

**O'zbekiston Respublikasi xalq ta'limi vazirligi
Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika
institutining Fizika- matematika fakulteti
Informatika kafedrası 2 z-informatika o'qitish
metodikasi guruh talabasi Bobojonova
Nafosatning Algoritmlashtirish va dasturlash
tili fanidan yozgan**

KURS ISHI

***Mavzu: Funktsiyalarni
yaqinlashtirishning Nyuton
interpolyatsion usuli***

Qabul qildi:

Kalxanov P.J.

Bajardi:

Bobojonova N.A.

Nukus 2015yil.

Mundarija

Kirish

1. Asosiy qism.....

1. Lagranj interpolatsion formulasi

1.2 Nyuton interpolatsion formulasi.....

1.3 Splayn yaqinlashtirish.....

1.4 Kasr ratsional yaqinlashtirish.....

1.5. Interpolyatsiya tugun nuqtalarini optimal joylashtirish
.....

1.6. Interpolyatsiya jarayonining yaqinlashishi ...

2. Masalaning qo'yilishi.....

2.1 Dastur matni.....

2.2 Natija.

Xulosa

Foydalanilgan adabiyotlar.

KIRISH

Oxirgi yillarda datsurlashga bo'lgan qiziqish toboro ortib bormoqda. Bu kompyuter texnologiyasining kun sayin rivojlanib borishi bilan bog'liqdir. Ayniqsa vizual datsurlash texnologiyalaridan foydalanib datsurlar yaratish kompyuter texnologiyasining rivojlanishiga katta ta'sir etmoqda.

Ushbu kurs ishi dasturida Delphi datsuriy vositasida vizual datsurlash texnologiyalari haqida o'quvchilarga to'liq tasavvurga ega bo'lishi uchun kerakli ma'lumotlar berilgan.

Kurs ishi oliy texnika o'quv yurtlari talabalari, o'qituvchilari va kursni mutsaqil o'rganuvchilar uchun mo'ljallangan.

Hozirgi kunda biz hayotimizni axborot texnologiyalarisiz tasavvur qila olmaymiz. Axborot va telekamunikatsi texnologiyalarining jadal suratlar bilan rivojlanishi natijasida insoniyat yangi information jamiyat poydevorini qurishga erishdi. XXI-asr axborot texnologiyalari asri hisoblanadi. Axborot va telekamunikatsiya texnologiyalarining tez sur'atlarda kirib kelishi va jadal rivojlanib borayotganligi respublikamiz rivojiga katta hissa qo'shyapdi desak mubolag'a bo'lmaydi. Respublikamizda ham axborot va telekomunikatsiya texnologiyalari rivojlantirish va ushbu soha uchun malakali mutaxassislar tayyorlash tizimini shakllantirishga alohida e'tibor berilmoqda. Shu vaqtgacha bu borada juda katta ishlar amalga oshirildi.

Misol uchun maktab, kollej, litsey va oily o'quv yurtlari zamonaviy axborot texnologiyalari, kompyuterlar bilan jihozlandi. Endilikda shu soha bo'yicha yetuk kadrlar yetishib chiqmoqda Bunday malakali kadrlar respublikamiz rivoji uchun, keyingi yosh avlodni bilimli aql zakovatli qilib tarbiyalash uchun suv va havodek zarurdir yoshlarni axborot texnologiyalari, kompyuterlarga qiziqishi quvonarli hol

albatta lekin yoshlarni kompyuterda har xil bekorchi ishlar bilan shug'ullanmasligi uchun biz ularni to'g'ri yo'naltirishimiz kerak.

Bu borada hamma o'quv muassasalarida ayniqsa kasp hunar kollelari, litseylar va oily o'quv yurtlarida axborot texnologiyalari datsur mahsulotlarining keng imkoniyatlarini talabalarga chuqur o'gatish ularning datsurlash madaniyatini shakllantirish muhim ahamiyat kasp etadi. Respublikamizda ta'lim muassasalarida "Informatika", "Informatika va information texnologiyalar" fanlarining o'quv rejalarida yuqori saviyali algoritmik tillardan birining imkoniyatlarini o'rgatish rejalashtirilgan. Turbo Pascal datsurlash tili mana shunday algoritmik tillardan biridir. Barcha datsurlash tillarida uchraydigan tushuncha va tuzilishlarni o'z ichiga olganligi, katta imkoniyatlarga egaligi, shuningdek, obyektga yo'naltirilgan datsurlash tillarini o'rganishga asos bolib xizmat qilganligi sababli oily o'quv yurtlarida aynan shu tilni chuqur o'rganishga e'tibor qaratilgan. Shveysariyalik olim Niklas Virt tomonidan talabalarga datsurlashni orgatish vositasi sifatida o'ylab chiqilgan Paskal tili, Amerikaning Borland korporatsiyasi xodimi Turbo Pascalning yaratuvchisi va g'oyachisi Anders Xeylsberg hamda korporatsiyaning itse'dodli xodimlari tomonidan bugungi kunda har qanday oddiy datsurlar tuzishdan tortib, ma'lumotlar bazasini boshqarishning murakkab relyatsion tizimlarini ishlab chiqishdek masalalarni hal qila oladigan qudratli zamonaviy datsurlash tizimiga aylandi.

Windows va Widows muhitida datsurlar ishlab chiqish uchun Borland Paskal with Object va Delphi intsrumental vositalarining paydo bo'lishi yana bir marta bu tilning cheksiz imkoniyatlarga ega ekanligini ko'rsatadi. Borland Paskal ham, Delphida ishlatiladigan Object Paskal ham Turbo Paskalga asoslanadi va uning g'oyasini rivojlantiradi. Hozirgi paytda datsurlash tillarining soni juda ko'payib ketmoqda. Lekin shuni aytish karakki ,har qanday datsurlash tili o'zining darajasi va qo'llash sohasiga ega. Ba'zi bir tillar bir necha xil soha masalalarini yechishda ishlatiladi. Bunday tillar universal tillar deb ataladi.

1.Lagranjning interpolatsion formulasi

Ko'p hollarda berilgan funktsiyani amal bajarish uchun qulay bo'lgan boshqa funktsiya bilan almashtirishga to'g'ri keladi.

Masalan, funktsiyaning qiymatlar jadvali berilgan bo'lib uning jadvalda bo'lmagan qiymatlarini topish kerak bo'lsa, yoki funktsiyaning ifodasi murakkab bo'lgan holda uni soddaroq bo'lgan funktsiya bilan almashtirishga to'g'ri keladi.

Algebraik ko'phadlar bilan yaqinlashtirish

Faraz qilamiz $a \leq x \leq b$ kesmada x_k , $k=0,1,...,n$ (tugun nuqtalar) berilgan nuqtalarda $f(x)$ funktsiyaning qiymatlari ma'lum bo'lsin. Funktsiyani ko'phad bilan interpolatsiyalash masalasi, berilgan x_k , $k=0,1,...,n$ tugun nuqtalarda qiymati $f(x)$ funktsiya qiymatiga teng bo'lgan n - tartibli

$$L_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (1)$$

ko'phadni topishdan iborat.

Bu masala har qanday uzluksiz $f(x)$ funktsiya uchun yagona yechimga ega. haqiqatdan ham, $a_0, a_1, ..., a_n$ koeffitsientlarni aniqlash uchun

$$a_0 + a_1x_i + \dots + a_nx_i^n = f(x_i), i=0,1,2,...,n \quad (2)$$

chiziqli tenglamalar sistemasi egamiz.

Bu sistemaning determinanti x_i , $i=0,1,2,...,n$ nuqtalar turlicha bo'lganda noldan farqlidir.

$$L_n(x_i) = f(x_i), i = 0, 1, \dots, n \quad (3)$$

shartlarni qanoatlantiradigan $L_n(x)$ ko'phad x_i , $i=0,1,...,n$ nuqtalar bo'yicha qurilgan $f(x)$ funktsiyaning interpolatsion ko'phadi deb aytiladi.

Lagranjning interpolatsion formulasi, $L_n(x)$ interpolatsion ko'phadni $f(x)$ funksiyaning interpolatsiyalash tugun nuqtalaridagi qiymatlari chiziqli kombinatsiyasi shaklida yozishga imkon beradi:

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^n C_k(x) f(x_k) \quad (4)$$

$S_k(x)$ koeffitsientlarning oshkor ifodasini topamiz. Interpolatsiyalashning (3)-shartidan

$$\sum_{k=0}^n C_k(x_i) f(x_k) = f(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, n$$

tengliklarga egamiz.

Bu munosabatlar $S_k(x)$ funksiyalarga

$$C_k(x_i) = \begin{cases} 0, & \text{agar } i \neq k \\ 1, & \text{agar } i = k, i = 0, 1, \dots, n, \end{cases}$$

shartlar qo'yilganda bajariladi. Bu shartlar, har bir $S_k(x)$, $k=0,1,\dots,n$ funksiyaning $[a,b]$ kesmada eng kamida $n - k$ ta nolga ega demakdir. $L_n(x)$, n -tartibli ko'phad bo'lganligi uchun, $S_k(x)$ koeffitsientlarni n -tartibli ko'phad ko'rinishida, ya'ni

$$C_k(x) = \lambda_k (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \cdots (x - x_n)$$

ko'rinishda qidirish tabiiydir.

$S_k(x_k) = 1$ - shartdan

$$\lambda_k^{-1} = (x_k - x_0)(x_k - x_1) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_n)$$

ekanligini aniqlaymiz.

Shunday qilib (4) interpolatsion ko'phadning koeffitsentlari

$$C_k(x) = \frac{\prod_{j \neq k} (x - x_j)}{\prod_{j \neq k} (x_k - x_j)}$$

formula bilan aniqlanadilar. Shunday qilib, Lagranjning interpolatsion ko'phadi

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\prod_{j \neq k} (x - x_j)}{\prod_{j \neq k} (x_k - x_j)} f(x_k) \quad (7)$$

ko'rinishda ekanligini aniqlanadi.

Biz qulaylik uchun bir-biridan teng va tengmas oraliqda joylashgan interpolatsiya tugunlarining Lagranj koeffitsentlarini hisoblash sxemalarini qaraymiz.

1. Bir-biridan tengmas oraliqda joylashgan interpolatsiya tugunlarining Lagranj koeffitsentlarini hisoblash sxemasi:

i	$\bar{x}_i - x_j$	D_i	$f(x_i)$	$f(x_i)/D_i$
0	$\bar{x}_i - x_0 \quad x_0 - x_1 \quad x_0 - x_2 \quad \dots \quad x_0 - x_n$	D_0	$f(x_0)$	$f(x_0)/D_0$
1	$x_1 - x_0 \quad \bar{x}_i - x_1 \quad x_1 - x_2 \quad \dots \quad x_1 - x_n$	D_1	$f(x_1)$	$f(x_1)/D_1$
2	$x_2 - x_0 \quad x_2 - x_1 \quad \bar{x}_i - x_2 \quad \dots \quad x_2 - x_n$	D_2	$f(x_2)$	$f(x_2)/D_2$
...	...	...	...	...
n	$x_n - x_0 \quad x_n - x_1 \quad x_n - x_2 \quad \dots \quad \bar{x}_i - x_n$	D_n	$f(x_n)$	$f(x_n)/D_n$

Hisoblashlar quyidagi formula asosida hisoblanadi.

$$f(x) \approx \prod_{i=0}^n \sum_{i=0}^n \frac{f(x_i)}{D_i}$$

Bu yerda $\prod_{n+1} = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n)$

$$D_i = (x_i - x_0)(x_i - x_1)\dots(x_i - x_{i-1})(x - x_i)(x_i - x_{i+1})\dots(x - x_n)$$

2. Bir-biridan teng oraliqda joylashgan interpolatsiya tugunlarining Lagranj interpolatsiyalarini hisoblash sxemasi:

I	x_i	$f(x_i)$	$t-i$	C_i	$(t-i)C_i$	$f(x_i)/(t-i)C_i$
0	x_0	$f(x_0)$	t	C_0	tC_0	$f(x_0)/tC_0$
1	x_1	$f(x_1)$	$t-1$	C_1	$(t-i)C_1$	$f(x_1)/(t-1)C_1$
2	x_2	$f(x_2)$	$t-2$	C_2	$(t-i)C_2$	$f(x_2)/(t-2)C_2$
...	...	...	...	...	...	...
n	x_n	$f(x_n)$	$t-n$	C_n	$(t-i)C_n$	$f(x_n)/(t-n)C_n$

Hisoblashlar quyidagi formula bo'yicha amalga oshiriladi:

$$f(x) \approx \prod_{n+1}(t) \sum_{i=0}^n \frac{f(x_i)}{(t-i)C_i}$$

Bu yerda $\prod_{n+1}(t) = t(t-1)(t-2)\dots(t-n)$;

$$t = (x-x_0)/h; \quad h = x_{i+1} - x_i; \quad C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!$$

2. Nyutonning interpolatsion formulasi.

Interpolatsion ko'phadning Nyuton formulasi ko'rinishi interpolatsion ko'phadni bitta tugun nuqta va $f(x)$ funksiyaning ayirmali bo'linmalari orqali ifodalaydi. Bu ko'rinish

$$f(x) = f(x_0) + f^1(x_0)(x-x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2} f^{11}(x_0) + \dots$$

Taylor formulasining ayirmali o'xshatmasidan iboratdir. Eng avval ayirmali bo'linmalar to'g'risidagi ma'lumotlarni keltiramiz. Faraz qilamiz $x_k \in [a, b]$, $k=0, 1, \dots, n$ tugun nuqtalarda $f(x)$ funksiyaning qiymatlari ma'lum bo'lsin. Birinchi tartibli ayirmali bo'linmalar deb,

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}, \quad i, j = 0, 1, \dots, n, \quad i \neq j$$

nisbatlarga aytiladi.

Qo'shni nuqtalar bo'yicha tuzilgan birinchi tartibli ayirmali bo'linmalardan foydalanib, ikkinchi tartibli ayirmali bo'linmalarni tuzish mumkin:

$$\begin{aligned} f(x_0, x_1, x_2) &= \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0} \\ f(x_1, x_2, x_3) &= \frac{f(x_2, x_3) - f(x_1, x_2)}{x_3 - x_1} \\ &\dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots \\ f(x_{n-2}, x_{n-1}, x_n) &= \frac{f(x_{n-1}, x_n) - f(x_{n-2}, x_{n-1})}{x_n - x_{n-2}} \end{aligned}$$

Shunga o'xshash yuqori tartibli ayirmali bo'linmalar tuziladilar. Masalan, agar $f(x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+k})$, $f(x_{j+1}, x_{j+2}, \dots, x_{j+k+1})$ k - tartibli ayirmali bo'linmalar ma'lum bo'lsa, $k+1$ tartibli ayirmali bo'linmalar

$$f(x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+k+1}) = \frac{f(x_{j+1}, x_{j+2}, \dots, x_{j+k+1}) - f(x_{j+k}, \dots, x_{j+k+1})}{x_{j+k+1} - x_j}$$

kabi aniqlanadilar.

k - tartibli ayirmali bo'linmalar $f(x)$ funksiyaning tugun nuqtalaridagi qiymatlari orqali quyidagicha ifodalanadilar:

$$f(x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+k}) = \sum_{i=j}^{j+k} \frac{f(x_i)}{\prod_{\substack{l \neq i \\ l=j}}^{j+k} (x_i - x_l)} \quad (9)$$

Nyutonning interpolatsion ko'phadi deb

$$P_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1)f(x_0, x_1, x_2) + \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (10)$$

ko'phadga aytiladi. Bu ko'phadning Lagranj ko'phadi bilan bir xil ekanligini ko'rsatamiz. Buning uchun

$$L_n(x) = L_0(x) + \sum_{j=1}^n (L_j(x) - L_{j-1}(x)) \quad (11)$$

ko'rinishda yozamiz. (3) interpolatsiya shartidan $k=0,1,\dots, j-1, j=0,1,\dots,n$ uchun

$L_{j-1}(x_k) = L_j(x_k) = f(x_k)$ tengliklarga ega bo'lamiz. Bundan $L_j(x) - L_{j-1}(x)$, $x_0, x_1, \dots, x_{j-1}$ nuqtalarda nolga aylanadigan algebraik ko'phad ekanligi ma'lum bo'ladi, ya'ni

$$L_j(x) - L_{j-1}(x) = A_j(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{j-1}). \quad (12)$$

Bundagi A_j son ko'effitsientni

$$L_j(x_j) - L_{j-1}(x_j) = A_j(x_j - x_0)(x_j - x_1) \dots (x_j - x_{j-1}). \quad (13)$$

Tenglikdan, $L_j(x_j) = f(x_j)$ ekanligini inobatga olib topsak

$$A_j = \frac{f(x_j) - L_{j-1}(x_j)}{(x_j - x_0) \dots (x_j - x_{j-1})} \quad (14)$$

bo'ladi.

(13) - tenglikdagi $L_{j-1}(x_j)$ - ning (7) - ko'rinishdagi qiymatini, ya'ni

$$L_{j-1}(x_j) = \sum_{k=0}^{j-1} f(x_k) \frac{(x_j - x_0) \cdots (x_j - x_{k-1})(x_j - x_{k+1}) \cdots (x_j - x_{j-1})}{(x_k - x_0) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_{j-1})}$$

qo'yib

$$A_j = \sum_{k=0}^j \frac{f(x_k)}{(x_k - x_0) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_j)}$$

tenglikni hosil qilamiz.

Buni (9)- tenglik bilan taqqoslasak A_j koefitsientning j - tartibli ayirmali bo'linma ekanligini ko'ramiz.

Bundan va (11),(12) - dan Nyutonning (10) interpolatsion ko'phadi hosil bo'lishini ko'ramiz. Lagranjning (7) va Nyutonning (10)- ko'phadlari aslida bitta ko'phad ekanliklarini ta'kidlaymiz.

Nyutonning interpolatsion formulalari birinchi (oldinga) va ikkinchi (orqaga) interpolatsiyalash bo'lib ikkiga bo'linadi.

Nyutonning birinchi (oldinga) interpolatsiyalash formulalari.

a) Tengmas oraliqlar uchun:

$$f(x) = P_n(x) = f(x_0) + (x-x_0)f(x_0, x_1) + (x-x_0)(x-x_1)f(x_0, x_1, x_2) + \dots + (x-x_0) \cdots (x-x_{n-1})f(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

b) Teng oraliqlar uchun:

Buning uchun chekli ayirmalar sxemasi tuzamiz. Hisoblashlarni nazorat qilish uchun ikki satr qo'llashimiz. $\sum$ qatoriga chekli ayirmalar satriga, chekli ayirmalar satridagi elementlar yig'indisini yozamiz. P satriga esa ustunning chetki elementlar ayimasini yozamiz.

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$
1,215	0,106044	0,007232	-0,000837	0,000095
1,220	0,113276	0,006395	0,000742	0,000093
1,225	0,119671	0,005653	-0,000649	0,000091

1,230	0,125324	0,005004	-0,000556	0,00090
1,235	0,130328	0,004448	-0,000465	0,000088
1,240	0,134776	0,003983	-0,000375	0,000087
1,245	0,138759	0,003608	-0,000287	
1,250	0,142367	0,003321	-0,000200	
1,255	0,148809	0,003121		
1,260	0,148809			
Σ		0,042765	0,004111	0,000637
P	0,042765	-0,004111	0,000637	

Chekli ayirmalar jadvalini tuzganimizda 3-tartibli ayirmalar bilan cheklanamiz, chunki ular barcha vaqtda o'zgarmas bo'ladi. $x=1,2273$ va $x=1,210$ nuqtalardagi funksiyaning qiymatini hisoblash uchun Nyutonning oldinga qarab interpolyatsiyalash formulasidan foydalanamiz

$$f(x) = P_n(x_0 + th) = y_0 + t\Delta y_0 + t(t+1)/2! \cdot \Delta^2 y_0 + \dots + t(t+1)\dots(t-n+1)/n! \cdot \Delta^n y_0$$

Nyutonning ikkinchi (orqaga) interpolyatsiyalash formulalari.

a) Tengmas oraliqlar uchun:

$$f(x) = P_n(x) = f(x_n) + (x-x_n)f(x_n, x_{n-1}) + (x-x_n)(x_n - x_{n-1})f(x_n, x_{n-1}, x_{n-2}) + \dots + (x-x_n)(x_n - x_{n-1})\dots(x-x_0)f(x_n, x_{n-1}, \dots, x_0)$$

b) teng oraliqlar uchun:

$$f(x) = P_n(x_0 + th) = y_n + t\Delta y_{n-1} + t(t+1)/2! \cdot \nabla^2 y_{n-2} + \dots + t(t+1)\dots(t+n-1)/n! \cdot \Delta^n y_0$$

1-misol. Nyutonning birinchi va ikkinchi interpolyatsiyalash formulasidan foydalanib argumentning berilgan qiymatlarida funksiyaning qiymatini hisoblang.

X	y
1,215	0,106044
1,220	0,113276

1,225	0,119671
1,230	0,125324
1,235	0,130328
1,240	0,134776
1,245	0,138759
1,250	0,142367
1,255	0,148809
1,260	0,148809

x_1	x_2	x_3	x_4
1,2273	1,253	1,210	1,2638

$$y(x) = y_0 + t_{\Delta} y_0 + t(t-1)/2! \cdot \Delta^2 y_0 + t(t-1)(t-2)/3! \cdot \Delta^3 y_0$$

Bu yerda $t=(x-x_0)/h$

1) Agarda $x=1,2273$ bo'lsa unda $x_0=1,225$ deb olamiz u holda

$$t=1,2273-1,225/0,005=0,46$$

$$y(1,2273)=0,119671+0,46 \cdot 0,005653+0,46 \cdot (-0,54)/2 \cdot (-0,000649)+0,46 \cdot (-0,54) \cdot (1,54)/6 \cdot 0,000093=0,119671+0,00226004+0,0000806+0,0000059=0,1223579=0,122358$$

2) Agarda $x=1,210$ bo'lsa unda $x_0=1,215$ deb olamiz. U holda

$$t=1,210-1,215/0,005=-1$$

$$y(1,210)=0,106044+(-1) \cdot 0,007232+(-1)(-2)/2 \cdot (-0,000837)+(-1)(-2)(-3)/6 \cdot 0,000095=0,097880$$

$x=1,253$ va $x=1,2638$ nuqtalardagi funksiyalarning qiymatini hisoblash uchun Nyutonning orqaga qarab interpolyatsiyalash formulasidan foydalanamiz.

$$y(x)=y_n + t_{\Delta}y_{n-1} + t(t+1)/2! \cdot \Delta^2 y_{n-2} + t(t+1)(t+2)/3! \cdot \Delta^3 y_{n-3}$$

bu yerda $t=(x-x_0)/h$

3) Agarda $x=1,253$ bo'lsa unda $x_0=1,255$ deb olamiz. U holda

$$t=1,253-1,255/0,005=-0,4$$

$$y(1.253) \approx 0.145688 + (-0.4) \cdot 0.003321 + \frac{(0.4) \cdot 0.6}{2} \cdot (-0.000287) + \frac{(0.4) \cdot 0.6 \cdot 1.6}{6} \cdot 0.000088 = 0.145688 - 0.0013284 - 0.0000056 = 0.1443884 \approx 0.144388$$

4) Agarda $x=1,2698$ bo'lsa, unda $x_0=1,260$ deb olamiz. U holda

$$t = \frac{1,2638-1,260}{0,005} = 0,76$$

$$y = (1.2638) \approx 0.148809 + 0.76 \cdot 0.003121 + \frac{0.76 \cdot 1.76 \cdot 2.76}{6} \cdot 0.000087 = 0.148809 + 0.0023720 - 0.0001338 + 0.00005356 = 0.151107 \approx 0.151101$$

2-misol. Nyutonning tengmas oraliqlar uchun, interpolatsion formulasidan foydalanib, argumentning berilgan qiymatida funksiyaning qiymatini hisoblang. Hisoblashda birinchi va ikkinchi ayirmali bo'linmalarni hisoblaymiz. 1) $x=0.112$ 2) 0.133 argumenyning qiymatlarida $y(x)$ funksiyasining qiymatini aniqlang.

x	y
0.103	2.01284

0.108	2.03342
0.115	2.08070
0.120	2.07918
0.128	2.10721
0.136	2.13354
0.141	2.14922

$$f(x)=P_n(x)=f(x_0)+(x-x_0)f(x_0, x_1)+ (x-x_0)(x-x_1)f(x_0, x_1, x_2,)$$

$$f(x_0, x_1)=\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}; f(x_0, x_1, x_3)=\frac{f(x_1, x_2)-f(x_0, x_2,)}{x_2-x_0}$$

zarur ayirmali bo'linmalarni hisoblaymiz.

x_i	y_i	$f(x_i, x_{i+1},)$ —	$f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2},)$
0.103	2.01284	4.1160	-18.2381
0.108	2.03342	3.8971	-16.7919
0.115	2.06070	3.6960	-14.7885
0.120	2.07918	3.5037	-13.2812
0.128	2.10721	3.2918	-11.9423
0.136	2.13354	3.1360	

0.141	2.14922		
-------	---------	--	--

1) $f(0.112)$ funksiyaning qiymati x_0 ni dastlab 0.103 so'ng 0.108 deb olib ikki usulda hisoblaymiz.

$$f(0.112) \approx 2.01284 + 4.116 \cdot (0.112 - 0.103) + (-18.238116) \cdot (0.112 - 0.103)(0.112 - 0.106) = 2.01284 + 0.037044 - 0.000657 = 2.04923;$$

$$f(0.112) \approx 2.03342 + 3.897 + 42 \cdot (0.112 - 0.108) + (-16.761833) \cdot (0.112 - 0.108)(0.112 - 0.115) = 2.03342 + 0.015589 + 0.000201 = 2.04921$$

Hisoblashni bajarib funksiyaning qiymatini x_0 ni dastlab 0.120 so'ng 0.128 deb olib ikki usulda hisoblaymiz.

$$f(0.133) \approx 2.07918 + 3.50875 \cdot (0.133 - 0.120) + (-13.18125) \cdot (0.133 - 0.120)(0.133 - 0.128) = 2.07918 + 0.045549 - 0.000863 = 2.12387;$$

$$f(0.133) \approx 2.10721 + 3.29125 \cdot (0.133 - 0.128) + (-11.942307) \cdot (0.133 - 0.128)(0.133 - 0.136) = 2.10721 + 0.016456 + 0.000179 = 2.12385$$

Hisoblashni bajarib funksiya qiymatini $f(0.133) \approx 2.12386$ deb olamiz.

3. Interpolyatsiya xatoligi. Interpolyatsion formula xatoligi.

$f(x)$ funksiyani $L_n(x)$ interpolyatsion ko'phad bilan almashtirilganda

$$r_n(x) = f(x) - L_n(x)$$

xatolikka yo'l qo'yamiz. Bu interpolyatsiya xatoligi deb aytiladi. Xatolikni baholash uchun

$$g(s) = f(s) - L_n(s) - K \cdot \omega(s)$$

funksiyani qaraymiz. Bunda $s \in [a, b]$, K - doimiy son va

$$\omega(s) = (s - x_0)(s - x_1) \cdots (s - x_n)$$

faraz qilamiz $r_n(x)$ ni xatolikni tugun nuqtadan iborat bo'lmagan biron $x \in [a, b]$ nuqtada baholash talab qilingan bo'lsin. K kontsantani $g(x)=0$ shartni qanoatlantiradigan qilib tanlaymiz. Buning uchun

$$K = \frac{f(x) - L_n(x)}{\omega(x)}$$

qilib olish etarli.

Faraz qilamiz, $f(s)$ $a \leq s \leq b$ kesmada $n+1$ ta uzluksiz hosilalarga ega bo'lsin. $g(s)$ funksiyasi $[a, b]$ kesmada $n+2$ tadan kam bo'lmagan nuqtalarda nolga aylanadi. Shuning uchun Roll teoremasiga asosan $g'(s)$ $[a, b]$ da kamida $n+1$ ta nuqtada nolga aylanadi. $g^{(n)}(s)$ n tadan kam bo'lmagan nuqtalarda va h.k., $g^{(n+1)}(s)$ eng kamida birta nuqtada nolga aylanadi.

Demak, shunday $\xi \in [a, b]$ nuqta mavjudki $g^{(n+1)}(\xi)=0$ bo'ladi.

$$g^{(n+1)}(s) = f^{(n+1)}(s) - (n+1)! K = 0$$

bo'lganligi uchun

$$f^{(n+1)}(\xi) = \frac{f(x) - L_n(x)}{\omega(x)} (n+1)!$$

tenglik o'rinlidir.

Shunday qilib interpolatsiya xatoligining

$$f(x) - L_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \omega(x)$$

ko'rinishida tasvirlanishi isbot bo'ldi.

Bundan

$$|f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)} |\omega(x)|,$$

Bunda

$$M_{n+1} = \sup_{a \leq x \leq b} |f^{(n+1)}(x)|.$$

4. Interpolyatsiya tugun nuqtalarini optimal joylashtirish.

Interpolyatsiya xatoligi bahosidagi $|\omega(x)|$ kattalikni tugun nuqtalarni ma'lum tartibda joylashtirish orqali minimallashtirish mumkin. Masala, $x_k \in [a, b]$, $k=0, 1, 2, \dots, n$ tugun nuqtalarni

$$\max_{x \in [a, b]} |(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n)|$$

kattalikni minimallashtiradigan qilib joylashtirishdan iborat.

Ma'lumki, agar tugun nuqtalar sifatida Chebishev ko'phadining ildizlari olinsa $\max_{a \leq x \leq b} |\omega(x)|$ kattalik eng kichkina bo'ladi.

5. Interpolyatsiya jarayonining yaqinlashishi.

Bu erda tugun nuqtalar sonini cheksiz oshirganda $f(x) - L_n(x)$ interpolyatsiya xatoligi nolga intiladimi? - degan savol qo'yiladi.

Interpolyatsiya jarayonining yaqinlashishini tavsiflaymiz.

$$\Omega_n = \{x_k, k=0, 1, \dots, n | a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b\}$$

nuqtalar to'plamini to'r deb ataymiz.

Interpolyatsiya jarayonining yaqinlashishini o'rganish uchun

$$\Omega_0 = \{x_0^{(0)}\}, \Omega_1 = \{x_0^{(1)}, x_1^{(1)}\}, \dots, \Omega_n = \{x_0^{(n)}, x_1^{(n)}, \dots, x_n^{(n)}\}, \dots,$$

nuqtalar soni ko'payuvchi turlar ketma-ketligini qarash zarur.

Faraz qilamiz $f(x)$ $[a,b]$ kesmada aniqlangan va uzluksiz bo'lsin. Unda $f(x)$ funksiyaning Ω_n nuqtalaridagi qiymatlari bo'yicha uni interpolatsiyalaydigan ko'phadlar ketma-ketligini tuzish mumkin.

Interpolyatson jarayon $x^* \in [a,b]$ nuqtada yaqinlashadi deb aytiladi, agar

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L_n[f(x)] = f(x^*)$$

mavjud bo'lsa.

Nuqtaviy yaqinlashishdan tashqari yana turli normalarda yaqinlashishlar ham qaraladi.

Masalan, $[a,b]$ kesmada tekis yaqinlashish $n \rightarrow \infty$

$$\max_{x \in [a,b]} |f(x) - L_n[f(x)]| \rightarrow 0$$

iborat.

Interpolyatsiya jarayonining yaqinlashishi $f(x)$ funksiyaning silliqiligi hamda turlar ketma-ketligining tanlanishiga bog'liqdir. Shunday funksiya misollari borki interpolatsiya jarayoni uzoqlashadi.

Masalan, $|x|$ funksiya uchun tugun nuqtalari tekis joylashgan turlar ketma-ketligi uchun tuzilgan interpolatsiya jarayoni $[-1,1]$ kesmaning $-1,0,1$ nuqtalaridan boshqa barcha nuqtalarda uzoqlashadi.

To'rlarning har qanday ketma-ketligi uchun $[a,b]$ kesmada aniqlangan uzluksiz $f(x)$ funksiya mavjudki interpolatsiya jarayoni $[a,b]$ kesmada tekis yaqinlashmaydi.

Berilgan uzluksiz funksiya uchun tugun nuqtalarni joylashtirish evaziga yaqinlashishga erishish mumkin.

Martsinkevich teoremasi.

Agar $f(x)$, $[a,b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, unda shunday turlar ketma-ketligi mavjudki, unga mos interpoliyatsion ko'phadlar ketma-ketligi $[a,b]$ kesmada tekis yaqinlashadi. Bunday turlar ketma-ketligini ko'rish qiyin ekanligini qayd etamiz. Shu sababli, amalda yuqori tartibli interpoliyatsion ko'phadlar qurishdan voz kechadilar. Keyingi vaqtda interpoliyatsion ko'phadlar qurish o'rniga interpoliyatsion splayn quradilar.

Kurs ishiga doir misollar.

1-Misol $P_n(x)=f(x[0])+f(x[i],x[i+1])*(x-x[0])+f(x[i],x[i+1],x[i+2])*(x-x[0])*(x-x[1])$

unit Unit1;

interface

uses

Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart, Math;

type

TForm1 = class(TForm)

Chart1: TChart;

Chart2: TChart;

Series1: TLineSeries;

Series2: TLineSeries;

Series3: TLineSeries;

procedure FormCreate(Sender: TObject);

private

{ Private declarations }

public

{ Public declarations }

end;

```

const
  xmin=-10;
  xmax=10;
  n=3;
var
  Form1: TForm1;
  i,j: integer;
  x1,x2,x3,h: real;
  x,fx: array [1..3] of real;
implementation
  {$R *.dfm}
  function yf(x:real):real;
  begin
    yf:=x*x+4*x+3;
  end;
  Function Newton(n: integer; d:real; x,y :array of real):real;
  var
    l:real;
    j,i,k:integer;
    p,p2: real;
    y1,y2: array of real;
  begin
    L:=fx[1];
    P:=1;
    p2:=1;
    for j:=1 to n do
      begin
        P:=P*(D-X[j-1]);
        for i:=0 to (n-j) do // <- ПЕРВАЯ РАЗНОСТЬ

```

```

begin
  Y[i]:=(y[i+1]-y[i])/(x[i+j]-x[i]);
end;
p2:=p2*(d-x[j-1])*(d-x[j]);
for k := 1 to (n-j) do // <- ВТОРАЯ РАЗНОСТЬ, ЗДЕСЬ ВСЯ "СОЛЬ"
begin
  y[k]:=((y[k+2]-y[k+1])/(x[k+j]-x[k]))-y1[k])/(x[k+2]-x[k]);
end;
L:=L+P*y[i]+p2*y[k];
end;
Newton:=-l;
end;
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin

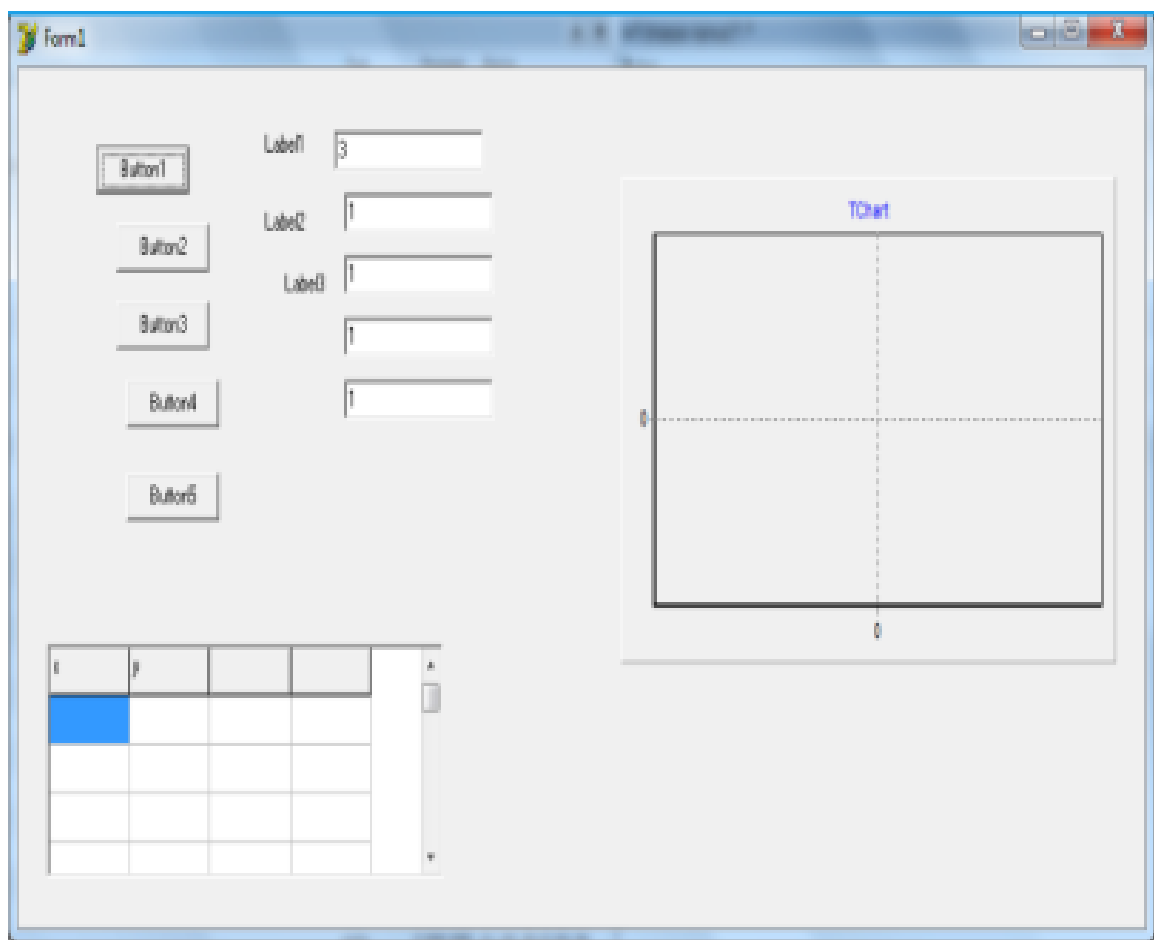
  x1:=xmin;
  while x1<=xmax do
  begin
    Series1.AddXY(x1,yf(x1));
    x1:=x1+1;
  end;
  x2:=-1;
  for i:=1 to n do
  begin
    x[i]:=x2;
    fx[i]:=yf(x[i]);
    x2:=x2+1;
  end;
  x3:=xmin;

```

```

while x3<=xmax do
begin
  for i:=1 to 10 do
  begin
    Series2.AddXY(x3,Newton(n,x3,x,fx));
    Series3.AddXY(x3, abs (yf(x3)-Newton(n,x3,x,fx)) );
    x3:=x3+0.01;
  end;
end;
end;
end.

```



2-Misol

```

unit Unit1;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, Grids, Math, TeEngine, Series, ExtCtrls, TeeProcs, Chart;
type
  TForm1 = class(TForm)
    StringGrid1: TStringGrid;
    Button1: TButton;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
    Button5: TButton;
    Edit1: TEdit;
    Label1: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Edit3: TEdit;
    Chart1: TChart;
    Series1: TLineSeries;
    Button2: TButton;
    Edit4: TEdit;
    Edit5: TEdit;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
  procedure Button2Click(Sender: TObject);
  procedure Button1Click(Sender: TObject);
  procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
  procedure FormCreate(Sender: TObject);
  procedure Button3Click(Sender: TObject);
  procedure Button4Click(Sender: TObject);

```

```

    private
    { Private declarations }
public
    { Public declarations }
end;
var
    Form1: TForm1;
    xydata:array of array of real;
    pddata,cddata:array of real;
implementation
{$R *.dfm}
procedure GetArray;
Var i:word;
    n:integer;
begin
    n:=strtoint(form1.Edit1.text);
    Setlength(xydata,n,2);
    for i:=1 to n do
    begin
        xydata[i-1,0]:=strtofloat(form1.Stringgrid1.Cells[0,i]);
        xydata[i-1,1]:=strtofloat(form1.Stringgrid1.cells[1,i]);
    end;
end;
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
Var n:integer;
begin
    n:=strtoint(Edit1.Text);
    Stringgrid1.ColCount:=n+1;
    Stringgrid1.RowCount:=n+2;

```

```

Stringgrid1.FixedCols:=0;
Stringgrid1.Cells[0,0]:='x';
Stringgrid1.Cells[1,0]:='y';
end;
procedure RR(Order:byte);
Var i:word;
    n:integer;
begin
n:=strtoint(form1.Edit1.text);
if order>1 then
begin
Setlength(pddata,n-order+1);
for i:=0 to n-order do
pddata[i]:=cddata[i];
end;
Setlength(cddata,n-order);
for i:=0 to n-order-1 do //так как динамический массив начинается с нуля,то
уменьшаем все на 1
if order>1 then
cddata[i]:=(pddata[i+1]-pddata[i])/(xydata[i+order,0]-xydata[i,0])
else
cddata[i]:=(xydata[i+1,1]-xydata[i,1])/(xydata[i+1,0]-xydata[i,0]);
end;
function GetRR(Order:byte;number:byte):real;
{Var i;integer}
begin
GetArray;
{for i:=1 to order do}
RR(Order);

```

```

    result:=cddata[number];
end;
function Getdm(Order:byte):real;
Var i:integer;
    min,max:real;
    n:word;
begin
n:=strtoint(form1.Edit1.text);
GetArray;
for i:=1 to order do
    RR(i);
    min:=cddata[0];
    max:=min;
    for i := 1 to n-order do
        begin
            if cddata[i-1]<min then
                min:=cddata[i];
            if cddata[i-1]>max then
                max:=cddata[i];
        end;
    result:=(max-min)*power(xydata[n-1,0]-xydata[0,0],order);
end;
function stepen(Order:byte):byte;
Var min:real;
    i,n: Integer;
begin
n:=strtoint(form1.Edit1.text);
GetArray;
RR(Order);

```

```

min:=getdm(1);
result:=1;
for i := 2 to n - 1 do
begin
  if Getdm(i)<min then
  begin
    min:=Getdm(i);
    result:=i;
  end;
end;
end;
procedure TForm1.FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
Var tf:textfile;
    n:integer;
    i:word;
begin
n:=strtoint(edit1.Text);
Assignfile(tf,'data.txt');
Rewrite(tf);
Writeln(tf,n);
for i:=1 to n do
begin
Writeln(tf,Stringgrid1.Cells[0,i]);
Writeln(tf,Stringgrid1.Cells[1,i]);
end;
Closefile(tf);
end;
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
Var tf:textfile;

```

```

i:word;
s:string;
n:integer;
begin
n:=strtoint(Edit1.Text);
Assignfile(tf,'data.txt');
Reset(tf);
Readln(tf,n);
Stringgrid1.ColCount:=n+1;
Stringgrid1.RowCount:=n+2;
For i:=1 to n do
begin
Readln(tf,s);
Stringgrid1.Cells[0,i]:=s;
Readln(tf,s);
Stringgrid1.Cells[1,i]:=s;
end;
closefile(tf);
end;
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
Var i,j:word;
    n:integer;
begin
n:=strtoint(Edit1.Text);
GetArray;
for i:=2 to n do
begin
RR(i-1);

```

```

    for j:=1 to n-i+1 do
    Stringgrid1.Cells[i,j]:=floattostr(cddata[j-1]);

    end;
end;
procedure TForm1.Button4Click(Sender: TObject);
Var i,n:integer;
begin
n:=strtoint(form1.Edit1.Text);
for i:=2 to n do
begin
getdm(i-1);
Stringgrid1.Cells[i,n+1]:=floattostr(getdm(i-1));
stepen(i-1);
Edit2.Text:=floattostr(stepen(i-1));
end;
end;
function PN(order:byte;x:real):real;
Var i,j:word;
    k,m:real;
begin
GetArray;
k:=xydata[1,0];
for i:=1 to order do
begin
m:=GetRR(i,1);
for j:=1 to order do
begin
m:=m*(x-xydata[j-1,0]);

```

```

end;
k:=k+m;
end;
result:=k;
end;
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
Var a,b,x:real;
    n:integer;
    i,j:word;
begin
n:=strtoint(Edit1.Text);
a:=strtofloat(Edit4.Text);
b:=strtofloat(Edit5.Text);
while b<a do
begin
x:=PN(i,j);
Chart1.SeriesList[0].AddXY(i,x,"clblue");
end;
end;
end.

```

Xulosa

Xulosa qilib aytganda shuni aytish joizki hozirda mamlakatimizda yosh talabalarning sa'viyasini, uning bilim darajasini oshirish uchun juda kata ishlar olib borilmoqda. Bunga misol qilib kata-katta inshootlarimizni, yangidan- yangi zamonaviy texnika bilan jihozlangan o'quv muassasalarini, bir qator axborot texnologiyalarni aytishimiz mumkin. O'zbekistonnig bu qadar yuksak cho'qqilarga erishayotganini ko'rib beixtiyor qalbimiz g'urur va iftixorga to'ladi. Bundan tashqari kadrlar tayyorlash milliy dasturi ham biz yoshlarni barkamol, komil, har

tomonlarni yetuk kadr qilib tayyorlash uchun xizmat qiladi. XXI asr axborot asri deb tan olindi. Bu albatta axborotlashtirish va kompyuter texnologiyalarini yanada rivojlantirish yo'lida katta o'zgarishlarga sabab bo'ldi. prezidentimiz I.A.Karimov Ta'lim sohasini rivojlantirish maqsadida Davlat byudjetini 50% ni yoshlarni ta'lim olishi uchun barcha sharoitlarni yaratib berishga sarfladilar.

Shunday ekan An'anaviy dars shaklini saqlab qolgan holda, unga turli-tuman o'quvchilar faolligini oshiradigan metodlar bilan boyitilib borilsa, o'quvchilar o'zlashtirish darajasini ko'tarilishiga olib keladi.

Buning uchun dars jarayoni oqilona tashkil qilinishi, o'qituvchi tomonidan o'quvchilarning qiziqishini ortirib, ularning ta'lim jarayonida faolligi muttasil rag'batlantirilib turilishi, o'quv materialini kichik-kichik bo'laklarga bo'lib, ularning mazmunini ochishda baxs, munozara, aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, tadqiqot rolli o'yinlar metodlarini qo'llash, rang-barang baholash usullaridan foydalanish ta'lim vositalaridan o'rinni foydalanish talab etiladi.

Zamonaviy o'qitish texnologiyalarida talaba shaxs pedagogik jarayon markaziga qo'yiladi uning rivojlanishiga va tabiiy imkoniyatlarini ro'yobga chiqarishga qulay shart- sharoit yaratiladi. O'zbekiston Respublikasining ta'lim tizimi milliy modelining tarkibiy qismi sifatida "shaxs" kiritilganligi va unga birinchi o'rin ajratilganligi shaxsga yo'naltirilgan ta'lim texnologiyalariga alohida e'tibor berilayotganligi fikrimizning yaqqol dalilidir. Shunday ekan biz yoshlar vatanga munosib farzand bo'lishga va yurtimiz bayrog'ini yuksaklarga ko'tarishga bor kuch va g'ayratimizni ishga solgan holda harakat qilishimiz shart. Biz albatta o'zbek degan nomni dunyolarga tanitishimiz, uni eng rivojlangan mamlakatlar sirasiga qo'shish uchun tinimsiz harakat qilib bor kuchimizni ishga solishimiz zarur. Biz albatta shu bilan birga kimning avlodlari ekanimizni yodda tutishimiz shart. O'zbekiston kelajagi buyuk davlat.

Foydalanilgan adabiyotlar

- 1) “Yuksak Ma’naviyat yengilmas kuch”. I.A.Karimov 2008-yil.
- 2) „Matematik analiz” T.Azlarov, X.Mansurov 1994-yil.
- 3) Hisoblash usullari kursidan laboratoriya mashg’ulotlari to’plami.
R.D.Aloev, M.O’.Xudoyberganov. Toshkent 2008.
- 4) ”Informatika va axborot texnologiyalari” fanidan ma’ruzalar matni T.U
.O`tapov, G’.R.Yodgorov.
- 5) www.ziyonet.uz.
- 6) www.uzedu.uz.