

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI SOG'LIQNI SAQLASH VAZIRLIGI

TOSHKENT FARMATSEVTIKA INSTITUTI

FIZIKA, MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI KAFEDRASI

“TASDIQLAYMAN”

O'quv ishlari bo'yicha

prorektori dotsent

S.U.Aliyev

“ ” _____

EGRI CHIZIQLAR

MUHANDISLIK GRAFIKASI FANIDAN

MA'RUZALAR MATNI

TOSHKENT – 2015

Ushbu ma'ruzalar matni Sanoat farmatsiyasi fakulteti talabalariga muljallangan. Muhandislik grafikasi fani bo'yicha tuzilgan fan dasturlari asosida 18 ta mavzuga yozilgan.

Tuzuvchi:

N.X.Ulug'murodov – TFI, “Fizika, matematika va axborot texnologiyalari kafedrası” dotsenti, t.f.n.

F.N.Ulug'murodova- TFI, “Fizika, matematika va axborot texnologiyalari kafedrası” o'qituvchisi

Taqrizchilar:

F.To'xtaev- TFI, "Biotexnologiya" kafedrası mudiri dotsent

I.Mamurov- TTYMI "Informatifa va kompyuter grafikasi" kafedrası dotsenti

Mrkaziyl uslubiy kengashda ko'rib chiqildi.

2015 yilning - maydagi - sonli bayon

MUK raisi

Aliev S.U.

Ma'ruzalar matni Toshkent farmatsevtika institutining

Ilmiy kengashida ko'rib chiqilgan va tasdiqlangan.

2015 yilning -maydagi -sonli bayonnomasi.

Ilmiy kengash kotibi

Haydarov V.

EGRI CHIZIQLAR

Reja:

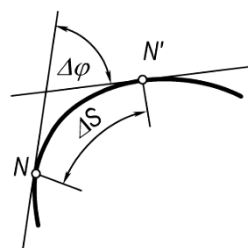
1. Egri chiziqlar va ularni proeksiyalash haqida umumiy ma'lumotlar
2. Egri chiziqni kesuvchi to'g'ri chiziq. Egri chiziqqa urinma hamda normal o'tkazish. Tekis egri chiziqning proeksion xossalari
3. Evolyuta va evolventa
4. Tekis egri chiziq nuqtalarining klassifikatsiyasi
5. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar
6. Fazoviy egri chiziqlar

1. Nuqtani fazodagi harakati natijasida qoldirgan traektoriyasini yoki ma'lum tenglamani qoniqtiruvchi nuqtalar to'plamini egri chiziq deb atash mumkin. Undan tashqari, egri chiziqni egri sirtning tekislik bilan yoki sirtlarning o'zaro kesishish chizig'i deb qarash mumkin.

Egri chiziqlar quyidagi ikki turga bo'linadi:

1. Nuqtalari bir tekislikda yotgan egri chiziq - *tekis egri chiziq*.
2. Nuqtalari bir tekislikda yotmagan egri chiziq - *fazoviy egri chiziq*.

Agar nuqtaning harakat qonuni tenglamalar orqali ifodalansa, hosil bo'lgan chiziqlar qonuniyatli, aks holda qonuniyatsiz yoki grafik chiziqlar deb ataladi.



4.1-shakl

Egri chiziqning har bir nuqtasidagi asosiy xarakteristikasi uning egriligidir. Ularni bir-biridan farqlash uchun egri chiziqning har bir nuqtasidagi egrilik son ifodasini kiritish kerak bo'ladi.

Egri chiziqqa tegishli N va N¹ nuqtalarga urinma to'g'ri chiziqlar orasidagi qo'shni burchak φ ning N¹ nuqta N nuqtaga cheksiz intilgandagi N¹N=ΔS ga nisbatiga teng chegaraviy qiymatga egri chiziqning berilgan nuqtasidagi

egriligi deyiladi (4.1-shakl): $k = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta S}$.

Yuqoridagi xulosaga asosan, shuni ta'kidlash mumkinki, aylananing har qanday nuqtasidagi egriligi o'zgarmasdir, to'g'ri chiziqning egriligi esa nolga tengdir.

Aylananing egriligi faqat uning radiusiga bog'liq bo'ladi: $k = \frac{1}{R}$.

Shuning uchun aylanani egri chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egriligini aniqlash uchun etalon sifatida ishlatiladi va uni egrilik aylanasi deyiladi. Uning markazi egrilik markazi, radiusi esa egrilik radiusi deyiladi.

Egrilik aylanasi egri chiziqqa tegishli uchta (egri chiziqdagi biror nuqta va uning ikki yonida unga cheksiz yaqin joylashgan ikki nuqta) nuqta orqali o'tadi, deb tushuniladi. Egri chiziqdagi nuqta orqali unga o'tgan urinma aylanaga ham urinma hisoblanadi. Ushbu urinma egrilik aylanasi radiusi bilan ustma-ust tushadi.

Qonuniy egri chiziqlar algebraik va transsendent egri chiziqlarga bo'linadi. Algebraik egri chiziqlar (ellips, parabola, giperbola va boshqalar) algebraik tenglamalar bilan, transsendent egri chiziqlar esa (sinusoida, sikloida, Arximed spirali va boshqalar) transsendent tenglamalar bilan ifodalanadi.

Algebraik egri chiziq tenglamasining darajasi shu egri chiziqning tartibini aniqlaydi. Transsendent egri chiziqning tartibi bo'lmaydi. Geometrik nuqtai nazardan, egri chiziqning tartibi egri chiziqning to'g'ri chiziq yoki tekislik bilan kesishgan nuqtalarining soniga teng bo'ladi. Masalan, to'g'ri chiziq egri chiziqni ikki nuqtada kesib o'tsa, egri chiziq ikkinchi tartibli tekis egri chiziq deyiladi. Fazoviy egri chiziqning tartibini aniqlash uchun uni ixtiyoriy tekislik bilan kesiladi. Masalan, tekislik fazoviy egri chiziqni uch nuqtada kesib o'tsa, u egri chiziq uchinchi tartibli fazoviy egri chiziq deyiladi.

Ellips ikkinchi tartibli egri chiziqdir. Uning tenglamasi ham ikkinchi darajalidir. To'g'ri chiziq ellipsni ikki nuqtada kesib o'tadi.

Ikkinchi tartibli egri chiziqlarga aylana, parabola, giperbola va boshqalar misol bo'ladi.

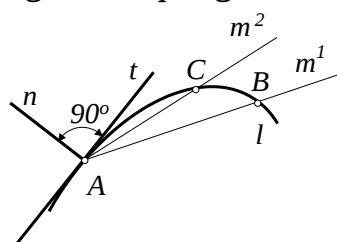
Storofoida va sissoida uchinchi tartibli egri chiziqlarga, Bernulli lemniskatasi, kardioida, Paskal ulitkasi esa to'rtinchi tartibli egri chiziqqa misol bo'ladi.

Egri chiziqlar unga tegishli qator nuqtalarning proeksiyalari orqali tasvirlanadi. Egri chiziqning ikkita proeksiyasi uning fazodagi vaziyatini aniqlaydi.

2. To'g'ri chiziq egri chiziqni bir va undan ortiq nuqtalarda kesib o'tsa, bu to'g'ri chiziqni kesuvchi to'g'ri chiziq deb ataladi.

4.1-shaklda m to'g'ri chiziqning l egri chiziqni B va C nuqtalarda kesib o'tishi ko'rsatilgan. m to'g'ri chiziqdagi B nuqtaning A ga intilishi natijasida B va C nuqtalar ustma-ust tushishi bilan t to'g'ri chiziq egri chiziqqa urinma bo'ladi.

A nuqtada t urinma to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan n to'g'ri chiziq ($n \perp t$) l egri chiziqning normali deyiladi. (4.2-shakl).



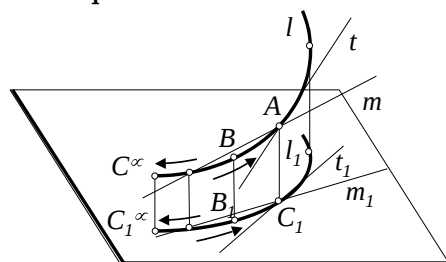
4.2-shakl.

Tekis egri chiziqning proeksion xossalari quyidagilardan iboratdir:

1. l egri chiziqning m kesuvchisi egri chiziqning l_1 proeksiyasida m_1 kesuvchi bo'lib proeksiyalanadi (4.3-shakl).

2. t to'g'ri chiziq l egri chiziqqa urinsa, urinmaning t_1 proeksiyasi ham egri chiziq proeksiyasiga urinma bo'ladi (4.3-shakl).

3. Egri chiziqning cheksiz uzoqlashgan C^∞ nuqtasining proeksiyasi ham egri chiziq proeksiyasida (C_1^∞) cheksiz uzoqlashgan bo'ladi (4.3-shakl).
4. Kesuvchi chiziq egri chiziqni nechta nuqtada kessa, uning proeksiyasini ham shuncha nuqta bilan kesadi.

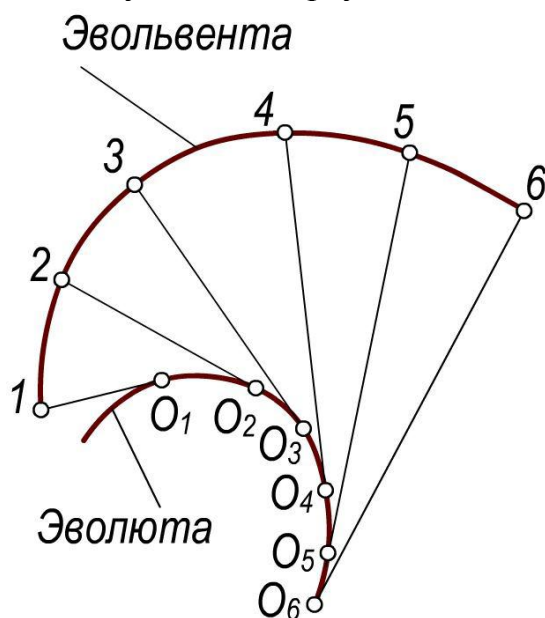


4.3-shakl

3. Evolyuta va evolventa

Biror ℓ egri chiziqning hamma nuqtalari uchun egrilik markazlari yasalsa, ularning to'plami ℓ_1 egri chiziqni hosil qiladi. Bu ℓ_1 egri chiziq berilgan ℓ egri chiziqning evolyutasi deb ataladi (7.10-rasm). ℓ egri chiziq ℓ_1 evolyutaga nisbatan

evolventa deyiladi. Evolyutaning urinmalari ℓ evolventaning normallaridir. Evolyuta urinmalarida cheksiz ko'p evolventalar joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun ham evolyuta o'z evolventasini aniqlay olmaydi, lekin evolventa o'z evolyutasini aniqlay oladi.



4. Tekis egri chiziq nuqtalarining klassifikatsiyasi

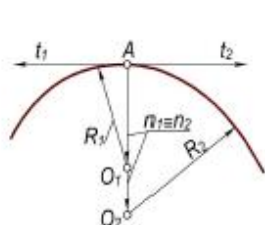
Tekis egri chiziqlar monoton va ulama chiziqlarga bo'linadi. Monoton egri chiziqning qator nuqtalarida egrilik radiusi uzluksiz o'sib yoki kamayib boradi. Monoton egri chiziq yo'ylaridan tashkil topgan chiziq ulama chiziq deyiladi. Bu

yoylarning ulanish nuqtalari ulama chiziqning uchlari, ulanuvchi yoylarning o'zi esa ulama chiziqning tomonlari deb ataladi. Yoylarning ulanish xarakteriga qarab, ulama chiziqning uchlari oddiy va maxsus nuqtalar bo'lishi mumkin. Egri chiziqning oddiy nuqtasida yarim urinmalar qarama-qarshi yo'nalishda bo'lib, bitta to'g'ri chiziq ustida yotadi va egrilik markazlari ustma-ust tushadi. Egri chiziqlarning maxsus nuqtalari quyidagilardan iborat:

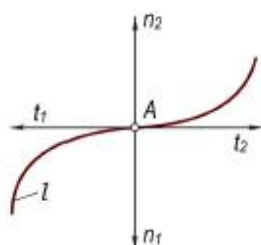
Qo'sh nuqta. Yarim urinmalar qarama-qarshi yo'nalishga ega, normallar ustma-ust tushadi, egrilik markazlari esa har xil joylashadi (7.11-rasm);

Egilib o'tish nuqtasi. Yarim urinmalar ham, normallar ham qarama-qarshi yo'nalishda bo'ladi (7.12-rasm);

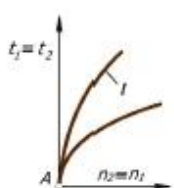
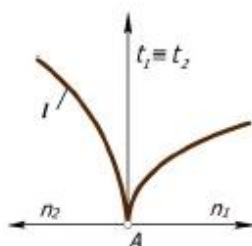
Birinchi turdagi qaytish nuqtasi. Yarim urinmalar ustma-ust tushadi va bir xil yo'nalishda bo'ladi, normallar qarama-qarshi yo'nalishda bo'lib, bir chiziq ustida yotadi (7.13-rasm);



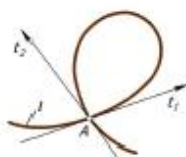
7.11-rasm



7.12-rasm
7.13-rasm



7.14-rasm



7.15-rasm

Ikkinchi turdagi qaytish nuqtasi. Yarim urinmalar va normallar juft-juft bo'lib bir xil yo'nalishga ega bo'ladi (7.14-rasm);

Sinish nuqtasi. Yarim urinmalar va normallar har xil yo'nalishda bo'ladi (7.3-rasmga qarang);

Tugun nuqta. Tugun nuqtada egri chiziq o'zini-o'zi bir yoki bir necha marta kesib o'tishi mumkin. (7.15-rasm)

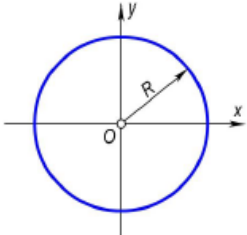
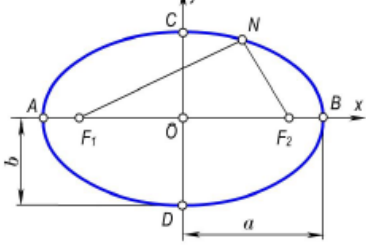
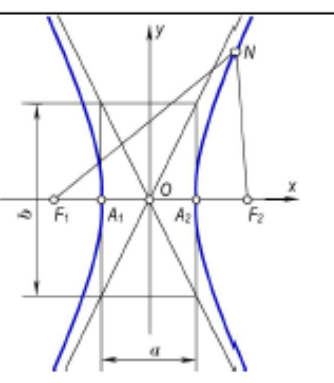
5. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar

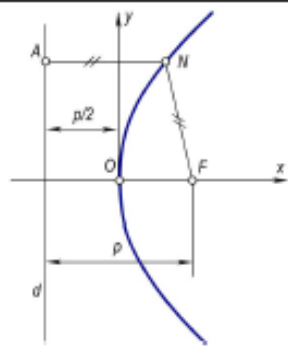
Ta'rif. Ikkinchi darajali tenglamalar bilan ifodalanuvchi egri chiziqlar ikkinchi tartibli egri chiziqlar deyiladi.

Bunday chiziqlar to'g'ri chiziq bilan eng ko'pi ikki nuqtada kesishadi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar va ularning xususiyatlaridan mashinasozlikda, binokorlikda, umuman injenerlik amaliyotining barcha tarmoqlarida keng foydalaniladi. Shu boisdan ham 2-tartibli egri chiziqlari mukammal o'rganilgan. Ularga aylana, ellips,

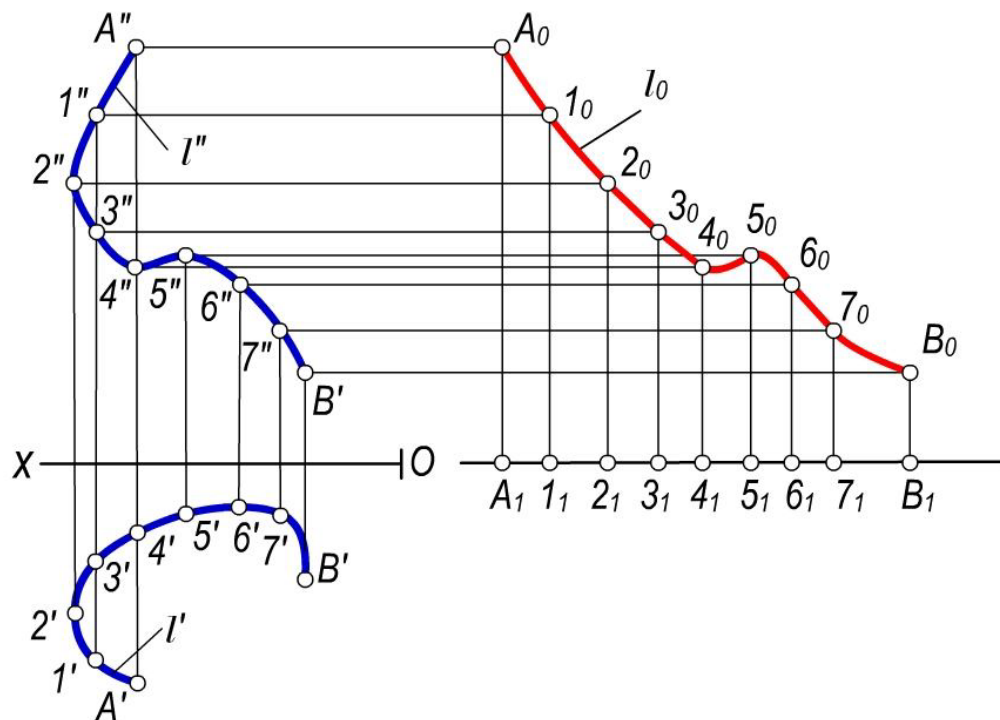
parabola, giperbola va ularning xususiy hollari kiradi. Bu egri chiziqlarning tenglamalari va ularning shakllarini aniqlovchi parametrlari analitik geometriyada to'liq o'rganiladi. Chizmachilikda va chizma geometriyada esa ularni yasash va hosil bo'lish usullari o'rganiladi.

Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning nomi, ta'rifi, tenglamasi va ularning shakllari 7.1-jadvalda keltirilgan.

Aylana Berilgan nuqtadan teng masofalarda joylashgan nuqtalarning to'plami aylana deyiladi. Kanonik tenglamasi $x^2 + y^2 = R^2$ Parametrik tenglamasi $x = R \cdot \cos t$ $y = R \cdot \sin t$	
Ellips Berilgan ikki F_1 va F_2 nuqtadan uzoqliklarining yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lgan nuqtalarning to'plami ellips deyiladi. $F_1N + F_2N = AB = \text{Const}$ Kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Parametrik tenglamasi $x = a \cdot \cos t$ $y = b \cdot \sin t$	
Giperbola Berilgan F_1 va F_2 ikki nuqtadan uzoqliklarining ayirmasi o'zgarmas miqdor bo'lgan nuqtalarining to'plami giperbola deyiladi. $F_1N - F_2N = A_1A_2 = \text{Const}$ Kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Parametrik tenglamasi $x = a \cdot \sec t$ $y = b \cdot \tg t$	

Parabola Berilgan nuqtadan va d to'g'ri chiziqdan teng masofalarda joylashgan nuqtalarning to'plami parabola deyladi. $FN=AN$ Kanonik tenglamasi $y^2=2px$ Parametrik tenglamasi $x = t$ $Y=\sqrt{2pt}$ $x = t, y = t^2/2p$ yoki y	
---	--

4. Muhandislik grafikasida fazoviy egri chiziqlar, odatda, sirlarning o'zaro kesishuvi yoki nuqtaning fazodagi harakati natijasida hosil bo'ladi deyiladi. Fazoviy egri chiziqlarni, tekis egri chiziqlar singari, nuqtalar qatorining proeksiyalari orqali beriladi.



Silindrik va konussimon vint chizig'ini fazoviy egri chiziqlarning yorqin misoli sifatida ko'rish mumkin.

4.1. Silindrsimon vint chiziqlarning proeksiyasi

Nuqtaning berilgan o'q atrofida *ilgarilanma* va *aylanma* harakati natijasida *silindrik vint chizig'i* hosil bo'ladi. Keskich uchining silindr sterjen sirti bo'ylab

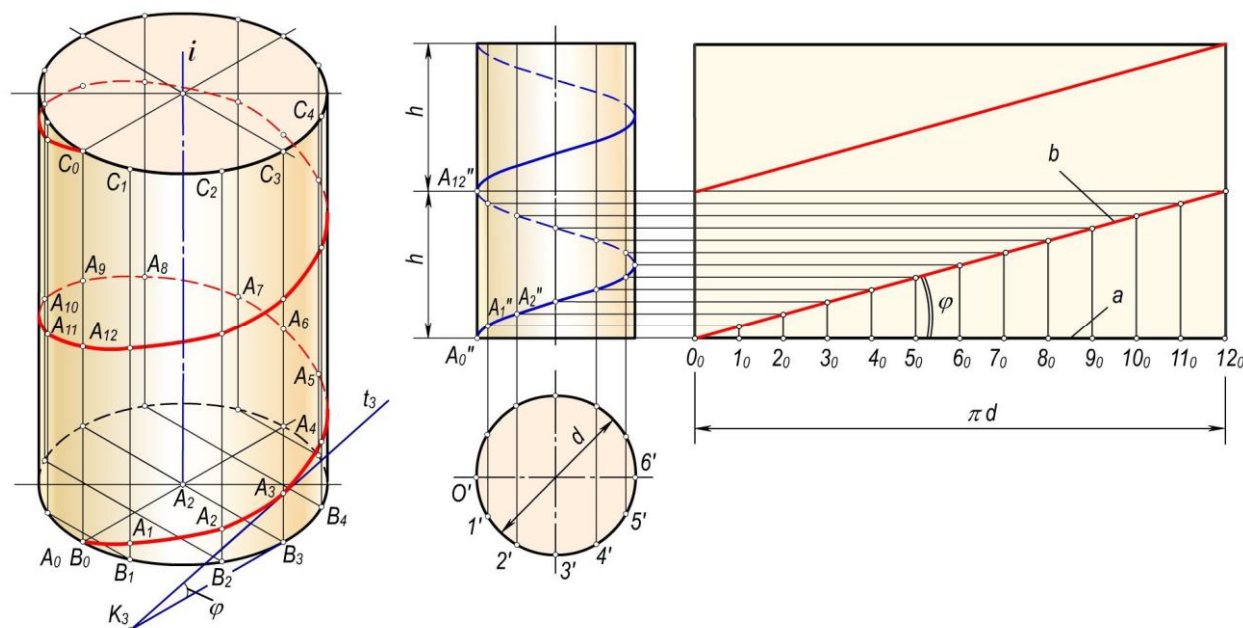
ilgarilanma va aylanma harakati natijasida qoldirgan izi vint chizig'iga misol bo'ladi. Silindrning bir marta aylanishida vint chizig'ining bir *o'rami* hosil bo'ladi.

4.4-shaklda silindrik sirt yuzasidagi ikki (*A* va *B*) o'ramli vint chizig'i tasvirlangan. Chizmadagi *r* masofa vint chizig'ining *qadami*, silindr o'qidan vint chizig'igacha bo'lgan masofa esa *vint radiusi* (*r*) deyiladi. Bitta silindrik sirt yuzasida bir necha vint o'rami bo'lishi mumkin. Har bir o'ramni *vint kirimi* deyiladi va *n* harfi bilan belgilanadi. Nuqtaning to'liq bir aylanishda bosib o'tgan masofaga *vint yo'li* (*t*) deyiladi. Vint yo'li *t* ning vint kirimi *n* va qadami *p* bilan bog'liqligi $t=np$ tenglama orqali ifodalanadi.

Silindrik vint chiziqa berilgan ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofa uning *geodezik chizig'i* deyiladi. Vint chiziqlari o'ng va chap vint chiziqlari bo'lishi mumkin. Frontal proeksiyada vint chizig'i chapdan o'ngga ko'tarilsa – *o'ng* vint chizig'i, o'ngdan chapga ko'tarilsa – *chap* vint chizig'i deyiladi.

Silindrik vint chizig'ining chizmasi va uning yoyilmasini yasash 4.5-shaklda ko'rsatilgan.

1



4.5-shakl

Vint chizig'ining gorizontaal proeksiyasi aylanadan, frontal proeksiyasi esa sinusoida egri chizig'idan iboratdir.

Vint chizig'ining yoyilmasi to'g'ri burchakli uchburchakdan iborat bo'lib uning, gipotenuzasi vint chizig'ining uzunligiga tengdir:

$$L = \sqrt{h^2 + (\pi d)^2}.$$

α - vint chizig'ining ko'tarilish burchagi vint chizig'ini istalgan nuqtasidan o'tkazilgan urinma bilan vint o'qiga perpendikulyar tekislik orasidagi burchakka teng:

¹ Adrian B. Biran "An analytical introduction to Descriptive Geometry" Samples - August 2005 110-bet

$\operatorname{tg} \alpha = h/\pi d$ yoki $\alpha = \operatorname{arctg}(h/\pi d)$.

Vint chizig'ining frontal proeksiyasini yasash uchun uning gorizontal proeksiyasini ifodalovchi aylana teng bo'lakka (masalan, 8 ga) bo'linadi. Bo'lingan ($A_1 A_1^1 A_1^2 A_1^3 \dots A_1^8$) nuqtalardan vertikal chiziqlar chiziladi, bular o'z navbatida vint qadamini ifodalovchi gorizontal chiziqlar bilan vertikal chiziqlar orqali kesishib, $A_2, A_2^1, A_2^2, \dots, A_2^8$ nuqtalarni beradi. Vint chizig'ining frontal proeksiyasi sinusoida chizig'idan iborat bo'ladi.

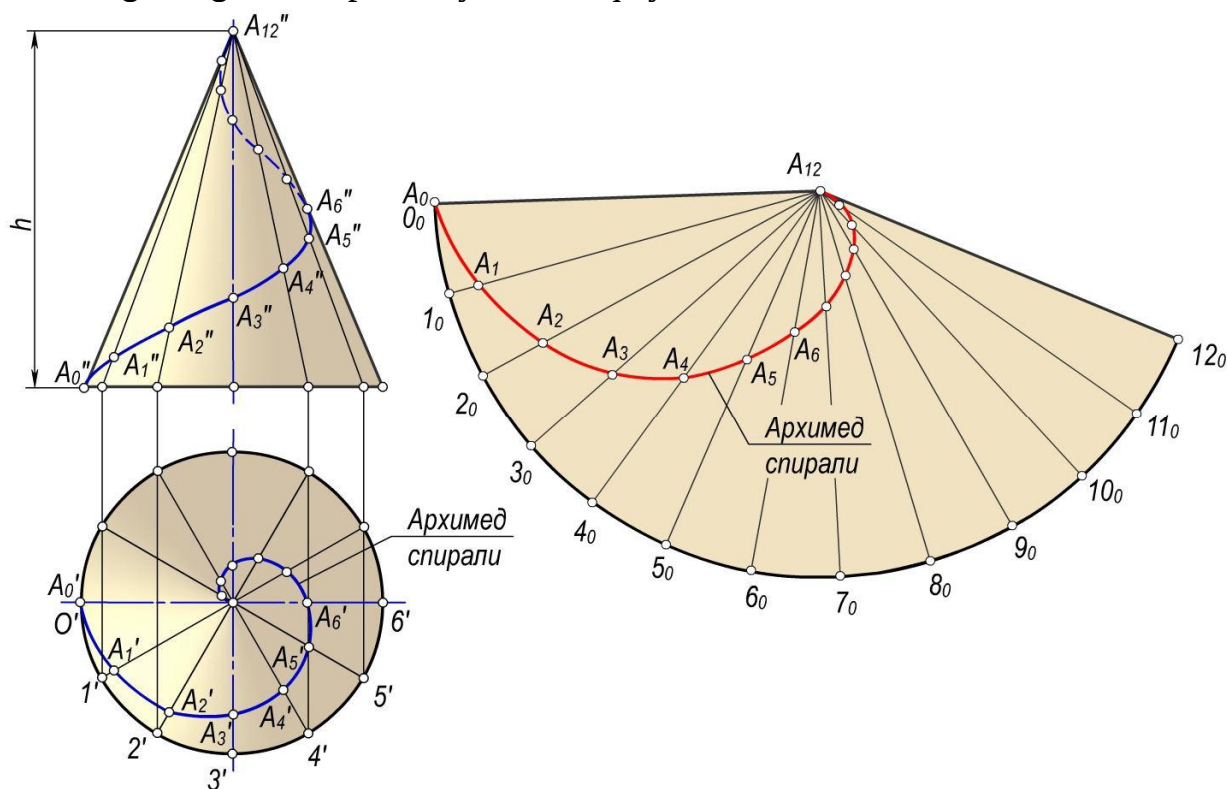
4.2. Konussimon vint chiziq

Nuqtani to'g'ri doiraviy konus sirtida aylanma va ilgariylanma harakati natijasida konussimon vint chiziq hosil bo'ladi. Nuqtani konus sirtida bir aylanib ko'tarilishiga konusning vint qadami (h) deyiladi (4.6-shakl).

Konus sirtida $1(1_1, 1_2)$ nuqtani yasash uchun $SO(S_1 O_1, S_2 O_2)$ yasovchisini 8 ga bo'linadi. $(360/8)^\circ$ ga teng burchak ostidagi konus yasovchisida uzunligi $S_1 1_1$ teng bo'lgan oraliqda 1_1 nuqta aniqlanadi. Xuddi shunday qilib qolgan nuqtalar ham yasaladi.

Konussimon vint chizig'ining gorizontal proeksiyasi Arximed spirali ko'rinishida bo'ladi.

Vint chizig'ining frontal proeksiyasini yasash uchun balandligi vint qadamiga teng bo'lgan konusning frontal proeksiyasini chizib, uni teng 8 bo'lakka bo'lamiz. Bo'lingan nuqtalardan gorizontal chiziqlar chiziladi. Ular mos nuqtalarni gorizontal proeksiyalaridan ko'tarilgan vertikal chiziqlar bilan kesishib vint chizig'ining frontal proeksiyasini aniqlaydi.



Mustahkamlash uchun savollar

1. Fazoviy va tekis egri chiziqlarning farqi nimada?
2. Egri chiziqning tartibi qanday aniqlanadi?
3. Egri chiziqning qanday proeksion xossalari bor?
4. Silindrik vint chizig'i qanday hosil bo'ladi?
5. Silindrik vint chizig'ining qanday parametrlarini bilasiz?
6. Konussimon vint chizig'i qanday hosil bo'ladi?
7. Konussimon vint chizig'ining proeksiyalari qanday ko'rinishda bo'ladi?