

**МИНИСТЕРСТВО ПО РАЗВИТИЮ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ И КОММУНИКАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ  
УЗБЕКИСТАН**

**КАРШИНСКИЙ ФИЛИАЛ ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

*Факультет*

***КОМПЬЮТЕР ИНЖИНИРИНГ***

*Кафедра*

***ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ***

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**На тему: Реализация объектно-ориентированной технологии в  
программном обеспечении для задач двухфазной фильтрации на  
базе языка Java**

Выполнил

\_\_\_\_\_

Шомиров Ф.Ф.

Подпись

Научный руководитель

\_\_\_\_\_

доц. З.Узоков

Подпись

*“Допустить к защите”*

*Заведующий кафедрой*

*информационных технологий*

\_\_\_\_\_ д.э.н. *Х.С.Мухитдинов*

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2015г

*Отправлен на ГАК для защиты:*

*Декан факультета компьютер  
инжиниринг*

\_\_\_\_\_ *С.Б.Давронов*

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2015г

**Карши – 2015**

# Содержание

## Введение

### 1-глава. Объектно-ориентированное программирование

1.1. Две парадигмы программирования

1.2. Абстракция как элемент объектно-ориентированного  
программирования

1.3. Три принципа объектно-ориентированного программирования

1.4. Язык программирования Java, его особенности

### 2-глава. Постановка задачи двухфазной фильтрации

2.1. Основные физические предположения задач двухфазной  
фильтрации

2.2. Математическая модель задачи двухфазной  
фильтрации.....

2.3. Конечно-разностный метод и алгоритм численного решения задачи  
двухфазной  
фильтрации.....

### 3-глава. Разработка программного обеспечения для задач двухфазной фильтрации на базе языка Java

.....

3.1. Проектирование и разработка программного обеспечения для задач  
двухфазной фильтрации на базе языка Java

.....

3.2. Тестирование программного обеспечения

.....

3.3. Вычислительные эксперименты и анализ их результатов

.....

## Выводы и предложения

.....

## Приложения

.....

## Список использованной литературы

## Введение

Для многих отраслей народного хозяйства страны жидкие и газообразные полезные ископаемые в виде нефти и природного газа остаются основными источниками энергии. Их дальнейшее развитие непосредственно связано с увеличением добычи нефти и газа. В то же время наблюдается тенденция перемещения основных центров добычи жидких и газообразных полезных ископаемых в восточные районы страны и в районы Крайнего Севера. Перемещение центра нефте- и газодобывающей промышленности в районы с более тяжелыми климатическими и природными условиями резко повышает себестоимость каждой тонны добытой нефти и каждого кубометра газа. В связи с этим еще более возрастает значение вторичных методов их добычи с целью наиболее полного извлечения имеющихся запасов на уже действующих месторождениях. Повышение коэффициента конечной нефтяной отдачи на эксплуатируемых месторождениях хотя бы один процент равносильно вводу в действие нескольких крупных новых месторождений. Повышение степени извлечения полезных ископаемых из недр, является важнейшей задачей, стоящей перед добывающими отраслями народного хозяйства и наукой.

Степень извлечения полезных ископаемых прямым образом зависит от оптимальности технологии добычи и режима эксплуатации месторождений. Однако, определение оптимальной технологии и режима эксплуатации с учетом свойств горных пород и свойств извлекаемого полезного ископаемого с помощью натуральных экспериментов представляет собой сложную техническую задачу и связано с большими материальными и энергетическими затратами. Кроме того, надо учесть, что для каждого нового месторождения необходимо проводить натурные эксперименты заново, поскольку горные породы и полезные ископаемые на новом месторождении могут иметь другие свойства.

Появление быстродействующих электронно-вычислительных машин (ЭВМ) резко расширило возможности изучения физических и других

явлений или процессов на основе их математических моделей. Быстродействие ЭВМ позволяет теперь для описания физического процесса выбирать более сложные математические модели. Моделирование на ЭВМ не только обходится гораздо дешевле натурного эксперимента, но позволяет также изучить физический процесс более глубоко. Нередко в процессе моделирования на ЭВМ выявляются такие свойства изучаемого объекта, которые ранее были не известны. В качестве примера можно привести открытие группой советских ученых нового физического явления в плотной плазме эффекта температурного слоя такие директивные указания XXV и XXVI съездов КПСС, как "Развивать научные работы, направленные на создание и эффективное применение в народном хозяйстве вычислительной техники", "Расширять автоматизацию проектно-конструкторских и научно-исследовательских работ с применением электронно-вычислительной техники" в полной мере относятся ж к специалистам, занимающихся проектированием разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений.

Изучение явлений природы и различных процессов на основе их математических моделей с помощью ЭВМ оформилось за последнее время в новое направление научного исследования, известное также под названиями "вычислительный эксперимент", "математический эксперимент", "численное моделирование". Не зависимо от названия, суть этого нового направления состоит в том, что на основе математической модели с помощью ЭШ проводится изучение явления или процесса, прогнозирование его протекания в различных условиях, поиск оптимальных параметров и режимов. Необходимо отметить то важное обстоятельство, что математическое моделирование на ЭШ является не только методом познания, но и методом управления и оптимизации процесса. Сегодня уже можно говорить об установившейся структуре математического моделирования, о технологической цепочке или о технологическое доклей в математическом моделирование. В научной

литературе выделяют следующие основные этапы метода математического моделирования:

- 1) Выбор физического приближения рассматриваемого явления.
- 2) Математическая формулировка физической задачи, т.е. построение математической модели физического явления.
- 3) Разработка вычислительного алгоритма решения сформулированной математической задачи.
- 4) Реализация вычислительного алгоритма в виде программы для ЭШ.
- 5) Проведение расчетов на ЭВМ.
- 6) Обработка, анализ и интерпретация результатов расчетов, составление с данными натурных экспериментов и в случае необходимости, уточнение и пересмотр математической модели.

Последнее означает возвращение ко второму этапу и повторение всего цикла математического моделирования или вычислительного эксперимента.

Таким образом, после выбора физического приближения рассматриваемого явления или процесса, построение математической модели является исходным и определяющим пунктом в математическом моделировании.

В указывается, что наряду с решением конкретных задач механики сплошной среды на основе известных математических моделей, дальнейшие успехи находятся в прямой зависимости от конструирования новых математических моделей и новых схематизированных постановок задач. В числе неклассических моделей, которые разрабатывались за последние три-четыре десятилетия, в названо моделирование процесса фильтрации жидкостей и газов в почве и в грунтах, т.е. в пористой среде, а также модели различного рода структур разрывов в жидкостях и в газах.

## **1-глава. Объектно-ориентированное программирование**

### **1.1. Две парадигмы программирования**

Построение новых моделей механики сплошной среды всегда связано с принятием ряда новых гипотез, которые в тоже время, представляют собой, как правило, концентрированные данные наблюдений и опытов. При этом важное значение имеют данные простейших опытов.

Для решения сформулированной математической задачи на ЭВМ

необходимы экономичные вычислительные алгоритмы. Разработка методов численного решения задач механики сплошной среды на быстродействующих ЭШ приобретает первоочередное значение. Применение быстродействующих электронно-вычислительных машин в корне изменило представления исследователей о разрешимости задач механики сплошной среды. Многие задачи о движении жидкостей и газов, которые были недоступны для их эффективного решения аналитическими методами, теперь успешно решаются численными методами на ЭШ. К числу таких задач относятся задачи о неустановившемся течении жидкостей и газов с поверхностями разрыва. Применение быстродействующих ЭШ позволяет использовать дополнительные алгоритмы обработки подучаемой на ЭШ числовой информации.

Для метода математического моделирования характерно то, что для каждой сконструированной математической модели изучаемого физического явления или процесса необходимо проводить большое число расчетов, варьируя определяющие параметры модели и задачи. Кроме того, в ходе вычислительного эксперимента возникает необходимость уточнять саму математическую модель процесса, уточнять алгоритм численного решения. Эта особенность математического моделирования, названная "многочисленностью", вынуждает исследователя многократно вносить изменения в структуру программы, реализующей вычислительный алгоритм, и в отдельных ее частях. Таким образом, широкое применение в научных исследованиях метода математического моделирования на ЭШ

привело к пересмотру самой технологии программной реализации вычислительных алгоритмов.

Сформировавшаяся новая технология программного обеспечения вычислительного эксперимента строится на основе модульной (или блочной) структуры как математической модели, так и вычислительного алгоритма. И такая структура программного обеспечения выдерживается как на уровне комплекса программы, так и на уровне каждой отдельной программа\* Модульная структура комплекса программ, ориентированного на моделирование какого-либо процесса, позволяет расширять этот комплекс путем включения новых модулей, реализующих новые возможности. В научной литературе проблемно-ориентированные программные комплексы и системы получили название пакетов прикладных программы.

Как указывается в объем числовой информации, получаемой при вычислительном эксперименте, на несколько порядков превышает тот объем; который представляет реальный интерес для исследователя. "Обозримое представление этой информации невозможно без специального алгоритма обработки отмечается. При этом обработка получаемой числовой информации становится важным звеном в технологической цепочке вычислительного эксперимента. Заметим, что сам процесс обработки числовой информации, получаемой на ЭВМ, можно опять не приучить ЭВМ. Для этого достаточно обработку числовой информации оформить в виде программный блока и внести ее в структуру программы.

В предлагаемой работе приводятся результаты математического моделирования процессов многофазной фильтрации несмешивающихся и несжимаемых жидкостей в пористой среде, а также результаты численного моделирования течения сжимаемого невязкого не теплопроводного газа с ударной волной.

Процесс вытеснения нефти и газированной нефти носит сложный характер, сопровождающийся рядом физических и химических явлений.

При построении математических моделей многофазного течения ограничимся следующим физическим приближением рассматриваемого процесса. Пористая среда и все несмешивающиеся между собой жидкости считаются несжимаемыми. На границе раздела двух жидкостей действуют капиллярные силы, обусловленные различием между фазовыми давлениями. Учитывается также движение жидкостей под действием гравитационных сил. Плотности фаз постоянные.

При математической формулировке задачи многофазного течения в пористой среде за основу уравнения движения каждой фазы принимается экспериментально установленный для течения однородной жидкости закон Дарси, который в дифференциальной форме в шагомерном случае можно записать в виде

$$\vec{W} = -k/\mu \cdot (\text{grad}P - \rho \cdot \vec{g})_{(0.1)}$$

(см., например, [1]-[6]). В уравнении движения(0.1)вектор скорости фильтрации однородной жидкости, величина которого равнаобвезу жидкости, протекающей через единицу Площади поперечного сечения пористой среды за единицу времени;  $K$ -(абсолютная) проницаемость пористой среда данной однородной жидкостью;  $\mu$ ,  $\rho$ и  $\rho$ - соответственно, динамическая вязкость, давление и плотность жидкости;  $\vec{g}$  - вектор ускорения свободного падения; оператор градиента действует по пространственным переменным  $x$ ,  $y$  и  $z$ , причем переменная  $W$  возрастает в направлении ускорения свободного падения.

В работе [II] соотношение (0.1) было принято также за основу уравнений движения при совместном течении жидкости и газа, т.е. при двухфазном течении. В [II] показано экспериментально, что стационарное течение смеси жидкости и газа в пористой среде без учета гравитационных сил можно описать уравнениями вида(0.2)



$$\vec{W}_i = -k_i/\mu_i \cdot \partial P/\partial x$$

где  $\partial P/\partial x$ -перепад давления в двухфазной жидкости,  $w_i, k_i$  и  $\mu_i$  - соответственно, скорость фильтрации, проницаемость и динамическая вязкость  $i$ -ой фазы. Фазовая проницаемость  $k_i$ , в отличие от абсолютной проницаемости  $k$  в формуле (0.1), зависит не только от пространственных координат точки, но и от значений насыщенности фаз в этой точке. При законе течения (0.2) естественным образом вводится понятие функции относительной фазовой проницаемости  $f_i$  которая определяется как отношение фазовой проницаемости  $k_i$  к абсолютной проницаемости пористой среды. (При многофазном течении под абсолютной проницаемостью пористой среды понимается обычно проницаемость пористой среды воздухом). Через функции относительных фазовых проницаемостей уравнения движения записываются в виде (0.3)

$$w_i = -k/\mu_i \cdot f_i \cdot \partial P/\partial x$$

или с учетом гравитационных сил в многомерном случае (0.4)

$$\vec{W}_i = -k/\mu_i \cdot f_i \cdot (\text{grad}P - \rho_i \vec{g})$$

где  $f_i = k_i/k$  - безразмерная функция относительной проницаемости  $i$ -ой фазы.

Макетом и Мере сом в [12] было предложено записывать уравнения движения в форме (0.4) и в случае неустановившегося течения двухфазной жидкости. Лееет и Льюис показали закономерность распространения

уравнений движения (0.4) на случай трехфазного течения [13-14]. Если же учесть разницу между фазовыми давлениями, то уравнение движения  $i$ -ой фазы записывается в виде (0.5)

$$\vec{W}_i = -k/\mu_i \cdot f_i \cdot (\text{grad}P - \rho_i g)$$

где фазовые давления  $P_i$  связаны между собой следующими условиями механического равновесия фаз:

$$P_1 - P_2 = P_k(s) \quad (0.6)$$

в случае двухфазного течения;

$$P_1 - P_2 = P_{1,2}(s_1, s_2), \quad (0.7)$$

$$P_1 - P_2 = P_{1,3}(s_1, s_2)$$

в случае трехфазного течения.

В соотношениях (0.6)-(0.7)

$P_k(s)$ ,  $P_{1,2}(s_1, s_2)$  и  $P_{1,3}(s_1, s_2)$  экспериментально

определяемые известные функции своих аргументов,  $S$ - функция насыщенности одной из фаз в случае двухфазного течения,  $s_1$  и  $s_2$  функции насыщенности каких-либо двух фаз в случае трехфазного течения.

Функции фазовых проницаемостей  $k_i$  или же функции относительных фазовых проницаемостей  $f_i$  также определяются экспериментально. Как в теоретических исследованиях, так и в практических расчетах используются, как правило, функции относительных фазовых проницаемостей, определяем не из опытов по стационарному совместному течению нескольких различных жидкостей. Отметим следующие свойства функций относительных фазовых проницаемостей, вытекающие непосредственно из их физического смысла, о котором будет сказано ниже, и

подтверждается экспериментально.

## **1.2. Абстракция как элемент объектно-ориентированного программирования**

Описывая поведение какого-либо объекта, например автомобиля, мы строим его модель. Модель, как правило, не может описать объект полностью, реальные объекты слишком сложны. Приходится отбирать только те характеристики объекта, которые важны для решения поставленной перед нами задачи. Для описания грузоперевозок важной характеристикой будет грузоподъемность автомобиля, а для описания автомобильных гонок она не существенна. Но для моделирования гонок обязательно надо описать метод набора скорости данным автомобилем, а для грузоперевозок это не столь важно.

Мы должны *абстрагироваться* от некоторых конкретных деталей объекта. Очень важно выбрать правильную степень абстракции. Слишком высокая степень даст только приблизительное описание объекта, не позволит правильно моделировать его поведение. Слишком низкая степень абстракции сделает модель очень сложной, перегруженной деталями, и потому непригодной.

Например, можно совершенно точно предсказать погоду на завтра в определенном месте, но расчеты по такой модели продлятся трое суток даже на самом мощном компьютере. Зачем нужна модель, опаздывающая на два дня? Ну а точность модели, используемой синоптиками, мы все знаем сами. Зато расчеты по этой модели занимают всего несколько часов.

Описание каждой модели производится в виде одного или нескольких *классов* (classes). Класс можно считать проектом, слепком, чертежом, по которому затем будут создаваться конкретные объекты. Класс содержит описание переменных и констант, характеризующих объект. Они называются *полями класса* (classfields). Процедуры,

описывающие поведение объекта, называются *методами класса* (classmethods). Внутри класса можно описать и *вложенные классы* (nestedclasses) и *вложенные интерфейсы*. Поля, методы и вложенные классы первого уровня являются *членами класса* (classmembers). Разные школы объектно-ориентированного программирования предлагают разные термины, мы используем терминологию, принятую в технологии Java.

Вот набросок описания автомобиля:

```
classAutomobile{

    intmaxVelocity; // Поле, содержащее наибольшую скорость
автомобиля

    intspeed;      // Поле, содержащее текущую скорость автомобиля

    intweight;     // Поле, содержащее вес автомобиля

    // Прочие поля...

    voidmoveTo(int x, int y){ // Метод, моделирующий перемещение

        // автомобиля. Параметры x и y — не поля

        int a = 1; // Локальная переменная — не поле

        // Тело метода. Здесь описывается закон
        // перемещения автомобиля в точку (x, y)

    }

    // Прочие методы. . .

}
```

Объектно-ориентированная парадигма программирования не нова. Её истоки восходят к Симуле-67, хотя впервые она была полностью реализована в **Smalltalk-80**. ООП (Объектно-ориентированное программирование) приобрело популярность во второй половине 80-х вместе с такими языками, как C++, Objective C (другое расширение C), ObjectPascal и TurboPascal, CLOS (объектно-ориентированное расширение Lisp'a), Eiffel, Ada (в её последних воплощениях) и недавно — в Java. В этой статье внимание сосредоточено на C++, ObjectPascal и Java, иногда упоминаются и другие языки.

### 1.3. Три принципа объектно-ориентированного программирования

Ключевые черты ООП хорошо известны:

1. Первая — **инкапсуляция** — это определение классов — пользовательских типов данных, объединяющих своё содержимое в единый тип и реализующих некоторые операции или методы над ним. Классы обычно являются основой модульности, инкапсуляции и абстракции данных в языках ООП.

2. Вторая ключевая черта, — **наследование** — способ определения нового типа, когда новый тип наследует элементы (свойства и методы) существующего, модифицируя или расширяя их. Это способствует выражению специализации и генерализации.

3. Третья черта, известная как **полиморфизм**, позволяет единообразно ссылаться на объекты различных классов (обычно внутри некоторой иерархии). Это делает классы ещё удобнее и облегчает расширение и поддержку программ, основанных на них.

## 1.4. Язык программирования Java, его особенности

**Java** — объектно-ориентированный язык программирования, разработанный компанией Sun Microsystems (в последующем приобретённой компанией Oracle). Приложения Java обычно транслируются в специальный байт-код, поэтому они могут работать на любой виртуальной Java-машине вне зависимости от компьютерной архитектуры. Дата официального выпуска — 23 мая 1995 года. Программы на Java транслируются в байт-код, выполняемый виртуальной машиной Java (JVM) — программой, обрабатывающей байтовый код и передающей инструкции оборудованию как интерпретатор.

Достоинством подобного способа выполнения программ является полная независимость байт-кода от операционной системы и оборудования, что позволяет выполнять Java-приложения на любом устройстве, для которого существует соответствующая виртуальная машина. Другой важной особенностью технологии Java является гибкая система безопасности, в рамках которой исполнение программы полностью контролируется виртуальной машиной. Любые операции, которые превышают установленные полномочия программы (например, попытка несанкционированного доступа к данным или соединения с другим компьютером), вызывают немедленное прерывание.

Часто к недостаткам концепции виртуальной машины относят снижение производительности. Ряд усовершенствований несколько увеличил скорость выполнения программ на Java:

- применение технологии трансляции байт-кода в машинный код непосредственно во время работы программы (JIT-технология) с возможностью сохранения версий класса в машинном коде,
- широкое использование платформенно-ориентированного кода (native-код) в стандартных библиотеках,
- аппаратные средства, обеспечивающие ускоренную обработку байт-кода (например, технология Jazelle, поддерживаемая некоторыми процессорами фирмы ARM).

По данным сайта [shootout.alioth.debian.org](http://shootout.alioth.debian.org), для семи разных задач время выполнения на Java составляет в среднем в полтора-два раза больше, чем для C/C++, в некоторых случаях Java быстрее, а в отдельных случаях в 7 раз медленнее<sup>[12]</sup>. С другой стороны, для большинства из них потребление памяти Java-машиной было в 10—30 раз больше, чем программой на C/C++. Также примечательно исследование, проведённое компанией Google, согласно которому отмечается существенно более низкая производительность и большее потребление памяти в тестовых примерах на Java в сравнении с аналогичными программами на C++.

Идеи, заложенные в концепцию и различные реализации среды виртуальной машины Java, вдохновили множество энтузиастов на расширение перечня языков, которые могли бы быть использованы для создания программ, исполняемых на виртуальной машине<sup>[16]</sup>. Эти идеи нашли также выражение в спецификации общезыковой инфраструктуры CLI, заложенной в основу платформы .NET компанией Microsoft.

Компанией Microsoft была разработана собственная реализация JVM (MSJVM), включавшаяся в состав различных операционных систем, начиная с Windows 98 (также входила в Internet Explorer от версии 3 и выше, что позволяло использовать MSJVM (Microsoftjavavirtualmachine) в ОС Windows 95 и Windows NT 4 после установки IE3+ на данные ОС).

MSJVM имела существенные отличия от SunJava, во многом ломающие основополагающую концепцию переносимости программ между разными платформами:

- отсутствие поддержки программного интерфейса вызова удаленных методов (RMI);
- отсутствие поддержки технологии JNI;
- наличие нестандартных расширений, таких, как средства интеграции Java и DCOM, работающих только на платформе Windows.

Тесная интеграция Java с DCOM и Win32 поставила под вопрос кроссплатформенную парадигму языка. Впоследствии это явилось поводом для судебных исков со стороны Sun Microsystems к Microsoft. Суд принял сторону компании Sun Microsystems. В конечном счёте между двумя компаниями была достигнута договорённость о возможности продления срока официальной поддержки пользователей нестандартной Microsoft JVM до конца 2007 года.

В 2005 году компанией Microsoft для платформы .NET был представлен Java-подобный язык J#, не соответствующий официальной спецификации языка Java и исключённый впоследствии из стандартного инструментария разработчика Microsoft Visual Studio, начиная с Visual Studio 2008.

## **2-глава. Постановка задачи двухфазной фильтрации**

### **2.1. Основные физические предположения задач двухфазной фильтрации**

Трудности практической реализации на ЭВМ алгоритмов расчета многомерных двухфазных фильтрационных течений стимулировали поиски новых подходов к описанию моделей фильтрации и построению численных методов. Так, в работах описана постановка задачи в переменных насыщенность и функция тока суммарного течения. Вследствие необходимости выполнения большого объема промежуточных расчетов, применимости только для плоских течений и определенных типов краевых условий, она не нашла практического применения.

Для решения задач двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей наилучшей оказалась постановка в переменных насыщенность-давление в одной из фаз, допускающая построение эффективных численных алгоритмов на основе раздельного определения давления и насыщенности в пределах каждого временного слоя. Именно такой подход используется в подавляющем большинстве работ отечественных авторов. Так в получено численное решение двух наиболее интересных в практическом отношении двумерных задач - плоской в однородном по мощности пласте, вскрытом произвольно расположенной системой скважин, и в плоскости вертикального сечения в неоднородном по мощности пласте с учетом капиллярных и гравитационных сил. Плоская задача о вытеснении нефти водой в системе скважины без учета капиллярных и гравитационных сил рассматривалась также в последующих работах для решения аналогичных задач использовались метод продольно-поперечной прогонки и аналого-цифровой вычислительный комплекс «Сатурн». Впредложена экономическая неявная разностная схема для определения насыщенности, не требующая привлечения метода прогонки.

Для решения задач двухфазной фильтрации двумерных в плоскости вертикального сечения или трехмерных перспективным способом построения эффективных разностных схем оказался метод расщепления по направлениям и физическим процессам. Его сущность заключается в явной аппроксимации в уравнении для насыщенности конвективных членов и капиллярного давления в направлении горизонтальных осей и неявной аппроксимации капиллярного давления в направлении вертикальной оси. При этом учи-



тывается специфика фильтрационных потоков в реальных пластах, заключающаяся в существенной разнице в характерных размерах области течения и приводящая к сильной «анизотропии» коэффициентов уравнения по горизонтальным и вертикальным координатам.

## 2.2. Математическая модель задачи двухфазной фильтрации

Одно и двумерные задачи фильтрации многофазной жидкости хорошо изучены. Для них построены модели и схемы расчета [6]. С учетом активного развития вычислительной техники появились особые требования к алгоритмам и их реализации. Для уменьшения времени решения поставленных задач необходимо применение алгоритмов, обеспечивающих высокую масштабируемость и возможность эффективного решения на многопроцессорных вычислительных системах. Работа посвящена одному из подходов численного моделирования процессов фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости.

### Математическая модель двухфазной фильтрации.

Рассмотрим фильтрацию двухфазной жидкости, состоящей из нефти ( $n$ ) и воды ( $в$ ), в пористой среде в водонапорном режиме. Месторождение покрыто сетью скважин двух типов: водонагнетающих и продуктивных. Схемы их расположения могут быть различными. Нефтеносный пласт считается неограниченным, постоянной толщины, пористая среда — недеформируемой, отношение капиллярного давления к полному гидродинамическому падению давления мало, что позволяет рассмотреть задачу, подчиняющуюся классической модели Бакли-Левверетта:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{K_H^*}{\mu_H} + \frac{K_B^*}{\mu_B} \right) KH \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{K_H^*}{\mu_H} + \frac{K_B^*}{\mu_B} \right) KH \frac{\partial P}{\partial y} \right] = Fp$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ f(\sigma_B) \left( \frac{K_H^*}{\mu_H} + \frac{K_B^*}{\mu_B} \right) KH \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ f(\sigma_B) \left( \frac{K_H^*}{\mu_H} + \frac{K_B^*}{\mu_B} \right) KH \frac{\partial P}{\partial y} \right] = mH \frac{\partial \sigma_B}{\partial t} + F\sigma$$

где:  $\sigma_B(x, y, t)$  — водонасыщенность,

$K_H^*(\sigma_B)$  — относительная фазовая проницаемость для нефти,

$K_B^*(\sigma_B)$  — относительная фазовая проницаемость для воды,

$P(x, y, t)$  — давление,

$K(x, y)$  — проницаемость,

$H(x, y)$  — мощность пласта,

$f(\sigma_B)$  — функция Баклея-Левретта,

$m(x, y)$  — пористость пласта,

$\mu_H$  — вязкость нефти,

$\mu_B$  — вязкость воды. Необходимо определить функции давления  $P$ , водонасыщенности  $\sigma$ , которые удовлетворяют системе (1).

Предположим, имеется тонкий горизонтальный нефтяной пласт, с достаточно большой протяженностью. Рассмотрим математическую модель двухфазной фильтрации несмешиваемых несжимаемых жидкостей. Введем начальные и граничные условия:

$$\sigma_B = \sigma_B(x, y, 0),$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\Gamma_D} = 0, \left. \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\Gamma_D} = 0,$$

где:  $\Gamma_D$  — граница нефтеводоносного пласта с «окружающей средой»,

$$P|_{\Gamma_*} = P(x, y, t), \sigma_B|_{\Gamma_*} = \sigma_B(x, y, t),$$

где:  $\Gamma_*$  — граница скважины с нефтеводоносным пластом.

## Аппроксимация системы уравнений

Аппроксимация для уравнения давления

$$B_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{h_x^2} - B_{i-\frac{1}{2},j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{h_x^2} + B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{h_y^2} - B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_y^2} = Fp_{i,j}$$

Аппроксимация для уравнения водонасыщенности

$$B_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{h_x^2} (\psi_3^- f_{i,j} + \psi_3^+ f_{i+1,j}) - B_{i-\frac{1}{2},j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{h_x^2} (\psi_1^- f_{i-1,j} + \psi_1^+ f_{i,j}) +$$

$$+ B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{h_y^2} (\psi_4^- f_{i,j} + \psi_4^+ f_{i,j+1}) - B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_y^2} (\psi_2^- f_{i,j-1} + \psi_2^+ f_{i,j}) - m_{i,j} H_{i,j} \frac{\sigma_{i,j}^{n+1} - \sigma_{i,j}^n}{h_t} = F\sigma_{i,j}$$

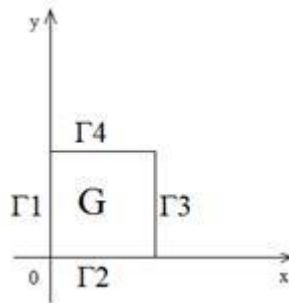
где:  $f_{i,j} = f(\sigma_{i,j}) = \frac{K_B^*(\sigma_{i,j})\mu_H}{K_B^*(\sigma_{i,j})\mu_H + K_H^*(\sigma_{i,j})\mu_B}$  — функция Баклея-Левретта,

$K_H^*(\sigma) = \left( \frac{0.9 - \sigma}{0.8} \right)^3$  — относительная фазовая проницаемость для нефти,

$K_B^*(\sigma) = \left( \frac{\sigma - 0.1}{0.9} \right)^3$  — относительная фазовая проницаемость для воды,

$$\begin{aligned}
 m_{i,j} &= m(x_i, y_j), H_{i,j} = H(x_i, y_j) \\
 \psi_q^- &= (1 - \psi_q^+), q \in \{1, 2, 3, 4\} \\
 \psi_1^+ &= \begin{cases} 1, P_{i,j} - P_{i-1,j} > 0 \\ 0, \text{иначе} \end{cases}, \quad \psi_3^+ = \begin{cases} 1, P_{i+1,j} - P_{i,j} > 0 \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \\
 \psi_2^+ &= \begin{cases} 1, P_{i,j} - P_{i,j-1} > 0 \\ 0, \text{иначе} \end{cases}, \quad \psi_4^+ = \begin{cases} 1, P_{i,j+1} - P_{i,j} > 0 \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \\
 B_{i+\frac{1}{2},j} &= \left[ \frac{1}{h_x} \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{K_{i+1,j} H_{i+1,j}} \left( \frac{K_H^*(\sigma_{i+1,j})}{\mu_H} + \frac{K_B^*(\sigma_{i+1,j})}{\mu_B} \right)^{-1} + \frac{1}{K_{i,j} H_{i,j}} \left( \frac{K_H^*(\sigma_{i,j})}{\mu_H} + \frac{K_B^*(\sigma_{i,j})}{\mu_B} \right)^{-1} \right) \right]^{-1} \\
 K_{i,j} &= K(x_i, y_j)
 \end{aligned}$$

Пусть расчетная область  $G$  — прямоугольная область, в которой будем искать решение задачи. В области введем равномерную пространственную сетку с шагом так, чтобы скважины попадали в один из углов сетки и неравномерную временную сетку.



**Рисунок 1.**

Если  $(x, y) \in \Gamma 3$ , тогда  $\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} = 0$ .

Тогда аппроксимация уравнения для давления имеет вид:

$$-2B_{N_x-\frac{1}{2},j} \frac{P_{N_x,j} - P_{N_x-1,j}}{h_x^2} + B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{h_y^2} - B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_y^2} = Fp_{i,j}$$

Если  $(x, y) \in \Gamma 1$ , тогда  $\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial x} = 0$ .

Тогда аппроксимация уравнения для давления имеет вид:

$$2B_{\frac{1}{2},j} \frac{P_{1,j} - P_{0,j}}{h_x^2} + B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{h_y^2} - B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_y^2} = Fp_{i,j}$$

Запишем общий вид аппроксимации системы уравнений с учетом граничного условия  $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$ :

$$\begin{aligned} & q_3 \xi(q_1, q_3) B_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{h_x^2} - q_1 \xi(q_1, q_3) B_{i-\frac{1}{2},j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{h_x^2} + \\ & + q_4 \xi(q_2, q_4) B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{h_y^2} - q_2 \xi(q_2, q_4) B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_y^2} = Fp_{i,j}, \\ & q_3 \xi(q_1, q_3) B_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{h_x^2} (\psi_3^- f_{i,j} + \psi_3^+ f_{i+1,j}) - \\ & - q_1 \xi(q_1, q_3) B_{i-\frac{1}{2},j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{h_x^2} (\psi_1^- f_{i-1,j} + \psi_1^+ f_{i,j}) + \\ & + q_4 \xi(q_2, q_4) B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{h_y^2} (\psi_4^- f_{i,j} + \psi_4^+ f_{i,j+1}) - \\ & - q_2 \xi(q_2, q_4) B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_y^2} (\psi_2^- f_{i,j-1} + \psi_2^+ f_{i,j}) - m_{i,j} H_{i,j} \frac{\sigma_{i,j}^{n+1} - \sigma_{i,j}^n}{h_t} = F \sigma_{i,j} \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned} q_1 &= \begin{cases} 0, \text{если } (x, y) \in \Gamma 1 \\ 1, \text{иначе} \end{cases}, & q_2 &= \begin{cases} 0, \text{если } (x, y) \in \Gamma 2 \\ 1, \text{иначе} \end{cases}, \\ q_3 &= \begin{cases} 0, \text{если } (x, y) \in \Gamma 3 \\ 1, \text{иначе} \end{cases}, & q_4 &= \begin{cases} 0, \text{если } (x, y) \in \Gamma 4 \\ 1, \text{иначе} \end{cases}, \\ \xi(a, b) &= \begin{cases} 0, a + b = 0. \\ 1, a + b = 2, \\ 2, a + b = 1; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Fp_{i,j} &= \begin{cases} 0 & \text{— если узел вне скважины,} \\ P_{i,j} - P_{Nc} & \text{— если узел находится на нагнетающей скважине,} \\ P_{i,j} - P_{Ec}, & \text{— если узел находится на эксплуатационной скважине.} \end{cases} \\ F\sigma_{i,j} &= \begin{cases} 0 & \text{— если узел вне скважины,} \\ f_{i,j}(P_{i,j} - P_{Nc}), & \text{— если узел находится на нагнетающей скважине,} \\ f_{i,j}(P_{i,j} - P_{Ec}), & \text{— если узел находится на эксплуатационной скважине.} \end{cases} \end{aligned}$$

Имеем:

$x$  — метры,  $y$  — метры,  $H$  — метры,  $t$  — текущий день,  $T$  — прогнозируемый период (дни),  $h_x, h_y$  — шаг по реальным координатам расчетной области (метры),  $L_x, L_y$  — размер реальной расчетной области (метры).

$h_x = \frac{L_x}{N_x}$  — шаг между узлами сетки (метры), где  $N_x$  — число узлов по оси  $x$ .

$h_y = \frac{L_y}{N_y}$  — шаг между узлами сетки (метры), где  $N_y$  — число узлов по оси  $y$ .

$h_t = \frac{T}{N_t}$  — шаг по времени (дни), где  $N_t$  — планируемое количество итераций по времени для системы.

Введем следующие обозначения

$$\bar{x} = \frac{x}{L_x}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L_y}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T}, \quad \text{где } (\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) \in [0; 1].$$

Соответственно новые шаги по пространству и по времени будут

$$\bar{h}_x = \frac{\max_{[0;1]}(\bar{x})}{N_x} = \frac{1}{N_x}, \quad \bar{h}_y = \frac{1}{N_y}, \quad \bar{h}_t = \frac{1}{N_t}.$$

Продифференцируем с учетом новых обозначений:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \equiv \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} \cdot \frac{d\bar{x}}{dx} = \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \frac{x}{L_x} \right) = \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} \cdot \frac{1}{L_x}.$$

Заменим частные производные системы. Обозначим

$$B(x, y) = \left( \frac{K_H^*}{\mu_H} + \frac{K_B^*}{\mu_B} \right) KH.$$

Получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[ B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y) \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} \cdot \frac{1}{L_x} \right] \frac{1}{L_x} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[ B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y) \frac{\partial P}{\partial \bar{y}} \cdot \frac{1}{L_y} \right] \frac{1}{L_y} = Fp \Rightarrow \\ \frac{1}{L_x^2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[ B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y) \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} \right] + \frac{1}{L_y^2} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[ B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y) \frac{\partial P}{\partial \bar{y}} \right] = Fp \end{aligned}$$

Коэффициент  $B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y)$  будет рассчитываться также по формуле , за исключением того, что  $h_x$  будет заменен на  $\bar{h}_x$ .

$$B_{i+\frac{1}{2},j} = \left[ \frac{1}{\bar{h}_x} \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{K_{i+1,j}H_{i+1,j}} \left( \frac{K_H^*(\sigma_{i+1,j})}{\mu_H} + \frac{K_B^*(\sigma_{i+1,j})}{\mu_B} \right)^{-1} + \frac{1}{K_{i,j}H_{i,j}} \left( \frac{K_H^*(\sigma_{i,j})}{\mu_H} + \frac{K_B^*(\sigma_{i,j})}{\mu_B} \right)^{-1} \right) \right]^{-1}$$

Продифференцируем по времени второе уравнение системы

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} \equiv \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{t}} \cdot \frac{d\bar{t}}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{t}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{t}{T} \right) = \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{t}} \cdot \frac{1}{T},$$

Получим

$$\frac{1}{L_x^2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[ f(\sigma_B) B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y) \frac{\partial P}{\partial \bar{x}} \right] + \frac{1}{L_y^2} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[ f(\sigma_B) B(\bar{x}L_x, \bar{y}L_y) \frac{\partial P}{\partial \bar{y}} \right] = mH \frac{\partial \sigma_B}{\partial \bar{t}} \frac{1}{T} + F\sigma$$

Запишем аналог системы с учетом уравнений , . Получим

$$\begin{aligned} q_3 \xi(q_1, q_3) \frac{1}{L_x^2} B_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\bar{h}_x^2} - q_1 \xi(q_1, q_3) \frac{1}{L_x^2} B_{i-\frac{1}{2},j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\bar{h}_x^2} + \\ + q_4 \xi(q_2, q_4) \frac{1}{L_y^2} B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\bar{h}_y^2} - q_2 \xi(q_2, q_4) \frac{1}{L_y^2} B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\bar{h}_y^2} = Fp_{i,j}, \\ q_3 \xi(q_1, q_3) \frac{1}{L_x^2} B_{i+\frac{1}{2},j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\bar{h}_x^2} (\psi_3^- f_{i,j} + \psi_3^+ f_{i+1,j}) - \\ - q_1 \xi(q_1, q_3) \frac{1}{L_x^2} B_{i-\frac{1}{2},j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\bar{h}_x^2} (\psi_1^- f_{i-1,j} + \psi_1^+ f_{i,j}) + \\ + q_4 \xi(q_2, q_4) \frac{1}{L_y^2} B_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\bar{h}_y^2} (\psi_4^- f_{i,j} + \psi_4^+ f_{i,j+1}) - \\ - q_2 \xi(q_2, q_4) \frac{1}{L_y^2} B_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\bar{h}_y^2} (\psi_2^- f_{i,j-1} + \psi_2^+ f_{i,j}) - m_{i,j} H_{i,j} \frac{1}{T} \frac{\sigma_{i,j}^{n+1} - \sigma_{i,j}^n}{\bar{h}_t} = F\sigma_{i,j} \end{aligned}$$

Схемы, ориентированные против потока членов с производными первого порядка приводят к большему повышению устойчивости метода решения, чем для схем, включающих центральные разности [3]. Система явных разностных уравнений позволяет уменьшить до минимума размазывание фронта скачка водонасыщенности.

При замене системы дифференциальных уравнений (1) разностной схемой возникает погрешность аппроксимации. Схема имеет второй порядок аппроксимации  $O(\tau^2)$  для временных переменных и  $O(h^2)$  для пространственных, то есть оценка погрешности  $O(h^2 + \tau^2)$ .

При задании входных данных, в процессе реализации задачи появляются ошибки, связанные с округлением, поэтому одним из требований к разностной схеме является устойчивость. Численные эксперименты, выполненные рядом авторов, позволили сделать вывод о том, что устойчивость сохраняется, если шаг в системе явных разностных уравнений выбирать из условия

$$\max_{i,j,k} \{ \sigma_{i,j,k}^{n+1} - \sigma_{i,j,k}^n \} \leq 10^{-2}.$$

Схема решения системы уравнений: на каждом временном слое определяется водонасыщенность при фиксированном давлении, затем находится давление на текущем слое с учетом найденного значения водонасыщенности, затем осуществляется переход к следующему временному шагу. Для сходимости итераций неявной разностной схемы применяется метод верхней релаксации и дальнейшее распараллеливание алгоритма.

### **2.3. Конечно-разностный метод и алгоритм численного решения задачи двухфазной фильтрации**

С появлением в 60-е годы мощных ЭВМ в решении практических задач фильтрации все большее место занимает численное моделирование. Однако аналитические методы и в этом случае остаются востребованными не только для разработки и тестирования численных алгоритмов, но и для глубокого понимания физики явлений, параметрического анализа сложных схем, оптимизации и оценок характеристик фильтрационных полей, в том числе в ситуациях, характеризующихся высокой степенью неопределенности относительно параметров пористой среды, механизмов взаимодействия флюида и матрицы, граничных условий и самих границ области течения. В обзоре охватываются работы по кругу проблем, непосредственно связанные с исследованиями по динамике подземных вод в областях, границы которых известны не полностью. В математической постановке эти проблемы сводятся к краевым задачам для дифференциальных уравнений эллиптического типа в областях с

неизвестными границами, которые отыскиваются по заданным на них краевым условиям.

Как показывает практика последних десятилетий, математическое моделирование существенно влияет на развитие большинства направлений современной науки и техники. Задачи, связанные с фильтрацией, в этом смысле, - не исключение. Здесь нужно отметить несколько аспектов. Во-первых, необходимо совершенствование математических моделей теории фильтрации. Во-вторых, необходимо развитие и совершенствование методов реализации этих моделей. Наконец, необходимо учитывать быстрое развитие высокопроизводительных параллельных вычислительных машин, что позволяет решать задачи повышенной сложности, но требует специальных методов и алгоритмов. В 60-х годах выдающимся ученым Н. Н. Яненко было предложено в вычислительной математике создание метода дробных шагов. Метод дробных шагов - это метод построения экономичных (в смысле числа операций) конечно-разностных схем для решения дифференциальных уравнений. Решение задач гидродинамики в сложных областях потребовало развития новых методов построения расчетных сеток, автоматически адаптирующихся к потоку, что позволило, в конечном счете, на порядок повысить точность расчетов.

Математическая модель - это система дифференциальных уравнений, описывающая процесс фильтрации в рассматриваемом конкретном объекте разработки, с заданными начальными и граничными условиями, обеспечивающими единственность решения поставленной задачи.

Этапами подготовки математической модели в данном случае являются:

- создание геологической модели;
- обоснование размерности модели и выбор основных уравнений для описания процесса;
- задание начальных и граничных условий.

В модельных задачах подземной гидрогазодинамики обычно рассматривают упрощенные геологические модели, в которых участок разработки или залежь в целом схематизируется в прямоугольную или круговую область фильтрации с постоянной толщиной пласта. В геологической модели должны быть также заданы основные геолого-физические параметры пластовой системы (пористой среды и фильтрующихся флюидов). В упрощенных моделях - это средние значения этих параметров в моделируемой области.



Для простейших линейно-параллельного и радиального потоков в пласте постоянной толщины применимы одномерные модели фильтрации. Для сложных течений в областях, содержащих произвольные системы скважин, используются двумерные (в случае тонких пластов) и трехмерные (в наиболее общем случае) модели фильтрации.

К основным уравнениям математической модели относятся:

- уравнения неразрывности (законы сохранения массы) для каждой фильтрующейся фазы;
- уравнения движения (обобщенный закон Дарси) для каждой фазы;
- уравнение сохранения энергии (в случае неизотермической фильтрации);
- уравнения состояния;
- дополнительные соотношения, устанавливающие взаимосвязи между фазовыми насыщенностями, между фазовыми и капиллярными давлениями.

Одной из важнейших индустриальных задач является проблема фильтрации нефти. Пример решения таких задач можно найти в работе .

Основы современных подходов математического моделирования изложены в работах .

Среди множества работ по математическому моделированию процессов фильтрации, опубликованных в последнее десятилетие, хотелось бы отметить работы .

В последнее время бурно развивается многопроцессорная вычислительная техника. Многие алгоритмы решения задач описываемых уравнениями математической физики, приводят к большим затратам вычислительных мощностей (численное моделирование задач фильтрации относится к этому КРУГУ и требуют адаптации к архитектуре новой многопроцессорной вычислительной техники. Некоторые общие требования к алгоритмам и задачам для многопроцессорных вычислительных систем отмечены в монографии .

Одним из возможных путей развития алгоритмов для многопроцессорной вычислительной техники, как было указано в является разработка явных схем с использованием специальных «регуляризаторов» При этом в алгоритм или непосредственно в математическую модель вводятся дополнительные члены, которые демпфируют счетные осцилляции. Данные «регуляризаторы» не должны превращать изучаемую

задачу в среду, в которой гасятся все естественные возмущения. С другой стороны они должны успешно исключать неустойчивости именно счетного характера. Примером построения таких алгоритмов могут служить кинетически-согласованные разностные схемы, используемые для моделирования течений вязкого газа. Заметим, что для создания подобного рода методов необходимо опираться не только на знание теории разностных схем, но и активно использовать разнообразную физическую информацию о свойствах изучаемого явления.

Важным свойством алгоритма, позволяющим добиться успешной адаптации на многопроцессорные системы, является его логическая простота. Это требование наиболее важно в связи с продолжающимся прогрессом многопроцессорной вычислительной техники, сопровождаемым неизбежным в той или иной степени изменением математического обеспечения.

Указанные выше требования к алгоритмам для многопроцессорных вычислительных систем учитывались автором при разработке новых моделей фильтрации с использованием специальных «регуляризаторов» и вложенных сеток.

Целью диссертационной работы является создание алгоритмов решения, численных методов и комплексов программ для решения актуальных задач фильтрации. Численные алгоритмы должны удовлетворять следующим требованиям:

1) использование явных однородных схем, что должно в будущем обеспечить высокую эффективность реализации данных алгоритмов на параллельных вычислительных системах;

2) разрешение больших градиентов течения вблизи скважин, для чего было предложено использовать систему вложенных сеток;

3) возможность решения двумерных и трехмерных задач;

4) переход к многофазной фильтрации.

В качестве первой задачи исследования была поставлена одномерная задача о центрально-симметричной фильтрации. Необходимо было найти численное решение на основе использования простых симметричных явных или полунявных схем с возможной последующей регуляризацией решения. В качестве второй задачи исследования была поставлена двумерная задача о фильтрации вблизи скважины. Необходимо было описать на сетке скважину и градиенты численного решения, которые велики вблизи скважины. Для разрешения больших градиентов был выбран один из способов «сгущения» сетки вблизи скважины: система вложенных сеток. Следующей задачей была поставлена переформулировка алгоритмов и программ на трехмерный случай с учетом гравитации. Наконец, последняя задача была связана с исследованием устойчивости

фильтрационного течения, когда менее вязкая жидкость проталкивает вязкую через пористую среду.

При построении математической модели и разностных схем использовался опыт построения кинетически-согласованных разностных схем (КСРС) и квазигазодинамической системы уравнений .

При отладке программ проверялась сходимость численных решений при измельчении сетки. Полученные решения сравнивались с точными решениями в тех случаях, когда оно известно . Сравнивались численные решения, полученные разными методами. При разработке алгоритмов и программ фильтрации на системе вложенных сеток учитывался опыт коллег, численно решавших задачу о взрыве сверхновой на системе вложенных сеток.

В ходе выполнения данной работы создан новый модифицированный алгоритм численного решения задачи фильтрации однородной жидкости, полученный на основе введения регуляризирующей поправки. Данный алгоритм подразумевает использование вложенных сеток, которые в свою очередь служат для разрешения больших градиентов (например, вблизи области скважины). Такая технология вложенных сеток имеет определенные преимущества по сравнению с другими технологиями измельчения, например:

1) простота расчетных схем из-за регулярности сеток, 2) существенная экономия ресурсов - четырем шагам на мелкой сетке соответствует только один шаг на более крупной сетке. Выполнена реализация разработанных методов и для трехмерных задач с учетом гравитации.

Разработанные методы, алгоритмы и комплексы программ могут быть использованы, как для фундаментальных исследований задач однофазной фильтрации, так и в приложениях, например, для расчетов водоносных пластов задач фильтрации нефти. Разработанный комплекс программ позволяет рассчитывать трехмерную область фильтрации с одной скважиной, разрешаемой системой вложенных сеток. Комплекс может быть обобщен на произвольное количество скважин. Разработанный метод с регуляризирующей поправкой может быть использован для больших скоростей фильтрующего вещества (закон Форхаймера вместо закона Дарси). Реализованная методика вложенных сеток дает простой и эффективный механизм расчета задач гидромеханики и фильтрации, в которых есть выделенная точка (ось) и градиенты сильно зависят от расстояния до точки (оси). Выполнено моделирование неустойчивости Саффмана - Тейлора.

Результаты работы устно докладывались и обсуждались на конференциях и семинарах:

- Японско - Российский семинар "Турбулентность, неустойчивости и параллельные вычисления" (г. Осака, Япония, 22 - 24 октября, 2001);

- XXXXV научная конференция МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук" (г. Долгопрудный, МФТИ, 29-30 ноября, 2002);

- VIII Японско - Российский симпозиум "Вычислительная гидрогазодинамика" (г. Сендай, Япония, 24 - 26 сентября, 2003);

- Японско - Российский семинар "Турбулентность и неустойчивости" (г. Токио, Япония, 29 - 30 сентября, 2003);

- Российско - Индийская международная конференция "Высокопроизводительные вычисления в науке и промышленности" (г. Москва, 16-20 июня, 2003);

- Российско - Японская международная конференция "Турбулентность и неустойчивости" (г. Москва, 21-24 сентября, 2004).

Основное содержание диссертации опубликовано в работах автора [108 -110] и тезисах докладов [111-113].

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет 110 страниц. Работа содержит 35 рисунков и список цитированной литературы из 166 наименований.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам данной работы можно сделать следующие выводы:

1. Разработана осредненная математическая модель, в которой используются новые модифицированные ОФП и метод их построения с учетом стройности течения фазы. Они основываются на коррекции лабораторных ОФП путем умножения последних на поправочные коэффициенты, которые получены математически на основе известного вида модифицированных ОФП. Эти новые ОФП совпадают с известными при линейных функциях исходных ОФП.

2. Численные расчеты, проведенные по простейшей осредненной модели С, дают завышенные результаты при рассмотрении показателей количества добытой нефти и коэффициента нефтеотдачи по сравнению с трехмерными эталонными моделями А.

3. Численные расчеты по осредненной модели В, использующей модифицированные ОФП, только при линейном виде исходных ОФП, дают заниженные результаты показателей разработки по сравнению с эталонными моделями, которые образуют семейство графиков в зависимости от взаимного расположения поропластов. Эталонное семейство при этом находится в интервале между графиками двух осредненных моделей В и С, для каждого из указанных показателей разработки.

4. Расчеты двухфазной фильтрации при нелинейных функциях исходных ОФП с новыми модифицированными ОФП дали положительные результаты, аналогичные результатам линейного случая исходных ОФП (эталонное множество находится между двумя приближенными значениями для указанных показателей разработки). Поэтому можно рекомендовать построенные модифицированные ОФП, а также метод их построения в совокупности с моделью С, для использования в численных расчетах при любых лабораторных ОФП -линейных и нелинейных.

5. При сильной слоистой неоднородности, можно рекомендовать использовать модифицированные ОФП. При отсутствии или слабой слоистой неоднородности можно использовать исходные лабораторные ОФП, - С— модель.

Таким образом, в результате этой работы существенно расширились рамки применимости метода модифицированных ОФП при допущении о струйности течения в слоистых пластах на расчеты площадного заводнения на современных вычислительных комплексах.