x^3} + x^2 - \cos x$ tenglama yechimini toping

10. $y' = -\frac{2}{x^5} + 5x^2 - \operatorname{tg} x + 5$ tenglama yechimini toping
11. $y' = -\frac{1}{x^3} + 5x^2 - \cos(x+4)$ tenglama yechimini toping
12. $y' = \frac{2}{\sqrt{x^3}} + x^2 - \frac{1}{x}$ tenglama yechimini toping
13. $y' = \frac{2}{x^3} + \sqrt{x-1} - \cos x$ tenglama yechimini toping
14. $y' = -2x^3 + x^2 - 3\sin x$ tenglama yechimini toping
15. $y' = -5\sqrt{x+1} + 3x^2 - \cos x$ tenglama yechimini toping
16. $y' = -x^2 + \cos x$ tenglama yechimini toping
17. $y' = \frac{-5}{x^3} + x^2 - 4\sin x$ tenglama yechimini toping
18. $y' = -3 + x^2 - \cos x$ tenglama yechimini toping
19. $y' = -\frac{2}{x^3} + 7^x - \operatorname{tg} x$ tenglama yechimini toping
20. $y' = \frac{1}{x^3} + e^x - 2\cos x$ tenglama yechimini toping
21. $y' = -\frac{2}{x^3} + x^2 - 4\cos(x+6)$ tenglama yechimini toping
22. $y' = \frac{2}{x^3} + \sqrt{x^2+3} - 2\cos x$ tenglama yechimini toping
23. $y' = 4\operatorname{tg} x - 3\sin 2x$ tenglama yechimini toping
24. $y' = xe^x + 4$ tenglama yechimini toping
25. $y' = x\ln x - \sin x$ tenglama yechimini toping
26. $y' = x\arctg x - 5x$ tenglama yechimini toping

16. O'zraruvchisi ajraladigan differensial tenglamalar

1. $(x+3)dy - (y-2)dx = 0$ tenglama yechimini toping
2. $y(x+5)dy + (y-2)dx = 0$ tenglama yechimini toping
3. $y(x+5)dy + (y^2-2)dx = 0$ tenglama yechimini toping
4. $yx dy + (y^2+3)dx = 0$ tenglama yechimini toping
5. $2xyy' + 3(y^2-1) = 0$ tenglama yechimini toping
6. $y'\operatorname{tg} x + y = 1$ tenglama yechimini toping
7. $xy' + y^2 = 1$ tenglama yechimini toping
8. $2x^2yy' + y^2 = 5$ tenglama yechimini toping
9. $\sin x \cos y dy - \cos x \sin y dx = 0$ tenglama yechimini toping
10. $(e^x + 1)y' + e^x = 0$ tenglama yechimini toping
11. $2x^2y' - (xy - x) = 0$ tenglama yechimini toping
12. $3(x^2+1)yy' - (1-y^2) = 0$ tenglama yechimini toping
13. $xy dx - (x^2-8)dy = 0$ tenglama yechimini toping
14. $3(x^3+1)y' + 2x^2 = 0$ tenglama yechimini toping
15. $y' = 3\operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$ tenglama yechimini toping

16. $y' = y^2 - y^2 \sin x$ tenglama yechimini toping
17. $2xy' = (3x^3 - 4x + 1) \cos^2 x$ tenglama yechimini toping
18. $2(y^2 + 4)y' = \sqrt{x^3} + 4x - 6$ tenglama yechimini toping
19. $2y' = \frac{y-1}{x^2+5}$ tenglama yechimini toping
20. $yx^3y' = \sqrt[3]{x^5} + 4x^2 - 1$ tenglama yechimini toping
21. $3x^2y' - (xy^2 - x) = 0$ tenglama yechimini toping
22. $2y'x = \frac{y+1}{x^2+5}$ tenglama yechimini toping
23. $x^2y' + y = 3$ tenglama yechimini toping
24. $2(x^2 - 1)yy' + y = 5$ tenglama yechimini toping
25. $y^2xdy + (y+1)dx = 0$ tenglama yechimini toping
26. $5x^3yy' + 3y^2 = 0$ tenglama yechimini toping

17. Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamani yechimini toping

1. $y' + \frac{1}{x}y + x^3 - 4 = 0$ tenglama yechimini toping
2. $y' + \frac{1}{x-1}y + x^3 + 4 = 0$ tenglama yechimini toping
3. $y' - \frac{1}{x}y + x^3 - 5x + 64 = 0$ tenglama yechimini toping
4. $y' + \frac{1}{x-5}y + x^3 - 3x = 0$ tenglama yechimini toping
5. $y' - \frac{1}{x+1}y + \sqrt{x^3} + 3x = 0$ tenglama yechimini toping
6. $y' + \frac{2}{x}y + x^3 - 4x + 1 = 0$ tenglama yechimini toping
7. $y' - \frac{1}{x}y + e^x = 0$ tenglama yechimini toping
8. $y' + \frac{1}{x+1}y + \cos x = 0$ tenglama yechimini toping
9. $y' + \frac{1}{x}y + 4\sin x = 0$ tenglama yechimini toping
10. $y' - \frac{1}{x}y + \ln x = 0$ tenglama yechimini toping
11. $y' - \frac{1}{x}y + 2x - \sqrt{x} = 0$ tenglama yechimini toping
12. $y' - \frac{1}{x}y + \cos 3x = 0$ tenglama yechimini toping
13. $y' - \frac{1}{x-1}y + 2\sin x = 0$ tenglama yechimini toping
14. $y' - \frac{1}{x+3}y + \cos 2x = 0$ tenglama yechimini toping

$$15. y' - \frac{1}{x}y + \sin x + 5 = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$16. y' - \frac{1}{x}y + \ln x + 4 = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$17. y' - \frac{1}{x-2}y + 5 \ln x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$18. y' - \frac{1}{x}y + 2 \cos x - 4x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$19. y' - \frac{1}{x}y + 3e^x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$20. y' - \frac{1}{x}y + \cos 5x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$21. y' - \frac{1}{x}y + \sin x + 4 = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$22. y' - \frac{1}{x+3}y + \cos x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$23. y' - \frac{1}{x-3}y + 2 \cos x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$24. y' - \frac{1}{x}y + \cos 5x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$25. y' - \frac{1}{x+2}y + \cos 3x + 5 = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

$$26. y' - \frac{1}{x}y + 5 \ln x = 0 \text{ tenglama yechimini toping}$$

18. Ikkinchi tartibli chiziqli, bir jinsli, o'zgarmas koeffitsiyentli differensial tenglamalar.

$$1. y'' + 3y' + 5y = 0$$

$$2. y'' - 5y' + 6y = 0$$

$$3. y'' + 7y' + 10y = 0$$

$$4. y'' + y' + 6y = 0$$

$$5. 2y'' + 3y' + 6y = 0$$

$$6. y'' + 10y' + 21y = 0$$

$$7. y'' + 3y' + 10y = 0$$

$$8. y'' + 2y' + y = 0$$

$$9. y'' + 4y' + 4y = 0$$

$$10. y'' + 4y' + 9y = 0$$

$$11. y'' + 5y' + 14y = 0$$

$$12. y'' - y' - 56y = 0$$

$$13. y'' + 6y' + 4y = 0$$

$$14. y'' + 10y' + 25y = 0$$

$$15. 5y'' + 14y' + 3y = 0$$

$$16. y'' + 5y' - 4y = 0$$

$$17. 3y'' + y' + 5y = 0$$

$$18. 2y'' - 5y' + 4y = 0$$

$$19. y'' + 7y' - 14y = 0$$

$$20. y'' + 9y' + 4y = 0$$

$$21. y'' + y' + 4y = 0$$

$$22. 3y'' + 4y' - 5y = 0$$

$$23. y'' + 2y' - 35y = 0$$

$$24. y'' + 10y' + 21y = 0$$

$$25. y'' - 11y' + 30y = 0$$

$$26. 3y'' + 2y' - 5y = 0$$

19. Hodisa ehtimolini toping

1. 500 ta ampulaning 10 tasi ishlatishga yaroqsiz bo`lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqli bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
2. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 7 ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “qoniqarsiz” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
3. 500 ta ampulaning 50 tasi ishlatishga yaroqsiz bo`lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqsiz bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
4. 500 ta ampulaning 50 tasi ishlatishga yaroqsiz bo`lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqli bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
5. 500 ta ampulaning 25 tasi ishlatishga yaroqsiz bo`lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqsiz bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin..
6. Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, juft raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.
7. Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, toq raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.
8. Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, to`rttdan kichkina raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.
9. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 8 ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “yaxsh” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
10. Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, to`rtga bo`linadigan raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.
11. Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, to`rttdan katta raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.
12. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 7 ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “qonoqarli” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

13. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi juft son bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
14. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi toq son bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
15. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi ikkiga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
16. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi uchga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
17. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi to`rtga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
18. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi beshga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
19. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi oltiga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
20. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi ettiga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
21. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi sakkizga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
22. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi to`qqizga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
23. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi oltiga, ko`paytmasi sakkizga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
24. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi ettiga, ko`paytmasi o`nga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
25. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi sakkizga, ko`paytmasi o`n ikkiga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
26. Guruhda 26 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 5 ta talaba “a`lo” baho, 10 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” va qolgan talabalar qoniqarsiz baholandi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “qoniqarsiz” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

20. Erkli va bog`liq hodisalar ko`paytmasini toping

1. Yashikda 5 oq va 4 qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ularning oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
2. Yashikda 5 oq va 4 qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ularning qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
3. Yashikda 6 oq va 9 qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ularning oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
4. Yashikda 5ta oq va 9ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ularning qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

5. Yashikda 3ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ularning oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin
6. Yashikda 3ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ularning qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
7. Oilada uchta farzand bo`lsa, ikkitasi qiz bola, bittasi o`g`il bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)
8. Yashikda 2 oq va 9 qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa ulardan biri qora ikkinchisi oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
9. Yashikda 5 oq va 4 qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning sariq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
10. 1000 lotopeya билетining 600 tasi yutuqli va 400 tasi yutuqsiz. Agar 3 ta билет sotib olingan bo`lsa, ulardan ikkitasiga yutuq chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
11. Yashikda 5ta oq va 8ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
12. Yashikda 5ta oq va 8ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
13. Yashikda 6ta oq va 8ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
14. Yashikda 5ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
15. 1000 lotopeya билетining 600 tasi yutuqli va 400 tasi yutuqsiz. Agar 3 ta билет sotib olingan bo`lsa, ulardan bittasiga yutuq chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
16. Yashikda 5ta oq va 3ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
17. Yashikda 5ta oq va 2ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
18. Yashikda 5ta oq va 2ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
19. Guruhda 30ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 8ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “yaxsh” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

20. Oilada uchta farzand bo'lsa, uchchalasini ham o'g'il bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)
21. Oilada uchta farzand bo'lsa, uchchalasini ham qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)
22. Oilada uchta farzand bo'lsa, ikkitasi o'g'il bola, bittasi qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)
23. Yashikda 3ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
24. Yashikda 8ta oq va 3ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
25. Yashikda 6ta oq va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
26. Yashikda 7 ta oq va 9 ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

21. Takroriy sinashlarda hodisalar ehtimoli

1. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 90%ni tashkil etsa, ekilgan 5 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
2. Zavoddan 5000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish ehtimolligi 0.0002 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 3 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
3. Zavoddan 1000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish ehtimolligi 0.0003 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 4 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
4. Zavoddan 2000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish ehtimolligi 0.0001 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 3 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
5. Zavoddan 1000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish ehtimolligi 0.0001 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 3 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
6. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 70%ni tashkil etsa, ekilgan 5 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
7. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 85%ni tashkil etsa, ekilgan 6 ta urug'dan 5 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
8. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 95%ni tashkil etsa, ekilgan 5 ta urug'dan 3 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
9. Ampulaning sinish ehtimoli 0.002 ga teng bo'lsa, keltirilgan 500 ta ampuladan 3 tasini yaroqsiz bo'lish ehtimoli topilsin.
10. Qoloq talabalar 1% ni tashkil etsa, 200 ta talabadan 3 tasini qoloq bo'lishini ehtimoli topilsin.

11. Zavoddan 1000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish ehtimolligi 0.002 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 3 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
12. Zavoddan 1000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish ehtimolligi 0.002 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 4 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.
13. Qoloq talabalar 2% ni tashkil etsa, 200 ta talabadan 4 tasini qoloq bo'lishini ehtimoli topilsin.
14. Qoloq talabalar 1% ni tashkil etsa, 100 ta talabadan 3 tasini qoloq bo'lishini ehtimoli topilsin.
15. Ximik reaksiyaning bajarilish ehtimoli 90% ni tashkil etsa, o'tkazilayotgan 10 ta tajribadan 8 tasini bajarilish ehtimoli topilsin.
16. Ximik reaksiyaning bajarilish ehtimoli 85% ni tashkil etsa, o'tkazilayotgan 8 ta tajribadan 4 tasini bajarilish ehtimoli topilsin.
17. Ximik reaksiyaning bajarilish ehtimoli 75% ni tashkil etsa, o'tkazilayotgan 10 ta tajribadan 6 tasini bajarilish ehtimoli topilsin.
18. Ximik reaksiyaning bajarilish ehtimoli 85% ni tashkil etsa, o'tkazilayotgan 7 ta tajribadan 4 tasini bajarilish ehtimoli topilsin.
19. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 95%ni tashkil etsa, ekilgan 10 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
20. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 90%ni tashkil etsa, ekilgan 5 ta urug'dan 3 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
21. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 80%ni tashkil etsa, ekilgan 6 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
22. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 95%ni tashkil etsa, ekilgan 8 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
23. Ximik reaksiyaning bajarilish ehtimoli 80% ni tashkil etsa, o'tkazilayotgan 10 ta tajribadan 8 tasini bajarilish ehtimoli topilsin.
24. Ximik reaksiyaning bajarilish ehtimoli 85% ni tashkil etsa, o'tkazilayotgan 8 ta tajribadan 5 tasini bajarilish ehtimoli topilsin.
25. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 90%ni tashkil etsa, ekilgan 7 ta urug'dan 5 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.
26. Urug'ni unib chiqish ehtimolligi 90%ni tashkil etsa, ekilgan 6 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.

22. Kombinatorika elementlari

1. Beshta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
2. To'rtta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
3. Uchta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
4. Ikkita elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
5. Bitta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
6. Oltita elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
7. Ettita elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
8. Sakkista elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
9. Beshta elementni uchta uchta usulda o'rinalashtirish mumkin.

10. Beshta elementni ikkitadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.
11. Beshta elementni bittadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.
12. Beshta elementni to`rttadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.
13. Beshta elementni beshtadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.
14. Beshta elementni uchtdan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
15. Beshta elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
16. Beshta elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
17. Beshta elementni to`rttadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
18. To`rtta elementni to`rttadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
19. To`rtta elementni uchtdan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
20. To`rtta elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
21. To`rtta elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
22. Uchta elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
23. Oltita elementni uchtdan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
24. Oltita elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.
25. Yettita elementdan iborat o`rinalmashtirishlar sonini aniqlang.
26. Oltita elementdan iborat o`rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

23. Diskret tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalarini

1. Diskret tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalarini aniqlang. $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$, μ_0 – modasini aniqlang. Taqsimot funksiyasining grafigi chizilsin.

x_i	-2	0	2	3	5	7
p_i	0.15	0.23	0.22	0.1	0.25	0.05

- 2.

x_i	-3	-1	1	2	4	5
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

- 3.

x_i	-2	-1	2	4	6	7
p_i	0.1	0.25	0.15	0.22	0.23	0.05

- 4.

x_i	0	2	4	6	8	10
p_i	0.2	0.1	0.15	0.18	0.12	0.25

- 5.

x_i	1	3	5	6	8	9
p_i	0.12	0.13	0.15	0.2	0.3	0.1

- 6.

x_i	-4	-2	-1	0	2	3
p_i	0.22	0.15	0.13	0.2	0.23	0.07

- 7.

x_i	-3	1	0	2	4	5
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

- 8.

x_i	-3	-1	1	2	4	5
-------	----	----	---	---	---	---

p_i	0.02	0.23	0.15	0.2	0.21	0.1
-------	------	------	------	-----	------	-----

9.

x_i	-2	0	1	2	3	4
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

10.

x_i	-3	-1	1	2	3	4
p_i	0.12	0.2	0.15	0.21	0.24	0.08

11.

x_i	2	4	6	8	10	12
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

12.

x_i	-2	-1	0	1	2	3
p_i	0.1	0.11	0.18	0.22	0.19	0.2

13.

x_i	-5	-3	-1	0	2	3
p_i	0.2	0.15	0.17	0.23	0.15	0.1

14.

x_i	3	5	7	8	10	12
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

15.

x_i	-3	-2	-1	2	4	5
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

16.

x_i	-8	-6	-4	-2	0	1
p_i	0.02	0.09	0.18	0.21	0.24	0.26

17.

x_i	-5	-3	1	2	4	5
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

18.

x_i	-6	-4	-2	2	4	5
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

19.

x_i	-3	-1	1	2	4	5
p_i	0.02	0.21	0.9	0.28	0.24	0.16

20.

x_i	-3	-1	0	2	4	5
p_i	0.12	0.13	0.15	0.22	0.3	0.08

21.

x_i	-2	-1	1	2	3	4
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

22.

x_i	-3	-1	1	2	4	5
p_i	0.122	0.2	0.153	0.224	0.231	0.07

23.

x_i	-2	0	1	2	4	5
p_i	0.05	0.26	0.01	0.28	0.24	0.16

23.

x_i	-3	-1	0	2	4	5
p_i	0.22	0.13	0.15	0.22	0.2	0.08

24.

x_i	-2	-1	1	2	3	4
p_i	0.12	0.2	0.15	0.22	0.23	0.08

25.

x_i	-2	-1	0	1	3	4
p_i	0.122	0.2	0.153	0.224	0.231	0.07

26.

x_i	-1	0	1	2	3	4
p_i	0.02	0.21	0.25	0.24	0.21	0.07

24. Chastota va nisbiy chastota poligonini chizing.

1)

x_i	-5	-4	-3	-2	-1	1
n_i	3	7	5	8	4	5

2)

x_i	-5	-3	-1	1	3	5
n_i	4	5	7	8	3	7

3)

x_i	-4	-2	0	2	4	6
n_i	7	9	4	8	5	7

4)

x_i	5	6	7	8	9	10
n_i	6	7	2	8	9	7

5)

x_i	2	4	6	8	10	12
n_i	4	6	9	7	9	10

6)

x_i	3	6	9	12	15	18
n_i	5	8	11	2	7	14

7)

x_i	7	10	13	16	19	22
n_i	6	9	1	4	8	7

8)

x_i	6	8	10	12	14	16
n_i	13	7	6	9	15	2

9)

x_i	6	9	12	15	18	21
n_i	8	3	5	4	7	2

10)

11)	x _i	4	8	12	16	18	20
	n _i	7	3	6	5	9	1
12)	x _i	2	6	12	14	18	20
	n _i	8	10	12	3	7	2
13)	x _i	1	3	6	8	10	14
	n _i	6	7	12	9	4	3
14)	x _i	4	6	14	16	20	24
	n _i	2	8	3	16	17	21
15)	x _i	7	10	11	12	13	14
	n _i	8	2	7	3	1	6
16)	x _i	5	8	12	16	17	18
	n _i	1	9	7	12	3	8
17)	x _i	2	8	10	14	16	18
	n _i	9	7	2	5	17	3
18)	x _i	2	6	8	10	14	15
	n _i	8	3	4	9	7	10
19)	x _i	1	3	4	9	10	11
	n _i	7	3	9	5	4	8
20)	x _i	2	5	8	9	10	12
	n _i	7	9	1	3	4	6
21)	x _i	6	8	9	10	12	15
	n _i	9	4	3	8	5	2
22)	x _i	1	4	6	9	11	14
	n _i	1	8	3	9	4	6
23)	x _i	1	2	3	4	5	6
	n _i	3	7	9	1	8	2
24)	x _i	1	4	5	6	7	10
	n _i	7	9	1	3	4	6
	x _i	4	7	9	11	14	16
	n _i	8	4	3	8	5	2

25)

x_i	4	6	8	10	11	14
n_i	2	8	3	9	4	6

26)

x_i	2	3	7	8	10	16
n_i	3	7	9	1	8	2

25. Eng kichik kvadratlar usuli yordamida regressiya tenglamasini tuzing

1)

x_i	2	6	12	14	18	20
y_i	8	10	12	8	7	2

2)

x_i	1	3	6	8	10	14
y_i	6	7	12	9	4	3

3)

x_i	4	6	14	16	20	24
y_i	2	8	3	16	17	21

4)

x_i	7	10	11	12	13	14
y_i	8	2	7	3	1	6

5)

x_i	5	8	12	16	17	18
y_i	1	9	7	12	3	8

6)

x_i	2	8	10	14	16	18
y_i	9	7	-2	-5	17	19

7)

x_i	2	6	8	10	14	15
y_i	8	3	4	9	7	10

8)

x_i	1	3	4	9	10	11
y_i	7	3	9	5	4	8

9)

x_i	2	5	8	9	10	12
y_i	7	9	1	3	4	6

10)

x_i	6	8	9	10	12	15
y_i	9	4	3	8	5	2

11)

x_i	1	4	6	9	11	14
y_i	1	8	3	9	4	6

12)

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	3	7	9	1	8	2

13)

x_i	-5	-4	-3	-2	-1	1
y_i	3	7	5	8	4	5

14)

x_i	-5	-3	-1	1	3	5
y_i	4	5	7	8	3	7

15)

x_i	-4	-2	0	2	4	6
y_i	7	9	4	8	5	7

16)

x_i	5	6	7	8	9	10
y_i	6	7	2	8	9	7

17)

x_i	2	4	6	8	10	12
y_i	4	6	9	7	9	10

18)

x_i	3	6	9	12	15	18
y_i	4	6	5	8	12	14

19)

x_i	7	10	13	16	19	22
y_i	-8	-6	-4	-1	2	3

20)

x_i	6	8	10	12	14	16
y_i	-8	-6	-5	2	4	7

21)

x_i	6	9	12	15	18	21
y_i	8	10	9	11	13	11

22)

x_i	4	8	12	16	18	20
y_i	-4	-2	-3	0	2	4

23)

x_i	7	10	13	16	19	22
y_i	-8	-6	-4	-1	2	3

20)

x_i	6	8	10	12	14	16
y_i	-8	-6	-5	2	4	7

21)

x_i	6	9	12	15	18	21
y_i	8	10	9	11	13	11

22)

x_i	4	8	12	16	18	20
y_i	-4	-2	-3	0	2	4

23)

x_i	4	8	12	16	18	20
-------	---	---	----	----	----	----

24)

y_i	-4	-2	-3	0	2	4
-------	----	----	----	---	---	---

25)

x_i	4	8	12	16	18	20
y_i	-4	-2	-3	0	2	4

26)

x_i	4	8	12	16	18	20
y_i	-4	-2	-3	0	2	4

IX. TEST

1. Vektor uzunligi $\vec{a} = (x, y, z)$:

$$+ |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$- |\vec{a}| = \sqrt{x^2 - y^2 - z^2}$$

$$- |\vec{a}| = x^2 + y^2 + z^2$$

$$- |\vec{a}| = |x^2 + y^2 + z^2|$$

2. Vektor uzunligi (modul) $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$:

$$+ |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$- |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 - a_y^2 - a_z^2}$$

$$- |\vec{a}| = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$- |\vec{a}| = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

3. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi $\vec{a} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}$ va $\vec{b} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$:

$$+ \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \operatorname{tg} \varphi$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + z_1 z_2$$

4. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ Vektorlarning parallel shartlari:

$$+ \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \varphi$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| + |\vec{b}|$$

5. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning perpendikulyarlik shartlari:

$$+ \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \varphi$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$$

$$- \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

6. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ 2 ta vektor orasidagi burchaklar:

$$+ \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$-tg\varphi = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|a| \cdot |b|}$$

$$-\cos\varphi = |a| \cdot |b|$$

$$-\cos\varphi = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

7. Tekislikda 2 ta nuqta $A(x_1; y_1)$ va $B(x_2; y_2)$ orasidagi masofani toping:

$$+ |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$- |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$$

$$- |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 (y_2 - y_1)^2}$$

$$- |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$$

8. 2 ta matrisaning ko'paytmasi $(m \times n) \cdot (n \times k)$ natijasida quyidagi o'lchovli matrisa hosil bo'ladi:

$$+ (m \times k)$$

$$- (m \times n)$$

$$- (n \times k)$$

$$- (n \times m)$$

9. Chiziqli tenglamalar sistemasi Kramer usulida yechilganda, yagona yechimga ega bo'ladi, agarda:

$$+ \Delta \neq 0 \text{ bo'lganda, } x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$$

$$- \Delta x_i \neq 0 \text{ bo'lganda, } x_i = \frac{\Delta}{\Delta x_i}$$

$$- x_i = \Delta \cdot \Delta x_i$$

$$- \Delta = 0 \text{ va } \Delta x_i = 0 \text{ bo'lganda } x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$$

10. Chiziqli tenglamalar sistemasi Kramer usulida yechilganda, cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi, agarda:

$$+ \Delta = 0 \text{ va } \Delta x_i \neq 0 \text{ bo'lganda, } x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$$

$$- \Delta x_i \neq 0 \text{ bo'lganda } x_i = \frac{\Delta}{\Delta x_i}$$

$$- x_i = \Delta \cdot \Delta x_i$$

$$- \Delta \neq 0 \text{ bo'lganda } x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$$

11. Chiziqli tenglamalar sistemasini teskari matrisa usulida yechish:

$$+ X = A^{-1} \cdot B$$

$$- A^{-1} \cdot X = B$$

$$- X = A \cdot B$$

$$- X = A^{-1} + B$$

12. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi:

$$+ Ax + By + C = 0$$

$$- y = kx + b$$

$$- \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$- y - y_0 = k(x - x_0)$$

13. To'g'ri chiziqning kesmalar bo'yicha tenglamasi:

$$+ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$- Ax + By + C = 0$$

$$- y = kx + b$$

$$- y - y_0 = k(x - x_0)$$

14. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasi:

$$+ y = kx + b$$

$$- Ax + By + C = 0$$

$$- \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$- y - y_0 = k(x - x_0)$$

15. To'g'ri chiziqning dastalar tenglamasi:

$$+ y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$-, Ax + By + C = 0$$

$$- y = kx + b$$

$$- \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

16. 2 nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi:

$$+ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$- Ax + By + C = 0$$

$$- y = kx + b$$

$$-\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

17. 2 tog`ri chiziq $y = k_1x + b_1$ va $y = k_2x + b_2$ orasidagi burchak:

$$+tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$

$$-\cos\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$

$$-tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 \cdot k_2}$$

$$-\sin\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$

18. 2 to`gri chiziqning $y = k_1x + b_1$ va $y = k_2x + b_2$ parallel sharti:

$$+k_2 = k_1$$

$$-k_2 = b_1$$

$$-k_2 = -k_1$$

$$-k_2 = \frac{1}{k_1}$$

19. 2 ta to`g`ri chiziqning $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ parallel shartlari:

$$+\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$$

$$-A_1A_2 + B_1B_2 = 0$$

$$-A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 1$$

$$-A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

20. Ajoyib limitni ko`rsating

$$+\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$-\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$-\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3 + 6x - 1) = -1$$

$$-\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

21. Ajoyib limitni ko`rsating

$$+ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} (5x^3 + 6x - 1) = -1$$

22. Ajoyib limitni ko'rsating

$$+ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

23. Ajoyib limitni ko'rsating

$$+ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} (5x^3 + 6x - 1) = -1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

24. Ajoyib limitni ko'rsating

$$+ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^{5n}} = 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

25. Ajoyib limitni ko'rsating.

$$+ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 6) = 9$$

$$- \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5}{5} = 4$$

26. Ajoyib limintni ko'rsating.

$$+ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x)) = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 6) = 9$$

$$- \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5}{5} = 4$$

27. Ajoyib limintni ko'rsating.

$$+ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x)) = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 6) = 9$$

$$- \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5}{5} = 4$$

28. Ajoyib limintni ko'rsating.

$$+ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 6) = 9$$

$$- \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5}{5} = 4$$

29. ... bo'lsa, funksiyaning x_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

$$+ \lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 5f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

30.... bo'lsa, funksiyaning x_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

$$+ \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x+1) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x_0)$$

31.... bo'lsa, funksiyaning x_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

$$+ \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0) = f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 5f(x_0)$$

32. ... bo'lsa, funksiyaning x_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

$$+ \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 5f(x_0)$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -f(x_0)$$

33.... shartlar bajarilmasa berilgan funksiya juft ham emas, toq ham emas deyiladi

$$+ f(-x) = -f(x) \text{ va } f(-x) = f(x)$$

$$- f(x) = -f(x) \text{ va } f(x) = +f(x)$$

$$- f(x) = f'(x)$$

$$- f(-x) = f(x)$$

34, ... shartlar bajarilmasa berilgan funksiya juft ham emas, toq ham emas deyiladi

$$+ f(-x) = -f(x) \text{ va } f(-x) = f(x)$$

$$- f(x) = f'(x) \text{ va } f(x) > 0$$

$$- f(x) = f'(x)$$

$$- f(-x) = f(x)$$

35. ... shartlar bajarilmasa berilgan funksiya juft ham emas, toq ham emas deyiladi

$$+ f(-x) = -f(x) \text{ va } f(-x) = f(x)$$

$$- f(x) = f'(x) \text{ va } f(x) > 0$$

$$- f(x) = -f(x) \text{ va } f(x) = +f(x)$$

$$- f(-x) = f(x)$$

36. ... shartlar bajarilmasa berilgan funksiya juft ham emas, toq ham emas deyiladi

$$+ f(-x) = -f(x) \text{ va } f(-x) = f(x)$$

$$- f(x) = f'(x) \text{ va } f(x) > 0$$

- $f(x) = -f(x)$ va $f(x) = +f(x)$
- $f(x) = f'(x)$

37. ... shartlar bajarilmasa berilgan funksiya juft ham emas, toq ham emas deyiladi

+ To'g'ri javob yo'q.

- $f(x) = f'(x)$ va $f(x) > 0$
- $f(x) = -f(x)$ va $f(x) = +f(x)$
- $f(x) = f'(x)$

38. ... shart bajarilsa berilgan funksiya juft funksiya deyiladi

+ $f(-x) = f(x)$

- $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$

39. ... shart bajarilsa berilgan funksiya juft funksiya deyiladi

+ $f(-x) = f(x)$

- $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$
- To'g'ri javob yo'q.

40. ... shart bajarilsa berilgan funksiya juft funksiya deyiladi

+ $f(-x) = f(x)$

- $f(x) = f'(x)$
- $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$

41. ... shart bajarilsa berilgan funksiya juft funksiya deyiladi

+ $f(-x) = f(x)$

- $f(x) = f'(x)$
- $f(x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$

42. ... shart bajarilsa berilgan funksiya juft funksiya deyiladi

+ $f(-x) = f(x)$

- $f(x) = f'(x)$
- $f(x) = -f(x)$
- $f(-x) = -f(x)$

43. ... shart bajarilsa berilgan funksiya toq funksiya deyiladi

+ $f(-x) = -f(x)$

- $f(x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$
- $f(-x) = f(x)$

44. ... shart bajarilsa berilgan funksiya toq funksiya deyiladi

- + $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$
- $f(x) = -f(x)$ va $f(x) = +f(x)$
- $f(-x) = f(x)$

45. ... shart bajarilsa berilgan funksiya toq funksiya deyiladi

- + $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$
- $f(x) = -f(x)$
- $f(-x) = f(x)$

46. ... shart bajarilsa berilgan funksiya toq funksiya deyiladi

+ To'g'ri javob yo'q.

- $f(x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$
- $f(-x) = f(x)$

47. ... shart bajarilsa berilgan funksiya toq funksiya deyiladi

- + $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = f'(x)$
- $f(x) = -f(x)$ va $f(x) = +f(x)$
- $f(-x) = f(x)$

48. ... shart bajarilsa berilgan funksiya toq funksiya deyiladi

- + $f(-x) = -f(x)$
- $f(x) = -f(x)$ va $f(x) = +f(x)$
- $f(x) = -f(x)$
- $f(-x) = f(x)$

49. Funksiyaning hosilasi deb...

+ argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.

- funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatiga aytiladi.
- argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining limitiga aytiladi.
- funksiya orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.

50. Funuksiyaning hosilasi deb...

- +argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.
- funksiya orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.
- argument orttirmasi birga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.
- argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining limitiga aytiladi.

51. Funuksiyaning hosilasi deb...

- +argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.
- funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatiga aytiladi.
- argument orttirmasi birga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.
- argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining limitiga aytiladi.

52. Funuksiyaning hosilasi deb...

- +argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.
- funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatiga aytiladi.
- argument orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining limitiga aytiladi.
- funksiya orttirmasi nolga intilganda funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining mavjud va chekli limitiga aytiladi.

53. $\vec{a} = 9\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ va $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$: vektorlar orasidagi burchakni aniqlang:

- +90°
- 30°;
- 0°;
- 45°;

54. $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$ va $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ vektorlar orasidagi burchakni aniqlang:

- +135°;
- 90°;
- 0°;
- 60°

55. $x + 5y - 3 = 0$ va $2x - 3y + 4 = 0$ 2 ta to'g'ri chiziq orasidagi o'tkir burchakni aniqlang:

$$+\frac{\pi}{4};$$

$$-\frac{\pi}{3};$$

$$-0;$$

$$-\frac{\pi}{2};$$

56. $3x + 5y + 1 = 0$ va $5x - 3y - 2 = 0$: 2 ta to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlang:

$$+\frac{\pi}{2};$$

$$-\frac{\pi}{3};$$

$$-0;$$

$$-\frac{\pi}{4};$$

57. $3x + y - 7 = 0$ va $2x - y + 1 = 0$: 2 ta to'g'ri chiziq orasidagi o'tkir burchakni aniqlang:

$$+\frac{\pi}{4};$$

$$-\frac{\pi}{2};$$

$$-\pi;$$

$$-\frac{\pi}{6};$$

58. $x - 4y - 12 = 0$ va $x - 4y + 7 = 0$: 2 ta to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlang:

$$+0;$$

$$-\frac{\pi}{2};$$

$$-\frac{\pi}{4};$$

$$-\arctg 3;$$

$$-\frac{\pi}{6};$$

59. $M(-1; 3)$ nuqtadan o'tuvchi va OX o'qi bilan 135^0 burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini aniqlang:

$$\begin{aligned}
 &+x-y+2=0; \\
 &-3x-y+6=0; \\
 &-3x-y=0; \\
 &-x-y+4=0;
 \end{aligned}$$

60. $M(-1; 3)$ nuqtadan o'tuvchi va OX o'qi bilan 45° burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqli tenglamasini aniqlang:

$$\begin{aligned}
 &+x-y+4=0; \\
 &-3x-y+6=0; \\
 &-2x-y+4=0; \\
 &-x-y+2=0;
 \end{aligned}$$

61. $A(-1; 3)$ va $B(3; 0)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqli tenglamasi:

$$\begin{aligned}
 &+3x+4y-9=0; \\
 &-y-x+5=0; \\
 &-4x-3y+12=0; \\
 &-4x-3y+12=0;
 \end{aligned}$$

62. $A(-1; 4)$ va $B(6; 5)$: nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqli tenglamasini yozing:

$$\begin{aligned}
 &+x-7y+29=0; \\
 &-x-5y+19=0; \\
 &-x-5y+20=0; \\
 &-9x-7y-19=0;
 \end{aligned}$$

63. $M(2; 1)$. Nuqtadan o'tuvchi va $y=3x-4$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqli tenglamasini yozing:

$$\begin{aligned}
 &+y=3x-5; \\
 &-y=3x; \\
 &-y=\frac{1}{3}x+1; \\
 &-y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3};
 \end{aligned}$$

64. $A(-1; 3)$. Nuqtadan o'tuvchi va $2x+5y-1=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqli tenglamasini yozing:

$$\begin{aligned}
 &+2x+5y-13=0; \\
 &-2x+y-1=0; \\
 &-2x+5y=0; \\
 &-5x-2y+10=0;
 \end{aligned}$$

65. $A(-1; 3)$. Nuqtadan o'tuvchi va $2x + 5y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini yozing:

$$+5x - 2y + 11 = 0;$$

$$-x - y - 1 = 0;$$

$$-2x + 5y = 0;$$

$$-5x - 2y + 10 = 0;$$

66. $M(2; 1)$. Nuqtadan o'tuvchi va $y = 3x - 4$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini yozing:

$$+y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3};$$

$$-y = -\frac{1}{3}x;$$

$$-y = 3x - 10;$$

$$-y = \frac{1}{3}x + 1;$$

67. $144x^2 - 25y^2 = 3600$ giperbolaning fokusini yozing:

$$+c = 13;$$

$$-c = 12;$$

$$-c = \sqrt{119};$$

$$-c = 60;$$

68. $5x^2 - 9y^2 = 45$ giperbolaning fokusini yozing:

$$+c = \sqrt{14};$$

$$-c = 2;$$

$$-c = \sqrt{5};$$

$$-c = 4;$$

69. $11x^2 - 25y^2 = 275$: giperbolaning fokusini yozing:

$$+c = 6;$$

$$-c = 5;$$

$$-c = \sqrt{11};$$

$$-c = 36;$$

70. $5x^2 + 9y^2 = 45$ ellipsning fokusini aniqlang:

$$+c = 2;$$

$$-c = \sqrt{5};$$

$$-c = 4;$$

$$-c = 3;$$

71. $25x^2 + 169y^2 = 4225$ ellipsning fokusini aniqlang:

$+c = 144$;

$-c = \sqrt{119}$;

$-c = 12$;

$-c = 13$;

72. $25x^2 + 9y^2 = 225$ ellipsning ekscentrisitetini aniqlang:

$+e = \frac{4}{5}$;

$-e = 4$;

$-e = \frac{5}{3}$;

$-e = \frac{3}{5}$;

73. $5x^2 + 9y^2 = 45$: ellipsning ekscentrisitetini aniqlang:

$+e = \frac{2}{3}$;

$-e = 4$;

$-e = \frac{4}{5}$;

$-e = \frac{2}{\sqrt{5}}$;

74. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1} =$: limitni hisoblang:

$+8$;

$-\infty$;

-8 ;

-4 ;

75. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{4x^2 + x - 5} =$: limitni hisoblang:

$+0$;

$-\infty$;

-1 ;

-9 ;

76. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + x + 1}{3 + x - 4x^2} =$: limitni hisoblang:

$+\frac{3}{7}$;

$-\infty$;

- 0;

- 1;

77. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x} =$: limitni hisoblang:

$+\frac{1}{20}$;

$-\infty$;

- 20;

$-\frac{1}{4}$;

78. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 1}}{2n + 3} =$: limitni hisoblang:

$+\frac{\sqrt{2}}{2}$;

- 0;

$-\frac{\sqrt{2}}{3}$;

$-\infty$;

79. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 1}{2x^2 + 3x} =$: limitni hisoblang:

$+\infty$;

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

- 0;

- 2;

80. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1} =$: limitni hisoblang:

+0;

-3;

-2;

$-\frac{1}{2}$;

81. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{x^2 - 49} =$: limitni hisoblang:

$+\frac{1}{56}$;

- 0;

$-\frac{1}{4}$;

$-\frac{1}{14}$;

82. $y = \ln x^2$: hosilani hisoblang:

$$+ y' = \frac{2}{x};$$

$$- y' = 2x;$$

$$- y' = \frac{1}{x^2};$$

$$- y' = 1;$$

83. $y = 2^{3x}$: hosilani hisoblang:

$$+ y' = 3 \cdot 2^{3x} \ln 2;$$

$$- y' = 2^{3x} \ln 3;$$

$$- y' = 2^{3x};$$

$$- y' = 3x \cdot 2^{3x-1};$$

84. $y = e^{\sin 2x}$: hosilani hisoblang:

$$+ y' = 2e^{\sin 2x} \cdot \cos 2x;$$

$$- y' = e^{\sin 2x} \cdot \cos 2x;$$

$$- y' = 2e^{\sin 2x} \cdot \cos x;$$

$$- y' = e^{\sin 2x};$$

85. $y = x \cdot \ln x$: hosilani hisoblang:

$$+ y' = \ln x + 1;$$

$$- y' = \ln x;$$

$$- y' = \ln x - 1;$$

$$- y' = \frac{1}{x};$$

86. $y = \frac{\ln x}{x}$: hosilani hisoblang:

$$+ y' = \frac{1 - \ln x}{x^2};$$

$$- y' = \frac{\ln x - 1}{x^2};$$

$$- y' = -\frac{\ln x}{x^2};$$

$$- y' = \frac{1}{x^2};$$

87. $y = \cos^2 x$: hosilani hisoblang:

$$+ y' = -\sin 2x$$

$$-y' = -2\cos 2x$$

$$-y' = -2\sin x$$

$$-y' = 2\cos x$$

88. $y = \sqrt{x^2 + 1}$: hosilani hisoblang:

$$+y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$-y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$-y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$-y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}};$$

89. $y = \arctg 3x$: hosilani hisoblang:

$$+y' = \frac{3}{1 + 9x^2};$$

$$-y' = \frac{3}{1 - 9x^2};$$

$$-y' = \frac{3}{\sqrt{1 - 9x^2}};$$

$$-y' = \frac{3}{1 + x^2};$$

90. $y = \ln(e^x)$: hosilani hisoblang:

$$+y' = 1;$$

$$-y' = \frac{1}{e^x};$$

$$-y' = e^x;$$

$$-y' = xe^{x-1};$$

91. $y = tg(x^2 + 3)$: hosilani hisoblang:

$$+y' = \frac{2x}{\cos^2(x^2 + 3)};$$

$$-y' = \frac{2}{\cos^2(x^2 + 3)};$$

$$-y' = -\frac{2}{\sin^2 x};$$

$$-y' = -\frac{2x}{\sin^2(x^2 + 3)};$$

92. Funksiyaning kritik nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$:

- + -1 va 2;
- 0 va 1;
- 2;
- -1;

93.: Funksiyaning kritik nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2 + 1}{x}$:

- + -1 va 1;
- mavjud emas;
- -1;
- 0;

94.: Funksiyaning kritik nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$:

- + 0;
- -1 va 2;
- -1 va 1;
- mavjud emas;

95. $y = \frac{x^2}{2 - 2x}$ ∴ Funksiyaning kritik nuqtasini aniqlash:

- + 0 va 2;
- 0;
- 2;
- mavjud emas;

96.: Funksiyaning kritik nuqtasini aniqlang $y = \frac{2x}{1 + x^2}$:

- + -1 va 1;
- -1 va 2;
- 2;
- mavjud emas;

97. Funksiyaning o`rta oralig`ini aniqlang $y = \frac{x^3}{6} - x^2$:

- + $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$;
- $(-\infty; 4)$;
- $(0; 4)$;

$$-(-\infty; +\infty);$$

98. Funksiyaning o'sish oralig'ini aniqlang $y = \frac{x^2}{x-2}$:

$$+(-\infty; 0) \cup (4; +\infty);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

$$-(-0; 4);$$

$$-(-\infty; 2);$$

99. Funksiyaning kamayish oralig'ini aniqlang $y = \frac{x}{x^2+9}$:

$$+(-\infty; -3) \cup (3; +\infty);$$

$$-(-3; 3);$$

$$-(-\infty; 0);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

100. Funksiyaning kamayish oralig'ini aniqlang $y = \frac{x}{x^2+1}$:

$$+(-\infty; -1) \cup (1; +\infty);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

$$-(-1; 1);$$

$$-(-\infty; 0) \cup (1; +\infty);$$

101. Funksiyaning o'sish oralig'ini aniqlang $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$:

$$+(-\infty; -1) \cup (3; +\infty);$$

$$-(-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; +\infty);$$

$$-(-1; 3);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

102. $z = x^2 + 2xy - y^3$ funksiyaning x argumenti bo'yicha xususiylasini toping:

$$+z'_x = 2x + 2y;$$

$$-z'_x = 2x + 3y^2;$$

$$-z'_x = 4x + 2y - 3y^2;$$

$$-z'_x = 2x - 3y^2;$$

103. $z = x^2 + 2xy - y^3$ funksiyaning y argumenti bo'yicha xususiylasini toping:

$$+z'_y = 2x - 3y^2;$$

$$-z'_y = 4x + 2y - 3y^2;$$

$$-z'_y = 2x + 3y^2;$$

$$-z'_y = 2x + 2y;$$

104. $z = \ln(2x - y)$ funksiyaning x argumenti bo'yicha xususiy hosilasini toping:

$$+z'_x = \frac{2}{2x - y};$$

$$-z'_x = -\frac{1}{2x - y};$$

$$-z'_x = \frac{2x - 1}{2x - y};$$

$$-z'_x = \frac{1}{2x - y};$$

105. $z = \ln(2x - y)$ funksiyaning y argumenti bo'yicha xususiy hosilasini toping:

$$+z'_y = -\frac{1}{2x - y};$$

$$-z'_y = \frac{2}{2x - y};$$

$$-z'_y = \frac{2x - 1}{2x - y};$$

$$-z'_y = \frac{1}{2x - y};$$

106. $z = e^{3xy}$ funksiyaning x argumenti bo'yicha xususiy hosilasini toping:

$$+z'_x = 3y \cdot e^{3xy};$$

$$-z'_x = xy \cdot e^{3xy};$$

$$-z'_x = 3x \cdot e^{3xy};$$

$$-z'_x = 3 \cdot e^{3xy};$$

107. $z = e^{3xy}$ funksiyaning y argumenti bo'yicha xususiy hosilasini toping:

$$+z'_y = 3x \cdot e^{3xy};$$

$$-z'_y = xy \cdot e^{3xy};$$

$$-z'_y = 3 \cdot e^{3xy};$$

$$-z'_y = 3y \cdot e^{3xy};$$

108. Integralni hisoblang $\int \sqrt{x} dx = :$

$$+ \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + C;$$

$$- \frac{2}{3} \sqrt{x} + C;$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{x}} + C;$$

$$- \frac{2}{\sqrt{x}} + C;$$

109. Integralni hisoblang $\int \frac{2}{x^2} dx = :$

$$+ - \frac{2}{x} + C;$$

$$- - \frac{2}{3x^3} + C;$$

$$- - \frac{1}{2x} + C;$$

$$- \frac{2}{x} + C;$$

110. Integralni hisoblang $\int \frac{1}{2x+3} dx = :$

$$+ \frac{1}{2} \ln(2x+3) + C;$$

$$- 2 \ln(2x+3) + C;$$

$$- - \frac{1}{(2x+3)^2} + C;$$

$$- \frac{1}{2} (2x+3) + C;$$

111. Integralni hisoblang $\int 2^{3x} dx = :$

$$+ \frac{2^{3x}}{3 \ln 2} + C;$$

$$- 3 \cdot 2^{3x} \ln 2 + C;$$

$$- 2^{3x} \ln 2 + C;$$

$$-\frac{2^{3x}}{\ln 3} + C;$$

112. Integralni hisoblang $\int e^{4x+1} dx = :$

$$+\frac{1}{4}e^{4x+1} + C;$$

$$-4e^{4x+1} + C;$$

$$-\frac{e^{4x+2}}{4x+2} + C;$$

$$-e^{4x+1} + C;$$

113. Integralni hisoblang $\int \frac{1}{\cos^2 3x} dx = :$

$$+\frac{1}{3}\operatorname{tg} 3x + C;$$

$$-\arcsin 3x + C;$$

$$-\frac{1}{3}\operatorname{ctg} 3x + C;$$

$$--\frac{1}{3}\operatorname{tg} 3x + C;$$

114. Integralni hisoblang $\int \frac{1}{\sin^2 5x} dx = :$

$$+-\frac{1}{5}\operatorname{ctg} 5x + C;$$

$$--5\operatorname{ctg} 5x + C ;$$

$$-\arcsin 5x + C ;$$

$$-\frac{1}{5}\operatorname{tg} 5x + C ;$$

115. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ qanaqa formula :

+ Nyuton-Lyebnis

- Koshi;

- Nyuton;

- Dalamber;

116. Egri chiziqli trapetsiyaning yuzasi geometrik ma'nosini anglatadi:

+ Aniq integralning

- Differensialning

- Funksiya orttirmasing

- xususiy hosilaning

117. Nyuton-Lyebnis formulasi to`gri keltirilgan javobni aniqlang:

$$+ \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a);$$

$$- \int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b);$$

$$- \int u dv = uv - \int v du;$$

$$- \int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b);$$

118. $\int_a^b f(x)dx$: formulaning geometrik ma'nosi:

+ Egri chiziqli trapetsiyaning yuzasi

- nuqta

- to`gri chiziq

- aylana

119. $\int_a^a f(x)dx =$: integralning xossasini aniqlang:

+ 0;

- $f(a)$;

- $f(x)dx$;

- dx ;

120. Integralni hisoblang $\int_0^2 x^3 dx =$:

+ 4;

- 1;

- $\frac{1}{4}$;

- 0;

121. Integralni hisoblang $\int_0^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx =$:

+ 2;

- 4;

- 1;

- 0;

122. Integralni hisoblang $\int_1^e \frac{1}{x} dx =$:

$$+ 1;$$

$$- e;$$

$$-\frac{e^2}{2};$$

$$- 0;$$

123. Integralni hisoblang $\int_0^1 a^x dx = :$

$$+ \frac{a}{\ln a};$$

$$- a - 1;$$

$$-\frac{a-1}{\ln a};$$

$$- a;$$

124. Integralni hisoblang $\int_0^{\pi} \cos x dx = :$

$$+ 0;$$

$$- -2;$$

$$- \pi;$$

$$- 1;$$

125. Integralni hisoblang $\int_0^{\pi} \sin x dx = :$

$$+ 2;$$

$$- 1;$$

$$- \pi;$$

$$- -2;$$

126. Integralni hisoblang $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos^2 x} dx = :$

$$+ \infty;$$

$$- \pi;$$

$$- 1;$$

$$- 0;$$

127. Integralni hisoblang $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = :$

$$+ \frac{1}{2};$$

$$- 1;$$

$$- 2;$$

$$- -\frac{1}{2};$$

128. $y = x^2 - 2x + 3$, $x = 3$, $x = 0$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza quyidagiga teng:

$$+ 9 \text{ kv.birlik}$$

- 3 kv.birlik
- 27 kv.birlik
- 15 kv.birlik

129. $y = -x^2 + 6x$, $y = 2x + 3$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza quyidagiga teng:

- $+\frac{4}{3}$ kv.birlik
- 3 kv.birlik
- 1 kv.birlik
- $-\frac{5}{3}$ kv.birlik

130. $y = x^2 - 6x + 8$, $y = -x + 2$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza quyidagiga teng:

- $+\frac{1}{6}$ kv.birlik
- 3 kv.birlik
- $-\frac{4}{5}$ kv.birlik
- 1 kv.birlik

131. $y = -x^2 + 2x$, $y = -x$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza quyidagiga teng:

- $+\frac{9}{2}$ kv.birlik
- $-\frac{7}{2}$ kv.birlik
- 4 kv.birlik
- $-\frac{7}{3}$ kv.birlik

132. OX o`qi atrofida aylanishidan hosil bo`lgan va $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 0$, $y = 0$, chiziqlar bilan chegaralangan figuraning hajmini aniqlang:

- $+\frac{28}{15}\pi$ kub.birlik
- $-\frac{6}{5}\pi$ kub.birlik
- $-1,5\pi$ kub.birlik
- -2π kub.birlik

133. OX o`qi atrofida aylanishidan hosil bo`lgan va $y = x^2 + 2$, $y = 2x + 2$, chiziqlar bilan chegaralangan figuraning hajmini aniqlang:

- $+\frac{48}{5}\pi$ kub.birlik
- $-\frac{46}{5}\pi$ kub.birlik
- $-9,5\pi$ kub.birlik

$$-\frac{128}{5}\pi \text{ kub.birlik}$$

134. OX o`qi atrofida aylanishidan hosil bo`lgan va $y^2 = 4x$, $y = 0$, $x = 4$, chiziqlar bilan chegaralangan figuraning hajmini aniqlang:

$$+ 32\pi \text{ kub.birlik}$$

$$- 16\pi \text{ kub.birlik}$$

$$- 31,5\pi \text{ kub.birlik}$$

$$- 4\pi \text{ kub.birlik}$$

135.1 jinsli,1-tartibli diferensiyal tenglamani ko`rsating.

+ to`g`ri javob yo`q.

$$- y' = f(y)$$

$$- y'' + py' + qy = 0$$

$$- y' = e^{xy}$$

136. Chiziqli 2 tartibli o`zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari  $k_1 = k_2$  bo`lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = (c_1 + c_2 x)e^{kx}$$

$$- y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

$$- y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$$

- to`g`ri javob yo`q

137. 1 jinsli,1-tartibli diferensiyal tenglamani ko`rsating.

+to`g`ri javob yo`q.

$$- F(x, y^2, y') = 0$$

$$- y'' + py' + qy = 0$$

$$- y' = e^{xy}$$

138. 1 jinsli,1-tartibli diferensiyal tenglamani ko`rsating.

+to`g`ri javob yo`q.

$$- M_1(x) \cdot M_2(y)dx + N_1(x) \cdot N_2(y)dy = 0$$

$$- y'' + py' + qy = 0$$

$$- y' = e^{xy}$$

139. 1 jinsli diferensiyal tenglamada qanday o`zgaruvchini almashtiriladi.

$$+ y = xu$$

$$- y'' = p$$

$$- y'' = p'$$

$$- z = xy$$

140. 1 jinsli diferensiyal tenglamada qanday o`zgaruvchini almashtiriladi.

$$+ y = xu$$

- $y'' = p$
- $y = e^{kx}$
- $z = xy$

141. 1 jinsli diferensiyal tenglamada qanday o'zgaruvchini almashtiriladi.

- + $y = xu$
- to'g'ri javob yo'q
- $z = xy$
- $y^2 = p'$

142. 1 jinsli diferensiyal tenglamada qanday o'zgaruvchini almashtiriladi.

- + $y = xu$
- $y' = f(x)$
- $y'' = p'$
- $z = xy$

143. O'zgaras koefesenti 2 tartibli, chiziqli deferensiyal tenglamani ko'rsating..

- + $y = xu$
- $y = uv$
- $y = e^{kx}$
- $y'' = p$

144. O'zgaras koefesenti 2 tartibli, chiziqli deferensiyal tenglamani ko'rsating..

- + $y = xu$
- $y'' = p^2$
- $y'' = p$
- $y = e^{kx}$

145. O'zgaras koefesenti 2 tartibli, chiziqli deferensiyal tenglamani ko'rsating..

- + $y'' = p$
- $y = uv$
- $y = e^{kx}$
- $y' = f(x)$

146. O'zgaras koefesenti 2 tartibli, chiziqli deferensiyal tenglamani ko'rsating..

- + $y'' = t$
- $y = uv$
- $y = xu$
- $y = e^{kx}$

147. O'zgaras koefesenti 2 tartibli, chiziqli deferensiyal tenglamani ko'rsating..

- + $y'' = p$

- $y = uv$
- $y = xu$
- to'g'ri javob yo'q

148. 1-tartibli chiziqli deferensiyal tenglamanini ko'rsating.

- + $y' + m(x)y + g(x) = 0$
- $y'' + py' + qy = 0$
- $M_1(x) \cdot M_2(y)dx + N_1(x) \cdot N_2(y)dy = 0$
- $y' = e^{xy}$

149.1-tartibli chiziqli deferensiyal tenglamanini ko'rsating.

- + $y' + m(x)y + g(x) = 0$
- $M_1(x) \cdot M_2(y)dx + N_1(x) \cdot N_2(y)dy = 0$
- $y'' + py' + qy = 0$
- $y' = e^{xy}$

150. 1-tartibli chiziqli deferensiyal tenglamanini ko'rsating.

- + $y' + k(x)y + p(x) = 0$
- $F(x, y, y', y'') = 0$
- $y'' + py' + qy = 0$
- $y'' = f(x)$

151. 1-tartibli chiziqli deferensiyal tenglamanini ko'rsating.

- + $y' + k(x)y + p(x) = 0$
- $y'' = P(x, y)$
- $y'' = f(x)$
- $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right) + c$

152.1-tartibli chiziqli deferensiyal tenglamanini ko'rsating.

- + $y' + k(x)y + p(x) = 0$
- $y' = N(x)M(y)$
- $y' = f(y)$
- $y' = e^{xy} + 5$

153. 1-tartibli chiziqli deferensiyal tenglamanini ko'rsating.

- + $y' + k(x)y + p(x) = 0$
- $dy/dx = \varphi(y/x)$
- $y'' = P(x, y)$
- $y' = e^{xy}$

154. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = e^{kx}$
- $y'' = p$
- $y' = f(x)$

155. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = xu$
- $y' = f(x)$
- $y'' = p$

156. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = xu$
- $y'' = p'$
- $y' = f(x)$

157. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = ce^{(k_1+k_2)x}$
- $y = xu$
- $y = ce^{k_1x} \cdot e^{k_2x}$

158. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + to'g'ri javob yo'q
- $y = uv(k+1)$
- $y = (c_1 + c_2x)e^{kx}$
- $y = e^{kx}$

159. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = (k_1 + k_2x)e^{cx}$
- $y' = f(x)$
- $y'' = p'$

160. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = uv(k+1)$
- $y = (k_1 + k_2x)e^{cx}$
- to'g'ri javob yo'q

161. Chiziqli deferensiyal tenglamani echimi qanday qidiriladi.

- + $y = uv$
- $y = e^{kx}$
- $y'' = p + 8$
- $y' = f(x)$

162. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 \neq k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

- + $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$
- $y = uv(k+1)$
- to'g'ri javob yo'q
- $y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$

163. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 \neq k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

- + $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$
- $y = uv(k+1)$
- to'g'ri javob yo'q
- $y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$

164. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 \neq k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

- + $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$
- $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$
- $y = c e^{k_1 x} \cdot e^{k_2 x}$
- to'g'ri javob yo'q

165. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 \neq k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

- + $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$
- to'g'ri javob yo'q
- $y = c e^{k_1 x} + e^{k_2 x}$
- $y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$

166. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 \neq k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

- + $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$
- $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$
- $y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$
- to'g'ri javob yo'q

167. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 \neq k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

$$- y = e^{k x}$$

$$- y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$$

- to'g'ri javob yo'q

168. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$$

$$- y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

$$- y = e^{k x}$$

- to'g'ri javob yo'q

169. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$$

$$- y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

$$- y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$$

- to'g'ri javob yo'q

170. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$$

- to'g'ri javob yo'q

$$- y = c e^{k_1 x} + e^{k_2 x}$$

$$- y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

171. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

$$- y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$$

$$- y = c e^{k_1 x} \cdot e^{k_2 x}$$

- to'g'ri javob yo'q

172. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

$$+ y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$$

$$- y = c e^{k_1 x} \cdot e^{k_2 x}$$

$$- y = (c_1 + c_2 x) e^{kx}$$

- to'g'ri javob yo'q

173. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ to'g'ri javob yo'q

- $y = uv$

- $y = ce^{k_1 x} \cdot e^{k_2 x}$

- $y = (k_1 + k_2 x)e^{cx}$

174. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyal tenglamaning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_1 = k_2$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ $y = (c_1 + c_2 x)e^{kx}$

- $y = uv$

- $y = (k_1 + k_2 x)e^{cx}$

- to'g'ri javob yo'q

175. Parabolaning kanonik tenglamasi:

+ $y^2 = 2px$

- $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

- $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$

176. Giperbolaning kanonik tenglamasi:

+ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

- $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- $y^2 = 2px$

- $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$

177. Ellipsning fokuslar orasidagi masofasi:

+ $a > b$ bo'lganda $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

- $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

- $a > b$ bo'lganda, $c = a^2 - b^2$

- $a < b$ bo'lganda, $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

178. Chiziqli 2 tartibli o'zgaras koefesentli diferensiyalning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_{1,2} = \alpha + i\beta$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ $y = e^{\alpha x}(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

- $y = uv$

- $y = (k_1 + k_2 x)e^{cx}$

- to'g'ri javob yo'q

179. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ va $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ vektorlar orasidagi burchakni aniqlang:

+ 45^0 ;

- 30^0 ;

- 0^0 ;

- 90^0 ;

180. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensialning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_{1,2} = \alpha + i\beta$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

- $y = (c_1 \beta + c_2 x) e^{\alpha x}$

- $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$

- to'g'ri javob yo'q

181. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensialning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_{1,2} = \alpha + i\beta$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ to'g'ri javob yo'q

- $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$

- $y = e^{k x}$

- $y = (c_1 \beta + c_2 x) e^{\alpha x}$

182. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensialning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

- $y = c_1 e^{\beta x} + c_2 e^{\alpha x}$

- $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$

- to'g'ri javob yo'q

183. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensialning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

- $y = c e^{k_1 x}$

- $y = c_1 e^{\beta x} + c_2 e^{\alpha x}$

- to'g'ri javob yo'q

184. Chiziqli 2 tartibli o'zgarmas koefesentli diferensialning xarakteristik tenglamasi ildizlari $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ bo'lsa yechim qanday yozildi

+ $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

- $y = \beta e^{\alpha x}$

- $y = c_1 e^{\beta x} + c_2 e^{\alpha x}$

- to'g'ri javob yo'q

185. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.

$$f(x_0); \quad f(x) = (2x^3 + 4)/2 \quad x_0 = 2$$

+ 10

- 6

- 4

- 2

186. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping. $f(x_0)$.

$$f(x) = \sin x - 5 \quad x_0 = 0$$

+ -5

- 0

- 5

- 2

187. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.

$$f(x_0); \quad f(x) = (2x^2 + 1)/3 \quad x_0 = 1$$

+ 1

- 0

- 4

- $\frac{2}{3}$

188. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.

$$f(x_0); \quad f(x) = 2^{x+1} - x^2 \quad x_0 = 0$$

+ 2

- 1

- 4

- ∞

189. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping. $f(x_0)$.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} \quad x_0 = 4$$

+ 2

- 5

- 7

- 1

190. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.

$$f(x); \quad f(x) = 3x^2 - 6x + 1 \quad x_0 = 4$$

+ 25

- 20

- -25

- -24

191. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = \sqrt{5-x} - (x+1) \quad x_0 = 1$

+ 0

- 4

- 3

- 5

192. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = \sqrt{x-1} + x^2 \quad x_0 = 10$

+103

- 301

- 30

- 31

193. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping. $f(x_0);$ $f(x) = 3x^2 + 6$
 $x_0 = -1$

+ 9

- -1

- 2

- 4

194. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = \frac{3x+6}{x^3} \quad x_0 = 2$

+ $\frac{3}{2}$

- $\frac{2}{3}$

- 2

- 6

195. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping. $f(x_0).$
 $f(x_0); f(x) = \sin 2x + \sqrt{x+1} \quad x_0 = 0$

+ 1

- 2

- 4

- 5

196. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $F(x_0); f(x) = x^2 - 6x + 5 \quad x_0 = 1$

+ 0

- 3
- -3
- 4

197. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = 3x^7 - 6x + 5 \quad x_0 = 1$

- + 2
- 4
- -2
- 6

198. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = \frac{7x^2 - 1}{3} \quad x_0 = 2$

- + 9
- 6
- 1
- $\frac{7}{3}$

199. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = \frac{3x^2 - 4}{2} \quad x_0 = 1$

- + $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{4}$
- 2

200. Funksiyaning berilgan nuqtadagi qiymatini toping.
 $f(x_0); f(x) = x^2 - 8x + 1 \quad x_0 = 2$

- + -11
- 16
- 4
- 1

201. $A(0; 3)$ va $B(-4; 3)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani $AM:MB=3$. nisbatda bo'luvchi $M(x; y)$ nuqtani aniqlang:

- + $(-3; 3)$;
- $(3; -3)$;
- $(3; 3)$;
- $(-2; 3)$;

202. $A(0; -1)$ va $B(2; 2)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani $AM:MB=1:2$. nisbatda bo'luvchi $M(x; y)$ nuqtani aniqlang:

$$+\left(\frac{2}{3}; 0\right);$$

$$-(0; -1);$$

$$-\left(0; \frac{2}{3}\right);$$

$$-\left(-\frac{2}{3}; 0\right);$$

$$203. \text{ 3-tartibli determinantni hisoblang } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = :$$

$$+ -8;$$

$$- -3;$$

$$- 0;$$

$$- 8;$$

$$204. \text{ 3-tartibli determinantni hisoblang } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = :$$

$$+12;$$

$$-6;$$

$$-36;$$

$$-42;$$

$$205. \text{ 3-tartibli determinantni hisoblang: } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix} = :$$

$$+ 29;$$

$$- 22;$$

$$- -31;$$

$$- 31;$$

$$206.. \text{ 3-tartibli determinantni hisoblang } \Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 9 & 2 & -5 \end{vmatrix} = :$$

$$+ 30;$$

$$- 15;$$

$$- -30;$$

$$- 0;$$

$$207. \text{ 3-tartibli determinantni hisoblang } \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -10 \\ 0 & 7 & 10 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = :$$

$$+70;$$

-80;
 - 50;
 - -70;

208. Chiziqli tenglamalar sistemasidan asosiy determinant Δ ni aniqlang :

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = 8 \\ x + y + 2z = 11 \\ 4x + y + 4z = 22 \end{cases}$$

+ $\Delta = 6$;
 - $\Delta = -8$;
 - $\Delta = 4$;
 - $\Delta = 1$;

209. Chiziqli tenglamalar sistemasida Δy ni aniqlang $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 3 : \\ -x + y + z = 7 \end{cases}$

+ $\Delta y = -6$;
 - $\Delta y = 0$;
 - $\Delta y = 20$;
 - $\Delta y = -9$;

210. Chiziqli tenglamalar sistemasidan Δx ni aniqlang $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 1 : \\ -x + 6y + z = 5 \end{cases}$

+ $\Delta x = -42$;
 - $\Delta x = 42$;
 - $\Delta x = 1$;
 - $\Delta x = -1$;

211. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$: matrisada a_{12} elementning algebraik toldiruvchisini

aniqlang:

+ $A_{12} = 8$;
 - $A_{12} = -34$;
 - $A_{12} = 34$;
 - $A_{12} = -8$;

212. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$: matrisada a_{32} elementning algebraik toldiruvchisini

aniqlang:

+ $A_{32} = 20$;

$$-A_{32} = -20;$$

$$-A_{32} = 17;$$

$$-A_{32} = -17;$$

213. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$: matrisada a_{23} elementning algebraik toldiruvchisini

aniqlang:

$$+A_{23} = -28;$$

$$-A_{23} = 0;$$

$$-A_{23} = 8;$$

$$-A_{23} = -8;$$

214.: $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$: Matrisalar ko'paytmasini toping:

$$+ \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix};$$

$$- \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 10 & 4 \end{pmatrix};$$

- ko'paytirishni bajarib bo'lmaydi;

$$-(4 \ 12);$$

215. Agar $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ va $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ bo'lsa, $A \cdot B =$: ko'paytmani toping:

$$+ \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix};$$

$$-(10 \ 11);$$

$$- \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix};$$

- ko'paytirishni bajarib bo'lmaydi;

216. Agar $A(2; -3; 2)$ va $B(5; 3; 0)$: bo'lsa vektorning $\overrightarrow{AB}$ uzunligini toping:

$$+ 7;$$

$$- 4;$$

$$-\sqrt{13};$$

$$- 8;$$

217. Agar $\vec{a} = (6, 2, 1)$ va $\vec{b} = (0, -1, 2)$: berilgan bo'lsa vektorning $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ uzunligini aniqlang:

+ 13;

- 7;

- 50;

- 14;

218. Agar $\vec{a} = \left(3, 21, \frac{3}{2}\right)$ va $\vec{b} = \left(0, 4, \frac{1}{6}\right)$ berilgan bo'lsa, $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} - 3\vec{b}$

vektorning koordinatasini toping:

+ (1, -5, 0);

-(0, -5, 1);

-(-1, 5, 0);

- $\left(-1, 5, \frac{1}{2}\right)$;

219. $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$, $C(0; 2; -1)$ $D(-2; 3; 0)$ nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$
Vektorning skalyar ko'paytmasini toping:

+ 6;

-0;

-2;

-7;

220. $A(3; 3; -2)$, $B(0; -2; -4)$, $C(0; 3; 0)$ $D(0; 2; 4)$ nuqtalar berilgan.

Vektorning skalyar ko'paytmasini toping: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$:

+ -3;

-0;

-2;

-7;

221. $\vec{a}(1; 1; 2)$ va $\vec{b}(1; -1; 4)$ vektorlar berilgan. $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ va $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$
vektorlarning skalyar ko'paytmasini toping:

+ -12;

- 12;

- 8;

- 2;

222. $\vec{a}(0; -3; 2)$ va $\vec{b}(-1; 1; 0)$ vektorlar berilgan. $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ va $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.
vektorlarning skalyar ko'paytmasini toping:

+ 11;

-. 0;

- -3;

- 12;

223. uchta nuqta berilgan $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$ va $C(0; 2; -1)$. Agar $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. bo'lsa $D(x; y; z)$ nuqtani aniqlang:

$+(-2; 3; 0);$

$-(2; -3; 0);$

$-(0; 2; 3);$

$-(-2; -3; 0);$

224. uchta nuqta berilgan $A(3; 3; -2)$, $B(0; -3; 4)$ va $C(0; -3; 0)$. Agar $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ bo'lsa $D(x; y; z)$ ni aniqlang:

$+(-3; -9; 6);$

$-(3; -9; 6);$

$-(-3; -3; 2);$

$-(0; 2; 3);$

225. n ning qanday qiymatida $\vec{a} = (2, -1, 3)$ va $\vec{b} = (1, 3, n)$ vektorlar perpendikulyar bo'ladi : $+\frac{1}{3};$

$--3;$

$--\frac{1}{3};$

$--4;$

226. m va n ning qanday qiymatida $\vec{a} = (2, m, 3)$ va $\vec{b} = (6, 3, n)$ parallel bo'ladi :

$+m=1, \quad n=9;$

$-m=9, \quad n=1;$

$-m=3, \quad n=9;$

$-m=1, \quad n=1;$

227. m va n ning qanday qiymatida $\vec{a} = (m, 1, -1)$ va $\vec{b} = (6, 3, n)$ parallel bo'ladi :

$+m=2, \quad n=-3;$

$-m=2, \quad n=3;$

$-m=2, \quad n=1;$

$-m=1, \quad n=-3;$

228. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

$+(-\infty; -2] [2; \infty)$

$-(\infty; \infty)$

- (1; 3)
- (2; 6)

229. Funksiyaning kamayish oralig'ini toping. $f(x) = x^2 + x + 1$

- + $(-\infty; -\frac{1}{2})$
- $(0, \infty)$
- $(1, \infty)$
- $(1, \infty)$

230. Funksiyaning kamayish oralig'ini toping. $f(x) = x^2 - 6x + 3$

- + $(-\infty, 3)$
- $(3, \infty)$
- $(-\infty, \infty)$
- $(0, \infty)$

231. Funksiyaning o'sish oralig'ini toping. $f(x) = x^2 - 5x + 6$

- + $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$
- $\left(-\frac{5}{2}, \infty\right)$
- $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$
- $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right)$

232. Funksiyaning o'sish oralig'ini toping. $f(x) = x^2 + x - 1$

- + $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
- $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$
- $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

233. Funksiyaning max. toping. $f(x) = 4x - x^2$

- + $\max f(2) = 4$
- $\min f(0) = 0$
- $\min(1) = \frac{11}{3}$

$$- \min f(-2) = -\frac{16}{3}$$

234. Funksiyaning min. toping. $f(x) = 4x - 2x^2$

+ min ga ega emas

$$- \min f(-2) = -12$$

$$- \min f(2) = 8$$

$$- \min f(2) = \frac{16}{3}$$

235. Funksiyaning o'sish oralig'ini toping. $f(x) = 2x - x^2$

$$+ (-\infty, 1)$$

$$- (2, \infty)$$

$$- (-3, 3)$$

$$- (-\infty, 3)$$

236. Funksiyaning kamayish oralig'ini toping. $f(x) = -x + x^2$

$$+ \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$$

$$- \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$$

$$- (-\infty, \infty)$$

$$- (1, \infty)$$

237. Funksiyaning max. toping. $f(x) = 4x + x^2$

$$+ \max f(-2) = -4$$

$$- \max f(2) = \frac{20}{3}$$

$$- \max f(0) = 0$$

$$- \max f(1) = \frac{4}{3}$$

238. Funksiyaning min. toping. $f(x) = 2x^2 - 4x$

$$+ \min f(1) = -2$$

$$- \min f(0) = 0$$

$$- \max f(2) = 0$$

$$- \min f(-1) = 6$$

239. Funksiyaning kamayish oralig'ini toping. $f(x) = 2x^2 + 4x + 5$

$$+ (-\infty, -1)$$

$$- (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$$

$$- (3, \infty)$$

- (1, 3)

240. Funksiyaning max toping. $f(x) = 2x - x^2$

+ $\max f(1) = 1$

- $\max f(0) = 0$

- $\max f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

- $\max f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$

241. Funksiyaning kamayish oralig'ini toping. $f(x) = x + x^2$

+ $(-\infty, 0.5)$

- $(1, \infty)$

- $(0, \infty)$

- (e, ∞)

242. Funksiyaning min.toping. $f(x) = x^2 + 4x + 5$

+ $\min f(-2) = 1$

- $\min f(0) = 5$

- $\max f(2) = 10$

- $\min f(-1) = 2$

243. Funksiyaning kamayish oralig'ini toping. $f(x) = x^2 - x$

+ $(-\infty, 0.5)$

- $(-\infty, -1)$

- $(-1, \infty)$

- $(1, \infty)$

244. Funksiyaning o'sish oralig'ini toping. $f(x) = 3x - 3x^2$

+ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

- $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

- $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

- $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

245. Funksiyaning max. toping. $f(x) = 2x - x^2$

+ $\max f(1) = 1$

- $\max f(-1) = 1$

- $\max f(2) = 0$

- $\max f(3) = 1$

246. Funksiyaning min. toping. $f(x) = x^2 + 2x - 3$

+ $\min f(-1) = -4$

- $\max f(1) = 0$

- $\min f(0) = -3$

- $\min f(12) = 5$

247. Funksiyaning min. toping. $f(x) = x^2 + 4x - 3$

+ $\min f(-2) = -7$

- $\min f(1) = -8$

- $\min f(0) = -5$

- $\min f(2) = 9$

248. Funksiyaning max. toping. $f(x) = 4 - x^2$

+ $\max f(0) = 4$

- $\max f(1) = 3$

- $\max f(-1) = 3$

- $\max f(2) = 0$

249. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x^3 - 6x$

+ toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

250. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = 2x + x^7$

+ toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

251 Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \sqrt{x^4}$

+ juft

- toq

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

252. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = -6x^2$

+juft

- toq

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

253. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x^2 - 1$

+ juft

- toq

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

254. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = 3x - \operatorname{tg} x$

+ toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

255. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x^3 - 6x$

+toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

256. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

+ juft

- toq

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

257. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = 7x^3 + 6x$

+ toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

258. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

+ toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

259. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \sin 2x$

+ toq

- juft

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

260. Diferensiyal tenglama nima

+ Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya va uning hosilalari qatnashgan tenglamaga differensial tenglama deyiladi.

- noma'lum qatnashgan tenglikka differensial tenglama deyiladi.

- hosila qatnashgan tenglikka differensial tenglama deyiladi.

- noma'lum funksiya qatnashgan tenglikka differensial tenglama deyiladi.

261. Differensial tenglama nima

+ Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya va uning hosilalari qatnashgan tenglamaga differensial tenglama deyiladi.

- noma'lum qatnashgan tenglikka differensial tenglama deyiladi.

- hosila qatnashgan tenglikka differensial tenglama deyiladi.

- Hosilalar qatnashgan ifodalar yig'indisiga differensial tenglama deyiladi.

262. Differensial tenglama nima

+ Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya va uning hosilalari qatnashgan tenglamaga differensial tenglama deyiladi.

- noma'lum funksiya differensiyali qatnashgan tenglamaga deyiladi.

- noma'lum funksiya va uning argumenti qatnashgan tenglamaga

- Hosilalar qatnashgan ifodalar yig'indisiga differensial tenglama deyiladi.

263. Differensial tenglama nima

+ Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya va uning hosilalari qatnashgan tenglamaga differensial tenglama deyiladi.

- noma'lum qatnashgan tenglikka differensial tenglama deyiladi.

- Hosilalar qatnashgan ifodalar yig'indisiga differensial tenglama deyiladi.

- to'g'ri javob yo'q

264. Differensial tenglama nima

+ Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya va uning hosilalari qatnashgan tenglamaga differensial tenglama deyiladi.

- noma'lum funksiya differensiyali qatnashgan tenglamaga deyiladi.

- noma'lum funksiya va uning argumenti qatnashgan tenglamaga

- Hosilalar qatnashgan ifodalar yig'indisiga differensial tenglama deyiladi.

265. Differensial tenglama nima

+ to'g'ri javob yo'q

- noma'lum funksiya differensiyali qatnashgan tenglamaga deyiladi.

- noma'lum funksiya va uning argumenti qatnashgan tenglamaga

- Hosilalar qatnashgan ifodalar yig'indisiga differensial tenglama deyiladi.

266. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

+ Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

- Tenglamani nolga aylantiruvchi $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

- $y = c$ ixtiyoriy differensial tenglamaning yechimi bo'ladi.
- Ixtiyoriy differensial tenglama yechimi o'zgaras bo'ladi.

267. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

+ Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

- Tenglamani ayni birga tenglashtiruvchi yechimga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Tenglamani nolga aylantiruvchi $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- $y = c$ ixtiyoriy differensial tenglamaning yechimi bo'ladi.

268. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

+ Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

- Differensial tenglama ildizi uning yechimi deyiladi.
- Tenglamani nolga aylantiruvchi $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Ixtiyoriy differensial tenglama yechimi o'zgaras bo'ladi.

267. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

+ Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

- Differensial tenglama ildizi uning yechimi deyiladi.
- Tenglamani nolga aylantiruvchi $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Ixtiyoriy differensial tenglama yechimi o'zgaras bo'ladi.

268. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

+ Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi

- Tenglamani ayni birga tenglashtiruvchi yechimga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- $y = f'(x)$ differensial tenglama yechimi bo'ladi.
- Differensial tenglama ildizi uning yechimi deyiladi.

.

269. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

+ Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi

- Differensial tenglama ildizi uning yechimi deyiladi.
- to'g'ri javob yo'q
- Integral ...topilgan yechimga differensial tenglama yechimi deyiladi.

270. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

- + Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Ixtiyoriy differensial tenglama yechimi o'zgaras bo'ladi.
- Tenglamani ayni birga tenglashtiruvchi yechimga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Tenglamani nolga aylantiruvchi $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

271. Differensial tenglama yechimi deb nimaga aytiladi

- + Tenglamani ayniyatga aylantiruvchi ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Differensial tenglama ildizi uning yechimi deyiladi.
- Integral ...topilgan yechimga differensial tenglama yechimi deyiladi.
- Tenglamani nolga aylantiruvchi $y = f(x)$ funksiyaga differensial tenglama yechimi deyiladi.

272. Differensial tenglama tartibi qanday aniqlanadi

- + Tenglamada qatnashgan hosilalarning yuqori tartibiga differensial tenglama tartibi deyiladi.
- O'zgaruvchilar soniga differensial tartibi deyiladi.
- Erkli o'zgaruvchi darajasi differensial tenglama tartibini bildiradi.
- Tenglamada qatnashgan hosilalar soni differensial tartibini aniqlaydi.

273. Differensial tenglama tartibi qanday aniqlanadi

- + Tenglamada qatnashgan hosilalarning yuqori tartibiga differensial tenglama tartibi deyiladi.
- Tenglamada qatnashgan hosilalar soni differensial tartibini aniqlaydi.
- Tenglamada qatnashgan hosilalar tartibini o'rta arifmetigiga differensial tenglama deyiladi.
- to'g'ri javob yo'q

274. Differensial tenglama tartibi qanday aniqlanadi

- + Tenglamada qatnashgan hosilalarning yuqori tartibiga differensial tenglama tartibi deyiladi.
- Erkli o'zgaruvchi darajasi differensial tenglama tartibini bildiradi.
- Tenglamada qatnashgan hosilalar soni differensial tartibini aniqlaydi.
- Tenglamada qatnashgan hosilalar tartibini o'rta arifmetigiga differensial tenglama deyiladi.

275. Differensial tenglama tartibi qanday aniqlanadi

- + Tenglamada qatnashgan hosilalarning yuqori tartibiga differensial tenglama tartibi deyiladi.
- O'zgaruvchilar soniga differensial tartibi deyiladi.
- Tenglamada qatnashgan hosilalar soni differensial tartibini aniqlaydi
- to'g'ri javob yo'q

276. Diferensial tenglama tartibi qanday aniqlanadi

+ to'g'ri javob yo'q

- Erkli o'zgaruvchi darajasi diferensial tenglama tartibini bildiradi.

- Tenglamada qatnashgan hosilalar soni diferensial tartibini aniqlaydi.

- Tenglamada qatnashgan hosilalar tartibini o'rta arifmetigiga diferensial tenglama deyiladi.

277. Diferensial tenglama tartibi qanday aniqlanadi

+Tenglamada qatnashgan hosilalarning yuqori tartibiga diferensial tenglama tartibi deyiladi.

- O'zgaruvchilar soniga diferensial tartibi deyiladi.

- Erkli o'zgaruvchi darajasi diferensial tenglama tartibini bildiradi

- Tenglamada qatnashgan hosilalar tartibini o'rta arifmetigiga diferensial tenglama deyiladi.

278. $y = e^x$ funksiya $y' = y$ diferensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Ha

- Yo'q

- bilmadim

- 0

279. $y = \frac{\sin 5x}{5} + c$ funksiya $y' = \cos 5x$ diferensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Ha

- Yo'q

- bilmadim

- 0

280. $y = x$ funksiya $y' = \frac{y}{x}$ diferensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Ha

- Yo'q

- bilmadim

-0

281. $y = \operatorname{tg} 3x$ funksiya $y' = \frac{3}{\sin^2 3x}$ diferensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Yo'q

- Ha

- bilmadim

- 0

282. $y = \frac{x^2}{2} + 5x$ funksiya $y' = x^2 + 5$ diferensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Yo'q

- Ha
- bilmadim
- 0

283. $y = 1 + \cos 2x$ funksiya $y' = -2\sin 2x$ differensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

- + Ha
- Yo'q
- bilmadim
- 0

284. $y = \frac{x^3}{3} + 5x + c$ funksiya $y' = x^2 + 5$ differensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

- + Ha
- Yo'q
- bilmadim
- 10

285. $y = \frac{x^2}{2} + 5x + c$ funksiya $y' = x + 5$ differensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

- + Ha
- Yo'q
- bilmadim
- 30

286. $y = x - \frac{\sin 2x}{2} + c$ funksiya $y' = 1 - \cos 2x$ differensial tenglamasi yechimi

bo'ladimi

- + Ha
- Yo'q
- bilmadim
- to'g'ri javob yoq

287. $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$ funksiya $y'' - 5y' + 6y = 0$ differensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

- + Ha
- Yo'q
- bilmadim
- to'g'ri javob yoq

288. $y = c_1 e^{-3x}$ funksiya $y'' + 4y' + 4y = 0$ differensial tenglamasi yechimi bo'ladimi

- + Yo'q
- Ha
- bilmadim
- to'g'ri javob yoq

289. Integral jadvalidan $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = :$

+ $\arcsin x + C$;

-- $ctg x + C$;

- $arcctg x + C$;

- $tg x + C$;

290. $y = x^2 + x$ funksiya $y' = 2x + 1$ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Ha

- Yo'q

- bilmadim

-

291. $y = x^3 + 1$ funksiya $y' = 2x + 1$ differensiyal tenglamasi yechimi bo'ladimi

+ Yo'q

- Ha

- bilmadim

- 10

292. $y' = x^2 + 1$ tenglama yechimini toping

+ $\frac{x^3}{3} + x + c$

- $\frac{x^3}{3} + x - 1$

- $\frac{x^2}{2} + x$

- $2x + c$

293. $y' = \cos 2x$ tenglama yechimini toping

+ $\frac{\sin 2x}{2} + c$

- $2\cos 2x + c$

- $-2\sin 2x + c$

- $\sin 2x + c$

294. $y' = 5x^2 + x + 1$ tenglama yechimini toping

+ $\frac{5}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + x + c$

- $10x + 1 + c$

- $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

- $\frac{x^3}{3} + 1 + c$

295. $y' = 4x + \sin x$ tenglama yechimini toping

+ $2x^2 - \cos x + c$

- $4 + \cos x$

- $4 \cdot \cos x + c$

- $4x - \cos x + c$

296. $y' = \sin x + 5$ tenglama yechimini toping

+ $-\cos x + 5x + c$

- $\cos x + 5x + c$

- $5 \cos x$

- $5 \cos x - 1 + c$

297. $y' = \frac{3}{\cos^2 3x}$ tenglama yechimini toping

+ $\operatorname{tg} 3x + c$

- $\operatorname{ctg} 3x + c$

- $-\operatorname{tg} 3x + c$

- $3 \operatorname{tg} x + c$

298. $y' = x - 6 \cos x$ tenglama yechimini toping

+ $\frac{x^2}{2} - 6 \sin x + c$

- $1 - 6 \sin x + c$

- $\frac{x^2}{2} + 6 \sin x + c$

- $1 + 6 \sin^2 x + c$

299. $y' = 3x^2 + 5x$ tenglama yechimini toping

+ $x^3 + \frac{5x^2}{2} + c$

- $6x + 5$

- $x^3 + 5 + c$

- $x^3 + 5 \frac{x^2}{2} + c$

300. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2$

+ juft

- toq

- juft ham emas toq ham emas

- to'g'ri javob yo'q

301. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \sin x^2$

+ juft

- toq
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

302. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \frac{x}{\cos x}$

- + toq
- juft
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

303. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = 3x^2 + x$

- + juft ham emas toq ham emas
- juft
- toq
- to'g'ri javob yo'q

304. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x \sin x$

- +juft
- toq
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

305. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x^2 + \cos x$

- + juft
- toq
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

306. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x \cos x$

- + toq
- juft
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

307. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = \sin^2 x$

- + juft
- toq
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

308. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x^4 + 2x^2$

- + juft
- toq

- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

309. Funksiyaning juft toqligini tekshiring. $f(x) = x^2 \cos x$

- + juft
- toq
- juft ham emas toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q

310. Aniqmas integralni hisoblang. $\int (x^2 + 2)dx$

- $+\frac{x^3}{3} + 2x + c$
- $-\frac{x^3}{3} - 2x + c$
- $-6(1+2x^3)^4 + c$
- $-(1+2x^3)^5 + c$

311. Aniqmas integralni hisoblang. $\int \cos 5x dx$

- $+\frac{\sin 5x}{5} + c$
- $-\sin 5x + c$
- $-\frac{2}{\cos^2 x} + c$
- $-\frac{4}{\cos^2 x} + c$

312. Aniqmas integralni hisoblang. $\int \sin(x+3)dx$

- $+\cos(x+3) + c$
- $-\cos x + c$
- $-\cos^2 x + c$
- $-\cos(x+3) + c$

313. Aniqmas integralni hisoblang. $\int \sin x dx$

- $+\cos x + c$
- $-\cos^3 x + c$
- $-\sin^3 x + c$
- $-2x \cos^2 x + c$

314. Aniqmas integralni hisoblang. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

- $+\frac{\sin^3 x}{3} + c$
- $-\frac{2\sin^3 x}{3} + c$

$$- \frac{\cos^3 x}{3} + c$$

$$- \frac{\cos x}{3} + c$$

315. Aniqlas integralni hisoblang. $\int (2x^2 + 1)^4 x dx$

$$+ \frac{(2x^2 + 1)^5}{20} + c$$

$$- \frac{(2x^2 + 1)^5}{4} + c$$

$$- \frac{(2x^2 + 1)^4}{4} + c$$

$$- \frac{(2x^2 + 1)^3}{3} + c$$

316. Aniqlas integralni hisoblang. $\int \frac{dx}{x \ln x}$

$$+ \ln |\ln x| + c$$

$$- \ln x + c$$

$$- \ln^2 x + c$$

$$- 2 \ln^3 x + c$$

317. Aniqlas integralni hisoblang. $\int (2x + 5)^5 dx$

$$+ \frac{1}{12} (2x + 5)^6 + c$$

$$- \frac{1}{2} (2x + 5)^6 + c$$

$$- \frac{1}{6} (2x + 5)^6 + c$$

$$- \frac{1}{10} (2x + 5)^5 + c$$

318. Aniqlas integralni hisoblang. $\int x e^{x^2} dx$

$$+ \frac{1}{2} e^{x^2} + c$$

$$- x e^x + c$$

$$- e^{x^2} + c$$

$$- 2 e^{x^2} + c$$

319. Aniqlas integralni hisoblang. $\int \frac{dx}{2x - 1}$

$$+ 0.5 \ln(2x - 1) + c$$

$$- \frac{1}{2} \sqrt{2x - 1} + c$$

$$- \ln(2x - 1) + c$$

$$- 2 - \sqrt{2x - 1} + c$$

320. Aniqlamas integralni hisoblang. $\int \frac{\ln x}{x} dx$

+ $\frac{\ln^2 x}{2} + c$

- $\ln x + c$

- $\ln^2 x + c$

- $x \ln x + c$

321. Aniqlamas integralni hisoblang. $\int (x^2 + 1) dx$

+ $\frac{x^3}{3} + x + c$

- $\arctg x + c$

- $\frac{1}{2} \ln |x^2 + 1| + c$

- $\ln(x^2 + 1) + c$

322. Aniqlamas integralni hisoblang. $\int \tg 2x dx$

+ $-\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + c$

- $\frac{1}{2} \ln |\cos x| + c$

- $\ln |\cos x| + c$

- $-\frac{1}{2} \ln |\cos x| + c$

322. Aniqlamas integralni hisoblang. $\int \tg x dx$

+ $-\ln |\cos x| + c$

- $\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + c$

- $\frac{1}{2} \ln |\cos x| + c$

- $-\frac{1}{2} \ln |\cos x| + c$

323. Aniqlamas integralni hisoblang. $\int \cos(3x - 1) dx$

+ $\frac{\sin(3x - 1)}{3} + c$

- $\sin(3x - 1) + c$

- $3 \sin(3x - 1) + c$

- $-\frac{\sin(3x - 1)}{3} + c$

324. Aniqmas integralni hisoblang. $\int x dx$

$$+ \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + 1} + c$$

$$- 2\sqrt{x^2 + 1} + c$$

$$- \frac{x^2}{2} + c$$

$$- \frac{2}{x} + c$$

325 Aniqmas integralni hisoblang. $\int \sin(4x + 1) dx$

$$+ - \frac{\cos(4x + 1)}{4} + c$$

$$- \frac{\cos 4x}{4} + c$$

$$- 4 \cos(4x + 1) + c$$

$$- \frac{\sin(4x + 1)}{4} + c$$

326. Aniqmas integralni hisoblang. $\int e^{\sin x} \cos x dx$

$$+ e^{\sin x} + c$$

$$- e^{\cos x} + c$$

$$- \frac{e^{\cos x}}{2} + c$$

$$- e^{-\sin x} + c$$

327. Aniqmas integralni hisoblang. $\int \operatorname{tg} 5x dx$

$$+ - \frac{1}{5} \ln |\cos 5x| + c$$

$$- \frac{\operatorname{tg}^2 x}{5} + c$$

$$- \operatorname{tg} x + c$$

$$- \ln |\cos x| + c$$

328. Aniqmas integralni hisoblang. $\int e^{x^4} x^3 dx$

$$+ \frac{1}{4} e^{x^4} + c$$

$$- e^{x^4} + c$$

$$- x^4 e^{x^4} + c$$

$$- x^3 e^{x^3} + c$$

329. Aniqmas integralni hisoblang. $\int \sin(1 - 3x) dx$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\cos(1-3x)}{3} + c \\
& - \frac{\sin(1-3x)}{3} + c \\
& - -\frac{\cos(1-3x)}{3} + c \\
& - (1-3x) + c
\end{aligned}$$

330. Aniq integralni toping. $\int_0^2 4x dx$

$$\begin{aligned}
& + 8 \\
& - \frac{8}{3} \\
& - \frac{16}{3} \\
& - \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

331. Aniq integralni toping. $\int_0^3 e^x dx$

$$\begin{aligned}
& + e^3 - 1 \\
& - 1 \\
& - 0 \\
& - e^3
\end{aligned}$$

332. Aniq integralni toping. $\int_0^1 2x dx$

$$\begin{aligned}
& + 1 \\
& - 0 \\
& - \frac{\sqrt{2}}{2} \\
& - \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

333. Aniq integralni toping. $\int_0^1 (3x^2 + 1) dx$

$$\begin{aligned}
& + 2 \\
& - 4 \\
& - \frac{1}{3} \\
& - \frac{4}{3}
\end{aligned}$$

334. Aniq integralni toping. $\int_0^1 (x+1) dx$

$$+ 1,5$$

- 2
- 1
- $\frac{1}{2}$

335. Aniq integralni toping. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$

+ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 0

- 1

- $\frac{1}{2}$

336. Aniq integralni toping. $\int_0^{\pi} \sin x dx$

+ 2

- 0

- 1

- 5

337. Aniq integralni toping. $\int_0^2 3x^2 dx$

+ 8

- 5

- 4

- $\frac{14}{3}$

338. Aniq integralni toping. $\int_0^1 (e^x + 1) dx$

+ e

- e+2

- e-1

- e-2

339. Aniq integralni toping. $\int_0^3 x^2 dx$

+ 9

- $\frac{8}{3}$

- 2

- $\frac{1}{3}$

340. Aniq integralni toping. $\int_0^2 x^3 dx$

$$\begin{aligned}
 &+ 4 \\
 &- 80 \\
 &- \frac{81}{4} \\
 &- \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

341. Aniq integralni toping. $\int_0^5 3x^2 dx$

$$\begin{aligned}
 &+ 125 \\
 &- \frac{63}{24} \\
 &- 23 \\
 &- \frac{21}{8}
 \end{aligned}$$

342. Aniq integralni toping. $\int_0^3 (x^2 + 5) dx$

$$\begin{aligned}
 &+ 24 \\
 &- 3 \\
 &- \frac{1}{3} \\
 &- \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

343. Aniq integralni toping. $\int_0^2 (2x - 1) dx$

$$\begin{aligned}
 &+ 2 \\
 &- 0 \\
 &- 1 \\
 &- 4
 \end{aligned}$$

344. Aniq integralni toping. $\int_0^1 e^x dx$

$$\begin{aligned}
 &+ e - 1 \\
 &- e \\
 &- 0 \\
 &- 1
 \end{aligned}$$

345. Aniq integralni toping. $\int_0^1 (1 - x) dx$

$$\begin{aligned}
 &+ 0,5 \\
 &- 3 \\
 &- 1 \\
 &- \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

346. Aniq integralni toping. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

+ 1
- 0
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$

347. Aniq integralni toping. $\int_0^4 x^3 dx$

+ 64
- 80
- 20
- 10

348. Aniq integralni toping. $\int_0^3 2^x dx$

+ $\frac{7}{\ln 2}$
- $\frac{1}{\ln 2}$
- $\frac{8}{\ln 2}$
- 8

349. Aniq integralni toping. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x dx$

+ $\ln 2$
- $\ln \sqrt{3}$
- $\frac{1}{2}$
- 1

350. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = x + 1$

+ $\frac{x^2}{2} + x + c$
- $-x + \ln x + c$
- $x^2 + 2x + c$
- $x - \ln x + c$

351. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \left(e^x + \frac{1}{x}\right)$

+ $e^x + \ln x + c$

$$- e^x - \frac{1}{x^2} + c$$

$$- e^x + 1 + c$$

$$- e^x - \ln x + c$$

352. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 2\operatorname{tg} x$

$$+ -2\ln|\cos x| + c$$

$$- \ln|\cos x| + c$$

$$- \frac{\ln|\cos x|}{2} + c$$

$$- 2\ln|\cos x| + c$$

353. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$+ -\frac{1}{x} + c$$

$$- x - \frac{1}{x} + c$$

$$- x^2 - \frac{1}{x} + c$$

$$- \ln x + \frac{1}{x} + c$$

354. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \operatorname{tg} x + 1$

$$+ -\ln|\cos x| + x + c$$

$$- \ln|\cos x| + 1 + c$$

$$- \ln|\cos x| + 2 + c$$

$$- \ln|\cos x| + 1 + c$$

355. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \sin x + 1$

$$+ -\cos x + x + c$$

$$- x - \cos x + c$$

$$- x^2 - \operatorname{ctg} x + c$$

$$- x + \operatorname{ctg} x + c$$

356. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \cos x + 1$

$$+ x + \sin x + c$$

$$- \frac{x^2}{2} - \operatorname{tg} x + c$$

$$- -x - \sin x + c$$

$$- -x + \operatorname{ctg} x + c$$

357. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{3x+1}{x}$

+ $3x + \ln x + c$

- $\frac{x}{3} + e^x + c$

- $\frac{x}{3} + \ln x + c$

- $x + \ln x + c$

358. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

+ $\frac{x^2}{2} + \ln x + c$

- $\frac{2}{\sqrt{x}} + \ln x + c$

- $\frac{1}{2}\sqrt{x} + \ln x + c$

- $2\sqrt{x} + \ln x + c$

359. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = (\sin x + 2x)$

+ $-\cos x + x^2 + c$

- $\cos x + x^2 + c$

- $\cos^2 x + c$

- $\cos x - \frac{x^2}{2} + c$

360. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = (e^x + x^2)$

+ $e^x + \frac{x^3}{3} + c$

- $e^x + x^3 + c$

- $e^x + \frac{1}{x^3} + c$

- $-e^x - x^2 + c$

361. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = (x+1)$

+ $\frac{x^2}{2} + x + c$

- $x^2 + \frac{x}{2} + c$

- $x^2 - x + c$

- $-x^2 + x + c$

362. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 6x^2$

+ $2x^3 + c$

- $3x^3 + c$
- $x^3 + c$
- $\frac{x^3}{3} + c$

363. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 2\sin x$

- + $-2\cos x + c$
- $2\sin x + c$
- $2\cos x + c$
- $\frac{\cos x}{2} + c$

364. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = (\sin x + 1)$

- + $-\cos x + x + c$
- $\cos x + c$
- $\sin x + 1 + c$
- $-\sin - 1 + c$

365. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 3\cos x$

- + $-3\sin x + c$
- $3\sin x + c$
- $-3\cos x + c$
- $3\cos x + c$

366. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 3\lg x$

- + $-3\ln|\cos x| + c$
- $\sin^2 x + c$
- $\frac{1}{\sin^2 x} + c$
- $\ln|\cos x| + c$

367. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 5\cos x$

- + $5\sin x + c$
- $-5\sin x + c$
- $-5\cos x + c$
- $3\cos x + c$

368. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

- + $2\sqrt{x} + c$
- $\frac{1}{2}\sqrt{x} + c$
- $\frac{2}{\sqrt{x}} + c$

$$- 2\sqrt{x} + c$$

369. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = 5x - 1$

$$+ \frac{5x^2}{2} - x + c$$

$$- 4x + c$$

$$- 3x^2 - c$$

$$- 2x - c$$

370. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$

$$+ 10\sqrt{x} + c$$

$$- \frac{1}{2}\sqrt{x} + c$$

$$- \frac{5}{\sqrt{x}} + c$$

$$- 2\sqrt{x} + c$$

371. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x-1}}$

$$+ 6\sqrt{x-1} + c$$

$$- \frac{1}{2}\sqrt{x} + c$$

$$- \frac{6}{\sqrt{x-1}} + c$$

$$- 2\sqrt{x-1} + c$$

372. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = (x + e^x)$

$$+ \frac{x^2}{2} + e^x + c$$

$$- x^2 + e^x + c$$

$$- x + e^x + c$$

$$- 2 + e^x + c$$

373. Funksiyaning boshlang'ichini toping. $f(x) = \frac{2}{x}$

$$+ 2\ln x + c$$

$$- 2(\ln x + \sqrt{x}) + c$$

$$- \ln x + 2\sqrt{x} + c$$

$$- \ln x + \frac{1}{2}\sqrt{x} + c$$

374. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = xy^2$

$$+ f'_x = y^2; f'_y = 2xy$$

$$- f'_x = 2xy; f'_y = y^2$$

$$- f'_x = 1; f'_y = y^2$$

$$- f'_x = 2xy; f'_y = 1$$

375. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = 2y - x^2$

$$+ f'_x = -2x; f'_y = 2$$

$$- f'_x = 2; f'_y = 2x$$

$$- f'_x = -x^2; f'_y = 2y$$

$$- f'_x = 2; f'_y = 2$$

376. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = x \sin y$

$$+ f'_x = \sin y; f'_y = x \cos y$$

$$- f'_x = x; f'_y = \sin y$$

$$- f'_x = \sin y; f'_y = x \sin y$$

$$- f'_x = \cos y; f'_y = y$$

377. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = xy$

$$+ f'_x = y; f'_y = x$$

$$- f'_x = y; f'_y = e^{xy}$$

$$- f'_x = y; f'_y = xe^{xy}$$

$$- f'_x = \frac{1}{x}; f'_y = \frac{1}{y}$$

378. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = x \ln y$

$$+ f'_x = \ln y; f'_y = \frac{x}{y}$$

$$- f'_x = xy; f'_y = \frac{y}{x}$$

$$- f'_x = \frac{y}{x}; f'_y = \ln y$$

$$- f'_x = x; f'_y = \ln y$$

379. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = xe^y$

$$+ f'_x = e^y; f'_y = xe^y$$

$$- f'_x = x; f'_y = e^y$$

$$- f'_x = xye^y; f'_y = e^y$$

$$- f'_x = e^y; f'_y = xe^y$$

380. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = \sin(xy)$

- + $f'_x = y \cos xy; f'_y = x \cos xy$
- $f'_x = \sin(xy); f'_y = x \sin xy$
- $f'_x = xy \cos xy; f'_y = x \cos xy$
- $f'_x = -y \cos xy; f'_y = -x \cos xy$

381. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = \ln xy$

- + $f'_x = \frac{1}{x}; f'_y = \frac{1}{y}$
- $f'_x = \frac{1}{xy}; f'_y = \frac{y}{x}$
- $f'_x = \frac{x}{y}; f'_y = \frac{1}{xy}$
- $f'_x = \frac{1}{y}; f'_y = \frac{1}{x}$

382. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = xy^2$

- + $f'_x = y^2; f'_y = 2xy$
- $f'_x = xy^2; f'_y = 2x$
- $f'_x = y^2; f'_y = 0$
- $f'_x = 2xy; f'_y = y^2$

383. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = x^2 + y^2$

- + $f'_x = 2x; f'_y = 2y$
- $f'_x = y^2; f'_y = x^2$
- $f'_x = 0; f'_y = 0$
- $f'_x = 2y; f'_y = 2x$

384. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = ye^x$

- + $f'_x = ye^x; f'_y = e^x$
- $f'_x = y; f'_y = e^x$
- $f'_x = e^x; f'_y = 1$
- $f'_x = yxe^x; f'_y = 1$

385. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = \cos xy$

- + $f'_x = -y \sin xy; f'_y = -x \sin xy$
- $f'_x = -\sin xy; f'_y = x \sin xy$
- $f'_x = \sin xy; f'_y = -x \sin xy$
- $f'_x = y \sin xy; f'_y = x \sin xy$

386. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = x^3 + y^2$

+ $f'_x = 3x^2$; $f'_y = 2y$

- $f'_x = \frac{1}{x^3}$; $f'_y = -\frac{1}{y^2}$

- $f'_x = -\frac{1}{x^2}$; $f'_y = \frac{y}{x^2}$

- $f'_x = \frac{y}{x}$; $f'_y = \frac{y}{x}$

387. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = x + \cos y$

+ $f'_x = \cos y$; $f'_y = -\sin y$

- $f'_x = \sin y$; $f'_y = x$

- $f'_x = \cos y$; $f'_y = -\sin y$

- $f'_x = 1$; $f'_y = -x \sin y$

388. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = e^x + y$

+ $f'_x = e^x$; $f'_y = 1$

- $f'_x = e^x + y$; $f'_y = 1$

- $f'_x = e^x$; $f'_y = y$

- $f'_x = 1 + e^x$; $f'_y = e^x$

389. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = (x + y)$

+ $f'_x = 1$; $f'_y = 1$

- $f'_x = 1$; $f'_y = 2x$

- $f'_x = 2xy^2$; $f'_y = 2x^2y$

- $f'_x = 2xy$; $f'_y = 2xy$

390. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = x^2 - 2xy$

+ $f'_x = 2x - 2y$; $f'_y = -2x$

- $f'_x = 2x$; $f'_y = -2y$

- $f'_x = 2x - 1$; $f'_y = -2x$

- $f'_x = 2x$; $f'_y = 0$

391. Xususiy hosilalarini toping. $f(x, y) = 2xy$

+ $f'_x = 2y$; $f'_y = 2x$

- $f'_x = x$; $f'_y = 1$

- $f'_x = y$; $f'_y = \frac{x}{y}$

$$- f'_x = xy; f'_y = 1$$

392. Xususiyl hosilalarini toping. $f(x, y) = \cos x + \sin y$

$$+ f'_x = -\sin x; f'_y = \cos y$$

$$- f'_x = \sin x; f'_y = -\cos y$$

$$- f'_x = 5 \cos x; f'_y = 2 \sin y$$

$$- f'_x = \frac{y}{x}; f'_y = \frac{x}{y}$$

393. Funktsiyaning hosilasini toping. $f(x) = 3x^2 - 3^x$

$$+ 6x - 3^x \ln 3$$

$$- 3x - \frac{3^x}{\ln 3}$$

$$- 6x - 3^x \ln 6$$

$$- 6x - 3^x$$

394. Funktsiyaning hosilasini toping. $f(x) = \cos x + 2x$

$$+ -\sin x + 2$$

$$- \sin 2x + 3$$

$$- \frac{2x}{x^2 + 2x}$$

$$- \cos x + 2$$

395. Funktsiyaning hosilasini toping. $f(x) = 5 \operatorname{tg} x - 2 \sin x$

$$+ \frac{5}{\cos^2 x} - 2 \cos x$$

$$- \frac{5}{\sin^2 x} - 2 \cos x$$

$$- 5 \operatorname{tg} x$$

$$- 2 \cos x$$

396. Funktsiyaning hosilasini toping. $f(x) = \ln(1 - 3x)$

$$+ -\frac{3}{1 - 3x}$$

$$- \frac{3x}{1 - 3x}$$

$$- \frac{1 - x}{(1 - 3x)^2}$$

$$- \frac{3}{(1 - 3x)^2}$$

397. Funktsiyaning hosilasini toping. $f(x) = 3x^4 - 6x^7$

$$+ 12x^3 - 42x^6$$

- $12x^4 - 42x^6$
- $46x^6 + 25x$
- $6x^7 - \sqrt{x}$

398. Funksiyaning hosilasini toping. $f(x) = \sin(4x - 5)$

- + $4\cos(4x - 5)$
- $\cos(4x - 5)$
- $\cos(4x - 5)$
- $5\sin(4x - 5)$

399. Funksiyaning hosilasini toping. $f(x) = 3x^2 - 6\sin x$

- + $6x - 6\cos x$
- $3x^2 - 6\cos x$
- $6\cos x$
- $3 - 6\sin x$

400. Funksiyaning hosilasini toping. $f(x) = 4x^2 + \ln x$

- + $8x + \frac{1}{x}$
- $8x + \ln x$
- $4x^2 + \frac{1}{x}$
- $4x + \frac{1}{x}$

401. 500 ta ampulaning 10 tasi ishlatishga yaroqsiz bo'lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqsiz bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/50$
- $49/50$
- $25/50$
- 1

402. 500 ta ampulaning 10 tasi ishlatishga yaroqsiz bo'lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqli bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $49/50$
- $1/50$
- $25/50$
- 1

403. 500 ta ampulaning 50 tasi ishlatishga yaroqsiz bo'lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqsiz bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/10$
- $45/50$

- $25/50$

- 1

404 . 500 ta ampulaning 50 tasi ishlatishga yaroqsiz bo`lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqli bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $45/50$

- $1/10$

- $25/50$

- 1

405 . 500 ta ampulaning 25 tasi ishlatishga yaroqsiz bo`lsa, ixtiyoriy 1 ta tanlab olingan ampulaning ishlatishga yaroqsiz bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin..

+ $1/20$

- $19/20$

- $23/20$

- 1

406 .Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, juft raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,5

- 0,2

- 0,3

- 0

407 . Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, toq raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,5

- - 0,5

- 0,3

- 0

408 . Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, to`rt dan kichkina raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,5

- -0,5

- 1,2

- 0

409 Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, uchga bo`linadigan raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- 0,5

+ $1/3$

- 0,3

- $1/4$

410 . Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, to`rtga bo`linadigan raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/6$
- 0,566
- $2/3$
- 0

411 . Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, to`rttdan katta raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/3$
- 0,566
- $1/6$
- $2/3$

412. Tomonlari raqamlangan kubik tashlanganda, ettidan katta raqam tushish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + 0
- 0,566
- $1/6$
- $2/3$

413. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi juft son bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + 0,5
- $1/6$
- $2/3$
- 0

414 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi toq son bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + 0,5
- $1/6$
- $2/3$
- 0

415. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi ikkiga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/36$
- 0,5
- $2/3$
- 0

416. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig`indisi uchga teng bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/18$

- 0,5
- $\frac{2}{3}$
- 0

417. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi to'rtga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{12}$
- 0,5
- $\frac{1}{6}$
- 0

418. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi beshga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$
- 0

419. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi oltiga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{5}{36}$
- 0,5
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

420. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi ettiga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{6}$
- 0,5
- $\frac{2}{3}$
- 0

421 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi sakkizga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{5}{36}$
- 0,5
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

422. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi to'qqizga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$
- 0

423. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi o'nga, ko'paytmasi 25ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{36}$

- $\frac{1}{6}$

- $\frac{2}{3}$

- 0

424. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi o'nga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{12}$

- $\frac{1}{9}$

- $\frac{2}{3}$

- 1

425 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi o'nga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{12}$

- $\frac{1}{9}$

- $\frac{1}{6}$

- $\frac{2}{3}$

426. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi o'n birga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{18}$

- $\frac{1}{6}$

- $\frac{2}{3}$

- 0

427 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi uchga, ko'paytmasi 2ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{18}$

- $\frac{1}{9}$

- $\frac{1}{6}$

- $\frac{2}{3}$

428. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi to'rtga, ko'paytmasi 3ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{18}$

- $\frac{1}{9}$

- $\frac{1}{36}$

- $\frac{2}{3}$

429 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi beshga, ko'paytmasi 6ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{18}$

- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

430. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi sakkizga, ko'paytmasi 16ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{36}$
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{18}$

431 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi to'qqizga, ko'paytmasi 18ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{18}$
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

432 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi to'qqizga, ko'paytmasi 12ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + 0
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

433 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi uchga, ayirmasi 1ga teng bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{36}$
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

434. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi uchga bo'linishi hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{12}{36}$
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{18}$

435 . Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi to'rtga bo'linishi hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $\frac{1}{4}$

- $1/9$

- $2/3$

- $1/18$

436. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi beshga bo'linishi hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $7/36$

- $1/9$

- $2/3$

- $1/18$

437. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar yig'indisi oltiga bo'linishi hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $1/6$

- $1/9$

- $2/3$

- $1/28$

438. Tomonlari raqamlangan ikkita kubik tashlanganda, tushgan raqamlar soni teng bo'linish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $1/6$

- $1/9$

- $1/8$

- $2/3$

439. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 517tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning o'g'il bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,517

- 0,483

- 0,5

-0,43

440. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 517tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin. Среди 1000 новорожденных оказалось 517 мальчиков. Найти относительную частоту рождения девочек.

+ 0,483

- 0,517

- 0,5

-0,43

441. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 480tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning o'g'il bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,48

- 0,517

- 0,5

-0,43

442. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 480tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,52

- 0,517

- 0,483

-0,43

443. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 475tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning o'g'il bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,475

- 0,517

- 0,5

-0,43

444. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 480tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,52

- 0,517

- 0,483

-0,43

445. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 520tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning o'g'il bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,52

- 0,517

- 0,483

-0,43

446. 1000 ta yangi tug'ilgan chaqaloqlarning 520tasi o'g'il bola bo'lsa, ixtiyoriy tanlangan chaqalaqning qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,48

- 0,517

- 0,525

-0,43

447. 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 150tasiga buyum yutug'i va 50tasiga pul yutug' qo'yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo'lsa, unga pul yutug'i chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,005
-0,015
-0,02
-0,15

448 . 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 150tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga buyum yutug`i chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+0,015
- 0,005
-0,02
-0,15

449 . 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 200tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga yutuq yutish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+0,025
- 0,005
-0,015
-0,98

450. 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 150tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga yutuq chiqmaslik hodisasining ehtimolligi topilsin.

+0,98
- 0,005
-0,015
-0,02

451. 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 200tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga pul yutug`ini yutish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,005
-0,015
-0,025
-0,85

452. 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 200tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga buyum yutug`ini yutish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+0,02
- 0,005
-0,025
-0,85

453. 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 200tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga yutuq yutmaslik hodisasining ehtimolligi topilsin.

+0,85

- 0,005

-0,02

-0,025

454. 10000ta pul-buyum lotoreya билетining 200tasiga buyum yutug`i va 50tasiga pul yutug` qo`yildi. Agar bitta билет sotib olingan bo`lsa, unga yutuq yutish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,025

- 0,005

-0,02

-0,85

455. Yashikda 5 oq va 4 qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 5/9

- 4/9

- 5/18

-4/18

456. Yashikda 5 oq va 4 qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 4/9

- 5/9

- 5/18

-4/18

457. Yashikda 6 oq va 9 qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin

+ 2/5

- 6/9

- 5/18

-4/18

458. Yashikda 5ta oq va 9ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 9/14

- 4/9

- 5/18

-4/18

459. Yashikda 3ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin

+ $\frac{3}{10}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{9}$

- $\frac{4}{18}$

460. Yashikda 3ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,7

- 0,3

- $\frac{5}{9}$

- $\frac{5}{18}$

461. Yashikda 2ta oq va 9ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{2}{11}$

- $\frac{5}{9}$

- $\frac{5}{18}$

- $\frac{4}{18}$

462. Yashikda 2 oq va 9 qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{9}{11}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{18}$

- $\frac{4}{18}$

463. Yashikda 5 oq va 4 qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning sariq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{9}$

- $\frac{4}{18}$

464. Yashikda 5ta oq va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning oq yoki qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 1

- 0

- $\frac{5}{9}$

- $\frac{4}{18}$

465. Yashikda 5ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo'lsa uning ko'k shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0

- $4/9$
- $5/18$
- $4/18$

466. Yashikda 5ta ko`k va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning ko`k shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $5/12$
- $4/9$
- $5/18$
- $4/18$

467. Yashikda 3ta ko`k va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning ko`k shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $3/7$
- $4/9$
- $5/9$
- $4/18$

468. Yashikda 5ta qizil va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning qizil shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $5/9$
- $4/9$
- $5/18$
- $4/18$

469. Yashikda 5ta qizil va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning qora shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $4/9$
- $5/9$
- $5/18$
- $4/18$

470. Yashikda 5ta oq va 5ta qora shar bor. Agar yashikdan bitta shar olinayotgan bo`lsa uning oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $1/2$
- $4/9$
- $5/18$
- $4/18$

471. Yashikda 5ta oq va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo`lsa, ikkalasini ham oq shar bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + $5/18$
- $4/9$
- $1/2$

-4/18

472. Yashikda 5ta oq va 4ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{1}{6}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{18}$

-4/18

473. Yashikda 5ta oq va 8ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{5}{39}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{14}{39}$

-4/18

474. Yashikda 5ta oq va 8ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{14}{39}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{39}$

-4/18

475. Yashikda 6ta oq va 8ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{4}{13}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{18}$

-4/18

476. Yashikda 5ta oq va 7ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $\frac{5}{33}$

- $\frac{4}{9}$

- $\frac{5}{18}$

-4/18

477. Yashikda 5ta oq va 3ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+5/14
- 4/9
- 5/18
-4/18

478. Yashikda 5ta oq va 3ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 3/28
- 4/9
- 5/33
-4/18

479. Yashikda 5ta oq va 2ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham oq shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 10/21
- 4/9
- 5/18
-4/18

480. Yashikda 5ta oq va 2ta qora shar bor. Agar yashikdan ikkita shar olinayotgan bo'lsa, ikkalasini ham qora shar bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 1/21
- 4/9
- 5/18
-4/18

481.

Guruhda 18 o'g'il bola va 12 qiz bola bor. Doscaga chaqirilgan o'quvchini o'gil bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,6
- 0,4
- 0,65
-0,8

482. Guruhda 18 o'g'il bola va 12 qiz bola bor. Doscaga chaqirilgan o'quvchini qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,4
- 0,6
- 0,65
-0,8

483. Guruhda 15 o`g`il bola va 18 qiz bola bor. Doskaga chaqirilgan o`quvchini o`gil bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 15/33

- 18/33

- 0,4

-0,8

484. Guruhda 10 o`g`il bola va 12 qiz bola bor. Doskaga chaqirilgan o`quvchini qiz bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,54

- 0,6

- 0,65

-0,8

485. Guruhda 15 o`g`il bola va 14 qiz bola bor. Doskaga chaqirilgan o`quvchini o`gil bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,5

- 0,6

-0,8

- 0,65

486. Guruhda 9 o`g`il bola va 14 qiz bola bor. Doskaga chaqirilgan o`quvchini qiz bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 14/23

- 9/24

- 0,65

-0,8

487. Guruhda 10 o`g`il bola va 16 qiz bola bor. Doskaga chaqirilgan o`quvchini o`gil bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 10/26

- 0,6

- 1/3

-0,3

488. Guruhda 30ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 8ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “yaxsh” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,4

- 0,6

- 1/3

-0,3

489. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 7 ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba

oraliq nazoratdan “qonoqarli” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $8/30$

- $7/30$

- 0,4

-0,3

490. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 7 ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Duskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “a`lo” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $7/30$

- $8/30$

- 0,4

-0,3

491. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 7 ta talaba “a`lo” baho, 12 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Duskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “qoniqarsiz” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,1

- $8/30$

- $7/30$

-0,3

492. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 5 ta talaba “a`lo” baho, 16 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Duskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “yaxshi” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $16/30$

- $8/30$

- $7/30$

-0,3

493. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 5 ta talaba “a`lo” baho, 16 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Duskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “a`lo” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $1/6$

- $8/30$

- $7/30$

-0,3

494. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 5 ta talaba “a`lo” baho, 16 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Duskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “qoniqarli” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ $8/30$

- $7/30$
- $1/6$
- $0,3$

495. Guruhda 30 ta talaba bo`lib, oraliq nazoratdan 5 ta talaba “a`lo” baho, 16 ta talaba “yaxshi”, 8 ta talaba “qoniqarli” baho oldi. Doskaga chaqirilgan talaba oraliq nazoratdan “qoniqarsiz” baho olgan bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- $8/30$
- $7/30$
- + $1/30$
- $0,3$

496. Oilada uchta farzand bo`lsa, uchchallasini ham o`g`il bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)

- + $1/8$
- $1/6$
- $1/3$
- $3/2$

497. Oilada uchta farzand bo`lsa, uchchallasini ham qiz bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)

- + $1/8$
- $1/3$
- $1/6$
- $2/3$

498. Oilada uchta farzand bo`lsa, ikkitasi o`g`il bola, bittasi qiz bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)

- + $3/8$
- $1/8$
- $2/8$
- $5/8$

499. Oilada uchta farzand bo`lsa, ikkitasi qiz bola, bittasi o`g`il bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)

- + $3/8$
- $1/8$
- $2/8$
- $4/8$

500. Oilada ikkita farzand bo`lsa, ikkalasi ham o`g`il bola bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin. ($p=0.5$)

- + $1/4$
- $1/2$

- $\frac{2}{4}$
-0,2

501. Oilada ikkita farzand bo'lsa, ikkalasi ham qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.($p=0.5$)

+ $\frac{1}{4}$
- 0,51
- $\frac{1}{2}$
-0,2

502. Oilada ikkita farzand bo'lsa, bir o'g'il , bir qiz bola bo'lish hodisasining ehtimolligi topilsin.($p=0.5$)

+ 0,5
- $\frac{1}{4}$
- 0,58
- $\frac{3}{4}$

503. 1000 lotopeya biletining 600 tasi yutuqli va 400 tasi yutuqsiz. Agar 3 ta bilet sotib olingan bo'lsa, ulardan ikkitasiga yutuq chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,432
- $\frac{1}{4}$
- 0,58
- $\frac{3}{4}$

504. 1000 lotopeya biletining 600 tasi yutuqli va 400 tasi yutuqsiz. Agar 3 ta bilet sotib olingan bo'lsa, ulardan bittasiga yutuq chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,288
- $\frac{1}{4}$
-0,432
- $\frac{3}{4}$

505. 1000 lotopeya biletining 600 tasi yutuqli va 400 tasi yutuqsiz. Agar 3 ta bilet sotib olingan bo'lsa, ulardan hammasiga yutuq chiqish hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,216
- $\frac{1}{4}$
-0,432
- $\frac{3}{4}$

506. 1000 lotopeya biletining 600 tasi yutuqli va 400 tasi yutuqsiz. Agar 3 ta bilet sotib olingan bo'lsa, ulardan birortasiga ham yutuq chiqmaslik hodisasining ehtimolligi topilsin.

+ 0,064
- $\frac{1}{4}$

- 0,288
- 3/4

507. Epidemiya tarqalgan aholi tumaning 60% kasallikka chalingan bo`lib, har 100 kasaldan 10 tasi tez tibbiy yordamga muhtoj. Shu tumandan ixtiyoriy olingan odamni tez tibbiy yordamga muhtoj bo`lish hodisasining ehtimolligi topilsin.

- + 0,06
- 1/4
- 0,58
- 3/4

508. O`zgaras sonning matematik kutilmasi quyidagiga teng.

- + $M(- = C$
- $M(- = C X$
- $M(- = X$
- $M(CX) = CM(X)$

509. O`zgaras sonning matematik kutilmasi nimaga teng

- + $M(- = C$
- $M(- = C X$
- $M(- = X$
- $M(CX) = CM(X)$

510. O`zgaras son matematik kutilma belgisi tashqarisiga chiqarich mumkinmi

- + $M(CX) = CM(X)$
- yo`q
- $M(- = C X$
- $M(- = X$

511. O`zgaras son matematik kutilma belgisi tashqarisiga chiqarich mumkinmi

- + ha
- $M(- = C$
- yo`q
- $M(- = X$

512. O`zgaras sonning dispersiyasi nimaga teng

- + nolga
- cheksizga
- $D(- = C$
- aniqlab bo`lmaydi

513. Bog`liqsiz takroriy hodisalarda qanday shart bajarilganda Muabr-Laplas formulasidan foydalaniladi

- + $n \gg 10, 0.1 < p < 1$
- $n \gg 10, p > 1$

- $n \gg 10, 0 < p < 0.1$
- $n < 10$

514. Bog'liqsiz takroriy hodisalarda qanday shart bajarilganda Bernulli formulasidan foydalaniladi

- + $n < 10$
- $n \gg 10, p > 1$
- $n \gg 10, 0 < p < 0.1$
- $n \gg 10, 0.1 < p < 1$

515. Bog'liqsiz takroriy hodisalarda qanday shart bajarilganda Puasson formulasidan foydalaniladi

- + $n \gg 10, 0 < p < 0.1$
- $n \gg 10, p > 1$
- $n < 10$
- $n \gg 10, 0.1 < p < 1$

516. Urug'ni unib chiqish extimolligi 90%ni tashkil etsa, ekilgan 5 ta urug'dan 4 tasini unib chiqish hodisasining extimolligi topilsin.

- + 0,328
- 0,459
- 0,05
- 0,4

517. Zavoddan 5000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish extimolligi 0.0002 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 3 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining extimolligi topilsin.

- + $1/6e$
- $2/6e$
- $3/e$
- 0,4

518. Zavoddan 1000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish extimolligi 0.002 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 3 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining extimolligi topilsin.

- + $4/3e^2$
- $1/6e^3$
- $3/e^2$
- 0,4

519. Zavoddan 1000 ta termometr apteka ommoriga jonatildi. Bitta termometrni shikastlanish extimolligi 0.002 bo'lsa, keltirilgan termometrlardan 4 tasini shikastlangan bo'lish hodisasining extimolligi topilsin.

- + $2/3e^2$
- $1/6e^2$

-2/6e

-0,4

520. Bog'liq hodisalarning ko'paytmasini hisoblash fopmylasini ko'rsating

+ $P(A) = P(-P(B/-$

- $P(A) = P(-P(-$

- $P(A) = P(-P(+P(-$

- $P(A) = P(A) + P(-$

521. Erkli hodisalarning ko'paytmasini hisoblash fopmylasini ko'rsating

+ $P(A) = P(-P(-$

- $P(A) = P(-P(B/-$

- $P(A) = P(-P(+P(-$

- $P(A) = P(A) + P(-$

522. Erkli hodisalarning yug'indisini hisoblash fopmylasini ko'rsating

+ $P(A) = P(-P(+P(-$

- $P(A) = P(-P(B/-$

- $P(A) = P(-P(-$

- $P(A) = P(A_1)P(A/A_1) + P(A_2)P(A/A_2) + \dots + P(A_n)P(A/A_n)$

523. Kamida bitta hodisani bajarilish ehtimolini hisoblash fopmylasini ko'rsating

- $P(A) = P(-P(B/-$

- $p + q = 1$

- $P(-) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

- $P(A) = P(-P(-P(B/-$

524. Ehtimollikning klassik ta'rifini ro'rsating.

+ $P(A) = m/n$

- $P(A) = P(-P(B/-$

- $P(A) = P(-P(-$

- $P(A) = P(-P(-P(B/-$

525. $A_1, A_2, \dots, A_n$, erkli hodisalar, hodisalarni to'la guruhini tashkil qilishini qanday aniqlasa bo'ladi

+ $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$

- $P(A) = P(-P(-$

- $P(-) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

- $P(A) = P(-P(-P(B/-$

526. Qarama-qarshi hodisalar ehtimolliklari yug'indisini ko'rsating.

+ $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

- $P(A) = P(-P(B/-$

- $P(A) = P(-P(-$

- $P(-) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

527. To'la ehtimol formulasini ro'rsating.

+ $P(A_1)P(A/A_1) + P(A_2)P(A/A_2) + \dots + P(A_n)P(A/A_n)$

- $P(A) = P(B)$

- $P(A) = P(B)$

- $P(A) = P(B)$

528. Beshta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 120

- 60

- 24

- 125

529. To'rtta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 24

- 120

- 60

- 125

530. Uchta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 6

- 120

- 24

- 125

531. Ikkita elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 2

- 10

- 6

- 25

532. Bitta elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 1

- 120

- 60

- 24

533. Oltita elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 720

- 120

- 24

- 125

534. Ettita elementdan iborat o'rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

+ 5040

- 5080
- 6004
- 1250

535. Sakkista elementdan iborat o`rinalmashtirishlar sonini aniqlang.

- + 40320
- 60890
- 24450
- 12570

536. Beshta elementni uchtdan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.

- + 60
- 120
- 24
- 125

537. Beshta elementni ikkitadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.

- +20
- 60
- 24
- 125

538. Beshta elementni bittadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.

- + 5
- 120
- 60
- 24

539. Beshta elementni to`rttdan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.

- + 120
- 60
- 24
- 125

540. Beshta elementni beshtadan nechta usulda o`rinlashtirish mumkin.

- + 120
- 60
- 24
- 125

541. Beshta elementni uchtdan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

- + 10
- 20
- 24
- 5

542. Beshta elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 10

- 20

- 24

- 5

543. Beshta elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 5

- 20

- 10

- 24

544. Beshta elementni to`rttadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 5

- 20

- 10

- 24

545. To`rtta elementni to`rttadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 1

- 20

- 10

- 24

546. To`rtta elementni uchtdan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 4

- 20

- 10

- 6

547. To`rtta elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 6

- 20

- 2

- 5

548. To`rtta elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 4

- 20

- 10

- 5

549. Uchta elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

+ 3

- 20
- 10
- 4

550. Uchta elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

- + 3
- 20
- 24
- 5

551. Uchta elementni uchtdan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

- + 1
- 20
- 10
- 2

552. Ikkita elementni ikkitadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

- + 1
- 20
- 10
- 2

553. Ikkita elementni bittadan necha hil usulda kombinasiyalash mumkin.

- + 2
- 1
- 20
- 10

554. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	1	2	3	4
P_i	0,3	0,1	0,2	0,4

- + 2,7
- 1,4
- 0,24
- 3,4

555. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	1	2	4	8
P_i	0,2	0,1	0,5	0,2

- + 4
- 2
- 2,7
- 3,7

556. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	2	3
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 1,3

- 13,1

- 0,13

- 13

557. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	3	5
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 1,9

- 18,1

- 0,19

- 18

558. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	2	3
P_i	0,3	0,2	0,2	0,3

+ 1,5

- 13,1

- 0,15

- 1,53

559. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	1	3	4	5
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 3

- 3,5

- 13

- 3,2

560. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	2	4	5
P_i	0,3	0,2	0,3	0,2

+ 2,6

- 13,1

- 0,16

- 0,26

561. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	2	4	6
P_i	0,3	0,5	0,1	0,1

+ 2
- 12,1
- 2,3
- 2,4

562. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	2	3	6
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 2,2
- 12,1
- 2,4
- 2,25

563. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	2	5
P_i	0,3	0,2	0,2	0,3

+ 2,1
- 12,1
- 2,25
- 13

564. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	3	4	7
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 2,9

- 29
- 0,26
- 1,9

565. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	3	7
P_i	0,3	0,2	0,2	0,3

+ 2,9
- 29
- 0,26
- 1,9

566. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	2	6
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 1,6

- 16,1

- 0,16

- 13

567. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	3	6
P_i	0,3	0,2	0,3	0,2

+ 2,3

- 13,1

- 0,23

- 23

568. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	3	8
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 2,2

- 22,1

- 0,22

- 2,4

569. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	2	3
P_i	0,3	0,5	0,1	0,1

+ 1

- 0,1

- 1,3

- 12

570. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	1	2	4	6
P_i	0,5	0,2	0,2	0,1

+ 2,3

- 23,1

- 0,23

- 13

571. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	0	1	3	9
-------	---	---	---	---

$$P_i \mid 0,1 \mid 0,2 \mid 0,4 \mid 0,2$$

$$+ 3,2$$

$$- 3,1$$

$$- 1,3$$

$$- 13,3$$

572. $M(x)$ ni hisoblang:

x_i	1	3	5	7
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

$$+ 3,6$$

$$- 0,13$$

$$- 1,36$$

$$- 3,8$$

573. Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	0	1	2	6
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

$$+ 2$$

$$- 0$$

$$- 1$$

$$- 6$$

574. Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	0	1	3	6
P_i	0,1	0,2	0,5	0,2

$$+ 3$$

$$- 1$$

$$- 0$$

$$- 6$$

575. Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	0	1	3	8
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

$$+ 3$$

$$- 0$$

$$- 1$$

$$- 8$$

576. Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	0	1	2	3
P_i	0,3	0,5	0,1	0,1

+ 1
- 0
- 3
- 2

577. Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	1	2	4	6
P_i	0,5	0,2	0,2	0,1

+ 1
- 2
- 4
- 6

578. Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	0	1	3	9
P_i	0,1	0,2	0,4	0,2

+ 3
- 1
- 0
- 9

579 Diskret tasodifiy miqdorni modasini toping

x_i	1	3	5	7
P_i	0,3	0,2	0,4	0,1

+ 3,6

- 1
- 5
- 7

580. $M(x)$ ni hisoblang:

X	1	2	3	4
P	0,3	0,1	0,4	0,2

+ 2,5
- 2,4
- 2,6
- 2,05

581. Differensial tenglama turini aniqlang: $N_1(x)N_2(y)dx + M_1(x)M_2(y)dy = 0$.

+ O'zgaruvchisi ajraladigan

- Bir jinsli
- Tartibi pasayadigan
- Chiziqli, o'zgaras koeffsientli

582. Hosilani hisoblang. $f(x) = x^3 \cos x$

- + $3x^2 \cos x - x^3 \sin x$
- $3x^2 \cos x$
- $x^3 \cos x + 3x^2 \sin x$
- $-3x^2 \sin x$

583. Hosilani hisoblang. $f(x) = 3 \sin 2x$

- + $6 \cos 2x$
- $6 \cos x$
- $3 \cos 2x$
- $6 \sin 2x$

584. Hosilani hisoblang. $f(x) = 4 \sin 7x$

- + $28 \cos 7x$
- $4 \sin 7x$
- $4 \cos 7x$
- $28 \sin x$

585. Hosilani hisoblang. $f(x) = x^2 + \cos 2x$

- + $2x - 2 \sin 2x$
- $2x + \cos 2x$
- $2 \sin 2x$
- $2x - \sin 2x$

586. Hosilani hisoblang. $f(x) = x^3 + \sin 4x$

- + $3x^2 + 4 \cos 4x$
- $3x^2 + \sin 4x$
- $x^3 + 4 \cos 4x$
- $x^3 - 4 \sin 4x$

587. Hosilani hisoblang. $f(x) = 3x + \cos 5x$

- + $3 - 5 \sin 5x$
- $3 + 5 \cos 5x$
- $3x - \sin 5x$
- To'g'ri jabob yo'q

588. Hosilani hisoblang. $f(x) = 2x^2 + \cos 3x$

- + $4x - 3 \sin 3x$
- $2x - 3 \sin 3x$
- $2x^2 - 3 \sin 3x$
- To'g'ri jabob yo'q

589. Hosilani hisoblang. $f(x) = x \cos 3x$

+ $\cos 3x - 3x \sin 3x$

- $-3 \sin 3x$

- $\cos 3x - 3x \sin x$

- To`g`ri jabob yo`q

590. Hosilani hisoblang. $f(x) = x \sin 3x$

+ $\sin 3x + 3x \cos 3x$

- $3x \cos 3x$

- $3 \cos 3x$

- To`g`ri jabob yo`q

591. Hosilani hisoblang. $f(x) = x^2 \sin x$

+ $2x \sin x + x^2 \cos x$

- $x^2 \cos x$

- $2x \cos x$

- To`g`ri jabob yo`q

592. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x^2 + x \cos x$

+ juft ham emas, toq ham emas

- juft

- toq

- to`g`ri javob yo`q.

593. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x \lg x$

+ juft

- toq

- juft ham emas, toq ham emas

- to`g`ri javob yo`q.

594. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x^2 \sin x$

+ toq

- juft

- juft ham emas, toq ham emas

- to`g`ri javob yo`q.

595. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x + x \lg x$

+ juft ham emas, toq ham emas

- juft

- toq

- to`g`ri javob yo`q.

596. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{ctg} x$

- + toq
- juft
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

597. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = 3x^2 \cos x$

- + juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

598. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$

- + juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

599. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = x^2 + x^3 \operatorname{tg} x$

- + juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

600. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = \sin 2x^2$

- +juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

601. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = |x|$

- + juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

602. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = 3x^2 + 4$

- + juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to`g`ri javob yo`q.

603. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = 4x^3 - 1$

- +juft ham emas, toq ham emas

- juft
- toq
- to'g'ri javob yo'q.

604. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

- + juft
- toq
- juft ham emas, toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q.

605. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = \sin x \cos x + x$

- + toq
- juft
- juft ham emas, toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q.

606. Funksiyani juft-toqligini tekshiring $f(x) = 4x^2 \tan x$

- + toq
- juft
- juft ham emas, toq ham emas
- to'g'ri javob yo'q.

607. Hosilani hisoblang. $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

- + $\frac{2x}{x^2 - 1}$
- $8x + \ln x$
- $(x^2 - 1)$
- $4x^2 + \frac{1}{x}$

608. Hosilani hisoblang. $f(x) = 1 - 2x^3$

- + -2
- $-6x^2$
- $6x$
- $-6x$

609. Hosilani hisoblang. $f(x) = 3 \sin 4x$

- + $12 \cos 4x$
- $24 \cos^2 4x$
- $24 \sin 4x \cos 4x$
- $3 \sin^2 16x$

610. Hosilani hisoblang. $f(x) = 2 \ln(2x - 1)$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{2x-1} \\
& - \frac{2}{2x-1} \\
& - 4\ln(2x-1) \\
& - \frac{4}{2x\ln 2}
\end{aligned}$$

611. Hosilani hisoblang. $f(x)=3x^7+\sqrt{x}$

$$\begin{aligned}
& + 21x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\
& - 3x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\
& - \sqrt{x} + 21 \\
& - 21\sqrt{x}
\end{aligned}$$

612. Hosilani hisoblang. $f(x)=3e^{4x^2-1}$

$$\begin{aligned}
& + 24xe^{4x^2-1} \\
& - 24xe^x \\
& - 3e^{4x^2} \\
& - 12e^{4x^2-1}
\end{aligned}$$

613. Hosilani hisoblang. $f(x)=x-\operatorname{tg} x$

$$\begin{aligned}
& + 1 - \frac{1}{\cos^2 x} \\
& - \frac{1}{\cos^2 x} \\
& - 1 \\
& - x^2 - \operatorname{tg} x
\end{aligned}$$

614. Hosilani hisoblang. $f(x)=\sqrt{2x^2-1}$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2x}{\sqrt{2x^2-1}} \\
& - 4x\sqrt{2x^2-1} \\
& - 6\sqrt{2x^2-1} \\
& - \frac{1}{2\sqrt{2x^2-1}}
\end{aligned}$$

615. Hosilani hisoblang. $f(x)=3\sqrt{x} +$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3}{2\sqrt{x}} \\
& - \frac{3\sqrt{x}}{2} \\
& - 3
\end{aligned}$$

$$- 5\sqrt{x}$$

616. Hosilani hisoblang. $f(x) = \sin^2 5x$
 $+ 10 \sin 5x \cos 5x$
 $- 10 \cos 5x$
 $- 10 \sin 5x$
 $- 2 \sin 5x$

617. Hosilani hisoblang. $f(x) = \ln \cos 3x$
 $+ - \frac{3 \sin 3x}{\cos 3x}$
 $- \frac{\sin 3x}{\cos 3x}$
 $- \frac{1}{\cos 3x}$
 $- \ln \sin 3x$

618. Hosilani hisoblang. $f(x) = 3(x-6)$
 $+ 3$
 $- 8x + \ln x$
 $- 18$
 $- 4x^2 + \frac{1}{x}$

619. Hosilani hisoblang. $f(x) = 4x^2 + \ln x$
 $+ 8x + \frac{1}{x}$
 $- 8x + \ln x$
 $- 4x^2 + \frac{1}{x}$
 $- 4x + \frac{1}{x}$

620. Hosilani hisoblang. $f(x) = (x-1)\sin x$
 $+ \sin x + (x-1)\cos x$
 $- \sin x - (x-1)\cos x$
 $- \cos x + x \sin x$
 $- \sin x - (x-1)\cos x$

621. Hosilani hisoblang. $f(x) = (x-5)\ln x$
 $+ \ln x + \frac{x-5}{x}$
 $- \frac{\ln x}{5}$
 $- \frac{1}{x}$
 $- \frac{5}{\ln x}$

622. Hosilani hisoblang. $f(x) = 4e^x$

$$\begin{aligned} &+ 4e^x \\ &- 12x^2 \cdot e^{x^3} \\ &- 4e^{x^3} \\ &- 4x^3 e^{x^{3-1}} \end{aligned}$$

623. Hosilani hisoblang. $f(x) = (x^2 - 5) + (2x - 1)$

$$\begin{aligned} &+ 2x + 2 \\ &- x^2(2x - 1) \\ &- 2x(2x - 1) \\ &- 4x \end{aligned}$$

624. Hosilani hisoblang. $f(x) = \operatorname{tg}(8x - 1)$

$$\begin{aligned} &+ \frac{8}{\cos^2(8x - 1)} \\ &- \frac{1}{\cos^2(8x - 1)} \\ &- \frac{8}{\cos^2 x} \\ &- \frac{8}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

625. Hosilani hisoblang. $f(x) = 7^{4x}$

$$\begin{aligned} &+ 4 \cdot 7^{4x} \ln 7 \\ &- 7^{4x} \ln 7 \\ &- 12x^2 \cdot 7^{4x} \\ &- 7^{4x^3} \ln 7 \end{aligned}$$

626. Hosilani hisoblang. $f(x) = 7^x + 6x^2$

$$\begin{aligned} &+ 7^x \ln 7 + 12x \\ &- 7^x + 12x \\ &- 7^x + 12x^2 \\ &- \frac{7^x}{\ln 7} + 12 \end{aligned}$$

627. Hosilani hisoblang. $f(x) = e^x + \sqrt{x}$

$$\begin{aligned} &+ e^x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &- xe^{x-1} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &- e^x \\ &- \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

628. Hosilani hisoblang. $f(x) = 2 \cdot a^x$

+ $2a^x \ln a$

- $2xa^x$

- a^x

- $4x \ln a$

629. Hosilani hisoblang. $f(x) = 4 \cos 5x$

+ $-20 \sin 5x$

- $4 \sin 5x^2$

- $-20x \sin 5x$

- $4 \cos 5x^2$

630. Hosilani hisoblang. $f(x) = \sin x^3$

+ $3x^2 \cos x^3$

- $\cos x^3$

- $3x^2 \sin x^3$

- $3 \cos x^2$

631. Hosilani hisoblang. $f(x) = 3x^7 + \cos x$

+ $21x^6 - \sin x$

- $x^7 - \sin x$

- $21x^6 + \sin x$

- $x^7 + \sin x$

632. Hosilani hisoblang. $f(x) = \cos(1 - 2x^2)$

+ $4x \sin(1 - 2x^2)$

- $2 \sin(1 - 2x^2)$

- $2 \sin x$

- $2 \cos 2x$

633. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{1 - 2x^2}$.

+ 0

- 1

- $\frac{3}{2}$

- 3

634 Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$

+ 4

- -4

- $\frac{1}{4}$

- 0

635. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 6x + 10)$

+ 7
 - 2
 - 1
 - 6

636. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4x + 1)$

+5
 -2
 -4
 -6

637. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 2}{x^3 + 1}$

+ 0
 - 5
 - 1
 - 4

638. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+7} + 3)$

+ 6
 - 3
 -2
 $-\frac{3}{2}$

639. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{11}{x})^x$

+ e^{11}
 - e
 - e^{-3}
 -11

640. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$

+ e^4
 - e
 - e^3
 - e^{10}

641. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x + 3)$

+ 6
 $-\frac{3}{2}$

- 9
-2

642. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{3x}$

+ 1/3
-0
-∞
-5

643. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2}{x^2 + 5}$

+ 2
- $\frac{2}{4}$
- - $\frac{2}{4}$
- $\frac{1}{4}$

644. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{x^2 + 4}$

+ 0
- - $\frac{3}{4}$
- $\frac{3}{6}$
-6

645. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x - 62}{2x^2 + 4x - 6}$

+ $\frac{5}{2}$
-5
- $\frac{3}{4}$
-2

646. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x}$

+ $\frac{4}{5}$
-4
-3
-1

677. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x}{3x^2 + 1}$

$$+1/3$$

$$-2$$

$$-2$$

$$-6$$

648. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 4)$

$$+ 5$$

$$-\frac{1}{56}$$

$$-\frac{3}{49}$$

$$-2$$

649. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 1)$

$$+ 0$$

$$-2$$

$$-2$$

$$-3$$

650. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x^2}$

$$+ 2$$

$$-0$$

$$-1$$

$$-4$$

651. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$$+ 6$$

$$- 9$$

$$- 4$$

$$- 3$$

652. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 4}$.

$$+ 2$$

$$-\frac{2}{4}$$

$$-\frac{2}{4}$$

$$-\frac{1}{4}$$

653. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{8x}$.

- + 1
- 4
- 8
- 2

654. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^3 + 1}$

- + 0
- 1
- 2
- 4

655. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1 - x}$.

- + 1
- $\frac{\pi}{2}$
- 0
- 5

656. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$

- + 4
- -4
- $\frac{1}{4}$
- 0

657. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^x$

- + e^7
- e^2
- e^{10}
- 7

658. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

- + 3
- 0
- 1
- $-\frac{3}{2}$

659. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 8x + 3}{x - 3x^2}$

- + -1

- 8
- 6
- 4

660. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x}{1 - 2x^3}$

+ -2.5
- 2
- 7
- 1

661. Limitni hisoblang $\lim_{z \rightarrow -8} \frac{z^2 - 64}{z + 8}$

+ -16
- 8
- 64
- -8

662. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - 6x + 1.$

+ 1
- 2
- 3
- 6

663. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$

+ e^2
- e^7
- 2
- 1

664. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 4x + 1$

+ -3
- 2
- 4
- 6

665. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 7x}{x}$

+ 7
- 3
- -7
- $\frac{7}{3}$

666. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x.$

+ e^3

- e
- e^{-3}
- 1

667. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 1}{2x^2 - 3}$

- +3
- -3
- $\frac{1}{3}$
- 6

668. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x - 3)$.

- + 0
- $\frac{3}{2}$
- 9
- 2

669. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 7}{4}$

- + -1
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{7}{4}$
- 6

670. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$

- + 1
- 0
- ∞
- 5

671. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 5}{x^2}$

- + $-\frac{1}{16}$
- 1
- 16
- -5

672. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^2 - 4}$.

$$\begin{aligned}
 &+ -\frac{3}{4} \\
 &- \frac{6}{4} \\
 &- \frac{3}{6} \\
 &- 6
 \end{aligned}$$

673. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 7}{x^3}.$

$$\begin{aligned}
 &+ 0 \\
 &- 1 \\
 &- 6 \\
 &- 7
 \end{aligned}$$

674. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 5}{3x^2 + 2x - 6}.$

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{4}{3} \\
 &- 4 \\
 &- 3 \\
 &- 1
 \end{aligned}$$

675. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 4x}{x}$

$$\begin{aligned}
 &+ 8 \\
 &- 4 \\
 &- 2 \\
 &- 0
 \end{aligned}$$

676. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}.$

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{5}{2} \\
 &- 5 \\
 &- \frac{3}{4} \\
 &- 2
 \end{aligned}$$

677. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$

$$\begin{aligned}
 &+ e^4 \\
 &- 4 \\
 &- e^1 \\
 &- e^2
 \end{aligned}$$

678. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 6x}{3x + 1}.$

- + -2
- 2
- 6
- 3

679. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}.$

- +2.5
- 1
- 5
- 2

680. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2}.$

- + 0
- -2
- 2
- 3

681. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+1}$

- + e^2
- e^1
- 1
- 2

682. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}.$

- +1
- 0
- 3
- 4

683. Limitni hisoblang $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^{x^2+1}$

- + e^3
- e^1
- e^4
- 3

684. Agar $y'' - 7y' + 10y = 0$ tenglamani xarakteristik tenglamasining echimlari $\kappa_1 = 5$, $\kappa_2 = 2$ bo'lsa uning echimi qanday bo'ladi

+ $y = c_1 e^{5x} + c_2 e^{2x}$

- $y = (c_1 + 2c_2x)^{5x}$
- $y = c_1 \cos 5x + c_2 \sin 2x$
- $y = e^{2x}(c_1 \cos 5x + c_2 \sin 5x)$

685. Agar $y'' - 2y' - 15y = 0$ tenglamani xarakteristik tenglamasining echimlari $\kappa_1=5, \kappa_2=-3$ bo'lsa uning echimi qanday bo'ladi

- + $y = c_1 e^{5x} + c_2 e^{-3x}$
- $y = (c_1 - 5c_2x)e^{-3x}$
- $y = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 5x$
- $y = e^{2x}(c_1 \cos 5x + c_2 \sin 3x)$

686. Agar $y'' - 2y' + y = 0$ tenglamani xarakteristik tenglamasining echimlari $k_{1,2} = 1$ bo'lsa uning echimi qanday bo'ladi

- + $y = (c_1 + c_2x)e^x$
- $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{2x}$
- $y = c_1 \cos x + c_2 \sin 2x$
- $y = e^x(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$

687. Agar $y'' - 6y' + 10y = 0$ tenglamani xarakteristik tenglamasining echimlari $k_{1,2} = 3 \pm i$ bo'lsa uning echimi qanday bo'ladi

- + $y = e^{3x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$
- $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^x$
- $y = (c_1 + c_2x)e^x$
- to'g'ri javob yo'q

688. O'rinlashtirish bilan kombinatsiya nima bilan farq qiladi

- + Kamida bitta element qiymati bilan
- Elementlar tartibi bilan.
- Elementlarni o'sish tartibida joylashgani bilan
- Elementlarni kamayish tartibida joylashgani bilan

689. Qiymatlar sohasini toping $f(x)=5\sin(2x-1)$.

- + $[-5;5]$
- $(-1; 1)$
- $[0;5]$
- $[5;1]$

690. Qiymatlari $P(X < x)$ bilan aniqlanadigan funksiya qanday nomlanadi

- + Taqsimotning integral funksiyasi
- Bo'laklarga ajratish funksiyasi
- Matematik kutilmani aniqlovchi funksiyasi

- Yug`indini hisoblash funksiyasi

691. Tekis taqsimotni ifodalovchi funksiyani ko`rsating.

$$+ f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & x > b \end{cases}$$

$$- f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2s^2}}$$

$$- f(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$- f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} 3x e^{-\frac{(x-5)^2}{2s^2}}$$

694. Uzluksez tasodifiy miqdorlarda tasodifiy qiymatni (a, b) oraligqqa tushish ehtimolligi qanday topiladi

$$+ P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$- P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$- P(a < x < b) = \frac{x_2 - x_1}{b - a}$$

$$- P(a < x < b) = C$$

695. Uzluksez tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalarini ko`rsating.

$$+ M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx, \quad D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^2 f(x) dx, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

$$- M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad D(x) = M(x^2) - (M(x))^2, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

$$- M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad D(x) = \int (M(x^2) - M(x))^2 dx, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

$$- M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad D(x) = \int (M(x^2) - M(x))^2 dx, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

696. Diskret tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalarini ko`rsating.

$$+ M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad D(x) = M(x^2) - (M(x))^2, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

$$- M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad D(x) = \int (M(x^2) - M(x))^2 dx, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

$$- M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx, \quad D(x) = \int (M(x^2) - M(x))^2 dx, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

$$- M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad D(x) = \int (M(x^2) - M(x))^2 dx, \quad s = \sqrt{D(x)}$$

697. Diskret tasodifiy miqdorlarning modasi qanday aniqlanadi 1

- + Eng katta ehtimollikka ega bo'lgan qiymat.
- Eng kichik ehtimollikka ega bo'lgan qiymat.
- Ehtimollikni o'rtacha Qiymatini oluvchi qiymat.
- to'g'ri javob yo'q.

698. Empirik funksiya hossalari ko'rsating.

- + Kamaymaydigan, musbat va $[0;1]$ oraliqdan qiymatlar qabul qiluvchi funksiya.
- Kamayuvchi, musbat va $[0;1]$ oraliqdan qiymatlar qabul qiluvchi funksiya.
- Kamaymaydigan, manfiy va $[0;1]$ oraliqdan qiymatlar qabul qiluvchi funksiya.
- Kamaymaydigan, manfiy va $[-1;+1]$ oraliqdan qiymatlar qabul qiluvchi funksiya.

699. Aniq integralni chegaralari o'rnini almashtirilsa, qiymati qanday o'zgaradi

- + Qiymatini saqlagan holda, ishorasini o'zgartiradi.
- O'zgarmaydi.
- nolga teng bo'ladi.
- Cheksiz qiymatni qabul qiladi.

700. Yuqoridan $f(x) > 0$, yon tomondan $x=a$, $x=b$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan yuza nimaga teng

- + Aniq integral yordamida egri chiziqli trapetsiya yuzasi hisoblanadi, uning qiymati doim musbat qilib olinadi.

$$- \int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$$

$$- \int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$$

- Aniq integral yordamida egri chiziqli trapetsiya yuzasi hisoblanadi, uning qiymati doim manfiy qilib olinadi.

701.3 ta noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasini echishda (asosiy determinant $\Delta \neq 0$) Kramer formulasini toping.

$$+ x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

$$- x = \Delta_x, \quad y = \Delta_y + 5, \quad z = \Delta_z + 8$$

$$- x = \frac{\Delta}{\Delta_x}, \quad y = \frac{\Delta}{\Delta_y}, \quad z = \frac{\Delta}{\Delta_z}$$

$$- x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

702. 3 ta noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasini echishda (asosiy determinant $\Delta \neq 0$) Kramer formulasini toping.

$$+ \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

$$- \quad x = \frac{\Delta}{\Delta_x}, \quad y = \frac{\Delta}{\Delta_y}, \quad z = \frac{\Delta}{\Delta_z}$$

$$- \quad x = \Delta_x, \quad y = \Delta_y, \quad z = \Delta_z$$

- To'g'ri javob yo'q

703.3 ta noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasini echishda (asosiy determinant $\Delta \neq 0$) Kramer formulasini toping.

$$+ \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

$$- \quad x = \Delta_x, \quad y = \Delta_y, \quad z = \Delta_z$$

$$- \quad x = \frac{\Delta}{\Delta_x}, \quad y = \frac{\Delta}{\Delta_y}, \quad z = \frac{\Delta}{\Delta_z}$$

$$- \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

704. Determinantning 2 ta satri yoki ustunini o'zni o'zgartirilsa uning qiymati qanday o'zgaradi

+ -1

- 0

- 1

- 5

705. Determinantda ikkita bir xil satr yoki ustun bo'lsa, uning qiymati ... teng.

+ 0

- 1

- 2

- -1

706. Determinantning algebraic to'ldiruvchisi deb nimaga aytiladi

+ Determinantda a_{ij} element juft yoki toq joy egallaganiga bog'liq ravishda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan minorga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi.

- Determinantda ajratib olingan minordan qolgan elementlarga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi

- Determinantning minorlarini yig'indisiga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi

- Determinantning qator elementlari bo'yicha yoyilmasiga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi

707. Determinantning algebraic to'ldiruvchisi deb nimaga aytiladi

+ Determinantda a_{ij} element juft yoki toq joy egallaganiga bog'liq ravishda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan minorga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi

- Determinantda ajratib olingan minordan qolgan elementlarga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi
- To'g'ri javob yo'q
- Determinantning qator elementlari bo'yicha yoyilmasiga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi

708. Determinantning algebraic to'ldiruvchisi deb nimaga aytiladi

- + Determinantda ajratib olingan minordan qolgan elementlarga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi
- Determinantda a_{ij} element juft yoki toq joy egallaganiga bog'liq ravishda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan minorga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi
- Determinantning minorlarini ayirmasiga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi
- Determinantning qator elementlari bo'yicha yoyilmasiga aytiladi va A_{ij} deb belgilanadi

709. Tenglamalar sistemasini yechishdagi Gauss usuli qanday usul

- + nomalumlarni ketma ket yo'qotish usuli
- nomalumlarni tenglashtirish usuli
- nomalumlarni 0 ga tenglash usuli
- Tog'ri javob yo'q

710. Tenglamalar sistemasini yechishdagi Gauss usuli qanday usul

- + nomalumlarni ketma ket yo'qotish usuli
- Nomalumlarning o'rnini almashtirish usuli
- nomalumlarni tenglashtirish usuli
- nomalumlarni 0 ga tenglash usuli

711. Tenglamalar sistemasini yechishdagi Gauss usuli qanday usul

- + nomalumlarni ketma ket yo'qotish usuli
- Nomalumlarni songa ko'paytirish usuli
- Nomalumlarning o'rnini almashtirish usuli
- nomalumlarni tenglashtirish usuli

712. Tenglamalar sistemasini yechishdagi Gauss usuli qanday usul

- + nomalumlarni ketma ket yo'qotish usuli
- nomalumlarni tenglashtirish usuli
- Nomalumlarni guruhlash usuli
- Nomalumlarni songa ko'paytirish usuli

713. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish formulasini toping.

- + $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda},$
- $x = \lambda(y_1 + y_2), y = \lambda(x_1 + x_2)$
- $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$
- $y = kx$

714. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish formulasini toping.

$$+ \quad x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda},$$

$$- \quad x = \lambda(y_1 + y_2), y = \lambda(x_1 + x_2)$$

$$- \quad A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

$$- \quad y = kx + \lambda$$

715. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish formulasini toping.

$$+ \quad x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda},$$

$$- \quad x = \lambda(y_1 + y_2), y = \lambda(x_1 + x_2)$$

$$- \quad A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

- To'g'ri javob yo'q.

716. Fazoda $M_1(x_1; y_1; z_1)$ va $M_2(x_2; y_2; z_2)$ nuqtalar berilgan bo'lsa, ular orasidagi masofa formulasini toping.

$$+ \quad |M_1 M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$- \quad |M_1 M_2| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

$$- \quad |M_1 M_2| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$- \quad |M_1 M_2| = \sqrt{(x_1 + y_1 + z_1)^2} + \sqrt{(x_2 + y_2 + z_2)^2}$$

717. Tekislikda $M_1(x_1; y_1)$ va $M_2(x_2; y_2; z_2)$ nuqtalar orasidagi masofa formulasini toping.

$$+ \quad |M_1 M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + z_2^2}$$

$$- \quad |M_1 M_2| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

$$- \quad |M_1 M_2| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$- \quad |M_1 M_2| = \sqrt{(x_1 + y_1)^2 + (x_2 + y_2)^2}$$

718. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasini ko'rsating.

$$+ \quad y = kx + b$$

$$- \quad Ax + By + C = 0$$

$$- \quad y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$- \quad x \cos a + y \sin a - p = 0$$

719. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasini ko'rsating.

$$+ \quad Ax + By + C = 0$$

$$- \quad y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$- \quad y = kx + b$$

$$- \quad x \cos a + y \sin a - p = 0$$

720. To'g'ri chiziqning normal tenglamasini ko'rsating.

$$+ x \cos a + y \sin a - p = 0$$

$$- \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$$

$$- Ax + By + C = 0$$

$$- y = kx + b$$

721. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarida ajratgan kesmasi bo'yicha tenglamasini ko'rsating.

$$+ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$- y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$- Ax + By + C = 0$$

$$- x \cos a + y \sin a - p = 0$$

722. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasini ko'rsating.

$$+ Ax + By + C = 0$$

$$- y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$- \frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} = 1$$

$$- x \cos a + y \sin a - p = 0$$

723. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarida ajratgan kesmasi bo'yicha tenglamasini ko'rsating.

$$+ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$- \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$$

$$- y = kx + b$$

$$- x \cos a + y \sin a - p = 0$$

724. To'g'ri chiziqning normal tenglamasini ko'rsating.

$$+ x \cos a + y \sin a - p = 0$$

$$- \frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} = 1$$

$$- Ax + By + C = 0$$

$$- y = kx + b$$

725. Ikkita nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini ko'rsating.

+ To'g'ri javob yo'q.

$$- y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$- Ax + By + C = 0$$

- $y = kx + b$

726. Ikkita nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini ko'rsating.

+ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

- $\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$

- $y = kx + b$

- $x \cos a + y \sin a - p = 0$

727. Vektor nima

+ Yo'nalishga ega bo'lgan kesmaga vector deyiladi.

- Yo'nalishga ega bo'lmagan kesmaga vector deyiladi.

- Bir to'g'ri chiziqda yotgan kesmaga vector deyiladi.

- Qarama-qarshi yotgan chiziqlar vector deyiladi.

728. Vektor nima

+ Yo'nalishga ega bo'lgan kesmaga vector deyiladi.

- yotgan chiziqlar vector deyiladi.

- Yo'nalishga ega bo'lmagan kesmaga vector deyiladi.

- Bir to'g'ri chiziqda yotgan kesmaga vector deyiladi.

729. Vektor nima

+ Yo'nalishga ega bo'lgan kesmaga vector deyiladi.

- Uzunligi birga teng bo'lgan kesmaga vector deyiladi.

- Bir to'g'ri chiziqda yotgan kesmaga vector deyiladi.

- Qarama-qarshi yotgan chiziqlar vector deyiladi.

730. Qanday vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

+ Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

- Ikki ayqash to'g'ri chiziqda yotuvchi vektorlarga kolleniari vektorlar deb ataladi

- Bir xil o'lchovli vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

- Bitta tekislikda yotuvchi vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

731. Qanday vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

+ Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

- Ikki ayqash to'g'ri chiziqda yotuvchi vektorlarga kolleniari vektorlar deb ataladi

- Bir xil o'lchovli vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

- Bitta tekislikda yotuvchi vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

732. Qanday vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

+ Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniari vektorlar deb ataladi

- Ikki ayqash to'g'ri chiziqda yotuvchi vektorlarga kolleniar vektorlar deb ataladi
- Bir xil o'lchovli va bir hil yo'nalishga ega vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi
- Bitta tekislikda yotuvchi vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi

733. Qanday vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi

- + Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi
- Uzunligi nolga teng vektorlarga kolleniar vektorlar deyiladi.
- Bitta tekislikda yotuvchi vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi
- Bir xil o'lchovli vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi

734. Qanday vektorlar teng vektorlar deb ataladi

- + bir xil yo'nalgan va uzunliklari teng bo'lgan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- qarama qarshi yo'nalgan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- kolleniar bo'lmagan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- komplanar vektorlarga teng vektorlar deyiladi.

735. Qanday vektorlar teng vektorlar deb ataladi

- + bir xil yo'nalgan va uzunliklari teng bo'lgan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- Uzunligi nolga teng vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- kolleniar bo'lmagan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- komplanar vektorlarga teng vektorlar deyiladi.

736. Qanday vektorlar teng vektorlar deb ataladi

- + bir xil yo'nalgan va uzunliklari teng bo'lgan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- kolleniar bo'lmagan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- qarama qarshi yo'nalgan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- komplanar vektorlar teng bo'ladi.

737. Qanday vektorlar teng vektorlar deb ataladi

- + bir xil yo'nalgan va uzunliklari teng bo'lgan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- Uzunligi birga teng vektorlarga teng vektorlar deyiladi
- kolleniar bo'lmagan vektorlarga teng vektorlar deyiladi.
- komplanar vektorlarga teng vektorlar deyiladi.

738. Vektorning moduli deb nimaga aytiladi

- + vektorning uzunligiga uning moduli deyiladi
- vektorning uzunligining o'ziga ko'paytmasi uning modulini beradi
- vektorning koordinatasi yig'indisi uning moduli deyiladi
- vektorning faqat musbat koordinatalari yig'indisiga uning moduli deyiladi

739. Vektorning moduli deb nimaga aytiladi

+ vektorning uzunligiga uning moduli deyiladi

- vektorning uzunligining birga ko'paytmasi uning modulini beradi

- vektorning koordinatasi yig'indisi uning moduli deyiladi

- vektorning faqat musbat koordinatalari yig'indisiga uning moduli deyiladi

740. Vektorning moduli deb nimaga aytiladi

+ vektorning uzunligiga uning moduli deyiladi

- vektorning uzunligining nolga ko'paytmasi uning modulini beradi

- vektorning koordinatasi yig'indisi uning moduli deyiladi

- vektorning faqat musbat koordinatalari yig'indisiga uning moduli deyiladi

741. Vektorning moduli deb nimaga aytiladi

+ vektorning uzunligi uning moduli deyiladi

- vektorning uzunligining o'ziga ko'paytmasi uning modulini beradi

- vektorning koordinatasi yig'indisi uning moduli deyiladi

- vektorning faqat musbat koordinatalari yig'indisiga uning moduli deyiladi

742. Qanday vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

+ Bitta tekislikka parallel vectorlar komplanar vectorlar deyiladi

-Parallel vektorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Perpendikulyar vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Teng vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

743. Qanday vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

+ Bitta tekislikka parallel vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Perpendikulyar vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Teng vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Kolleniar vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

744. Qanday vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

+Bitta tekislikka parallel vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Parallel vektorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Teng vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-to'g'ri javob yo'q

745. Qanday vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

+Bitta tekislikka parallel vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-Perpendikulyar vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

-To'g'ri javob yo'q

-Kolleniar vectorlarga komplanar vectorlar deyiladi

746. Vectorsni vektorga ko'paytmasini ko'rsating.

$$+ [\vec{a} \times \vec{b}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$- \vec{ab} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$- \vec{ab} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

- To`g`ri javob yo`q

747. Vektorni vektorga ko`paytmasini ko`rsating.

$$- x \cos \beta + y \sin \beta - p = 0$$

$$- Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$- d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$- [\vec{a} \times \vec{b}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

748. Nuqtadan to`g`ri chiziqqacha masofani topish formulasini ko`rsating

$$+ d = |x_0 \cos \beta + y_0 \sin \beta - p|$$

$$- Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$- r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$- ab = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

749. Berilgan uchta $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorga tortilgan piramida hajmini topish formylasini ko`rsating

$$- d = |x_0 \cos \beta + y_0 \sin \beta - p|$$

$$- cab = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$+ V_{\text{пир}} = \pm \frac{1}{6} abc$$

$$- \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

750. Berilgan uchta $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorga tortilgan prizma(paralelopipe-ning hajmini topish formylasini ko`rsating

$$+ cab = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$- V_{\text{пир}} = \pm \frac{1}{6} abc$$

$$- \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$- ab = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

751. $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ va $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ vektorlar orasidagi burchak qanday topiladi

$$+ \cos \alpha = \frac{|a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z|}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} * \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

$$- A_x + B_x + C_z + D = 0$$

$$- \vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$- \vec{a} \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

752. $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ va $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ vektorlar paralellik shartini ko'rsating

$$+ \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

$$- \cos \alpha = \frac{|a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z|}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} * \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

$$- \vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$- \vec{a} \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

753. $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ va $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ vektorlar perpendikulyarlik shartini ko'rsating

$$+ a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$$

$$- \cos \alpha = \frac{|a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z|}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} * \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

$$- \vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$- \vec{a} \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

754. Ikki vektor va ular orasidagi burchak α berilsa, bu vektorlarning skalyar ko'paytmasi qanday topiladi

$$+ \vec{a} \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$- [\vec{a} \times \vec{b}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$- A_x + B_x + C_z + D = 0$$

$$- \vec{a} \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

755. Vektorni vektorga ko'paytmasini ko'rsating.

$$+ \bar{c} = [\bar{a} \times \bar{b}]$$

$$- Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$- \bar{ab} = |\bar{a}| |\bar{b}| \cos \alpha$$

$$- \text{To`g`ri javob yo`q}$$

756. Nuqtadan tekislikkacha masofani topish formulasini ko`rsating.

$$+ d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$- \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0}$$

$$- Am + Bn + Cp = 0$$

$$- \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

757. Ikki nuqtadan o`tuvchi to`g`ri chiziq tenglamasi qaysi formula yordamida hisoblanadi.

$$+ \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0}$$

$$- Am + Bn + Cp = 0$$

$$- \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

$$- d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

758. Tekislikni koordinata o`qlarida ajratgan kesmasi bo`yicha tenglamasini ko`rsating.

$$+ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$- cab = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$- V_{\text{пир}} = \pm \frac{1}{6} abc$$

$$- ab = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

759. Ikki tekislik orasidagi burchak topilsin.

$$+ \cos \alpha = \frac{|AA_1 + BB_1 + CC_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$$

$$- \sin \alpha = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

$$- Am + Bn + Cp = 0$$

$$- \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

760. Ikki to`qri chiziq orasidagi burchak topilsin.

$$+ \cos \alpha = \frac{|mm_1 + nn_1 + pp_1|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} * \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

$$- \frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} = \frac{z-z_0}{z_1-z_0}$$

$$- \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

$$- \sin \alpha = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

761. $\frac{x-a}{m} = \frac{y-b}{n} = \frac{z-c}{p}$ to`qri chiziq bilan $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislik

orasidagi burchak topilsin

$$+ \sin \alpha = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

$$- \frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} = \frac{z-z_0}{z_1-z_0}$$

$$- Am + Bn + Cp = 0$$

$$- \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

762. $\frac{x-a}{m} = \frac{y-b}{n} = \frac{z-c}{p}$ to`qri chiziq va $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikning

o`zaro parallellik sharti qaysi formula yordamida hisoblanadi.

$$+ Am + Bn + Cp = 0$$

$$- \frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} = \frac{z-z_0}{z_1-z_0}$$

$$- \sin \alpha = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

$$- \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

763. $\frac{x-a}{m} = \frac{y-b}{n} = \frac{z-c}{p}$ to`qri chiziq  $Ax + By + Cz + D = 0$  tekislikning o`zaro

perpendikulyarlik sharti qaysi formula yordamida hisoblanadi.

$$+ \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

$$- d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$- Am + Bn + Cp = 0$$

$$- \cos \alpha = \frac{|AA_1 + BB_1 + CC_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$$

764. 2 ta to'g'ri chiziqning $y = k_1x + b_1$ va $y = k_2x + b_2$ perpendikulyarlik sharti:

$$+ k_2 = -\frac{1}{k_1}$$

$$-k_2 = -k_1$$

$$-k_2 = k_1$$

$$-k_2 = \frac{1}{k_1}$$

765.2 ta to'g'ri chiziqning $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ perpendikulyarlik sharti:

$$+ A_1A_2 + B_1B_2 = 0$$

$$- \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$$

$$- A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 1$$

$$- A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

766. $M(x_0; y_0)$ nuqtadan $Ax + By + C = 0$ to'g'ri chiziqgacha masofa:

$$+ d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$- d = \frac{|Ax_0 - By_0 - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$- d = |Ax_0 + By_0 + C|^2$$

$$- d = \sqrt{Ax_0 + By_0 + C}$$

767. Aylananing kanonik tenglamasi:

$$+ (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$- \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$- y^2 = 2px$$

$$- (x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$$

768. Ellipsning kanonik tenglamasi:

$$+ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$- (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$-y^2 = 2px$$

769. Vectorsni aralash ko'paytmasini ko'rsating.

$$+ \vec{c} \cdot [\vec{a} \times \vec{b}] = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$- Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$- \overline{ab} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

- To'g'ri javob yo'q

770. Ellipsning ekscentrisiteti:

$$+ \varepsilon = \frac{c}{a}, \text{ agar } a > b$$

$$- \varepsilon = c \cdot a$$

$$- \varepsilon = \frac{a}{c}, \text{ agar } a > b$$

$$- \varepsilon = \frac{b}{a}, \text{ agar } a < b$$

771. Ellipsning ekscentrisiteti quyidagi qiymatlarni qabul qiladi:

$$+ 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

$$- \varepsilon \geq 0$$

$$- \varepsilon > 1$$

$$- \varepsilon \geq 1$$

772. Giperbolaning ekscentrisiteti:

$$+ \varepsilon = \frac{c}{a}, \text{ agar } a - \text{haqiqiy yarimo'q}$$

$$- \varepsilon = c \cdot a$$

$$- \varepsilon = \frac{c}{b}, \text{ agar } a < b$$

$$- \varepsilon = \frac{b}{a}, \text{ agar } a - \text{mavhum yarimo'q}$$

773. Giperbolaning ekscentrisiteti quyidagi qiymatni qabul qiladi:

$$+ \varepsilon \geq 1$$

$$- \varepsilon \geq 0$$

$$- 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

$$- \varepsilon > 1$$

774. Aniqlanish sohasidan olingan x lar uchun quyidagi shart bajarilsa funksiya juft deyiladi:

$$+ f(-x) = f(x)$$

$$- f(-x) = f(x^2)$$

$$- f(-x) \neq f(x) \neq -f(x)$$

$$- f(-x) = -f(x)$$

775. $f(x)$ funksiya uchun aniqlanish sohasidan olingan x larda quyidagi shart bajarilsa funksiya toq deyiladi:

$$+ f(-x) = -f(x)$$

$$- f(-x) = f(x^2)$$

$$- f(-x) = f(x)$$

$$- f(-x) \neq f(x) \neq -f(x)$$

776. agar $x \rightarrow a$ $f(x)$ funksiya uchun quyidagi shart bajarilsa... u cheksiz katta miqdor deyiladi:

$$+ \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$$

777. agar $x \rightarrow a$ $f(x)$ funksiya uchun quyidagi shart bajarilsa... u cheksiz kichik miqdor deyiladi:

$$+ \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$$

778. agar $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ va $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, mavjud bo`lganda limit uchun o`rinsiz xossani ko`rsating:

$$+ \lim_{x \rightarrow a} C = 0, \quad C = \text{const}$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad \text{agar } g(x) \neq 0$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

779. 1-ajoyib limit:

$$+ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$$

780. 2-ajoyib limit:

$$+ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$$

781. agar $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ mavjud bo`lsa, bu ifoda nimani bildiradi?:

+hosila

- differensial

- argument orttirmasi

- funksiya orttirmasi

782. Quyidagi ifodaga $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$:

+ funksiya orttirmasi

- differensial

- hosila

- argument orttirmasi

783. Yig`indi uchun hosila formulasi $(u + v)'$ = :

$$+ (u' + v')$$

$$- u \cdot v' - u' \cdot v$$

$$- u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$- u' - v'$$

784. Ayirmaning hosila formulasi $(u - v)'$ = :

$$\begin{aligned}
&+ u' - v' \\
&- u \cdot v' - u' \cdot v \\
&- u' \cdot v + u \cdot v' \\
&- u' + v'
\end{aligned}$$

785. Ko`paytmaning hosila formulasi $(u \cdot v)' = :$

$$\begin{aligned}
&+ u' \cdot v + u \cdot v' \\
&- u \cdot v' - u' \cdot v \\
&- u' + v' \\
&- u' \cdot v - u \cdot v'
\end{aligned}$$

786. Bo`linmaning hosila formulasi $\left(\frac{u}{v}\right)' = :$

$$\begin{aligned}
&+ \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \\
&- \frac{u \cdot v' - u' \cdot v}{v^2} \\
&- u' \cdot v + u \cdot v' \\
&- \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}
\end{aligned}$$

787. Quyidagi formula qanday ifodalanadi $(k \cdot f(x))' = :$

$$\begin{aligned}
&+ k \cdot f'(x) \\
&- k \\
&- f'(x) \\
&- f(x)
\end{aligned}$$

788. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(x^n)' = :$

$$\begin{aligned}
&+ nx^{n-1}; \\
&- x^{n-1}; \\
&- x^n \ln x; \\
&- nx^{n+1};
\end{aligned}$$

789. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\sqrt{x})' = :$

$$\begin{aligned}
&+ \frac{1}{2\sqrt{x}}; \\
&- 2\sqrt{x}; \\
&- \frac{1}{2\sqrt{x}};
\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{x}};$$

790. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\ln x)' =$:

$$+\frac{1}{x};$$

$$-x;$$

$$-e^x;$$

$$-x;$$

791. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(e^x)' =$:

$$+e^x;$$

$$-e;$$

$$-e^{-x};$$

$$-\frac{1}{x};$$

792. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(a^x)' =$:

$$+a^x \ln a;$$

$$-e^x;$$

$$-xa^{x-1};$$

$$-\ln a^x;$$

793. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\operatorname{tg} x)' =$:

$$+\frac{1}{\cos^2 x};$$

$$-\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$-\operatorname{ctg} x;$$

$$--\frac{1}{\cos^2 x};$$

794. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\operatorname{ctg} x)' =$:

$$+-\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$-\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$-\operatorname{tg} x;$$

$$-\frac{1}{\cos^2 x};$$

795. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\arcsin x)' =$:

$$+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$-\frac{1}{\sin x};$$

$$-\frac{1}{1+x^2};$$

$$-\frac{1}{\cos^2 x};$$

796. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\arccos x)' =$:

$$+ -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$-\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$-\frac{1}{\cos x};$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

797. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\operatorname{arctg} x)' =$:

$$+\frac{1}{1+x^2};$$

$$-\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$--\frac{1}{1+x^2};$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

798. hosila quyidagilardan qaysilariga teng $(\operatorname{arcctg} x)' =$:

$$+ -\frac{1}{1+x^2};$$

$$-\frac{1}{\cos^2 x};$$

$$-\frac{1}{1+x^2};$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

799. $y = f(x)$ funksiyaning differensiali:

$$+ dy = f'(x)dx;$$

$$- dy = dx;$$

$$- dy = x dx;$$

$$- dy = f'(x);$$

800. $f(x)$ funksiya $(x_0; f(x_0))$ nuqtada o'tkazilgan urinma tenglamasi:

$$+ y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0);$$

$$- y = f'(x_0)(x - x_0);$$

$$- y - f(x_0) = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0);$$

$$- y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0);$$

801. $[a; b]$ oraliqda funksiya $f(x)$ o'suvchi, agar:

$$+ f'(x) > 0;$$

$$- f'(x) < 0;$$

$$- f'(x) = 0;$$

$$- f''(x) \geq 0;$$

802. $[a; b]$ oraliqda funksiya $f(x)$ kamayuvchi, agar:

$$+ f'(x) < 0;$$

$$- f'(x) = 0;$$

$$- f''(x) \geq 0;$$

$$- f''(x) \leq 0;$$

803. $f(x)$ va $g(x)$ funksiylar x_0 nuqtada differensiyalanuvchi bo'lsa Lopital qoidasiga ko'ra bunda $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, :

$$+ \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)};$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g'(x);$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g'(x);$$

$$- \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)';$$

804. Agar $f'(x)$ hosila kritik nuqta atrofida ishorasini «-» dan «+» ga o'zgartirilsa, unda bu nuqta:

- + min ;
- egilish nuqtasi;
- max ;
- uzulish nuqtasi;

805. Agar $f'(x)$ hosila kritik nuqta atrofida ishorasini «+» dan «-» ga o'zgartirilsa, unda bu nuqta :

- + max ;
- egilish nuqtasi;
- uzulish nuqtasi;
- $\rightarrow \infty$;

806. $y = f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda qavariq deyiladi:

- + $f''(x) < 0$;
- $f'(x) < 0$;
- $f'(x) = 0$;
- $f''(x) > 0$;

807. $y = f(x)$ funksiya $(a; b)$ oraliqda botiq deyiladi:

- + $f''(x) > 0$;
- $f'(x) < 0$;
- $f'(x) = 0$;
- $f''(x) < 0$;

808. x_0 nuqta egilish nuqtasi deyiladi, agar:

- + $f''(x_0) = 0$;
- $f'(x_0) < 0$;
- $f'(x_0) = 0$;
- $f''(x_0) > 0$;

809. $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich deyiladi, agar:

- + $F'(x) = f(x)$;
- $F(x) = f'(x)$;
- $F'(x) = C$;
- $F'(x) = x$;

810.: $\left(\int f(x)dx\right)' =$: integral xossasidan:

+ $f(x)$;

- $f(x)dx$;

- 0;

- dx ;

811. $d\int f(x)dx =$: integral xossasidan:

+ $f(x)dx$;

- $f(x)$;

- 0;

- dx ;

812. $\int dx =$: integral xossasidan:

+ $x + C$;

- $f(x)dx$;

- 0;

- dx ;

813. Integral jadvalidan $\int x^n dx =$:

+ $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$;

- $nx^{n+1} + C$;

- $x^{n-1} + C$;

- $\frac{x^{n-1}}{n-1} + C$;

814. Integral jadvalidan $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$:

+ $2\sqrt{x} + C$;

- $\ln \sqrt{x} + C$;

- $\frac{2}{\sqrt{x}} + C$;

- $\frac{\sqrt{x}}{2} + C$;

815. Integral jadvalidan $\int \frac{1}{x} dx =$:

+ $\ln x + C$;

- $x + C$;

$$-\frac{x^2}{2} + C;$$

$$-x + C;$$

816. Integral jadvalidan $\int a^x dx = :$

$$+\frac{a^x}{\ln a} + C;$$

$$-xa^{x-1} + C;$$

$$-a^x \ln a + C;$$

$$-\frac{a^x}{\ln x} + C;$$

817. Integral jadvalidan $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = :$

$$+tg x + C;$$

$$-ctg x + C;$$

$$-\arcsin x + C;$$

$$-ctg x + C;$$

818. Integral jadvalidan $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = :$

$$+-ctg x + C;$$

$$-\arcsin x + C;$$

$$-ctg x + C;$$

$$-tg x + C;$$

819. Integral jadvalidan $\int \frac{1}{1+x^2} dx = :$

$$+arctg x + C;$$

$$-ctg x + C;$$

$$-\arcsin x + C;$$

$$-\arccos x + C;$$

820 Integral jadvalidan $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = :$

$$+\arcsin x + C;$$

$$-ctg x + C;$$

$$-arcctg x + C;$$

$$-tg x + C;$$

821. ikki argumentli funksiya uchun to'la differensial formulasi $z = f(x; y)$:

$$+dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy;$$

$$-dz = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y};$$

$$-dz = \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y};$$

$$-dz = dx + dy;$$

822. Bo'laklab integrallash formulasi:

$$+\int u dv = uv - \int v du;$$

$$-\int u dv = \int v du - uv;$$

$$-uv = \int u dv - \int v du;$$

$$-uv = \int u dv + \int v du;$$

823. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; 0) \cup (0; +\infty);$$

$$-(-1; 1);$$

$$-(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

824. $y = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right);$$

$$-\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right);$$

$$-\left(-\infty; \frac{1}{2}\right);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

825. $y = \frac{x^2}{2 - 2x}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; 1) \cup (1; +\infty);$$

$$-\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right);$$

$$-(-1; 1);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

826. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; 0) \cup (0; +\infty);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

$$-(-1; 1);$$

$$-(-\infty; 1) \cup (1; +\infty);$$

827. $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty);$$

$$-(-2; +\infty);$$

$$-(-2; 2);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

828. $y = \frac{2x}{1 + x^2}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; +\infty);$$

$$-(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty);$$

$$-(-1; 1);$$

$$-(-\infty; 0) \cup (0; +\infty);$$

829. $y = x^3 + 6x^2 + 9x$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; +\infty);$$

$$-[-1; 1];$$

$$-(-1; 1);$$

$$-(-\infty; 0) \cup (0; +\infty);$$

830. $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$: funksiyaning aniqlanish soxasini aniqlang:

$$+(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty);$$

$$-[-2; 2];$$

$$-(-2; 2);$$

$$-(-\infty; +\infty);$$

831. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2 + 4}{2x}$:

$$+0;$$

$$-1;$$

$$-\text{mavjud emas};$$

$$-\frac{1}{2};$$

832. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2 + 4}{2x}$:

+ 0;

- -1;

- mavjud emas

$$-\frac{1}{2};$$

833. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$:

+ 0;

--1;

-2;

- mavjud emas

834. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{x}{x+1}$:

+ -1;

- 0;

- 2;

- mavjud emas

835. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2}{x+1}$:

+ -1;

- 0;

- 2;

- mavjud emas

836. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = x^2 - 2x - 3$:

+ mavjud emas

- 0;

- -1;

- 2;

837. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$:

+ 0;

- 2;

- -1;

- mavjud emas

838. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2}{x-2}$:

- + 2;
- 0;
- -2;
- mavjud emas;

839. Funksiyaning uzulish nuqtasini aniqlang $y = \frac{x^2}{6} - x^2$:

- + mavjud emas;
- 2;
- 2;
- 0;

840. Uchburchakning uchlari berilgan: $A (-1; -1)$, $B (0; -6)$ va $C (-10; -2)$. A uchidan tushirilgan mediana uzunligini aniqlang:

- + 5;
- 1;
- 2;
- 4;

841. Uchburchakning uchlari berilgan: $A (2; 4)$, $B (0; 3)$ va $C (6; 8)$. A uchidan tushirilgan mediana uzunligini aniqlang:

- + 5;
- 1;
- 2;
- 4;

842. $A (0; 3)$ va $B (-4; 3)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani $AM:MB=3$. nisbatda bo'luvchi $M (x; y)$ nuqtani aniqlang:

- + $(-3; 3)$;
- $(3; -3)$;
- $(3; 3)$;
- $(-2; 3)$;

843. $A (0; -1)$ va $B (2; 2)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani $AM:MB=1:2$. nisbatda bo'luvchi $M (x; y)$ nuqtani aniqlang:

- + $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$;
- $(0; -1)$;
- $\left(0; \frac{2}{3}\right)$;
- $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$;

844. 3-tartibli determinantni hisoblang $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = :$

- + -8;
- -3;
- 0;
- 8;

845. 3-tartibli determinantni hisoblang $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = :$

- +12;
- 6;
- 36;
- 42;

846. 3-tartibli determinantni hisoblang: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix} = :$

- + 29;
- 22;
- - 31;
- 31;

847.. 3-tartibli determinantni hisoblang $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 9 & 2 & -5 \end{vmatrix} = :$

- + 30;
- 15;
- -30;
- 0;

848. 3-tartibli determinantni hisoblang $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -10 \\ 0 & 7 & 10 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = :$

- +70;
- 80;
- 50;
- -70;

849. Chiziqli tenglamalar sistemasidan asosiy determinant Δ ni aniqlang

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = 8 \\ x + y + 2z = 11 \\ 4x + y + 4z = 22 \end{cases} :$$

$$+\Delta=6;$$

$$-\Delta=-8;$$

$$-\Delta=4;$$

$$-\Delta=1;$$

$$850. \text{ Chiziqli tenglamalar sistemasida } \Delta y \text{ ni aniqlang } \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=3 : \\ -x+y+z=7 \end{cases}$$

$$+\Delta y=-6;$$

$$-\Delta y=0;$$

$$-\Delta y=20;$$

$$-\Delta y=-9;$$

$$851. \begin{vmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinant qiymatini hisoblang.}$$

$$+-3$$

$$-3$$

$$-21$$

$$-5$$

$$852. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ determinant qiymatini hisoblang.}$$

$$+-15$$

$$-15$$

$$-18$$

$$-30$$

$$853. \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} \text{ determinant qiymatini hisoblang.}$$

$$+-13$$

$$-18$$

$$-30$$

$$--33$$

$$854. \begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinant qiymatini hisoblang.}$$

$$+-15$$

$$-15$$

$$-45$$

$$-0$$

855. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ -5
- 11
- 24
- -51

856. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 3
- 6
- 3
- 1

857. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ -3
- 3
- 21
- 36

858. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 3
- 3
- 9
- -11

859. $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 12
- 6
- 14
- 0

860. $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ -11

- 11
- -9
- 13

861. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ -26
- 2
- 0
- -2

862. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 1
- -1
- 10
- 15

863. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 10
- 0
- 8
- 22

864. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 15 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 0
- 3
- 8
- 19

865. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ determinant qiymatini hisoblang.

+ - 6
- 5
- -5
- 0

866. $\vec{a}=3\mathbf{i}-4\mathbf{j}+\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

- + - (3, 4, 1)
- (3, - 4, 1)
- (3, 4, 0)
- (3, 2, 1)

867. $\vec{a}=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating

- + - (2, 3, 4)
- (3, 2, 1)
- (2, 3, - 4)
- (2, - 3, 4)

868. $\vec{a}=3\mathbf{i}-\mathbf{j}+4\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

- + - (3, - 1, 4)
- (3, 0, 4)
- (- 3, - 1, - 4)
- (3, 4, 0)

869. $\vec{a}=\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating

- + - (1, 1, 3)
- (1, 0, 3)
- (3, 0, 0)
- (0, 1, 3)

870. $\vec{a}=\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

- + - (0, - 1, 2)
- (0, 1, 2)
- (0, 1, - 2)
- (0, - 1, - 2)

871. $\vec{a}=3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

- + - (3, 2, 1)
- (3, - 2, 1)
- (3, - 2, - 1)
- (- 3, - 2, 1)

872. $\vec{a}=2\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

- + - (2, - 1, - 1)
- (- 2, 1, 1)
- (2, - 1, 1)
- (- 2, 1, - 1)

873. $\vec{a}=\mathbf{i}-2\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

- + - (1, 0, - 2)

- (1, 1, -2)
- (1, -1, -2)
- (0, 1, -2)

874. $\vec{a} = 2i - 3j$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (2, -3, 1)
- (2, 3, 1)
- (2, 0, -3)
- (2, -3, 0)

875. $\vec{a} = -3i + 2j - k$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (3, 2, 1)
- (-3, 2, -1)
- (3, 2, -1)
- (-3, -2, 1)

876. $\vec{a} = -i + 3j + 2k$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (-1, 3, 2)
- (1, 3, 2)
- (-1, 3, -2)
- (-1, -3, 2)

877. $\vec{a} = 4i - 3j + 2k$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (4, 0, 2)
- (4, -3, 2)
- (4, 3, 2)
- (4, -3, -2)

878. $\vec{a} = 3i - 5k$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (3, -1, -5)
- (3, 0, 5)
- (3, 0, -5)
- (0, 3, -5)

879. $\vec{a} = 2i - 5j$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (2, 0, -5)
- (2, 0, 5)
- (2, 5, 0)
- (2, -5, 0)

880. $\vec{a} = 2i - 3j + 7k$ vektor koordinatarini ko`rsating.

- + - (2, -3, 7)
- (2, 3, 7)
- (2, 3, -7)
- (-2, 3, 7)

881. $\vec{a}=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}+6\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

+ - $(2, -3, 6)$

- $(2, 3, 6)$

- $(2, 6, 3)$

- $(2, -3, -6)$

882. $\vec{a}=\mathbf{k}-3\mathbf{j}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

+ - $(0, -3, 1)$

- $(1, -3, 0)$

- $(-3, 0, 1)$

- $(1, 0, -3)$

883. $\vec{a}=\mathbf{i}-\mathbf{j}+4\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

+ - $(-1, -1, 4)$

- $(1, 1, 4)$

- $(1, -1, 4)$

- $(1, 4, -1)$

884. $\vec{a}=\mathbf{i}-2\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

+ - $(1, 2, 2)$

- $(1, 2, -2)$

- $(-1, 2, 2)$

- $(1, -2, 2)$

885. $\vec{a}=3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ vektor koordinatalarini ko`rsating.

+ - $(0, 3, 2)$

- $(-1, 3, 2)$

- $(1, 3, 2)$

- $(3, 2, 0)$

886. $\vec{a}(2, 4, 1)$ $\vec{b}(-1, 1, 3)$ vektorlarning vektor ko`raytmasini toping.

+ - $(11, -7, 6)$

- $(11, 3, 8)$

- $(13, 7, 6)$

- $(14, 7, 1)$

887. $\vec{a}(1, 2, 1)$ $\vec{b}(1, -1, 3)$ vektorlarning vektor ko`raytmasini toping.

+ - $(7, 2, 3)$

- $(7, -2, -3)$

- $(2, 1, 4)$

- $(7, 2, 6)$

888. $\vec{a}(2, 4, 1)$ $\vec{b}(1, -1, 1)$ vektorlarning vektor ko`raytmasini toping.

+ - $(5, 1, 6)$

- $(5, -1, -6)$

- (4, 2, 6)
- (5, -1, 6)

889. $\vec{a}(1, 3, 1)$ $\vec{b}(2, 2, -2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (-8, 4, -4)
- (8, 4, 2)
- (8, -4, 4)
- (8, 4, -2)

890. $\vec{a}(-1, 2, 3)$ $\vec{b}(1, 0, 2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (4, -5, -2)
- (4, -5, 2)
- (4, 5, -2)
- (4, 5, 2)

891. $\vec{a}(-2, 1, 3)$ $\vec{b}(0, 1, 2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (1, 4, -2)
- (-1, 4, -2)
- (1, -4, -2)
- (-1, -4, 2)

892. $\vec{a}(-1, 2, 3)$ $\vec{b}(2, 1, 1)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (1, -7, 5)
- (1, -7, -5)
- (1, 7, -5)
- (-1, 7, -5)

893. $\vec{a}(2, 3, 0)$ $\vec{b}(1, 3, 2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (-6, 4, -3)
- (6, 4, 3)
- (6, -4, 3)
- (6, -4, -3)

894. $\vec{a}(1, 2, -1)$ $\vec{b}(1, 2, 5)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (0, 4, 12)
- (0, 12, 4)
- (12, 0, 4)
- (12, 4, 0)

895. $\vec{a}(0, -2, 3)$ $\vec{b}(3, -2, 1)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.

- + - (4, 9, 6)
- (9, 4, 6)
- (6, 4, 9)
- (4, 6, 9)

896. $\vec{a}(-1, 2, 3)$ $\vec{b}(1, -3, -2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
- $(5, -1, -1)$
- $(5, 1, 1)$
- $(5, -1, 1)$
- $(5, 1, -1)$

897. $\vec{a}(1, 1, 1)$ $\vec{b}(1, 7, 2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+- $(5, 1, -6)$
- $(-5, 1, 6)$
- $(5, 1, 6)$
- $(-5, -1, 6)$

898. $\vec{a}(2, -1, 5)$ $\vec{b}(1, 0, 3)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+- $(3, 11, -1)$
- $(3, -11, -1)$
- $(-3, 11, 1)$
- $(-3, 11, -1)$

899. $\vec{a}(5, 2, 1)$ $\vec{b}(1, -2, 0)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+- $(2, 1, 12)$
- $(-2, 1, -12)$
- $(2, -1, 12)$
- $(2, 1, -12)$

900. $\vec{a}(1, 4, 2)$ $\vec{b}(1, 5, 2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+- $(-2, 1, 0)$
- $(-2, 0, 1)$
- $(2, 0, 1)$
- $(2, 1, 0)$

900. $\vec{a}(1, 4, 2)$ $\vec{b}(1, 5, 2)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+ $(-2, 0, 1)$
- $(-2, 1, 0)$
- $(2, 0, 1)$
- $(2, 1, 0)$

901. $\vec{a}(2, -3, 4)$ $\vec{b}(3, 1, 0)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+ $(-4, 12, 11)$
- $(4, 12, 11)$
- $(4, -12, 11)$
- $(4, -12, -11)$

902. $\vec{a}(2, 4, 0)$ $\vec{b}(3, -2, 1)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
+ $(4, -2, -16)$
- $(4, -2, 16)$

- $(-4, 2, 16)$
- $(4, 2, 16)$

903. $\vec{a}(5, 7, 2)$ $\vec{b}(2, 0, 1)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
 + $(7, -1, -14)$
 - $(7, 1, 14)$
 - $(7, -1, 14)$
 - $(-7, 1, 14)$

904. $\vec{a}(2, -3, 1)$ $\vec{b}(2, 5, 1)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
 + $(-8, 0, 16)$
 - $(8, 0, 16)$
 - $(8, 0, -16)$
 - $(-8, 16, 0)$

905. $\vec{a}(1, -2, 3)$ $\vec{b}(2, 1, 0)$ vektorlarning vektor ko'raytmasini toping.
 + $(-3, 6, 5)$
 - $(3, 6, 5)$
 - $(-3, 6, -5)$
 - $(3, -6, 5)$

906. $\vec{a}(2, 4, -1)$ $\vec{b}(3, 0, 1)$ vektorlarning skalyar ko'raytmasini toping.
 + 5
 - $(6, 0, -1)$
 - 4
 - 2

907. $\vec{a}(1, 0, 4)$ $\vec{b}(3, -2, 4)$ vektorlarning skalyar ko'raytmasini toping.
 + 19
 - $(3, 0, 16)$
 - $(4, -2, 8)$
 - 16

908. $\vec{a}(2, 1, 4)$ $\vec{b}(2, 0, 1)$ vektorlarning skalyar ko'raytmasini toping.
 + 8
 - $(4, 2, 4)$
 - $(4, 1, 4)$
 - 9

909. $\vec{a}(1, 0, -1)$ $\vec{b}(-1, 1, 1)$ vektorlarning skalyar ko'raytmasini toping.
 + -2
 - $(0, 1, 0)$
 - $(0, -1, 0)$
 - -3

910. $\vec{a}(2, 4, 1)$ $\vec{b}(1, 3, -1)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 13
- 14
- 10
- 20

911. $\vec{a}(3, -2, 0)$ $\vec{b}(5, 2, 1)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 11
- 10
- 12
- 9

912. $\vec{a}(3, -1, 2)$ $\vec{b}(3, 1, 0)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 8
- 10
- 7
- 9

913. $\vec{a}(2, 1, 3)$ $\vec{b}(2, -5, 1)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 2
- 4
- 3
- 6

914. $\vec{a}(1, -2, 3)$ $\vec{b}(4, 2, 3)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 9
- 8
- 10
- 7

915. $\vec{a}(1, 2, -3)$ $\vec{b}(5, 2, 1)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 6
- 4
- 5
- 8

916. $\vec{a}(2, -2, 1)$ $\vec{b}(2, 1, 0)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+ 2
- 5
- 6
- 4

917. $\vec{a}(5, -2, 1)$ $\vec{b}(3, 1, -5)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
+8

- 7
- 4
- 6

918. $\vec{a}(2, -2, 3)$ $\vec{b}(4, 1, 3)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 + 15
 - 13
 - 14
 - 7

919. $\vec{a}(1, 3, 2)$ $\vec{b}(4, -5, 6)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 +1
 - 10
 - 7
 - 27

920. $\vec{a}(3, 2, 7)$ $\vec{b}(5, -2, 1)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 + 18
 - 25
 - 20
 - 16

921. $\vec{a}(3, 2, -1)$ $\vec{b}(2, 4, 1)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 + 13
 - 14
 - 12
 - 15

922. $\vec{a}(3, 4, -1)$ $\vec{b}(5, -2, 3)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 +4
 - 11
 - 18
 - 3

923. $\vec{a}(1, 2, 5)$ $\vec{b}(3, 2, 4)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 + 27
 - 25
 - 20
 - 7

924. $\vec{a}(5, -2, 4)$ $\vec{b}(6, 3, -4)$ vektorlarning skalyar ko`raytmasini toping.
 + 8
 - 12
 - 30
 - 6

925. $\vec{a}(3, 1, 5)$ $\vec{b}(2, 1, 0)$ vektorlarning skalyar ko'raytmasini toping.
+ 7
- 5
- 8
- 9

926. $\vec{a}(2, 3, 1)$ $\vec{b}(-1, 3, 0)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} + 2\vec{b}$ hisoblang.
+ (0, 9, 1)
- (-4, 9, 1)
- (-4, 6, 0)
- (-4, 3, 1)

927. $\vec{a}(1, 2, -1)$ $\vec{b}(3, -2, 4)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} - 2\vec{b}$ hisoblang.
+ (-5, 6, -9)
- (5, 4, -1)
- (-7, 2, 7)
- (6, 1, 3)

928. $\vec{a}(-1, 2, 4)$ $\vec{b}(1, 0, 1)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} + 3\vec{b}$ hisoblang.
+ (2, 2, 7)
- (0, 2, 5)
- (-2, 2, 3)
- (2, 4, 6)

929. $\vec{a}(-1, 1, 1)$ $\vec{b}(2, 1, 0)$ vektorlar berilgan. $2\vec{a} + \vec{b}$ hisoblang.
+ (0, 3, 2)
- (-2, 2, 2)
- (2, 4, 6)
- (1, 3, 4)

930. $\vec{a}(2, 3, 1)$ $\vec{b}(3, 5, 1)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} - \vec{b}$ hisoblang.
+ (-1, -2, 0)
- (5, 2, 0)
- (-1, 8, 0)
- (1, 2, 0)

931. $\vec{a}(2, 6, 2)$ $\vec{b}(3, 1, 5)$ vektorlar berilgan. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ hisoblang.
+ (-2, 2, -4)
- (2, -2, 4)
- (2, 4, 2)
- (2, 4, 2)

932. $\vec{a}(2, -1, 3)$ $\vec{b}(1, 1, 1)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} - 2\vec{b}$ hisoblang.
+ (0, -3, 1)

- (5, 4, 2)
- (0, 3, 1)
- (4, 2, 5)

933. $\vec{a}(-1, 1, 0)$ $\vec{b}(1, -2, 2)$ vektorlar berilgan. $2\vec{a} - 3\vec{b}$ hisoblang.
 + (-5, 8, -6)
 - (10, 6, 5)
 - (-3, 5, 7)
 - (15, 3, 2)

934. $\vec{a}(2, -1, 2)$ $\vec{b}(3, 1, 2)$ vektorlar berilgan. $2\vec{a} + \vec{b}$ hisoblang.
 + (7, -1, 6)
 - (5, 7, 3)
 - (-1, -2, 0)
 - (5, 0, 4)

935. $\vec{a}(2, -1, 3)$ $\vec{b}(2, 1, 6)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} - 2\vec{b}$ hisoblang.
 + (-2, -3, -9)
 - (6, -3, 15)
 - (6, 1, 15)
 - (7, 3, 8)

936. $\vec{a}(1, 1, 2)$ $\vec{b}(1, -1, -4)$ vektorlar berilgan. $2\vec{a} + \vec{b}$ hisoblang.
 + (3, 1, 0)
 - (5, 3, 2)
 - (2, 2, -2)
 - (2, 0, -2)

937. $\vec{a}(2, 1, 1)$ $\vec{b}(-2, 1, 0)$ vektorlar berilgan. $3\vec{a} - \vec{b}$ hisoblang.
 + (8, 2, 3)
 - (0, 2, -1)
 - (0, -2, 1)
 - (10, 5, 7)

938. $\vec{a}(2, 1, 0)$ $\vec{b}(0, -2, 1)$ vektorlar berilgan. $3\vec{a} + \vec{b}$ hisoblang.
 + (6, 0, 1)
 - (6, 2, 1)
 - (7, 3, 9)
 - (5, 3, 2)

939. $\vec{a}(2, 1, 1)$ $\vec{b}(3, 1, -2)$ vektorlar berilgan. $3\vec{a} - 2\vec{b}$ hisoblang.
 + (0, 1, 7)
 - (0, 5, -7)
 - (12, 1, -1)
 - (12, 5, 7)

940. $\vec{a}(2, 6, -2)$ $\vec{b}(3, 4, 1)$ vektorlar berilgan. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ hisoblang.

+ (4, 7, 0)
 - (5, 7, -2)
 - (7, 4, 0)
 - (5, 7, 2)

941. $\vec{a}(2, 3, 2)$ $\vec{b}(2, 3, -1)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} - \vec{b}$ hisoblang.

+ (0, 0, 3)
 - (4, 6, 1)
 - (4, -6, 3)
 - (4, -6, -3)

942. $\vec{a}(3, 1, 1)$ $\vec{b}(2, 5, 3)$ vektorlar berilgan. $2\vec{a} - \vec{b}$ hisoblang.

+ (4, -3, -1)
 - (4, 3, 5)
 - (7, 2, 8)
 - (6, 5, 3)

943. $\vec{a}(3, 3, 1)$ $\vec{b}(-2, 1, -2)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} + \vec{b}$ hisoblang.

+ (1, 4, -1)
 - (5, 4, -3)
 - (-5, 2, 3)
 - (5, 2, -3)

944. $\vec{a}(2, -3, 1)$ $\vec{b}(2, 2, 3)$ vektorlar berilgan. $2\vec{a} - \vec{b}$ hisoblang.

+ (2, -8, -1)
 - (7, -3, 9)
 - (-2, 5, 8)
 - (6, 7, 3)

945. $\vec{a}(2, 1, 4)$ $\vec{b}(3, 2, 1)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} - 2\vec{b}$ hisoblang.

+ (-4, -3, 2)
 - (4, -2, 1)
 - (4, 7, 3)
 - (2, 8, 3)

946. $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 0 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (1, 1)
 - (2, 1)
 - (0, 4)
 - (2, 2)

947. $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (3,-2)

- (1,1)

- (2,-1)

- (1,1)

948. $\begin{cases} x - 7y = -5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (2,1)

- (1,1)

- (2,2)

- (0,1)

949. $\begin{cases} x - 3y = -8 \\ 2x - 8y = -22 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (1,3)

- (1,1)

- (4,0)

- (1,2)

950. $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 0 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (1,1)

-(2,1)

-(0,4)

-(2,2)

951. $\begin{cases} x + 6y = 13 \\ 2x - y = 13 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (7,1)

- (1,-7)

- (1,2)

- (0.5,1)

952. $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 4x - y = -11 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (-2,3)

- (2,3)

- (0,1)

- (2,1)

953. $\begin{cases} -2x + 5y = 3 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching

+ (1,1)
 - (2,1)
 - (3,4)
 - (0,1)

954. $\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (1,2)
 - (1,1)
 - (1,0)
 - (2,-1)

955. $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching

+ (1,1)
 - (0.5, 1)
 - (-1,3)
 - (2,1)

956. $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching

+ (1,1)
 - (0.5, 1)
 - (-1,3)
 - (2,1)

957. $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

+ (1,1)
 - (0.5, 5)
 - (-1, 3)
 - (2,1)

958. $\begin{cases} -4x + 3y = -1 \\ x - 6y = -5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (1,1)
 - (2,1)
 - (-1,2)
 - (2,2)

$$959. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} a_{22} \text{ element minorini toping}$$

$$+ \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$960. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} a_{23} \text{ element minorini toping}$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$961. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} a_{31} \text{ element minorini toping}$$

$$+ \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$962. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} a_{33} \text{ element minorini toping}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$963. \begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} a_{32} \text{ element minorini toping}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$964. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} a_{31} \text{ element minorini toping.}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$965. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} a_{32} \text{ element minorini toping}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\
& - \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$- \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

966. $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (2,1)

- (1,2)

- (3,2)

- (-1,-2)

967. $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 5y = 40 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching.

+ (5,-4)

- (2,3)

- (3,2)

- (4,5)

968. $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching.

+ (1,-1)

- (2,-2)

- (1,2)

- (2,1)

969. $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 7x + 4y = 8 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (0,2)

- (2,0)

- (1,2)

- (-1,2)

970. $\begin{cases} 2x - 3y = 22 \\ -3y - 4y = 1 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

+ (5,4)

- (1,2)

- (3,2)

- (4,5)

971. $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 5y = 7 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini eching

+ (-2,-3)

- (1,2)
- (2,3)
- (1/2,3)

972. $\begin{cases} -3x + y = -5 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

- + (2,1)
- (1,1)
- (-2,1)
- (1,1)

973. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ a_{21} element minorini toping

+ $\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

- $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$

- $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

- $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

974. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ a_{11} element minorini toping

+ $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$

- $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$

- $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

- $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

975. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ a_{32} element minorini toping.

+ $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

$$\begin{array}{l}
- \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\
- \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\
- \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}
\end{array}$$

976. $M_0(3,-1,2)$ nuqtadan o'tuvchi $\bar{a} (2,3,-1)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

$$\begin{array}{l}
+ \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1} \\
- \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2} \\
- 2(X-3) + (Y+1) - 1(Z-2) = 0 \\
- 3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0
\end{array}$$

977. $M_0(3,-1,2)$ nuqtadan o'tuvchi $\bar{a} (-2,5,9)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

$$\begin{array}{l}
+ \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{9} \\
- \frac{x+2}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-9}{-1} \\
- 2(X-3) + (Y+1) - 1(Z-2) = 0 \\
- -2(X-2) - 5(Y-3) + 9(Z+1) = 0
\end{array}$$

978. $x + y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel, $M(1; 1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini toping.

$$\begin{array}{l}
+ x + y - 2 = 0 \\
- x + y + 2 = 0 \\
- x - y + 2 = 0 \\
- x + y = 0
\end{array}$$

979. $M_0(3,-2,3)$ nuqtadan o'tuvchi $\bar{a} (1,3,-1)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

$$\begin{array}{l}
+ \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-1} \\
- 2(X-3) + 3(Y+2) - 1(Z-2) = 0 \\
- \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2} \\
- 3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0
\end{array}$$

980. $M(1; 1)$ nuqta quyidagi to'g'ri chiziqlardan qaysi birida yotadi

$$+ x + y - 2 = 0$$

- $x + y - 1 = 0$
- $x + y = 0$
- $2x - 2y - 4 = 0$

981. $M(2; 1)$ nuqta quyidagi to'g'ri chiziqlardan qaysi birida yotadi

- + $x + 3y - 5 = 0$
- $8x + 17y + 1 = 0$
- $x + 4y + 1 = 0$
- $x - 2y + 5 = 0$

982. $M_1(1; 1)$, $M_2(2; 2)$, $M_3(-1; 2)$ nuqtalarning qaysi biri $x - y = 0$ to'g'ri chiziqqa tegishli

+ M_1 va M_2

- M_1
- M_2
- M_3

983. $M_0(0, 4, -2)$ nuqtadan o'tuvchi $\vec{a}(2, 5, -1)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

- + $\frac{x}{2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+2}{-1}$
- $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$
- $2(X-0) + 5(Y-4) - 1(Z+2) = 0$
- $3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0$

984. $A(-4; 2)$, $B(0; -1)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + 5
- 4
- 3
- 1,5

985. $A(2; -3)$, $B(-1; 1)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + 5
- 6
- 7
- 8

986. $A(4; 2)$, $B(0; -1)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + 5
- 3
- 4
- 2

987. $C(7;5)$, $D(3; 2)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + 5
- 2
- 4
- 3

988. $2x + y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel, $M(0; 1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini toping.

- + $2x + y - 1 = 0$
- $2x + y + 1 = 0$
- $x + 2y - 1 = 0$
- $x + 2y + 1 = 0$

989. $M_0(3, -1, 2)$ nuqtadan o'tuvchi $\vec{a}(2, 2, 1)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

- + $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$
- $3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0$
- $\frac{X-2}{3} = \frac{Y-3}{-1} = \frac{Z+1}{2}$
- $2(X-3) + (Y+1) - 1(Z-2) = 0$

990. $A(3; 1, -1)$, $B(-1; 2, 3)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + $\sqrt{33}$
- 5
- 7
- 8

991. $M(-1; 2)$ nuqta yotgan to'g'ri chiziq tenglamasini ko'rsating

- + $x + 2y - 3 = 0$
- $x + 2y + 3 = 0$
- $2x + y - 3 = 0$
- $2x + y + 3 = 0$

992. $M_0(3, 0, -2)$ nuqtadan o'tuvchi $\vec{a}(2, 1, -5)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

- + $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-5}$
- $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-5}$
- $2(x-3) + y - 5(z+2) = 0$
- $3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0$

993. A(4;2), B(0; -1) nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + 5
- 3
- 4
- 2

994. $M(-3; 2)$ nuqta yotgan to'g'ri chiziq tenglamasini ko'rsating.

- + $x + 2y - 1 = 0$
- $x + 2y + 1 = 0$
- $2x + y - 1 = 0$
- $2x + y + 1 = 0$

995. $M_0(3, -2, 2)$ nuqtadan o'tuvchi $\vec{a}(2, -3, 1)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

- + $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{1}$
- $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$
- $2(X-3) + (Y+1) - (Z-2) = 0$
- $3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0$

996. A(8,7;1), D(-12,-8,1) nuqtalar orasidagi masofani toping.

- + 25
- 4,5
- 33
- 5

997. $M(5; -2)$ nuqta yotgan to'g'ri chiziq tenglamasini ko'rsating

- + $x + y - 3 = 0$
- $-x - y + 4 = 0$
- $-x - y - 1 = 0$
- $x + y + 4 = 0$

998. $M_0(3, 3, 2)$ nuqtadan o'tuvchi $\vec{a}(2, 2, 1)$ vektor yo'nalishiga ega to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

- + $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$
- $2(X-3) + 2(Y-3) - (Z-2) = 0$
- $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$
- $3(X-2) - (Y-3) + 2(Z+1) = 0$

999. C(-5,13,3), D(5,-11,3) nuqtalar orasidagi masofani toping.

- +26
- 2,5
- 47
- 31

1000. $\vec{a} = 8\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ va $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{k}$ vektorlar orasidagi burchakni aniqlang:

- +90°;
- 30°;
- 0°;
- 60°;

X. GLOSSARIY



№	Atamaning o'zbek tilida nomlanishi	Atamaning ingliz tilida nomlanishi	Atamaning rus tilida nomlanish	Atamaning ma'nosi
1	Absissa	Abscissa	Абцисса	nuqtaning dekart koordina- talaridan birinchisi.
2	Aylana	Circle	Окружность	Markazdan teng uzoqlikda yotuvchi tekislik nuqtalari to'plami
3	Aksioma	Axiom	Аксиома	isbotsiz qabul qilinadigan jumla.
4	Algebra	Algebra	Алгебра	turli miqdorlar ustida amallarni hamda ana shu amallar bilan bog'liq bo'lgan tenglamalarni yechishni o'rganuvch matemetika bo'limi
5	Algebraik to'ldiruvchi	The algebraic addition	Алгебраическое дополнение	ishora aniqligidagi minor
6	Algoritm	Algorithm	Алгоритм	berilgan ma'lumotlardan izlanayotgan natijaga o'tish jarayonini ko'rsatib beruvchi aniq qoida.
7	Analiz	Analysis	Анализ	noma'lumdan ma'lumni, ma'lumdan ma'lum tahlil asosida isbotlovchi usul.
8	Analitik geometriya	Analytic geometry	Аналитическая геометрия	geometrik obrazlarni al- gebra vositasidagi koordi- nalar usulida asoslovchi matematika bo'limi.
9	Applikat	Applicate	Апликата	uch o'lchovli fazodagi nuqtaning dekart koordi- nalaridan uchinchi
10	Asimptota	Asymptote	Асимптота	shunday to'g'ri chiziqki, egri chiziq nuqtasi chek- sizga intilganda shu to'g'- ri chiziqqa yetarlicha ya- qinlashadi.
11	Argument	Argument	Аргумент	erkli o'zgaruvchi
12	Birlik matritsa	Identiv Matrix	Единичная матрица	Barcha elementlari birga teng diagonal matritsa

13	Birlik vektor	Unit Vektor	Единичный вектор	Uzunligi birga teng vektor
14	Giperbola	Huperbola	Гипербола	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ tenglama bilan aniqlanuvchi egri chiziq.
15	Grafik	Schedule	График	funksiyani tasvirlash usullaridan biri.
16	Davriy kasr	Repeater	Периодический дробь	cheksiz o'nli kasr.
17	Darajali funksiya	Power function	Степенная функция	$y = x^n$ ko'rinishidagi funksiya.
18	Diagonal matritsa	Diagonal matrices	Диагональная матрица	Bosh diagonalda joylashgan elementlaridan boshqa elementlari nolga teng matritsa
19	Determinant	Determinant	Определитель	kvadrat matritsaga ma'lum qoidalar bo'yicha mos qo'yilgan son.
20	Ellips	Ellipse	Еллипс	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tenglama bilan aniqlanuvchi yopiq egri chiziq.
21	Ellipsning katta yarim o'qi	Semi-major axis of the ellipse	Большая полуось эллипса	uning fokuslari yotuvchi simmetriya o'qi
22	e soni	The number e	Число e	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ kabi aniqlanuvchi son
23	Evklid fazosi	Euclidean spage	Евклидова пространства	norma aniqlangan vektor (chiziqli) fazo.
24	Ikkinchi tartibli determinant	Second order determinants	Определитель второго порядка	$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ sonlardan tuzilgan $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ifoda
25	Isbot	Evidence	Доказательства	tasdiqning to'g'riligi aniqlanadigan mushohadalar zanjiri.
26	Kanonik tenglama	The kanonikal eduation	Каноническая уравнения	sodda tenglama
27	Kolleniar vektorlar	Colinear vektors	Коллениарные векторы	bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan vektorlar
28	Komplanar vektorlar	Coplanar vektors	Компланарные векторы	bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda yotuvchi vektorlar

29	Kvadrat matritsa	Square Matrices	Квадратная матрица	Satrlari va ustunlari soni teng matritsa
30	Kvadratik forma	The quadrtatic form	Квадратичная форма	ikkinchi arajali bir jinsli ko'phad.
31	Limit	aisle	Придел	agar o'zgaruvchi miqdor o'zining o'zgarish jarayonida a soniga cheksiz yaqinlashsa, u holda a soni x o'zgaruvchining limitidir.
32	$m \times n$ o'lchamli matritsa	Matrices of Size (m,n)	Матрица размера $m \times n$	m ta satr va n ta satrdan iborat jadval
33	Matritsaning rangi	Rank of a matrix	Ранг матрицы	Matritsa noldan farqli minorlarining yuqori tartibi
34	Minor	Minor	Минор	element turgan satr va ustunni o'chirishdan hosil bo'lgan determinant.
35	Nol matritsa	Zero matrix	Нулевая матрица	Elementlari nollardan iborat matritsa
36	Normal	Normal	нормал	chiziqning berilgan nuqtasigan shu nuqtagagi urinmaga perpendikulyar o'tuvchi to'g'ri chiziq.
37	n - tartibli determinant	n order determinants	Определитель n -го порядка	n - tartibli determinant har biri determinantning har bir satri va har bir ustunidan faqat bittadan olingan n ta elementlarning ko'paytmasidan tuzilgan $n!$ ta qo'shiluvchilar yig'indisidan iborat son; bunda ko'paytmalar bir-biridan elementlarining tarkibi bilan farq qiladi va har bir ko'paytma oldiga inversiya tushunchasi asosida plyus yoki minus ishora qo'yiladi; yuqori tartibli determinantlar tartibini pasaytirib, ya'ni quyi (ikkinchi va uchinchi)

				tartibli determinantlarga keltirib, hisoblanadi
38	n faktorial	Faktorial of n	n факториал	1 dan n gacha natural sonlar ko'paytmasi
39	Parabola	Parabola	Парабола	$y^2 = 2px$ tenglama bilan aniqlanuvchi egri chiziq.
40	Sonli ketma-ketlik	The numeral sequence	Числовая последовательность	$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ sonlar to'plami
41	Soha	area	область	ham ochiq ham bog'lamli to'plam
42	Tekislik	Plane	Плоскость	$Ax + By + Cz + D = 0$ tenglama bilan aniqlangan sirt.
43	Tekislikning normal vektori	Normal vector of the Plane	Нормальный вектор плоскости	Tekislikka perpendikular vektor
44	Teskari matritsa	Inverse Matrix	Обратная матрица	Kvadrat matritsaga ko'paytirilganda birlik matritsani beruvchi matritsa
45	Teorema	Theorem	Теорема	isbot talab qiluvchi mulohaza
46	To'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori	Direktoin vector	Направляющий вектор прямой	To'g'ri chiziqqa parallel vektor
47	To'plam	Sets	Множество	Tayin xossaga ega bo'lgan ixtiyoriy tabiatli ob'ektlar majmuasi
48	Uchinchi tartibli determinant	Third order determinants	Определитель третьего порядка	$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$ ifoda
49	Vektor	Vector	Вектор	Yo'naligan kesma
50	Qutb koordinatalari	Polar Coordinates	Полярные координаты	Qutb radiusi va qutb burchagidan iborat koordinatalar
51	f funksiyaning monotonlik oralig'i	Interval of monotonicity of f	Интервалы монотонности функции f	Funksiya monoton bo'lgan oraliq

Atamaning o'zbek tilida nomlanishi	Atamaning ingliz tilida nomlanishi	Atamaning rus tilida nomlanish
action	действие	Арифметик amal

addend, addendum	слагаемое	Qo'shiluvchi
addition	сложение	qo'shish
adjacent	смежный	Qo'shni
alternate angle	противолежащий угол	Qarshisidagi burchak
Angle, corner	Угол	Burchak
area	площадь	Yuza
arc	дуга	Yoy
at an angel (of)..	под углом в...	burchak ostida
at right angle	под прямым углом	to'g'ri burchak ostida
Base, basis	Основание	Asos
be equal (to)	равняться	Teng
Bisector	Биссектриса	Bissektrisa
calculate	вычислить	Hisoblamog
cancel	сократить	qisqartirish
cancellation	сокращение	Qisqartirmog
cathetus	катет	Katet
center , midpoint	центр	Markaz
chord	хорда	vatar
circle	круг	Doira
circumference, circle	окружность	aylana
Commentary angle	Дополнительный(до90) угол	To'ldiruvchi burchak
common difference	Разность прогрессии	farq
common ratio	знаменатель прогрессии	Progressiya maxraji
compare	сравнивать	Taqqoslamog
compare (with)	сравнить (с)	Tenglashtirmog
comparison	сравнение	Tenglamog
composite number	составное число	Murakkab son
condition	условие, состояние	Shart
cone	конус	Konus
constant	константа, постоянное число	Konstanta, o'zgarmas son
constant factor	постоянный множитель	O'zgarmas ko'paytuvchi
conversion	превращение, преобразование	aylantirish
cube	куб	kub
curve	кривая	Egri chiziq
decimal	десятичный, десятичная дробь	O'nlik kasr
decreased	уменьшить	Kamaytirmog
deduction	вычитание	Ayirib tashlamog
define	определять	Aniqlamog
definition	определение	Aniqlik
degree	степень , порядок,	Daraja, gradus
denominator	знаменатель	Maxraj
Derivative	производная	Hosila
diagonal	диагональ	Diagonal
diameter	диаметр	Diametr
differ	различаться	Ajratib turmog
difference	разность	farq
Digit	цифра,	son
dimensions	размеры	o'lcham
direction	направление	Yo'nalish
divided	делиться (кратное числу).	Bo'lish
dividend	делимое	Bo'linuvchi
division	деление	Bo'lmoq
divisor	делитель	Bo'luvchi
divisor (measure)	наибольший общий делитель	Eng katta umumiy bo'luvchi
double root	двойной корень	Karrali integral
equal	равный	Tenglik
equality	равенство	Teng
Equation	уравнение,	Tenglama
Equilateral	Равносторонний	Teng tomonli
evaluate	оценить	Baholamog
even	четный	Juft

Even	чётное число,	Juft son
express	выразить	Ifodalamoq
factor	множитель, коэффициент	Ko'paytuvchi, koeffitsent
Factorize	разложить на множители	Ko'paytuvchilarga ajratish
figure	фигура	Shakl, figura
Find	найти.	Topmoq, hisoblamoq
fraction	дробь	Kasr
frame	система координат	Koordinatalar sistemasi
frustum of a cone	усеченный конус	Kesik konus
function	функция	Funksiya
given	дан , данный	Berilish
height	высота	Balandlik
Height, altitude	Высота	Kenglik
hypotenuse	гипотенуза	Gipotenuza
identical	равные	Teng
identity	тождество	Ayniyat
increased	увеличить	Oshirmoq, ko'paytirmoq
inequality	неравенство	Tengsizlik
integer	целое число	Butun son
inverse	обратный	Teskari, qarama-qarshi
Isosceles	Равнобедренный	Teng yonli
lateral area	боковая поверхность	Yon sirti
law	закон, правило, формула, теорема	Qonun, teorema, ayniyat
least	наименьший	Eng kichik
least common multiple	наименьшее общее кратное	Eng kichik umumiy
Leg	катет	Katet
length	длина	Bo'yi
let there be given...	пусть дан....	Agar...
like	подобный, сходный	O'xshash
Line	Линия	Chiziq
line segment	отрезок прямой	Kesma
linear equation	линейное уравнение	Chiziqli tenglama
list	перечень, список	Ro'yxat
mean , mean value	среднее значение, средняя величина	O'rta qiymat
measure	мера	O'lchov
Meet	пересекает	Kesishadi
meet	пересечение	Kesishish
member, element	член, элемент	Element
multiplication	умножение	Ko'paytma
negative	отрицательный	Manfiy
number	число	son
number line	числовая прямая	Sonlar o'qi
numerator	числитель	Surat
numerous	многочисленный	Ko'p qiymatli
Obtuse angled	тупой угол	O'tmas burchak
odd	нечетный	Toq son
Odd	нечетное число,	Toq son
operation	действие	Amallar
opposite	противоположный	Qarama qarshi
ordinary fraction	обыкновенная дробь	Oddiy kasr
parallel	параллельный, параллель	Parallel
percentage , per cent	процент	Foiz
perimeter	периметр	Perimetr
perpendicular	перпендикулярный	Perpendikular
Point	Точка	Nuqta
polygon	многоугольник	Ko'p burchak
polynomial	многочлен	Ko'p had
positive	положительный	Musbat
Prime	простое число,	Tub son
prime number	простое число	Tub son
prism	призма	Prizma

problem, sum	задача	Masala
progression	прогрессия	Progressiya
proportion	пропорция	Proporsiya
proportional	пропорционально пропорциональный	Proporsional
pyramid	пирамида	Piramida
quadrangle	четырёхугольник	To'rtburchak
quadratic equation	квадратное уравнение	Kvadrat tenglama
quantity	число , количество	Miqdor,son
quotient	частное	Bo'linma
radius	радиус	Radius
ratio	отношение , пропорция	Nisbat
ray	луч	Nur
Rectangle	Прямоугольник	To'g'ri to'rtburchak
regular	правильный многоугольник	Muntazam ko'pburchak
related linearly	линейная зависимость	Chiziqlik bog'lanish
repeating decimal	периодическая дробь	Davriy kasr
rhomb(us)	ромб	Romb
ruling of a cone	образующая конуса	Konus yasovchisi
set	множество	Ko'plik
sign	знак , символ	Belgi
simplify	упростить	Soddalashtirmoq
simultaneous equations	система уравнений	Tenglamalar sistemasi
solution	решение	Yechim
Solve	решить,	Yechmoq
solve equation	решить уравнение	Tenglamalarni yechmoq
Space	Плоскость Пространство	Tekislik,fazo
space	пространство	Fazo
square	квадрат, возвести в	Kvadratga ko'tarish
square root	квадратный корень	Kvadrat ildiz
Straight	Прямолинейные,	to'g'ri chiziq
Straight angles	Угол кратный 180	Yoyiq burchak
Straight line	Прямая линия	to'g'ri chiziq
subtraction	вычитание	Ayirma
subtrahend	вычитаемое	Ayiriluvchi
system	система	Sistema
Tangent	касательная	Urinma
term	член прогрессии	Progressiya hadi
tetrahedron	тетраэдр	Tetraedr
three metres wide	шириной в три метра	Uch o'lchovli fazo
three times	в три раза больше	Uch baravar
Top, apex	Вершина	Uchi
transformation	преобразования	Almashtirish
Triangle	Треугольник	Uchburchak
twice	в 2раза больше	Ikki baravar
unequal	неравный	Tengmas
value	значение, величина	Qiyamat,o'lchov
vector	вектор	Vektor
volume	объем	Hajm
way , method	способ , метод	Usul
wide	широкий , широко	Keng
width	ширина	eni

XI. ADABIYOTLAR RO'YXATI



Asosiy adabiyotlar:

1. James Stewart. Calculus. Brooks/cole, Cengage learning USA, 7 th edition, 2010.
2. Erwin Kreyszig. Advanced engineering mathematics. Wiley international edition, USA, 9 th edition, 2006.
3. N.P. Bali, P.N.Gupta, C.P.Gandhi. A textbook of B.Pharmaceutical Mathematics. Vol -1,2. Laxmi publications (P)ltd. New Dehli. Boston, USA. 2007.
4. Soatov B. "Oliy matematika" t.1, 2-tom. Toshkent, "O'qituvchi", 1992.
5. Ulug'murodov N.X. va boshqalar. Oliy Matematika. 1-3 qismlar. Toshkent. Tafakkur nashriyoti. 2013.
6. Ulug'murodov N.X. Matematik statistika kursi. Toshkent. Turon-iqbol. 2006.
7. Danko P.E. va boshqalar. Oliy matematika misol va masalalarda. O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti. Toshkent. 2007.
8. Лобочкая. "Высшая математика". Минск. 1987.
9. В.П. Минорский . Сборник задач по высшей математике. Москва. 1978

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Azlarov T, Mansurov H. Matematik analiz asoslari. 2005.
2. Berman: Matematik analizdan masalalar tuplami. 1989.
3. Piskunov N.S. Differentsial va integral xisob kursi. 1, 2 jildi. 1985.
4. Abdalimov B. va boshqalar. Oliy matematikadan masalalar echishda qo'llanma. Toshkent. 1985.
5. N.X.Samigova, D.A.Sunatova, B.E. Temirova. "Oliy matematika" dan oquv uslubiy qo'llanma. 2010.
6. N.X.Samigova, D.A.Sunatova, B.E. Temirova . Oliy matematika fanining ehtimollar nazariyasi bo'limidan oquv uslubiy qo'llanma. 2010.
7. Sh. R. Xurramov. Oliy matematika. Misol va masalalar, nazorat topshiriqlari. 1, 2 va 3- qismlar. Toshkent, "Fan va texnologiya", 2015.
8. Minorskiy V.P. Oliy matematikadan masalalar to'plami. Moskva. 1987.
9. Ataxanov, Xodjaev. Matematik analizdan misol va masalalar to'plami. 2005.
10. Samigova N.X., Sunatova D.A., Temirova B.E. Oliy matematika fanining "Matematik ta'lim" dan o'quv uslubiy qo'llanma. Toshkent. 2013.

Internet va ziyonet saytlari:

1. <http://www.pharmi.uz>
2. <http://www.ziyonet.uz>
3. <http://www.rsl.ru>
4. <http://www.nlr.ru>
5. <http://www.msu.ru>

